

Regulación en línea de sistemas estocásticos mediante lógica borrosa

Antonio Javier Barragán Piña¹, Miguel Ángel Martínez Bohórquez¹,
José Manuel Andújar Márquez¹, Antonio José Calderon Godoy²
{antonio.barragan, bohorquez, andujar}@diesia.uhu.es, ajcalde@unex.es

¹Universidad de Huelva, Universidad de Extremadura

Resumen

El control de sistemas no lineales presenta innumerables dificultades propias de la riqueza dinámica de estos sistemas. En muchos casos, y pese a los grandes avances en el modelado de sistemas complejos fundamentalmente procedentes de las técnicas de control inteligente (lógica borrosa, redes neuronales, algoritmos bioinspirados, ...), resulta prácticamente imposible obtener modelos que reflejen completamente la diversidad de comportamientos de un sistema. Es por ello que el diseño de controladores fuera de línea ha de ser cumplimentado, e incluso a veces directamente sustituido, por algoritmos de diseño en línea que permitan adaptarse a nuevas dinámicas y comportamientos no contemplados en los modelos. En el caso de que el sistema presente además ruidos, sistemas estocásticos, este hecho añade un grado de complejidad extra al diseño del controlador.

En este trabajo se presenta un algoritmo para la sintonización en línea de reguladores borrosos de tipo Takagi-Sugeno (TS) generales para sistemas estocásticos. Esta metodología, basada en el filtro de Kalman, permite la obtención y/o adaptación de controladores borrosos TS de forma iterativa, es decir, en línea con el proceso, en base a un modelo de referencia preestablecido, en presencia de ruido y sin requerir ningún tipo de diseño previo fuera de línea.

Palabras clave: Control borroso, control inteligente, filtro de Kalman, regulador, sistemas borrosos.

1. Introducción

El ajuste en línea de controladores tiene multitud de aplicaciones prácticas, desde el control directo de plantas con dinámicas relativamente lentas, hasta la mejora de controladores existentes, bien sea por cambios en la dinámica de la planta o porque fueron diseñados fuera de línea en base a un modelo simplificado de la misma.

En este trabajo se estudia el diseño de un regulador borroso en línea. Para ello se propone partir de

un modelo borroso TS de la planta completamente general, esto es, sin restricciones en el tamaño de los vectores de estado o entrada, en el número de reglas, ni en el tipo o distribución de los antecedentes empleados en éstas. De esta forma se pretende poder tener un modelo lo más fiel posible al comportamiento real de la planta, ya que la lógica borrosa es una herramienta que permite modelar sistemas no lineales a partir de datos de entrada-salida. En concreto, es sabido que los sistemas TS son aproximadores universales tanto de la función [27, 29] como de su derivada [18, 22]. Por lo tanto, aunque el sistema sea inicialmente desconocido y su dinámica sea compleja, es factible obtener un modelo borroso del mismo de suficiente calidad. Para obtener un modelo TS de la planta a analizar mediante alguna de las muchas técnicas de modelado existentes [4], ya sea en línea [2, 10], o fuera de línea [7, 8, 9, 11, 14, 15]. Incluso es posible plantearse la obtención un buen modelo inicial fuera de línea y su mejora iterativa mediante alguno de los algoritmos de identificación en línea anteriores. Esta forma de abordar el problema permite enfrentarse a sistemas no lineales y de difícil modelización por técnicas matemáticas usuales.

Una vez se posee un modelo de la planta, el sistema se realimenta con un controlador borroso TS general en los mismos términos anteriores, e independiente de la planta en cuanto a las características del mismo. Este sistema en lazo cerrado es comparado con un modelo de referencia estable que posee las características deseadas para el sistema. En base a la comparativa entre el modelo de lazo cerrado deseado (modelo de referencia) y el real (planta real controlada por el controlador borroso), se estimarán las modificaciones a realizar a los parámetros del controlador mediante el filtro de Kalman, el cual tiene en cuenta los ruidos que afectan al sistema. En este trabajo se hará uso del filtro de Kalman por presentar unas excelentes características de convergencia, simplicidad y eficiencia computacional, además de contemplar la presencia de ruido en el sistema; pero una vez obtenidas las matrices jacobianas que relacionan los cambios de la salida del sistemas con los parámetros del controlador, queda abierta la aplicación de

cualquier otra técnica de ajuste, como por ejemplo los algoritmos de Levenberg-Marquardt [19, 23] o de gradiente descendente [12] entre otros.

El filtro de Kalman es un estimador de mínima varianza, recursivo y eficiente, que fue desarrollado por Rudolph E. Kalman en 1960 [17] para sistemas lineales, y el cual permite construir un observador óptimo para sistemas lineales en presencia de ruido, tanto en el modelo como en las medidas. Posteriormente, el filtro de Kalman fue adaptado para su utilización en sistemas no lineales a través del filtro de Kalman extendido [21], siempre que el sistema admita modelos linealizados en torno a cualquier punto de trabajo. Aunque el filtro de Kalman extendido no resulta óptimo, ya que se basa en una aproximación lineal del modelo y su precisión depende estrechamente de la bondad de dichas aproximaciones, es una poderosa herramienta para la estimación en entornos con presencia de ruidos. El filtro de Kalman es ampliamente utilizado en aplicaciones de ingeniería, y es un importante referente en ingeniería de control por sus excelentes características y velocidad de convergencia.

La aplicación del filtro de Kalman junto a la lógica borrosa ha sido desarrollada en múltiples ocasiones, como la extracción de reglas a partir de una base de reglas dada [20] o la optimización de los parámetros de mecanismos de desborrosificación [16]. Una aplicación muy interesante del filtro de Kalman extendido consiste en la identificación adaptativa de parámetros en sistemas no lineales, lo cual permite la obtención en línea del conjunto de parámetros adaptables de un modelo no lineal discreto en presencia de ruido y de forma pseudo-óptima (es óptima para sistemas lineales). La identificación de un modelo borroso TS puede verse como la obtención de los parámetros de un modelo no lineal, por lo que el filtro de Kalman puede ser aplicado para la estimación de dichos parámetros como se propone en [24, 25]. Esta propuesta fue generalizada para la adaptación tanto de los antecedentes como de los consecuentes de modelos TS generales en [1, 5, 10].

Este trabajo se estructura de la siguiente forma: en primer lugar se presentará la formulación del problema y la notación a emplear. A continuación, en la sección 3, se desarrollarán los cálculos necesarios para la aplicación del algoritmo de ajuste sobre el controlador borroso. Posteriormente se presenta un ejemplo ilustrativo y, finalmente, algunas conclusiones.

2. Formulación del problema

Un modelo TS equivalente de un sistema discreto puede ser representado por un conjunto de reglas SI-ENTONCES de la forma [6]:

$$R_p^{(l,i)}: \text{ Si } x_1(k) \text{ es } A_{1i}^l \text{ y } \dots \text{ y } x_n(k) \text{ es } A_{ni}^l \\ \text{ y } u_1(k) \text{ es } B_{1i}^l \text{ y } \dots \text{ y } u_m(k) \text{ es } B_{mi}^l \\ \text{ Entonces } x_i^l(k+1) = \sum_{j=0}^n a_{ji}^l \tilde{x}_j + \sum_{q=1}^m b_{qi}^l u_q, \quad (1)$$

donde n el orden del sistema y m su número de entradas, $l = 1..M_i$ es el índice de la regla y M_i el número de reglas que modelan la i -ésima ecuación del proceso, $x_i(k+1)$. \tilde{x}_j es la j -ésima coordenada del vector de estado extendido [3, 6] $\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{x}_0, \tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n)^T = (1, x_1, \dots, x_n)^T$. La salida del modelo borroso de la planta puede calcularse mediante:

$$x_i(k+1) = \sum_{j=0}^n a_{ji}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \tilde{x}_j + \sum_{q=1}^m b_{qi}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) u_q, \quad (2)$$

siendo $a_{ji}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ y $b_{qi}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ coeficientes variables [26, 28] definidos por:

$$a_{ji}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \frac{\sum_{l=1}^{M_i} w_i^l(\mathbf{x}, \mathbf{u}) a_{ji}^l}{\sum_{l=1}^{M_i} w_i^l(\mathbf{x}, \mathbf{u})}, \quad (3)$$

$$b_{qi}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \frac{\sum_{l=1}^{M_i} w_i^l(\mathbf{x}, \mathbf{u}) b_{qi}^l}{\sum_{l=1}^{M_i} w_i^l(\mathbf{x}, \mathbf{u})}, \quad (4)$$

donde la variable $w_i^l(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ representa el grado de activación de las reglas de la planta.

$$w_i^l(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \prod_{j=1}^n \mu_{ji}^l(x_j, \sigma_{ji}^l) \prod_{q=1}^m \mu_{qi}^l(u_q, \alpha_{qi}^l) \quad (5)$$

Los vectores σ_i^l y α_i^l representan los conjuntos de parámetros adaptables de los antecedentes de las reglas de la planta en los universos de discurso de las variables de estado y las señales de control, respectivamente.

Un controlador borroso TS completamente general en los mismos términos anteriores, e independiente de la planta en cuando a estructura y parámetros, puede ser descrito como un conjunto de reglas SI-ENTONCES de la forma:

$$R_c^{(r,i)}: \text{ Si } x_1(k) \text{ es } C_{1q}^r \text{ y } \dots \text{ y } x_n(k) \text{ es } C_{nq}^r \\ \text{ Entonces } u_q^r(k) = \sum_{j=0}^n c_{jq}^r \tilde{x}_j, \quad (6)$$

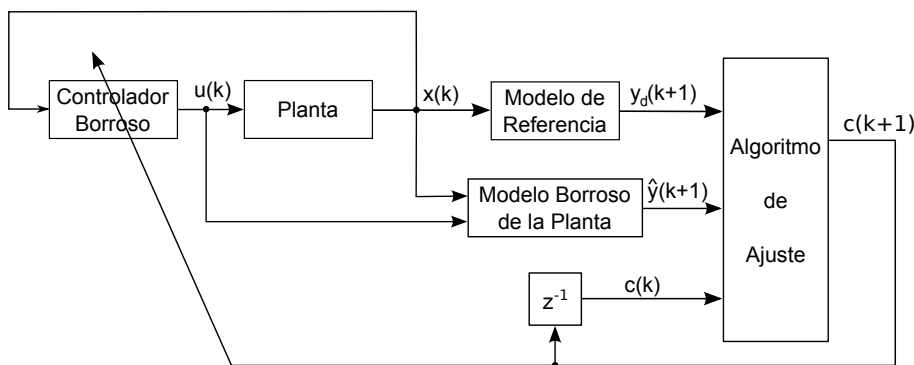


Figura 1: Implementación del ajuste de un controlador borroso TS en base a un modelo de referencia.

La salida del modelo borroso del controlador puede calcularse mediante:

$$u_q(k) = \sum_{j=0}^n c_{jq}(\mathbf{x}) \tilde{x}_j, \quad (7)$$

siendo $c_{jq}(\mathbf{x})$ un coeficiente variable [26, 28] definidos por:

$$c_{jq}(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{r=1}^{N_q} \omega_q^r(\mathbf{x}) c_{jq}^r}{\sum_{r=1}^{N_q} \omega_q^r(\mathbf{x})}, \quad (8)$$

$$\omega_q^r = \prod_{j=1}^n \mu_{jq}^r(x_k, \Phi_{jq}^r), \quad (9)$$

donde ω_q^r representa el grado de activación de las reglas del controlador, y Φ_{jq}^r el conjunto de parámetros adaptables de sus antecedentes.

3. Adaptación en línea de los parámetros del controlador borroso

Existen múltiples algoritmos que permiten ajustar un controlador borroso en línea con el proceso, como los algoritmos basados en gradiente descendente, métodos de Newton o el filtro de Kalman [4]; pero todos estos métodos tienen en común que requieren el cálculo de la derivada de la salida respecto de los parámetros que van a ser ajustados. También existen algoritmos no basados en derivada, pero su convergencia es más lenta en las cercanías de la solución, por lo que para ajuste en línea serán preferibles generalmente los primeros.

De esta forma, se plantea un esquema como el de la figura 1 para el sistema de control en lazo cerrado, donde el sistema formado por la planta real y el controlador borroso se compara frente a un modelo de referencia preestablecido. Puesto que el modelo real de la planta se supone desconocido, el

algoritmo de ajuste emplea un modelo borroso de la misma para obtener los nuevos parámetros del controlador en cada iteración. Tal como se puede comprobar en la figura, en este trabajo se plantea el problema de regulación como primer paso para la resolución de sistemas de servocontrol, más complejos y con otras particularidades que requerirán un estudio más profundo.

Suponiendo por simplicidad que se desean ajustar únicamente los consecuentes del controlador borroso, se trata pues de obtener $\frac{d\mathbf{y}(k+1)}{d\mathbf{p}}$, siendo \mathbf{p} el conjunto de todos los consecuentes de dicho controlador.

En el caso abordado en el presente artículo, se pretende emplear el filtro de Kalman para realizar la adaptación de los parámetros del controlador en línea con el proceso y en presencia de ruido. Para ello, de forma similar a la propuesta en [5, 10] para el problema de modelado, se plantea un sistema de la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{p}(k+1) &= \mathbf{p}(k) \\ \mathbf{y}_d(k) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}(k), \mathbf{p}(k)) + \mathbf{e}(k) \end{aligned} \quad (10)$$

donde $\mathbf{p}(k)$ es el conjunto de parámetros adaptables del controlador borroso, $\mathbf{y}_d(k)$ es el conjunto de salidas deseadas para el sistema en lazo cerrado dadas por el modelo de referencia, $\mathbf{h}(\cdot)$ es el sistema formado por el modelo y controlador borroso, y $\mathbf{e}(k)$ el ruido que afecta al sistema. Por simplicidad se asumirá que la salida se corresponde con la primera variable de estado.

El filtro extendido de Kalman puede ser resuelto aplicando de forma iterativa el siguiente conjunto de ecuaciones [13]:

$$\mathbf{K}(k) = (\mathbf{P}(k|k)\mathbf{C}^T(k))(\mathbf{C}(k)\mathbf{P}(k|k)\mathbf{C}^T(k) + \mathbf{R}_e)^{-1} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{p}}(k+1|k) &= \hat{\mathbf{p}}(k|k-1) + \\ &+ \mathbf{K}(k) (\mathbf{y}_d(k) - \mathbf{h}(\mathbf{x}(k), \hat{\mathbf{p}}(k|k-1))) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mathbf{P}(k+1|k) = \mathbf{P}(k|k) - \mathbf{K}(k) (\mathbf{C}(k) \mathbf{P}(k|k)), \quad (13)$$

donde $\hat{\mathbf{p}}(\cdot)$ es la estimación del vector de parámetros, y \mathbf{R}_e es la matriz de covarianza del ruido. $\mathbf{C}(k)$ es la matriz jacobiana que relaciona la variación de la salida del sistema realimentado con la variación de los parámetros del controlador. Puesto que esta variación depende de la planta, es necesario emplear el modelo de la misma para su cálculo.

Siendo c_{JQ}^R el consecuente de la regla R relacionado con la J -ésima variable de estado, y que participa en la generación de la Q -ésima señal de control:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{x}(k+1)}{\partial c_{JQ}^R} &= \frac{\partial}{\partial c_{JQ}^R} \left(\sum_{j=0}^n a_{ji}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \tilde{x}_j \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial c_{JQ}^R} \left(\sum_{q=1}^m b_{qi}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) u_q \right) \end{aligned} \quad (14)$$

Resolviendo para el primer sumando:

$$\frac{\partial (a_{ji}(\mathbf{x}, \mathbf{u}))}{\partial c_{JQ}^R} = \frac{\sum_{l,p=1}^{M_i} \frac{\partial w_i^l(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial c_{JQ}^R} w_i^p a_{ji}^l}{\left(\sum_{l=1}^{M_i} w_i^l \right)^2}, \quad (15)$$

donde w_i^l es el grado de activación de la l -ésima regla de la planta para la i -ésima salida del modelo borroso.

Para el segundo sumando:

$$\frac{\partial (b_{qi}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) u_q)}{\partial c_{JQ}^R} = \frac{\partial (b_{qi}(\mathbf{x}, \mathbf{u}))}{\partial c_{JQ}^R} u_q + b_{qi}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \frac{\partial u_q}{\partial c_{JQ}^R}. \quad (16)$$

La derivada de b_{qi} se obtiene de forma similar a la de a_{ji} , siendo

$$\frac{\partial u_q}{\partial c_{JQ}^R} = \sum_{j=0}^n \left(\frac{\omega_Q^R}{\sum_{r=1}^{N_q} \omega_q^r} \tilde{x}_j \right), \quad (17)$$

donde ω_Q^R es el grado de activación de la R -ésima regla del controlador para la Q -ésima salida del mismo.

Finalmente se ha de obtener la derivada del grado de activación de las reglas de la planta, cuyo cálculo resulta:

$$\frac{\partial w_i^l}{\partial c_{JQ}^R} = \prod_{j=1}^n (\mu_{ji}^l) \prod_{\substack{q=1 \\ q \neq Q}}^m (\mu_{qi}^l) \left(\frac{\partial \mu_{Q_i}^l}{\partial u_Q} \right) \left(\frac{u_Q}{\partial c_{JQ}^R} \right). \quad (18)$$

Nótese que $\frac{\partial \mu_{Q_i}^l}{\partial u_Q}$ se obtiene a partir de la función de pertenencia concreta que se emplee en la l -ésima regla del controlador para la variable de estado i y la Q -ésima señal de control.

Si se asume $y(k) = x_1(k)$, entonces $\mathbf{C}(k)$ se corresponderá con la primera fila de la matriz $\frac{\partial \mathbf{x}(k+1)}{\partial c_{JQ}}$, esto es:

$$\mathbf{C}(k) = (1 \quad 0 \quad \dots \quad 0) \frac{\partial \mathbf{x}(k+1)}{\partial c_{JQ}}. \quad (19)$$

El algoritmo presentado en este apartado permite el ajuste de los consecuentes del controlador borroso para que el sistema realimentado cumpla un modelo de referencia dado, sin embargo ha de hacerse notar que la estructura de dicho controlador, número de reglas y distribución de los antecedentes, debe realizarse con antelación. Existen distintas alternativas para la inicialización de los antecedentes del controlador. Una de ellas sería establecer unos antecedentes distribuidos de forma uniforme en el universo de discurso de las variables de estado, pero esto puede ocasionar la creación de un gran número de reglas en sistemas complejos. Otra alternativa es emplear el método de inicialización propuesto en [6], el cual hace uso del conocimiento de la planta a partir de su modelo borroso para inicializar los antecedentes del controlador. Respecto a los consecuentes, si no se dispone de información sobre la planta que pueda ayudar a una inicialización, pueden inicializarse a 0.

4. Ejemplo ilustrativo

Para ilustrar la aplicación del algoritmo desarrollado en el presente trabajo, se supondrá el sistema de segundo orden no lineal e inestable siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_1(t) + 2x_2(t) + u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) - 2x_2^3(t) + u_2(t), \end{aligned}$$

el cual se supondrá afectado por un ruido de covarianza $Re = \begin{pmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{pmatrix}$.

Puesto que el controlador borroso ha de ser discreto, se empleará un periodo de muestreo $T = 0,01s$.

El sistema en lazo cerrado deseado deberá comportarse como un sistema de primer orden con $\tau = 0,5s$ y ganancia estática unitaria, esto es, $G_{deseada}(s) = \frac{1}{0,5s + 1}$.

El filtro de Kalman se ha inicializado con $\mathbf{P}(\mathbf{0}|\mathbf{0}) = 10^4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, cuyo valor se ha obtenido mediante

algunas pruebas previas, los consecuentes del controlador a 0, y los antecedentes según la metodología propuesta en [6]; la evolución del sistema real con el controlador borroso, junto con la evolución deseada, el error de seguimiento cometido, y las señales de control generadas pueden verse en la figura 2.

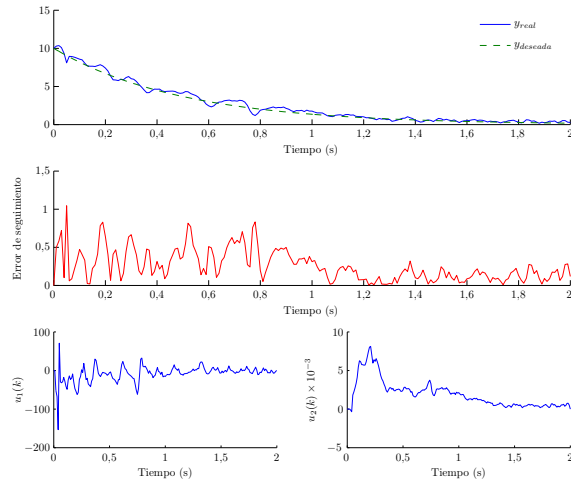


Figura 2: Simulación del sistema realimentado.

Como el sistema está afectado por un ruido, puede parecer que la adaptación del controlador no es del todo satisfactoria. Sin embargo, en la figura 3 puede verse la evolución del sistema eliminando el ruido del mismo, donde puede apreciarse como el controlador se ajusta muy rápidamente a la salida deseada.

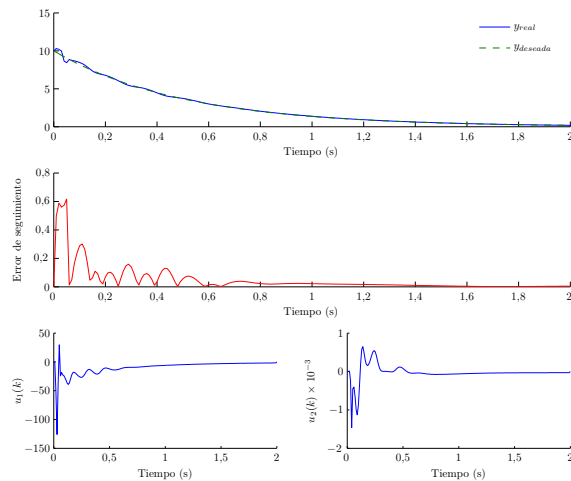


Figura 3: Simulación del sistema realimentado sin ruido.

5. Conclusiones

En el presente trabajo se ha presentado un algoritmo para el ajuste en línea de un controlador

borroso TS completamente general, esto es, sin restricciones en el tamaño de los vectores de estado o entrada, en el número de reglas, ni en el tipo o distribución de los antecedentes empleados en éstas, en base a un modelo de referencia. Esta metodología, basada en el filtro de Kalman, permite la obtención y/o adaptación de controladores borrosos TS de forma iterativa, es decir, en línea con el proceso, en base a un modelo de referencia preestablecido, en presencia de ruido y sin requerir ningún tipo de diseño previo fuera de línea. Además, la utilización del filtro de Kalman proporciona una buena velocidad de convergencia y eficiencia computacional.

Agradecimientos

Este artículo es una contribución del proyecto DPI2013-43870-R financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad.

Referencias

- [1] Basil Mohammed Al-Hadithi, Agustín Jiménez, Fernando Matía, José Manuel Andújar, and Antonio Javier Barragán. New concepts for the estimation of Takagi-Sugeno model based on extended Kalman filter. In Fernando Matía, G. Nicolás Marichal, and Emilio Jiménez, editors, *Fuzzy Modeling and Control: Theory and Applications*, volume 9 of *Atlantis Computational Intelligence Systems*, pages 3–24. Atlantis Press, August 2014.
- [2] Basil Mohammed Al-Hadithi, Agustín Jiménez Avello, and Fernando Matía. New methods for the estimation of Takagi-Sugeno model based extended Kalman filter and its applications to optimal control for nonlinear systems. *Optimal Control Applications and Methods*, 33(5):552–575, September 2012.
- [3] José Manuel Andújar and Antonio Javier Barragán. A methodology to design stable nonlinear fuzzy control systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 154(2):157–181, September 2005.
- [4] José Manuel Andújar and Antonio Javier Barragán. Hibridación de sistemas borrosos para el modelado y control. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial {RIAI}*, 11(2):127–141, April 2014.
- [5] José Manuel Andújar, Antonio Javier Barragán, Basil Mohammed Al-Hadithi, Fernando Matía, and Agustín Jiménez. Suboptimal recursive methodology for Takagi-Sugeno fuzzy models identification. In Fernando Matía,

- G. Nicolás Marichal, and Emilio Jiménez, editors, *Fuzzy Modeling and Control: Theory and Applications*, volume 9 of *Atlantis Computational Intelligence Systems*, pages 25–47. Atlantis Press, August 2014.
- [6] José Manuel Andújar, Antonio Javier Barragán, and Manuel Emilio Gegúndez. A general and formal methodology for designing stable nonlinear fuzzy control systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 17(5):1081–1091, October 2009.
- [7] Plamen Angelov and Richard Buswell. Identification of evolving fuzzy rule-based models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 10(5):667–677, October 2002.
- [8] Plamen P. Angelov and Dimitar P. Filev. An approach to online identification of Takagi-Sugeno fuzzy models. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B: Cybernetics*, 34(1):484–498, February 2004.
- [9] Robert Babuška. Fuzzy modeling - a control engineering perspective. In *Proceedings of FUZZ-IEEE/IFES'95*, volume 4, pages 1897–1902, Yokohama, Japan, March 1995.
- [10] Antonio Javier Barragán, Basil Mohammed Al-Hadithi, Agustín Jiménez, and José Manuel Andújar. A general methodology for online TS fuzzy modeling by the extended kalman filter. *Applied Soft Computing*, 18(0):277–289, May 2014.
- [11] Mouloud Azzedine Denaï, Frank Palis, and Abdelhafid H. Zeghib. Modeling and control of non-linear systems using soft computing techniques. *Applied Soft Computing*, 7(3):728–738, June 2007.
- [12] James A. Freeman and David M. Skapura. *Neural networks: algorithms, applications, and programming techniques*. Addison Wesley Longman Publishing Co., Inc., Redwood City, CA, USA, 1991.
- [13] Mohinder S. Grewal and Angus P. Andrews. *Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2nd edition, 2001.
- [14] Shin-Ichi Horikawa, Takeshi Furuhashi, and Yoshiki Uchikawa. On fuzzy modeling using fuzzy neural networks with the back-propagation algorithm. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 3(5):801–806, September 1992.
- [15] Jyh-Shing Roger Jang. ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 23(3):665–685, May 1993.
- [16] Tao Jiang and Yao Tang Li. Generalized defuzzification strategies and their parameter learning procedures. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4(1):64–71, August 1996.
- [17] Rudolf E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions on ASME—Journal of Basic Engineering*, 82(series D):35–45, 1960.
- [18] Vladik Kreinovich, Hung T. Hguyen, and Yeung Yam. Fuzzy systems are universal approximators for a smooth function and its derivatives. *International journal of Intelligent Systems*, 15(6):565–574, June 2000.
- [19] K. Levenberg. A method for the solution of certain problems in least squares. In *Quart. Appl. Math.*, volume 2, pages 164–168, 1944.
- [20] Wang Liang and Yen John. Extracting fuzzy rules for system modeling using a hybrid of genetic algorithms and Kalman filter. *Fuzzy Sets and Systems*, 101(3):353–362, February 1999.
- [21] Peter S. Maybeck. *Stochastic models, estimation, and control*, volume 141 of *Mathematics in Science and Engineering*. Academic Press, 11 Fifth Avenue, New York, 1979.
- [22] Arianna Mencattini, Marcello Salmeri, and Adelio Salsano. Sufficient conditions to impose derivative constraints on MISO Takagi-Sugeno fuzzy logic systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 13(4):454–467, August 2005.
- [23] Jorge J. Moré. The Levenberg-Marquardt algorithm: Implementation and theory. In G.A. Watson, editor, *Numerical Analysis*, pages 105–116. Springer Verlag, Berlin, 1977.
- [24] Pramath Ramaswamy, Martin Riese, Robert M. Edwards, and Kwang Youl Lee. Two approaches for automating the tuning process of fuzzy logic controllers. In *32nd IEEE Conference on Decision and Control. Part 2 (of 4)*, San Antonio, TX, USA, December 1993.
- [25] Dan Simon. Training fuzzy systems with the extended Kalman filter. *Fuzzy Sets and Systems*, 132(2):189–199, 2002.
- [26] L. X. Wang. *Adaptive fuzzy systems and control*. Prentice Hall, New Jersey, 1994.
- [27] Li-Xin Wang. Fuzzy systems are universal approximators. In *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pages 1163–1170, San Diego, CA, USA, 1992.

- [28] L.K. Wong, F.H.F. Leung, and P.K.S. Tam. Stability design of TS model based fuzzy systems. In *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, volume 1, pages 83–86, Barcelona, Spain, July 1997.
- [29] Hao Ying, Yongsheng Ding, Shaokuan Li, and Shihuang Shao. Typical takagi-sugeno and mamdani fuzzy systems as universal approximators: Necessary conditions and comparison. In *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, volume 1, pages 824–828, 1998.