

# Universidad de Huelva

Departamento de Didáctica de las Ciencias y Filosofía



**Relaciones entre actuaciones de alumnos y profesores de  
Matemáticas en ambientes de resolución de problemas, y  
creencias y concepciones respecto de dimensiones  
relacionadas con el esfuerzo desde la teoría de la inteligencia  
creadora**

**Memoria para optar al grado de doctor  
presentada por:**

**Joaquín Fernández Gago**

Fecha de lectura: 29 de noviembre de 2012

Bajo la dirección del doctor:

José Carrillo Yáñez

**Huelva, 2013**

**ISBN: 978-84-15633-72-3**

**D.L.: H 69-2013**

**UNIVERSIDAD DE HUELVA**

**Departamento de Didáctica de las Ciencias y Filosofía**

**Relaciones entre actuaciones de alumnos y profesores de Matemáticas  
en ambientes de resolución de problemas, y creencias y concepciones  
respecto de dimensiones relacionadas con el esfuerzo desde la teoría de  
la inteligencia creadora**

Tesis Doctoral

**JOAQUÍN FERNÁNDEZ GAGO**

Dirigida por el doctor:

José Carrillo Yáñez

Huelva, 2012

*A mi padre, quien sin saber leer ni escribir bien,  
resolvía problemas de pensar.  
A Susana, Mar y Quimi.*

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar mi agradecimiento es para algunas personas que han querido compartir sus experiencias en la enseñanza, como son los alumnos  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , la sustituta de  $I_1$  y la profesora AD. Gracias amigos. De alguna forma me sentiré conectado a vosotros mucho tiempo.

Si lo que me aportaron alumnos y profesores se basaba en compartir, lo que me ha aportado el Director va mucho más allá, ya que ha regalado sabiduría, experiencias, mucho, mucho trabajo, rigurosidad, confianza y atrevimiento. Si es verdad, como dicen algunos que han conocido este trabajo que esta es una tesis difícil, el que yo haya podido realizarla se debe, sin duda, a la generosidad de Pepe.

Otros han aportado ideas, algunas que han fructificado al cabo del tiempo, como la de los compañeros del grupo SIDM, especialmente Pablo Flores con quien tuve la suerte de hacer una estancia en la Universidad de Granada conociendo un proyecto que se encontraba en sus primeras fases, y por tanto resultando más difícil asesorar. Otros investigadores que me brindaron sus conocimientos fueron el profesor de la UMA Jose L. Zaccagnini, Luis M. Arroyo y Antonio J. Moreno. También quiero mencionar a la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía, que con la concesión de la licencia por estudios de 6 meses me permitió terminar esta tesis.

El tapiz de los agradecimientos tengo que confeccionarlo con gente al margen del campo de las Matemáticas, como algunos amigos que me han ayudado con ánimos como Eugenia, Santi y Carmen, con su tiempo, dándome algunas clases por ejemplo, o corrigiendo la redacción de algún capítulo como Emilio Lobato, o simplemente estando ahí como Amable, Juan Pedro, Encarna, Jose Alejo, Francis y Ana. Ellos han hecho que me sienta mejor tanto con mi tesis como conmigo mismo.

Mi gratitud tiende a más infinito si hablo de mi familia. Son unos fans seguros, unos incondicionales del apoyo. No son solo detalles continuos (yo diría que por la forma suave de aportarlos incluso derivables), sino que sus regalos en forma de tiempo, comidas y comprensión son remiendos indispensables de la carreta en que me he convertido. Susana me liberó muchas veces de tareas domésticas, o corrigió capítulos que seguro no le interesaban mucho, o Quimi y Mar que se quedaron sin acompañante en tareas que hacemos en común, o mi hermana y mis padres que acompañaron a Mar y Quimi para que yo leyera a Marina o algún artículo de Didáctica de las Matemáticas, o mi hermano que siempre mostraba curiosidad por lo que yo hacía. Seguro que se me olvidan personas o situaciones, pero mi memoria hoy no es creadora, sino un pájaro de barro que quiere volar.

El universo va a su aire, aunque a veces conspira para que nuestros proyectos salgan adelante. Necesitamos energías que vosotros habéis vertido con vuestra luz, para que triunfemos, porque este es también vuestro éxito, el que yo siga siendo creyente en vuelo libre sin motor.

## LISTADO DE SIGLAS

**A** .....Aprendizaje de las Matemáticas. Aparece cuando nombramos creencias respecto a ella.

**DDEE** .dimensiones estudiadas en esta tesis

**DM** ....Didáctica de las Matemáticas

**EM** ....Enseñanza de las Matemáticas. Aparece cuando nombramos creencias respecto a ella.

**M** .....Matemáticas. Aparece cuando nombramos creencias respecto a ella.

**P** .....Problemas. Aparece cuando nombramos creencias respecto a ellos

**RP** .....Resolución de Problemas

**TIC** ....Teoría de la inteligencia creadora de José Antonio Marina

## INDICE

Agradecimientos.....	i
Listado de siglas.....	ii
Índice de la tesis.....	iii
<b><u>CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN</u></b> .....	1
<b>I.1 MOTIVACIÓN Y JUSTIFICACIÓN</b> .....	3
<b>I.2 PERTINENCIA DE LA INVESTIGACIÓN</b> .....	6
<b>I.3 CONCRECIÓN DEL PROBLEMA</b> .....	12
<b><u>CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO</u></b> .....	15
<b>II.1 CREENCIAS, CONCEPCIONES Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DESDE DM</b> .....	17
<b>II.2 TEORÍA DE LA INTELIGENCIA CREADORA: DE LA COGNICIÓN A LA ÉTICA</b> .....	22
<b>II.2.1 TEORÍA DE LA INTELIGENCIA CREADORA</b> .....	22

<b>II.2.2 LAS FACULTADES INTELIGENTES Y LOS PROYECTOS.</b>	26
<b>II.2.3 LA VOLUNTAD. CREENCIAS Y FRACASOS DE LA INTELIGENCIA .....</b>	33
<b>II.3 MARCO CONCEPTUAL INTEGRADO .....</b>	40
<b>II.4 PREGUNTAS Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN .....</b>	50
<b><u>CAPÍTULO III. DISEÑO DE INVESTIGACIÓN .....</u></b>	51
<b>III.1 PLANTEAMIENTO DEL DISEÑO .....</b>	53
<b>III.1.1 PARTICIPANTES.....</b>	56
<b>III.2 ESTUDIO ETNOGRÁFICO CON ALUMNOS .....</b>	57
<b>III.2.1 JUSTIFICACIÓN TEÓRICA DEL ESTUDIO CON ALUMNOS.....</b>	57
III.2.1.1 CARACTERIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN ....	59
III.2.1.2 ELEMENTOS TEÓRICOS PRESENTES EN LA INVESTIGACIÓN .....	60
<b>III.2.2 ETAPAS DE LA INVESTIGACIÓN CON ALUMNOS .....</b>	61
<b>III.2.3 REGULACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN CON ALUMNOS.....</b>	62
<b>III.2.4 INSTRUMENTOS DE RECOGIDA Y ANÁLISIS DE INFORMACIÓN DEL ESTUDIO CON ALUMNOS .....</b>	65
III.2.4.1 LOS CUESTIONARIOS .....	65
III.2.4.2 INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS .....	76
III.2.4.3 LAS ENTREVISTAS SOBRE LOS CUESTIONARIOS	84
III.2.4.4 LOS PROBLEMAS .....	89

<b>III.3 EL ESTUDIO DE CASOS DE LA PROFESORA AD .....</b>	<b>94</b>
<b>III.3.1 JUSTIFICACIÓN TEÓRICA DEL ESTUDIO SOBRE LA PROFESORA .....</b>	<b>94</b>
<b>III.3.2 ETAPAS DE LA INVESTIGACIÓN SOBRE LA PROFESORA.....</b>	<b>95</b>
<b>III.3.3 REGULACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN SOBRE LA PROFESORA .....</b>	<b>97</b>
<b>III.3.4 INSTRUMENTOS DE RECOGIDA Y ANÁLISIS DE INFORMACIÓN DE LA PROFESORA AD .....</b>	<b>99</b>
III.3.4.1 EL CUESTIONARIO .....	100
III.3.4.2 INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS .....	110
III.3.4.3 LAS ENTREVISTAS SOBRE LOS CUESTIONARIOS.	114
III.3.4.4 GRABACIONES EN AUDIO DE 3 CLASES CON ENTREVISTAS .....	119
III.3.4.5 ENTREVISTA FINAL .....	127

## **CAPÍTULO IV. ANÁLISIS Y RESULTADOS .....** 129

<b>IV.1 ANÁLISIS Y RESULTADOS DEL ESTUDIO CON ALUMNOS.....</b>	<b>132</b>
<b>IV.1.1 INTRODUCCIÓN DEL ANÁLISIS DE LOS ALUMNOS...</b>	<b>132</b>
<b>IV.1.2 ANÁLISIS Y RESULTADOS DE LA ALUMNA I<sub>1</sub> TRAS EL CUESTIONARIO Y ENTREVISTA CORRESPONDIENTE .....</b>	<b>136</b>
<b>IV.1.3 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LOS PROBLEMAS DE LA ALUMNA I<sub>1</sub> .....</b>	<b>140</b>
<b>IV.1.4 RESUMEN DE LOS RESULTADOS DE I<sub>1</sub>.....</b>	<b>150</b>
<b>IV.1.5 ANÁLISIS Y RESULTADOS DEL ALUMNO I<sub>2</sub> TRAS EL CUESTIONARIO Y ENTREVISTA CORRESPONDIENTE .....</b>	<b>152</b>
<b>IV.1.6 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LOS PROBLEMAS DEL ALUMNO I<sub>2</sub> .....</b>	<b>158</b>
<b>IV.1.7 RESUMEN DE LOS RESULTADOS DE I<sub>2</sub> .....</b>	<b>170</b>

IV.1.8 ANÁLISIS Y RESULTADOS DE LA ALUMNA I <sub>3</sub> TRAS EL CUESTIONARIO Y ENTREVISTA CORRESPONDIENTE .....	171
IV.1.9 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LOS PROBLEMAS DE LA ALUMNA I <sub>3</sub> .....	176
IV.1.10 RESUMEN DE LOS RESULTADOS DE I <sub>3</sub> .....	186
<b>IV.2 ANÁLISIS Y RESULTADOS DEL ESTUDIO CON LA PROFESORA AD .....</b>	<b>187</b>
IV.2.1 INTRODUCCIÓN DEL ANÁLISIS CON LA PROFESORA AD.....	187
IV.2.2 ANÁLISIS Y RESULTADOS DE LA PROFESORA AD TRAS EL CUESTIONARIO Y ENTREVISTA CORRESPONDIENTE .....	187
IV.2.3 ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE LAS CLASES DE AD.....	195
IV.2.3.1 LA CLASE AD 2 .....	195
IV.2.3.2 LA CLASE AD 3 .....	210
IV.2.3.3 LA CLASE AD 4 .....	225
IV.2.4 RESUMEN DE LOS RESULTADOS SOBRE AD .....	237
<b><u>CAPÍTULO V. CONCLUSIONES E IMPLICACIONES</u></b>	
.....	241
<b><u>REFERENCIAS</u></b> .....	251
<b><u>Anexos</u></b> .....	259
<b>Anexos de los alumnos</b> .....	261
Entrevistas sobre los cuestionarios .....	261



<b>Entrevistas sobre los problemas .....</b>	<b>262</b>
<b>Tablas sobre el cuestionario a los 6 alumnos elegidos en la primera muestra.....</b>	<b>263</b>
<b>Anexos de la profesora AD .....</b>	<b>269</b>
<b>Tabla sobre el cuestionario de AD .....</b>	<b>269</b>
<b>Entrevistas sobre el cuestionario .....</b>	<b>271</b>
<b>Grabaciones en audio de las clases de AD .....</b>	<b>271</b>
<b>Tareas que trabajaron los alumnos en AD 2 .....</b>	<b>272</b>
<b>Tareas que trabajaron los alumnos en AD 3 y AD 4 .....</b>	<b>274</b>
<b>Entrevista posterior a la clase AD 2 .....</b>	<b>278</b>
<b>Entrevista posterior a las clases AD 3 y AD 4 .....</b>	<b>279</b>
<b>Entrevista final .....</b>	<b>281</b>

## **Índice de gráficos**

<i>Gráfico 2.1 Los factores cognitivos y metacognitivos según Schoenfeld.....</i>	<i>18</i>
<i>Gráfico 2.2 Algunas creencias y sus consecuencias según Schoenfeld.....</i>	<i>19</i>
<i>Gráfico 2.3 El sujeto dirige su conducta mediante proyectos .....</i>	<i>27</i>
<i>Gráfico 2.4 Las facultades inteligentes en acción .....</i>	<i>29</i>
<i>Gráfico 2.5 Los proyectos transfiguran las operaciones mentales .....</i>	<i>30</i>
<i>Gráfico 2.6 La inteligencia creadora necesita proyectos .....</i>	<i>31</i>
<i>Gráfico 2.7 TIC y DM se complementan .....</i>	<i>39</i>
<i>Gráfico 2.8 Distintas investigaciones desde distintas inteligencias .....</i>	<i>48</i>

<i>Gráfico 3.1 Las fases de la investigación</i> .....	57
<i>Gráfico 3.2 El modelo de Schoenfeld</i> .....	120
<i>Gráfico 3.3 Los problemas definen los subepisodios</i> .....	123
<i>Gráfico 4.1 Primera conjetura de las regiones de <math>I_2</math></i> .....	166
<i>Gráfico 4.2 Segunda conjetura de las regiones de <math>I_2</math></i> .....	166
<i>Gráfico 4.3 Episodios y subepisodios de AD 2</i> .....	198
<i>Gráfico 4.4 Congruencia entre concepciones de la profesora del subepisodio [1.2.9.4]</i> .....	208
<i>Gráfico 4.5 Episodios y subepisodios de AD 3</i> .....	212
<i>Gráfico 4.6 Episodios y subepisodios de AD 4</i> .....	227
<i>Gráfico 4.7 Congruencia de tendencias del subepisodios [1.2.2.7]...</i>	236
<i>Gráfico 4.8 Gráfico de congruencias apreciado</i> .....	240
<i>Gráfico 5.1 Analizar protocolos desde las observaciones de los días de dudas</i> .....	245

## **Índice de Tablas**

<i>Tabla 3.1 Relación entre categorías y perfiles</i> .....	82
<i>Tabla 4.1 Cuestionario de la alumna <math>I_1</math></i> .....	133
<i>Tabla 4.2 Anexo del cuestionario a <math>I_1</math></i> .....	134
<i>Tabla 4.3 Cuestionario del alumno 26</i> .....	134
<i>Tabla 4.4 Cuestionario del alumno <math>I_2</math></i> .....	152
<i>Tabla 4.5 Anexo del cuestionario de <math>I_2</math></i> .....	153
<i>Tabla 4.6 Cuestionario de la alumna <math>I_3</math></i> .....	171

<i>Tabla 4.7 Anexo del cuestionario de I<sub>3</sub> .....</i>	172
<i>Tabla 4.8 Cuestionario de la profesora AD .....</i>	188
<i>Tabla 5.1 Comunicaciones con los alumnos de una profesora .....</i>	246

# INTRODUCCIÓN



## I.1 MOTIVACIÓN Y JUSTIFICACIÓN

Ser profesor necesariamente conlleva reflexionar sobre lo que ocurre en el aula y en el centro. Como profesor de Enseñanza Secundaria en activo, la cuestión de cómo los alumnos resuelven problemas matemáticos ha estado presente durante algunos años en mi carrera. En este sentido, se manifiestan Latorre, del Rincón y Arnal (2005) parafraseando a Elliot (1983), el problema de investigación puede considerarse, entre otras, como una situación educativa que el profesor o maestro considera susceptible de cambio o mejora. En este fin se enmarca nuestro problema de investigación.

En el proceso de indagación y reflexión, hemos acudido a varias perspectivas teóricas, y en esta búsqueda en varias teorías, no ha seguido un proceso lineal de acudir primero a una y luego a otra: ha habido retrocesos e interacciones. De la que partimos se enmarca en los estudios sobre Resolución de Problemas Matemáticos (a partir de ahora RP). En 1945 el matemático Polya (1992) escribe “How to solve it?”, obra que junto a otras del mismo autor marcan un antes y un después en la RP. Desde esta perspectiva, novedosa en su época, en el proceso de RP no tiene un papel tan importante el subconsciente, sino que se trata de hacer más consciente los procesos que nos pueden llevar a la solución mediante indicaciones (heurísticos) que formarán parte de un modelo de resolutor ideal. La idea de que el profesor puede instruir al alumno en este modelo contribuye a que más tarde se rescate su obra como aplicación a la enseñanza, ayudado por los avances en Psicología de la Educación, sustentada en el Aprendizaje Significativo y el constructivismo. Prueba de ello son los currículos de la Reforma Educativa en España en los años 80 o el NCTM (1980).

Se han llevado a cabo investigaciones sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de este modelo, quedando ampliamente aceptada la dificultad que entraña y la complejidad de variables que intervienen en dicho proceso. Schoenfeld (1992) establece 5 factores o variables que intervienen en el proceso de resolución de problemas (conocimiento específico, heurísticos, control, creencias y afectos y prácticas), siendo uno de ellos las creencias, que para empezar diremos que son juicios fuertemente arraigados en nuestro acervo personal, tanto es así que podemos llegar a confundirlos como algo propio, intrínseco de nuestra personalidad. Existen investigaciones sobre Creencias con respecto a la Matemática, con respecto a la Enseñanza de las Matemáticas, con respecto a la Resolución de Problemas, y sus consecuencias en cuanto al estilo o eficacia ante la Resolución de Problemas. Con respecto a profesores lo tratan, por ejemplo, Carrillo (1998) y Contreras (1999), y con respecto a alumnos Schoenfeld (1985), Vila y Callejo (2004) y Gómez-Chacón (2003). Otros autores como Bishop (1999) y Gómez-Chacón (1998) consideran que indagar la relación afectiva con la matemática y la motivación por su aprendizaje, demanda una amplia base de comprensión del contexto sociocultural, dentro y fuera del ámbito escolar, que influye en el profesorado y en los estudiantes. En el capítulo 3 de Vila y Callejo (2004), al estudiar las creencias de los alumnos y posibles consecuencias de éstas en el esquema de actuación al resolver problemas, destaca que en la formación de estas citadas creencias intervienen agentes

que actúan desde fuera como desde dentro del entorno escolar, además de aspectos afectivos. En dicha tesis incide sobre aspectos socioculturales muy relacionados con la matemática. Por ejemplo, imaginemos que un profesor de Matemáticas considera un objetivo importante la resolución de problemas con sus alumnos, considerándola tanto metodología como contenido. Supongamos además que propone un modelo con fases para enfrentarse a los problemas en los que se le recomiendan frases que el alumno se diga a sí mismo para mejorar, tanto en un problema, como en el procesos de mejora como resolutor a largo plazo. Hay alumnos que con RP crecen, se esfuerzan más y más a gusto, sintiéndose crecer, pero otros puede que ni siquiera empiecen a esforzarse por mejorar en ese proceso a largo plazo, o la forma de esforzarse tradicional (asimilación y reproducción de algoritmos) la intensifica, llegando al fracaso. Lo anterior puede tener que ver con la formación de creencias sobre aspectos relacionados con el esfuerzo, o en la creencia de la posibilidad de cambio entre otros, que están incidiendo en la actuación del alumno.

A raíz de los años 80, con el proceso de Reforma de las Enseñanza y la promulgación de la LOGSE, la sociedad en general ante el cambio empieza a cuestionarse cómo debe ser el Sistema que regule las relaciones profesor-alumno, cómo debe funcionar la evaluación, qué papel debe tener el profesor, director y padres, qué sentido tienen para el futuro del alumno las dificultades planteadas, qué grado de permisividad es aconsejable mantener en un centro, cómo, cuándo y el porqué de la innovación en el aula, qué estrategias seguir ante las dificultades, cómo y para qué del nivel académico de las asignaturas, entre otras. Prueba de ello es la cantidad de esfuerzos por parte de organizaciones como asociaciones de profesores, de padres, e investigaciones en Universidades. Estas cuestiones han cobrado más fuerza aún desde entonces por los medios de comunicación. Más tarde, cuando empieza a cuestionarse la LOGSE, aparece el tema del esfuerzo en los alumnos como algo clave, de tal forma que en ciertos medios, se establece una simplificación en la que partidarios de la LOGSE se les sitúa alineados con que no necesariamente hace falta esfuerzo para el aprendizaje, y los contrarios a la LOGSE en que sí hace falta esfuerzo para el aprendizaje. Ya ha aparecido la idea de esfuerzo en esta tesis. Esta dicotomía creemos se rompe con la introducción inicial de la LOE, cuando habla de la pedagogía del esfuerzo. El esfuerzo es el que da nombre al título de esta tesis, no porque sea el concepto clave en nuestra tesis, sino por ser primitivo, en el sentido de que al resolver problemas es lo primero que necesitamos, y con él una serie de dimensiones relacionadas con él. Este esfuerzo requiere cierta continuidad, y por tanto aparece la idea de voluntad. Relacionado con el *esfuerzo*<sup>1</sup> están las ideas de *ayuda al alumno*, *de la dificultad*, *del reto*, *de la duda*, *del sufrimiento*, *del lenguaje*, *del sentido ético de nuestras acciones* que pueden aparecer en el aula, en la sala de profesores, en reuniones con padres, en claustros, en sesiones de evaluación (en estas sobre todo), en definitiva en un centro educativo. Nuestra experiencia como profesor de Matemáticas nos dice que si pretendemos que la RP sea tanto metodología como contenido, los aspectos anteriores están influyendo en los

---

<sup>1</sup> Hemos usado cursiva para los constructos que sean genuinos de esta tesis, o aquellos que son trascendentes para la misma.

alumnos que sufren *bloqueos*, en el sentido de que su esquema de actuación es muy pobre, y en algo que no está estudiado desde la Didáctica de la Matemática como es el *bloqueo de aprender a largo plazo un modelo de actuación en RP*. Algunos de estos bloqueos se pueden explicar desde el campo teórico de la RP, esto es, en función de una debilidad de conocimiento específico, heurísticos, gestor interno, creencias<sup>2</sup> y prácticas (los cinco factores de Schoenfeld antes mencionados). No obstante, nuestra *hipótesis* es que el *contexto*, de las clases de Matemáticas o del resto, está también presente o regulando estos bloqueos en algunos alumnos, en forma de *creencias*. Como nuestra experiencia no es un paradigma interpretativo o explicativo, esta investigación se decide a buscarlo o complementarlo con los que ya existe.

Hemos hablado de creencias y hemos considerado como problema de investigación una cuestión que no figura en los estándares de Didáctica de la Matemática, y concretamente de Resolución de Problemas, como tal. Las vivencias en un centro educativo, nos hacen ver que la actuación de profesores en determinadas situaciones está influida por sus nociones de ayuda, esfuerzo, sentido ético, entre otras. En los siguientes párrafos justificamos por qué creemos pertinente considerar los aspectos anteriores como dimensiones que investigar.

Marina (2004a) explica que los estilos sentimentales dependen de cuatro ingredientes: la motivación, la situación real, del sistema de creencias y de la idea que tengo de mi mismo y de mi capacidad para enfrentarme a problemas. Habla de creencias como hábitos de la memoria. Deja claro que están influyendo en nuestros comportamientos y que como son aprendidos son reeducables.

Más adelante Marina (2009) habla de cómo se forjan los estilos afectivos, incluye como creencia lo que pensamos sobre el funcionamiento del mundo y sobre lo que podemos esperar de él. Esta creencia está actuando continuamente en nuestros alumnos, ya que ellos esperan una determinada ayuda de los profesores, una actuación que les haga “el bien”, y esto a la vez influye en los profesores, a la hora de ayudar o poner tareas que requieran más o menos esfuerzo, que impliquen más o menos frustración. Las creencias respecto a uno mismo también están operando, ya que frente al reto o la dificultad nos puede hacer afrontar un problema con una actitud u otra. Con lo anterior parece lícito calificarlas como creencias.

También desde la Didáctica de la Matemática. Moreno (2004) ha tratado el tema de cómo se generan creencias. En la citada obra, figura que desde la Política, Cultura, Tecnología y desde la acción de los profesionales se aporta ideología al Currículum de Matemáticas. El proceso por el que generan ideología, lo llama modelo de infusión ideológica por medio de la educación matemática, y la define Moreno (2004, p.135)

*“un proceso social que basándose en un marco conceptual cuyos valores y presupuestos ideológicos son desconocidos o desarrollados de manera poco crítica, tiene como objetivo comprometer al individuo en la interpretación de las*

---

<sup>2</sup> Aquí incluiríamos los afectos, que dependen de las creencias



*experiencias individuales y las situaciones sociales dentro de esos presupuestos ideológicos”.*

Con su lenguaje nos está diciendo que hay creencias que están actuando en la interpretación de experiencias en la educación matemática. Como nos dijo en una conversación privada,

*“Yo planteo qué parámetros influyen ideológicamente mediante creencias, y me he centrado en qué elementos generan estas creencias.”*

Para el autor existen tres niveles de exploración del modelo de infusión ideológica: Nivel de infusión curricular, Nivel de infusión de la materia y Nivel de infusión escolar. Estos niveles son permeables y se generan tensiones entre dichos niveles, que llama líneas de tensión curricular. Un ejemplo de tensión curricular podría ser el que el currículum establezca la RP como contenido (Nivel de infusión de la materia), y que ante los bloqueos que pretendemos estudiar en los alumnos, los profesores decidan no implementarlo (Nivel de infusión Escolar). En nuestra investigación con alumnos sobre Creencias, estas se manifestarán por bloqueos, que desde la perspectiva de Moreno, A. Javier son manifestaciones de tensión curricular que provienen tanto de la política como de la cultura. Tenemos que dejar claro que somos conscientes que la relación anterior entre bloqueos y creencias es bidireccional. Schoenfeld (1992) cuando habla de las Prácticas, nos hace ver cómo las prácticas que proponen los profesores influyen en la génesis de creencias en los alumnos. Esta relación no es objeto de nuestra investigación. Nos queda ver el por qué desde la Teoría de la Inteligencia Creadora (TIC a partir de ahora).

## **I.2 PERTINENCIA DE LA INVESTIGACIÓN**

Esta investigación se enmarca dentro del campo de las Creencias y RP y su posible influencia en la actuación de los alumnos en una clase de RP, como en sus hábitos en clase de Matemáticas cuando se ha considerado RP no sólo como contenido sino también como metodología. Como dice McLeod (1993, p.762),

*“ antes que los estudiantes se conviertan en eficientes resolutores de problemas, han de cambiar sus creencias”.*

También Pehkonen y Törner (1996, p.102) hablan en este sentido:

*“las creencias pueden tener un poderoso impacto en la forma en que los alumnos aprenden y utilizan las matemáticas y, por tanto, pueden ser un obstáculo al aprendizaje de las matemáticas”.*

Su influencia puede verse de distintos modos: como sistema regulador, como indicador, como fuerza inerte y como una consecuencia de los aspectos anteriores que llamaremos “carácter pronóstico” (Vila y Callejo 2004). Nos interesa la influencia de las creencias de los alumnos y profesores en cuanto a sistema regulador, es decir, como un marco que hace pensar y actuar de una determinada manera.

Aunque nuestro interés es la influencia de las creencias en las clases de matemáticas, las que pretendemos investigar, pueden ser transversales a varias asignaturas. Podíamos hacer una investigación de estos aspectos (que recordamos que el primario era el *esfuerzo*, y asociados con éste las ideas de *ayuda al alumno, de la dificultad, del reto, de la inseguridad, de la duda, de la voluntad, del sentido ético de nuestras acciones*), sin más, pero consideramos que deben enmarcarse en una Teoría más amplia, que incluya el sentido de la asignatura, sentido de actitudes y valores y evaluación.

En el Real Decreto 1631/2006, publicado en BOE 05 de Enero de 2007 (p.677), establece como objetivos de la Enseñanza Secundaria, entre otros:

*b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo, como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.*

Partiendo de estos postulados, se debe buscar una perspectiva teórica que se acerque más a lo que debieran ser los objetivos, contenidos, metodología y evaluación de la asignatura de Matemáticas. A esto nos ayudará la Teoría de la Inteligencia Creadora de José A. Marina (Marina 2004b).

En los siguientes párrafos exponemos cómo esta Teoría está presente en el contexto educativo. Más adelante la desarrollaremos en el marco teórico. En una conferencia en el CEP de Málaga en Octubre de 2002, se preguntaba en voz alta:

*“¿Qué hacemos, alumnos felices o infelices? Parece que felices es mejor. ¿Alumnos inteligentes o no inteligentes? Parece que mejor inteligentes”.*

En el Capítulo II introducimos un marco teórico que incluye la inteligencia y la felicidad, capturada por su Ética. En este marco concebiremos la libertad como fundadora de la inteligencia, y no al revés. La razón por la que tienen que ver la ética y la felicidad con la inteligencia, es que uno de los fracasos de la inteligencia es que el marco de la felicidad ha sido solapado por otro marco, y que una creación de la inteligencia humana es la moral.

El contexto de la pregunta anterior se sustenta fuertemente en la definición de inteligencia. Marina (2004b, p.16) para empezar a centrar su idea de inteligencia en contraposición a la clásica, caracterizada por aquello que miden los tests de inteligencia, expone:

*“Si restringimos la inteligencia a una serie de operaciones de cómputo de información, separadas de la conducta del sujeto, cometemos una reducción injustificable. Inteligencia es la capacidad de resolver ecuaciones diferenciales, desde luego, pero ante todo es la aptitud para organizar los comportamientos, descubrir valores, inventar proyectos, mantenerlos, ser capaz de liberarse del determinismo de la situación, solucionar problemas, plantearlos.”*

Así para Marina (2004b) su definición de inteligencia debe incluir la *conducta*, hecho que será clave en su Teoría, y que usaremos en nuestro estudio cuando observemos conductas de alumnos, no sólo ante un problema concreto, sino su actuación ante clases de RP.

Diferenciándola de la inteligencia animal, expone que la nuestra conoce la realidad e inventa posibilidades, y que para hacer ambas cosas debe gestar y gestionar irrealidades. Así, la tesis fundamental de Marina (2004b), es que estas funciones derivan de otra más potente: el hombre puede suscitar, controlar y dirigir sus actividades mentales, lo cual confiere al hombre como un ser con posibilidades de ser libre. Pues bien, esta es su definición de inteligencia:

*“inteligencia humana es la inteligencia animal transfigurada por la libertad”<sup>3</sup>*

Como vemos, su definición va más allá de la inteligencia emocional de Goleman (1996), que se centra en la comprensión de las propias emociones para dar una respuesta adecuada a cada situación.

Distingue además dos niveles dentro de la inteligencia. Marina (2004b), escribe que hay una inteligencia que es la encargada de recibir información, elaborarla y producir respuestas con mayor o menor eficacia, que llama *inteligencia computacional*, y otra que es la encargada de crear novedades<sup>4</sup>.

Su noción de inteligencia incluye la moral, cuando afirma que la moral es la gran creación de la inteligencia humana, que estaría muy relacionada con la noción de felicidad. ¿A qué viene esto de la felicidad? Su búsqueda de una ética constituyente le

---

<sup>3</sup> Más adelante, Marina (2005a, p.16), obra divulgativa sobre la inteligencia, expone de otra forma lo anterior: inteligencia es la capacidad de un sujeto para dirigir su comportamiento, utilizando la información captada, aprendida, elaborada y producida por él mismo.

<sup>4</sup> Marina (2005a, p.20), las define así: *Inteligencia estructural o Inteligencia computacional*: es la capacidad básica, la que para entendernos, miden los tests de inteligencia, y *Uso de la inteligencia o Inteligencia ejecutiva* que sería la inteligencia en acción, es decir, lo que un sujeto hace con sus capacidades. La misión de la Inteligencia ejecutiva sería iniciar, dirigir y controlar, hasta donde pueda, las maquinaciones de la inteligencia computacional.

lleva en la que no quedan enfrentadas la ética y la búsqueda de la felicidad. Para la explicación se vale de la Ética de Aristóteles, y la noción de éste de felicidad. Marina (2005b, p.162) expone los tres tipos de vidas que existían según Aristóteles: vida voluptuosa, vida política y vida teórica. Así los que eligen la primera órbita identifican la felicidad con el placer. Para quien elige, como dice Aristóteles, la vida voluptuosa, hablarle de otro tipo de satisfacción resultará quimérico. El segundo tipo de vida señalado por Aristóteles es la vida política, que tiene como felicidad los honores. Aristóteles la trata con más deferencia, porque el reconocimiento de los demás hombres, el merecer honor, tenía una relevancia moral que ha degradado su confusión con la fama. Mientras que la fama proviene de una evaluación equívoca o ridícula, en la esencia del honor está que proviene de una evaluación moral. Aún así, Aristóteles no la considera el máximo nivel de vida, que se encuentra en su facultad más alta: la razón. Y por tanto el bien del hombre es

*“la vida activa propia del ser que tiene razón, y que, por una parte, la obedece, y por otra la posee y la piensa”.*

Ahora, si traspasamos la idea anterior a la definición de inteligencia, Marina (2005b, p.162) dice:

*“Lo que dice, en realidad, es que la felicidad consiste en vivir inteligentemente. Y como, en mi opinión, la del hombre es una inteligencia creadora, se trata en último término de vivir creadoramente... Hasta ahora, ese modo lejano con el que pretendíamos seducirnos desde lejos está caracterizado por la invención de la dignidad, y por un modelo de inteligencia que despliega su libertad racionalmente... Pues bien, ahora tenemos que dar un último paso y reclamar que esa inteligencia, creadora de por sí, viva en actitud creadora... Para evitar confusiones terminológicas, llamaré a la actitud creadora de la inteligencia creadora actitud poética. No se trata, por supuesto, de escribir poesía, sino de designar esa reduplicativa creación utilizando el sentido etimológico de la palabra poiesis, producción, creación.*

*Quiero insistir en el concepto de actitud. Se trata de una disposición voluntaria de la inteligencia, que suscita, controla y dirige las operaciones mentales para conseguir un estilo determinado de ocurrencias. Se diferencia del carácter, que también es un estilo fijo de ocurrencias, porque es voluntaria. Se diferencia de los hábitos porque no está automatizada”*

Todo lo anterior parece alejarnos del ámbito educativo, o dicho de otra forma, cabría preguntarnos ¿Qué tiene que ver esto con que haya alumnos que se bloquean constantemente en las clases de RP o con que otros descubren un nuevo estilo de aprendizaje que les abre puertas? Lo que viene ahora es una hipótesis, ya que la concepción novedosa (entendemos) del problema va más allá de las fronteras de la Didáctica de la Matemática, y hemos encontrado investigación al respecto. Mi hipótesis es que influye de 4 formas:

1. En las Jornadas de Inteligencia Emocional en (Cep Málaga, 2002) hablaba Marina en formar personas más inteligentes y más felices. Con otras palabras se plasma en el Currículum del BOJA ya mencionado antes. En el Real Decreto 1631/2006, BOE 5 de enero de 2007, (p.679) se expone como objetivo :

*Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.*

los distintos niveles del Currículum tendrán que tener en cuenta una praxis cuyo sustento teórico- filosófico esté cercano a la racionalidad poética: que incluya problemas, actitudes creativas y críticas, que integre la gestión emocional... ¿Puede hacerse esto en Matemáticas sin RP? Difícilmente ya que su definición de inteligencia incluye la capacidad de dirigir su comportamiento utilizando información, que en sí ya es un reto, y que es muy distinto de recibir información, para después reproducirla.

Un ejemplo de esto puede verse en alumnos que se manejan bien a la hora de reproducir lo hecho por el profesor, sin que se tenga que haber llegado al aprendizaje significativo, ni comprendan porqué se tiene que reproducir así. Siempre hay un momento o situación en su vida académica o personal, en la que tendrá que afrontar situaciones para la que no se sepa muy bien qué algoritmo seguir. Que el aprendizaje equivalga a reproducción le ha mermado su inteligencia en el sentido de Marina.

2. La distinción de dos tipos de inteligencia entronca bastante con los factores cognitivos y metacognitivos que intervienen en la RP, así hay cierta relación entre el uso de la inteligencia y el gestor interno o monitor interior.

Muchos bloqueos que observo con mis alumnos en clase provienen de una mala gestión del proceso. De la misma manera ocurre en nuestros problemas cotidianos: hay una gestión nefasta que nos lleva al fracaso, y a veces a la infelicidad. Por ejemplo, no comprobando conjeturas que en la vida diaria damos por ciertas y que nos plantean un modelo del mundo más virtual que real.

3. Marina (2004b), en el capítulo dedicado al Tratado del Proyectar, expone que los sentimientos están influyendo en nuestras ocurrencias y acciones. En una de sus obras divulgativas Marina (2005a, p. 46), lo precisa más, afirmando

*“... el paso desde el deseo a la acción, a través de las evaluaciones sentimentales, está influido por sistemas de creencias, por modelos. “*

El planteamiento, pues, de Marina es paralelo al de la RP, ya que considera las creencias un factor importante en el esquema de actuación del sujeto. Esto nos lleva al paralelismo con otro factor cognitivo que interviene en RP.

El miedo al error, y las creencias relacionadas con él están presentes, muy presentes diría yo, tanto en el aula, cuando un alumno no se atreve a actuar por no estar seguro, como fuera de ella, en situaciones donde el miedo nos paraliza.

4. El estudio cuantitativo de Schoenfeld (1985), o el de Puig (1996), parecen confirmar que hay mejoras en los alumnos si se les instruye en heurísticos<sup>5</sup>. También establecen Vila y Callejo (2004) y Gómez-Chacón (2008) las distintas creencias que poseen los alumnos respecto a la Matemática, si se ha incluido en el currículum pretendido RP como metodología o contenido. Mi experiencia, además de coincidir con los resultados anteriores, es que para los alumnos instruidos en RP las clases de Matemáticas la refieren como “es otra matemática”, y que el proceso como ellos lo llaman de aprender a pensar lo pueden extrapolar fuera del orbe de las Matemáticas. Para crecer personalmente como indica el Decreto antes comentado, esta forma de dar clases puede ser un derecho, más cercano a la argumentación racional y al vuelo creador, y por tanto a la felicidad (entendida en el sentido de Marina).

Un ejemplo curioso nos lo aportó una alumna del CAP, que al llegar a hacer las prácticas a su Instituto, se encuentra a un profesor de Matemáticas que le “había hecho pensar”, y por tanto sufrir. El profesor intenta zafarse, pero se la encuentra de frente y la tiene que saludar. Ella, tras los besos, le dice que gracias a él le cambió todo, a lo que le contesta el profesor que no será todo, será sólo la forma de ver las Matemáticas. Ella apostilla con vehemencia:

- ¡No! me cambió todo. A partir de ese momento mi forma de estudiar cualquier asignatura cambió, es distinta hasta en algunos aspectos de mi vida.

El vuelo creador, la argumentación racional han servido para que una persona crezca, avance. El sistema educativo le proporcionó ese derecho, que ella supo aprovechar.

Resumiendo, consideramos pertinente nuestra investigación porque en primer lugar indagamos en las creencias sobre dimensiones presentes en el lenguaje y en la argumentación de profesores, alumnos y padres de lo que ocurre en el aula. En este sentido usamos un marco teórico más amplio y que puede ser útil hoy día en los centros andaluces, en los que a partir del curso 2010/2011 los inspectores prescribían a los centros una actuación global de los Departamentos didácticos. En segundo lugar porque al tener una perspectiva teórica más amplia, que va de lo cognitivo a la ética,

---

<sup>5</sup> Hay que decir que la forma de tratar los heurísticos es distinta en un autor y en otro, y por tanto su instrucción.

pasando por los afectos, permite explicar situaciones que no se han investigado desde DM, como por ejemplo la de los alumnos que aún sintiéndose mal en resolución de problemas deciden esforzarse por mejorar en rp, o la de aquellos cuyo esfuerzo en un problema no les produce los resultados deseados y deciden mantener el mismo tipo de esfuerzo, o la consideración o no en el contexto escolar de aprender a hacer las cosas por uno mismo.

### **I.3 CONCRECIÓN DEL PROBLEMA**

Vila y Callejo (2004) establecen que las creencias están presentes en los tres niveles del currículum: el pretendido o normativo, el impartido y el logrado. Entre los tipos de creencias del currículum impartido incluye valores, formas de proceder, criterios para la selección de actividades, de materiales, para la evaluación, entre otras.

Expone también que las creencias que aparecen en el currículum impartido, que las mantienen los profesores, influyen en las del currículum logrado, que las mantienen los alumnos. Además que la identificación de creencias del currículum logrado ofrece elementos para inferir las creencias del currículo impartido. Pues bien, las creencias respecto a TIC estarían incluidas en el currículum impartido, y sospechamos que actúan sobre los alumnos, aunque ellos no sean los principales actores en su mantenimiento.

Con respecto a forma de actuar en RP, tanto ante un problema, como ante un curso en el que la RP es o bien contenido o bien metodología, existen estudios que nos acercan a sus consecuencias, como los de Vila y Callejo (2004), Schoenfeld (1992) y Gómez-Chacón (2008) con respecto a los alumnos, y los de Carrillo (1998) referidos a los profesores, siendo estos últimos con respecto a la Enseñanza de las Matemáticas, la Matemática y la RP. Todos los referidos a alumnos los podríamos enmarcar en creencias que tienen su origen y formación en la experiencia matemática de ellos. Un ejemplo interesante de lo anterior son los estudios de Adda (1976), al referirse a los fenómenos parásitos que tienen lugar en la resolución de un problema, como por ejemplo asociar automáticamente un cierto tipo de cuestiones aparentemente análogas con un algoritmo, o proponer un problema como aplicación de contenidos matemáticos que acaban de impartirse.

Como hemos comentado, Schoenfeld establece 5 factores cognitivos o metacognitivos del resolutor de problemas: conocimiento base, estrategias de resolución, gestión y control, creencias y afectos y prácticas. Citando a Puig (1996, p.43),

*“cada elemento que introduce Schoenfeld puede verse como el resultado de un intento de explicar por qué los elementos anteriores son incapaces de dar cuenta de por qué los resolutores no tienen éxito al resolver problemas”.*

Así si un problema es susceptible de resolverse con la estrategia haz un gráfico, puede que no se conozca y no se tenga éxito, o que conociéndose se gestione mal porque no se

compruebe la solución, o que no se considere esta estrategia porque no se considere lícito usarlo. A veces, si se conoce, se ve una posible gestión y es lícito que se use, y sin embargo no sólo ese día, sino que de una forma continuada no se actúa, o el esquema de actuación es superficial y pobre. ¿Qué puede estar ocurriendo?

Si aceptamos que no basta para explicar lo que está ocurriendo en base a las creencias respecto a la RP, a la Matemática (M), a la Enseñanza de las Matemáticas (EM), a lo que es un problema (P), puede que existan otras causas por las que no se progrese. Nuestra hipótesis es que en un contexto de aula, y en determinados alumnos, las creencias con respecto a TIC actúan como sistema regulador, y explicándonos, al menos parcialmente, la falta de éxito. Además estas creencias están actuando en el aprendizaje a más largo plazo de un modelo de actuación en RP. Así que habría que establecer las creencias distintas a las anteriores, para nosotros respecto a TIC, su relación entre ellas, su relación con respecto a las anteriores (RP, P, M y EM), profundizando en el sistema en el que han fabricado (habrá unas primarias y derivadas, con una relación cuasilógica entre ellas), otras centrales y periféricas (las primeras con mayor fuerza que las segundas- Vila y Callejo, 2004).

Así, como hemos fijado en el Índice de la Tesis, el siguiente capítulo versará sobre el Marco Teórico. En él exponemos las Teorías desde las que afrontamos la investigación: la de la Resolución de Problemas y el de la Teoría de la Inteligencia Creadora, para continuar con una integración de las anteriores en lo que hemos llamado Marco Conceptual Integrado. En éste, presentamos los constructos teóricos elaborados desde las Teorías anteriores sobre los que girará nuestro estudio. Desde este Marco se pueden entender tanto las preguntas como los objetivos de investigación, con la que acaba el capítulo.

En el Capítulo III se trata el Diseño Metodológico, y como hay dos investigaciones, una de tipo etnográfica sobre alumnos y un estudio de casos con una profesora, el capítulo se divide en sendas secciones. El diseño con alumnos usa encuestas, observación de clases, análisis de protocolos de problemas y entrevistas. Se ha hecho una variante metodológica en la realización de problemas, motivada por nuestra sospecha de que ciertas creencias no se manifestaban en los protocolos. El diseño de la profesora se basa en el modelo de Schoenfeld, con variantes nuestras motivadas por la peculiar forma de acercarse a sus alumnos en el aula.

El Capítulo IV se expone el Análisis y los Resultados, y el Capítulo V se dedica a conclusiones. Se analizan unos indicadores agrupados en categorías que nos hacen ver tres perfiles en cuanto a alumnos. Sobre la profesora investigada descubrimos cómo la idea de felicidad y el sentido ético de sus acciones están presentes en su actuación en el aula.



# MARCO TEÓRICO



En el apartado “Contexto de la investigación” de la “Introducción de la tesis” expusimos nuestras intenciones: basarnos en dos teorías que intenten dar luz a lo que ocurre con alumnos y profesores en algunas dimensiones que intervienen en resolución de problemas. Concretamente, investigamos:

- sentido del reto,
- sentido de la dificultad,
- sentido de la duda
- sentido del esfuerzo,
- sentido de la ayuda,
- sentido del autolenguaje,
- sentido del sufrimiento,
- sentido ético de nuestras acciones,

que a partir de ahora las notaremos por DDEE.

Esas dos teorías quedarán reflejadas en sendos epígrafes, por ello, consideramos que este Capítulo II conviene dividirlos en tres secciones, correspondiendo las dos primeras a las teorías mencionadas: II.1 Creencias, Concepciones y Resolución de Problemas desde DM; II.2 Teoría de la Inteligencia Creadora: de la cognición a la ética; II.3 Marco Conceptual integrado y II.4 Preguntas y objetivos de investigación.

La primera sección titulada Creencias, Concepciones y Resolución de Problemas desde DM, versa sobre los constructos teóricos o paradigmas de las Teorías de DM en que nos sustentamos a la hora de abordar la investigación. En la segunda sección, al ser la inteligencia creadora un fuerte pilar en el que apoyarnos, y al estar sus dimensiones y consecuencias presentes en los aspectos que estudiamos, hacemos un recorrido de la TIC que ayude al lector a situarse en el tema, y a comprender los constructos teóricos que usaremos en la siguiente sección. En la tercera sección de este Capítulo, elaboramos un discurso con constructos propios, basados en DM y TIC, y que nos resulten operativos para nuestras intenciones.

## **II.1 CREENCIAS, CONCEPCIONES, RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.**

Hemos comentado que las investigaciones en que nos basamos sobre Creencias de alumnos y su influencia en RP, son de Schoenfeld (1985), Schoenfeld (1992), Gómez-Chacón (2008) y Vila y Callejo (2004) , y en cuanto a profesores son de Carrillo (1998), Contreras (1999), Flores (1998) y Ernest (1999).

Schoenfeld, aun reconociendo que en RP hay un antes y un después de Polya, se da cuenta de que el modelo de éste no es tan efectivo, en cuanto a su instrucción, con los

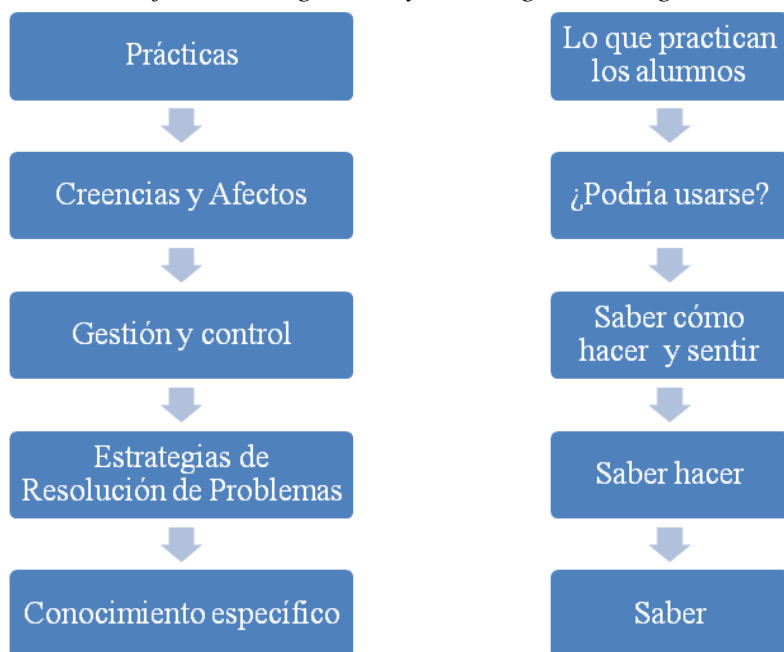
alumnos. En su investigación más que buscar cómo ser el resolutor ideal, intenta acercarse a la realidad de los resolutores. Schoenfeld (1992, p.358), las define como

*“la comprensión y los sentimientos de un individuo que modelan la forma en que conceptualiza y se implica en la actividad matemática”*

De esta definición de creencia se deduce que Schoenfeld incluye una componente emocional, una cognitiva y otra contextual.

Ya mencionamos en la INTRODUCCIÓN, citando a Puig (1996, p.43), algunas influencias de cada uno de los 5 factores que establece Schoenfeld en otro de los factores. Recogemos en el siguiente esquema, sin ser exhaustivos, las que están en la línea de este trabajo:

Gráfico 2.1. Los factores cognitivos y metacognitivos según Schoenfeld



En sus estudios sobre la gestión y el control, establece 4 tipos de resolutores, A, B, C y D, en cuanto a la gestión del proceso. En el tipo A, hay un mal control que contribuye al fallo, en el B el control evita el desastre pero no ayuda a la solución, en el C el control es una fuerza positiva hacia la solución, y en el D prácticamente no hay necesidad de gestionar el proceso pues el resolutor sabe qué estrategia y qué conocimiento específico usar en un momento dado para obtener la solución rápidamente. Para Schoenfeld el resolutor tipo D es el más inteligente de todos. Schoenfeld (1985, p.97) usa palabras de Ann Brown para hablar de la inteligencia: “Las destrezas de resolución de problemas ... atribuidas al ejecutivo en muchas teorías de inteligencia humanas: predecir, comprobar, monitorizar, comprobar la realidad, y la coordinación y control de los intentos deliberados de resolver problemas ... son las características básicas del pensamiento eficiente en una amplia gama de situaciones de aprendizaje... El uso de una parte

apropiada de conocimiento o rutina en el momento correcto y en el lugar correcto es la esencia de la inteligencia”. Supone tácitamente una posición sobre la inteligencia.

En la serie de estudios de Schoenfeld (1985), llega a establecer creencias de alumnos y consecuencias en el proceso de Resolución de Problemas. Un par de ejemplos se pueden ver en el siguiente cuadro.

I

Gráfico 2.2 Algunas creencias y consecuencias según Schoenfeld

CREENCIAS	CONSECUENCIAS
<ul style="list-style-type: none"><li>• Las Matemáticas formales tienen poco que hacer en los problemas de la realidad o a en resolución de problemas.</li><li>• Los problemas de Matemáticas se resuelven en menos de 10 minutos.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• En un problema que haya que descubrir las Matemáticas formales no serán invocadas.</li><li>• Si los estudiantes no pueden resolver un problema en menos de 10 minutos lo abandonan.</li></ul>

Antonio Vila también investigó sobre creencias de los alumnos y su influencia en Resolución de Problemas. Vila y Callejo (2004) mantiene que las creencias respecto a la Enseñanza de las Matemáticas, respecto a las Matemáticas y respecto a sí mismos y su relación con las Matemáticas, están influyendo en la actuación en resolución de problemas por parte de los alumnos.

Vila y Callejo (2004) hace una cartografía de las creencias. Las creencias, atendiendo a su origen, se pueden clasificar como *creencias descriptivas*, que son las que provienen de la observación directa y sobre todo de la experiencia, las *inferenciales* que son las que tienen su origen en relaciones previamente aprendidas o en el uso de sistemas formales de codificación, y las *informativas* que como su nombre indica, provienen de informaciones que proceden del exterior: otras personas, medios de comunicación social, etc. Las que nos interesan serán tanto las inferenciales como las informativas, ya que queremos aislarlas, al menos idealmente, de otras creencias que tengan que ver con la Matemática o Enseñanza de las Matemáticas. Sin embargo las creencias no aparecen aisladas, sino que forman sistemas de creencias creando una estructura al agruparlas. Constituyen una red organizada, siendo una imagen gráfica la que proponen Pehkonen y Torner (1996) de un plato de espaguetis. Más importante que lo que se cree, es decir del contenido en sí del Sistema de creencias, es la forma en que se cree. Green (1971) ha identificado tres formas de establecerse estas relaciones:

- Unas creencias son premisas de otras que son conclusiones, por lo que puede hablarse de creencias *primarias y derivadas*, con relación entre ellas cuasilógica.
- Unas creencias tienen más alto grado de conformidad que otras, que llamaremos *centrales*, mientras que las otras serán *periféricas*.

- Se suelen mantener “*enclaustradas*” sin someterse al contraste con el exterior. El contraste tiene más de confrontación defensiva.

Las creencias se agrupan en *clusters*, racimos más o menos aislados e interrelacionados los unos con los otros, lo que puede explicar que se tengan creencias opuestas, cada una protegida por su respectivo cluster. A juicio de algunos autores, como Vila y Callejo (2004, p.54), esto es vital, ya que el conocimiento de la forma de relacionarse y agruparse, y el tipo de relación que se establece es necesario para la modificación de ellas. Pehkonen en Carrillo (1998) establece que hay diferentes grados de consciencia de las creencias: inconscientes, semiconscientes y conscientes, desde un 0% a 100%.

Otros trabajos importantes para nosotros en lo referente a alumnos son los de Gómez-Chacón (2008), Gómez-Chacón (2003) y Gil, Blanco y Guerrero (2005), en los que desde una perspectiva distinta a la de esta tesis<sup>1</sup>, aparecen algunas de las DDEE. Los autores anteriores se enmarcan en la perspectiva del dominio afectivo, perspectiva que en palabras de Gómez-Chacón (2008, p.22) y refiriéndose a otros autores define “dimensión afectiva como un extenso rango de sentimientos y humores (estados de ánimo) que son generalmente considerados como algo diferente de la pura cognición”. Los descriptores básicos de esta perspectiva no son solo sentimientos y emociones, sino que son creencias, actitudes y emociones. El estudio de este dominio afectivo lo justifica Gómez-Chacón (2008) en que los afectos hacia la matemática pueden ser un sistema regulador que determinará cómo actúa el estudiante, un indicador de la situación de aprendizaje del alumno y como fuerzas de inercia, impulsoras hacia la actividad matemática o de resistencias al cambio. Los autores consideran que las creencias determinan a los otros dos descriptores a la hora de analizar una actuación, sin menoscabar el hecho de que las actitudes y emociones van conformando poco a poco creencias. Por esta razón creemos nosotros que es más operativo dar más trascendencia a las creencias. Un ejemplo de esto lo establece Gómez-Chacón (2008, p.103) al exponer el contexto personal de uno de los participantes Adrián, al enfrentarse al cálculo del volumen de un cilindro:

*“Quiero hacer notar algunas de las creencias limitativas que están configurando el contexto personal de Adrián: “las matemáticas es algo que nunca he entendido”, “la matemática es muy difícil y no me entra en la cabeza”, y las reacciones emocionales que expresa “agresividad”, “tristeza”, “eso lo odio”, etc.”*

Con respecto a concepciones de profesores nos basaremos en José Carrillo Yáñez, Luis Carlos Contreras, Pablo Flores y Paul Ernest. Ernest (1989) establece tres tipos de creencias que influyen en la actuación de un profesor en el aula: sobre el Aprendizaje de las Matemáticas, sobre la Enseñanza de las Matemáticas y sobre las Matemáticas. Cuando hay *inconsistencias* entre la forma de actuar el profesor y sus creencias, el autor lo achaca a la falta de conciencia de las propias creencias, junto a la influencia del

---

<sup>1</sup> Estos trabajos son importantes para nosotros, pero creemos que el lector debe poner otras lentes distintas a las del dominio afectivo, ya que nuestra investigación requiere verlo desde el punto de vista de la teoría de la inteligencia creadora.

contexto social. Este contexto social al que se refiere Ernest tiene conexiones con las creencias respecto a TIC que estudiamos. En el sentido de Ernest está el trabajo de Xenofontos (2009). Propone un modelo de seis dimensiones: Creencias respecto al Aprendizaje de las Matemáticas, Enseñanza de las Matemáticas, Matemáticas, Autoconfianza en la gestión de la clase, Autoconfianza en las destrezas Matemáticas y Contexto social. Sin embargo esta última dimensión, más cercana a nuestra perspectiva, no está desarrollada en su trabajo todavía.

Hemos hablado de creencias, y el título del trabajo las distingue de concepciones. Autores como Ponte (1994) hablan de concepción como

*“esquemas subyacentes de organización de conceptos, que tienen naturaleza cognitiva”.*

Flores (1998), en su tesis doctoral, las define como

*“organizadores de nuestro conocimiento, formando un substrato conceptual anterior a los conceptos. Funcionan como filtros, es decir, son simultáneamente condición y límite de nuestro conocimiento de la realidad”.*

Para nosotros ha influido bastante la noción de concepción de Carrillo junto con la de Abelson. En Carrillo (1998) establece como concepciones<sup>2</sup> al

*“conjunto de creencias y posicionamientos que el investigador interpreta posee el individuo, a partir del análisis de sus opiniones y respuestas a preguntas sobre su práctica”.*

Este conjunto de creencias forman un sistema más o menos estructurado, que algunos autores llaman Sistema de Creencias. Pues bien, distinguimos entre creencias para alumnos y concepciones para profesores, ya que el conjunto de creencias en los alumnos no es un sistema tan articulado y estructurado como el de los profesores. Para estudiar estas concepciones, además, tendremos presente la noción de Sistemas de creencias como sistemas sensatos, introducida por Leatham. Leatham (2006) propone que a la hora de ver las inconsistencias, es más interesante centrarse en el porqué esta se produce, qué ha hecho al profesor actuar así, cómo ha integrado y sintetizado sus creencias para actuar de una determinada manera, qué centrarse en la diferencia entre lo observado y manifestado.

---

<sup>2</sup> En esta obra el autor no distingue entre concepciones y creencias. Su visión de creencia y concepción coincide con la nuestra de concepción.

## II.2 TEORÍA DE LA INTELIGENCIA CREADORA: DE LA COGNICIÓN A LA ÉTICA

### II.2.1 TEORÍA DE LA INTELIGENCIA CREADORA

Ya hemos comentado que la Teoría de la Inteligencia Creadora de José Antonio Marina se fundamenta en su Definición de inteligencia. Como se expuso en la INTRODUCCIÓN DE LA TESIS, refiriéndonos a Marina (2005a):

*Inteligencia es la capacidad del sujeto para dirigir su comportamiento, utilizando la información captada, aprendida, elaborada y producida por él mismo.*<sup>3</sup>

Justificaremos esta definición con la siguiente dicotomía: ¿Es la libertad la que nos mueve a ser inteligentes, o es nuestra inteligencia la que nos dirige hacia la libertad? Para Marina, es la libertad la que funda a la inteligencia, justo al revés que en las definiciones tradicionales de inteligencia. Una primera consecuencia se extrae de este párrafo: la *conducta* no puede separarse de la inteligencia. Y esto nos hace ver las conductas de alumnos y profesores de forma distinta a como lo haríamos con otro marco teórico que no incluyera la conducta.

Otra consecuencia de su definición es que la inteligencia conoce la realidad e inventa posibilidades, y ambas cosas las hace gestando y gestionando la irrealidad. Además estas funciones derivan de otra más potente: el hombre puede suscitar, controlar y dirigir sus actividades mentales, es decir, *la inteligencia humana es inteligencia animal transfigurada por la libertad* (la Primera Tesis de su obra (2004b)). Este párrafo tiene consecuencias muy directas en el Sistema Educativo: *el cambio existe*. Nuestros alumnos, aunque algunos no lo crean, pueden evolucionar en su inteligencia. Esta dimensión aparecerá en nuestro estudio, tanto con alumnos como con profesores.

Marina (2004b, p.17) contrapone esta definición a otras. Si entendemos inteligencia como la capacidad de recibir información, elaborarla y producir respuestas eficaces, el autor expone objeciones, como que está sustentada en vaguedades y el hecho ya mencionado de que quedaría separada de la conducta

Al superar esta segunda objeción, podemos plantearnos cuestiones del tipo: ¿Es inteligente la conducta de dejar un problema nada más aparecer una dificultad? ¿Es inteligente la conducta de no proponerse como proyecto mejorar a la hora de resolver problemas? ¿Es inteligente creer que no podemos mejorar nuestra inteligencia? ¿Es inteligente conjeturar cuando resolvemos problemas?

Marina (2004b, p.17) plantea objeciones a la definición de Newell (1994). Newell (1994), uno de los padres de la Inteligencia Artificial, consideraba que la función de la inteligencia es relacionar dos sistemas independientes: el de los conocimientos y el de las metas, y esto le parece a Marina poco sensato y peligroso porque excluye de la inteligencia dos de sus funciones esenciales, crear información e inventar los fines, y

---

<sup>3</sup> Esta definición la precisa en su obra divulgativa Marina (2005, p. 16)



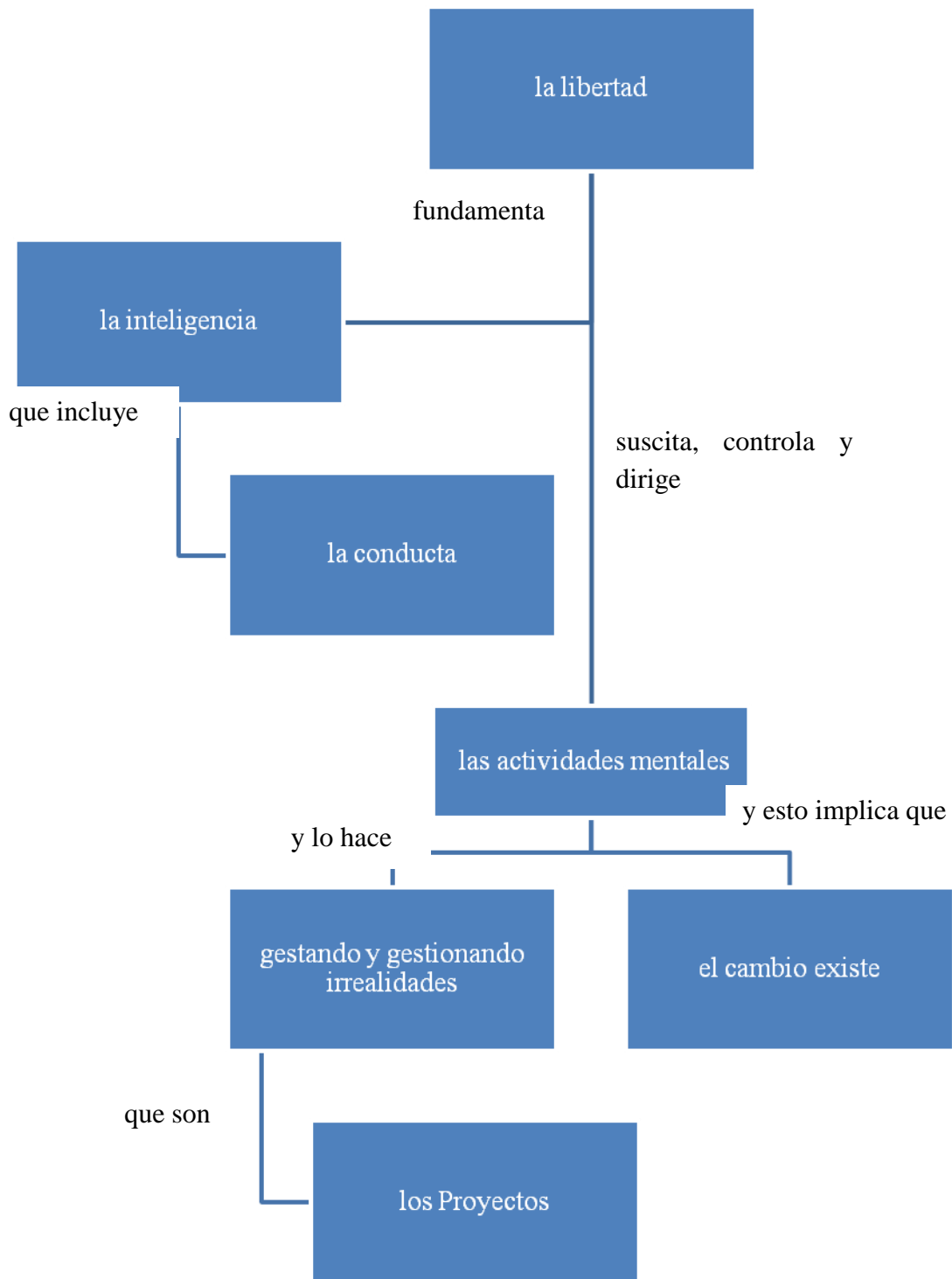
porque enclaustra la inteligencia en una actividad meramente instrumental. Como dijimos en la sección dedicada a Resolución de Problemas, Schoenfeld (1985) también se manifiesta en cuanto a la noción de inteligencia como Newell.

Ya comentamos en la Introducción que de su definición se deduce que la moral es la gran creación de la inteligencia humana. La razón para que esto sea así es que la inteligencia realiza una desconcertante función que es inventar posibilidades. Entre estas posibilidades está la del horror, lo cual nos lleva a necesitar la ética. Como consecuencia, su definición de inteligencia va más allá de la inteligencia emocional de Goleman. Hemos contemplado la posibilidad de hacer el estudio desde otras perspectivas de la inteligencia, como la inteligencia exitosa de Stenberg (2005) o las inteligencias múltiples de Gardner (1987), descartando ambas porque creemos que los conceptos claves en TIC, como proyectos, inteligencia, felicidad, voluntad, creatividad, comportamiento, moral, entre otros, están más presentes en los discursos que percibimos en un Centro Educativo por parte de padres, profesores y alumnos.

Recordemos que la inteligencia las dividía el autor en Inteligencia computacional o estructural, y uso de la inteligencia o Inteligencia ejecutiva. Para considerar la conducta desde esta cartografía se requiere el uso de las dos, pero es con la inteligencia ejecutiva donde adquiere pleno sentido.

Aceptada la definición de Marina, el hombre puede suscitar, controlar y dirigir sus actividades mentales. Es más, para el autor son las mismas actividades mentales las que aparecen en cualquier tarea intelectual, desde escribir un poema hasta resolver un problema matemático. El modo de hacerlo es lo que determinará si es más o menos inteligente. Así para el autor la inteligencia no existe como capacidad independiente, es decir, el hombre no tiene la facultad de percibir, recordar, imaginar comparar, conceptualizar, decidir y, además, la de ser inteligente. Deberíamos utilizar un adjetivo para indicar que la inteligencia tiene que ver con el modo de usar facultades, es decir, hay un mirar inteligente, un recordar inteligente, un imaginar inteligente, una motivación inteligente, un lenguaje inteligente y así con algunos aspectos más. Estas son las que exponemos en la siguiente sección. El siguiente esquema resume lo visto hasta ahora

Gráfico 2.3 El sujeto dirige su conducta mediante proyectos



Miremos a la motivación inteligente, por ejemplo. Para el autor, la motivación es la triada formada por motivos (¿Qué nos motiva a realizar una acción y no otra?), variables intermedias (qué puedo usar para hacer las acciones) e incentivos (lo que consigo). Pues bien, Marina define la voluntad como la motivación inteligente, la motivación que moviliza mi inteligencia.

Para que la inteligencia actúe sobre las facultades mentales, necesita proyectos. Hablaremos de ellos en la siguiente sección.

## II.2.2 LAS FACULTADES INTELIGENTES Y LOS PROYECTOS

Ya hemos comentado en la sección anterior que para Marina el ser humano no tiene la facultad de percibir, recordar, imaginar, comparar, conceptualizar, decidir y, además, la de ser inteligente. Más bien deberían usarse adjetivos para calificar los modos de usar estas facultades. Marina (2004b), para demostrar su tesis de que la inteligencia humana es la inteligencia animal transfigurada por la libertad, estudia la evolución y el funcionamiento de estas facultades, comparando con la de los animales o los niños. Para el autor son, pues, herramientas, y para nosotros son *aspectos* que observar y analizar tanto en alumnos como en profesores, guiados por esta pregunta ¿Actúa el profesor o el alumno usando sus facultades inteligentemente?<sup>4</sup>

*La mirada inteligente.* La mirada inteligente conlleva algo más que percibir, algo que nos permite no ser sólo seres rutinarios. También expone que la mirada inteligente se convierte en una búsqueda dirigida por un proyecto. Este mirar inteligente tiene que ver con comprender, producir conocimiento: conocer es comprender afirma. Aquí interviene por primera vez el lenguaje cuando establece que la más alta actividad de la inteligencia es preguntar.

Para que nuestros alumnos resuelvan problemas no deben ser sólo seres rutinarios, deben captar algo más de la información dada en el enunciado, deben percibir algo más que una incomodidad ante la dificultad, y el proyecto de mejorar resolviendo problemas debe estar acompañado por una búsqueda sabia para esta mejora. También cómo la profesora mira las situaciones de reto. Todo esto lo indagaremos en la tesis.

*La percepción inteligente.* Los animales tienen la capacidad de percibir, de reconocer e identificar. La percepción inteligente es la que nos aleja de ser rutinarios. Percibir es inventar posibilidades perceptivas. Los animales aprenden a discriminar, pero la diferencia con el hombre es que éste puede además dirigir su aprendizaje perceptivo. El afinamiento de la facultad perceptiva está dirigido por un proyecto, que define lo que se quiere conseguir. Esto implica que el sujeto ha de aislar e identificar algún aspecto del fenómeno total. Un ejemplo de lo anterior podría ser un ciego que aprende a utilizar emisiones de sonido como una especie de sonar. Esta es una percepción inteligente, porque el sujeto dirige la extracción de información. La frase anterior, y la segunda de este párrafo nos da pistas de qué actitudes calificaremos como percepción inteligente.

La versatilidad de inventar posibilidades perceptivas ante un problema, y ante el reto de mejorar resolviendo problemas son las que investigaremos en la tesis. Cómo inventa posibilidades la profesora ante los estímulos de los alumnos resolviendo problemas también.

*El lenguaje.* El lenguaje nos ayuda a crear significados y por tanto nos hace libres. Nosotros nos apoyamos en el lenguaje, es un apeadero, y mediante hipótesis y comprobaciones intento conocer el mundo de los demás. Marina (2004a, p. 70) habla de que Vigotski dijo que es con la interacción social como surge el aprendizaje. Con el

---

<sup>4</sup> Marina incluye una facultad que no hemos considerado en este estudio, como es el movimiento inteligente.

lenguaje va a tener lugar el gran empujón que liberará al niño del estímulo, reorganizando su atención y enseñándoles a manejar sus ocurrencias, en el que el niño aprende a ser inteligente, es decir, a ser libre.

Ahora además de la comunicación con los demás aparece el lenguaje consigo mismo, sirviéndole para regular sus acciones. El niño aprende su libertad obedeciendo la voz de la madre, es decir, la autonomía tiene como paso previo la heteronomía. El niño se convierte en yo ejecutor, aprende a unificar su conducta, a dirigir y controlar sus comportamientos de acuerdo con las órdenes transmitidas por el lenguaje. Le falta dar un último paso, que le convertirá en autor de su propio papel, y en este tránsito le ayudará el lenguaje. En este proceso la madre con sabiduría educativa va dejando el control de la acción al niño. Gracias al habla interior, al lenguaje consigo mismo, el niño se da cuenta de que él es el origen de sus acciones. Pero esta intención necesita una irrealidad del proyecto, y para esto, si el proyecto no es sencillo necesitamos el lenguaje. Marina (2004b, p.77) se basa en autores como Miller, Galanter y Pribam (1960) “Planes y Estructuras de la conducta”, quienes afirman

*“el habla interior es el material del que están hechas nuestras voluntades”.*

Gracias al lenguaje, el sujeto toma posesión consciente de su autonomía. Ya era inteligente, ahora se da cuenta de que el lenguaje le permite adquirir los saberes sobre la subjetividad acumulados por la humanidad durante siglos. Se ha demostrado que la conciencia y el lenguaje son fenómenos neurológicamente relacionados. Si nos falta el lenguaje no seremos conscientes de lo que hacemos, aunque lo hagamos bien.

Los lenguajes que usan los alumnos consigo mismo influirán en la actuación de estos. Indagaremos esto, y tanto si los profesores son conscientes de este hecho cómo de qué forma lo son.

*La atención inteligente.* Para Marina la atención inteligente es la atención animal transfigurada: el estímulo ya no es el rey. En el hombre influye el estímulo, pero no lo determina tanto, y es capaz de crear su propio sistema de referencias convirtiéndose en un atender libre. La conciencia puede convertirse en una algarabía, con el “yo ocurrente” haciendo ocurrencias sin parar, y el “yo negociador, creativo, ejecutor, negociador” que intenta dirigir al yo ocurrente y embarcarlo en un proyecto libre.

¿Cómo se negocia nuestra atención? Nuestro comportamiento es como una muñeca rusa que tiene un comportamiento dentro de otro y otro, y así, y la atención se sitúa allí donde esté. En mi comportamiento hay una mezcla de actividades con tramos automáticos y tramos atentos. Se requiere que haya no solo un yo ejecutor, sino también un yo negociador. La libertad así, es la capacidad de negociar con nuestras limitaciones e invertir bien nuestros recursos. Según el autor sólo hay dos formas de negociar la atención: introducirla dentro del círculo de la actividad motivadora, o introducirla dentro del círculo de las actividades complicadas, que no se pueden hacer automáticamente. La motivación nos lleva a la energía última, a la fuente de vitalidad, al raciovitalismo de Ortega. Decía que había que educar la vitalidad. Aquí interviene el lenguaje con la retórica. Llamamos retórica a la capacidad de movilizar sentimientos mediante la palabra (los atletas con frecuencia se animan a sí mismos y algunos alumnos se desaniman a sí mismos). Hay otras dos formas, como son la de inventar

proyectos y pensar valores que son dos formas más de negociar la atención. Se es inteligente y libre mediante un minucioso proceso de autoconstrucción. Dirigir la motivación, construir la propia libertad, llevar hábilmente la negociación con nuestras limitaciones, todo esto es inteligencia humana. Esto tiene que ver con lo que Marina llama voluntad de la que hablaremos más adelante.

Nuestros alumnos, como nosotros, tienen que negociar su atención: ¿dejo el problema y me quito el agobio, o ¿Sigo con él sin saber si llegaré a la solución? También la profesora: ¿Doy clases rutinarias o me arriesgo intentando que el alumno sea creativo y crítico?

*La memoria creadora.* La memoria creadora, la transfigurada por la libertad, no es una despensa, sino un sistema dinámico. Sabrá conservar información y aprovecharla, lo cual es una característica esencial de la inteligencia. No se trata de saber, sino de saber utilizar lo que se sabe. De ahí la gran importancia que le ha dado la pedagogía a las Ciencias metacognitivas.

Para Marina no hay inteligencia por un lado y memoria por otro. Lo que existe es una memoria inteligente, en la que habitamos, y desde la que contemplamos la realidad. La inteligencia penetra en la memoria, que a su vez penetra el movimiento, que a su vez penetra la mirada, en una colaboración circular que no acaba nunca.

La memoria es así la gran intermediaria, la puerta de acceso, la llave de toda información. Esto tiene implicaciones pedagógicas: los conocimientos importantes son precisamente los saberes de acceso a la información. Esto como vemos nos recuerda al concepto de gestión y control de Schoenfeld (1985, p.15) quien establece que el control es el encargado de las decisiones globales de selección e implementación de fuentes y estrategias, lo que incluye planificar, toma de decisiones, consciencia metacognitiva y monitorizar. De hecho propone una serie de preguntas que intenten hacer a los alumnos recuperar tanto conocimiento específico como estrategias que ayuden a la solución.

Hemos dicho que se trata de una memoria dinámica, y no un almacén: el sujeto piensa, actúa, desde su memoria, que es un conjunto de posibilidades de acción. Recordar, percibir, razonar están impregnados de memoria inteligente.

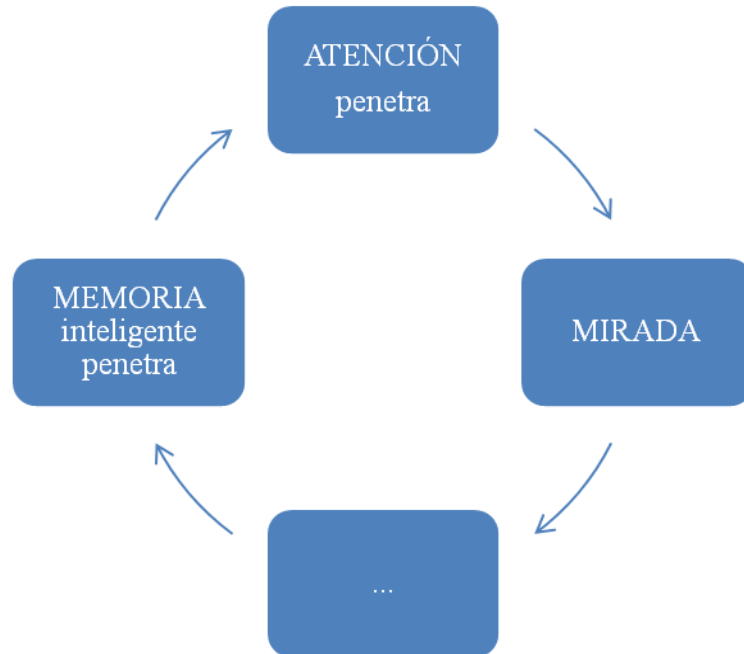
Los grandes creadores han tenido descomunales memorias en lo referente a su arte. Sin embargo para crear hace falta algo más, para que una memoria sea creadora necesitamos dos ingredientes: la memoria tiene que tener una índole dinámica, y otra, la memoria debe ser manejada dentro de un proyecto creador. El sujeto puede construir su memoria, y darle una estructura dinámica y creadora. El asunto es construir hábitos, es decir, destrezas y habilidades estables que puedan dominar la producción de ocurrencias. Para Marina, un ejemplo de esto es resolver problemas.

En la investigación con alumnos buscaremos la manera como acceden al conocimiento específico a la hora de resolver problemas, y cómo estructuran la información que poseen. Atendiendo al párrafo anterior, también indagamos cómo el alumno construye hábitos, por ejemplo, siguiendo o no un modelo para resolver problemas, y si cree que se puede aprender esto. También si la profesora cree que es posible construir este hábito.

Como hemos mencionado, es la inteligencia la que impregnándose o no en las distintas facultades la que la que creará facultades inteligentes. Cada facultad no actúa en

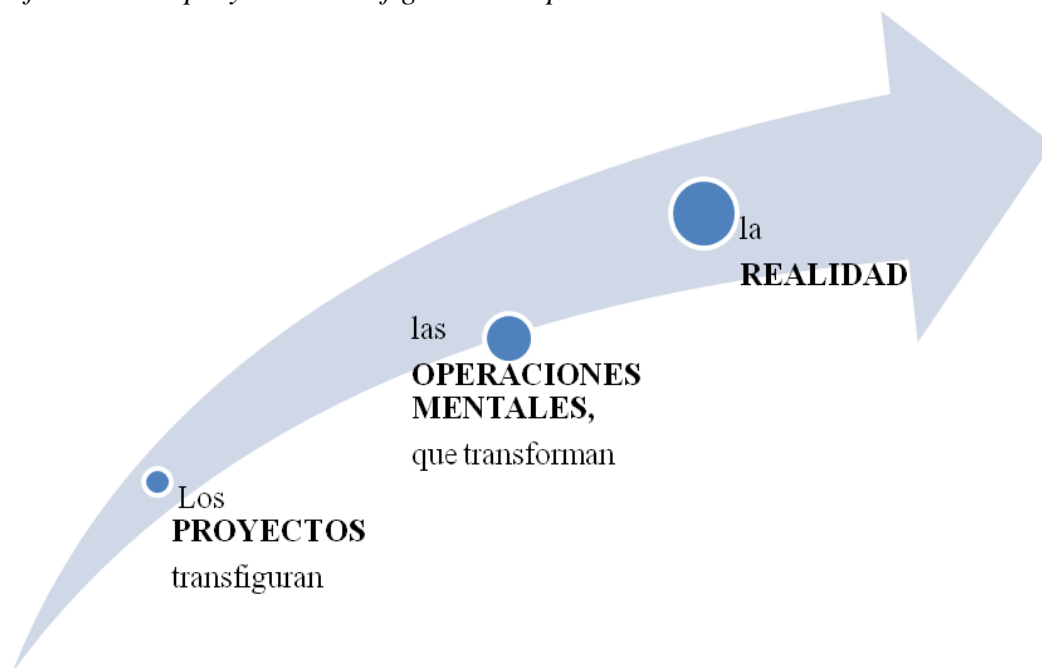
solitario, sino que como dijimos la inteligencia penetra en una, que a su vez penetra en otra, que a su vez penetra otra, en una colaboración circular que no acaba nunca. El elemento que unifica todas estas facultades es el *proyecto*.

Gráfico 2.4 Las facultades inteligentes en acción



Ya dijimos que el hombre conoce la realidad e inventa posibilidades, y esto lo hace gestando y gestionando la irrealidad. El proyecto es parte de esta irrealidad. Un *proyecto* es una irrealidad pensada a la que entrego el control de mi conducta. La inteligencia permite inventar posibilidades, anteproyectos, entre los cuales el proyecto es la posibilidad elegida. Al entregar el control al proyecto, éste reorganiza la orquesta entera. Así suceden las cosas: mis proyectos transfiguran mis operaciones mentales, las cuales transforman, enriquecen y amplían la realidad, que se convierte en mi mundo, lo que adquiere significado para mí.

Gráfico 2.5 *Los proyectos transfiguran las operaciones mentales*



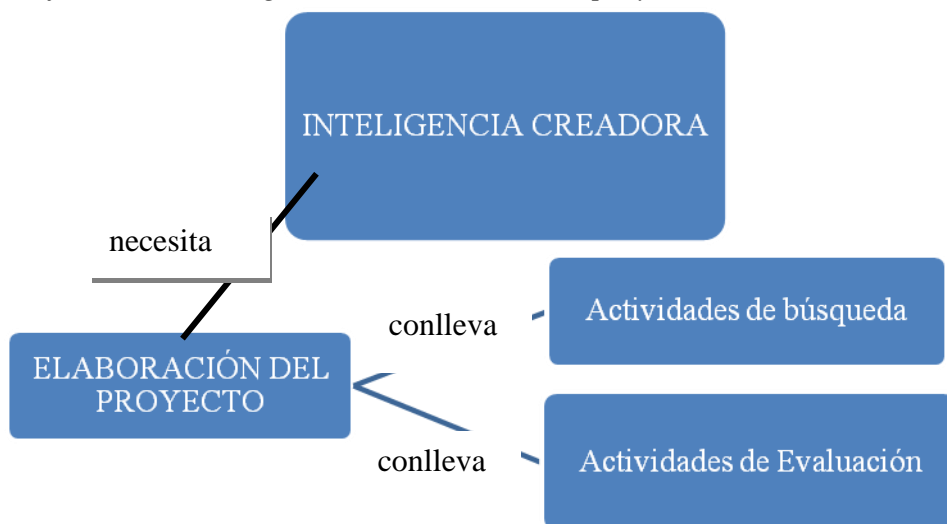


He aquí la segunda Tesis de la obra de Marina (2004b): *el sujeto inteligente dirige su conducta mediante proyectos, y esto le permite acceder a una libertad creadora*. Nuestra investigación se centrará en varios proyectos: el de los alumnos resolviendo un problema, el Proyecto de aprender o mejorar a la hora de resolver problemas, y el de la profesora a la hora de proponer un modelo de Enseñanza que incluya RP como metodología o como contenido.

Para que haya un proyecto se necesita una meta, y al principio sólo se posee un esbozo de ella, un tema indigente le llama Marina. ¿Qué es lo que suple esta falta de contenido? Esta carencia de contenido expreso lo suple la capacidad de *movilizar un sentimiento*. Marina (2009) define los sentimientos como bloques de información integrada que incluye valoraciones en las que el sujeto está implicado, y al que proporcionan un balance de situación y una predisposición a actuar. Esta carencia de contenido y como lo suplen los alumnos aparecen en la Tesis, ya que indagaremos qué hacen los alumnos con esta inseguridad del tema indigente. También lo haremos con la profesora. La definición de sentimiento que hemos dado tendrá más implicaciones en la tesis.

Nuestra inteligencia creadora no sólo interviene a la hora de conseguir mi meta, sino que también está presente en la elaboración del Proyecto. Creado el Proyecto hay que perseguir la meta, que conlleva *actividades de búsqueda*, a las que necesariamente sigue las *actividades de Evaluación*.

Gráfico 2.6 La inteligencia creadora necesita proyectos



En las actividades de búsqueda el autor distingue entre las heurísticas y las sistemáticas, exponiendo que si bien las segundas son más seguras, las primeras, aún siendo más inseguras, son más eficaces. En la actividad de búsqueda utilizamos todos nuestros recursos: recordamos, mezclamos, inferimos, relacionamos, disparatamos, copiamos. Nos separamos de nosotros mismos mediante el proyecto, y después nuestra inteligencia tiene que llenar ese hueco: así es la marcha del progreso. La búsqueda es perspicacia y tenacidad.

El esquema de búsqueda en su camino hacia lo concreto, realiza una actividad que es buscar un *plan*. Un plan es una representación que guíe la acción. Dice el autor, lo cual nos recuerda a Polya<sup>5</sup>, que la planificación es una gestión de condiciones que reducen el grado de libertad. Analizaremos si los alumnos poseen o no un plan cuando resuelven problemas, y qué hacen para mejorar a largo plazo resolviéndolos.

Para las actividades de evaluación se necesita un criterio, o también llamado *patrón de reconocimiento y evaluación*. El creador debe hacerse estas dos preguntas: ¿Es esto lo que buscaba? ¿Lo estaré buscando bien?

Entre las operaciones de evaluación Marina, sirviéndose del ejemplo del proceso de escritura de “El otoño del patriarca” de Gabriel García Márquez, establece las siguientes: comparación con el proyecto, juicio del gusto, incorporación del hallazgo al patrón de búsqueda y percepción de las posibilidades derivadas de la integración. Estas operaciones aparecerán en la investigación, ya que el modelo de Resolución de Problemas que se les proponía a los alumnos investigados, requería que comprobaran sus conjeturas mediante estas estrategias:

- ¿Cumple tu solución las condiciones? que es análogo a comparar los resultados con el proyecto,
- ¿Ves alguna incoherencia en tu solución?, que es análogo a la incorporación del hallazgo al patrón de búsqueda.

También está presente en la investigación con profesoras, ya que buscábamos sus concepciones sobre la gestión de los errores de los alumnos.

Por último, está la última evaluación, la de dar la orden de parada. En Marina (2004b, p. 202)

*“Cualquier educador sabe que gran parte de los fracasos en tareas escolares son causados por una precipitada cancelación del esfuerzo. El alumno admite demasiado pronto que no es capaz de resolver un problema o que el problema no tiene solución.”*

En esta investigación he buscado las creencias que influyen en esta pronta admisión, o porqué otros persisten con tenacidad, tanto a la hora de resolver un problema como a la hora de gestionar el Proyecto de mejorar resolviendo problemas. También qué percepción tiene los alumnos y la profesora del final de un problema, y qué creencias influyen en esta percepción.

---

<sup>5</sup> Recordemos que Polya (1992, p.19), presenta un modelo de 4 fases encaminado a buscar y ejecutar un plan, y que llama a la segunda fase “Concebir un plan”, y a la tercera “Ejecución del plan”.

## II.2.3 LA VOLUNTAD. CREENCIAS Y FRACASOS DE LA INTELIGENCIA

En los estudios de Psicología ha desaparecido el término voluntad, que ha sido desplazado por el de motivación. Una de las razones quizás sea que esté asociado a la idea de falta de libertad, y por tanto como un obstáculo para la creatividad. Aparentemente la voluntad parece no tener lugar en los sistemas educativos actuales, y sin embargo mantenemos que sí lo tiene. Unos cuantos párrafos adelante intentaremos justificar por qué.

Para llegar a la definición de voluntad, expone Marina primero una síntesis de lo que los teóricos llaman *motivación*. Lo resume Marina (2004a, p.44). Lo que nos impulsa a emprender una acción es el juego de tres factores: motivos, variables intermedias e incentivos. Los motivos nos dan el por qué queremos emprender esa acción, los incentivos son lo que consigo cuando realice esa acción, y las variables intermedias lo que elijo para llegar a mi objetivo. La motivación es la triada anterior.

En la búsqueda de la definición de voluntad se encuentra con la autonomía y la libertad. En realidad la libertad, ha sido sobrevalorada, lo que en realidad buscamos es ser felices, y en esto interviene la autonomía. Resume, las relaciones que nos interesan entre autonomía, libertad, inteligencia y voluntad en las páginas 149 y 150. Marina (2004a, p.149) expone,

*“Lo que nos parecía evidente es que la inteligencia tiene una finalidad directiva. Las evaluaciones y los conocimientos, las habilidades intelectuales, deben explicarse apelando a la mayor eficacia de un comportamiento auto controlado. Podemos encontrar una autonomía más completa- que es una aparente condición de la felicidad- cuando podemos guiarnos inteligentemente, pero eso significa que podemos guiar inteligentemente nuestras propias operaciones mentales. Así parecían desdibujarse las viejas distinciones entre inteligencia y voluntad. La voluntad aparecía en la misma constitución de la inteligencia.*

*Avancé una definición de voluntad. La inteligencia es la capacidad de suscitar, controlar y dirigir las propias operaciones mentales, capacidad que transfigura todas esas operaciones. Aparece así una mirada inteligente, una memoria inteligente, un movimiento inteligente. Pues bien, la inteligencia aplicada a los sistemas de motivación es la voluntad. La voluntad es la motivación inteligente”*

De lo anterior, Marina intenta restaurar la voluntad en el lugar que cree que le corresponde, y nosotros justificamos porqué tiene su trascendencia tanto en los Sistemas Educativos.

Marina explica cómo interviene el lenguaje, comunicándonos, expresándonos y hablándonos. Establece que la voluntad se aprende mediante la obediencia a una idea, a un proyecto, a una vocación. Hay que tener cuidado con la palabra obediencia. Se entiende mejor cuando aclara que sólo nos preocupa la manera de dirigir autónomamente nuestra conducta: mediante criterios de evaluación y con la mayor inteligencia posible. Y prosigue Marina (2004a, p.184)

*“Por eso, es importante destacar que la voluntad se configura como una capacidad de darse a sí mismo órdenes y como el hábito de obedecer a valores pensados y no sólo sentidos”.*

Establece también que la voluntad es la dirección inteligente de la conducta. Y aquí intervienen las normas sociales. Los hábitos sociales, nos enseñan a controlar los impulsos y a aprovechar la inteligencia, y añade, aunque resulte paradójico, nos pone en condiciones para alcanzar la autonomía. Entre estos mecanismos destaca la vergüenza, del que dice es un sentimiento social que apresura y conforma los aprendizajes sociales, y que no sólo tiene connotaciones destructivas, sino que tienen su función. Esto aparece en el análisis de uno de nuestros alumnos.

Así pues, llegan a nuestra conciencia muchas ocurrencias, con las que hay que lidiar, es decir, hay que deliberar y decidir, ejecutar. A veces claudicamos, no seguimos con nuestro proyecto inicial. ¿Por qué? Porque en ese momento no renovamos nuestra decisión. El fin ha perdido aliciente, el motivo ha cambiado o el malestar es demasiado grande. Para el autor hay una salida clara a esta situación: tiene que haber una *metamotivación* que asegure la motivación.

La visión anterior nos ha ayudado al análisis de nuestro estudio. Para nuestros perfiles de alumnos, es significativa en cuanto que la gestión de la resolución de problemas (problemas para las que el profesor les da varios días para que los alumnos vayan pensando), conlleva una dirección inteligente de la conducta. También, veremos en el estudio etnográfico cómo ciertos alumnos no presentan una dirección inteligente de la conducta, no presentan motivación en el Proyecto de mejorar a largo plazo como resolutor de problemas. La idea de metamotivación aparecerá en nuestro estudio con alumnos. El lector queda emplazado una vez más a la siguiente sección.

De su definición de inteligencia, y sus conceptos colaterales como motivación, voluntad, y la influencia que tiene en estos el lenguaje, deduce el autor cuatro tipos de fracasos de la inteligencia: *fracasos cognitivos, fracasos afectivos, fracasos del lenguaje y fracasos de la voluntad*. Dice que estos fracasos se sustentan en *creencias*, por lo que empezamos esbozando las ideas de Marina sobre Creencias. Marina (2004a, p.258) habla de creencias como hábitos de la memoria. Marina (2009, p.132) la define como

*“la representación básica del mundo mantenida por la memoria”*

Y más tarde cuando compara el enraizamiento de éstas con el del conocimiento y el de las opiniones afirma

*“Las opiniones, incluso los conocimientos, se mueven en un territorio más superficial que las creencias. Según el modelo que propongo, las creencias tienen un enraizamiento neuronal más profundo: son hábitos de la memoria.”*

Más tarde Marina (2005a, p. 36)<sup>6</sup>, las define como

*“certeza injustificada, invulnerable a las evidencias en contra”*

---

<sup>6</sup> obra divulgativa en la que precisa más estos constructos.

Marina (2009) habla de las creencias como sistema, sistema que está relacionado con las expectativas, cuando afirma que todo sistema de creencias, todo modelo del mundo, incluye expectativas. Destaca la influencia cultural en la formación de estas creencias. Así Marina (2009, p. 140) expone

*“Creencias y expectativas van de la mano. Las creencias y las expectativas van de la mano. Las creencias sobre la realidad implican una expectativa de coherencia y de persistencia. “*

Lo anterior está presente en nuestro estudio etnográfico, cuando le cuestionamos a los alumnos sobre sus expectativas de la ayuda del profesor, y sobre qué tipo de matemáticas prefieren.

Las creencias influyen en nuestros estilos sentimentales, y en nuestra conducta. Marina (2009, p.140) escribe

*“Por debajo de sentimientos que parecen espontáneos y originales actúan creencias fundamentalmente implícitas.”*

Después amplía lo anterior Marina (2005a, p. 42), cuando explica porqué las creencias tienen que ver con los fracasos de la inteligencia,

*“porque bloquean una de las funciones de la inteligencia, que es conocer la realidad”*

Los procedimientos para tener creencias son, según Marina, automáticos. Proviene de la experiencia (el ser humano tiende a creer en toda información que recibe el suficiente número de veces y por distintos caminos que se corroboran entre sí), y a través del lenguaje: no se trata sólo de creer lo que veo, sino en lo que me dicen. Admite la existencia de creencias conscientes y no conscientes.

Para él, algunas influyen poderosamente en nuestra arquitectura personal, en especial las que se refieren a nosotros mismos. El autoconcepto es una serie de creencias sobre sí mismo.

Al decir que son hábitos mentales, el autor pone el énfasis en que son manifestaciones de conductas y que se mantienen enclaustradas sin someterse al contraste con el exterior. Esto último recuerda la idea de Green (1971) ya comentada en la sección anterior, quien mantenía que el contraste tiene más de confrontación defensiva. Hay otras similitudes con las definiciones analizadas en la Sección I de este capítulo, ya que admite que actúan como lo que llamamos sistema regulador, modelando nuestras conductas. Otros puntos de coincidencia son la admisión de distintos grados de conciencia, que son filtros de nuestro conocimiento como Flores (1998). De las similitudes y diferencias de las visiones de Marina, y de las aportadas en la primera Sección de este Capítulo, generaremos nuestra definición de creencia, que aparecerá en la siguiente sección.

*Los fracasos cognitivos.* Aparece cuando alguien se empeña en negar una evidencia. Marina (2005a) expone como ejemplos los prejuicios, los dogmatismos, las supersticiones y el fanatismo. En las encuestas aparecen prejuicios de alumnos sobre cómo hay que dar una clase, aún negando la evidencia de que ayuda a otros.

*Los fracasos afectivos.* De su definición de inteligencia, la verdadera inteligencia, la que termina en conducta, es una mezcla de conocimiento y afecto. Uno tiene que ver con los datos y otro con valores. Vivimos entre ambas cosas inevitablemente. Marina (2005b) pone como ejemplos la culpabilidad y la vergüenza. Más tarde, en su obra divulgativa Marina (2005a) pone más ejemplos como confundir los afectos, la vanidad, la envidia, los celos o el resentimiento. En las encuestas realizadas a alumnos, aparecen resentimientos de algunos alumnos hacia el profesor por el enfoque de resolución de problemas. En las entrevistas aparecen sentimientos que para el autor suscitan o ayudan a mantener en nivel ético de una persona. Estos son: paciencia, vergüenza, ánimo, acidia.

*Los lenguajes fracasados.* Ya hemos comentado la relación entre inteligencia y lenguaje del autor. Para él es una relación crucial, por varias razones, una de ellas que nuestra inteligencia es estructuralmente lingüística y nuestro hábitat también lo es. También hemos hablado de que el lenguaje no es sólo importante para comunicarnos con los demás, sino también con nosotros mismos. Por eso distingue dos tipos de fracasos, fracasos al hablar con nosotros mismos y fracasos al hablar con los demás. Esto tendrá trascendencia tanto en el estudio con profesores, como con alumnos. Se ha podido constatar con alumnos la influencia del lenguaje hacia sí mismos en algunas fases de la resolución de problemas.

*Los fracasos de la voluntad.* En el Capítulo 6 de Marina (2004a) expone cómo funciona la nueva voluntad. Lo resume posteriormente Marina (2005a, p.98) escribiendo

*“La nueva voluntad<sup>7</sup> son cuatro habilidades aprendidas: inhibir el impulso, deliberar, decidir, mantener el esfuerzo”.*

Para el autor si estas habilidades no se aprenden o se aprenden mal, surgen problemas de conducta. Distingue entre fracasos estructurales o computacionales de la voluntad, y el uso fracasado de la voluntad.

Ya hemos comentado, cuando hablamos de la voluntad, el yo ejecutivo tomado del Capítulo XII de Marina (2004b). Lo resume Marina (2005a, p.102) exponiendo

*“Los rasgos básicos del yo ejecutivo son siempre iguales: no se le ocurre nada, tiene un criterio de evaluación, y sólo puede realizar tres acciones:*

- 1) dejar seguir la ocurrencia,*
- 2) bloquea definitivamente la ocurrencia,*
- 3) la devuelve al yo computacional para que la mejore, la sustituya, la complete o la anule definitivamente”.*

Expone Marina (2005a) una tipología de fracasos de la voluntad, estos son, las deficiencias del deseo, la esclavitud de la voluntad (adicción y miedo), la impulsividad, la procrastinación, la indecisión, la rutina, la inconstancia y la obcecación, que como vemos son quistes del yo ejecutivo. Algunas coincidencias, podrán verse en los perfiles de los alumnos, como por ejemplo la inconstancia, la rutina o la procrastinación.

---

<sup>7</sup> Le llama nueva porque está contraponiéndola a la “vieja voluntad”, de la que dice era una facultad innata.

Como ejemplo de uso fracasado de la voluntad, expone la elección de metas, por ejemplo las metas contradictorias. Aquí Marina (2005b, p.16) encaja la moral, cuando afirma

*“Crear es sacudir la inercia, mantener a pulso la libertad, defender un derecho, inventar un chiste, hacer un regalo, reírse de uno mismo, tomarse muy en serio cosas serias. Todo esto es el tema de la ética, que no es una meditación del destino, sino una meditación sobre cómo burlarse del destino, es decir, del determinismo, de la rutina, de la maldad y del tedio.”*

que más tarde en Marina (2005a, p. 127) aclara,

*“la maldad es el gran fracaso de la inteligencia. Utilizaré una idea de mal inequívoca y elemental: es mala toda conducta que atenta contra los derechos de otra persona y produce con ello un daño injusto.”*

Marina crea una Ética constituyente que permite fundar las normas morales. Esto es posible por la concepción que tiene el autor de ser humano, un modelo de sujeto justificable como la mejor posibilidad humana y, por último, puede descubrirse un contenido de la felicidad que se podría aplicar a todos los seres humanos y que no se diluya en diferentes gustos personales, es decir, podemos hablar de una idea de felicidad y no sólo de “felicidades individuales”. Atendiendo a la clasificación que da el autor, entre éticas centrípetas (las que parten de la universalidad, de la justificación de las normas, la corrección de las reglas y la justicia, en la sociedad para poder acercarse desde ellas al individuo), y centrífugas (las que parten del sujeto, de sus estructuras psicológicas, de sus necesidades y problemas, para acabar en la ética como solución), la que él propone sería centrífuga<sup>8</sup>. Para evaluar estas normas morales necesitamos unos *criterios*, y para llegar a ellos el autor hace un paralelismo entre el conocimiento y la ética. Para Marina en el conocimiento hay un primer criterio: todo lo que se presenta como evidente a un sujeto exige ser admitido como verdadero por ese sujeto, añadiendo a continuación que la evidencia cognoscitiva tiene como acto originario y fundacional la percepción sensible. En el plano de la ética el análogo al anterior sería éste: *todo lo que se presenta como evidentemente frutivo ha de ser admitido como bueno por ese sujeto, añadiendo que la evidencia moral tiene como acto originario y fundacional no la percepción sensible, sino la percepción sentimental*. Con lo anterior parece que el autor se aleja de su meta, pues todo parece depender de lo que cada individuo vea o sienta. En la Enseñanza, un alumno que afirma que  $0.999... = 1$  o que sin esfuerzo a él le va bien, se quedaría satisfecho con este criterio. Este criterio no debe tenerse en cuenta de forma aislada, hay que sopesarlo con la *experiencia del error* y con los *niveles de evidencia*. En el ámbito de la ética también sentimos el fracaso o el error: creía que sólo con reproducir ejercicios haría los problemas y no ha sido así, o haciendo pasar mal a mi compañero me iría mejor, pero ahora me siento sólo. Así el principio anterior debe

---

<sup>8</sup> Desde el punto de vista de una clasificación tradicional, el autor admite que su ética puede verse como una ética utilitarista, es decir, que tiene una finalidad que es dar respuesta al problema más complicado que tenemos: vivir.

completarse con este otro: cualquier evidencia puede ser tachada por una evidencia de fuerza superior.

Hemos comentado que debemos limitar primer criterio ético con los niveles de evidencia. En determinadas etapas nos conformamos con un nivel de evidencia, que tras un proceso de desequilibrio cambiamos. Para un animal es fácil seguir este proceso: mientras que el animal se conforma con saciar sus instintos, el hombre inventa constantemente proyectos, lo cual transfigura esta búsqueda de evidencias. Para poder justificar que una evidencia es más fuerte que otra necesitamos pues una ergometría de las evidencias. Este se basa en los siguientes criterios:

-*Criterio de evidencia directa*: tiene más fuerza de evidencia a su favor la proposición que está confirmada por una evidencia perceptiva o sentimental.

-*Criterio trascendental*: si una proposición enuncia una condición imprescindible para que un hecho ocurra, y ese hecho ocurre, la evidencia a favor de la proposición es absoluta.

- *Criterio de coherencia*: es difícil juzgar un acto de alguien sin tener presente que existen unos estilos de vida que incluyen mucho más que un código moral, incluyen todos los aspectos de la vida. Este criterio nos recuerda al autor ya mencionado, Leatham (2006), cuando expone su forma de ver las inconsistencias de los profesores.

-*Criterio de la previsión*: las fuerzas de evidencia de una proposición ética dependen de las consecuencias que produce. Aquí se incluye la armonización de los intereses intersubjetivos e intrasubjetivos.

En su ética, Marina (2005b, p.197), reduce los derechos a tres:

*“Derecho a la vida digna, lo que implica la afirmación universal de la persona como poseedora de derechos.*

*Derecho a la vida inteligentemente libre, con sus exigencias de libertad de la ignorancia, libertad del miedo y libertad de la miseria.*

*Derecho a buscar la felicidad personal mediante la racionalidad poética, que incluye la fundamentación racional y el vuelo creador...”*

Uno de los derechos es a *vivir inteligentemente*, que tendrá consecuencias en nuestro estudio. Si aceptamos, como menciona el BOE ya citado, que los alumnos tienen el derecho a su desarrollo integral, a inventar posibilidades con nuestra inteligencia, tendremos que recurrir a una Matemática no sólo basada en reproducir, por ejemplo con RP. Así tanto a alumnos, como a profesores, le planteamos una versión poco dramática del dilema de los bienes comunes o problema del gorrón: ¿Qué bien o qué mal te produce una Matemática basada o no en RP? La solución a este dilema tendrá que ver con la idea de felicidad que queremos transmitir al alumno. Esta idea de felicidad no se puede dissociar de una ética, y los criterios usados para evaluar el sentido ético de las acciones de alumnos y profesores son los anteriores. Concretamente intentamos indagar



en profesores ¿Cómo encaja el error de su trabajo? ¿Qué percepción tiene de lo que hacen los alumnos? ¿Cómo evalúan las consecuencias de su enseñanza? ¿Está dispuesto a cambiar o modificar sus presupuestos éticos, en función del progreso obtenido? ¿En qué te basas para responder a esto? ¿Cómo encaja con su personalidad, con el Centro, en el Sistema educativo, sus pretensiones y sus acciones? (estilo de vida) o si tiene en cuenta que hay alumnos que prefieren el reto y la dificultad asociada aunque les cueste más.

Las DDEE las podríamos dividir en cuatro categorías, cada una un fracaso de la inteligencia, pero no se hará así, se hará según las categorías: *sobre el sentido de las actividades, sobre el sentido de actitudes y valores y sobre el sentido de la evaluación*. La razón para ello, es que no queremos alejarnos del objetivo de comprender cómo piensan y actúan alumnos en ambientes de RP, y a profesores con respecto a RP. Es una tesis enmarcada en Didáctica de la Matemática, no en Filosofía. En todo caso, las DDEE pueden estar presentes en los fracasos de la inteligencia antes comentados: cognitivos, afectivos, de la voluntad y del lenguaje.

La consideración del lenguaje consigo mismo corre en paralelo al de la metacognición en el plano de la DM, siendo para nosotros un sustento básico la serie de estudios de Schoenfeld (1992). Esto pone de manifiesto cómo TIC, al considerarla a la hora de programar nuestras clases de Matemáticas, necesita de la DM, disciplina que con sus investigaciones nos dará claves sobre cómo usar las facultades de forma inteligente.

Gráfico 2.7 TIC y DM se complementan



Una de las diferencias entre nuestra forma de abordar las DDEE y la de otros autores está en la concepción holística que supone hacerlo desde la Teoría de la Inteligencia creadora. Esta diferencia se muestra, por ejemplo, al considerar la conducta ante los problemas de Matemáticas, no sólo por lo que hace un alumno dentro del proceso de

resolución, sino cómo se prepara para enfrentarse a él, y esto nos lleva a incluir la voluntad o el sentido ético de las acciones.

Hemos expuesto el entramado teórico de Marina para abordar los problemas educativos que investigamos. Queda por ver cómo nuestras observaciones encajan, y se sitúan, entre ambas teorías.

## II.3 MARCO CONCEPTUAL INTEGRADO

Para entender los elementos teóricos que usaremos basándonos en los Antecedentes desde DM, y desde Marina, que sustentan el estudio con alumnos, debemos aclarar el contexto de RP en el que estos se desenvuelven (alumnos de los que soy profesor). Como hemos mencionado, nuestra intención educativa contempla la RP tanto como metodología<sup>9</sup> como contenido. Contemplar la RP como contenido, requiere el uso e instrucción por parte de los alumnos de un modelo. Nuestro modelo será flexible, y sólo impondremos que conlleve los siguientes aspectos:

- Que el alumno tenga conciencia de una fase de comprensión del problema. Esto no quiere decir que la fase sea un compartimento estanco de otras fases en la actuación ante el problema
- Que sean deseables tanto el establecimiento de conjeturas como sus comprobaciones, así como la demostración de la o las conjeturas que consideren más válidas.
- Que el alumno tenga conciencia de que se puede aprender de sus experiencias con problemas.

Una vez hemos aclarado lo anterior, cobra sentido exponer lo que entendemos por creencia, concepción y problema.

Puig (1996) establece un amplio resumen de distintas definiciones de problema. En ella menciona la obra de Bronwell (1942, p.416) quien tras caracterizar los problemas expone que

*“... Definidos así, se pueden pensar los problemas como si ocuparan un territorio intermedio en un conjunto que se extiende desde los ‘enigmas’ en un extremo hasta las situaciones completamente familiares y comprensibles en el otro”*

Para nosotros esto encaja muy bien con la 1ª Cartografía de TIC, pues en este continuo, un enigma requeriría una amplia intervención de la inteligencia ejecutiva, mientras que los ejercicios, sólo la inteligencia computacional. Así, para nosotros cualquier situación planteada con finalidad educativa que propone una cuestión matemática se acerca más a un *problema*, cuanto más requiera el uso de la inteligencia ejecutiva. Los problemas propuestos por nosotros con los alumnos requieren, en alguna medida, el uso de la inteligencia ejecutiva. Además podemos incluir estas características:

---

<sup>9</sup> No hemos expuesto la RP como metodología porque no es relevante para nuestro trabajo.

- tienen que ver con el contexto matemático usual de los libros de texto,
- los alumnos conocen heurísticos contextualizados en la Unidad didáctica en la que se insertan, aplicables para resolverlos, lo cual confieren a estos problemas potencial heurístico<sup>10</sup>,
- se prestan a conjeturar, comprobar y justificar las conjeturas obtenidas.

Usaremos en el Análisis de los protocolos de los alumnos la noción de movimiento del grafo de un problema, que tomamos de Puig (1996, p.25)

*Un problema P se define que está dado por una terna  $\langle S, W, R \rangle$ , en la que S se llama el conjunto de estados;  $W \subseteq S$ , el conjunto de estados ganadores, y  $R \subseteq S \times S$  el conjunto de movimientos. El par  $\langle S, R \rangle$  se llama grafo del problema. Cada elemento de R,  $(s, s')$  se llama un arco de este grafo. Una sucesión  $(s_0, s_1, \dots)$  de estados se llama un camino si para cada  $i$ ,  $s_i R s_{i+1}$  [...] Una sucesión finita  $(s_0, s_1, \dots, s_n)$  es una solución para  $s_0 \in S$  si y solo si  $s_n \in W$  y  $(\forall i) (s_i \in S \text{ y } s_i = s_{i+1} \text{ o } s_i R s_{i+1})$ .*

Para nosotros *creencia* será un juicio que cuenta con nuestra conformidad y que opera de una manera consciente o inconsciente. De esta definición deducimos que se convierte en un hábito mental. Esta definición la usaremos con alumnos.

Por *concepción* entendemos un sistema de creencias en el que hay cierto grado de articulación entre ellas, con cierto nivel de consciencia de este grado de articulación, y que supone cierto compromiso de actuación. Como vemos se acerca a lo que define por ideología Moreno (2004, p.46), esto es, “el conjunto de de representaciones (o autorrepresentaciones) que utilizan los individuos para racionalizar las situaciones sociales y para moralizar las relaciones con su entorno”. Esta definición la usaremos con profesores.

Veamos ahora cómo aspectos de la inteligencia antes mencionadas, encajan en nuestro entramado teórico, a la vez de cómo se ha tratado desde la DM las DDEE.

Ya hemos comentado que el título de la tesis destaca el *esfuerzo* sobre el resto de dimensiones, pero esto no es porque creamos que sea la dimensión central sobre la que gira el resto, sino porque es primario, lo primero, al resolver problemas. Se trata pues de un conjunto de dimensiones que influyen al resolver problemas. Estas dimensiones no están tratadas como tales desde la DM, aunque aparecen en investigaciones tratadas de forma implícita. Pocas menciones hemos encontrado del esfuerzo, de la que destacamos esta de Gómez-Chacón (2008, p.43), que refiriéndose a la teoría de atribución de Weiner, habla de que la memoria atribuye el logro fundamentalmente a las capacidades y esfuerzo, lo cual califica la autora como una simplicidad. Compartimos su opinión, y esto se verá reflejado en nuestra tesis, pues hay alumnos que no consideran otras vertientes del esfuerzo. De los estudios de Schoenfeld (1992), Puig (1996) o Adda (1976) se deduce que necesitamos algo más que esfuerzo para resolver problemas. No

---

<sup>10</sup> El hecho de que sean problemas clásicos de los libros de texto, para nosotros era importante ya que queríamos indagar las DDEE en el auténtico contexto en el que se tienen que desenvolver, nos guste o no, nuestros alumnos. Además que sean problemas típicos de libros de texto no significa que no tengan potencial heurístico, ya que en clase hubo un trabajo previo que les haga tener potencial heurístico.

basta ni siquiera con aumentar la intensidad del mismo. El esfuerzo que necesitamos, puede contener rutinas, algoritmos, reproducción de procedimientos, pero al conllevar dificultad para la que no hay rutina, nuestra mirada debe ir más allá. Necesitamos facultades inteligentes. Así, diremos que el *esfuerzo es más inteligente* cuánto más se acompañe de las facultades inteligentes. Esto implica que es un esfuerzo que persigue la eficacia, aunque no la consiga. Con lo anterior, podemos hablar del *vector esfuerzo*, ya que posee módulo (intensidad), dirección (teniendo en cuenta TIC u otras), y sentido (hacia las facultades inteligentes o no).

En cuanto a la idea de *dificultad*, podemos encontrarla en ideas de algunos constructivistas como Bouvier (1987) quien afirma que en el aprendizaje se debe ir de lo complejo a lo simple pues es la complejidad la que le confiere significado. La complejidad no es sinónimo de dificultad, pero complejidad implica dificultad. Los investigadores sobre resolución de problemas, que ya hemos comentado en esta sección, tratan esta dimensión cuando al definir un problema le imponen la condición de que tenga dificultad.

El sentido de la dificultad, que tiene componentes cognitivas y afectivas, aparece también en los subdominios de MKT relativo al conocimiento de las matemáticas y de los estudiantes. En los dominios de Ball y otros (2008) de las componentes del conocimiento profesional, se establece el subdominio (CCA), Conocimiento del contenido y de los alumnos. El conocimiento del contenido y de los alumnos (CCA), lo definen como el conocimiento que combina un conocimiento de sus alumnos con un conocimiento sobre la matemática y lo relacionan con la habilidad de los profesores para anticipar lo que los alumnos piensan, las dificultades que pueden tener, las motivaciones, el hecho de escuchar e interpretar las respuestas que los alumnos expresan en su lenguaje usual, o sea, situaciones en que es necesario que ocurran interacciones entre la comprensión matemática y el conocimiento del pensamiento matemático de sus alumnos. En este sentido, Park & Oliver (2008) consideran también como conocimiento de la comprensión de los alumnos, el conocimiento de sus posibles dificultades, concepciones erróneas, motivaciones e intereses, así como de sus necesidades.

La consideración de la dificultad en Marina puede resumirse en Marina (2004a, p. 245)

*“El aprendizaje es recompensador cuando los padres del niño no se empeñan en suprimir las experiencias negativas sino que le ayudan a superar su malestar, compartiendo su experiencia, y colaboran con él para que afronte las causas de la aflicción.*

En todo caso la idea de dificultad está asociada a la falta de conciencia de una destreza o recurso para que la situación a resolver pueda ser tratada con un procedimiento directo o algoritmo. Esta será nuestra idea de dificultad.

Respecto a la idea de *reto*, esta aparece en DM al hablar de problemas, apareciendo como sinónimo de desafío, lo cual lleva implícito la idea de dificultad. En Jaworski y Potari (2002), usa el constructo de triada de la enseñanza como herramienta útil para analizar las complejidades del proceso de enseñanza. Este constructo es el sistema formado por *gestión del aprendizaje, sensibilidad a los estudiantes y retos matemáticos*.

Por gestión del aprendizaje entiende el papel del profesor a la hora de crear el ambiente de aprendizaje en el que se mueven alumnos y profesores, por sensibilidad a los alumnos expresa el conocimiento del profesor de sus alumnos y la atención a sus necesidades, la forma en que interactúa con los alumnos y cómo guía la interacción entre grupos, y por último reto matemático se refiere a los desafíos que se le propone al estudiante para que haya pensamiento matemático y actividad, lo cual incluye las tareas, las cuestiones propuestas y el énfasis en cuestiones metacognitivas. La sensibilidad a los estudiantes tiene que ver con la dimensión de la ayuda, de la que hablaremos más adelante.

Para nosotros hay una diferencia con respecto a la dificultad, y para ello usaremos la idea de actitud de Gómez-Chacón (2008, p.23):

*“Entendemos la actitud como una predisposición evaluativa (es decir, positiva o negativa) que determina las intenciones personales e influye en el comportamiento. Consta, por tanto, de tres componentes: una cognitiva que se manifiesta en las creencias subyacentes a dicha actitud, una componente afectiva que se manifiesta en los sentimientos de aceptación o de rechazo de la tarea o de la materia y una componente intencional o de tendencia a un cierto tipo de comportamiento.”*

Pues bien para nosotros una tarea cognitiva con una dificultad pasa a ser en una persona un reto si la tarea cognitiva provoca un sentimiento de aceptación que empieza con la intención de resolverlo y acaba, este sentimiento, cuando se resuelve la tarea. Esto querría decir que en la motivación para resolverla el incentivo está en querer hacerlo por nosotros mismos. Siguiendo las ideas de Marina de que para que haya conocimiento tiene que haberse movilizadado un sentimiento, si apreciamos intención de resolución de una tarea, no tiene porqué haber un reto, ya que puede que el sentimiento de aceptación no esté circunscrito a la tarea en sí, sino a los incentivos que reciba. Así, un problema puede ser un reto para un alumno pero no para otro, aunque para los dos presente dificultad. Aún así, con alumnos en un ambiente escolar con el poderoso incentivo de las notas, es difícil saber si una tarea es un reto o no.

La idea de sufrimiento que aparece en varias obras de Marina es la de malestar o dolor, ante algo externo o interno. Puede que al resolver problemas nos sintamos frustrados, inseguros, con malestar e incluso dolor. Esto es lo que hemos llamado como *sufrimiento*. Gómez-Chacón (2003) desglosa el sufrimiento en los siguientes estados afectivos que considera indeseables: ansiedad, el miedo, el temor, la desesperación, el desconcierto, el comerse la cabeza, el bloqueo y la frustración. La justificación para no diferenciar estas emociones, es que creemos útil aspirar a una idea de ser humano que contemple el sufrimiento como sentimiento más global, como algo que nos acompañará toda la vida y que caso de discriminarlos en este estudio perderíamos información significativa. Nosotros estudiamos como ante este sufrimiento, puede que el alumno no esté viendo posibilidades que genera nuestra inteligencia, que tenemos y nos negamos, en definitiva no está habiendo una atención inteligente, de tal forma que para nosotros hay algo más que observar entre estado deseable o estado indeseable. A veces, el miedo a la frustración o la frustración misma, la inseguridad nos lleva a no comprender que

este sufrimiento, esta falta de incomodidad tiene sentido, que si no hubiera reto y dificultad podría ser peor y por tanto puede ser útil en nuestro proceso de aprendizaje. Comprender este aspecto del sufrimiento lo que etiquetaremos como dimensión más cercana al inteligente desde TIC. En este sentido vamos un poco más allá que Marina del sentido de la dificultad expuesto anteriormente, cuando habla del aprendizaje recompensador por parte de los padres.

Para nosotros este sufrimiento puede tener otro nivel, que se produce cuando el alumno sufre por este sufrimiento (por ejemplo cuando se dice a sí mismo “al no salirme ‘na’ pienso que soy un ‘negao’ en Matemáticas, y me agobio más”). Podríamos calificarlo como metasufrimiento o apego al sufrimiento. Éste suele sustentarse en pensamientos rumiantes, en forma de bucles, y que consideramos alejado de la inteligencia creadora. Marina (2004a) termina con un modelo para mejorar, cambiar en algún aspecto que queramos de nuestra vida (el ejemplo del autor es la drogodependencia). De lo anterior se deduce que Marina cree que se puede cambiar, y su forma de ayudar al cambio incluye dar un modelo que se practique. Gómez-Chacón (2003, p.233) le llama metaafecto, referido como el “afecto acerca del afecto”, y que considera como noción central, argumentando

*“Como hemos indicado en los estudios que hemos realizado, con un grupo de jóvenes en situación de fracaso escolar y con otros estudiantes de Secundaria, se ha puesto de manifiesto que la estabilidad de las creencias de los individuos tiene mucho que ver con la interacción de la estructura de creencias no sólo con el afecto, sino también, y muy especialmente, con el metaafecto”*

Lo dicho en los párrafos anteriores influye en la idea de *ayudar*. Ya hemos comentado que la triada de enseñanza de Jaworski y Potari (2002) estaba formado por *gestión del aprendizaje, sensibilidad a los estudiantes y retos matemáticos*. La idea de sensibilidad a los estudiantes tiene que ver con la idea de ayuda que tanto para Jaworski y Potari se basa en la expresada por Bruner (1985). Este autor presentó la idea de *scaffolding* como metáfora del papel que juega en el aprendizaje el habla entre aprendices y expertos. Básicamente el experto debe ir guiando para ir fomentando su autonomía. Esto nos lleva a que el sentido de ayuda está tratado desde la DM mediante la heurística. En RP desde Polya, Schoenfeld o Puig, la idea de ayuda está, entre otros hechos asociada, a la idea del uso de heurísticos. Estos tres autores tienen una visión distinta de los heurísticos y su instrucción en el aula. La idea de control o gestor interno de Schoenfeld (1992) propone una idea de ayuda que va más allá de los heurísticos, aunque focalizada en la actuación ante un problema. Esta línea es la que proponen Gil, Blanco y Guerrero (2005), de la que hablaremos más al referirnos a la dimensión del lenguaje. Desde el dominio afectivo, Gómez-Chacón (2003, p.79) identifica cuales son las demandas cognitivas y afectivas de los alumnos hacia el profesor, estas son, incluyendo que éste sea capaz de establecer instrumentos y modos de asegurarse que el alumno llegue a una buena comprensión, prosiguiendo con la demanda afectiva:

*“La “explicación” la identifica el sujeto como soporte afectivo del profesor que sería conveniente que facilitara al alumno, intervención del profesor que le ayude a “evitar el miedo”...Se le demanda al profesor (refiriéndose a los*

alumnos participantes en su investigación) *que en su intervención en relación a los alumnos, sea soporte afectivo, se le pide que cuide al máximo sus modos de estar y sus interacciones en el aula: ser más divertido, “reconocimiento y aprecio del trabajo de los alumnos”, “tener en cuenta las opiniones de los alumnos”, “favorecer el aprendizaje autónomo del alumno”<sup>11</sup>*

Nosotros consideramos que se puede ayudar desde distintos niveles, o bien suprimiendo una dificultad o bien forjando un modelo en el alumno para que aprenda a superarlos, por ejemplo cuando un alumno se encuentra atascado ante un problema, o cuando sugiere que se le apruebe por haberse esforzado aunque no haya aprendido. La ayuda del nivel más elevado sería la encaminada a cambiar creencias. El profesor, además de las consideraciones anteriores, puede considerar que ayudar no equivale siempre a hacer, a explicar, a veces puede ser no hacer, a veces tendrá resultados a largo plazo, y a veces hay que esperar a que la ayuda sea pedida. Esta es una concepción más versátil y flexible de la ayuda, pues no se trata solo de mejorar la cuestión cognitiva, ni se trata solo de cambiar emociones indeseables por deseables, es la que consideraremos como ayuda más cercana a TIC.

Ya hemos mencionado como el *lenguaje* se convierte en apeadero, en apoyo para construir nuestra autonomía. Recordemos la frase: “el habla interior es el material del que están hechas nuestras voluntades” Marina (2004b, p. 77). Llamábamos retórica a la capacidad de movilizar sentimientos mediante la palabra. El lenguaje con uno mismo será retórico potenciador, hacia la solución del problema, si es capaz de movilizar estructuras conceptuales, heurísticos o actitudes que el resolutor haya practicado antes en otros procesos de resolución de problemas. Gil, Blanco y Guerrero (2005) proponen un modelo de 4 fases para resolver problemas inspirado en el de Polya (1992), cada una de las cuales llevan asociadas autoinstrucciones, frases para decirse uno a sí mismo. Así, la Fase Analizar y comprender el problema se corresponde con las autoinstrucciones antes del suceso ( Fase de preparación), la Fase de Buscar una estrategia de solución con las autoinstrucciones al comienzo del suceso (Fase de confrontación), la fase de llevar a cabo un plan y examen con las autoinstrucciones durante la tarea (fase de afrontamiento), y la fase de revisión de la solución y del proceso con la fase de reforzamiento del éxito. Schoenfeld (1992, p.43) usa un lenguaje que consideramos retórico y potenciador en el apartado de la gestión y el control como factor metacognitivo, también con autoinstrucciones . Se trataría de que el propio resolutor se vaya preguntando durante el proceso estas cuestiones:

*¿Qué estás haciendo? (¿Puedes tú describirlo con precisión?)*

---

<sup>11</sup> De los diálogos que aparecen en Gómez-Chacón (2008, p.81) dudamos que se pueda inferir que los alumnos demanden favorecer el aprendizaje autónomo de ellos mismos. En esta página la autora expone como los alumnos le demandan al profesor o profesora soporte afectivo, además de que las tareas de matemáticas sean divertidas, pero en ningún momento interpretamos de este diálogo que el alumno demande más autonomía. El sentido de autonomía al que nos referimos está planteado en la sección anterior, pues para nosotros implica saber elegir metas, y para conseguirlas usar de forma inteligente nuestras facultades mentales. Si el alumno solo busca del profesor o profesora que le proporcione soporte afectivo, puede que el alumno no esté eligiendo la meta de aprender, o que no tenga que usar sus facultades mentales de una forma inteligente.

En las clases de AD podemos encontrar que los alumnos le demandan soporte afectivo

*¿Para qué lo estoy haciendo? (¿Cómo encaja en la solución?)*  
*¿Cómo me ayuda? (¿Qué harás tú con los resultados que obtengas?)*

Un lenguaje retórico poco potenciador será el que nos desanime, nos dice que no podemos ir más allá, nos lleva a la pasividad, y a no ser capaz de comprender cierto sufrimiento ante un problema. En cambio el lenguaje retórico potenciador cercano a TIC será aquel en el que además de las autoinstrucciones de Schoenfeld (1992) mencionadas antes, el alumno entrena estas frases consigo mismo en un modelo de RP:

*¿Qué puedo hacer para entenderlo mejor?*  
*Me lanzaré con esta conjetura o plan aunque no esté seguro*  
*Es normal que esté agobiado o sufriendo pero puedo hacer algo, por lo menos pedir ayuda*

Respecto al *sentido ético de nuestras acciones*, no hemos encontrado nada desde la DM, aunque sí en los Autoestudios, que es una metodología que tiene en cuenta las investigaciones sobre los propios alumnos y sobre la que ahondaremos en el capítulo dedicado a la metodología. Para los autores de Autoestudios el “nurturing” o cuidado maternal es la componente ética que tiene que tener en cuenta todo profesor con sus alumnos. Hemos interpretado *el sentido ético de las acciones* de los alumnos, y sobre todo de los profesores. Ya comentamos en el marco teórico que hemos usado algunos de los criterios que resume Marina (2005b) en el capítulo Ergometría de las evidencias. Huelga decirlo pero no se trata de etiquetar “acción buena” frente “acción mala”. Se trata de ver si sus acciones se acercan a las ideas estrechamente relacionadas de ética y felicidad, que en un momento dado del libro llama dignidad feliz. Con los alumnos sólo hemos indagado qué bien o mal les suponía una Matemática basada en ambientes de RP, lo cual implica un pronunciamiento de su felicidad. Para ello hemos elaborado preguntas basándonos en los criterios que expusimos en la sección anterior (criterio de evidencia, de coherencia y de previsión). Este último de previsión está tratado con más profundidad por Jonas (2005, p.29). Este autor al hablar de cómo la ética tiene que ampliar su marco de estudio expone<sup>12</sup>:

*El bien y el mal por los cuales había de preocuparse la acción residían en las cercanías del acto, bien en la praxis misma, bien en su alcance inmediato; no eran asunto de una planificación lejana. Esta proximidad de los fines rige tanto para el tiempo como para el espacio.*

Como consecuencia de lo anterior expone Jonas (1995, p.34) el nuevo papel del saber en la moral, no sólo por su papel predictivo, sino porque ahora se configura con dos caras de una misma moneda: predicción e ignorancia. Así Jonas (1995, p.40) cambia el imperativo categórico de Kant por este otro:

---

<sup>12</sup> Debemos mencionar que en la exposición de Jonas él tiene en mente la acción del hombre sobre la Naturaleza. Para nosotros el papel de la Naturaleza lo tiene aquí la dignidad, o dignidad feliz mejor dicho, pues la concepción de los derechos según Marina son como la Naturaleza pues necesitan de cuidado, y se mantienen con el esfuerzo colectivo.



*“Obra de tal modo que los efectos de tu acción sean compatibles con la permanencia de una vida humana auténtica en la Tierra.”*

Nosotros lejos de atrevernos a lanzar un imperativo de este tipo, a la vez que intentamos no ser neutros, proponemos que los alumnos tomen conciencia del otro<sup>13</sup> (otros alumnos) con sus diferentes intereses y diferentes formas de pensar, y que un profesor cuando programe, actúe en el aula, piense en la dignidad feliz de los seres de la comunidad, si ha servido o crecido el alumnos con nuestras acciones, si hemos ayudado a socavar la dignidad feliz de las personas con las que se va a relacionar, si la ayuda invertida en su formación ha sido en vano o ha tenido sus frutos. Para nosotros lo anterior conlleva que exploremos en qué basan los profesores las consecuencias de sus acciones, y si en esta base están los estudios de Didáctica de la Matemática o Psicología, o en opiniones.

Con los profesores, además de esto hemos indagado si sus presupuestos éticos les llevaban a analizar las consecuencias de sus acciones en clase contestando a preguntas como ¿Crees que serán más felices tus alumnos con lo que has hecho y evaluado? o ¿Soportarán mejor el sufrimiento?, cómo las integraba para modificar sus actuaciones en cursos posteriores manifestándose a cuestiones como ¿Qué vas a cambiar para que tus alumnos gestionen mejor las dificultades o soporten mejor el sufrimiento? ¿Te fijarás en lo que ellos te dicen, en lo que hacen los alumnos, en lo que te dicen compañeros, en lo que te dice el Director, los padres, en presupuestos de investigaciones de DM o Psicología...? ¿En qué? ¿Qué pasa con los alumnos que les va mejor con los retos aunque les cueste más?

Respecto al sentido de la *duda* no hemos encontrado nada desde la DM. Para nosotros una duda bien gestionada implica no percibirla solo como algo negativo, sino que puede ser motor para el aprendizaje. Una duda mal gestionada es aquella en la que el alumno la evita, por no soportar la inseguridad, y una duda bien gestionada implica comprenderla, darle tiempo y atreverse a actuar usando conocimientos previos, aunque no se tenga la seguridad de que te lleve a la solución.

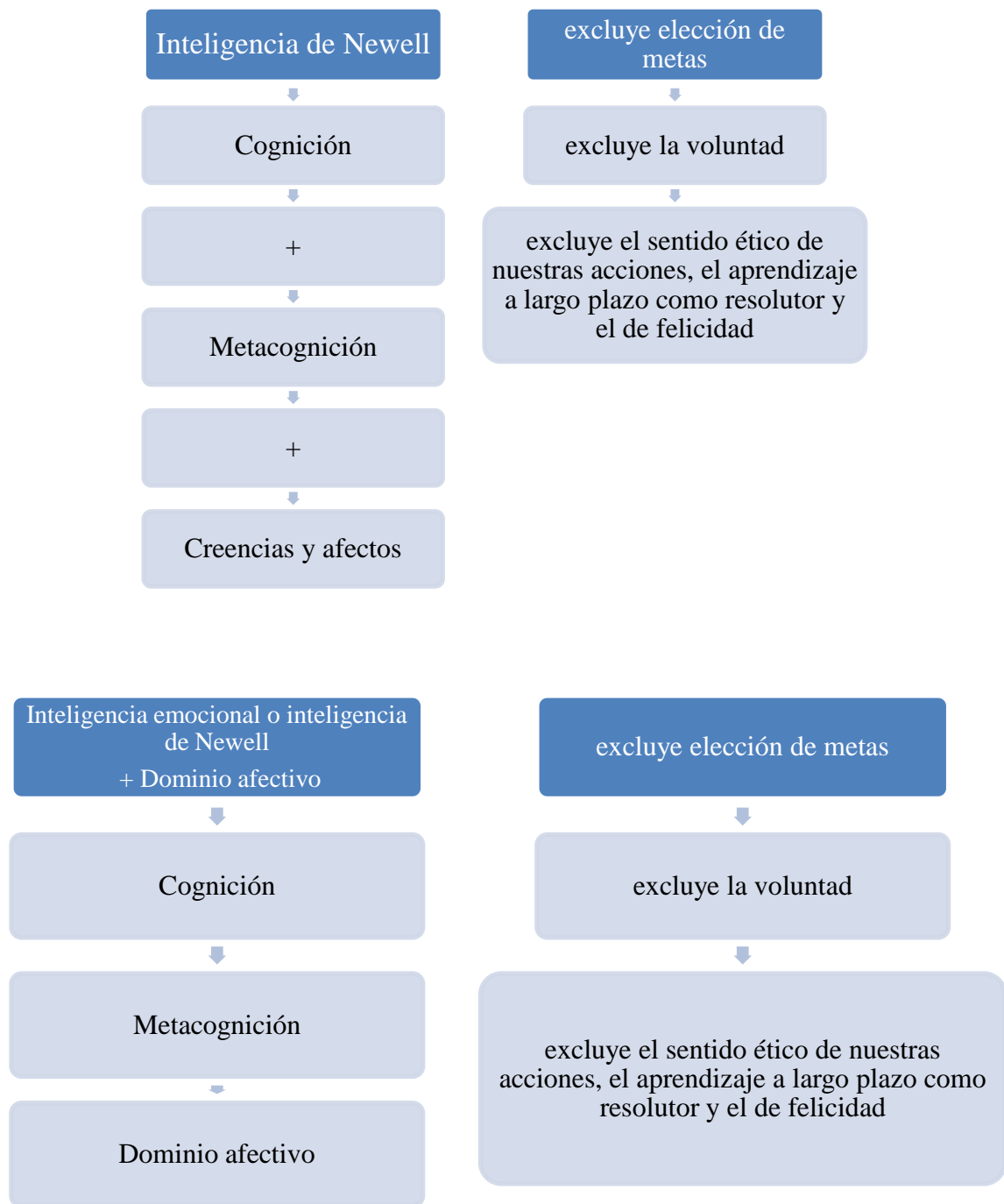
A continuación exponemos un gráfico que compara algunas definiciones de inteligencia y los problemas que pueden investigarse desde ellas<sup>14</sup>.

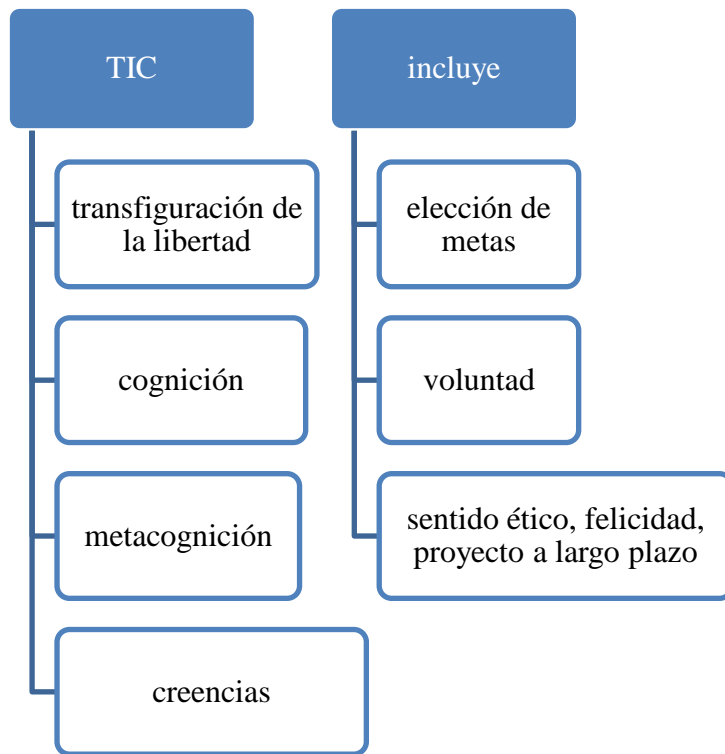
---

<sup>13</sup> Podríamos fundamentar esta relación con la idea de “el otro” de Levinas, sin embargo nos parece demasiado trascendente para este trabajo.

<sup>14</sup> El principal autor en el que se han basado los didactas de la Matemática para trabajar el Dominio afectivo es Mandler. Aunque sus trabajos son anteriores a la inteligencia emocional, podríamos considerarlos dentro de la inteligencia emocional.

Gráfico 2. 8 Distintas investigaciones desde distintas inteligencias





## II.4 PREGUNTAS Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

Desde la perspectiva teórica que hemos mencionado y desde nuestro acercamiento al problema, surge una pregunta central:

*¿Cómo influyen las concepciones de los profesores y las creencias de los alumnos sobre el esfuerzo y dimensiones relacionadas, analizadas desde la perspectiva de TIC, en la actuación de cada uno en el aula?*

De esta pregunta y dentro del marco teórico antes tratado surgen otras preguntas que continúan de forma natural la anterior:

*“¿Cómo influyen las creencias de un alumno en su actuación ante un problema?”*

*“¿Cómo influyen las creencias de los alumnos en su actuación a largo plazo en clases caracterizadas por la Resolución de Problemas como metodología o/y como contenido?”*

*“¿Cómo influyen las concepciones del profesor en su actuación a largo plazo?”*

# **DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN**



### III.1 PLANTEAMIENTO DEL DISEÑO

En esta investigación sobre Didáctica de la Matemática intentamos que la metodología esté en función de las preguntas de investigación. La pregunta central de nuestra investigación es:

*“¿Cómo influyen las concepciones de los profesores y las creencias de los alumnos sobre el esfuerzo y dimensiones relacionadas, analizadas desde la perspectiva de TIC, en la actuación de cada uno en el aula?”*

de la que surgen estas otras preguntas secundarias:

*“¿Cómo influyen las creencias de un alumno en su actuación ante un problema?”*

*“¿Cómo influyen las creencias de los alumnos en su actuación a largo plazo en clases caracterizadas por la Resolución de Problemas como metodología y/o como contenido?”*

*“¿Cómo influyen las concepciones del profesor en su actuación a largo plazo?”*

Estamos, pues, ante una investigación que se introduce, o al menos así lo pretende, en las vivencias, las acciones, las intenciones, es decir, en las propias entrañas del ser humano. Latorre, del Rincón y Arnal (2005, p.197), refiriéndose a la metodología constructivista/cualitativa, escriben:

*“Esta orientación metodológica tiene como objeto la comprensión del complejo mundo de la experiencia humana: cómo las personas viven, experimentan, interpretan y construyen los significados del mundo social, y cómo éstos son integrados en la cultura, el lenguaje y las acciones de los actores sociales...”*

*La finalidad de la investigación constructivista es desarrollar construcciones de la realidad compartidas que iluminen un contexto particular y proporcionen hipótesis de trabajo para la investigación de otros”*

Para entender la elección de la estrategia cualitativa, y de paso dar la justificación teórica del diseño, creemos necesario explicar el *paradigma* que elegimos. Este paradigma será sustento, y por tanto apoyo, en todo este capítulo, pues con él intentamos no solo describir cómo se ha realizado la investigación sino por qué hemos hecho lo que hemos hecho.

Bassey (1999, p.42) entiende por paradigma

*“una red de ideas coherentes sobre la naturaleza del mundo y de las funciones de los investigadores, que aceptadas por una comunidad de investigadores, condicionan las pautas de razonamiento y sustentan las acciones en la investigación”.*

Como consecuencia de la definición, seguir un paradigma requiere atender a su perspectiva ontológica, su perspectiva epistemológica y a la perspectiva metodológica. Según Latorre y otros (2005, p. 40) los paradigmas en la investigación educativa son:

positivista, interpretativo y crítico. Como nuestro foco son dimensiones que intervienen en el proceso educativo, y también social, en base a interpretaciones de los datos, junto con la visión de la profesora y los alumnos, hace que el paradigma elegido sea el *interpretativo*. No hemos elegido el paradigma crítico porque no pretendemos que la investigación sea el cambio de alumnos, de los profesores o de la situación educativa, sino sacar a la luz cómo ven ciertas dimensiones.

Tomaremos de Muñoz (2009) lo que viene a continuación de la perspectiva epistemológica. En coherencia con la perspectiva ontológica, la perspectiva epistemológica huye de considerar la realidad estable y objetiva que usan las Ciencias Naturales. Conocer implica un proceso de interacción con el objeto de conocimiento, y es con esta interacción que el sujeto interpreta y reconstruye significados. Así, al adentrarnos en el mundo de alumnos hacemos interpretaciones, y le damos otro sentido o modificamos el que teníamos a lo que intentamos conocer. En esta resignificación, usamos como herramienta TIC. Según Ritchie y Lewis (2005), existen tres puntos críticos sobre los que giran las investigaciones epistemológica, y son la relación entre el investigador e investigado, las teorías sobre verdad y el modo en que se adquiere el conocimiento. En cuanto a la relación entre investigador e investigado, no somos independientes de lo que estudiamos, ya que los alumnos y la profesora y nosotros nos estamos mutuamente influyendo, por ejemplo con la aprobación o no ante las respuestas de ellos. Para ser transparentes en las suposiciones que están influyendo en los resultados, dejamos claras pistas de revisión. Respecto a las teorías sobre la verdad, pensamos que los fenómenos no pueden medirse de un modo absoluto, sino por consenso, y que cuando diferentes informes confirman una declaración, obtenemos una representación de la realidad socialmente construida que asumimos como verdad plausible o aproximación a la realidad. Al usar varias estrategias de recogidas de datos y comentar los resultados en SIDM o con otros investigadores, construimos esta representación de la realidad. Respecto al modo en que se adquiere el conocimiento, básicamente usamos la estrategia inductiva pero con matices. Si bien hemos partido de tres alumnos para establecer perfiles y de una profesora para comprender las dimensiones, al usar TIC para analizarlas, esta nos permite asociar y es lo que ha ocurrido con alumnos y la profesora. Por ejemplo, en el apartado ético de los alumnos después del proceso de inducción para saber que piensan, la propia teoría nos dice si va a encajar o no con la ética de Marina, y algo parecido ocurre con la profesora que tras una mejor comprensión, inductivamente, de su sistema ético podemos deducir usando TIC a quien se acerca o no, y más o menos probables consecuencias. Por lo anterior, creemos justificado que la perspectiva metodológica haya sido la cualitativa.

A continuación buscamos justificar qué estrategias, dentro de la metodología constructivista/ cualitativa, usamos. Como vemos la pregunta central de la investigación tiene unas características descriptivas de creencias, y sus valores consecuentes, lo cual nos lleva a la selección de la estrategia de investigación *Etnográfica*. La decisión de por qué usar esta estrategia de investigación muy bien podría dárnosla Malinowski<sup>1</sup>,

---

<sup>1</sup> Malinowski fue uno de los pioneros del uso de esta metodología en antropología



tomada de Latorre y otros (2005, p. 226), quien afirma que el objetivo de la etnografía es aprehender el punto de vista del nativo en relación a la vida, darse cuenta de su visión del mundo.

La estrategia etnográfica toma aquí un perfil peculiar, marcado por la pregunta de investigación, y por el contexto. Se trata de que la investigación etnográfica con alumnos se acompañe de la metodología de *autoestudios*. Esto tiene que ser así, ya que la investigación central parte de la existencia de alumnos cuyas clases de matemáticas están impregnadas de RP, como metodología o contenido, y al no encontrar profesores que usen esta metodología, investigamos a nuestros alumnos. Al usar esta metodología, la investigación toma otras vertientes, algunas enriquecedoras, pues como define Laboskey (2004, p.817) el autoestudio es “una metodología para el estudio o investigación de las prácticas profesionales”, citando entre una de sus características que su propósito es la mejora de nuestras clases. Así a lo largo de este capítulo, aparecen características y peculiaridades de los autoestudios.

Ahora bien, esta primera cuestión y las preguntas secundarias necesitan para su comprensión casos relevantes, realidades singulares, casos estudiados en profundidad por lo que este trabajo se complementará con un *estudio de casos*. No obstante, no queremos separar de forma tajante la investigación de la pregunta central de la investigación de las secundarias, ya que el estudio etnográfico para la cuestión central será un escalón previo para el estudio de casos, y la investigación de las cuestiones secundarias puede hacer uso, en virtud de la flexibilidad de toda investigación cualitativa, de la estrategia etnográfica. Debemos reseñar que una comprensión previa de los casos, enmarcados en perfiles, influyó en la pregunta central. La comprensión previa del resultado de la investigación de la pregunta central es un arranque necesario para las preguntas secundarias:

*“M.Heidegger describe en ‘El ser y el tiempo’ el llamado ‘círculo hermeneúutico’ (la interpretación es un proceso que va continuamente desde el todo a las partes y viceversa); según Heidegger, la interpretación arranca siempre desde una ‘pre-comprensión’ de la cosa a interpretar, lo que constituye el fundamento mismo de la posibilidad de conocimiento.” AA.VV. (1985, p.493).*

Así parece lógico dividir este capítulo en dos secciones: ESTUDIO ETNOGRÁFICO CON ALUMNOS Y ESTUDIO DE CASOS DE LA PROFESORA AD. El que el marco teórico se fundamente en un concepto tan potente como la inteligencia creadora, cuyas ramificaciones abarcan las concepciones de profesores y las creencias de alumnos, permite que el marco teórico sustente de forma única el diseño metodológico de los dos estudios. Como ejemplo de que llega a abarcar a los alumnos y a los profesores, señalamos los enfoques del sentido ético en los alumnos y del sentido ético en los profesores, ambos partiendo de la Ética de Marina, o cómo enfocamos las dimensiones en alumnos y en profesores desde TIC: en unos queremos observar “cómo es su inteligencia creadora”, y en la profesora “cómo ella la fomenta o no”. Que un marco teórico permita dos tipos de estudios no es extraño, ya que, por ejemplo, el

Marco Teórico de Schoenfeld (1992) permite hacer investigaciones con alumnos como hace Vila y Callejo (2004), y de profesores como hace Carrillo (1998).

### **III.1.1 PARTICIPANTES**

Los 3 alumnos participantes son dos chicas y un chico que durante el curso 2008/2009 cursaban 4º de ESO en un Instituto de Educación Secundaria de un barrio de la ciudad de Málaga. La clase de 4º de ESO de la que formaban parte realizó el cuestionario, y por los perfiles que parecían indicar seleccionamos a 6 alumnos, que al hacerles la entrevista sobre el cuestionario vimos que los tres elegidos además eran buenos informadores. Describimos brevemente como eran los alumnos académicamente:

I<sub>1</sub> era una chica que en las sesiones de evaluación los profesores calificaban como que “le costaba bastante”, de hecho había aprobado Matemáticas para Septiembre. Sus notas en Matemáticas en los cursos anteriores solían ser Suficiente. Uno de los comentarios que nos hizo en una de las entrevistas es que en los cursos anteriores no se enteraba de nada de los problemas.

I<sub>2</sub> era un chico con unas notas de Notable en Matemáticas y en las demás asignaturas, y que le costó un poco adaptarse en el primer trimestre del curso 2007/2008 a adaptarse a la RP, aunque sin llegar a suspender. En las sesiones de evaluación se solía decir que era trabajador y muy bueno de comportamiento.

I<sub>3</sub> era una chica con buenas notas, Notable o Sobresaliente, en todas la asignaturas. En las sesiones de evaluación se acostumbraba a hablar de ella como muy buena en todos los sentidos. El curso 2007/2008 un examen de Matemáticas en el primer trimestre, al enfrentarse por primera vez a RP, lo que supuso su primer suspenso en el Instituto.

La profesora AD es una profesora que estaba en un Instituto de un barrio de Málaga capital de forma provisional, con 6 años de experiencia y 1 como funcionaria. En sus clases su metodología no era tradicional, sino que circulaba por las mesas constantemente resolviendo dudas de los alumnos.

## III.2 ESTUDIO ETNOGRÁFICO CON ALUMNOS

Hemos comentado por qué hemos elegido esta estrategia de investigación. La etnografía está incluida dentro de las metodologías cualitativas. En toda investigación cualitativa existen unas fases o etapas por las que transcurre dicha investigación, sin menoscabo de que la flexibilidad de este tipo de investigaciones conlleve que no sean fases rígidas como compartimentos estanco. Un modelo de fases que consideramos válido tanto para la pregunta central como las secundarias, es el propuesto por Latorre y otros (2005, p.206), que resumimos en el siguiente cuadro:

Gráfico3.1 Fases de la Investigación

Fases de un Proceso de Investigación Cualitativa					
Reflexión	Planificación	Entrada al escenario o Inicio del estudio	Recogida y Análisis de datos	Retirada del escenario	Elaboración del informe
Identificación del problema. Cuestiones de investigación. Revisión documental. Perspectiva teórica.	Selección del escenario de investigación. Selección de la estrategia de investigación. Redefinición del problema y cuestiones de investigación	Negociación de acceso. Selección de los participantes. Papeles del investigador. Muestreo intencional.	Estrategias de recogida de la información. Técnicas de análisis de la información. Rigor del análisis.	Finalización de la recogida de la información. Negociación de la retirada. Análisis intensivo de la información.	Tipo de informe. Elaboración del informe.

Como veremos en las fases de nuestra investigación, la flexibilidad de las fases ha estado presente a la hora de recoger datos y salir del escenario. El desarrollo de estas etapas aparece en una de las secciones siguientes.

### III.2.1 JUSTIFICACIÓN TEÓRICA DEL DISEÑO CON ALUMNOS

Nuestra investigación se enmarca dentro de las del tipo cualitativo e interpretativo, y hemos usado como estrategia primordial de investigación la *etnográfica* para la pregunta central. Como hemos dicho anteriormente los resultados de la pregunta central influirán en las preguntas secundarias, y viceversa.

Intentar ver cómo influyen las visiones de los alumnos sobre el esfuerzo y dimensiones asociadas, es intentar meterse en la piel de los mismos, aprehender su punto de vista, que coincide con el objetivo de la etnografía Latorre y otros. Latorre y otros (2005, p. 226) exponen que el objetivo de la Etnografía educativa es “aportar valiosos datos

descriptivos de los escenarios educativos, actividades y creencias de los participantes en ellos...describir las diversas perspectivas y actividades de profesores y alumnos con el fin de obtener explicaciones para descubrir patrones de comportamiento”. Además coincidimos como profesor en activo, con Latorre y otros (2005, p.227), a través de Pollard (1984), al afirmar que “en el ámbito de la formación del profesorado, la etnografía se ha usado como instrumento de unión de la teoría con la práctica, como ayuda para observar y analizar la práctica educativa, como plataforma de formación reflexiva y auto-crítica del profesorado, como instrumento para mejorar la competencia profesional”.

Ahora bien, tras la investigación de la pregunta central, buscamos actuaciones concretas y únicas en el aula ante clases de RP, en cuanto a metodología y/o contenido, de alumnos influidos, entre otras creencias, por las del esfuerzo y dimensiones relacionadas. Como dicen Angulo y Vázquez (2003, p.18):

*“Trabajar en un caso, es entrar en la vida de otras personas con el sincero interés por aprender qué y por qué hacen o dejan de hacer ciertas cosas y qué piensan y cómo interpretan el mundo social en el que viven y se desenvuelven”*

Ya hemos comentado la razón por la que esta investigación tiene características de los autoestudios. Hay una amplia gama de investigaciones que llevan la etiqueta de autoestudios, y es para nosotros difícil encontrar una caracterización de ellos. Lo más cercano a una caracterización es la que figura en Loughran (2004, vol 1, p.17) y Laboskey (2004, p. 817). La lista de Loughran es la siguiente:

1. El autoestudio define el foco o problema de investigación, no la forma en que esta se lleva a cabo. Esto conlleva tener muy en cuenta el contexto en el que se desarrolla la investigación.
2. Se buscan perspectivas alternativas. Hay que ser conscientes de que las visiones e interpretaciones de los individuos van a ser desafiadas, golpeadas y cambiadas observando los datos y sus consiguientes conclusiones. Una extensión de esta característica es lo que Whitehead (1993) llamó *“estar en una viva contradicción”*.
3. Presuponen del investigador autoconfianza y vulnerabilidad. Pone el autor como ejemplo las tensiones que existen entre las creencias propias y lo que realmente ocurre en el aula.
4. Los resultados del autoestudio requieren acción inmediata.
5. Existen diferencias entre Autoestudio y Reflexión sobre la práctica. Los dos nacen de problemas o dificultades sobre las que el investigador reflexiona, pero se diferencian del primero en que es una exigencia que sea comunicado, y así desafiados, extendidos y transformados.
6. Los dilemas, las tensiones y desacuerdos tienden a dominar los datos que se recogen en el autoestudio.
7. La Importancia de la Audiencia a la hora de dar forma al informe del Autoestudio

Para Laboskey (2004, p.817) el autoestudio es “una metodología para el estudio o investigación de las prácticas profesionales” y presenta las siguientes características: es iniciada por el propio profesor y el foco lo define él también, su propósito es la mejora, es interactiva, incluye múltiples metodologías, sobre todo cualitativas, y el proceso de validación se basa en la honradez”. Para Laboskey el sustento teórico de los autoestudios tiene tres vertientes: epistemológica, pedagógica y ética y política, y en la ética destaca que la igualdad de oportunidades de sexo, raza, clase social, para desarrollar su potencial, dignidad y los profesores dan ayuda y guías. Para la autora la buena enseñanza debería incluir el “nurturing”.<sup>2</sup>

Nuestra investigación adquiere unas características de los autoestudios, pero no todas. De entre aquellas de las que sí participa está la que tiene en cuenta el contexto, pues la investigación se centra en dimensiones presentes en el aula. Estamos en una viva contradicción y hay tensiones y contradicciones que conllevan autoconfianza y vulnerabilidad, cuando nuestros alumnos no se implican todo lo que esperamos en el aprendizaje de la RP. Sin embargo no participa de otras como que la acción tiene que ser inmediata en el aula, ya que nuestro informe propone actuaciones que tienen que ser reflexionadas por la comunidad educativa, incluyendo gestores, padres y profesores. Aunque sí tiene en cuenta la ética como sustento teórico, no es esta ética la que nos está sustentando esta metodología, pues en la que proponemos consideramos como derecho el desarrollo de una inteligencia creadora, que conlleva la gestión de dificultades y retos, que puede no ser cercana al “nurturing”. Por todo lo anterior, consideramos que nuestra investigación es etnográfica, con coincidencias con los autoestudios.

### III.2.1.1 CARACTERIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Hablar de investigación en ciencias sociales supone un conjunto de axiomas o postulados basados en corrientes de pensamiento. De entre los enfoques, positivista, interpretativo y crítico, el nuestro corresponde a un enfoque *interpretativo*, ya que este trabajo está encaminado a descubrir, interpretar y entender el significado de lo que se dice y se cree sobre ciertas dimensiones, contextualizado en determinadas clases de RP. No es crítica, pues con nuestras interpretaciones de los datos de alumnos y profesores, no pretendemos que sirvan como modelo para otros, y por tanto no suponen una orientación para el cambio.

El carácter etnográfico de la investigación de la primera cuestión, nos hace considerar de una forma especial a los sujetos que intervienen, como la actuación del propio investigador. Los alumnos a los que investigamos se consideran participantes de la misma, más que sujetos, ya que los sujetos están inmersos en un contexto que forma parte de toda investigación cualitativa, y más aún de la nuestra. Como etnógrafos hemos cumplido una serie de condiciones, y ha sido la esencial que es el principal vehículo de la investigación, ya que somos recolectores de datos, y a la vez observadores, narradores y escritores. Además como etnógrafos admitimos la subjetividad propia y la de los

---

<sup>2</sup> En este contexto nos parece que la traducción más coherente de nurturing, sería cuidado maternal

participantes, y que hemos tenido una gran empatía con el grupo en el que nos adentramos. Hemos usado el análisis de contenido de Bardin (1986) para asociar unidades de información a las DDEE, usando la definición de unidad de información de Carrillo (1998).

La investigación tiene las características propias de las investigaciones cualitativas:

- *holística*, ya que hemos intentado estudiar la realidad global, realidad global que incluye comportamientos ante un problema y ante un aprendizaje a largo plazo como resolutores de problemas,
- *inductiva*, pues las categorías e interpretaciones las hemos hecho a partir de los datos obtenidos en encuestas, entrevistas y observaciones. En este sentido los perfiles de alumnos han surgido de los datos de las encuestas,
- *idiográfica*, pues hemos intentado comprender la singularidad de ciertos fenómenos, fenómenos contextualizados en ciertos alumnos.

### III.2.1.2 ELEMENTOS TEÓRICOS PRESENTES EN LA INVESTIGACIÓN

La investigación cualitativa usa principalmente la estrategia inductiva, lo que en nuestro caso implica la formación o construcción de indicadores, perfiles, con respecto a creencias sobre las dimensiones señaladas, y posibles relaciones entre estos perfiles y modos de actuar en clases de Matemáticas. Como hemos comentado anteriormente, el tipo de metodología fundamentalmente usado es la etnográfica, por intentar descubrir y describir creencias, valores y actitudes del comportamiento humano, aunque también impregnada de la fenomenología, ya que intenta describir el significado de la experiencia desde la perspectiva de los propios alumnos. Puesto que la investigación se centra en alumnos nuestros y el foco está definido por el propio profesor e investigador, necesariamente la estrategia etnográfica participa de los llamados autoestudios.

A diferencia de otras investigaciones en la que la metodología etnográfica es la más relevante, no se trata aquí de una construcción o generación de teoría. Para nosotros, los marcos teóricos, que ya mencionamos en el Capítulo I, son el de los factores, que según Schoenfeld, intervienen en la resolución de Problemas, a saber, conocimiento específico, heurísticos, control y creencias y afectos Schoenfeld (1992) y el de la Teoría de la Inteligencia Creadora. Nuestra aportación se centra en el análisis de los alumnos desde TIC, lo cual permite analizar no sólo la actuación ante problemas, sino la actuación ante la mejora como resolutores de problemas.

Los aspectos etnográficos nos llevan a intentar, más que convivir, a vivir con los alumnos en las clases de RP, a empatizar con su conducta y, si es posible, con sus pensamientos y emociones. Para ello, los instrumentos que utilizaremos serán tanto la observación, recogidas en notas de campo, como la entrevista, una vez realizadas las encuestas.

### III.2.2 ETAPAS DE LA INVESTIGACIÓN CON ALUMNOS

Nuestra condición de profesor en activo nos hace partícipe, cuando no espectador de excepción, de ciertos momentos y situaciones críticas, que suelen pasar desapercibidas y no son por tanto susceptibles de investigación. Estas situaciones pueden ser formuladas en otros términos, de forma que puedan plantearse como un problema de investigación. Estas situaciones provienen tanto del contacto con alumnos en el aula, como de profesores en el transcurso de reuniones de Departamento, de Claustro o de Evaluación o de reuniones con padres. Creemos que las Sesiones de Evaluación en Secundaria son momentos críticos donde salen a la luz más fácilmente las actitudes que se sustentan en ciertas creencias. La reflexión sobre estos momentos nos llevó a buscar explicaciones para posteriormente dar en base a posibles mejoras en la práctica docente. Así, tras rastrear la revisión bibliográfica, no encontramos artículos que trataran las Creencias respecto al esfuerzo como el gestor, entre otras creencias, de comportamientos. No obstante en investigaciones llevadas a cabo con profesores, sí hay bibliografía que trate alguna de las situaciones que nos motivaron, aunque desde otra perspectiva. Para esto, ver Skott (2001) y Leatham (2006). Todo lo anterior nos llevó a definir el problema de cuáles son las principales creencias respecto al esfuerzo de alumnos, que a su vez nos llevó en una primera fase a la selección de la estrategia etnográfica.

Ya hemos comentado en el punto III.2 las etapas que seguimos en nuestra investigación, que ahora desarrollamos. Para la pregunta central, la fase de Reflexión empezó mediante la observación sistemática de los alumnos como profesor en activo ante clases en las que RP era metodología y/o contenido, además de la revisión documental de Elementos teóricos de RP, concretamente las creencias respecto a la Matemática, Enseñanza de las Matemáticas o RP. Esta revisión documental nos hizo ver que el contexto en el que desenvolvemos las clases está presente en las creencias. La entrada al escenario y Recogida de datos a su vez, conllevó varios momentos. En primer lugar se diseñó una encuesta que recogiera creencias de los alumnos respecto a (M) y (EM), y posibles creencias respecto al esfuerzo y dimensiones relacionadas, y se pasó a dos grupos de alumnos. Esta encuesta, si marcara por ejemplo perfiles respecto a las DDEE que fueran acordes a las sensibilidades que llevábamos observando varios años, nos haría confiar en que nuestras observaciones tenían sentido investigarlas. Para la fase de Recogida y Análisis de Datos se eligió un grupo de alumnos en los que se había trabajado en ambientes de RP, se les pasó la encuesta y se entrevistó a algunos alumnos para cotejar si nuestra interpretación de la encuesta se acercaba a lo que pensaban los alumnos.

En principio teníamos planteado tres problemas en el aula, a todos los alumnos de una eclase, entrevistando tras cada problema, y con el protocolo de realización delante, a los alumnos que formarían parte de la muestra. Sin embargo tras la realización de los dos primeros problemas la Recogida y Análisis de Datos no estaba siendo todo lo fructífera que esperábamos: los protocolos no informaban suficientemente de si el contexto estaba influyendo en la resolución de un problema, y del proceso de aprendizaje de RP. Creemos que en esta fase debe existir un testeo para ver si fluye el máximo de

información y por ello, cambiamos esta fase. En la sección de Instrumentos de recogida de información nos extendemos sobre este cambio.

### III.2.3 REGULACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN CON ALUMNOS

Si en los estudios cuantitativos el vehículo para dotarla de rigor es la Estadística, en las metodologías cualitativas son otros mecanismos los que intentan dotar de coherencia y consistencia a la investigación. Latorre y otros (2005, p. 215) exponen los cuatro criterios regulativos de la metodología cualitativa/constructivista:

*“el valor de verdad [se establece] a través de la credibilidad, la aplicabilidad a través de la transferibilidad, la consistencia a través de la dependencia, y la neutralidad a través de la confirmabilidad”.*

Latorre y otros (2005), comentando a Guba y Lincon (1989), afirman que “la indagación debe ser creíble para los constructores de realidades originales múltiples”.

Kilpatrick (1993) propone los criterios de pertinencia, validez, objetividad, originalidad, rigor y precisión, capacidad para predecir, reproductibilidad y relación con las matemáticas y su enseñanza. Estos criterios pueden corresponderse con los anteriores de Latorre y otros, no teniendo que ser esta correspondencia uno a uno. La credibilidad se corresponde con la pertinencia o relevancia en la práctica o en posteriores investigaciones por su poder para hacer que paremos y pensemos; la transferibilidad con la validez y reproductibilidad, ya que estas dos se refieren a las potenciales interpretaciones del trabajo y sus posibles consecuencias; la dependencia con la originalidad y posibles réplicas, y la confirmación con la objetividad, el rigor y precisión. Nosotros incluimos la relación con las matemáticas y su enseñanza en la pertinencia, ya que esta investigación da herramientas para saber cómo piensan, actúan y sienten los alumnos ante problemas de matemáticas.

Entre las estrategias usadas para garantizar la *credibilidad*, nosotros usamos la observación semiestructurada de alumnos en los días de dudas, la triangulación y comprobaciones con los participantes. Según la clasificación impartida en el Máster de la UNIA por Gorgorió (2008) se trata de una observación no participante, por nuestra condición de ser profesor de los alumnos investigados. La observación nace desde el propio momento en que se identifican ciertas situaciones de aula que para nosotros no pasan desapercibidas, y continúa verificando o refutando las distintas perspectivas, algunas teóricas, que van encajando en la teoría de RP. La Triangulación tiene como principio básico el recoger relatos/observaciones de una situación desde varios ángulos o puntos de vista, y entre estos ángulos están los de espacio, de tiempo, de teorías, de investigadores, de métodos o múltiples, que incluirían varios de estos ángulos. Nos hemos decidido por la de investigadores, ya que si bien es una riqueza el que todo parta de un profesor en activo, creemos que debe contrastarse con alguien que no lo sea y posea una perspectiva de la Didáctica de la Matemática más holística (los investigadores son miembros del Grupo DESYM, al que hemos presentado regularmente este trabajo, e



investigadores de otras Universidades). También por la de tiempo, ya que los distintos momentos por los que pasa la investigación seguro nos darán distinta perspectiva; al principio la encuesta, luego la entrevista, y por último, por la triangulación de teorías ya que las investigaciones de Skott (2001), con el concepto de incidentes críticos de la práctica o Leatham (2006), nos han ayudado a cambiar nuestras perspectivas de la interpretación de los datos y los resultados.

Ahora bien, el hecho de que la investigación comience con el uso de la metodología de autoestudios, nos hace que tengamos que tener en cuenta ciertos aspectos para darle credibilidad. En primer lugar, tenemos que partir de autoconfianza y vulnerabilidad. Como dice Loughran (2004, p.23), “hace falta autoconfianza para afrontar y confrontar aspectos que surgen como las discrepancias entre la imagen de las propias creencias y la imagen pública de la propia práctica”. Otro aspecto es la necesidad de un amigo crítico. Como dicen Tidwell y Fitzgerald (2004, vol 1 p.70)

*“Una parte integral del proceso de autoestudio es la necesidad de trabajar con un amigo crítico, un colega que nos proporcionará ayuda y escucha, que sea una caja resonante, un crítico, un evaluador; cualquier papel se estima como necesario. Este papel de amigo crítico es fundamental al rigor y a la validez del autoestudio.”*

El papel de amigo crítico lo ha hecho el Director de este trabajo.

En cuanto a la *transferibilidad*, como dicen Latorre y otros (2005), depende más del investigador que vaya a realizar la transferencia, por lo que debe quedar muy claro en nuestra investigación por qué damos ciertos pasos en ella, y cómo hacemos el tránsito de datos a resultados. Como dicen Latorre y otros, evitamos generalizaciones, ya que los fenómenos dependen del contexto, y más aún en nuestro caso, en el que el objeto de la investigación en sí es el contexto. Como estrategia usaremos el muestreo intencionado.

El muestreo, al no buscar generalizaciones, no pretende ser representativo de la población, como correspondería a un muestreo estadístico. Como dicen Latorre y otros (2005, p. 218), “el proceso del muestreo viene determinado por el conocimiento que se va generando sobre lo que es importante y relevante”. Realmente el proceso lo hemos vivido así: el conocimiento que apreciamos desde observaciones, encuestas o entrevistas nos va marcando nuevos criterios a la hora de elegir la muestra.

El proceso empezó con observaciones de alumnos, a través de comentarios en forma de frases, palabras sobre las clases de Matemáticas con RP, palabras o frases que pudieran ser lo que emerge de ciertas creencias. También comentarios de profesores, sobre todo en reuniones críticas como ETCP<sup>3</sup> o reuniones de sesiones de Evaluación. La

---

<sup>3</sup> Este tipo de reuniones son cada vez más intensas, no exentas de violencia verbal en ocasiones, cargadas de ideología que emanan de partidos políticos o del ambiente social, donde la batalla dialéctica se encamina a establecer grupos de poder o de un modelo de enseñanza según la ideología del que habla. Quiero dejar claro que la ideología no se refiere sólo a partidos progresistas o conservadores, ya que hay profesores acordes en enseñanza con la ideología del partido progresista en unos aspectos, y en otros

Bibliografía ya rastreada, como ya hemos comentado en este capítulo, nos llevó a descartar creencias que fueran exclusivamente sobre las Matemáticas, Enseñanza de las Matemáticas o RP. Estas intervienen seguro, pero empezamos a sospechar de algunas más que se anidaran con las anteriores. Una primera encuesta a alumnos de 1º de Bachillerato de Ciencias y 1º de Bachillerato de Ciencias Sociales nos daría pistas. En este momento encontramos paralelismo con lo que se expresa en Carrillo (1998, p.35):

*“El objetivo fue, en lo que respecta a concepciones, por una parte, estudiar la viabilidad de los cuestionarios y sugerir eventuales modificaciones, y, por otra, ir conformando las categorías e indicadores para el estudio posterior con los individuos definitivos, al mismo tiempo que para mejorar el adiestramiento en el análisis de información.”*

Así construimos unos primeros indicadores y perfiles, que serán la base para, una vez realizadas entrevistas a determinados alumnos, terminar de cerrar perfiles en cuanto a creencias con respecto al esfuerzo.

En los autoestudios la transferibilidad es un punto crítico, y sobre ella Laboskey (2004) propone seguir las ideas de Mishler (1990), quien expone que el lector de uno de nuestros estudios debería hacerse preguntas del tipo: ¿Cuáles son las garantías para mis hallazgos? ¿Podrían otros investigadores hacer un juicio razonable de su adecuación? ¿Serían ellos capaces de determinar cómo mis hallazgos e interpretación fueron producidas y, sobre esta base, decidir si ellos estarían suficientemente confiados para llevarlo adelante en su propio trabajo? Según él esto significa hacer visible nuestros datos, los métodos para transformar los datos en hallazgos, y las conexiones entre datos, resultados e interpretaciones, que caracterice el mapa que nos guíe por el informe. La validez debe ser provisional, y los resultados necesitan ser comprobados varias veces dentro de un campo y de este modo adquirir consistencia con el tiempo.

En cuanto a la *dependencia* o replicabilidad, distinta a la del modelo positivista que considera el mundo regular y estable, hemos establecido pistas de revisión, dejando claro cómo hemos recogido los datos y como los hemos interpretado. También, como hemos comentado, métodos solapados, esto es: cuestionario, entrevistas, grabaciones de clases, posteriores entrevistas y notas de campo. Las pistas de revisión se pueden seguir a través de las unidades de información.

Por último, la *confirmabilidad* viene dada por el ejercicio de reflexión para dejar claro a la audiencia los supuestos epistemológicos subyacentes que nos han llevado a plantear y orientar la investigación de una determinada manera. Hemos intentado expresar esto en el Marco Conceptual Integrado, dentro del capítulo Marco Teórico. También mediante la auditoría externa de investigadores como los del Grupo DESYM, o de otras universidades.

Tenemos que advertir que las DDEE se consideran aquí exentas de aspectos cognitivos que necesariamente intervienen, sin que con ello neguemos su presencia. Es una variable más que sabemos que existe, y no controlamos. Así podríamos hablar de

---

acordes con la ideología del partido conservador. Así el lenguaje y las actuaciones relevantes en sesiones de evaluación, pueden convertirse en puntas de iceberg de creencias con respecto al sistema educativo.

esfuerzo en Geometría, esfuerzo en Álgebra o voluntad en Matemáticas, voluntad en E. Física, entre otras. Sin embargo, nuestra experiencia nos dice que los alumnos perciben estas dimensiones como constructos que modelan su actuación en cualquier aspecto en el que aprendan y tengan dificultades, por lo que merece la pena que sean objeto de estudio.

### **III.2.4 INSTRUMENTOS DE RECOGIDA Y ANÁLISIS DE INFORMACIÓN DEL ESTUDIO CON ALUMNOS**

#### **III.2.4. 1 LOS CUESTIONARIOS**

El proceso para llegar a los cuestionarios empieza con la etapa de reflexión y planificación ya comentadas en este capítulo. Las intuiciones basadas en observaciones nos dieron ya algunas ideas sobre cómo preguntar lo que queríamos investigar. Con estas intuiciones se empiezan a crear indicadores, que todavía no estaban estructurados en *categorías*. Como dice Gorgorió (2008, p. 47), “determinar categorías es un proceso altamente intuitivo, pero también sistemático”. Para esta sistematización, fue muy útil tanto el estudio con alumnos de Vila y Callejo(2004), como el de Carrillo (1998). De este último hemos tomado el papel del profesor y el sentido de la evaluación. La otra categoría proviene de dimensiones que teníamos en mente y no estaba del todo delimitada. Por ello, durante el curso 2006/2007 se pasó el cuestionario a dos grupos: 11 alumnos de 1º de Bachillerato de Ciencias y 25 alumnos de 1º de Bachillerato de Ciencias Sociales. Este cuestionario piloto tenía un primera parte basada en el cuestionario sobre Identificación de Creencias de Vila y Callejo (2004), y otras preguntas abiertas. El análisis de estos cuestionarios, nos hizo tomar confianza en las cuestiones que planteamos. En las respuestas vimos relaciones directas con aspectos inherentes a TIC, como el lenguaje con uno mismo, o con otros que son importantes desde TIC como el sentido del esfuerzo o la dificultad. Esto nos hizo revisar el cuestionario, hasta llegar a la versión definitiva.

Para comenzar el estudio propiamente dicho pasamos el cuestionario a mediados del primer trimestre del curso 2007/2008 a un grupo entero de 26 alumnos de 4º de ESO. La encuesta se terminó de perfilar tras algunas entrevistas<sup>4</sup> con nuevas preguntas a varios alumnos. Pretendíamos con ellas que los alumnos se definieran sobre ciertos aspectos que no quedaron reflejados en la entrevista, o quedaron sólo reflejados parcialmente, como el sentido del reto, la gestión del error o la metadificultad. Estas nuevas preguntas están enumeradas por la letra C, seguida de un número. Esta segunda parte del cuestionario se pasó a los alumnos en el tercer trimestre del curso 2007/2008. De este grupo haríamos un primer muestreo intencionado con 6 alumnos. El cuestionario constaba de preguntas con escalas de valoración y *preguntas abiertas*, y predominaban estas últimas ya que pretendíamos, como dice Gorgorió (2008, p.9), “que el informante

---

<sup>4</sup> Hablaremos más a fondo de las entrevistas en la siguiente subsección.

fuera más allá de señalar respuestas, que tuviera libertad para expresarse como en una entrevista”.

Por último, debemos mencionar que aparece la dimensión el sentido ético de sus acciones, pero de una forma muy superficial, así que no la reflejamos como dimensión estudiada en el cuestionario, aunque la mencionaremos en la interpretación que hacemos de los datos. Tampoco aparece el sufrimiento, ya que esta dimensión aparece en las respuestas a otras dimensiones, como la duda, la dificultad o el reto. Con las entrevistas y los problemas sí podemos extraer conclusiones tanto del sentido ético como del sufrimiento.

Así las categorías estudiadas son,

#### SENTIDO DE LAS ACTIVIDADES

1. PRAXIS
2. OBJETIVOS
3. FINALIDAD
4. PAPEL DEL ALUMNO
5. PAPEL DEL PROFESOR

#### SOBRE ACTITUDES Y VALORES

6. SENTIDO DE LAS DIFICULTADES
7. SENTIDO DE LA DUDA
8. SENTIDO DEL RETO
9. TIPO Y FORMA
10. SOBRE LA DIVERSIDAD DE NIVELES
11. SENTIDO DE LA AYUDA
12. SENTIDO DEL ESFUERZO
13. ACTITUD
14. GESTIÓN A TRAVÉS DEL LENGUAJE
15. SENTIDO DEL ERROR
16. SENTIDO DE LA VERGÜENZA
17. SENTIDO DE LA GESTIÓN A LARGO PLAZO
18. SENTIDO DE LA METADIFICULTAD

#### SOBRE LA EVALUACIÓN

19. DIAGNÓSTICO INICIAL
20. TIPO DE CALIFICACIÓN
21. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

El cuestionario definitivo que se presentó a los alumnos viene en las siguientes páginas.

## CUESTIONARIO 1º

Alumnos a los que va dedicado: alumnos de 4º de ESO A.

**INTRODUCCIÓN.** *Todos tenemos en mente a un profesor ideal de Matemáticas, un modelo de profesor que nos hace que nos interese su asignatura o que lo recordemos con el paso del tiempo. Queremos investigar cuál es tu ideal de profesor.*

A1. *Explica cómo son las tareas en las que tienes que pensar en clase del profesor de Matemáticas. Pon un ejemplo.*

A2. *¿Cuánto tiempo le dedica el profesor de Matemáticas a estas tareas?*

A3. *Di si tienen algunas de las siguientes características las tareas del profesor de Matemáticas*

*Aquí te sugerimos algunas:*

- *Al principio no se entienden bien, no basta con leerlas para saber qué hacer*
- *No sé cómo empezar a pesar de leerlas varias veces*
- *Hay que buscar algo ( conjeturas )*
- *Hay que asegurarse, comprobar si lo que descubro es cierto o no.*
- *Hay que argumentar, justificar o demostrar lo que yo descubro.*
- *No basta con entender la teoría, sino que hay plantearse métodos, estrategias, tácticas para buscar la o las soluciones.*
- *Se aprende poco/mucho de ellas.*
- *Necesitan bastante tiempo.*

B2. *Marca con una cruz las tres palabras que relaciones con las clases de mates:*

*Reglas            métodos            imaginación            exactitud*  
*Razonamiento            sentido común            argumentación*  
*Relación            aplicación a la vida cotidiana            abstracto*

B3. *La misma que la anterior para estas palabras.*

<i>Practicar</i>	<i>memorizar</i>	<i>pensar</i>	<i>explicación</i>
<i>Investigar</i>	<i>discusión</i>	<i>comprobar</i>	<i>confrontar</i>

B4. *¿En qué momento de un tema te propone el profesor de mates estas tareas?*

- Al empezar principalmente*
- Al acabar “*
- En cualquier momento del tema.*

*¿Para qué crees que lo hace así?*

B5. *¿Cuándo la preferirías tú?*

- Al empezar principalmente*
- Al acabar “*
- En cualquier momento del tema.*

*¿Por qué?*

B6. *¿Qué es más importante para ti de las siguientes cosas?*

- Haber repetido algo que ya ha hecho el profesor en poco tiempo (en matemáticas serían ejercicios)*
- Haber hecho varias conjeturas sobre el problema, comprobando y explicando varias veces si hace falta, aunque no haya llegado a la solución correcta*

B7. *¿Qué crees que gustaría más a tus padres que fueses capaz de hacer?*

- Haber repetido algo que ya ha hecho el profesor en poco tiempo (en matemáticas serían ejercicios)*
- Haber hecho varias conjeturas sobre el problema, comprobando y explicando varias veces si hace falta, aunque no haya llegado a la solución correcta*

B8. *Si fueses un profesor y ves que un alumno está atascado en un problema, sintiendo estrés por no saber resolverlo. ¿Qué harías?*

- Decirle la solución*
- Antes le hubiera enseñado un modelo para resolver problemas , y le daría sugerencias para que lo usara*
- En el siguiente tema no pondría problemas o actividades para pensar que pudieran causar estrés o inseguridad en los alumnos.*

B9. *Me siento seguro y tranquilo cuando los profesores de matemáticas me piden que:*

- *Obtenga conclusiones o conjeturas, aunque no sean del todo correctas.*
- *Explique en el papel todo lo que he hecho.*
- *Mire si hay otro camino para la solución*
- *Compruebe mis conjeturas.*
- *Repito algo igual o parecido a lo hecho en clase, sabiendo yo seguro los pasos que tengo que seguir.*
- *Aprendo una regla o propiedad.*
- *Discutimos sobre las soluciones.*

*En esta pregunta pon 1,2, 3 o 4: 1 sería si estás poco de acuerdo y 4 si estás muy de acuerdo.*

*B10. En una clase el profesor ha traído una actividad que de entrada era muy atractiva para mí pero cuando tuve que responder a lo que me pedían tenía muchas dudas. Responde lo que piensas de esta clase:*

- *Prefiero que no me la pongan pues me crea estrés o inseguridad*
- *Merece la pena pues es más atractivo y motivante.*
- *Merece la pena pues si dudo puedo aprender.*
- *Si me crean dudas el profesor lo está haciendo mal.*

*En esta pregunta pon 1,2, 3 o 4: 1 sería si estás poco de acuerdo y 4 si estás muy de acuerdo.*

*B11. Durante el primer trimestre el profesor ha trabajado problemas curiosos y atractivos con los que te pones retos, y no todo es seguir el libro o repetir ejercicios que previamente explica el profesor. Yo lo prefiero porque:*

- *Tendré mucho más interés y motivación por la asignatura, trabajándola más.*
- *Me sentiré más confiado porque he trabajado más.*
- *Yo no los prefiero*

*B12. Durante el primer trimestre el profesor ha trabajado problemas curiosos y atractivos con los que te pones retos, en los que ha que obtener conjeturas que te ayudan a resolver el problema. ¿Qué le dirías a otros compañeros para que trabajaran con este método?*

- *Que probaran pues con las conjeturas, poco a poco te ayuda a resolverlo*
- *Que es mejor así, porque aprendes que resolver problemas tiene fases, pasos y no todo es o saberlo o no saberlo.*

- *Yo prefiero repetir algo que ya ha hecho el profesor.*

*B13. Durante el primer trimestre el profesor ha trabajado problemas curiosos y atractivos con los que te pones retos, en los que hay que obtener conjeturas que el profesor te valora en los exámenes o cuando sales a la pizarra. ¿Qué le dirías a otros compañeros para que trabajaran con este método?*

- *Que probaran pues si trabajas te va a ir mejor en las notas*
- *Que es mejor pues tienes más opciones, ya que no todo es o bien o mal*
- *Prefiero sólo exámenes con preguntas con algo igual hecho en clase.*

*B.14 En la clase que estás hay alumnos/s de distinto nivel académico, lo mismo uno que le cuestan mucho las matemáticas, que otro que lo pilla todo al momento. Si fueras profesor y tuvieras que decidir qué hacer para que aprendan todos, los que más le cuesta y los que no. ¿Qué harías?*

- *Proponer problemas que fueran accesibles en su comienzo y tuvieran una dificultad, para que aprendieran los que se les da bien y no tan bien.*
- *Pondría ejercicios (no hay nada que pensar, sólo repetir lo que se ha hecho en clase) porque si no les iría bien a los que menos pueden.*
- *Además de lo dicho en la respuesta anterior, pondría tareas extras a los aventajados, como estudiarse más cosas del libro.*

*B15. De las siguientes actitudes o capacidades di en cuales crees que se puede cambiar o mejorar (son actitudes o capacidades generales, no se refieren solo a Matemáticas).*

- *a leer comprensivamente*
- *ejercicios de Matemáticas*
- *a hacer poesía*
- *a resolver problemas o tareas de pensar*
- *a driblar al contrario jugando al fútbol*
- *a hablar en público*
- *a gestionar conflictos con compañeros*
- *la personalidad*

*B16. Imagina que una alumna de 4º de ESO no trabaja nada la asignatura de Matemática en el segundo y tercer trimestre, ya que está convencida que con dos asignaturas suspensas le darán el título. El profesor ha hablado con ella fuera de clase, interesándose por qué no trabaja. La chica le ha contestado que le cuesta mucho, que prefiere dedicarse a otras asignaturas. El profesor a su vez le contesta que está dispuesto a quedar con ella los recreos que hagan falta para resolverle dudas o*



ayudarla a hacer los problemas. En el segundo o tercer trimestre las calificaciones de cuaderno, trabajos y exámenes no son buenas. ¿Qué harías si fueras profesor?

- Aprobarla, le hayan quedado 2 o más, pues se juega mucho, como que haya o no haya plaza en el Ciclo que ella ha elegido.
- Suspenderla, pues no ha hecho todo lo que ha podido.
- Aprobarla si con esa asignatura le quedan más de dos.
- Aprobarla si el número de suspensos mío es elevado

B17. Imagina una alumna de 4º ESO bastante trabajadora, con los padres preocupados por sus notas, pero que le cuesta las tareas de pensar o los problemas. Ella se ha apuntado a una academia donde la profesora se lo explica todo muy bien, consiguiendo ella repetir lo ya hecho por esta profesora, aunque sigue sin saber cómo empezar cuando es una tarea de pensar, como los problemas de Matemáticas. En los exámenes, trabajos y cuadernos saca malas notas, pues lo de pensar es lo que más valora el profesor. ¿Qué debe hacer el profesor?

- Aprobarla, le hayan quedado 2 o más, pues se juega mucho, como que haya o no haya plaza en el Ciclo que ella ha elegido.
- Suspenderla, pues no ha mejorado en las tareas de pensar.
- Aprobarla si con esa asignatura le quedan más de dos.
- Aprobarla pues en las tareas de pensar no se puede aprender a realizarlas: el que es listo es listo y las saca, y el que no, no.
- Aprobarla si el número de suspensos mío como profesor es elevado.
- Aprobarla pues se ha interesado y trabajado, aunque no en Resolución de Problemas.

B18. La alumna de antes ha llegado a 2º de Bachillerato, así repitiendo las tareas ya hechas por el profesor, y trabajando mucho, aunque sigue sin saber cómo empezar las tareas de pensar. El profesor de este año no le importa tanto lo de pensar, y lo pregunta menos. Aún así saca de media un 3.5 en Matemáticas. ¿Qué harías si tú fueses el profesor?

- Aprobarla, pues se juega mucho, como hacer la Selectividad o una plaza en un Ciclo.
- Aprobarla si es la 'única que le ha quedado.
- Aprobarla si el número de suspensos mío es elevado
- Suspenderla, porque en Selectividad puede caer algo que no sepas hacer, que no tengas el método a mano, y mejor si puede aprender a pensar para este tipo de preguntas de Junio a Septiembre.

- *Aprobarla pues se ha interesado y trabajado, aunque no en Resolución de Problemas.*

*B19. A la alumna anterior se le aprobó en Junio la única que le quedaba, Matemáticas. Resulta que al final suspende Selectividad en Junio y Septiembre. La madre, que estaba muy preocupada, quiere hablar contigo sobre lo que ha pasado, ¿Qué le dirías si fueras el profesor?*

*B.20. ¿Qué es más importante para ti de las siguientes cosas en una tarea de Matemáticas?*

- *Que tras leerlo no tenga que deliberar qué tenga que hacer, que vaya directo al grano.*
- *Que en cada momento controle qué puedo hacer y cómo me sirve para llegar a resolverlo.*

*B.21. Hay alumnos que al empezar un problema lo único que se dicen es “no lo entiendo” y empiezan a decirse que “ellos no valen para las matemáticas”. ¿Qué crees qué pueden hacer para mejorar su situación?*

- *Dejar el problema y esperar a que alguno se lo explique.*
- *Preguntarle al profesor que le diga cómo hacerlo.*
- *Comprender el enfado consigo mismo y decirse cosas que me recuerden a problemas o estrategias parecidas.*

*B.22 Hay alumnos que suelen resolver los problemas rápidamente y con poca ayuda del profesor, y que suelen decirse que bien lo hago todo, aunque no suelen comprobar si es coherente o dar el porqué de su solución. ¿Qué crees que puede hacer para mejorar su situación?*

- *Ser más crítico consigo mismo aún creyendo que no se ha equivocado*
- *Seguir así pues no le va mal del todo*

## **CUESTIONARIO 2º**

Alumnos a los que va dedicado: alumnos de 4º de ESO A.

**INTRODUCCIÓN.** *Todos tenemos en mente a un profesor ideal de Matemáticas, un modelo de profesor que nos hace que nos interese su asignatura o que lo recordemos con el paso del tiempo. Queremos investigar cuál es tu ideal de profesor.*

C.1 Si en un problema te equivocas, ¿Qué pasa por tu cabeza? ¿Qué haces?

- Me da coraje, pero vuelvo atrás a buscar otro camino salvando lo que está bien,
- Me da coraje, pero vuelvo atrás a buscar otro camino
- Me agobio, voy dando vueltas por ideas del problema sin que llegue a nada.
- Lo dejo.

C.2 En un problema de examen tienes conjeturas que no estás seguro de que te vayan a servir para avanzar o no estás seguro de que estén bien, ¿Qué haces?

- No las escribo porque me daría vergüenza que estuvieran mal,
- las escribo aunque no sepa seguro si están bien o si me ayudan, ya que luego las puedo comprobar,
- las escribo y pienso sobre ellas en un papel sucio que o no entrego, o lo entrego avisando que es un papel sucio.

C.3. La misma pregunta que la anterior pero para un problema de casa

- No las escribo porque me daría vergüenza que estuvieran mal,
- las escribo aunque no sepa seguro si están bien o si me ayudan, ya que luego las puedo comprobar,
- las escribo y pienso sobre ellas en un papel sucio que o no entrego, o lo entrego avisando que es un papel sucio.

C.4 En un problema de clase te das cuenta que va a distinto ritmo que tus compañeros, ¿Qué pasa por tu cabeza?

- Si va más rápido que yo me pongo nervioso/a porque pienso que no voy a ser capaz de hacerlo en la hora de clase.
- No me influye nada, yo tengo mi propio ritmo.
- Me influye algo al principio, pero soy capaz de darme tiempo.

C.5 Diez días antes de dos días de dudas que preceden al examen, el profesor manda problemas del libro. ¿Qué haces?

- Realmente los empiezo a hacer los días de dudas, aunque de experiencias anteriores sé que no me da tiempo.
- Empiezo en casa, pero al no salirme me agobio, me frustró y los dejo,
- Empiezo desde que el profesor los manda, voy pidiéndole ayudas al final de la clase o en los recreos, dejando las dudas para los días de dudas,
- Voy pidiendo ayuda en esos 10 días a compañeros, profesor particular, mis padres o hermanos

C.6 Al resolver un problema hay alumnos que se hablan a sí mismo. Indica cuál de las siguientes frases te dices:

- “no me sale”,
- “no lo voy a sacar”,
- “esto es muy difícil para mí”,
- “yo no me digo nada a mí mismo”
- Yo lo puedo sacar,
- Yo me puedo lanzar a la aventura,
- ¿Yo he visto o me suena a algo parecido ya visto?,
- ¿Podría usar alguna estrategia? ¿Cuál?
- ¿Puedo sacar alguna conjetura?

Pon 4 si la frase es la que siempre sueles decirte, 3 se predomina, 2 si alguna vez y 1 nunca.

C. 7. Con respecto a las frases de la pregunta anterior,

¿Sigues diciéndote lo mismo a lo largo de todo el problema o cambias? Si es que sí, ¿qué te dices cuando cambias?

C.8 Supongamos que en un problema de casa, que se ha mandado 10 días antes de los días de dudas no sabes cómo empezar, o habiendo empezado por algo no sabes cómo resolverlo, ¿Qué haces?

- Lo dejo, aunque sé que pueden caer en el examen,
- Voy pidiendo ayuda en esos 10 días a compañeros, profesor particular, mis padres o hermanos,
- pregunto al profesor, pero si me da una ayuda mínima que no me lo resuelve lo dejo,
- pregunto al profesor, y si me da una ayuda mínima pienso sobre ella, y me lanzo a hacer algo, o a sacar conjeturas, y si no me sale vuelvo a pedir otro día otra,
- Busco en mis esquema de Resolución de Problemas, en apuntes o en el libro qué estrategia usar o qué hacer, hasta que me lanzo a hacer algo o a sacar conjeturas.

C.9 Supongamos que en un problema de casa has empezado y te encuentras con una dificultad inicial que superas, pero que te lleva a otra dificultad ¿Qué haces?

- Lo dejo pues ya he hecho bastante y no quiero agobiarme más,
- lo dejo pues el profesor ya me valorará algo el que haya superado la dificultad inicial,
- Voy pidiendo ayuda en esos días previos a los de dudas a compañeros, profesor particular, mis padres o hermanos,

- pregunto al profesor, pero si me da una ayuda mínima que no me lo resuelve lo dejo,
- pregunto al profesor, y si me da una ayuda mínima pienso sobre ella, y me lanzo a hacer algo, o a sacar conjeturas, y si no me sale vuelvo a pedir otro día otra,
- Busco en mis esquema de Resolución de Problemas, en apuntes o en el libro qué estrategia usar o qué hacer, hasta que me lanzo a hacer algo o a sacar conjeturas.

### III.2.4.2 INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS

Carrillo (1998) propone la metáfora de las gafas como instrumento de análisis, ya que es el elemento que establece la diferencia entre ver y mirar, pues es el Análisis el discernimiento que diferencia el ver del mirar.

Las categorías son Sentido de las actividades, Sobre actitudes y valores y Sobre la evaluación. Para llegar a ellas nos hemos basado en TIC, en Carrillo (1998) y en el mismo estudio, que ha ido modificando nuestro instrumento. En este proceso ha sido muy importante el estudio piloto que hicimos con alumnos, por confirmarnos intuiciones sobre las DDEE. Las presentamos también en una tabla de doble entrada, que permite dos lecturas: una horizontal que indica la evolución de una dimensión desde el más alejado a TIC, que hemos notado por la tendencia  $I_1$ , hasta el más cercano a TIC, que notamos por la tendencia  $I_3$ , y una vertical que nos ofrece la descripción de cada tendencia. Con esta notación huimos de calificar las tendencias como inteligente y no inteligente, que hubiera resultado muy pretencioso.

La categorización de las DDEE y la descripción de los indicadores de estas tendencias, nos permite asociar las informaciones recogidas, y asociarlas en una estructura que toma forma y permite sintetizar datos. Las categorías y tablas figuran a continuación.

*Sentido de las actividades.* Se trata de descubrir sacar a la luz las preferencias en cuanto a metodología de los alumnos.

*Praxis:* iría desde los que prefieren ejercicios, no cercanos a TIC porque se sobrevalora el estímulo, hasta los que prefieren problemas, que calificaremos más cercanos a TIC, pues se valora la percepción y atención inteligente.

Puede verse en las cuestiones B6 y B12:

-B6: si prefiere ejercicios (1ª opción) sobrevalora el estímulo asociándole una percepción poco inteligente ( $I_1$ ), y si prefiere involucrarse en el proceso de conjeturar-comprobar-demostrar (2ª opción) es que valora la percepción y la atención inteligente ( $I_3$ ),

-B12: con la tercera opción prefiere que no haya proceso (estímulo sobrevalorado) ( $I_1$ ), y con la 1ª o 2ª opción acepta el proceso de conjeturar-comprobar-demostrar que requiere una atención inteligente ( $I_3$ ).

*Objetivos:* procedimientos de bajo nivel (ejercicios en el sentido de trabajo sintáctico), o conjunto de competencias más rico que incluye procedimientos, conceptos y actitudes. Puede verse en la cuestión B6.

-B6: la 1ª opción indica que prefiere la reproducción con ejercicios, que asociamos a  $I_1$ , y la 2ª indica que prefiere trabajar competencias que asociamos a  $I_3$ .

*Finalidad:* informativa (conocer un cierto “panorama matemático” que esperan aprender), o formativa (aprender a aprender en el sentido de permitir errores y evolucionar a partir de ellos). Puede verse en B6 y B18:

-B6: la primera opción indicaría que prefiere ejercicios y por tanto tiene una finalidad informativa, mientras que la 2ª indica que prefiere que la asignatura tenga una finalidad formativa ya que el proceso de conjeturar-comprobar-demostrar requiere aprender permitiendo errores y cambiar su proceso a partir de ellos.

-B18: la 1ª, 2ª, 3ª y 5ª no dan valor al aspecto formativo que puede tener el proceso de aprendizaje de RP, que sí le da la 4ª opción.

*Papel del alumno:* desde el que cree que tiene que reproducir, escuchar y creer hasta el que investiga, reflexiona y cuestiona. Puede verse en B6, B8 y B10:

-B6: la 1ª opción indica que se centra en escuchar y reproducir, y con la segunda parece preferir investigar,

-B8: con la 1ª y 3ª opción prefiere escuchar y reproducir (I<sub>1</sub>), mientras que la 2ª nos informa que valora el modelo de RP que interpretamos como I<sub>3</sub>,

-B10: con la 1ª y 4ª opción escucha y reproduce que interpretamos como I<sub>1</sub>, mientras que la 2ª y 3ª el alumno prefiere investigar (I<sub>3</sub>).

*Papel del profesor:* desde el que considera que el profesor debe sólo plantear ejercicios porque así no complica las cosas al alumno, hasta el que considera que debe plantear problemas a los alumnos, para tener en cuenta la diversidad o por otra razón. Puede verse en B14:

-B14: la 2ª opción, al decantarse porque el profesor solo plantee ejercicios, implica no complicar las cosas al alumno que asociamos a I<sub>1</sub>, mientras que la 1ª opción indica que ve bien que el profesor le enfrente a problemas (I<sub>3</sub>). La 3ª opción no se tiene en cuenta aquí, sino en la evaluación.

*Sobre actitudes y valores.* Se trata de ver cómo ven o entienden las DDEE y su posible relación con la inteligencia creadora.

*Sentido de las dificultades:* desde el que prefiere que le eviten las dificultades por su sufrimiento, hasta que le ayuden a afrontarlas con un modelo. Puede verse en B8:

-B8: las opciones 1ª y 3ª indican que prefiere que se eviten las dificultades (I<sub>1</sub>), mientras que la 2ª cree que con el modelo las puede afrontar (I<sub>3</sub>).

*Sentido de la duda:* abarcaría a alumnos que la evitan en cualquier situación para no crear inseguridad, hasta el que la permite como fuente de aprendizaje, y la gestiona atreviéndose a usar conocimiento, aunque no tengan la seguridad de que le lleve a la solución. Esto implica que se atreve a conjeturar. Puede verse en B10.

-B10: Un 4 en las opciones 1ª y 4ª no ven en la duda una fuente de aprendizaje (I<sub>1</sub>), mientras que un 4 en las opciones 2ª y 3ª indican que la duda puede ser una fuente de aprendizaje o por lo menos es capaz de convivir con ella (se gestiona).

*Sentido del reto:* Iría desde los que no tienen curiosidad, ni ganas de aventura por lo novedoso, hasta los que los aceptan para sentir que lo hacen por ellos mismos. Puede verse en B11, B12, C1 y C2.

-B11: un 4 en la 3ª opción nos indica que no tiene curiosidad ni ganas de aventura, es decir, sin sentimiento de aceptación lo que le acerca a I<sub>1</sub>, mientras que un 4 en 1ª opción indica que hay sentimiento de aceptación con su correspondiente intención de resolverla (I<sub>3</sub>), y un 4 en la 2ª opción lo calificamos como I<sub>3</sub> al hablar solo de trabajo o intención.<sup>5</sup>

-B12: la 3ª opción al preferir que no haya lo acerca a I<sub>1</sub>, mientras que la 1ª opción nos informa de sus ganas de aventura al conjeturar que le acerca a I<sub>3</sub>, pues hay un sentimiento de aceptación.

-C1: las opciones 3ª y 4ª indican que no hay sentimiento de aceptación pues no se engancha en la aventura y así es cercano a I<sub>1</sub>, mientras que la 1ª y la 2ª sí se enganchan en la aventura y por tanto en hacerlo por uno mismo, es decir, sí hay sentimiento de aceptación para hacerlo por uno mismo y por tanto cercano a I<sub>3</sub>.

-C2: la opción 1ª indican que no hay claramente un sentimiento de aceptación, ni de intencionalidad, es decir, cercano a I<sub>1</sub>, mientras que la 2ª, sobre todo, y 3ª sí nos indica que hay una intención de resolverlo (cercano a I<sub>3</sub>).

*Sobre el aprendizaje como proceso o no:* desde la repetición hasta los que consideran un proceso. Puede verse en B12, B13, B14 y B15:

-B12: la 3ª opción al preferir que no haya lo acerca a I<sub>1</sub>, mientras que la 1ª opción nos informa de sus ganas de aventura al conjeturar que le acerca a I<sub>3</sub>, pues hay un sentimiento de aceptación.

-B13: la 3ª opción al preferir que no haya lo acerca a I<sub>1</sub>, mientras que la 1ª opción nos informa de sus ganas de aventura al conjeturar que le acerca a I<sub>3</sub>, pues hay un sentimiento de aceptación.

-B14: la 2ª y 3ª opción dan importancia al estímulo, que interpretamos cercano a I<sub>1</sub>, mientras que en la primera se valora la percepción y inteligente, ya que hay dificultades, y así cercano a I<sub>3</sub>.

-B15: si considera que se pueda cambiar en ejercicios de matemáticas y no en resolver problemas, lo calificamos como I<sub>1</sub>, sí incluye que se puede cambiar en RP, y por tanto en inteligencia, como I<sub>3</sub>.

*Sobre el tratamiento de la diversidad:* Ejercicios al principio junto con tareas extras para los aventajados, dando importancia al estímulo, o RP, valorando la percepción inteligente. Puede verse en B14:

-B14: la 2ª y 3ª opción dan importancia al estímulo, que interpretamos cercano a I<sub>1</sub>, mientras que en la primera se valora la percepción y inteligente, ya que hay dificultades, y así cercano a I<sub>3</sub>.

---

<sup>5</sup> Las entrevistas y los problemas nos determinarán si esta trabajo en la tarea proviene del sentimiento de aceptación que empieza y acaba con la tarea de resolverlo.



*Sobre la ayuda:* Ayudar equivale a suprimir dificultades o sufrimiento, hasta el deber cumplido porque se cree en que se puede cambiar en cuanto a inteligencia (en las preguntas que tratan esta dimensión nos ayuda a ver el sentido ético de las acciones). Puede verse en B16, B17 y B18:

- B16: solo la 2ª opción manifiesta que se puede cambiar en inteligencia, así que cercano a I<sub>3</sub>, y el resto como indica suprimir dificultades o sufrimiento sin más como (I<sub>1</sub>),
- B17: solo la segunda opción nos manifiesta claramente el sentido de ayudar para mejorar nuestra inteligencia, así que la única cercana a I<sub>3</sub>,
- B18: la 1ª, 2ª, 3ª y 5ª no dan valor al aspecto formativo que puede tener el proceso de aprendizaje de RP, que sí le da la 4ª opción que es la única que calificamos como I<sub>3</sub>,

*Sobre el esfuerzo:* Valoración del esfuerzo por el esfuerzo, hasta los que creen que debe haber esfuerzo inteligente persiguiendo la eficacia, y esto puede incluir atreverse a conjeturar, a hacer comprobaciones y a buscar el porqué. Puede verse en B17 y B18:

- B17: solo la segunda opción nos manifiesta claramente el sentido de esforzarse tiene que ser algo más que hacer por hacer así que la única cercana a I<sub>3</sub>,
- B18: la 1ª, 2ª, 3ª y 5ª no dan valor al sentido de esforzarse para intentar ser eficaz en cuanto a aprender a aprender, que sí le da la 4ª opción que es la única que calificamos como I<sub>3</sub>,

*Sobre la Actitud:* Predeterminada, lo cual indica que la inteligencia no se puede cambiar, o transformable que implica creer en la inteligencia creadora. Puede verse en B10, B11, B12 y B13:

- B10: Un 4 en las opciones 1ª y 4ª no ven en la duda una fuente de aprendizaje (I<sub>1</sub>), mientras que un 4 en las opciones 2ª y 3ª indican que la duda puede ser una fuente de aprendizaje o por lo menos es capaz de convivir con ella (se gestiona), y así se puede cambiar esa actitud,
- B11: un 4 en la 3ª opción nos indica que no tiene curiosidad ni ganas de aventura, es decir, sin sentimiento de aceptación lo que le acerca a I<sub>1</sub>, mientras que un 4 en 1ª opción indica que hay sentimiento de aceptación que le puede llevar a transformar su actitud (I<sub>3</sub>), y un 4 en la 2ª opción lo calificamos como I<sub>3</sub>,
- B12: con la tercera opción prefiere que no haya proceso que puede indicar actitud que no puede cambiar (I<sub>1</sub>), y con la 1ª o 2ª opción acepta el proceso de conjeturar-comprobar-demostrar que requiere un actitud transformable (I<sub>3</sub>),
- B13: la 3ª opción al preferir que no haya lo acerca a I<sub>1</sub>, mientras que la 1ª opción nos informa de sus ganas de aventura al conjeturar, es decir, la actitud es tiene que ir cambiando, que le acerca a I<sub>3</sub>,

*Sobre la gestión a través del lenguaje:* desde los que al hablarse consigo mismo, niegan sus potencialidades, hasta los que se dicen frases que hacen activar su memoria creadora. Puede verse en C6 y C7:

- C6: las 4 primeras opciones indican un lenguaje poco potenciador (I<sub>1</sub>), mientras que el resto buscan activar la memoria creadora (I<sub>3</sub>),
- C7: las respuestas en el sentido de las 4 primeras de C6 sería (I<sub>1</sub>), y el resto de I<sub>3</sub>.

*Sobre el error:* desde los que lo ven frustrante y paralizante, hasta los que sacan provecho de él. Puede verse en C1 y C2:

- C1: la 3<sup>a</sup> y 4<sup>a</sup> opción indican que o se paraliza o se frustra (I<sub>1</sub>), mientras que la 1<sup>a</sup> y 2<sup>a</sup> opción nos indican que es capaz de gestionarlo e incluso sacar provecho de él (I<sub>3</sub>),
- C2: la 1<sup>a</sup> opción puede indicar que la vergüenza por el error no le deja avanzar (I<sub>1</sub>), mientras que la 2<sup>a</sup> y 3<sup>a</sup> opción indica que acepta que puede haber errores (I<sub>3</sub>).

*Sobre la gestión a largo plazo:* desde los que carecen de plan, hasta los que tiene un plan estructurado con un modelo para gestionarlo. Puede verse en las cuestiones C3, C4, C5, C6, C7 y C8.:

- C3: la 1<sup>a</sup> opción puede indicar que no tiene plan para avanzar en los problemas a largo plazo (I<sub>1</sub>), mientras que la 2<sup>a</sup> y 3<sup>a</sup> opción indica que acepta que puede haber errores (I<sub>3</sub>).
- C4: la 1<sup>a</sup> opción puede indicar que no gestiona bien su propio tiempo en la resolución, que puede indicar una mala gestión (I<sub>1</sub>), mientras que la 2<sup>a</sup> y 3<sup>a</sup> opción nos habla de cómo él va a su ritmo, lo cual indica que ya ha planificado,
- C5: la 1<sup>a</sup> y 2<sup>a</sup> opción nos indican que no hay plan para enfrentarse a los problemas a largo plazo (I<sub>1</sub>), mientras que la 3<sup>a</sup> y 4<sup>a</sup> indican que sí lo hay (I<sub>3</sub>),
- C6: las 4 primeras opciones indican un lenguaje poco potenciador que no está presente en el plan (I<sub>1</sub>), mientras que el resto buscan activar la memoria creadora (I<sub>3</sub>),
- C7: las respuestas en el sentido de las 4 primeras de C6 sería (I<sub>1</sub>), y el resto de I<sub>3</sub>.
- C8: la 1<sup>a</sup> opción es la más clara de I<sub>1</sub> porque no hay plan, y el resto de I<sub>3</sub> porque hay plan poco o más estructurado.

*Sobre la metadificultad:* los que abandonan el proceso por ella, o la gestiona para avanzar. Puede verse en C9

- C9: las 1<sup>a</sup> y 2<sup>a</sup> opción no indican un plan para superar la metadificultad, mientras que el resto si (I<sub>3</sub>).

*Sobre el sufrimiento:* iría desde el que se apega a él, hasta el que lo evita a toda costa y el que comprende que puede ser potenciador. Se ha analizado en función de las entrevistas y los problemas, y también a través de todas las dimensiones anteriores.

*Sobre el sentido ético de sus acciones:* desde el que no considera importante “el hacerlo por uno mismo”, el que lo considera interesante pero no acepta que implique deberes, hasta el que lo prefiere aceptando que conlleva un deber.

*Sobre la evaluación.* Versaría sobre como perciben o entienden la evaluación.

*Sobre el tipo de diagnóstico inicial:* desde los alumnos que no consideran el proceso de RP, hasta los que consideran útil la elaboración del proceso de RP. Puede verse en B12.

-B12: con la tercera opción prefiere que no haya proceso que puede indicar ( $I_1$ ), y con la 1ª o 2ª opción acepta el proceso de conjeturar-comprobar-demostrar que existe un proceso ( $I_3$ ).

*Sobre el tipo de calificación:* los que prefieren la seguridad con ejercicios en los exámenes y los que prefieren la conjunción de varios instrumentos. Puede verse en B13:

-B13: la 3ª opción al preferir ejercicios a  $I_1$ , mientras que la 1ª y 2ª opción nos informa de que puede preferir que le evalúen con algo más que los ejercicios que le acerca a  $I_3$ .

*Sobre criterios de evaluación:* sin diferenciación individual o con ella. Puede verse en B16, B17, B18 y B19:

-B16: solo la 2ª opción manifiesta que se puede cambiar en inteligencia, así que cercano a  $I_3$  pues ese proceso le lleva a diferenciar individualmente, y el resto puede indicar una evaluación más tradicional ( $I_1$ ),

-B17: solo la segunda opción nos manifiesta claramente el sentido de ayudar para mejorar nuestra inteligencia, y así diferenciar por individuos ( $I_3$ ),

- B18: la 1ª, 2ª, 3ª y 5ª no dan valor al aspecto formativo que puede tener el proceso de aprendizaje de RP que no requiere diferenciación individual, que sí le da la 4ª opción que es la única que calificamos como  $I_3$ ,

-B19: respuestas que se pronuncian que no ha habido progreso, aprendizaje y por eso ha suspendido serían cercanas a  $I_3$ .

Del examen de estas categorías e indicadores podríamos obtener dos perfiles, uno cercano a TIC y otro más alejado:  $I_1$  sería el más alejado a TIC, e  $I_3$  el más cercano. Dejamos  $I_2$  al perfil de alumno que se sitúe a caballo entre ellos dos.

Presentamos a continuación una tabla de doble entrada en la que relacionamos perfiles y categorías.

Tabla 3.1 Relación entre categorías y perfiles

CATEGORÍAS / PERFILES			I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>
SENTIDO DE LAS ACTIVIDADES	Praxis	Sobrevalora el estímulo			Valora la percepción y atención inteligente
	Objetivos	Reproducir ejercicios (trabajo sintáctico)			Trabajar competencias
	Finalidad	Informativa			Formativa
	Papel del alumno	Escucha, reproduce y cree			Investiga, reflexiona y cuestiona
	Papel del profesor	Ejercicios para no complicar			Plantear problemas
SENTIDO DE ACTITUDES Y VALORES					
	Dificultad	Evitarlas por el sufrimiento			Gestionarlas con un modelo
	Duda	Evitarlas por la inseguridad			Gestionándolas, incluyendo atreviéndose a conjeturar, y aprender de ellas
	Reto	Sin curiosidad, ni deseos de aventurarse			Hacerlo por ellos mismos
	Aprendizaje	Es sólo repetir			Es un proceso
	Diversidad	Valoración del estímulo conduce a Ejercicios y tareas de ampliación			Valorando la percepción inteligente conduce a RP
	Ayuda	Suprimir dificultades diciendo lo que tiene que hacer			Para mejorar nuestra inteligencia con modelo de RP, y con colaboración de compañeros
	Esfuerzo	Es “hacer por hacer”			Es creador, persiguiendo la eficacia, lo cual incluye atreverse a conjeturar, a comprobar y a buscar el porqué
	Actitud	Predeterminada			Transformable
	Gestión a través del	Lenguaje poco retórico			Lenguaje que activa

lenguaje		memoria creadora
Error	Paralizante	Aprende de él y sigue resolviendo el problema
Gestión a largo plazo	Sin plan	Con un plan estructurado usando un modelo de RP
Metadificultad	La evita	La gestiona con un modelo
Sentido ético	no interesante hacerlo por uno mismo	Acepta que hacerlo por uno mismo implique deberes.
<b>SOBRE LA EVALUACIÓN</b>		
Tipo de Diagnóstico inicial	No considera el proceso de RP	Sí considera el proceso de RP
Tipo de calificación	Prefiere ejercicios en exámenes	Prefiere conjunción de varios instrumentos
Criterios para evaluar	Sin diferenciación individual	Con diferenciación individual

Se pusieron \* para asociar una respuesta con un perfil, y si había dudas, asignábamos un asterisco con apóstrofe \*' .

### III.2.4.3 LAS ENTREVISTAS SOBRE LOS CUESTIONARIOS

En las entrevistas a los 6 alumnos que seleccionamos, el primer problema que nos encontramos es que algunos no eran buenos informantes. Es difícil llevar adelante encuestas con adolescentes, pues no son comunicativos, no se expresan, no especifican, suelen usar frases como “ a mí me parece bien”, “ a lo mejor” “ bueno, en parte”, y cuesta que aclaren qué están queriendo decir. Por eso, creemos que hay que elegir alumnos a los que les guste comunicar, y por tanto este motivo nos guió para elegir a los tres alumnos que conforman la muestra. Otra razón que dificultó el obtener información de los alumnos, fue su preocupación por la nota. Esta dificultad se ha convertido en algo provechoso, como se verá más adelante.

Como hemos dicho, hay un primer cuestionario, encabezado por las letras A y B, y un segundo encabezado por la letra C, que pueden catalogarse como *entrevistas semiestructuradas*, cuyo guión previo exponemos a continuación. Tras cada pregunta reflejamos las posibles informaciones a las que teníamos que estar alerta.

#### ENTREVISTA A ALUMNOS SOBRE CUESTIONARIO 1

1. Cuestiones introductorias no importantes para entrar en rapport.

2. ¿Cómo te va en este curso? ¿Y en Matemáticas?

ATENTOS seguramente diga bien, mal o regular. Pedir explicaciones. Cuando digan mal o regular seguramente aparezca la frase “no me entero” o cualquier otra. Tiene que explicitar el no me entero o cualquier otra, si se refiere a alguna fase de la RP.

Otra posibilidad es que hablen de la incertidumbre de los problemas de probabilidad.

A los que digan “me va bien”, habrá que pincharles para que expliquen el porqué. Seguramente estén diciendo “me gusta esta forma de dar clases”.

3. ¿Tú crees que estás aprendiendo?

ATENTO: Dirán seguramente nada, mucho, poco. Intentar que se expresen. Seguramente aparecerá “no aprender = no saber qué hacer o no saber qué repetir”. Di en qué asignaturas aprendes igual o de la misma forma que en Matemáticas.

4. ¿Hay alumnos que piensan que aprender requiere afrontar retos, dificultades. ¿Cuál es tu opinión?

ATENTO al espíritu aventurero de algunos y a la actitud de otros de dejarlo, de cerrarse.

5. ¿Qué pasa si aparecen dificultades, como que no es directo lo que hay que hacer? ¿Qué haces? ¿Qué te dices a ti mismo?

¿Podrías decirte otras cosas? ¿Qué te sugiere el profesor?

¿Y qué pasa si con toda tu ilusión no te sale? ¿Y esto no ocurre, o sí ocurre en otras asignaturas?

6. Entonces te aparecen dudas.

ATENTOS a la gestión de las dudas.

7. ¿Qué crees que debe hacer el profesor cuando os surgen dudas, o cuando los alumnos le dicen que es difícil? ¿Qué hacen los otros profesores?

ATENTOS a creencias sobre el sistema educativo. Aquí seguramente aflore que cuando hay dudas se explican y queda zanjado el tema. Podría indagar aquí si esta gestión de las dudas, aclarándoselas, les da seguridad, incluso para resolver problemas.

8. Volvamos a lo que es para ti aprender. ¿Cuándo dices tú que algo lo has aprendido?

¿Lo es en alguna otra asignatura? ¿Aprender a leer fue así también?

ATENTO: Si algo se aprende es que eres capaz de repetirlo al momento, ¿no?

9. Siempre he conocido a alumnos y profesores que piensan que no se puede cambiar en esto de pensar los problemas, que el que es listo es listo, y el que no es listo no es listo ¿Tú opinas igual o de distinta forma? Por ejemplo, ¿qué crees tú que opinaría la profesora de Física?

ATENTO: Si es que no, se les puede pinchar en casos claros de alumnos de su clase que han cambiado y también sobre las opciones de cambio que le doy como profesor. Si es que sí, habría que pedirles cómo han cambiado, y que pongan un ejemplo.

10. ¿Y se podría hacer algo en el Instituto para ello?

ATENTO: Yo estaría atento a ver si considera mejor repetir o no, quitarle agobios, insistir,...

11. Crees que en el instituto se debe ayudar a los alumnos, ¿no?

ATENTO Esperar a ver qué explicita con lo de ayudar, para después incitarlo a que concrete. Sería interesante que la conversación fluyera hacia preguntas del tipo, ¿Entonces es bueno para ti que los alumnos se enfrenten a dificultades y retos en el Instituto?

12. Supongo que te esfuerzas con la asignatura de matemáticas, ¿no?

ATENTO Esperar a ver qué dice, para que al final me aclare y desarrolle en qué consiste su esfuerzo, contestándome a preguntas del tipo ¿Cómo llevas adelante tu esfuerzo? ¿Cuándo actúas de esta forma y cuándo de otra? ¿No te he dado alternativas para la situación que me has comentado en la pregunta anterior? ¿Qué haces si te atascas? ¿Hay atascos en otras asignaturas?

13. Y cuando estás en esas situaciones, atascos, dudas, conjeturas que no te atreves a escribir aunque la tengas en la cabeza, ¿qué te dices a ti mismo?

14. Y cuando estás en esas situaciones, atascos, dudas, conjeturas que no te atreves a escribir aunque la tengas en la cabeza, ¿te pueden ayudar los compañeros? ¿Cómo?  
ATENTOS: puede ser útil que expliciten si los motiva trabajar de esta forma, o los desanima provocando desconfianza en el profesor.

15. A lo mejor hay varios alumnos como tú atascados, y que no mejoran. ¿Qué puede hacer el Centro por ti?

ATENTOS: seguramente vuelvan a que lo que hay que hacer es ayudarles, en el sentido de no le compliquemos la vida. Pinchar si no cree que sea mejor que para evolucionar, como en el deporte, hay que sufrir. Puede salir el tema de involucrarse en lo que a uno le gusta.

16. Las autoridades educativas deciden qué es lo que se tiene que dar y qué no. Por ejemplo, la RP está puesta. ¿Qué opinas de que esté en el temario?

ATENTO: no sé muy bien lo que va a salir aquí. Aquí se les podría pinchar a los que “están en contra” de RP si les molesta que haya alumno no considerados académicamente buenos que tengan éxito con RP.

Indagar qué harían si pudieran decidir dar o no RP

También atentos al por qué está puesto en el temario la RP: porque se crea que forme mejor a ciudadanos en cuanto a creatividad, ser más crítico, gestionar mejor las emociones.

17. En el nuevo temario de la Junta de Andalucía se habla de que hay que trabajar el aprender a aprender. ¿Cómo lo haces tú en Matemáticas? ¿Y en Física?

18. Háblame de cómo eran para ti las clases con el profesor anterior de matemáticas ¿Cómo era de cómodo estar en clase de Matemáticas? ¿Cómo era tu motivación?

ATENTOS: a ver qué entienden por comodidad; a lo mejor es estudiar el día antes del examen y reproducir.



## ENTREVISTA SOBRE CUESTIONARIO 2

0. Cuestiones introductorias para entrar en rapport. ¿Habéis ya pensado en la fiesta de graduación? ¿Qué tengo yo que hacer?

1. ¿Qué poquito nos queda! Ya estamos acabando el curso ¿Ha habido cambios en ti en este curso?

### QUE SE EXPLAYEN.

2. ¿Qué pasa cuando te equivocas?

Que se explaye I1, para que explique cómo salva lo que está bien.

Que se explique el cercano a I3, sobre que no llegue a nada cuando yo observo otra cosa

3. ¿La vergüenza te corta?

### QUE SE EXPLAYEN

4. ¿Cuándo crees tú que hay que empezar los problemas de casa?

Atentos al cercano a I1 para que manifieste qué pasa, por qué no los empieza en casa. Aquí creo que hay que pinchar. ¿Y si los pongo en los exámenes? ¿Crees que es una postura arriesgada la tuya?

5. Hay alumnos que realmente, al presentar el cuaderno, no traen los problemas difíciles. ¿Crees que esperan que no se los pregunte? ¿Por qué?

Atentos a lo que digan los cuatro. Que se defina sobre lo que ha comentado María cuando la saqué a la pizarra y no se lo esperaba.

Creo que pinchando un poco puede verse algo del papel del profesor, ayudar es hacer más fácil el aprobado. Si no saliera habría que pinchar a I1, que en las notas de campo me dijo que yo tendría que ponerlo fácil para que aprobaran.

6. Sobre la metadificultad. Hay alumnos que cuando les sale una dificultad después de la primera, lo dejan, otros se motivan, y otras actuaciones ¿Qué haces tú?

7. ¿Ha cambiado algo la forma de hablarte a ti mismo en un problema? ¿Y en los de casa?

Que se manifiesten si creen que les ayuda el hablarse a sí mismos.

Como Anexos figuran las entrevistas a estos alumnos en formato digital.

### III.2.4.4 LOS PROBLEMAS

En primer lugar había que decidir qué problemas elegir, para lo cual había que tener en cuenta tanto los objetivos de investigación, como el que nos dieran el máximo de información posible. Las condiciones impuestas a los problemas, y su justificación, son su adecuación a la *definición de problema, el contexto, y su potencial heurístico*.

En el Capítulo II, Marco Conceptual Integrado, hablamos que cualquier situación planteada con finalidad educativa que propone una cuestión matemática se acerca más a un *problema* cuanto más requiera el uso de la inteligencia ejecutiva. Los problemas elegidos por nosotros sí requieren que los alumnos hagan uso de su inteligencia ejecutiva, ya que tienen que iniciar, dirigir y controlar todas las ocurrencias de la inteligencia computacional, como por ejemplo, decidirse a hacerlo aunque no se entienda del todo, ¿Cómo gestionar qué hacer para resolverlo aunque no se esté seguro? ¿Cómo gestionar la inseguridad de no saber si está bien? Estas preguntas tienen sentido ante problemas, que conllevan dificultades y no ante tareas rutinarias.

Por otro lado, nuestra investigación está inmersa, o acaso lo es, una indagación sobre el contexto mismo, sobre lo que ocurre en el aula, y tenemos en cuenta los contenidos y competencias que se prescriben para un alumno de 4º de ESO. Así tienen que trabajar algunos de los Bloques de Contenidos de 4º de ESO; estos son, Geometría, Números, Álgebra, Azar y Estadística o Funciones. Que trabaje estos bloques no quiere decir necesariamente que sea de aplicación a la realidad de los contenidos, ya que consideramos que los alumnos de esta edad están preparados para afrontar situaciones más abstractas, en las que lo que se pide caiga dentro del universo abstracto de las matemáticas. Crespo y Sinclair (2008) proponen que a la hora de decidir qué problemas plantear a los alumnos, se deben tomar en consideración los puntos de vista pedagógicos y matemáticos. Estos últimos los define o pseudodefine con la metáfora de los problemas nutritivos y sabrosos. Nutritivo sería lo que necesitamos, guste o no, y los sabrosos los que tienen un sabor especial aunque no nos nutran. Para la noción de sabroso de un problema introduce criterios estéticos: sorpresa, novedad y que sean fructíferos. En referencia a que sean fructíferos, y basándose en las ideas de Hadamard, las autoras se refieren a la capacidad para generar nuevos problemas: ¿conducirá a nuevos problemas?, ¿contestará a otras cuestiones? ¿dará luz a nuevas situaciones? No perseguimos, ni descartamos, la novedad o la sorpresa, pero sí exigimos que sean fructíferos, luego hemos adaptado el criterio anterior por el siguiente: que sean fructíferos dentro del currículum deseable para los alumnos de 4ºESO. Esta adaptación requiere intentar respondernos a preguntas del tipo: ¿conducirá a nuevos problemas que trabajen los contenidos de otro Bloque de 4º ESO?, ¿contestará a otras cuestiones que se planteen dentro del Currículum de 4º ESO?, ¿su solución o métodos de solución incidirá en estructuras conceptuales deseables para los alumnos de 4º de ESO?, ¿su solución o métodos de solución incidirá en que el esquema de RP sea más flexible? En este sentido, tenemos en cuenta el contexto en el que se mueven los alumnos en cuanto a RP, esto es, su instrucción previa, por lo que en los problemas se podía conjeturar, comprobar y justificar las conjeturas obtenidas. Esto último nos lleva a que los

problemas sean, como dice Puig (1996, p.32), “problemas de hallar”, y que una vez hallada la presunta solución, sea un “problema de probar”.

El trabajo de Puig (1996) es una investigación, como él la titula, sobre “el mundo que llamaremos de la pura RP”, y pretende examinar el proceso de Resolución independiente del contenido y por ello elige problemas que tengan potencial heurístico. Aunque nuestro objetivo es distinto, para abordar el esfuerzo creador de alumnos necesitamos imponer también esta condición.

Ya hemos comentado que uno de los objetivos de plantear problemas a los alumnos, analizar su protocolo y entrevistarlos sobre ellos, era dotar de mayor rigor a la investigación. Como hemos dicho en este Capítulo, al principio nos planteamos que resolvieran tres problemas con sus protocolos, pero hubo que hacer revisiones. El modo de presentación fue el siguiente:

- Se les entrega el enunciado del problema a toda la clase de 4º ESO, en un folio, dejando separados a los alumnos de la muestra<sup>6</sup>, de forma que no podían comentar nada sobre su proceso. Se les dijo que se les valoraría como una nota de clase y tendrían aproximadamente 50 minutos para su resolución,
- Se analiza lo que realmente ha escrito en papel el alumno, intentando identificar fases y atascos. Los protocolos de cada problema figuran como Anexos,
- Se entrevista, entre 15 minutos y media hora después de la resolución en clase. La entrevista se haría en función de su proceso de resolución en papel, y de las fases y atascos, o de alguna contingencia que nos sugiera el entrevistado, para ver si nos da información de los datos que quedan por confirmar tras el cuestionario y la entrevista. Como Anexos figuran en formato digital las entrevistas.
- Al intentar emular el contexto de la clase a algunos alumnos se les da una ayuda mínima para resolverlos.

Como dijimos en la Etapas de la Investigación teníamos planteado que los alumnos hicieran tres problemas con sus correspondientes entrevistas. Como tras los dos primeros problemas los datos confrontados no daban toda la información que sospechábamos podíamos obtener, hicimos variaciones en esta parte del Diseño de Investigación. Para entender este cambio exponemos cuál fue el contexto de RP en el que se desenvolvían estos alumnos, y que probablemente no veíamos reflejado en el análisis de los protocolos de los problemas que resolvían:

- Los alumnos desde el curso pasado conocen *estrategias* y algo de metacognición para resolver problemas, incluso contextualizadas.
- De forma subliminal y no subliminal se van dando mensajes que vayan forjando *creencias*.
- Hay conceptos y procedimientos a los que se llega mediante problemas (*RP como metodología*), pero no todos.

---

<sup>6</sup> En el primer problema la muestra era de 6 alumnos, y en el resto la muestra era de 4: tres que conforman el estudio y uno de reserva por si fallaba I<sub>1</sub>

- Para resolver los problemas se les recomienda que usen un *modelo* de RP con estrategias y, si no saben cómo usarlo, se les van dando *pistas* de más generales a más concretas.
- Desde el principio del tema vamos construyendo un *mapa conceptual* para relacionar los conceptos que aparecen.
- Dos días de *dudas, más un día de recreo* para que pregunten por sus atascos en los problemas de casa. Los problemas de casa no se corrigen en la pizarra.
- Después de cada unidad didáctica hay un examen.
- Entrega de cuaderno y salida a la pizarra, sin avisar, de los alumnos que suspendieron el examen.

Tampoco las notas de campo reflejaban todos los esfuerzos a largo plazo y toda la inteligencia creadora, es decir, toda la voluntad que intentaban poner en marcha para preparar el examen. Así, decidimos cambiar el diseño de investigación de forma que intentáramos captar cómo actúan preparando el examen. Concretamente, lo que hicimos fue:

- ✓ les invitamos, tras terminar una unidad didáctica y en una fecha cercana al examen, a estudiar en la Biblioteca del Instituto. Los observaríamos y participaríamos lo mínimo, y tomaríamos notas de campo sobre lo que hacían los alumnos, nos preguntaban o hablaban entre sí,
- ✓ los alumnos, en esta época, ya debían estar intentando resolver los problemas de casa para el examen, y les dijimos que pueden comunicarse tal y como lo harían en sus casas,
- ✓ al terminar esta sesión con los alumnos, les invitaríamos a cenar con la intención de no dejarles tiempo para que en casa estudien más matemáticas. En esta cena no se hablaría de las clases de matemáticas,
- ✓ al día siguiente a primera de hora de la mañana, sin previo aviso, les pusimos el Problema 3 (de Geometría clásica), analizamos el protocolo y los entrevistamos sobre el mismo.

Resumimos lo que observamos. Los 4 alumnos que ya comentamos en el apartado de LOS PROBLEMAS, estuvieron una hora con problemas de matemáticas sentados en las primeras filas de la clase, por parejas, cada pareja con una grabadora. Estábamos sentados al final, a sus espaldas, pasándonos de vez en cuando para ver que hacían. Les dimos mínimas ayudas cuando se atascaban en problemas, que quedaron reflejadas en las notas de campo. Una alumna que hemos llamado  $I_3$  nos preguntó muy poco sobre el problema que les iba a poner al día siguiente. Dos alumnos, que llamaremos  $I_2$  e  $I_3$ , nos preguntaron varias veces, aunque no llegaron a la solución correcta. Su actuación ante el problema se puede decir que es calcada a lo que hicieron en clase estudiando. Hay una chica que hemos llevado de reserva, con el mismo perfil que  $I_1$ , que en los días de dudas le estuvimos ayudando a hacerlo y que fue la que mejor lo hizo. Después nos fuimos a cenar hasta las 10.30 de la noche.

De lo anterior concluimos que:

- esta variante del diseño metodológico no nos aportó nada nuevo, pues creemos que observar los días de dudas hubiera dado la misma información,
- pensamos que la alumna I<sub>3</sub> usaba toda su inteligencia para resolver el problema.

Por esto pensamos en esta otra variante del diseño metodológico:

#### VARIANTE DEL DISEÑO METODOLÓGICO.

- Observamos y tomamos notas de campo de los dos días de dudas de la Unidad Didáctica (sería la semana siguiente a la cena). Sería de trigonometría,
- al día siguiente uno de los problemas que era parecido a los propuestos para casa, se lo pusimos como primer problema del examen. El enunciado de este problema figuraría solo en el folio, y les dimos 45 minutos para resolverlo. Tras estos 45 minutos con este problema, les pasamos el resto de preguntas para las que dejamos 60 minutos,
- hicimos una entrevista sobre este primer problema, tras los 90 minutos de examen, que se correspondería con el Problema 4 que usamos como recogida de información.

Este cambio sí nos aportó suficiente información. Estas variantes creemos que ponen de manifiesto que es el foco, es la pregunta de investigación, la que marca el diseño de investigación, y no a la inversa. Como etnógrafos teníamos que estar pendientes de no retirarnos del escenario sin captar el máximo de información posible.

Los problemas fueron los siguientes:

#### LA FLAUTA MÁGICA<sup>7</sup>

Gumersindo Peláez tiene una flauta que mide 26.8 cm, que quiere guardar en una caja de zapatos con dimensiones 10, 15 y 20 cm. Él dice que sí le cabe, mientras que su amigo Antoñito afirma que no.

¿Cuál de los dos tiene razón?

Generaliza con una fórmula el resultado del apartado anterior.

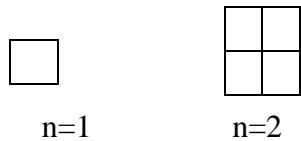
#### CUADRADOS Y CERILLAS II<sup>8</sup>

¿Cuántas cerillas se necesitan para construir  $n^2$  cuadrados de lado 1 formando otro cuadrado mayor, como en la siguiente sucesión?

---

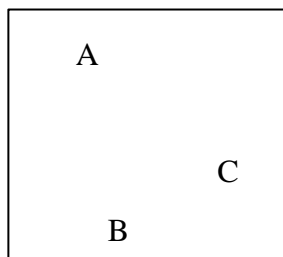
<sup>7</sup> Este problema se presentó cuando se estaba dando la Unidad Didáctica de Números Reales, en la que apareció y se repasó el Teorema de Pitágoras. Se había comentado también el heurístico contextualizado siguiente: cuando te pidan una distancia busca un problema análogo, como por ejemplo con Teorema de Pitágoras.

<sup>8</sup> Este problema aparecía en los apuntes de Álgebra que tenían los alumnos y que complementaban al libro de texto. Se había trabajado ya uno más fácil llamado Cuadrado y Cerillas I, con el que se trabajaron los conceptos de variable, fórmula e identidad, y el atreverse a hacer conjeturas y comprobar para la obtención de fórmulas.



### BUSCANDO REFUGIO DESESPERADAMENTE<sup>9</sup>

Este es un desierto rectangular. A, B y C son las entradas de tres refugios antinucleares. Colorea de diferente color las zonas desde las que te dirigirías a cada refugio en caso de alarma nuclear.



### EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA DE 4<sup>o</sup><sup>10</sup>

Los dos ángulos de un triángulo rectángulo se llaman complementarios porque su suma es 90°. ¿Cuál es el complementario de 10°?

¿Qué relación hay entre la tangente de un ángulo y la tangente del complementario?

---

<sup>9</sup> Este problema estaba propuesto para casa en la Unidad Didáctica de Lugares Geométricos. Se había hecho en clase uno parecido titulado “Gasolinera entre dos pueblos”, en el que se pedía dónde situar una gasolinera entre dos pueblos de forma que equidistara de ellos. Con el se trabajó el concepto de mediatriz y la particularización organizada como heurístico.

<sup>10</sup> Este problema se puso al principio del Examen de Trigonometría. Para casa había mandado uno parecido a éste, en el que se pedía qué relación hay entre el seno de un ángulo y el coseno del complementario y que, como todo problema de casa, no se había corregido.

### III.3 EL ESTUDIO DE CASOS DE LA PROFESORA AD

Nuestra investigación tiene vocación de comprensión de la realidad del aula. Esta realidad es compleja, poliédrica, con múltiples dimensiones con las que abordar una misma situación. Ya hemos analizado el diseño de investigación con que analizaremos la “cara” de los alumnos, y está pendiente desarrollar el diseño de investigación con que analizar la visión de los profesores. La comprensión de estos comienza con un *estudio de casos*.

Las fases de la investigación siguen el mismo esquema de Latorre y otros (2005) que figura en la sección III.1, y que por eso no repetimos. Se desarrollará más adelante en esta sección III.2.

#### III.3.1 JUSTIFICACIÓN TEÓRICA DEL DISEÑO SOBRE LA PROFESORA

Hemos elegido como método de investigación el *estudio de casos*, que como dicen Angulo y Vázquez (2003, p.18):

*“Trabajar en un caso, es entrar en la vida de otras personas con el sincero interés por aprender qué y por qué hacen o dejan de hacer ciertas cosas y qué piensan y cómo interpretan el mundo social en el que viven y se desenvuelven”*

¿Por qué hemos elegido el estudio de casos? Porque investigamos dimensiones como la ayuda, la exigencia con sus alumnos, sustentadas por su “propia ética” y su propia concepción de inteligencia, y este binomio ética-inteligencia es personal y “único”, como su propia personalidad.

Nuestro objeto de estudio es un caso especial, el de AD, como ella comprende, interpreta y actúa en el aula, pero sin olvidar que nuestro interés no está en ella misma sino en tener más luz de dimensiones relacionadas con el esfuerzo en los profesores. Así, además de ser *particularista* podemos calificarlo, siguiendo la tesis de Muñoz (2008), como un *estudio de casos instrumental*. En términos de Merriam (1988) esto le confiere la cualidad de ser *heurístico*. Muñoz (2008) expone dos acotaciones a un estudio de casos, siendo la primera que la unidad de análisis esté definida al principio, y esto ha tenido implicaciones a la hora de elegir a AD. Tenía que ser una profesora a la que las dimensiones de ayuda, esfuerzo, sufrimiento o felicidad de sus alumnos fueran trascendentes en sus actuaciones. Puede que para todos los profesores que hicieron el cuestionario les determine, pero no con la sutileza y trascendencia como para AD. Otra de las acotaciones es que los límites del estudio deben ser identificados en una fase temprana de la investigación, estableciendo nosotros un límite temporal, como es observar varias clases de un mismo curso escolar, y otra de contexto, que es observar a la profesora en un solo grupo de alumnos del mismo centro que compartíamos, además de algún examen que puso a sus alumnos.

Nuestro estudio de casos es *descriptivo*, ya que hacemos una rica descripción de las interacciones que la profesora tiene con sus alumnos, comunicaciones que generalmente son alumno-profesor-alumno, en lugar de profesor-grupo.



Los constructos generados surgen a partir de los datos, por lo que es *inductivo*, pero no debemos olvidar que el análisis está influido por TIC, y desde ella interpretamos algunas afirmaciones o acciones de AD, de modo que la deducción está presente en el análisis. Una paradoja que está en la idiosincrasia de los estudios de casos es que podemos aprender de un solo caso, y en qué sentido podemos utilizar el término de generalización en nuestro estudio. Muñoz (2008, p.170) lo resuelve con la inferencia.

“ (en el proceso de inferencia) *Se pretende trascender lo local y lo particular para alcanzar niveles genéricos, conceptualmente más densos, adecuados para un amplio margen de contextos sociales.*”

O como dicen Coffey y Atkinson (1996, p.156)

“*buscan ir más allá de los datos en sí mismos para situarlos en estructuras explicativas o interpretativas.*”

Y es esto lo que hemos hecho a la hora de interpretar los datos que nos aportaba AD y su contexto: las hemos situado en modelos generadas por conceptos como esfuerzo, reto, ayuda, sentido ético y otras.

Por lo expuesto en los párrafos anteriores, nuestro estudio de casos cumple la caracterización de Merriam, que mencionan Latorre y otros (2005), y es que sean *particularista, descriptivo, heurístico e inductivo*.

La mayoría de los términos a los que hacemos alusión en las Características de la Investigación Etnográfica, pueden incluirse aquí. Para no ser repetitivos los resumimos:

-*enfoque interpretativo*, ya que nuestro objetivo es interpretar lo que la profesora, piensa y vive respecto a ciertas dimensiones,

-la profesora se considerará una *participante* de la investigación,

-es *holística*, ya que intentamos comprender la realidad global de la profesora, atendiendo no sólo a aspectos puros de Didáctica de la Matemática, sino también a aspectos que van más allá de la DM,

-*inductiva*, ya que las categorías e interpretaciones se hacen en función de los datos obtenidos previamente en las encuestas,

-*idiográfica*, pues queremos comprender la singularidad de fenómenos que ocurren en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje contextualizados en esta profesora.

### **III.3.2 ETAPAS DE LA INVESTIGACIÓN SOBRE LA PROFESORA**

Básicamente seguimos el modelo de Latorre: Reflexión, Planificación, Entrada al escenario o Inicio del Estudio, Recogida y Análisis de datos, Retirada del escenario y Elaboración del Informe. A continuación las desarrollamos.

La fase de reflexión empezó con la observación de comentarios en sesiones de evaluación, en reuniones de Departamento, en cursos de formación del Profesorado, simplemente tomando café en el recreo, con comentarios de alumnos o de padres. Nos hizo pensar que la forma de concebir el esfuerzo y relacionados en alumnos y

profesores, era un sistema bidireccional, influyéndose mutuamente, sin saber dónde empieza. También nos hizo sospechar que el cómo ayudan los profesores, cómo conciben la dificultad, puede estar regulado por estas concepciones. En la revisión documental, amplia sobre concepciones de profesores, no encontramos nada referente a estas dimensiones. La entrada al escenario y recogida de datos conllevó varios momentos: realización de una encuesta a 10 profesores de Secundaria en activo, realización de una encuesta sobre estas dimensiones y entrevista sobre ella a la profesora objeto del estudio, así como la grabación en audio y observación de 4 clases con sus correspondientes entrevistas. En el análisis de estas clases fueron muy importantes la colección de artículos Aguirre y Speer (2000)<sup>11</sup>, Schoenfeld (2000), Zimmerlin y Nelson (2000). Previamente obtuvimos de la profesora estudiada la imagen de la lección de Schoenfeld (2000), que se compone de las intenciones y expectativas del profesor en el aula; las metas, que son las cosas que quiere cumplir el profesor; los planes de acciones, que serán las acciones prospectivas para cumplir una meta y, una vez grabada la clase las secuencias de acciones que es lo que realmente ocurre en el aula, que a su vez se dividen en episodios, y estos en subepisodios. Zimerlin y Nelson (2000, p.269), refiriéndose al profesor objeto de estudio, Nelson, exponen

*“Antes de entrar al aula, Nelson tenía una compleja imagen de la lección que incluía no sólo planes de actuación encadenados para lo que debería ocurrir en la clase, sino también nociones de cómo éstas podrían darse, incluyendo probables respuestas de los alumnos. Además Nelson tenía una serie de metas asociadas con la clase o lección, incluyendo simultáneamente metas de contenido y sociales. Estas estaban también encadenadas, desde las metas pretendidas en todo el curso, a las metas específicas de esa clase y a más largo plazo. Estas estaban también encadenadas, desde la planificación global de todo el curso hasta la específica de esa clase, desgranándose en metas locales específicas de los planes de actuación”.*

Exponen Zimerlin y Nelson (2000), que el papel de las metas y acciones, tanto pre-existentes como emergentes, es un instrumento muy potente para explicar cómo y por qué este profesor principiante hizo lo que hizo en el aula. Además los autores, citando a Aguirre y Speer (2000) y Sherin, Sherin y Madanes (2000), exponen que conocer las creencias de los profesores y su conocimiento es muy potente para determinar metas y planes de actuación. Así pudiera ser que las creencias respecto al esfuerzo y relacionados determinarían las metas y planes de actuación de los alumnos. Posteriormente obtuvimos sus impresiones sobre el transcurso de la clase. Hay que hacer notar que la forma peculiar de impartir la clase de AD no se adaptaba ni al estilo

---

<sup>11</sup> Este artículo bastante claro y productivo para nosotros parte un axioma con el que no estamos de acuerdo: cambio de metas motivado por un manojito de creencias. Creo que esto puede ser cierto con las metas y creencias que maneja, que son poco “hondas”. Con las creencias que aquí analizamos podríamos interpretar los episodios de este artículo de forma totalmente distinta, por ejemplo cuando se equivoca un alumno. Si se equivoca un alumno, hay un cambio de meta, pero puede que se esté manteniendo una creencia más honda que las anteriores, como por ejemplo que el error es una fuente de aprendizaje.

tradicional de Zimerlin y Nelson (2000), ni al estilo no tradicional de Schoenfeld, Minstrell y Van Zee (2000), ya que la profesora circulaba por clase continuamente ayudando (según su forma de concebir la ayuda) a los alumnos a hacer una relación de problemas que ya había mandado, de tal forma que cada alumno podía pedirle ayuda para un problema distinto. La retirada del escenario comenzó una vez analizada la información del profesor, con la puesta en común de nuestras conclusiones provisionales junto con la observación de un examen de los alumnos sobre la unidad didáctica que habíamos observado, para ver el grado de compromiso. En los Instrumentos de recogida de datos ahondamos en el modelo que hemos creado para analizar la clase, ya que habíamos hecho modificaciones al modelo de Schoenfeld.

En todas las observaciones tuvimos presente la visión de Leatham (2006) y la idea de incidente crítico expuesta por Skott (2001). La visión de Leatham de las inconsistencias nos permite comprender por qué un profesor hace lo que hace, más que ahondar en la distancia entre sus concepciones y actuaciones en el aula. Esto nos puede hacer integrar distintas influencias de dimensiones, que aparecen de este estudio o no aparecen, en una misma actuación de la profesora. Por ejemplo, pueden influir las concepciones respecto a la Enseñanza de las Matemáticas de la profesora, y el sentido ético de sus acciones. La idea de incidente crítico es aquel que no es rutinario, que da mucha más información y que requiere una descripción más detallada. La tenemos presente ante determinadas actitudes de alumnos.

### III.3.3 REGULACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN SOBRE LA PROFESORA

Ya hemos comentado que la regulación de la investigación con alumnos se basa en los conceptos de credibilidad, transferibilidad, dependencia y confirmabilidad.

Para la *credibilidad* usaremos la observación sistemática y la triangulación. La observación sistemática de 3 clases de la profesora, todas ellas basadas en el modelo que hemos adaptado de Schoenfeld (2000). Se trata, según la clasificación de Gorgorió (2008), una observación no participante.

Al aceptar que la realidad es compleja y no objetiva, necesitamos una gran variedad de datos, lo cual nos aportará distintas representaciones de esta realidad. La *triangulación* es una técnica apropiada para esto. Muñoz (2008) distingue 4 tipos de triangulación, siendo las nuestras de los tipos triangulación de investigadores, y metodológica<sup>12</sup>. Se trata de una triangulación de investigadores por las múltiples reuniones con miembros del grupo DESYM, y es metodológica porque hemos usado distintas técnicas de recogida de datos.

Para la *transferibilidad*, la mayor parte de lo dicho para el estudio etnográfico sigue vigente aquí. Una singularidad importante respecto a alumnos aparece aquí, y es la transferibilidad de la indagación del sentido ético de las acciones del profesor. No se

---

<sup>12</sup> Como el análisis se hace desde la perspectiva teórica de Marina, esta investigación puede interpretarse como una triangulación metodológica de otras que buscan posibles relaciones entre creencias y actuaciones.

trata solo de que existan otras interpretaciones por otro investigador (por ejemplo aquel que considerara otra ética distinta a la de Marina), sino de los criterios para llegar a esta interpretación. En el Marco Teórico ya vimos que los criterios usados por nosotros eran: criterio de evidencia directa, criterio trascendental, criterio de coherencia y criterio de previsión. Otro investigador con otros criterios puede llegar a otras conclusiones, por lo que usaremos las generalizaciones difusas de Bassegy (1999), que hemos tomado de Muñoz (2008, p.175-177). Así afirmaciones del tipo “si actúa así no se rige por la ética de Marina”, las hemos cambiado por otras del tipo “si actúa así puede que haya concepciones de su ética que no coinciden con la de Marina”.

Para la *dependencia* el párrafo del estudio etnográfico es suficiente.

En cuanto a la *confirmabilidad*, ya hemos dejado claro los presupuestos teóricos en los que nos basamos. Como auditores externos, además de los comentados en el estudio etnográfico, acudimos a un profesor del Departamento de Didáctica de las Ciencias y Filosofía (Área Filosofía) de la Universidad de Huelva.

### **III.3.4 INSTRUMENTOS DE RECOGIDA Y ANÁLISIS DE INFORMACIÓN DE LA PROFESORA AD**

Los instrumentos de recogida de información han sido:

- *Cuestionario y Entrevista* sobre dicho cuestionario,
- *Grabaciones en audio* de 3 clases de la profesora según la adaptación del modelo de Schoenfeld, cada una con entrevista previa y posterior a las mismas.
- *Entrevista final* para profundizar en algunos aspectos.

Como Anexos figuran las Tablas sobre el cuestionario, las entrevistas y las grabaciones de audios, unas en formato digital y otra en texto. En cuanto al instrumento de análisis de información se ha seguido uno parecido al de los alumnos.

### III.3.4.1 EL CUESTIONARIO

El proceso seguido hasta llegar al cuestionario para profesores es parecido al que se ha seguido para confeccionar el de los alumnos, aunque con variaciones. Además, el tener analizado el estudio con alumnos nos dio bastante confianza en la modificaciones que teníamos que hacer con profesores. Uno de los aspectos en que se ha parecido es el proceso de muestreo intencionado: se les pasó el cuestionario a un grupo de 10 profesores de varios Institutos de Enseñanza Secundaria de la provincia de Málaga, dos de un Barrio de la Capital y otro de un pueblo de unos 30000 habitantes del interior.

Un primer análisis somero de los 10 cuestionarios nos reflejaban que las preguntas se entendían, y que en algunas abiertas y comprometidas como B.22 y B.23 las respuestas eran poco detalladas, ambiguas o simplemente no eran respondidas. Los profesores eran 8 licenciados en Matemáticas, un licenciado en Pedagogía y una maestra adscrita a un Instituto de Secundaria. Todos eran funcionarios y, salvo uno, poseían más de 15 años de experiencia docente.

El cuestionario tiene preguntas que empiezan por A, cuyo objetivo es saber qué entienden por un problema, y cuáles son las tareas que consideran importantes. Las preguntas encabezadas por B y C estaban centradas en las dimensiones que estudiamos. Hay algunas preguntas nuevas para profesores, ya que ciertas dimensiones con profesores necesitaban profundizarse más.

Las categorías estudiadas son las mismas, pero referidas a cómo los profesores ven estas dimensiones en los alumnos. Las categorías son:

#### SENTIDO DE LAS ACTIVIDADES

1. PRAXIS
2. OBJETIVOS
3. FINALIDAD
4. PAPEL DEL ALUMNO
5. PAPEL DEL PROFESOR
6. SENTIDO ÉTICO DE SUS ACCIONES

#### SOBRE ACTITUDES Y VALORES

7. SENTIDO DE LAS DIFICULTADES EN LOS ALUMNOS
8. SENTIDO DE LA DUDA EN LOS ALUMNOS
9. SENTIDO DEL RETO EN LOS ALUMNOS
10. SOBRE EL APRENDIZAJE
11. SOBRE LA DIVERSIDAD DE NIVELES
12. SENTIDO DE LA AYUDA A LOS ALUMNOS
13. SENTIDO DEL ESFUERZO DE LOS ALUMNOS
14. SENTIDO DE LA ACTITUD DE LOS ALUMNOS
15. GESTIÓN A TRAVÉS DEL LENGUAJE DE LOS ALUMNOS
16. SENTIDO DEL ERROR DE LOS ALUMNOS
17. SENTIDO DE LA GESTIÓN A LARGO PLAZO DE LOS ALUMNOS

18. SENTIDO DE LA METADIFICULTAD EN LOS ALUMNOS
19. SENTIDO DEL SUFRIMIENTO DE LOS ALUMNOS

#### SOBRE LA EVALUACIÓN

20. DIAGNÓSTICO INICIAL
21. TIPO DE CALIFICACIÓN
22. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

El cuestionario pasado a los profesores figura a continuación.

#### CUESTIONARIO SOBRE CONCEPCIONES RESPECTO A ALGUNOS ASPECTOS DE LA INTELIGENCIA PARA PROFESORES.

PROFESORES A QUIENES VA DEDICADO: profesores de Enseñanza Secundaria, especialidad Matemáticas. ES ANÓNIMO.

INVESTIGACIÓN: Concepciones de profesores de Matemáticas sobre la idea de inteligencia en Jose Antonio Marina. Dirigida por José Carrillo Yáñez, Profesor de la Universidad de Huelva.

INTRODUCCIÓN: Durante estos años ha sido una constante el debate sobre el papel del esfuerzo en el aprendizaje de los alumnos, y más concretamente en el de las matemáticas. Además del esfuerzo hay otros factores colindantes a éste que pueden influir y que ahora se investigan. Queremos saber tu opinión sobre estos factores.

<sup>13</sup>A1. *Di las tareas en la que los alumnos tienen que pensar en tus clases. Pon un ejemplo.*

A.2 *¿Cuánto tiempo dedicas a las tareas de la pregunta anterior? ¿En qué momento del tema lo haces?*

A.3 *Di si tienen algunas de las siguientes características las tareas que propones en Matemáticas*

*Aquí te sugerimos algunas:*

- *Al principio los alumnos no la entienden bien, no basta con leerlas para que ellos sepan que hacer.*
- *Los alumnos no saben cómo empezar a pesar de leerlas varias veces*
- *Hay que buscar algo ( conjeturas )*
- *Hay que asegurarse, comprobar que la solución que dan cumple lo pedido.*
- *Hay que argumentar, justificar o demostrar lo que descubren.*
- *No basta con entender la teoría, sino que hay plantearse métodos, estrategias, tácticas para buscar la o las soluciones.*
- *Se aprende poco/mucho de ellas.*
- *Necesitan bastante tiempo.*

---

<sup>13</sup> Está en cursiva para respetar el formato que se le presentó a los alumnos.

- *Otras (Comentar)*

*A.4 Resolver un problema en el aula sirve, fundamentalmente para:  
(marca los tres más importantes en orden de prelación)*

- *Profundizar un concepto estudiado,*
- *Aplicar un concepto,*
- *Verificar la adquisición de un concepto,*
- *Diagnosticar las ideas previas de los alumnos,*
- *Motivar a los alumnos a la hora de comenzar un tema,*
- *Aclarar un concepto o núcleo de conceptos,*
- *Aclarar un escollo teórico,*
- *Que los alumnos sientan que hacen las cosas por sí mismos,*
- *Que los alumnos aprendan a gestionar dificultades,*
- *Que los alumnos sean creativos,*
- *Que los alumnos sean críticos.*

*A.5 Enuncia un ejemplo para alguno de los aspectos señalados en la cuestión anterior  
(usa la parte de atrás del folio), intentando describir con el mayor detalle posible:*

- La forma de presentar el problema,*
- El contexto matemático en el que está ubicado,*
- El lugar que ocupa en el desarrollo de la lección,*
- El papel desempeñado por ti y por los alumnos,*
- Cómo sabes tú cuál es el proceso de resolución de los alumnos,*
- la situación que cerraría el problema.*

*A.6 Enumera algunas características de un buen problema escolar, y pon un ejemplo que las ponga de manifiesto. Usa la parte posterior del folio.*

*A8. En clase has puesto un problema y varios alumnos de los “buenos” te dicen “no me entero”. ¿Qué haces? (marca sólo una opción)*

- Lo resuelves tú en la pizarra y pasas a otro problema,*
- Lo abandonas y pasas a otro problema,*
- Das pistas claras para que puedan resolverlo pronto,*
- Sugieres un modelo para resolver problemas que previamente has trabajado*
- Otra opción ...*



B1. En esta pregunta pon 1, 2, 3 o 4: 1 sería si estás poco de acuerdo y 4 si estás muy de acuerdo.

- Para el alumno es más provechoso obtener el conocimiento directamente a través de sus preguntas al profesor, que a través de indagaciones.
- Para consolidar los conocimientos impartidos es necesario proporcionar al alumno una colección de ejercicios con los que entrenarse para el examen.
- El aprendizaje es más eficaz cuando te brindan las ideas ajenas y no tienes que descubrirlas por ti mismo.

B6. ¿Qué es más importante para ti que te haga un alumno?

- Haber repetido algo que ya ha hecho el profesor en poco tiempo (en matemáticas serían ejercicios)
- Haber hecho varias conjeturas sobre el problema, comprobando y explicando varias veces si hace falta, aunque no haya llegado a la solución correcta.
- Otra opción (comentar).

B.8 Supongamos que en clase has mandado un problema para resolver en clase, y ves a un alumno atascado con el problema que es de pensar<sup>14</sup>. El alumno siente estrés por no resolverlo. ¿Qué harías?

- Decirle la solución,
- Antes le hubiera enseñado un modelo para resolver problemas, y le daría sugerencias para que lo usara,
- En la siguiente unidad didáctica o tema no pondría problemas o actividades para pensar que pudieran causar estrés o inseguridad en los alumnos.
- Otra opción (comentar)

B.9. Supongamos que tras dar parte de una unidad didáctica los alumnos te manifiestan sus dudas. ¿Qué opinas?

- Que es normal que duden ya que puede ser un paso previo para aprender que requiere su tiempo,
- Cambiar la forma de presentarlos la próxima vez,
- No impartir estos contenidos la próxima vez,
- Explicarlos de nuevo porque si dudan el fallo es mío.
- Otras (comentar)

B.10. Hay tareas de matemáticas en las que los alumnos tienen que pensar en una solución durante gran parte de la hora, suponiendo para ellos un reto que entraña dificultad. ¿Pondrías estas tareas? ¿En qué momento del tema? Pon un ejemplo.

---

<sup>14</sup> Aunque cada vez más profesores de matemáticas conocen la distinción entre problema y no –problema, todavía encuentro algunos a los que hay que aclararles en qué consiste. Una expresión que suele poner en situación a un profesor es la de “problema de pensar”.

*B.11. Fíjate en las dos formas, A y B, que hemos sacado de sendos libros para explicar la descomposición en factores primos y cómo se usa:*

*A. Después de trabajar los conceptos de múltiplos, divisores y números primos aparecen las actividades siguientes:*

*4. Descompón en tres factores: a) 16 b) 18 c) 40 d) 66 e) 72 f) 222 g) 500*

*5. Descompón el número 100: a) en dos factores, b) en tres factores y c) en el máximo número de factores que sea posible.*

*6. Descompón 512 en el máximo número de factores que sea posible.*

*A continuación en la página siguiente explica con ejemplos la descomposición en factores primos de varios números, haciendo la raya vertical y dando el algoritmo de ir dividiendo entre 2, entre 3, entre 5 ... hasta obtener 1.*

*Por último intenta que relacionen con ejemplos y actividades la descomposición en factores con los divisores y múltiplos de un número.*

*B. Después de trabajar los conceptos de múltiplos, divisores y números primos, explica con ejemplos la descomposición en factores primos de varios números, haciendo la raya vertical y dando el algoritmo de ir dividiendo entre 2, entre 3, entre 5... hasta obtener 1.*

*A continuación explica el algoritmo ( lo de comunes y no comunes) que usa esta descomposición para obtener el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.*

*¿Cuál es la más parecida que has dado? Justifica tu elección.*

*B.12 Un día mandas un problema en el que los alumnos tienen que pensar en la solución, y hay unos alumnos que lo resuelven rápido, otros que ni siquiera lo entienden y no hacen nada, y otros expresan una conjetura sobre la solución, aunque no es la buena solución. ¿Qué harías?*

- Sacaría a la pizarra a alguien que lo ha hecho bien, o lo haría yo en la pizarra u ordenador*
- Animaría al que tiene una conjetura a que la escriba, y que la compruebe, y: si está mal que saque otra, y si está bien que la justifique*
- A los que no les ha salido le diría cuál es el método que te lleva a la solución.*
- Otras (comentar)*

*B.13 Un día mandas un problema en el que los alumnos tienen que pensar en la solución, y hay unos alumnos que lo resuelven rápido, otros que ni siquiera lo entienden y no hacen nada, y otros obtienen una conjetura parcialmente correcta sobre la solución, aunque no es la buena solución. Si tuvieras que valorarlo en ese momento, ¿Cómo lo harías?*

*B.14 En la clase hay alumnos/s de distinto nivel académico, lo mismo uno que le cuestan mucho las matemáticas, que otro que lo pilla todo al momento. Tu objetivo como profesor es que aprendan cuantos más mejor ¿Qué harías para ello?*

- *Proponer problemas que fueran accesibles en su comienzo y tuvieran una dificultad, para que aprendieran los que se les da bien y no tan bien.*
- *Pondría ejercicios (no hay nada que pensar, sólo repetir lo que se ha hecho en clase) porque si no les iría bien a los que menos pueden.*
- *Además de lo dicho en la respuesta anterior, pondría tareas extras a los aventajados, como estudiarse más cosas del libro.*
- *Otras (comentar)*

*B.16 Imagina que una alumna de 4º de ESO no trabaja nada la asignatura de Matemática en el segundo y tercer trimestre, ya que está convencida que con dos asignaturas suspensas le darán el título. Tú como profesor has hablado con ella fuera de clase, interesándote por qué no trabaja. La chica le ha contestado que le cuesta mucho, que prefiere dedicarse a otras asignaturas. El profesor a su vez le contesta que está dispuesto a quedar con ella los recreos que hagan falta para resolverle dudas o ayudarla a hacer los problemas. En el segundo o tercer trimestre las calificaciones de cuaderno, trabajos y exámenes no son buenas. ¿Qué harías?*

- *Aprobarla, le hayan quedado 2 o más, pues se juega mucho, como que haya o no haya plaza en el Ciclo que ella ha elegido.*
- *Suspenderla, pues no ha hecho todo lo que ha podido.*
- *Aprobarla si con esa asignatura le quedan más de dos.*
- *Aprobarla si el número de suspensos mío es elevado.*
- *Otros (comentar)*

*B17. Imagina una alumna de 4º ESO bastante trabajadora, con los padres preocupados por sus notas, pero que le cuesta las tareas de pensar o los problemas. Ella se ha apuntado a una academia donde la profesora se lo explica todo muy bien, consiguiendo ella repetir lo ya hecho por esta profesora, aunque sigue sin saber cómo empezar cuando es una tarea de pensar, como los problemas de Matemáticas. Entre los exámenes, trabajos y el cuaderno no llega al aprobado. ¿Qué debes hacer como profesor?*

- *Aprobarla, le hayan quedado 2 o más, pues se juega mucho, como que haya o no haya plaza en el Ciclo que ella ha elegido.*
- *Suspenderla, pues no ha mejorado en las tareas de pensar.*
- *Aprobarla si con esa asignatura le quedan más de dos.*
- *Aprobarla pues en las tareas de pensar no se puede aprender a realizarlas: el que es listo es listo y las saca, y el que no, no.*
- *Aprobarla si el número de suspensos mío como profesor es elevado.*

- *Aprobarla pues se ha interesado y trabajado, aunque no en Problemas de pensar.*
- *Otros comentar.*

*B18. La alumna de antes ha llegado a 2º de Bachillerato, así repitiendo las tareas ya hechas por el profesor, y trabajando mucho, aunque sigue sin saber cómo empezar las tareas de pensar. Tú que eres el profesor este año no le das tanta importancia a lo de pensar, sino que te centras en problemas y ejercicios de Selectividad. Aún así saca de media un 3.5 en Matemáticas. ¿Qué crees que debes hacer como profesor?*

- *Aprobarla, pues se juega mucho, como hacer la Selectividad o una plaza en un Ciclo.*
- *Aprobarla si es la única que le ha quedado.*
- *Aprobarla si el número de suspensos mío es elevado*
- *Suspenderla, porque en Selectividad puede caer algo que no sepa hacer, que no tengas el método a mano, y mejor si puede aprender a pensar para este tipo de preguntas de Junio a Septiembre.*
- *Aprobarla pues se ha interesado y trabajado, aunque no en Problemas de pensar.*
- *Otros (comentar)*

*B19. A la alumna anterior se le aprobó en Junio la única que le quedaba, Matemáticas. Resulta que al final suspende Selectividad en Junio y Septiembre y no puede entrar en la Universidad. La madre, que estaba muy preocupada, quiere hablar contigo sobre lo que ha pasado, ¿Qué le dirías?*

*B.20. ¿Qué valoras más como profesor de las siguientes cosas en una tarea de Matemáticas?*

- *Que tras leerlo el alumno vaya directo al procedimiento que te conduce a la solución.*
- *Que en cada momento el alumno tenga un control de lo que puede hacer y un control de cómo le sirve para llegar a resolverlo.*
- *Otras (comentar)*

*B.21. Hay alumnos que al empezar un problema lo único que se dicen es “no lo entiendo” y empiezan a decirse que “ellos no valen para las matemáticas”. ¿Qué crees que puedes hacer para mejorar su situación?*

- *Decirle que lo deje y esperar a que alguien lo explique en la pizarra u ordenador.*
- *Incitarle a que pregunte al profesor que le diga cómo hacerlo.*

- *Ayudarle a comprender el enfado consigo mismo e incitarlo a decirse cosas que me recuerden a problemas o estrategias parecidas.*

*B.22 Hay alumnos que suelen resolver problemas rápidamente y con poca ayuda. Estos alumnos a veces fallan en su resolución, ya que no suelen comprobar si su solución es coherente ¿Crees que puede mejorar su situación?*

*B.23 En las tareas que mandas para casa, ¿Hay algunas en las que los alumnos tengan que pensarla durante más de una semana, y que conlleve que el alumnos planifique el tiempo que le va ir dedicando a las tareas? Explica qué haces tú durante esta semana con respecto a esas tareas.*

*B.25 Hay un problema que te parece muy interesante pero con la siguiente característica: hay una dificultad inicial, que si el alumno supera te lleva a otra dificultad. ¿Lo pondrías?*

*B.26. Fíjate en los comentarios de sendos alumnos A y B:*

*A. Con el profesor Fulano, al principio sentía que no me enteraba, porque todo era sacar conclusiones, no te decía lo que tenías que hacer y encima, había que buscar el porqué. A mi antes me gustaban las matemáticas, me ponían un ejercicio yo lo hacía como me lo habían explicado y sacaba buena nota incluso. Cuando suspendí la primera evaluación (nunca había suspendido ninguna asignatura), me sentí fatal. En la siguiente evaluación seguí los pasos que me indicaba el profesor y una compañera y empecé a enterarme (realmente en años anteriores no las entendía), a sacar*

*conclusiones y me gustaron. Con el tiempo esta forma de entender las cosas me sirvió no sólo al estudiar matemáticas sino que otras asignaturas de la Universidad, e incluso en mi vida personal, por ejemplo pensando que hay varias formas de afrontar una situación.*

*B. Con el profesor Mengano me gustaban sus clases. Me gustaba hacer ejercicios tal y como los había explicado el profesor y sacaba buena nota. Yo así adquirí una buena base en Matemáticas.*

*¿Qué profesor te gustaría ser Fulano o Mengano?*

*B.27 En esta pregunta pon 1, 2, 3 o 4: 1 sería si estás poco de acuerdo y 4 si estás muy de acuerdo.*

- Creo que el temario del libro se debe dar entero, opinen lo que opinen los compañeros del Centro, los alumnos o los padres,*
- Creo que hay partes del currículum de Matemáticas que se deben dar de una determinada forma y nunca de otra,*
- Creo que si tengo una nota ya clara debo mantenerla en la sesión de evaluación o si me reclaman,*
- Creo que lo hago bien como profesor si los alumnos trabajadores me dicen que “se enteran” aunque algunos no aprueben nunca,*
- Creo que en la recuperación de un examen debo poner ejercicios y problemas más sencillos que en el primer examen.*
- Creo que el sufrimiento con problemas de Matemáticas es un sufrimiento que tiene sentido,*
- Es importante que todos los alumnos no tienen que acabar disgustados al final de curso*
- El número de aprobados en una evaluación es un indicador fiel de mi labor profesional*

*C.1 Supongo que tendrás alumnos que al hacer un problema se equivoquen, ¿Qué haces cuando te das cuenta?*

- Le digo que compruebe, y que busque alternativa,*
- le digo que está mal y que espere a que lo resolvamos,*
- lo dejo aunque empiece a pensar en círculos (cuando se resuelva verá la solución y la aprenderá).*
- Otras (comentar)*

*C.2 Esta pregunta la contestas si mandas habitualmente problemas para casa con varios días de antelación (5 días por lo menos).*

*Una alumna empieza a hacer problemas de casa que pedirás o corregirás después de varios días (5 por lo menos). Una alumna te comenta que no sabe cómo empezar con el tercero. ¿Qué haces?*

- *Le digo la solución o el algoritmo que lo resuelve,*
- *Le sugiero al final de la clase, en un recreo o en mis horas libres una estrategia para que piense sobre ella,*
- *Le digo que ya lo corregiremos y que se pase a otro.*
- *Otras (comentar)*

*C.3 Si varios alumnos de una clase, al intentar resolver un problema, me dicen “no me entero” pienso que:*

- *Ese problema es difícil y lo debo quitar,*
- *Les debo explicar más el enunciado para aclarárselo,*
- *Le sugiero tácticas o estrategias para que lo comprenda mejor,*
- *Lo relativizo porque cuando un alumno dice “no me entero” puede querer decir varias cosas como , “tú me lo tienes que explicar”, “no tengo una comprensión significativa de lo que me dan y me piden” o “no sé qué es lo que hay que hacer”.*
- *Otras (comentar)*

### III.3.4.2 INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS

La descripción de los indicadores es parecida a la de los alumnos, y la exponemos a continuación, destacando las diferencias que hay con respecto a alumnos.

*Sentido de las actividades:* se trata de descubrir cuál es la metodología con la que se identifica más la profesora.

*Praxis:* iría desde aquellos profesores en los que la actividad en el aula se caracteriza por ejercicios, no cercano al TIC porque se sobrevalora el estímulo, hasta los que prefieren problemas, que calificaremos más cercanos a TIC, pues se valora la percepción y atención inteligente. Esto puede verse en B1, B6 y B12:

- B1: las dos primeras opciones con 4 indican cercano a  $I_1$ , mientras que un 4 en la 3ª opción indica cercano a la inteligencia creadora ( $I_3$ ). Un 2 o un 3 en cualquier opción se descarta,
- B6 y B12 es muy parecida a la de los alumnos.

*Objetivos:* procedimientos de bajo nivel (ejercicios en el sentido de trabajo sintáctico), o conjunto de competencias más rico que incluye procedimientos, conceptos y actitudes.

Esto puede verse en B1, B6:

- B1: las dos primeras opciones con 4 indican cercano a  $I_1$ , pues sobrevalora los ejercicios o porque no se involucra en el proceso de aprender competencias, mientras que un 4 en la 3ª opción indica cercano a la inteligencia creadora ( $I_3$ ). Un 2 o un 3 en cualquier opción se descarta,
- B6: es muy parecida a la de los alumnos.

*Finalidad:* informativa (conocer un cierto “panorama matemático” que esperan aprender), o formativa (aprender a aprender en el sentido de permitir errores y evolucionar a partir de ellos). Esto puede verse en B1, B6 y B18:

- B1: las dos primeras opciones con 4 indican cercano a  $I_1$ , pues sobrevalora los ejercicios o porque no se involucra en el proceso formativo de aprender de los errores, mientras que un 4 en la 3ª opción indica cercano a la inteligencia creadora ( $I_3$ ). Un 2 o un 3 en cualquier opción se descarta,
- B6 y B18 son muy parecidos a los de los alumnos.

*Papel del alumno:* desde el profesor que cree que tiene que reproducir, escuchar y crear hasta el que investiga, reflexiona y cuestiona. Esto puede verse en B1, B6, B8, B10 y B11.

- B1: las dos primeras opciones con 4 indican cercano a  $I_1$ , pues sobrevalora reproducir, escuchar y crear, mientras que un 4 en la 3ª opción indica cercano a la inteligencia creadora ( $I_3$ ). Un 2 o un 3 en cualquier opción se descarta,
- B11: la opción B cercano a  $I_1$ , pues el alumno no tiene que investigar y reflexionar, mientras que A sería cercano a  $I_3$  pues sí se le incita a investigar y tiene que cuestionar y reflexionar,
- B6, B8 y B10 son muy parecidos a los de los alumnos.



*Papel del profesor:* desde el profesor que solo considera los ejercicios porque así no complica las cosas al alumno, hasta el que considera los problemas como principal tarea, teniendo en cuenta la diversidad ante ellos. Esto puede verse en B14:

-B14: es muy parecido al de los alumnos.

*Sentido ético de las acciones:* tener en cuenta las consecuencias inmediatas, que incluyen “nurturing”, o provocan la actitud creadora. Esto puede verse en B26 y B27:

-B26: si prefiere el profesor mengano no es cercano a  $I_1$  por inclinarse hacia el “nurturing” o por otras razones, mientras que si prefiere a Fulano es quiere provocar la actitud creadora,

-B27: solo un 4 en la 6ª opción sería cercano a la inteligencia creadora, y cualquier otra opción con un 4 sería cercano a  $I_1$ . Un 2 o un 3 en cualquier opción se descarta.

*Sobre actitudes y valores:* se caracteriza por las actitudes en relación a la inteligencia creadora o no que están manifestando.

*Sentido de las dificultades:* desde el profesor que prefiere evitar las dificultades a los alumnos para que no sufran, hasta los que consideran que se puede ayudar a afrontarlas con un modelo. Esto puede verse en B8, B10 y B25:

-B10: si manifiesta que sí las pondría y pone un ejemplo de auténtico problema, entonces es cercano a  $I_3$ . En caso contrario cercano a  $I_1$ ,

-B25: si manifiesta que sí lo pondría cercano a  $I_3$ , si no cercano a  $I_1$ ,

-B8: es muy parecido a la de los alumnos.

*Sentido de la duda:* Iría desde el profesor que la evita a toda costa para no crear inseguridad, hasta el que permite la duda como fuente de aprendizaje atreviéndose a proponer tareas que conlleven inseguridad. Esto puede verse en B9:

-B9: la 1ª opción cercano a  $I_3$ , mientras que 3ª y 4ª cercanos a  $I_1$ . La 2ª o 5ª opción si especifica un forma que mantenga el que el alumno investigue cercana a  $I_3$ , y si no se descarta.

*Sentido del reto:* Iría desde los profesores que no lo promueven, hasta los que lo fomentan mediante la curiosidad y aventura para que el alumno sienta que lo hacen por ellos mismos. Esto puede verse en B10, B11 y B12:

- B10: si manifiesta que sí las pondría y pone un ejemplo de auténtico problema, entonces es cercano a  $I_3$ . En caso contrario cercano a  $I_1$ ,

- B11 y B12 son parecidos a los de los alumnos.

*Sobre el aprendizaje como proceso:* desde la reproducción hasta los que consideran un proceso. Esto puede verse en B12, B13, B14 y B15:

-B12, B12, B14 y B15 son muy parecidos a los de los alumnos.

*Sobre el tratamiento de la diversidad:* ejercicios al principio junto con tareas extras para los aventajados, dando importancia al estímulo, o RP, valorando la percepción inteligente. Esto puede verse en B14:

-B14: es muy parecido al de los alumnos.

*Sobre la ayuda:* Ayudar equivale a suprimir dificultades o sufrimiento, hasta los que consideran un modelo para gestionar las ayudas, creyendo que el cambio en cuanto a inteligencia es posible. Esto puede verse en A8, B16, B17 y B18:

-A8: la opción d) es la única que claramente es cercana a la inteligencia creadora. La opción e) de dar pistas más explícitas dependiendo del alumno, si van encaminadas a forjar un modelo, también sería cercana a la inteligencia creadora,

-B16, B17 y B18: son muy parecidos al de los alumnos.

*Sobre el esfuerzo:* Valoración del esfuerzo por el esfuerzo, hasta los que creen que debe haber esfuerzo inteligente. Esto puede verse en B16, B17 y B18.

-B16: solo la 2ª opción cercana a I<sub>3</sub> por valorar el esfuerzo inteligente,

-B17 y B18: son muy parecidos al de los alumnos.

*Sobre la Actitud:* Predeterminada, lo cual indica que la inteligencia no se puede cambiar, o transformable que implica creer en la inteligencia creadora. Esto puede verse en B10, B11, B12, B13 y C2:

C2: solo la 2ª opción es cercana a la inteligencia creadora. La 4ª puede serlo si deja claro que su objetivo a más largo plazo es que el alumno mejore en RP.

*Sobre la gestión a través del lenguaje:* comunicación que intenta provocar inteligencia computacional y que no necesita usar el lenguaje consigo mismo, la que intenta provocar inteligencia computacional y necesita del lenguaje consigo mismo, y por último, la que provoca inteligencia ejecutiva. Esto puede verse en B21 y C3:

-B21: solo la 3ª opción es cercana a la inteligencia creadora,

-C3: la 3ª y la 4ª opción solo cercanas a la inteligencia creadora.

*Sobre el error:* desde el que le dice la solución correcta, hasta el que le da formas de comprobarlo y gestionarlo. Esto puede verse en A5 y C1:

-A5: nos fijamos si los problemas tienen dificultad y si se prestan a conjeturar, comprobar y demostrar,

-C1: solo la primera es cercana a la inteligencia creadora.

*Sobre la gestión a largo plazo:* desde los que valoran que el alumno tenga un proyecto, que incluye una planificación en sus tareas de casa, a los que no la consideran. Esto puede verse en C2 y B23:

-C2: solo la 2ª opción es cercana a la inteligencia creadora.

*Sobre el sufrimiento:* iría desde el que evita, hasta el que le aporta al alumno modo de gestionar sus emociones y, por último, el que le ve sentido. Esto puede verse en B8, B20, B21 y B22:

-B8: solo la 2ª opción es cercana a la inteligencia creadora,

-B20: solo la 2ª opción es cercana a la inteligencia creadora,

-B21: solo la 3ª opción es cercana a la inteligencia creadora,

-B22: si manifiestan que el cambio es posible, a pesar, de que haya dificultades que puede superar es cercana a la inteligencia creadora.

## SOBRE LA EVALUACIÓN

*Sobre el tipo de diagnóstico inicial:* desde los profesores que no consideran el proceso de RP, hasta los que consideran útil la elaboración del proceso de RP. Esto puede verse en B12:

-B12: similar al de los alumnos.

*Sobre el tipo de calificación:* los que prefieren la objetividad de los ejercicios en los exámenes a los que prefieren la conjunción de varios instrumentos. Esto puede verse en B13:

- B13: similar al de los alumnos.

*Sobre criterios de evaluación:* sin diferenciación individual o con ella. Esto puede verse en B16, B17, B18 y B19:

-B16: similar al de los alumnos,

-B17: similar al de los alumnos,

-B18: similar al de los alumnos,

-B19: similar al de los alumnos.

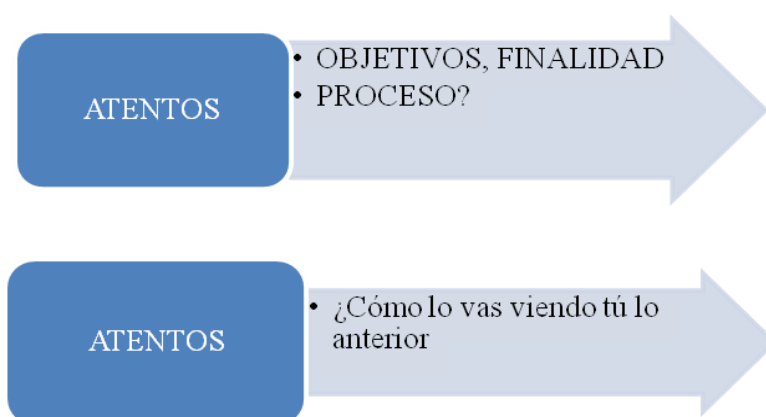
### III.3.4.3 LAS ENTREVISTAS SOBRE LOS CUESTIONARIOS

Una vez analizados los cuestionarios de los 10 profesores tuvimos que decidimos por un profesor o profesora para el estudio de casos. El profesor tenía que cumplir varias condiciones, a saber, que fuera buen informante y que quisiera colaborar con nuevas entrevistas y grabaciones de varias clases. De entre los dos profesores que preseleccionamos con las condiciones anteriores nos decidimos por una profesora, que hemos llamado AD, con la que era más factible las grabaciones de clase por la compatibilidad de horarios.

Las entrevistas son *entrevistas semiestructuradas*, con un guión previo que exponemos a continuación. Tras cada pregunta aparecen las posibles cuestiones a las que había que estar atentos.

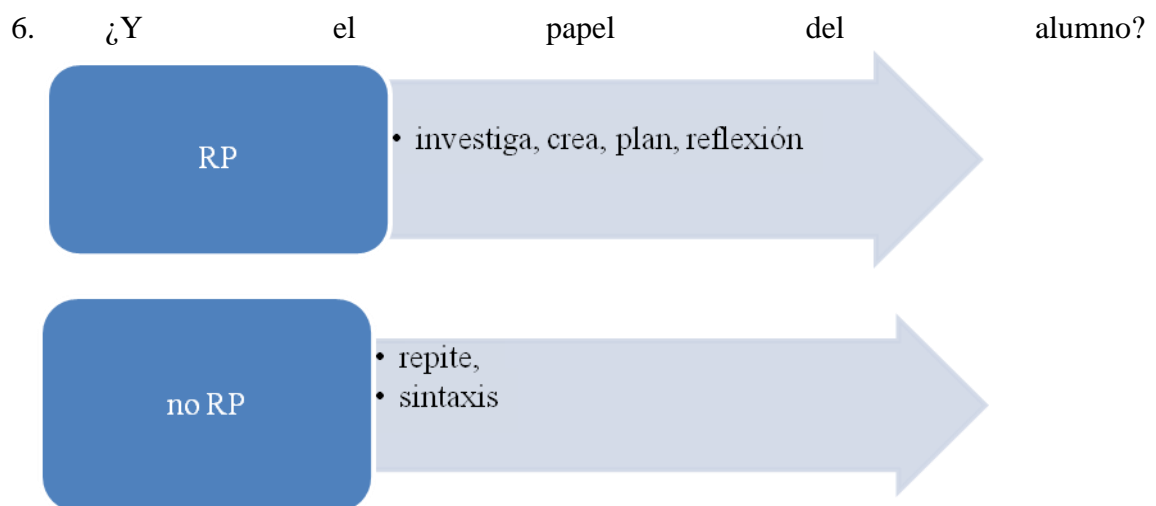
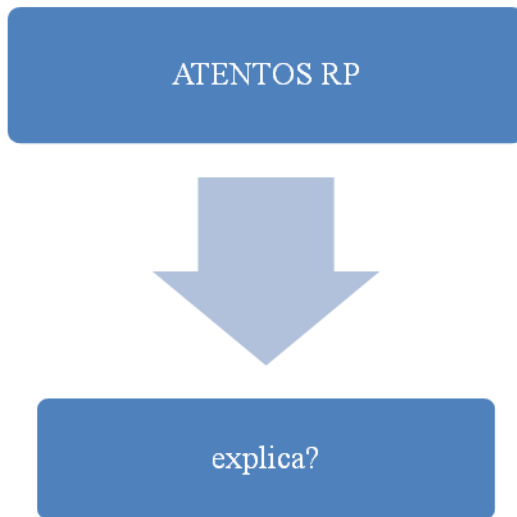
#### GUIÓN DE LAS ENTREVISTAS SOBRE LOS CUESTIONARIOS

1. Cuestiones no importantes para entrar en rapport:
  - Te ha costado trabajo el cuestionario, ¿no?,
  - En este instituto te sientes más a gusto que en el mío, ¿a qué sí?
  - ¡Qué cansancio tenemos ya a esta altura de curso!
2. Y en este curso, ¿cómo te va con los alumnos? Los objetivos que te marcaste, ¿cómo van?
3. ¿Qué crees que están aprendiendo tus alumnos?



Teníamos que estar atentos a qué entiende por aprender, y dentro de esto que objetivos ve ella (aprender a aprender o no), si lo consideran un proceso o no, y cómo está viviendo ella este proceso.

4. ¿Y te marcaste el objetivo de aprender a resolver problemas?
5. ¿En qué se diferencia para ti un problema de algo que no lo es?
- Has comentado en el cuestionario que “ *cuando lo corregimos en clase y comprobamos la solución se dieron cuenta del error* ” . Comenta tu papel en este proceso.



7. Parece que le das importancia a la creatividad. En un momento dado dices “*algunos hacen un dibujo o esquema para entenderlo mejor (creatividad)*” . ¿Por qué crees que es importante para el alumno la creatividad?

8. La creatividad y el comprobar, lo has considerado entre tus objetivos , ¿Crees que tus objetivos le servirán a largo plazo, como la creatividad o el comprobar le servirán o marcarán? ¿Te lo planteas qué puede servirle a largo plazo?

ATENTOS	ATENTOS	ATENTOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• INTELIGENCIA CREADORA</li> <li>• AUTONOMÍA,</li> <li>• MOSTRAR MI SELLO</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• SI APARECEN IDEAS DEL UTILITARISMO</li> <li>• ¿SATISFECHO?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A IDEAS DE KANT</li> <li>• LO QUE TENGO QUE HACER.</li> </ul>

9. Sueles dar pistas para resolver problemas. ¿Lo haces durante todo el curso? Al principio más, o menos o distinto. ¿Cómo? ¿para qué?

ATENTOS		
AUTOESTIMA ¿TÚ PUEDES!	RESILIENCIA SUFRIMIENTO?	AUTONOMÍA MODELO?

10. Hablas varias veces de la confianza en sí mismo, de la autoconfianza de los alumnos. ¿Cuál es tu papel? ¿Cómo se consigue?

11. ¿Puedes hablarme de algún alumno con el que lo has conseguido? ¿Y alguno con el que no?

12. Consideras normal que los alumnos duden, y que la solución viene por explicar de nuevo. ¿Hay algo más que pase por tu cabeza? ¿Qué crees que piensan los alumnos?

ATENTOS		
DUDAR TIEMPO, PAPEL DEL ALUMNO	FALLO MÍO	¿???

13. En una pregunta dices que valorarías en un problema al que lo ha intentado. ¿Puede que lo hayan intentado alumnos de distinta forma?

ATENTOS		
ALUMNOS CON MODELO largo plazo?	ALUMNOS SIN MODELO no largo plazo?	¿??

14. Imagina que ya has intentado motivar a una alumna de 4º ESO a la que le cuestan mucho las matemáticas. Has quedado en darle clases extra, y ella te dice que le cuesta mucho y que prefiere dedicarse a otras asignaturas. A pesar de eso las notas de cuaderno, clase y exámenes no son buenas. ¿Qué harías si le han quedado 4 asignaturas con la tuya?

15. Igual a la anterior si trabaja salvo en las tareas de pensar.

16. Crees que se puede aprender a ser un buen resolutor de problemas?



17. Todos nos hablamos a nosotros mismos. ¿Qué crees que se dicen los alumnos a sí mismos cuando resuelven un problema? ¿Es importante? ¿Puede que sea más potenciador esto?

18. Y en este proceso del que hablamos, los alumnos se enfrentan a dificultades, ¿no?

ATENTOS



19. Hablas varias veces de ayudar al alumno ¿Qué es para ti ayudar a un alumno?

20. ¿Cuándo dices tú “ esto lo ha aprendido”? ¿Fue así aprender a leer?

21. ¿Y cuándo hay un reto? ¿Cómo lo perciben los alumnos?

¿Estás atenta a si se les presenta dificultades? ¿Estás atenta cuándo hay errores?

22. ¿Puede que aprendan algo por sí mismos?



### III.3.4.4 GRABACIONES EN AUDIO DE 3 CLASES CON ENTREVISTAS

Como hemos dicho, nuestra intención era usar el modelo de Schoenfeld (2000) para analizar tres clases de la profesora. En la primera clase, la profesora encendió una grabadora que guardó en su pantalón, y nosotros observábamos y anotábamos la mayor parte de los diálogos desde una mesa al final de la clase. La profesora circulaba por clase ayudando a los alumnos a resolver las tareas que les había planteado días anteriores, y en cada grupo de alumnos ayudaba en una tarea que no necesariamente era la misma que en otro, así que el modelo no era el idóneo. Este modelo está ejemplificado para analizar una clase no tradicional como Schoenfeld, Minstrell y Van Zee (2000), y una clase tradicional de Zimmerlin y Nelson (2000). Aunque la profesora se adaptaba más a la clase o lección analizada en Zimmerlin y Nelson (2000), había una diferencia importante: los contenidos son tradicionales tanto con Nelson como con AD, pero en AD eran problemas para los alumnos mientras que con Nelson eran rutinas. No podemos entrar aquí en las valoraciones de las clases como tradicional y no tradicional, ya que creemos que eso necesita de un consenso más amplio o una definición más rigurosa, pero lo que sí podemos afirmar es que nuestra profesora AD no encajaba ni en una ni en otra en el sentido dado en los artículos anteriores. Schoenfeld, Minstrell y Van Zee (2000, p.283) exponen las diferencias en cuanto a la clase de Minstrell y la de Nelson:

*“El contenido de la lección de Nelson era tradicional, y en la de Minstrell era no estándar. La lección y el plan de la lección estaban estructurados linealmente, mientras que la de Minstrell no. Además, los estilos de clase eran diferentes. Nelson proponía problemas a la clase, pero la mayoría de las interacciones eran conducidas y estructuradas por él, siendo la mayoría de afirmaciones hechas por él. Por el contrario, Minstrell no sólo comenzaba conversaciones con cuestiones, sino que él mantenía conversaciones en clase usando explícitamente la estrategia de cuestionar.”*

De hecho, Schoenfeld, Minstrell y Van Zee (2000, p.285) exponen, refiriéndose al ambiente de clase:

*... Minstrell se enfrasca en discusiones abiertas y libres en la que se apoya a los alumnos a hacer conjeturas y explorar ideas.*

*...La estructura de la lección de Minstrell es suficientemente flexible que se enfrasca en perseguir las ideas de los alumnos, incluso aunque las ideas particulares, cuando surgen, pueden no formar parte de la imagen de la lección.*

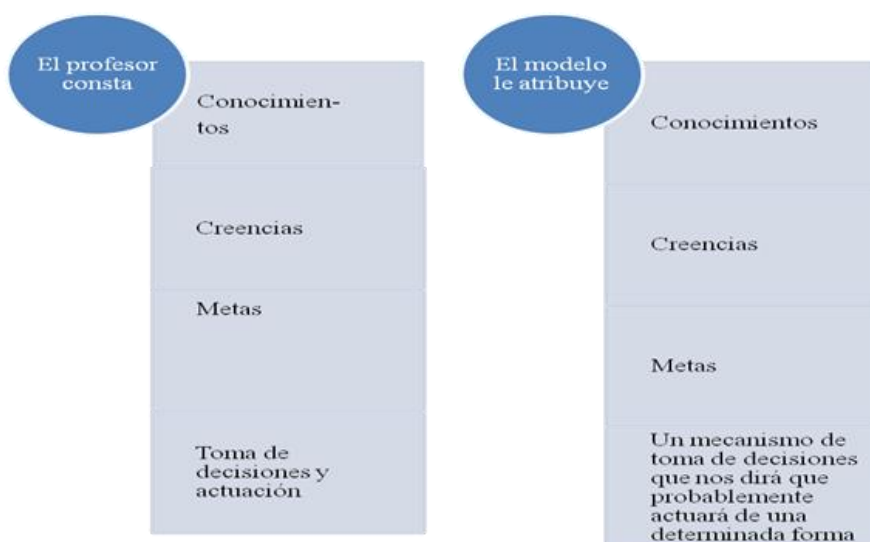
Así, según los criterios de los artículos anteriores, para clasificar la lección de tradicional o no tradicional, habría que atender a los contenidos, si la lección es lineal o no y a los estilos. Debido a que en nuestro estudio nos interesa cómo el profesor entiende la idea de reto o ayuda, un criterio que creemos que hay que añadir es si los contenidos tradicionales son o no son problemas. La diferenciación de nuestra profesora AD con Nelson, está motivada porque las actividades que ella proponía a los alumnos

en ese momento del curso, eran problemas con los que interactuaba individualmente. En cualquier caso, creo que la clasificación que los autores hacen de profesor tradicional y no tradicional debe incluir más indicadores.

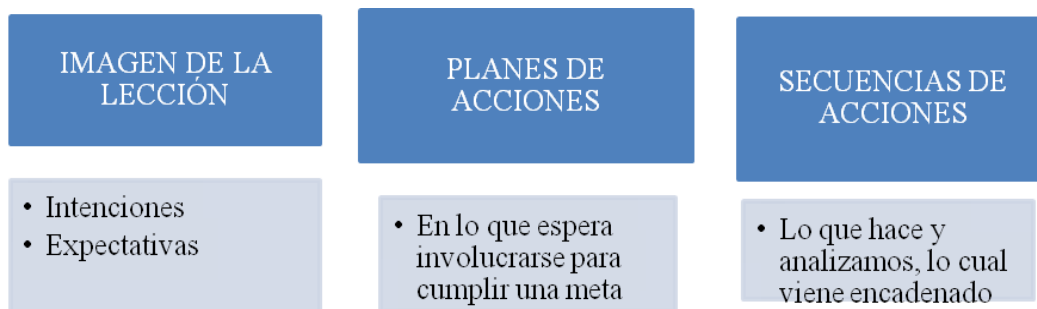
La profesora AD es una profesora que estaba en un Instituto de un barrio de Málaga capital de forma provisional, con 6 años de experiencia y 1 como funcionaria. Tras haber realizado el cuestionario y una entrevista sobre él, observamos 3 clases suyas en el último mes y medio de curso. Creemos que podría resumirse diciendo que la profesora era básicamente tradicional en cuanto a Concepciones de la Matemática y Espontaneísta respecto a la Enseñanza de las Matemáticas, en el sentido de Carrillo (1998).

Aunque no se adapta ni a uno, ni a otro, el modelo de Schoenfeld con variaciones necesarias, es válido para analizar esta clase. Seguimos considerando válido este modelo, porque está construido para alcanzar los mismos objetivos que los nuestros, esto es, relacionar actuaciones con creencias, y la segunda razón es por su operatividad, ya que la plasticidad de sus esquemas ayudan a aclarar qué está pasando en el aula y por qué. El modelo descrito en Schoenfeld (2000) atribuye al profesor unos conocimientos, unas creencias, unas metas y un mecanismo de toma de decisiones que nos dirá que probablemente actuará de una determinada manera. Este modelo es una representación de los conocimientos, creencias, metas y toma de decisiones y actuaciones reales del profesor. Por ejemplo, un profesor puede afirmar que tiene la creencia A, pero a la hora de actuar muestra la creencia B, así que el modelo le asignaría la creencia B. Lo anterior puede resumirse en el siguiente gráfico:

*Gráfico 3.2 El modelo de Schoenfeld*



Además de metas, hay planes de acciones y secuencias de acciones, que resumimos a continuación en este cuadro:



Las secuencias de acciones son vistas como episodios, que a su vez se subdividen en subepisodios, y así hasta los más simples. Las secuencias de acciones pueden calificarse como rutinas, guiones, minilecturas, y habla simple.

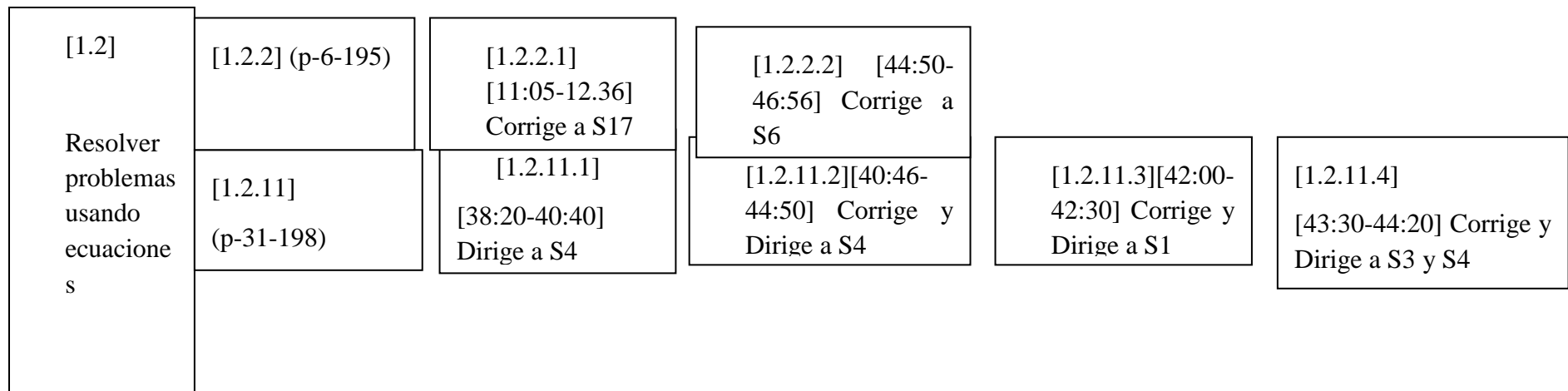
Variaciones sobre este modelo las presentan Monteiro, Carrillo y Aguaded (2008). Los autores consideran las relaciones entre creencias, metas y conocimiento para explicar el comportamiento de un profesor, y no las hemos tenido en cuenta por el tipo de creencias que estudiamos. Sí influirán en nuestro análisis Aguirre y Speer (2000), en el que se relacionan las creencias, que influyen tanto en la selección y formulación de metas, como en un cambio de metas. Esta interrelación entre metas y creencias se analiza mejor con un esquema, donde cada secuencia de acción para alcanzar una meta, episodio o subepisodio, se indica con un trazo vertical, y es el grosor de este trazo el que reflejará el nivel de activación de la meta.

Las distintas formas de actuar cada profesor en la clase las clasifica el modelo en rutinas, guiones (script), minilecturas, habla simple y otras. Las rutinas son pautas de comportamientos que tiene el profesor en mente y que son independientes del contenido de la lección. Script son los comportamientos que se espera que haga el profesor en un cierto contexto familiar para él. Minilecturas son un caso especial de script, en el que una parte familiar del diálogo es deliberadamente dirigida. Habla simple son pequeños diálogos o pequeñas frases hechas que se le dan al alumno. Usaremos esta clasificación para catalogar nuestros episodios.

Son dos las diferencias que introducimos: división de episodios y subepisodios, y la calificación de los tipos de comunicación en cada episodio. La primera diferencia está motivada porque había una continua interacción de la profesora con alumnos individualmente al pasarse por sus mesas, y que en estas interacciones la profesora podía volver al mismo alumno con el mismo problema. Decidimos así que hubiera un gran episodio que fuera la propia circulación por la clase dividido en subepisodios, y que cada uno de ellos fueran los problemas planteados que la profesora había mandado para clase o para casa, y que notamos por (p-nº de problema-página del libro). Cada uno se subdivide en subepisodios que corresponden a la interacción de un problema con un alumno (S1, S2, S3, ...), junto con el intervalo de tiempo en el que sucede. Al hacerlo de esta forma mantenemos el criterio expresado por Schoenfeld, Minstrell y Van Zee

(2000), quienes sugieren que para definir un episodio tiene que haber coherencia fenomenológica, en este caso de los contenidos (el mismo problema), y tiene que estar activada una meta de alto nivel (que el alumno sea activo). Un ejemplo figura a continuación.

Gráfico 3.3 Los problemas definen los subepisodios



Este criterio, sobre la división en episodios y subepisodios, también lo sustentamos por la forma de interactuar la profesora con cada alumno en su pupitre, ya que esta interacción no varía, no hay distinción en cuanto a formas de ayudar a distintos alumnos. Si el profesor analizado mostrara una diversidad de formas de ayudar que dependieran del contenido y del alumno en cuestión, al haber investigado concepciones que incluyen la idea de ayuda a los alumnos, hubiera sido más operativo que el gran episodio lo definiera un alumno, y los subepisodios las distintas interacciones de ese alumno en cada problema.

Una de las consecuencias, en cuanto al formato, de lo anterior es que el orden lexicográfico entre episodios y subepisodios no se corresponde con el orden de las líneas de transcripción, ya que puede ocurrir que un subepisodio que esté encima en el papel, ocurriera después que otro que estuviera debajo. Se puede ver esto en la figura 3.4, donde el subepisodio [1.2.2.2] está encima del subepisodio [1.2.11.1] que ocurrió antes.

La segunda variación que introducimos se refiere al tipo de comunicación. Antes de explicar cómo hemos etiquetado los tipos de comunicación, exponemos los esquemas de comunicación que observamos en AD, son:

Primer Esquema:

- el alumno pide ayuda,
- la profesora le dice lo que tiene que hacer, con exposición o explicación, y así va guiando al alumno a resolver la cuestión. Solicita del alumno una palabra o frase acertada. Cuando el alumno va escribiendo o diciendo algo la profesora confirma o no confirma si va bien.
- la profesora se despide del alumno cuando ve que el alumno avanza hacia el objetivo de resolver el problema con el método que ella quiere, o éste manifiesta que lo entiende, que no tiene dudas.

Segundo Esquema:

- el alumno pide que confirme o no si va bien,
- la profesora le confirma o le critica la solución,
- por último la profesora le sugiere un procedimiento directo para alcanzar la solución.

Podemos encajar estos esquemas en la clasificación de Ribeiro, Monteiro y Carrillo (2009)<sup>15</sup>, como comunicaciones UNIDIRECCIONALES encadenadas, y en la de

---

<sup>15</sup> Los autores proponen 4 clases de comunicación matemática: unidireccional, contributiva, reflexiva e instructiva. La comunicación unidireccional está asociada a una forma de enseñanza en la que el profesor tiene el papel principal, requiriendo al estudiante solamente que repita lo que él o ella ha escuchado. En la comunicación contributiva, al alumno se le permite alguna participación en el discurso de clase, aunque las interacciones que tienen lugar son en su mayoría de naturaleza correctiva y no para profundizar en los contenidos. La característica principal de la comunicación reflexiva es que la interacción entre profesor y alumno sirve como desencadenante para posterior trabajo de investigación. La instructiva es similar a la

Schoenfeld, Minstrell y Van Zee (2000)<sup>16</sup> la mayoría como IRE encadenados, existiendo también algunas del tipo ELICITACIÓN SOCRÁTICA. .

Ahora bien, al ser uno de los puntos importantes que estudiamos la posibilidad de uso del *autolenguaje*, el lenguaje con uno mismo para acercarse a la inteligencia creadora, no nos parecen apropiadas ninguna de las clasificaciones. En ambas se hace mucho hincapié en el tipo de comunicación entre la profesora y el alumno, y sus efectos, mientras que nosotros necesitamos saber qué intención tiene la profesora de provocar la activación de facultades de la inteligencia. Así necesitamos una clasificación que contemple la posibilidad de activar en el alumno un lenguaje retórico que active su memoria creadora. Por tanto, nos hemos decidido por la clasificación que figura en la descripción de los indicadores: *comunicación que provoca inteligencia computacional y que no necesita usar el autolenguaje, la que provoca inteligencia computacional con necesidad del autolenguaje, y por último la que necesita el uso de inteligencia, que*

---

reflexiva, sólo que además intenta dar luz sobre el tema que se trate a continuación, contribuyendo a integrar las ideas que van adquiriendo los alumnos.

<sup>16</sup> Los autores dan esta clasificación:

- (IRE INICIA/RESPONDE/EVALÚA): El profesor inicia una pregunta, el alumno responde y el profesor evalúa pasando a la siguiente cuestión.
  - (IE) ELICITACIÓN INTERACTIVA: que se puede resumir en estos pasos:
    - IE1 el profesor pide a los alumnos que comenten sobre una cuestión X,
    - IE2 alumno hace un comentario,
    - IE3 el profesor repite el comentario, lo resume o lo reelabora,
    - IE4 el profesor solicita clarificaciones y elaboraciones del alumno, usando la “tos reflexiva” (el profesor capta el significado de lo que dice el alumno) y lanza responsablemente para que el alumno vuelva a pensar. El diálogo continúa hasta que el comentario hecho en IE2 ha sido bien explorado
    - IE5 el profesor invita a que continúe el diálogo.
- Generalmente, en la Elicitación Interactiva, ocurrirá una de estas tres cosas:
- (a) Un alumno saca a la luz otra meta, y entonces se repiten los pasos 3, 4 y 5;
  - (b) Los alumnos no participan, con lo que el profesor saca para discutir. Se repiten los pasos 3, 4 y 5.
  - (c) Hay un largo silencio que refleja que los objetivos se han cubierto. El profesor resume y pasa a la parte siguiente de la lección.
- IMPROVISACIÓN. El alumno propone un tema y el profesor incita a que el alumno busque las respuestas proponiendo él los contenidos. Supone una gran interacción entre profesor y alumno.
  - ELICITACIÓN SOCRÁTICA. Hay mucha interacción como en la improvisación, pero la dirección y el contenido provienen del profesor.
  -

*necesariamente implica uso de autolenguaje.* Desde esta clasificación, la mayoría de los episodios corresponderían al tipo *comunicación que provoca inteligencia computacional y que no necesita usar el autolenguaje.* Algunas interacciones entre la profesora y los alumnos del tipo *comunicación que provoca inteligencia computacional y no necesita autolenguaje,* le hemos añadido la expresión *habla simple,* ya que creemos que es bastante sugerente para el lector.

El modelo admite más variaciones. Una de ellas sería definir cada episodio por alumno, esto es, un episodio lo definiría el conjunto de subepisodios en los que participa un alumno y tras esto trazar las líneas que representan la activación de las metas. Esta variación podría indicarnos las dificultades de un alumno ante un problema, o qué metas activamos con ese alumno.

La división en episodios y subepisodios la usamos para lo que ocurre en el aula. Antes de entrar al aula entrevistamos a AD para indagar sobre su imagen de la lección, sus planes de acciones y las secuencias de acciones que pensaba llevar adelante. Tras finalizar la clase la entrevistamos buscando si había metas distintas de las previstas, o si había improvisado algo, o cómo y por qué había actuado de una determinada manera en algunos momentos de la clase. Así lo hacemos con las tres últimas clases.

Tenemos que mencionar por último que además de las grabaciones en audio, nosotros acompañábamos a la profesora AD por toda la clase anotando las interacciones con los alumnos, así que además de las grabaciones disponemos de material escrito que complementa la información de las grabaciones como gestos, o quien escribe en el cuaderno. Para confirmar intenciones o comprobar inferencias se hicieron varias entrevistas: una primera tras la primera clase grabada, y otra sobre la tercera y cuarta clase, ya que estas clases fueron muy próximas.



### III.3.4.5 ENTREVISTA FINAL

Tras el cuestionario, las entrevistas sobre el cuestionario y las grabaciones de las clases con las entrevistas previas y posteriores, vimos la necesidad de profundizar en la dimensión del sentido ético de sus acciones. Para ello diseñamos una nueva entrevista que pasamos en el curso 2010/2011 a la profesora AD. Recordemos que en el Marco Teórico ya expusimos que para comprender si el sentido ético de las acciones de la profesora se acercaba o no a la Ética de Marina, nos basábamos en unos criterios que actuaban como ergonomía de las evidencias. Estos criterios indagan cómo la profesora evaluaba, si es que lo hacía, las consecuencias de sus acciones. La entrevista semiestructurada constaba de estas preguntas:

0. Cuestiones previas para entrar en Rapport: ¿Sigues de baja maternal o te has incorporado ya? ¿Tenías ganas de hacerlo?
1. ¿Piensas que una de las misiones tuyas como profesor es que los alumnos sean más felices?
2. ¿Cómo lo haces? ¿Crees que puedes cambiar algo para que mejore este gestión de las dificultades o sufrimiento?
3. ¿En qué te fijas para saber cómo mejoran tus alumnos? ¿Y en cursos sucesivos? ¿Te fijarás en lo que ellos te dicen, en lo que hacen los alumnos, en lo que te dicen compañeros, en lo que te dice el Director, los padres, en presupuestos de investigaciones de DM o Psicología...? ¿En qué?
4. ¿Tienes alumnos a los que les van mejor con los retos? ¿Qué pasa con los alumnos que funcionan mejor con los retos? ¿Y en los cursos siguientes?

## **ANÁLISIS Y RESULTADOS**



En el Capítulo II hemos intentado exponer los fundamentos, la motivación y la relevancia de este estudio, que podemos resumir como sigue:

- Exploramos el contexto social del que hablaba Ernest (1989) y que suponen limitaciones de las creencias a la hora de actuar un profesor. En cuanto a alumnos, las creencias estudiadas van más allá de los estudios de Schoenfeld (1992), ya que ampliamos el tipo de creencias que influyen en la actuación de alumnos en RP,
- Indagamos cómo funcionan las creencias sobre las dimensiones estudiadas como sistema regulador, para una vez conocido poder alumbrar formas de cambio de creencias,
- El estudio se basa no sólo en Teorías que provienen del ámbito de la Didáctica de la Matemática, sino también en TIC que creemos aporta una visión más global del problema.

En el Capítulo III hemos intentado exponer el tipo de investigación que llevaremos a cabo, la justificación de este tipo y los instrumentos de los que nos valemos para ello.

En este capítulo describimos el *análisis de datos y la interpretación* que hacemos de ellos en forma de *resultados*. Como hay dos estudios, con alumnos y profesores, el capítulo tiene dos secciones principales, IV.1 ANÁLISIS Y RESULTADOS DEL ESTUDIO CON ALUMNOS y IV. 2 ANÁLISIS Y RESULTADOS DEL ESTUDIO CON PROFESORAS.

## IV.1 ANÁLISIS Y RESULTADOS DEL ESTUDIO CON ALUMNOS

En el capítulo anterior hemos descrito las características del estudio con alumnos y aportamos los instrumentos de investigación. Recordamos que era un estudio etnográfico que se caracteriza por ser holístico, inductivo e ideográfico. Comentamos también que la reflexión comenzó con observaciones como profesor en activo de alumnos, de profesores y padres.

### IV.1.1 INTRODUCCIÓN DEL ANÁLISIS DE LOS ALUMNOS

A nivel general, el cuestionario reflejaba de forma clara algunas dimensiones que queríamos estudiar, como es su posición ante los problemas o sus preferencias ante la forma de dar clase el profesor. La mayoría de los alumnos de la clase que realizó la encuesta, prefería una metodología basada en RP, cosa que nos sorprendió, pues sabíamos de la existencia de alumnos que se habían manifestado de otra forma. La tabla del Cuestionario de la alumna I<sub>1</sub>, con mayoría de ítem cercanos a TIC, que puede apreciarse al ver la columna “perfil inteligente”, bien puede representar la moda de los cuestionarios de ese grupo. El alumno 26 del cuestionario, sí se posicionaba claramente en contra de RP, pero no lo consideramos como participante porque no era un buen informante, ya que no era un alumno muy comunicativo, más bien le costaba abrirse ante cualquier pregunta. Puede verse en la tabla 4.3, o en la respuesta de este alumno en la pregunta B.4, donde contesta que el profesor plantea problemas en los que hay que buscar algo, [ *En cualquier momento del tema* ], y en esa cuestión cuando se le pregunta que para qué cree que el profesor lo hace así, responde [ *Para nada* ], o en la cuestión B.10, donde afirma, ante estas tareas, que [ *Prefiero que no me la pongan pues me crea estrés e inseguridad* ].

Sin embargo había dimensiones no suficientemente captadas por el cuestionario, sobre todo la relación con actitudes que intervienen en distintas fases sobre la resolución del problema, u otras dimensiones como ayuda o esfuerzo en la que eran superficiales, como en la pregunta B.19 pocos hacen referencia al tipo de esfuerzo o ayuda. En esto ahondamos en la entrevista. Lo que sí apreciamos son diferencias acusadas en algunos alumnos: varios se decantaban claramente por una tendencia más cercana a TIC, otros en algunas dimensiones muy alejados de TIC, y otros no muy definidos. Esto nos sirvió para hacer el muestreo intencionado a la hora de elegir a los alumnos a los que hacerle la entrevista. Seleccionamos a 6, de los cuales luego tendríamos que elegir a varios representativos de perfiles. De estos 6 individuos elaboramos unas tablas que figuran como anexos, en las que se reflejan cómo, tras los cuestionarios, asignábamos las respuestas a un perfil u otro.

Tabla 4.1 Cuestionario de la alumna I<sub>1</sub>

CATEGORÍAS	INDICADORES	PERFILES	
		NO INTELIGENTE	INTELIGENTE
SENTIDO DE LAS ACTIVIDADES	1. Praxis		*
	2. Objetivos		*
	3. Finalidad	*	*
	4. Papel de alumno		***
	5. Papel del profesor		*
SOBRE ACTITUDES	6. Sentido de las dificultades		*
	7. Sentido de la duda		*
	8. Sentido del reto		**
Y VALORES	9. Tipo y forma	*	**/*
	10. Sobre la diversidad de niveles.		*
	11. Sentido de la ayuda	***	
	12. Sentido del esfuerzo.	***	
SOBRE LA	13. Actitud		***'
	14. Gestión a través del lenguaje		*
	15. Gestión a través de evaluación de emociones		**
	16. Diagnóstico inicial		**
	17. Tipo de Calificación		*'

<b>EVALUACIÓN</b>	18. Criterios de Evaluación	***
-------------------	-----------------------------	-----

Tabla 4.2 Resultado del Anexo del cuestionario a I<sub>1</sub>

CATEGORÍAS	INDICADORES	PERFILES	
		NO INTELIGENTE	INTELIGENTE
	ERROR	*	
	VERGUENZA	**	
	TIEMPO	**	*
	AUTOLENGUAJE	*	
	METADIFICULTAD		*

Se pusieron \* para asociar una respuesta con un perfil, y si había dudas, asignábamos un asterisco con apóstrofe \*' .

Tabla 4.3 Cuestionario del alumno 26

CATEGORÍAS	INDICADORES	PERFILES	
		NO INTELIGENTE	INTELIGENTE
SENTIDO DE LAS ACTIVIDADES SOBRE ACTITUDES Y VALORES	1. Praxis	*	*
	2. Objetivos	*	
	3. Finalidad	**	
	4. Papel de alumno	***	
	5. Papel del profesor	*	
	6. Sentido de las dificultades	*	
	7. Sentido de la duda	*	
	8. Sentido del reto	*	*
	9. Tipo y forma	**	**
	10. Sobre la diversidad de niveles.	*	
	11. Sentido de la ayuda	**	

SOBRE LA EVALUACIÓN	12. Sentido del esfuerzo.	**	
	13. Actitud	*	***
	14. Gestión a través del lenguaje	*	
	15. Gestión a través de evaluación de emociones	*	*
	16. Diagnóstico inicial		*
	17. Tipo de Calificación		
	18. Criterios de Evaluación	***	



Tras analizar las entrevistas de los 6 primeros alumnos de la muestra, como dijimos seleccionamos a tres, que conforman nuestros tres perfiles. La razón de elegir estos tres alumnos es que además de ser buenos informantes, reflejan tres perfiles más o menos diferenciados.

Tras el análisis de las entrevistas a estos tres alumnos, apreciamos varias dificultades, o puntos importantes que destacar a la hora de la interpretación. Para nosotros nos sirvió para estar alerta en la investigación y tener claro que nuestro papel era de investigador, no de profesor, además de comprobar por nosotros mismos algunas contradicciones propias de los Autoestudios. Algunas dificultades fueron la viva contradicción entre lo pretendido y lo conseguido como profesor, que los alumnos, aunque son informantes, no dejan de ser alumnos lo que implicó tener que interpretar informaciones contradictorias de los alumnos o que algunas respuestas se correspondían más con vivencias que no se relacionaban con los preguntado. A pesar de estas dificultades consideramos que la entrevista ha cumplido sus funciones: confirmar la interpretación de algunos posicionamientos de los alumnos y profundizar en las respuestas de los alumnos. Exponemos a continuación la interpretación que hacemos de la información recogida por el cuestionario y la entrevista de los tres alumnos seleccionados: I<sub>1</sub>, I<sub>2</sub> e I<sub>3</sub>.

#### **IV.1.2 ANÁLISIS Y RESULTADOS DE LA ALUMNA I<sub>1</sub> TRAS EL CUESTIONARIO Y ENTREVISTA CORRESPONDIENTE**

La alumna I<sub>1</sub> manifiesta que no le va bien en Matemáticas [0.45 *matemáticas sé que me va a costar...* lo que según ella le falla *sobre todo es a plantearme el problema, porque no sé planteármelo, tampoco sé plantearme el problema ni cómo empezar ni cómo seguir*]. Esta unidad de información nos habla de la categoría del sentido de las actividades, y concretamente se refiere a una percepción no inteligente por no aislar algo del enunciado y por no ver posibilidades en él.

Su forma de gestionar la duda e inseguridad no se acerca a TIC, pues no se lanza, necesitando ver lo que hace la compañera para avanzar [9.35 *Por ejemplo yo le miro el problema a Claudia, y ella tiene escrito una cosa y yo ya sé por dónde empezar, lo escribo en mi cuaderno y sigo por ahí, pero no significa que yo no lo sabía o supiese, o se al verlo sé que es así, pero ... yo al verlo a ella sé que es así ...*], unidad de información que se refiere al sentido de actitudes y valores.

Para esta alumna ayudar es como ella lo llama “dar empujoncitos”, que quiere decir darle el movimiento para pasar de un estado del grafo a otro [1:27 *a lo mejor quizás si usted me dice cómo empiezo, cómo tengo que ir, qué es lo que hay que hacer sí se seguirlo pero si no no, me cuesta mucho*] (categoría sentido de actitudes y valores). También corroboramos lo anterior con los 2 primeros minutos del Cuestionario 2, por ejemplo cuando habla de la vergüenza, o en el minuto 10:46 del cuestionario 1, hacia el minuto 21:00 y hacia el minuto 23:30 donde vuelve a hablar del empujoncito. Ayudar para ella no implica forjar el modelo de RP. También hay una asociación entre ayudar y aprobar como manifiesta en el cuestionario, y en la entrevista sobre el cuestionario 2 cuando se le pide que diga porqué creen que no voy a poner en las recuperaciones

problemas difíciles [7:40 yo pienso que si es muy difícil usted no lo pone... a lo mejor por si lo hacemos mal... (no los pone) quizás porque lo hacemos mal y suspendemos nosotros ... a lo mejor los problemas difíciles no los vamos a sacar, no sabemos hacerlo, entonces a lo mejor para dar otra oportunidad pone los problemas más fáciles, así sabemos hacerlo y aprobamos... y así usted no le da muchas vueltas] (categoría sentido de actitudes y valores).

Al preguntarle si los retos y dificultades le benefician, manifiesta que le motivan más (categoría sentido de actitudes y valores) [3.50 sí quizás, no sé, así sé a donde tengo que llegar, es como que motiva más, motivarme para llegar al final y hacerlo, aunque lo mismo me puede costar un montón hacerlo y al final no llegar ni nada] [5.10 que por ejemplo si usted me dice que tengo que llegar a una solución como un reto o lo que sea, pues como que me motiva más llegar a la solución porque sé que tengo que llegar, como si me da más fuerza a lo mejor quizás el saber que tengo un reto y como yo sé que quiero hacerlo ...]. Se podría interpretar como cierta atención inteligente pues ella la dirige hacia el objetivo. Sin embargo, se evade de estos retos (categoría sentido de actitudes y valores), cosa que parece inferirse cuando al preguntarle por qué ocurre que hay alumnos que ni preparan, ni piden ayuda para los problemas de casa ella contesta [5: 55 a mí también me ha pasado ... los problemas de casa difíciles yo me imagino que usted no lo va a poner ... y los suelo dejar].

Al hablar sobre las dificultades, rápidamente, y muy segura, dice que le atascan. [6.00 cuando estoy leyendo un problema, por ejemplo, y sé que no sé hacerlo, lo que estoy leyendo no lo entiendo es cómo que vuelvo a leerlo unas cuantas veces y es igual, me quedo igual, o sea me agobio, ya me agobio mucho, y ya como si lo dejase, pues voy a hacer esto a ver si estuviera bien, lo dejo incluso sé que está mal, yo sé que está mal...] Parece no haber atención inteligente (categoría sentido de las actividades), y si deja el problema puede indicar que falta metamotivación. Sobre las metadificultades mientras que en el Cuestionario 2 se manifiesta cercana a la inteligencia creadora, a la hora de entrevistarla lo deja claro [C.2 10:40 (tras el entrevistador aclararle lo que entiende por metadificultad y preguntarle qué haría ella si aparece contesta) lo dejaría]

Sobre la gestión a largo plazo habíamos observado que I<sub>1</sub> en los problemas de casa, para los cuales se dejaba al menos 10 días para que fueran resolviéndolos y 2 días de dudas antes del examen para preguntar por sus atascos, ella empezaba a hacerlos los días de dudas. Tras reconocerlo, se le preguntó si no le parecía arriesgado y contestó que [C.2 3:58 Umm sí, pero es que a veces me he puesto en mi casa ... y es que no sé por dónde empezar, hasta que yo, incluso yo ehh, los días anteriores en clase cuando está usted explicando un tema, vale bien pero no soy capaz de hacer los ejercicios sin nada, y ahora cuando empiezo a tener los deberes de casa en casa umm no suelo saber hacerlos, ni empezar ni siquiera y cuando yo empiezo en clase así, así, ...¿No te ayuda el esquema? Nunca me he fijado o incluso yo me pongo poco... (Al preguntarle si busca problema familiar) sí me puede recordar, oye me recuerda esto a un problema... a veces voy a mirarlo y a veces no] (categoría sentido de actitudes y valores). Esto también lo corroboramos en el minuto 19.40 de la entrevista sobre el primer cuestionario. Vemos que hay un débil mantenimiento del proyecto de mejora de RP a largo plazo pues ni usa el modelo, ni busca ayuda. Además su memoria no es creadora

porque no explota el recuerdo de un problema. Podemos apreciar aquí cómo aparecen, o mejor dicho como no aparecen, dos “buenos sentimientos” de los que habla Marina, y necesarios para mantener una actitud ética: el ánimo para emprender un proyecto y la paciencia.

En cuanto al lenguaje consigo mismo comenta, a preguntas de que es lo que se dice a sí misma, [6:30 *que cómo puedo tirar, cómo puedo solucionarlo y o sea primero me agobio mucho yo ya ahí lo dejo, porque cuando me agobio, o sea no es que lo deje, lo que no sé lo dejo para el final hago lo que sé y vuelvo a estar con lo que no sé y ahora leyéndolo, intentando hacerlo, tanteando el problema y eso*] (categoría sentido de actitudes y valores) que como vemos no aporta nada a lo que se le pregunta, y por eso se le vuelve a preguntar en otra entrevista si ha cambiado algo la forma de preguntarse a sí mismo [C.2 13:50 *ehh, sí paz empezar es que antes llegaba a los exámenes diciendo que voy a suspender y ahora voy con ganas de aprobar, y con más posibilidades de aprobar que de suspender, y así me siento veo el problema y tal y al leer el problema y tal sé lo que tengo que decir, porque me suelo decir voy a leer bien el problema, voy a hacértelo con los folios (coge unos folios para simular que lee el problema) veo los datos, apunto los datos y cuando sé lo que me pide pues voy a empezar a hacer tal y cual, y si me pide un dibujo y ahora a partir de ahí voy a los datos y a hacer lo que hemos hecho en clase ... me digo venga que yo puedo, venga, me digo me da hasta vergüenza suelo decirme, a ver si puede Patri, o puede Claudia o puede Estefanía a ver yo por qué no voy a poder ...*] [C.2 15:00 *y si me atasco empiezo a decir, bueno primero paso a otro ejercicio a ver si me resulta más fácil y si no empiezo a no sé voy a sacar la conjetura a ver si puedo avanzar más el problema y si me atasco ya es más difícil de sacarlo, porque si me atasco es que ya no sé seguir el problema ...*]

Como vemos es difícil extraer información en este apartado porque no deja de ser alumna, y se centra en lo que ella hace, más que en lo que se dice. Sólo podemos confirmar que su lenguaje le incita al final de curso más a hacer que a dejarlo, y que quizás podría decirse algo más que active la memoria creadora cuando se atasca.

En el cuestionario en las preguntas B.16 y B.17, se manifiesta sobre el sentido del esfuerzo (categoría sentido de actitudes y valores), que no es necesariamente creador. Esto también parecía indicarnos las observaciones de las notas de campo. En la entrevista sobre el primer cuestionario lo corrobora, cuando habla de un problema de un examen reciente [6:30 *el problema de gráficas yo sabía que estaba mal...más que nada no lo hice de nuevo por el tiempo, por el tiempo que hubo, sabía que estaba mal, es más no me cuadraba nada, como si no hubiese hecho nada, así a lo tonto ya hice el siguiente y ya se me pasó]. Hace pero sin el sentido de la eficacia. Esto aparece también cuando dice que tantear se le da bien y que no sabe plantear los problemas, es decir, sin buscar la eficacia [1:57 *tantear es lo que mejor se me da y ya no lo veo más difícil*] Comenta también en la 1ª entrevista [16:30 *sí trabajo y me esfuerzo (y consiste en hacer todo lo que usted manda, usted dice... a veces repito el problema con otros datos y otras veces no]*].*

En cuanto a sus ideas sobre el aprendizaje, manifiesta que depende mucho de si aprueba o no [2:50 *sí creo que estoy aprendiendo, pero claro como si no aprendiese en verdad, porque claro yo veo las cosas y las hago y tal, pero si luego en el examen lo suspendo y*

*me cuesta mucho aprobarlo pues como si lo hiciese y ya está... (Como si hubiera pasado por ti una película) sí ha pasado y después me quedo como si nada... mínimo aprobar el examen]* (categoría sentido de evaluación y sentido de las actividades). Respecto a aprender a aprender no podemos concluir cuáles son sus ideas al respecto, pues cuando se le pregunta por esta idea habla, probablemente, de contenidos tradicionales que le dicen profesores de otras asignaturas que seguro que han dado en Matemáticas.

Al preguntarle si está sufriendo en las clases de matemáticas dice que sí [22:25 *sí, sí tampoco sufriendo pero sí me preocupo por la asignatura ... bastante agobiada, sé que hago el examen y además yo hago el examen y sé que me ha salido mal y voy a suspender, tampoco es que me frustro, siempre saco un 3 o incluso menos de un 4, 3, 3.5 o 4 y como que de ahí no paso, yo veo que no apruebo, que no apruebo y es que me agobio un montón, me frustro]* (categoría sentido de actitudes y valores). No enfoca esta frustración como plataforma para cambiar. El sufrimiento por el examen le resta motivación, como dice hacia el minuto 27:00. No podemos apreciar si hay apego al sufrimiento.

Por último comentamos dos aspectos de la comodidad: con respecto a ella misma, y la idea que ella tiene de la comodidad del profesor. Ella manifiesta que se siente más cómoda, a pesar de los retos y dificultades, con RP como metodología, que no seguir el libro sólo y hacer un ejercicio tras otro. Respecto a cómo ve ella la comodidad en los profesores, lo deja claro en el Cuestionario 2: afirma, al igual que otros compañeros suyos, que no voy a preguntar los problemas difíciles en la recuperación que consiste en exponer en la pizarra los problemas de casa [7: 40 *yo pienso que si es muy difícil usted no lo pone... a lo mejor por si lo hacemos mal... (no los pone) quizás porque lo hacemos mal y suspendemos nosotros... a lo mejor los problemas difíciles no los vamos a sacar, no sabemos hacerlo, entonces a lo mejor para dar otra oportunidad pone los problemas más fáciles, así sabemos hacerlo y aprobamos... y así usted no le da muchas vueltas]. Como hemos comentado que una interpretación puede ser asociar ayudar con aprobar, y otra es que la alumna sospecha que para no complicarnos la vida los profesores evitamos las dificultades (categoría sentido de actitudes y valores y sentido de las actividades).*

Tras lo anterior algunas interpretaciones necesitaban de un mayor rigor, como por ejemplo la actitud que manifestaba ante los retos y dificultades, unas veces que decía le venían bien, y otras observadas en las notas de campo evadiéndose de ellos. Parece que está cercana al apego al sufrimiento, y no podemos confirmar si el lenguaje con ella misma es neutro o poco potenciador. Para ello usamos el análisis e interpretación de 4 problemas, en los que buscaríamos cómo se conectan sus creencias con las fases, o sus ideas de fases.

Una cuestión que ha aparecido, de la que ya comentamos algo en el Diseño de Investigación, es que los resultados con los alumnos nos daban pistas de cómo enfocar algunas dimensiones con la profesora. Este es el caso de la comodidad, ya que la alumna I<sub>1</sub> nos da su visión sobre la comodidad en los profesores.

### **IV.1.3 ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE LOS PROBLEMAS DE LA ALUMNA I<sub>1</sub>**

Al principio de cada problema aparece el protocolo presentado por cada alumno.

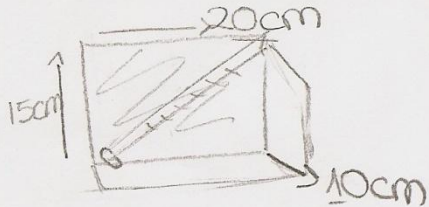
## LA FLAUTA MÁGICA

### Protocolo de LA FLAUTA MÁGICA de I<sub>1</sub>

#### LA FLAUTA MÁGICA

Gumersindo Peláez tiene una flauta que mide 26.8 cm, que quiere guardar en una caja de zapatos con dimensiones 10, 15 y 20 cm. Él dice que sí le cabe, mientras que su amigo Antofito afirma que no. ¿Cuál de los dos lleva razón?

Generaliza con una fórmula el resultado del apartado anterior.



flauta  $\rightarrow$  26,8 cm

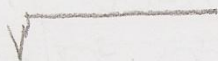
$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{15^2 + 20^2}$$

$$c = \sqrt{625} = 25 \text{ cm.}$$

\* La primera comprobación, con la fórmula me ha salido 25 cm.

Creo que la flauta no cabe, pero quizás sí, si la pones inclinada.



Se confirma lo que dijimos de ella de la dificultad, pues en la grabación comenta esto sobre el problema [0:10 fácil... porque me esperaba a lo mejor un problema más difícil

y he sabido por donde he tenido que ir y tal, o sea que bien vamos (¿A qué te refieres con saber por donde he tenido que ir?) porque leyendo el problema sabía de qué es lo que iba y que es lo que tenía que hacer respecto a la fórmula y tal, porque en otras ocasiones leo el problema y no sé por donde tengo que empezar] (sentido de actitudes y valores). Se refiere a que ha aplicado el Teorema de Pitágoras con dos dimensiones, 20 cm y 15cm, aunque no haya sabido cómo usarlo después.

Sobre la inseguridad. El proceso del problema también nos indica que la marca bastante. Hizo un buen intento que le acercaba a la solución aplicando el Teorema de Pitágoras con 10 y 20cm, y lo borra. Al preguntarle por ello dice [02:10 sí lo he hecho pero los resultados que me salían muy coherentes, no los veía yo muy razonables, y me parecía más razonable con el 15 y el 20] (sentido de actitudes y valores).

Sobre las dudas, dice que no ha tenido (se refiere al contenido matemático), aunque sí manifiesta dudas sobre si lo que está haciendo está bien o no [03:15 lo que tenía dudas es a ver si seguía bien y estaba bien lo que estaba haciendo y de a lo mejor quizás como podía colocar la caja y de qué manera colocar la flauta para que valiese] (sentido de actitudes y valores).

En el minuto 03:50 habla que considera ese tiempo como perdido, que ha perdido el tiempo porque ha estado un rato mirando lo mismo, lo cual nos lleva a interpretarlo como que no considera que la resolución es un proceso por falta de atención inteligente, o ve el error como paralizante.

Sobre el lenguaje se dice frases que restringen sus potencialidades [05:10 yo lo que pensaba es cómo podía seguir, qué podía hacer porque a lo mejor escuchaba y decía estoy haciendo lo que tienen otros... a ver si estoy haciendo cosas que no sirven para nada] (sentido de actitudes y valores).

De su visión del esfuerzo dice que en este se ha esforzado más porque lo ha visto más fácil [06:00...quizás este problema al leerlo y al resultarme más fácil es cuando le pongo yo más esfuerzo, quizás en otros problemas pues no me..., como me resulta más difícil le pongo menos esfuerzo o paso más]. Interpretamos que aunque no se trata de un “hacer por hacer”, tampoco es un esfuerzo creador por no perseguir la eficacia. Manifiesta que es por la falta de tiempo, pero otra explicación puede ser porque en el tiempo que va desde que recogimos el problema hasta la entrevista ha visto la solución corregida por una compañera, y al decírnoslo intenta promocionarse diciéndonos que sí ha tenido más ideas (se hizo este problema después de la primera evaluación, que ella había suspendido). Esto lo argumentamos porque se manifiesta incapaz de hacer la cuestión en la que se le pide que generalice la fórmula. También porque estaba sin hacer nada hasta que le ayudé con el dibujo en tres dimensiones (ella sólo tenía un rectángulo) Su esquema de resolución al principio parece productivo, pero es pobre después de su primer movimiento no hay otros nuevos (sentido de actitudes y valores).




## CUADRADOS Y CERILLAS II

Protocolo de CUADRADOS Y CERILLAS II de I<sub>1</sub>


cuadrados y cerillas II

n=1




4

n=2



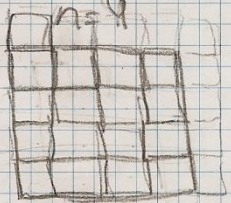
12

3.4  
n=3



24

\*.  
n=4



40

8      12      16      20, 24...

$n=1 \rightarrow 4, 8$   
 $n=2 \rightarrow 12, 12$   
 $n=3 \rightarrow 24, 16$   
 $n=4 \rightarrow 40, 20 \dots 24 \dots$

— las cerillas van de 4 en 4.

~~$n^4 = 1^4 = 4$~~

~~$n^4 = 2^4 = 16$~~

~~$n^2 + 3 = 1^2 + 3 = 4$~~

$4n$       la sucesión de cerillas

$4 \cdot 1 = 4$

$4 \cdot 2 = 8$

$4 \cdot 3 = 12$

$4 \cdot 4 = 16$

$4 \cdot 5 = 20 \dots$

$y = 4n$

En este problema apreciamos cómo el hecho de tener a mano otro problema conocido es muy importante para ella. Gracias al tanteo puede comprender como sigue la sucesión, y es capaz de hacer la figura que sigue a la del enunciado ( $n=3$ ). Esto hace que siga tanteando, que como vimos en la encuesta a ella le ayuda [00:30 sí porque iba mirando



las diferencias entre cuadrado y cuadrado y ya luego iba sumando cerillas al cuadrado anterior (ajá) y eso] (sentido de actitudes y valores).

Sobre la metadificultad creemos que se aprecia como no le permite avanzar [03:35 (con esa fórmula te quedaste parada, atascada) *Un, al saber esa fórmula yo sabía las diferencias pero me faltaba la que realmente valía, la del número de cerillas de cada cuadrado y eso yo ya no sabía hacerlo, y yo creo que me hubiese costado bastante llegar a la solución ... y ya me agobié y empezaba a dejarlo, no sabía qué relación había entre la fórmula y la que tenía que hacer* ] (sentido de actitudes y valores).

Hay cierto esfuerzo creador, al intentar buscar otros caminos pues como se ve empieza a probar con fórmulas como  $n^4$  o  $n^2+3$ , y como no le salía lo deja. La simetría de la figura no está suficientemente aprovechada.

Apreciamos una valoración del derecho a vivir inteligentemente, el hecho de hacerlo por uno mismo como se recoge [07:20 sí (ha estado más confiada que en el problema anterior) *pero no es por nada, porque al hacerlo yo sola, cuando usted me ha puesto atrás yo sola, bueno pues entonces yo en el examen estoy yo más suelta, si estoy yo sola y sé que puedo hacerlo me suelto más...*] (sentido de actitudes y valores).

Sobre el lenguaje consigo misma parece que no niega sus potencialidades, pero sin activar la memoria creadora [07:45 *yo pensando para mi diciendo si veo que puedo sacar adelante el problema, este y el otro también pues a la hora de hacer el examen, seguramente pueda hacer, no es por nada, si voy practicando haciéndolo sola y tal al final siempre me suelto más y a la hora de hacer el examen lo haré mejor yo sola*] (sentido de actitudes y valores).

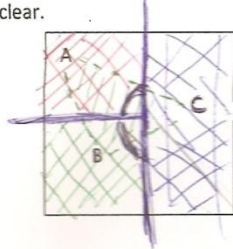
Aquí apreciamos una tendencia a ir rápido, a no pararse en la Familiarización, por no soportar la inseguridad junto con tener algo que hacer (ella manifiesta que no sabe cómo influye el  $n^2$  del enunciado).

Las notas de campo de esta unidad didáctica nos muestran a una alumna que no planifica el problema de los trabajos de casa, ya que empieza a hacerlos los días de dudas. Su Proyecto de mejora a largo plazo no está estructurado, pues nos suele preguntar si lo que hace está bien, lo que nos indica que no confía en sus comprobaciones, si es que las hace.

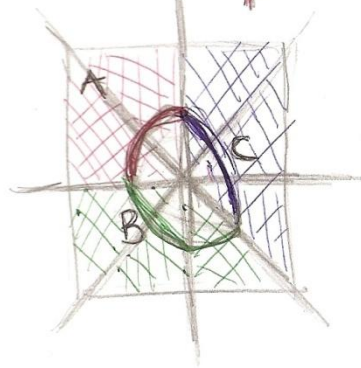
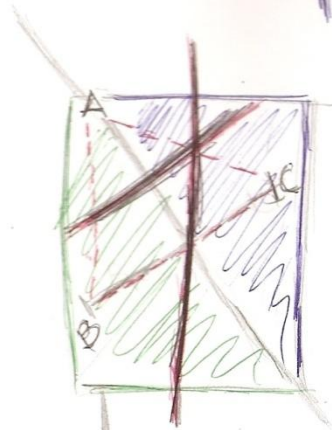
## BUSCANDO REFUGIOS DESESPERADAMENTE

### Buscando refugio desesperadamente.

1. Este es un desierto en forma de cuadrado. A, B y C son las entradas de tres refugios antinucleares. Colorea de diferente color las zonas desde las que te dirigirías a cada refugio en caso de alarma nuclear.



\* A, B y C entradas.



- La línea que pasa por el punto medio y corta el desierto en 2, es la Mediatriz.
- Si estuviere en la parte sur me iría a la entrada "C" porque esta más cerca y si estuviere en la parte norte me iría a la entrada "B". Si estuviere en la zona roja, me iría a la "A". Al trazar las mediatrices me doy cuenta de las zonas en las que estaría para irme a una entrada u otra.

Este problema da una información rica, pues estaba mandado para casa, y el día anterior se les observó en el Instituto para ver como preparaban los problemas de casa. A esta alumna concretamente le ayudé, según consta en las Notas de Campo del día anterior

07/05/2009 al problema, de la siguiente forma: me enseña un dibujo que no refleja la situación y le digo que lo haga más fácil. Al cabo de 15 minutos como no ha hecho nada, le dije que lo hiciera con 2 refugios. I<sub>1</sub> me enseña otra vez el dibujo con tres refugios. Le vuelvo a decir que se olvide del 3º, y aun así no avanza en el proceso de resolución.

Aunque no avanzó el día anterior, al plantearle este problema en clase le parece fácil por las ayudas que dimos, esto es, por decirle lo que tenía que hacer [00:16], lo cual nos hace reafirmarnos en lo interpretamos de su idea de ayuda, ayuda que ella valora porque le permite hacer, más que le conduzca a ser más eficaz. Sobre cómo usó estas ayudas, del proceso de resolución y lo que dijo en las Notas de Campo del día 05/05/2011 que vinieron varios alumnos a pedir ayudas de esta Unidad Didáctica en una hora de Refuerzo Pedagógico (una compañera que no le iba bien en Matemáticas me dijo que mis ayudas no le servían, que incluso la bloqueaban, diciendo I<sub>1</sub> que estaba de acuerdo con ella), inferimos que no confía en un modelo de RP para fomentar su autonomía, para ayudarla de otra forma.

Sobre el sentido del esfuerzo vemos como en [04:15] expresa lo que le ocurre. Le pregunto por el dibujo 2º del proceso en el que las mediatrices no están correctamente representadas, y no ha comprobado si es correcto lo que expresa con colores (hay tres zonas coloreadas cada uno expresando el refugio al que escaparía) [04:00... *sí me he dado cuenta pero no lo he dejado pasar (¿Has tenido dudas?) Y lo he dejado, ya veía yo mucho lío, bueno voy a dejarlo así* (por si te liabas más, lo que me dijiste el otro día, vaya que compruebe) y ¿??? *Lo dejo así. Si tengo claro que puedo hacer lo siguiente, lo borro y lo hago de nuevo y lo hago, si no tengo claro lo que voy a hacer lo dejo así y ya cuando se corrija lo veré*] (sentido de actitudes y valores). Hay que aclarar que en la hora libre del día 05/05/2009 que vinieron a pedirme ayuda, I<sub>1</sub> comentó que nunca comprueba porque prefiere no hacerlo por si está mal. Esto nos hace interpretar que su esfuerzo no es creador, no persigue la eficacia, que se trata más bien de un hacer por hacer, para que se lo valoren (como dice en el cuestionario). También podemos interpretar que no hay comprensión del sufrimiento, que lo evita a toda costa, que la inseguridad es una sensación que la paraliza. Esto vuelve a corroborarlo hacia el minuto [06:00], cuando dice que al ver el problema corregido en la pizarra a ella sí se le ha ocurrido la idea de un compañero de comprobar a la izquierda y derecha de mediatriz, pero que no las escribe por el miedo a su equivocación.

Vemos que en el dibujo que ella considera definitivo hace las mediatrices paralelas a los lados del desierto rectangular, lados que no intervienen en la solución del problema. Lo podemos interpretar como una mirada o percepción poco inteligente en el sentido de TIC. También por no apreciar la simetría del problema: si hago la mediatriz del segmento  $\overline{BC}$ , también intervendrá la de  $\overline{AB}$  y la de  $\overline{AC}$ .

Su esquema de resolución es pobre porque hace tres dibujos, sin saber para qué y cómo le sirven para resolverlo. No activa la memoria creadora.

El poder hacer algo del problema, por la comprensión parcial del enunciado, junto con su inseguridad por si lo que hace le llevará a la solución, hace como en el problema 2, que no se detenga suficientemente en la fase de Familiarización.

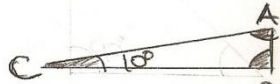
Sí ha cambiado algo en cuanto al Proyecto a largo plazo de mejorar resolviendo problemas, pues no deja las dudas para el día antes del examen, sino que pide más ayudas para los problemas. Hay cierta voluntad, aunque no hay una dirección inteligente de la conducta pues no activa la inteligencia creadora.

# EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA DE 4º

## Protocolo de Examen de Trigonometría

1. Los dos ángulos de un triángulo rectángulo se llaman complementarios porque su suma es 90°. ¿Cuál es el complementario del ángulo de 10°?  
¿Qué relación hay entre la tangente de un ángulo y la tangente del complementario?

\* Empezamos dibujando un triángulo con ángulo de 10° y sus ángulos complementarios.



\* Seguimos calculando el seno y el coseno de los ángulos.

$$\begin{aligned} \text{Ángulo (A)} &\rightarrow 45^\circ / \text{Sen } 45^\circ \rightarrow 0,70 \\ \text{Ángulo (B)} &\rightarrow 45^\circ / \text{Cos } 45^\circ \rightarrow 0,70 \end{aligned}$$

- Conjetura  $\rightarrow$  el seno y el coseno se interigen.  
Seguimos viendo nuestra conjetura.

$$\begin{aligned} \text{Ángulo (A)} &\rightarrow 60^\circ / \text{Sen } 60^\circ \rightarrow 0,86 \\ \text{Ángulo (B)} &\rightarrow 30^\circ / \text{Cos } 30^\circ \rightarrow 0,86 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \text{Áng (A)} &\rightarrow 20^\circ / \text{Sen } 20^\circ \rightarrow 0,34 \\ \text{Áng (B)} &\rightarrow 70^\circ / \text{Cos } 70^\circ \rightarrow 0,34 \end{aligned}$$

\* Calculamos la tangente del ángulo y la tangente del complementario.

$$\frac{\text{Sen } 45^\circ}{\text{Cos } 45^\circ} \quad \text{tg} = \frac{\text{sen } a}{\text{cos } a} \quad \text{tg} = \frac{0,70}{0,70} = 1$$

$$\frac{\text{sen } 60^\circ}{\text{sen } 30^\circ} \quad \text{tg} = \frac{0,86}{0,86} = 1$$

\* Calculamos la tangente del ángulo.

$$\text{tg } 10^\circ = \frac{\text{sen } 45^\circ}{\text{cos } 45^\circ} / \text{tg } 10^\circ = \frac{0,70}{0,70} = 1$$

$$\operatorname{tg} 10^\circ = \frac{\operatorname{sen} 75}{\operatorname{Cos} 15} \quad / \quad \operatorname{tg} 10^\circ = \frac{0,96}{0,96} = 1$$

- Al principio no hemos dado cuenta que el seno y el coseno del triángulo con sus ángulos complementarios daban igual.

Al calcular la tangente del complementario y la tangente del ángulo nos hemos dado cuenta también que sale 1. (¡¡¡¡)

\* Es decir la relación entre la tangente de un ángulo y la tangente del complemento es  $1^*$ .

Las interpretaciones que hacemos de este problema son muy parecidas a la del anterior. Para nosotros se confirma lo que dijimos sobre ayudar, pues ha trabajado un problema parecido [00:10] y [01:30 *me resulta fácil por haberlo hecho antes*], sobre esforzarse como hacer por hacer sin perseguir eficacia [02:10] pues ni siquiera sabe cuál es la conclusión a la que ha llegado, o cuando vemos en el papel hacer la tangente de un ángulo dividiendo el seno de ese ángulo entre el coseno del complementario [03:30 *tuve*

*dudas hasta que saqué la conjetura e hice lo que creí que era...calcular la tangente, bueno seno entre coseno las calculaciones que había hecho antes y lo hice del ángulo, hice el complementario y luego me salió]* (sentido de actitudes y valores), sobre no comprobar por no soportar la inseguridad y su sufrimiento asociado [04:10 *no he comprobado, como que daba por hecho que así estaba bien, completo o quizás que no he querido comprobarlo por si estaba mal ... y no le quiero dar más vueltas ... si le doy más vueltas y por una cosilla que me he equivocado y por otra no se qué ... estaba segura, pues entonces por eso no le he dado más vueltas ]* (sentido de actitudes y valores) por no activar una memoria creadora (habíamos repetido mucho en clase que solo  $\text{tg } 45^\circ=1$  y en el proceso le aparecen varios ángulos con tangente 1). Aquí volvemos a apreciar como en los problemas 2 y 3 una tendencia a ir rápido, a no pararse en la Familiarización, por no soportar la inseguridad junto con tener algo que hacer. Esto se aprecia cuando se le pregunta si ha entendido bien el problema [02:30 *sí porque al principio yo pensaba, mira si soy tonta, que al leer el problema eeh, pensaba que era igual y ni siquiera me había leído bien las preguntas... y entonces al leer las preguntas me he ¿? Y entonces ya lo leí y ya creo que lo he comprendido, yo creo que sí, que sí sé lo que me preguntaban]* (sentido de las actividades).

No hay percepción inteligente ni mirada inteligente, pues no relaciona el ángulo complementario en el triángulo rectángulo que tiene dibujado (sentido de las actividades).

Las notas de campo de los días de dudas de la Unidad Didáctica de Trigonometría también corroboran que el lenguaje consigo misma no activa la memoria creadora: “este tema lo voy a suspender”, “hay problemas que no sé ni por dónde empezar”. Lo que sí apreciamos otra vez, igual que en la interpretación del problema anterior, es que ha cambiado en cuanto al Proyecto a largo plazo de mejorar resolviendo problemas: ahora no lo deja para el último día y pregunta dudas. Interpretamos que su motivación acaba en aprobar, no hay una metamotivación como aprender a aprender.

#### **IV.1.4 RESUMEN DE LOS RESULTADOS SOBRE I<sub>1</sub>**

Tras analizar el cuestionario, entrevistas, problemas y notas de campo, podemos sintetizar toda la información sobre I<sub>1</sub>. La resumimos así:

1. El sufrimiento la suele bloquear, no considerando que se pueda gestionar de otra forma, lo cual nos denota ausencia de metamotivación y una atención no muy inteligente. No apreciamos un apego al sufrimiento.
2. La inseguridad y dudas conllevan sufrimiento, y como consecuencia nunca comprueba por si está mal y esto le pudiera hacer sufrir más.
3. Si el enunciado tiene algo familiar que comprende, y esto le permite hacer algo, se lanza a hacerlo sin darse tiempo para una percepción más inteligente en la familiarización, y esto a causa de la inseguridad y dudas. Esto unido con el punto 1, implica fracasos en resoluciones, ya que una comprobación le podría hacer volver atrás en el proceso buscando otras percepciones. Este resultado puede tener la siguiente

consecuencia: la creencia de abandonar un problema si tras 10 minutos no lo resuelvo, es derivada de la creencia primaria que es su idea de la inseguridad. Apreciamos sentimientos de impaciencia en la fase de familiarización, y de desánimo en el abordaje.

4. Ayudar es darle un movimiento que le haga avanzar en el proceso de resolución. Su confianza en el modelo de RP como ayuda se ciñe al tanteo o experimentación. Esto provoca que no se lance a hacer conjeturas, ya que conjeturar no es un movimiento.

5. Su esfuerzo no es inteligente, no es creador, más bien se basa en un “hacer por hacer” para que se lo valoren. Como consecuencia no persigue la eficacia.

6. Su lenguaje a veces es retórico y a veces no. Cuando es retórico se dice frases generales de ánimo, que en ningún caso activan su memoria creadora.

7. A veces acepta el reto, pero si genera inseguridad prefiere evitarlo. Prefiere que no haya dificultades, y evita las metadificultades. Esto nos da indicios de la aceptación del derecho a vivir inteligentemente, hacerlo por mí mismo, aunque no tanto de sus consecuencias. Este sentido ético de sus acciones se corrobora con su falta de paciencia, y su poco ánimo para enfrascarse en el proyecto de mejorar a largo plazo.

8. El aprendizaje está marcado por la evaluación, y éste por el examen. Como consecuencia su creencia en el cambio como proceso es débil.

9. En el aprendizaje a largo plazo de RP, ha cambiado a lo largo de la investigación: de dejar las tareas a largo plazo para el día anterior al examen, a una planificación que consiste en ir preguntando dudas en las oportunidades que tiene. Su motivación es aprobar, lo que implica ausencia de metamotivación, como por ejemplo aprender a aprender.



#### IV.1.5 ANÁLISIS Y RESULTADOS DEL ALUMNO I<sub>2</sub> TRAS EL CUESTIONARIO Y ENTREVISTA CORRESPONDIENTE

Los resultados que recogimos de I<sub>2</sub> tras el cuestionario, quedan resumidos en estas tablas,

Tabla 4.4 Cuestionario del alumno I<sub>2</sub>

CATEGORÍAS	INDICADORES	PERFILES	
		NO INTELIGENTE	INTELIGENTE
SENTIDO DE LAS ACTIVIDADES	1. Praxis		**
	2. Objetivos		*
	3. Finalidad	*	*
	4. Papel de alumno	*	**
	5. Papel del profesor	*	
SOBRE ACTITUDES	6. Sentido de las dificultades		*
	7. Sentido de la duda	*	
	8. Sentido del reto		*
	9. Tipo y forma	***	*
Y VALORES	10. Sobre la diversidad de niveles.		
	11. Sentido de la ayuda	***	*? *
	12. Sentido del esfuerzo.	***	
	13. Actitud	**	*? *
	14. Gestión a través del lenguaje		*?
	15. Gestión a través de evaluación de emociones		*? *

SOBRE	16. Diagnóstico inicial	*
LA	17. Tipo de Calificación	* <input type="text"/>
EVALUACIÓN	18. Criterios de Evaluación	**

Tabla 4.5 Anexo del cuestionario de I<sub>2</sub>

CATEGORÍAS	INDICADORES	PERFILES	
		NO INTELIGENTE	INTELIGENTE
	ERROR	<input type="text"/>	*
	VERGUENZA		**
	TIEMPO	<input type="text"/>	**
	AUTOLENGUAJE		**
	METADIFICULTAD	<input type="text"/>	*

Tras el cuestionario, entrevistamos al alumno y empieza manifestando que el tema actual que están dando le cuesta, y cuando le preguntamos dónde está la dificultad, contesta [00:48 *este tema me cuesta a mi darlo, ¿En qué has notado tú las dificultades?, en el diagrama de árbol ...¿Y no tienes otra estrategia para salir adelante? Ya estoy aprendiendo el diagrama de árbol*] (sentido de las actividades), lo cual puede indicar que aunque no hay una percepción muy inteligente para captar el diagrama de árbol, manifiesta a continuación que está aprendiendo por su cuenta a ello, es decir, que es capaz de poner en juego una atención inteligente y sobreponerse a la dificultad con voluntad. Vuelve a pronunciarse sobre esta dimensión cuando le preguntamos sobre mantener o no la comodidad, ya que cuando le pedimos que se definiera sobre si mantendría RP en el temario, [24:15 *¿Tú lo quitarías o lo mantendrías?... Yo lo dejaría ¿A pesar de que a veces te atasques? Sí, pero sirve...*] (sentido de las actividades y sentido de actitudes y valores). Después le preguntamos por el cambio que supuso para él pasar de clases con una metodología más tradicional en 2º de ESO, a 3º de ESO con una metodología más de RP [25:00 *Vamos a pensar en 2º de ESO, ¿Las clases para ti eran más cómodas o menos cómodas? Pues en 2º de ESO, es que vi un cambio muy ... de 2º a 3º ¿En Matemáticas? En Matemáticas sobre todo, porque a lo mejor la otra señorita era más de ..., como en el colegio, más de cuentas y de todo eso siempre, sí, sí te sigo, y cuando pasé a 3º pues ya era más sobre fórmulas para resolver el problema y todo eso, lo que había dado antes pero no tan detenidamente como empecé en 3º, con conjeturas y eso, ¿Eso supuso para ti más incomodidad? Al principio sí ¿Y después? Después no, después me sentí que sabía más ¿Y en cual te sentías más motivado, en las de 2º o en las de 3º ? En las de 3º porque sabía que sabía más que en 2º, pues entonces ... ¿Y este año? Este año, es que en el primer trimestre con el primer control me llevé*

*una decepción, porque ya le dije que me creía que iba a sacar sobresaliente y al final suspendí, pero vaya por lo general bien.*] (sentido de actividades y sentido de actitudes y valores) Vemos que la incomodidad que le supuso las clases con RP las supo gestionar, quizás con paciencia, llegando a estar más motivado y creyendo que aprendía más. También vuelve a nombrar las dificultades que ha tenido en este primer trimestre, logrando superarlas y sintiéndose más motivado con esta forma de dar clase, lo que nos hace inferir que hay metamotivación. No sabemos si con un modelo o sin él, el caso es que sabe adaptarse a estas dificultades, ya que no intenta evitarlas como algunos alumnos que se amparan en la queja continua para no adaptarse. En términos de buenos sentimientos de los que habla Marina, apreciamos un gran ánimo para afrontar dificultades, incluso retos que no son elegidos por él.

Cuando le preguntamos por *aprender*, cree que sí está aprendiendo, y aquí parece dar más importancia a los contenidos en el sentido tradicional, que competencias o RP, ya que cuando le preguntamos por lo que está aprendiendo contesta [02:10 *pues el tema que vayamos dando, según el tema ... ¿En este último de probabilidad condicionada? Hallar la probabilidad condicionada de cualquier objeto que se de, o de cualquier pregunta ¿Y de problemas por ejemplo? ¿qué pasa? ... practicar el diagrama de árbol que antes no lo hacía bien y ahora sí* ] (sentido de actitudes y valores).

Las *dudas* parecen ser un punto crucial que marcan su estilo de aprendizaje. Al preguntarle sobre qué pasa por su cabeza cuando aparecen, contesta rápidamente que “preguntarle a usted” y añade lo que siente [03:40 *malestar, creo que voy a suspender o algo por no saberlo y todo eso, ¿Y cuándo termina ese malestar?, cuando le pregunto a usted y usted me lo resuelve ...el año pasado sí resolvía más yo solo*] (sentido de actitudes y valores). Esta unidad de información nos hace inferir que, como hemos dicho, la duda es un punto crucial pues su gestión parece empezar y acabar con preguntarle al profesor, no buscando otro tipo de gestiones. También interpretamos que hay una atención inteligente, pues para temas que puede que no tengan interés para él, pone en marcha su voluntad para seguir aprendiendo. Esta interpretación se reafirma con la unidad de información del intervalo [06:05-08:50]. Otra unidad que nos reafirma en lo importante que es para él la duda, es el final de la que empieza en 04:50, y que se puede oír hacia el minuto 05:50 [05:50 *si es difícil mejor incluso para ti, aunque haya dificultades, siempre y cuando resuelva mis dudas.*] (siempre y cuando resuelva mis dudas).

Veamos las unidades de información sobre el *reto*. [04:50 a lo mejor en otra asignatura, te dan las reglas de ortografía, pero ahí no hay retos, o un reto pequeñito porque te dan la palabra, aquí tengo que poner tilde, aquí va una v, *ya este es más complejo, ... me refiero a ese tipo de retos que llevan dificultades, cosas que uno no sabe cómo empezar, ¿Tú como percibes esa forma de dar clases? Hombre pues lo primero que hago yo siempre es leerlo, lo que usted me dice, apuntar las condiciones y todo eso, ¿Y te ayuda? Hombre claro, ¿Tú crees que te beneficia esta forma de dar clase? ... yo creo que estoy aprendiendo más en estas clases, ... es más difícil pero aprendo más ...si es difícil mejor incluso para ti, aunque haya dificultades, siempre y cuando resuelva mis dudas.*] (sentido de actitudes y valores). Sobre su posicionamiento ante los retos no manifiesta que para él, el hecho de hacerlo por sí mismo, sea una fuente de

autorrealización, de hacerlo por uno mismo, sino que el vive el reto en función de que le vaya a servir para su objetivo [27:40 Para ti, el hecho de que haya retos supone una realización personal ..., *en mi opinión, mi opinión la verdad es que por ejemplo el caso a lo mejor de Física y Química, pues la verdad es que no me interesa mucho porque sé..., porque yo no voy a hacer el año que viene Bachillerato de Ciencias, entonces me voy a ir al de Sociales, pues entonces me interesa más las Matemáticas que esa asignatura por ejemplo*] (sentido de actitudes y valores). En cuanto a las metadificultades nos dice en el cuestionario 2, hacia el minuto 04:40, que ni le motiva, ni lo desanima, simplemente lo intenta un rato, y si no lo deja.

Sus manifestaciones sobre qué es *ayudar* podemos verlas en la unidad que va de 06:05 hasta 08.50. [06:40 ¿Qué crees que debo hacer yo, por ejemplo, cuando hay dudas? En clase, vamos a suponer en clase: pongo un día un problema, y tú empiezas y como tú dices te surgen dudas y dificultades, ¿Cómo debería gestionar yo en esos momentos a los que la tienen? ¿Qué debería hacer o no hacer con los alumnos que tienen dudas como tú? ... *pues preguntarle uno por uno ¡hala! Pero son 30, eso es lo malo ... Tú si te expresas, los que os expresáis, y me manifestáis las dudas, ¿Qué debo hacer yo? ... explicarle las dudas... si yo por ejemplo pongo el enunciado, leer el problema tal y tienen dudas algunos, ¿Debo yo explicarle? Hombre si es duda a lo mejor de una palabra del enunciado, pues usted se la dice, ... ¿Y si es la comprensión del problema? ¿la familiarización? ... claro, decirle que apunte las condiciones o sea darle consejos para que lo haga... ¿Es más beneficioso para el alumno? Claro, ahí se entera, ... sabe cómo empezar por lo menos y no es un problema en blanco... ahí empieza a hacer el problema ... ] (sentido de las actividades y sentido de actitudes y valores) Vemos que distingue varios tipos de ayuda, que van desde explicarle hasta ir forjando el modelo de RP. No se manifiesta en el cuestionario 2, hacia el minuto 04:00, sobre si ayudar es poner el examen de recuperación más fácil, aunque sí que manifiesta que hay alumnos que piensan así.*

Veamos su idea de *aprendizaje*. Nos deja claro que es cuando le decimos que está bien. [10:00 ¿Cuándo dices que algo lo has aprendido? *Cuando yo resuelvo algo y primero porque aunque yo lo resuelva y yo crea que está bien, yo no sé si está bien, ...cuando a usted le pregunto y me dice usted que está bien.*] (sentido de actitudes y valores).

De la *gestión del tiempo* nos dice que suele agobiarse por pensar que no tiene tiempo, aunque realmente sí disponga de ese tiempo [13:25 *yo normalmente, casi nunca, para mí en los exámenes siempre lo hago corriendo porque yo creo que no tengo tiempo, ese es mi fallo también, ¿Lo ves como un fallo tuyo? Sí y eso que tiempo sí hay, pero no me lo doy ... A lo mejor me entretengo mucho con las condiciones, con tanteo al tún-tún, entonces a lo mejor si voy más al grano de lo que me pide el problema pues termino antes de hacerlo ... hay niños que necesitan más tiempo, pero yo os dejo que os quedéis conmigo, en ese caso lo que me pasa a mi pues que no he preguntado las dudas, tengo dudas en ese problema ... sé que lo he practicado en clase, y no le he preguntado yo las dudas ... no uso ese tiempo porque no he preguntado antes las dudas ] (sentido de actitudes y valores). Vuelve a ser la duda el punto crítico para avanzar/no avanzar, ya que con dudas no se permite gestionar el tiempo de una forma más fructífera en el examen. Nos habla esta unidad también como, quizás para evitar las dudas, prefiere ir al*

grano, más rápido y olvidarse del proceso de RP, es decir, no confía excesivamente en el modelo de RP para salir de atascos por las dudas, y gestionar los atascos para buscar eficacia. Su búsqueda de la eficacia directamente, le hace ser menos eficaz. También nos habla de que la gestión a largo plazo en RP, puede mejorarla, preguntando más los días de dudas.

En cuanto al *esfuerzo* la siguiente unidad de información, nos dice que sí cree en la existencia de distintos tipos de esfuerzo, pues achaca la falta de mejoría de los alumnos a que estos no tienen suficiente interés, aun existiendo esfuerzo, aunque no hemos podido extraer qué tipos de esfuerzo cree él que existen. Hemos intentado que pensara en el esfuerzo de alumnos con profesor particular, para hablarnos de los tipos de esfuerzo, pero no fue muy explícito quizás porque no lo tenía claro [20:15 ¿Influye a lo mejor la forma en que el profesor particular le esté dando clase? ... o ¿Si hay esfuerzo tiene que mejorar? *Hombre lo del profesor particular influye porque si a usted no le pregunta ciertas dudas y a él sí, entonces a usted a lo mejor no le preguntaría y se quedaría con las dudas esas y se la pregunta al profesor particular y se la dice, entonces sí influye positivamente.* Pues yo tengo alumnos que no mejoran a pesar de tener profesor particular, ... y el profesor particular les resuelva las dudas. *Entonces es que dirá que lo entiende pero no lo entiende, ... o que no practican o algo, ... yo ahora solo caigo en uno y en comparación con el año pasado va mejor pero que no se le nota mucho.*] (sentido de actitudes y valores). Su idea de *esfuerzo* sí que tiene algo de esfuerzo creador, ya que escribe algunas conjeturas manifestando que a él le ayudan porque con ellas está más cerca de la solución [22:20 ¿Tú crees que te ayudan, que es beneficioso que se puedan escribir, que estén ahí? *Hombre beneficioso sí es, ¿A ver? Porque yo que sé al poner tu, usted, una conjetura pues te ayuda a resolver el problema, ¿Te ayuda en qué sentido? ...¿Por qué tu tengas una conjetura no quiere decir que sepas resolver el problema? ... ¿Cuál es tu razón por la que tú lo ves guay? Que ya estás más cerca.*] (sentido de las actividades y sentido de actitudes y valores).

No parece haber un *lenguaje consigo mismo* potenciador, aunque tampoco podemos afirmar que el lenguaje consigo mismo sea paralizante. Las unidades en que nos basamos para afirmar lo anterior son: [23:20 ¿Cuándo estás atascado en un problema, qué pasa ahí? ¿Qué pasa por tu cabeza? *Me agobio porque lo intento realizar de muchas maneras y si veo que pasa un rato y todavía, y es que no se ya ... pues entonces ya lo dejo*] (sentido de actitudes y valores), y esta otra [28:48 ¿Qué te dices a ti mismo cuando hay errores? ¿Cómo cuando hay errores? Cuando hay errores al resolver un problema *...pues yo que sé, planteármelo bien o el corregir ese error ...*]. Vemos que en este último ni siquiera contesta a la pregunta, y es por eso que le insistimos en el cuestionario 2 hacia el minuto 05:00, concluyendo que él no llega a ser consciente cuando se habla a sí mismo. El alumno lo asocia a que este curso comprueba y busca más el por qué.

En cuanto a la *gestión del tiempo de la tarea a largo plazo*, es decir, de los problemas de casa, manifiesta que él no necesita más, que él lo hace en dos días [31:33 ¿Tú crees que puedes mejorar el tiempo en los problemas por ejemplo que mando para casa, que dejo más o menos 10 días para resolverlo? *A mí la verdad es que tiempo en esos problemas no me hace falta, porque yo a lo mejor tardo dos días o tres en hacerlo nada*

*más, me los distribuyo por cada día y en tres días o cuatro ya lo he terminado.]* (sentido de actitudes y valores). Queda explícito que a esta gestión le falta eficacia, ya que no comprueba bien, hecho que nos ha manifestado antes y ahora reafirma [32:00 Pero entonces, ¿tendrías tiempo para comprobar, no Iván? *Claro ... pero esa es la cosa que no lo sé*]. También en esta unidad de información nos deja claro que él podría aprender a comprobar imitando al profesor. En el cuestionario 2 hacia el minuto 02:00, nos habla de cómo él se enfrenta a los problemas de casa, que lo intenta un ratito, y si no lo deja para los días de dudas. Afirma que usa el modelo de RP, pero no estamos muy convencido de ello.

Nuestra idea de calificarlo como alumno intermedio se basa en su cercanía a la inteligencia creadora en algunas dimensiones, como la dificultad, ya que es una persona animosa, con ánimo incluso para aprender a aprender, que se esfuerza y que persigue cierta eficacia con ese esfuerzo, además que observamos un sentido ético de sí querer hacerlo por uno mismo, aunque no sea su objetivo personal. Por otro lado, creemos que se aleja de la inteligencia creadora en cuanto esa eficacia está marcada por la duda, y relacionada con ella la falta de comprobación. Su actuación ante problemas es lo que esperamos nos de más información.

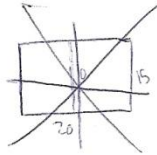
**IV.1.6 ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE LOS PROBLEMAS DEL  
ALUMNO I<sub>2</sub>  
LA FLAUTA MÁGICA**

## LA FLAUTA MÁGICA

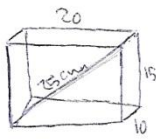
Gumersindo Peláez tiene una flauta que mide 26.8 cm, que quiere guardar en una caja de zapatos con dimensiones 10, 15 y 20 cm. Él dice que sí le cabe, mientras que su amigo Antoñito afirma que no. ¿Cuál de los dos lleva razón?

Generaliza con una fórmula el resultado del apartado anterior.

- Flauta  $\rightarrow 26.8\text{ cm}$
- 10  $\rightarrow$  alto
- 15  $\rightarrow$  ancho
- 20  $\rightarrow$  largo

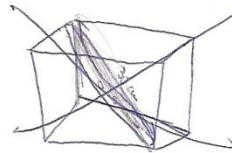


\* A simple vista se ve que no cabe porque el largo de la caja es menor que el de la flauta. ~~pero si, por ejemplo, pone la flauta inclinada en el interior si cabe, ~~10+20=30 cm.~~~~

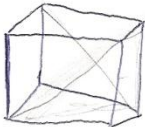


\* Hipotenusa:

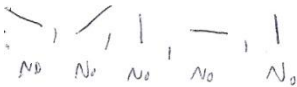
$$c = \sqrt{20^2 + 15^2} = \underline{25\text{ cm}}$$



$\rightarrow$  Pero al realizar el teorema de Pitágoras calculamos que la hipotenusa mide 25 cm, por lo que ya verdaderamente no puede caber.



Solo se puede poner:





Comenta al principio que le ha parecido lioso por dos razones, que se equivocó en el dibujo y la sorpresa que le supuso el ver que no caber en una pared no quiere decir que no quepa en la caja [00:08 ¿Qué te ha parecido el problema? *Al principio lioso, pero vaya una vez que sé, ¿Aclara lo de lioso? Primero lo que yo me he equivocado al dibujar primero, ¡Ajá! Después lo que aparenta el problema, primero que no cabe y después que sí cabe*] (sentido de las actividades). Ha habido cierta atención inteligente, ya que el malestar que sentía de que su razonamiento de que no se podía (para él fue una sorpresa pensar que había más posibilidades que ponerla a lo largo), lo ha superado buscando más opciones [00:30 ¿Cómo saliste de ... ¿qué pensabas tú entonces?, ¿qué sentías cuando lo veías lioso?, ¿qué te decías a ti mismo? *Pues probar, seguir haciendo el problema, probar de otra forma.*] (sentido de las actividades). En este problema apreciamos una percepción inteligente, ya que es capaz de conjeturar que si cabe tiene que ser usando la profundidad de la caja, como puede verse en la unidad de información que se refiere a la figura 4 del papel presentado [02:30 ¿Aquí sí tienes considerada la profundidad? ... Por ejemplo esta cuál es *Esta es de aquí a aquí* (señalando una diagonal del paralelepípedo) ¿Y esta? *De aquí a aquí* (señalando la otra)] (sentido de las actividades). Sin ayuda, tiene claro que tiene que ser con una diagonal del paralelepípedo, pero no es capaz de justificar que sí cabe realmente así. De hecho el cálculo de la diagonal de una cara es para él también la diagonal de paralelepípedo. Este atasco, que no achaca claramente a la falta de tiempo ni a sus dudas, no le ha hecho avanzar, pareciendo que la metadificultad es un obstáculo para él. [01:30 ¿Te ha faltado algo al final? ¿El qué? *Por ejemplo que ella ha partido por la mitad y ha formado ... y yo no he hecho eso, entonces por eso puede ser que no lo haya acertado*]. Comenta que las dudas de primero pensar que lo había hecho y darse cuenta después que no, que le producen malestar, aunque no han sido muy determinantes [05:40 ¿Aquí habría dudas? ¿O no? En este momento si entra o no entra... *Claro ¿Y cómo influyeron en ti? Pues nada al principio malestar porque me creía que lo había hecho, pero me di cuenta que no lo había hecho ¿Y con estas dudas qué pasó? ¿Te atascaste definitivamente? *Definitivamente no, me atasqué un poquillo y en ese rato quitó la hoja usted.*] (sentido de actitudes y valores). Ha habido cierta eficacia, pero no se ha perseguido suficientemente, entre otras cosas por no poner en juego una memoria creadora.*

# CUADRADOS Y CERILLAS II

## Protocolo de CUADRADOS Y CERILLAS II de I<sub>2</sub>

Cuadrados y Cerillas - II

~ Condiciones: Construir  $n^2$  cuadrados de lado 1 formando otro cuadrado mayor.

~ Pregunta: ¿Cuántas cerillas se necesitan?

$n=1$

$n=2$

$n=3$

$n=4$

$n=5$

(Figura 1)

(Figura 2)

n	C
1	4
2	12
3	24
4	40
5	60

$1 \cdot 4 = 4$   
 $2 \cdot 6 = 12$   
 $3 \cdot 8 = 24$   
 $4 \cdot 10 = 40$   
 $5 \cdot 12 = 60$

$n=3$   
 $3 \cdot 4 = 12$   
 $1 \cdot 4 = 4$   
 $2 \cdot 6 = 12$   
 $3 \cdot 8 = 24$   
 $4 \cdot 10 = 40$   
 $5 \cdot 12 = 60$

$n=4$   
 $4 \cdot 6 = 24$   
 $1 \cdot 4 = 4$   
 $2 \cdot 6 = 12$   
 $3 \cdot 8 = 24$   
 $4 \cdot 10 = 40$

$n=5$   
 $5 \cdot 8 = 40$   
 $1 \cdot 4 = 4$   
 $2 \cdot 6 = 12$   
 $3 \cdot 8 = 24$   
 $4 \cdot 10 = 40$

$C = (n \cdot (n+1)) + (n \cdot (n+1))$

→ Ayuda!: el dibujo de  $3 \times 3$  no es como lo tenía sino como lo haré a continuación. Está bien el 24, 40, 60.

Ayuda!  
 $\downarrow$   
 $3 \cdot 4 + 3 \cdot 4$

Comenta que este problema le ha parecido lioso, porque no lo comprendió bien lo de construir  $n^2$  cuadrados, y es que parece que no hay una atención inteligente para pararse suficientemente a comprenderlo significativamente, ni una percepción inteligente, como

prueba esta unidad de información [00:07 *¿Qué te ha parecido este problema? Al principio lioso, porque al principio por lo que yo me equivoqué en lo de 3x3, y nada una vez que sabes que 3x3 tienes que dibujarlo, poco a poco vas ..., con la ayuda del profesor, por lo menos yo pues ya te vas acercando a la fórmula* ] (sentido de las actividades). En la figura 1 queda claro que no entendió bien el enunciado, pues para  $n=3$  hace un rectángulo en lugar de un cuadrado, y tras estar un tiempo con esta figura le ayudamos diciéndole como era el dibujo para  $n=3$ . Se muestra también que su idea de ayuda para solventar dificultades, que en este caso se inclina más hacia preguntar al profesor, que buscar heurísticos del modelo para solventar esa dificultad [00:45 *¿Tú te paraste a comprender lo que quería decir lo del  $n^2$ ? No te lo pregunté, ... porque lo que me preguntaban no lo sabía yo muy bien. ¿Podías haber tanteado mejor para entender eso del  $n^2$ ? Yo creo que no hacía falta tantear para saber eso. ¿Cómo crees tú que se podía haber llegado a comprender que la tercera figura era así y no este rectángulo? ... yo sigo haciendo la fórmula, es que yo encontré la fórmula de esta forma (se refiere a cuando hizo a partir de  $n=3$ , rectángulos en lugar de cuadrados) y después al corregirlas saber que la tengo mal... al sacar otra fórmula no estaba bien.*] (sentido de las actividades). No vemos claro como hubiera comprobado que, caso de sacar una fórmula para la sucesión de los rectángulos que figura tachada en su tabla, la podría haber comprobado, aunque sí denota ahora una confianza en el modelo, concretamente en la comprobación para comprender el enunciado, hecho que lo diferencia de  $I_1$ , que ni se para a comprender el enunciado, ni se para a comprobar.

Sigue tanteando con una tabla, y llega a la sucesión correcta, y una conjetura que le podría haber permitido llegar a la fórmula, aunque él manifiesta que esta conjetura no le serviría para llegar a la solución [03:05 *De todas formas aquí sí tienes la tabla con los números de cerillas ya correcto, ¿no? Sí, esto de aquí malo (se refiere a la sucesión que se adapta a los rectángulos) y los borré y puse los correctos* ¿Y eso te ayudó algo? No ¿No viste pautas? A mí no ] (sentido de actitudes y valores). ( Esta conjetura la sacó casi al final de la clase antes de que yo diera una ayuda final en la pizarra. Esta ayuda fue que para  $n=3$  el número de cerillas es  $3 \cdot 4 + 3 \cdot 4$  ). Esta unidad de información también nos da ideas de las diferencias con  $I_3$ , no en la eficacia, sino que ella es capaz de lanzarse y meterse por un camino que le muestra una idea indigente o conjetura poco fiable. Parece que el error lo paraliza algo.

Hay diferencias con el problema anterior, ya que las dudas parecen no haberle marcado tanto, y que cree que con más tiempo hubiera comprobado más fórmulas que se le podrían haber ocurrido [05:25 *Creo que has estado más cerca que en el otro problema de la solución, sí, te ha faltado un poco más tiempo, sí tú crees que si te hubiera dado más tiempo ..., puede, por lo menos, muchas fórmulas hubiera sacado, ahora que fuera la correcta.*] (sentido de actitudes y valores)

El reto, lo dice hacia el minuto 06:00, no ha supuesto para él un problema, sino más bien una motivación porque los problemas de fórmulas tienen mucho que pensar, pero le gustan.

En este problema apreciamos, como en el problema anterior, que en algunas dimensiones se acerca a la inteligencia creadora y en otras no. Aquí no es su gestión de la duda la que marca su actuación, sino que es su percepción poco inteligente, y el no

lanzarse con más convicción a explotar sus conjeturas lo que determina su diferencia con  $I_3$ . Su parecido está en que sí hay conjeturas, sí hay ánimo y sí parece haber un gusto por el reto, ya que es un problema de buscar fórmulas que se le dan bien. Esto puede que le haga sentirse más seguro, y eso le hace cobrar confianza para afrontar retos. Se aleja de  $I_3$  en que no explota más sus ideas indigentes, lo cual le hace ser menos versátil en el esquema de resolución.

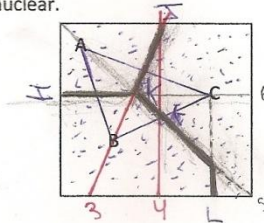
Del cuestionario y los dos problemas, no podemos establecer dimensiones en las que basarnos para calificar a un alumno en este perfil, sino que las dimensiones cercanas o alejadas de la inteligencia creadora van oscilando en cada problema.

# BUSANCO REFUGIO DESESPERADAMENTE

## Protocolo de BUSCANDO REFUGIOS DESESPERADAMENTE DE I<sub>2</sub>


### Buscando refugio desesperadamente.

1. Este es un desierto en forma de cuadrado. A, B y C son las entradas de tres refugios antinucleares. Colorea de diferente color las zonas desde las que te dirigirías a cada refugio en caso de alarma nuclear.



\* Probamos tanteando.

\* Las rectas rojas están creadas desde los puntos medios de los segmentos (B,C) (A,C), la recta 6 desde la mitad de AB al punto C y la recta 5 del punto A a la mitad de BC.

\* Con todas esas rectas, tanteando, he llegado a esa figura () que comprobando ~~se~~ con la ~~o~~ regla veo que si cae entre ~~se~~  $\overline{IS}$ , A es el punto más cerca, ~~se~~  $\overline{KL}$  a la derecha el punto C es el más cerca y a la izquierda el punto B, ~~se~~ ambas soluciones son debidas a los ángulos donde se encuentran.

Este problema se había practicado la tarde anterior en el Instituto, con los alumnos de la muestra, de forma que ellos imitaran una tarde de estudio en casa con los problemas mandados para casa. Según reflejan en las notas de campo, que la primera ayuda que me

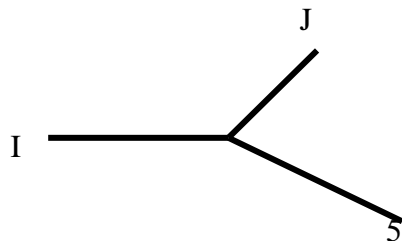
pidió fue que le aclarara donde estaba él, a lo que le contesté que podía estar en cualquier punto del rectángulo, señalándole yo uno. Según nos comenta en la entrevista, esta ayuda le sirvió bastante [00:06 Bueno Iván cuando viste el problema ¿Qué tal? ¿Qué pensaste? *Al principio me quedé un poco en blanco porque no sabía, no lo entendía muy bien, ¿Cuál era tu dificultad para entenderlo? Pues nada que no entendía bien el enunciado, pero ya sí, ¿Puedes concretar algo del enunciado que no veías? Por ejemplo, que no entendía si yo desde que zona tenía que partir y eso. Vale, vale. Eso le ha pasado a varios, ¿Y cómo resolviste eso? *Pues preguntándole a usted, que me dijo que ... ¿Qué dije, que no me acuerdo? Que podía estar en cualquier zona, que probará, y entonces yo empecé a hacer puntitos y usted me dijo que era eso*] (sentido de las actividades). Hay una percepción poco inteligente del problema, aunque es capaz de pedir ayuda, ya que él, por la razón que sea, tiene ganas de hacerlo, de salir adelante. Vemos que su idea de ayuda se acerca más a pedir un empujoncito, que a seguir heurísticos del modelo de RP.*

Si comparamos con I<sub>v</sub> vemos que su esfuerzo es más creador, que intenta aprovechar lo que aprendió el día anterior (en este caso el uso de las mediatrices) para ser más eficaz, y no es tanto un hacer por hacer como en I<sub>1</sub>. Aun así, no aprovecha todo lo que le sugerimos el día anterior para alcanzar más eficacia que la que obtiene. [01:05 ¿Te ayudó entonces lo de ayer? *Sí. ¿Cómo? Para hacer las mediatrices, solamente que no las he hecho bien. ¿Tú ayer sabías que eran las mediatrices? Hombre yo las calculé todas, hice ésta ayer, esta también* (refiriéndose a las que pasan por los puntos medios que el ha notado por I y J) Sin embargo aquí no son mediatrices, esta sí (señalándole la que pasa por J), pero esta no. *No, ya, ya esa no* (señalándole la que pasa por I) *me creía yo que sí porque parte de este punto* (señalando al punto C)... Ni esta tampoco (señalándole la que pasa por el vértice A). ¿Qué criterio seguiste para hacer esta? (señalándole la que pasa por J) ... *Ah, pues no sé vi el punto este* (señala el vértice B) y que uniera con el otro vértice *sí* ] (sentido de actitudes y valores). En la última frase queda claro que no es eficaz a la hora de hacer las mediatrices. En la unidad de información que comienza en 02:10, vemos que en su proceso incluye la comprobación, persiguiendo la eficacia, que nos hace pensar que su esfuerzo es en parte creador. Podría haber sido un esfuerzo más creador, si tuviera más confianza y habilidad al aplicar heurísticos del modelo de RP, que le recomendamos el día anterior. Esto puede verse en la unidad de información [03:55 Por ejemplo, ayer cuando te di ayuda estudiando te dije que lo hicieras más fácil con 2, *sí pero yo no lo hice, ¿No lo hiciste más fácil con dos? ... usted me dijo ¡hazlo más fácil!, pero yo no sabía cómo hacerlo más fácil* ¿Y no te dije después que lo hicieras con dos? *Me dijo que eso tenía que averiguarlo yo, cómo hacerlo más fácil* ] (sentido de actitudes y valores).

Sí apreciamos que ha intentado mejorar en el reto de comprobar, que en problemas anteriores manifestaba que no sabía, y esto indica su intención de que aprender a aprender, y por tanto de que existe cierto proceso. Su primera conjetura es dividir en las siguientes regiones:

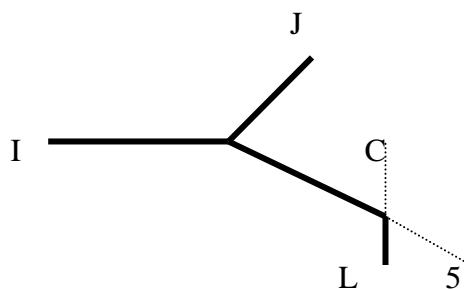


Gráfico 4.1 Primera conjetura de las regiones de  $I_2$



Pero dice que al comprobar con algunos puntos se da cuenta de que en ellos están más cerca de C que de B, y por eso cambia al siguiente gráfico:

Gráfico 4.2 Segunda conjetura de las regiones de  $I_2$



[02:10 ¿Cuándo tenías esto (le señalamos la figura 4.1) tú estabas convencido de que estaba bien? *Al principio no, por eso hice esta pequeña desviación aquí* (refiriéndose al pequeño segmento perpendicular al lado del rectángulo que acaba en L) Ah, hay un cambio, explícame eso ... *en vez de seguir hasta aquí* (se refiere al punto 5) *pues doblé para abajo* (se refiere hasta L), *porque puse el punto aquí* (se refiere a un punto entre L y 5) *probando aquí, y me daba que estaba más cerca de C*. Ah, que comprobaste algo. Sí, *con la regla se comprueba todo, y vaya eso si me daba bien, lo que pasa que claro después he visto como es de verdad y estaba mal*. Entonces, en ese sentido tú crees que has mejorado respecto a la comprobación. Sí, ... porque ahora compruebo más, ahora si tengo alguna solución o algo, antes la compruebo, porque me doy cuenta muchas veces de que no están bien, y sigo entonces probando] (sentido de actitudes y valores).

Creemos que en el proceso se aprecia ánimo y paciencia para buscar la solución, aunque no para el cierre del problema, es decir, de convencerse de que va bien con el porqué de su solución usando herramientas matemáticas más elaboradas [04:30 ¿En qué te has basado? En esta zona me dirijo al A, en esta a ... *Pues con la comprobación, ¿Midiendo con la regla? Sí* ¿Y no has pensado en un procedimiento más matemático para terminar de dar ese porqué? Claro, la verdad es que sí, pero no sabía cual] (sentido de actitudes y valores).

Seguimos viendo en él rasgos de los perfiles de  $I_1$  e  $I_3$ , aunque quizás en este problema está más cercano a  $I_3$  por su esfuerzo algo creador, por su ánimo, por su comprobación que ahora dice que es capaz de hacerla, porque se ha planteado el reto de comprobar y ha mejorado en este aspecto. No hay una persecución de la eficacia ante la metadificultad de tener que asegurarse de su solución. Quizás no sea para él importante los retos, el deseo de aventura, pero sí hay ganas de avanzar, de hacer que algo que,

aunque no entra entre sus objetivos, se convierta en formador para él. No conseguimos detectar si usa el lenguaje consigo mismo, y caso de usarlo como lo usa, ni que la memoria activada sea verdaderamente creadora.

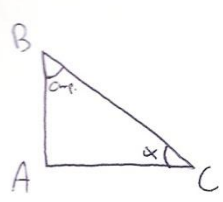


# EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA 4º

## Protocolo de EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA de I<sub>2</sub>

EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA 4º

Los dos ángulos de un triángulo rectángulo se llaman complementarios porque su suma es 90°. ¿Cuál es el complementario del ángulo de 10°?  
¿Qué relación hay entre la tangente de un ángulo y la tangente del complementario?



$$\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$$

$$90 - 10 = 80^\circ$$

\* El complementario de un ángulo de 10° es uno de 80°, porque su suma da 90°.

→  $\text{tg } \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

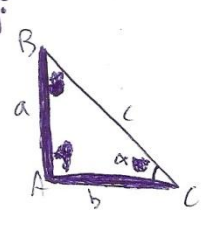
→  $\text{tg } \text{complementario} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

Es la inversa.

\* Porque en la tg-comp el cateto que toca el ángulo comp. es en tg- $\alpha$  el cateto opuesto al ángulo  $\alpha$  y en la tg-comp el cateto opuesto es el cateto que toca el ángulo  $\alpha$  en la tg- $\alpha$ .

Ej:

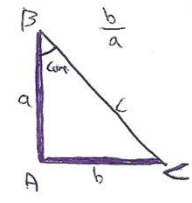
$\frac{\text{tg } \alpha}{\frac{a}{b}}$



tg Comp.

↓

$\frac{b}{a}$



Este problema no representa un reto para el alumno, pues no encuentra dificultades en el proceso de resolución. Así, más que un problema, para él es un ejercicio, que resuelve usando la definición de tangente y la estrategia de hacer un gráfico [00:00 ¿Y el

problema primero, qué tal? *Ese pues bien, creo yo, quitando ... a lo mejor puede faltar algo de razonar la última pregunta, pero vaya* ]. Por tanto no hay dudas, ni siquiera para decidir qué hacer [00:20 ¿Tenías dudas al principio?, ¿te fue directo?, ¿sabías directo el camino?, ¿saber qué estrategia busco? *No, leyendo el enunciado bien, entero bien ... lo hice bien, no me costó trabajo, ... me costó un poquito de trabajo pero el realizar el porqué, pero vaya tampoco*] (sentido de las actividades).

Como hemos comentado anteriormente, para casa había mandado un problema parecido que no había llegado a corregirse. En todo caso, el alumno no lo relacionó con el problema para casa y aun así siguió siendo prácticamente un ejercicio [01:00 ¿Lo relacionaste con uno que había mandado para casa de las fotocopias? *No*. Simplemente lo escribiste y ya está. O sea que ¿dudas has tenido en este problema? *No*. ]

Sí apreciamos su motivación para seguir aprendiendo a aprender, pues le preocupa dar el por qué, y es este reto el único que le ha creado dificultades en este problema [02:00 el por qué está basado en estos dos gráficos (nos referimos a las figuras 2 y 3 del papel) *el por qué es lo último del todo ...* o sea que tú antes te dijiste a ti mismo hacer un gráfico, *Sí*. ¿Te costó?, ¿pasó un tiempo? O ¿directamente te fuiste a hacer un gráfico? ... o ¿directamente te fuiste a los gráficos para buscar el por qué? *Me fui a hacer los gráficos ...* ¿Realmente ha habido poco reto? *En este no, pero en los demás sí...*]. Parece que hay cierto lenguaje retórico que le incita a buscar el por qué, aunque no podemos asegurarlo [02:40 Lo que te ibas diciendo a lo largo del problema, ¿Recuerdas algo de lo que te ibas diciendo a ti mismo sobre el problema? *Pues poner el por qué, porque por ejemplo yo he estado a punto de poner nada más que es la inversa, sin poner el porqué* ¿Cómo fue eso?, ¿cómo fue la cosa de poner el porqué? *Pues yo veía que estaba muy seco ... ¡Como que te faltaba algo! ... Que te has dicho a ti mismo que tengo que ..., que el problema no está terminado, ¿Algo así? Sí.* ] (sentido de actitudes y valores).

Inferimos de este análisis que se ha sentido muy cómodo con un tarea que es un ejercicio o casi ejercicio, que si la lectura no necesita de una percepción más inteligente se muestra seguro de cómo comenzar, y como este comienzo le ha ido bien, le lleva a seguir actuando de esta forma. Esto le ha dado confianza y dar con la conjetura correcta. Apreciamos su idea de aprender a aprender, en cuanto a la búsqueda del porqué que antes le costaba, y cierta confianza en el heurístico de haz un gráfico para apoyarse en la resolución. Esto último parece distanciarlo de  $I_3$ , ya que él confía en los heurísticos si no hay demasiada inseguridad, si él es capaz de vislumbrar lo que va a salir, es decir, si hay ausencia de metadificultades, mientras que  $I_3$  confiaba más en el modelo de RP para lanzarse aunque no estuviera segura. Ha activado cierta memoria creadora, relacionando el enunciado con gráficos, y conocimientos, aunque sean débiles, de álgebra.

#### IV.1.7 RESUMEN DE LOS RESULTADOS SOBRE I<sub>2</sub>

Resumimos a continuación los resultados sobre I<sub>2</sub>.

1. A veces le marca la duda de forma que aprender depende mucho de las sensaciones de duda que tenga.
2. A veces no hay una percepción inteligente en los problemas, lanzándose a hacerlo si pararse suficientemente en la comprensión.
3. Sus esquemas de resolución son más versátiles y están más cerca de la eficacia que I<sub>1</sub>, lo cual nos da idea de un esfuerzo creador. En este sentido es capaz de conjeturar, y ha mejorado a la hora de comprobar, aunque sus comprobaciones no son lo suficientemente finas para ayudarle en la eficacia.
4. En los retos parece haber cierta metamotivación, pues manifiesta que hay procedimientos, heurísticos o contenidos que no se le dan bien y por su cuenta los aprende. Los retos de hacer problemas puede que no sean para él una fuente de autorrealización, es decir, que el hacerlo por uno mismo no sea siempre importante, pero él los hace suyos sin quejas sistemáticas, y eso le confiere cierta actitud ética cercana a la de Marina.
5. Se siente muy cómodo y seguro en las tareas que no son cercanas a problemas, sin dudas ni dificultades, y esto parece ser distinto de las alumna I<sub>3</sub>.
6. La gestión del proyecto a largo plazo de mejorar resolviendo problemas, pensamos que la mantiene con metamotivación y ánimo, aunque pudiera afrontar los problemas de casa con un plan más estructurado.
7. No sabemos si tiene consciencia del lenguaje retórico. Caso de que sí tome consciencia, sólo en alguna ocasión y de forma muy superficial, parece que le ha ayudado a mejorar su esquema de resolución. A veces activa una memoria creadora, pero no apreciamos que la active ante las metadificultades.
8. Hemos comentado que se aprecian sentimientos de ánimo para afrontar tareas que llevan incluso retos, aunque en algunos problemas y en el proyecto a largo plazo parece faltarle paciencia.

#### IV.1.8 ANÁLISIS Y RESULTADOS DE LA ALUMNA I<sub>3</sub> TRAS EL CUESTIONARIO Y ENTREVISTA CORRESPONDIENTE

Los resultados sobre I<sub>3</sub> tras los cuestionarios quedan recogidos en estas tablas.

Tabla 4.6 Cuestionario de la alumna I<sub>3</sub>

CATEGORÍAS	INDICADOR	PERFILES	
		NO INTELIGENTE	INTELIGENTE
SENTIDO DE LAS ACTIVIDADES	1. Praxis		*
	2. Objetivos		*
	3. Finalidad		**
	4. Papel de alumno		***
SOBRE ACTITUDES Y VALORES SOBRE LA EVALUACIÓN	5. Papel del profesor		
	6. Sentido de las dificultades		*
	7. Sentido de la duda		*
	8. Sentido del reto		*'
	9. Tipo y forma		**
	10. Sobre la diversidad de niveles.		*
	11. Sentido de la ayuda	*	**
	12. Sentido del esfuerzo.	*	**
	13. Actitud		**'
	14. Gestión a través del lenguaje		*
	15. Gestión a través de evaluación de emociones		**
	16. Diagnóstico inicial		
	17. Tipo de Calificación		
	18. Criterios de Evaluación	*	**

Tabla 4.7 Anexo del cuestionario de I<sub>3</sub>

CATEGORÍAS	INDICADORES	PERFILES	
		NO INTELIGENTE	INTELIGENTE
	ERROR	*	
	VERGUENZA	*	*
	TIEMPO	*	**
	AUTOLENGUAJE		**
	METADIFICULTAD		*

A continuación exponemos el análisis de las entrevistas tras los cuestionarios.

La alumna I<sub>3</sub> nos comenta que le va bien en Matemáticas [00:36 (¿Te va bien incluso en Matemáticas?) *Sí me va mejor que el año pasado, porque el año pasado el primer trimestre el primer examen lo suspendí (¿Te vino bien suspender ese examen?) Sí porque luego lo aprobé con más nota, me esforcé más como era el primer examen que hacía con usted pues no estaba acostumbrada a el modo ese de las Matemáticas que no era como el que dábamos antes de recuperar en la pizarra y eso, pero ya luego me acostumbré ... sí me ha beneficiado* (contesta esto a nuestra pregunta sobre si le ha beneficiado que yo continúe con esta forma de dar clases) *comparado con otros años he sacado más nota, me he enterado mejor de las cosas, y eso ... he mejorado...*] (sentido de actitudes y valores, sentido de la evaluación y sentido de las actividades). Una interpretación que hacemos es que ella le ha visto *sentido al sufrimiento* por el suspenso del año pasado, y que con tiempo, acostumbrándose a esta forma de dar clases con RP, se entera mejor que con una metodología tradicional, y por tanto se ha beneficiado con lo que para ella *la nota no es lo único* que determina su bienestar . También interpretamos su posicionamiento claro a favor de *la Resolución de Problemas, y que le ayuda a aprender mejor*. La respuesta de ella sigue, pero como ésta se encaminaba hacia qué es para ella aprender la situamos en otra unidad de información.

[01:30 (¿Comprende mejor las cosas a qué te refieres?) *comprendo mejor las cosas como usted las explica, con la otra profesora me costaba más* (te refieres a repetir una cosa que hemos hecho en clase, o a entender porqué es así) *haciendo problemas en clase y eso aprendo más, que no es solamente la teoría del libro y eso ...* (¿Puedes concretar Claudia qué estás aprendiendo?) *... no puedo generalizar, de probabilidad y eso y ... no sé muchas cosas la forma de hacer los problemas, sacando las condiciones, empezando por el final, las estrategias que hemos usado que nunca la habíamos usado con otros profesores y eso nos ayuda a que lo podamos comprender mejor (¿Y a afrontarlo?) sí, además te ayuda porque cuando estás atascado con esas estrategias tienes algo que hacer si el profesor no te ninguna ayuda no sabe por dónde tirar...*] (sentido de las actividades). Aquí inferimos que se manifiesta a favor de la RP como metodología, que para ella *aprender a aprender* incluye aprender a gestionar mejor los problemas, y que el modelo de RP, dando importancia a los heurísticos, implica *ayudarle* en el sentido de poder hacer algo. De esto último también inferimos que no sólo valora el resultado sino también el proceso.

Sobre los retos. [03:18 (Sobre afrontar retos para aprender) que sí que está bien, porque si no nunca vamos a aprender a hacerlos (sobre los alumnos que aprendían más sin retos) *yo desde mi punto de vista no, además me costaba mucho más aprobar y aprobé... aquí si lo hacemos en la clase y eso tenemos a los compañeros, nos vamos ayudando entre nosotros, podemos preguntarte a ti mientras lo estamos haciendo y eso está bien...* ] (sentido de actitudes y valores y sentido de la evaluación). Aquí habla de que ayudar no es sólo usar el modelo de RP, sino que tiene más posibilidades como la colaboración entre compañeros, aportando algo cada uno. Luego se posiciona claramente a favor de los retos [05:20 (¿Cómo lo ves que haya aventura, motivante, no motivante?) hombre al principio te quedas atascada y dices ¿Qué hago? Pero luego ya cuando lo vas comprendiendo en realidad te gusta porque dices lo he comprendido y te sientes bien de haberlo comprendido.] (sentido de actitudes y valores). Esta unidad de información vuelve a hablarnos de que las dificultades atascan, pero se puede salir, de tal forma que al final le llega a gustar. Así interpretamos que el hecho de hacerlo por uno mismo para ella es algo que valorar, y por tanto cercano a la inteligencia creadora en cuanto al sentido ético.

Veamos las inferencias sobre las dificultades y el lenguaje consigo mismo. [05:49 *primero la verdad es que me pongo negativa ...que digo es que no sé hacerlo, yo soy la primera que se da cuenta de que no, luego te pones a leerlo otra vez, veinte veces, ..., y no sé vas mirando a ver si tiene relación con otro problema o buscas* (¿Tú qué te dices a ti misma?) *miro según lo que sea el problema, según lo que diga pues hago una cosa u otra, según podemos coger una estrategia* (¿Y cómo paras esa negatividad?) *cuando estoy un rato lo miro, digo yo bueno tengo que empezar por algún lado, lo tengo que hacer tarde o temprano y poniéndome así no voy a conseguir nada, a ver muchas veces empiezo y me equivoco y luego ya voy por el camino correcto*] (sentido de actitudes y valores y sentido de las actividades). Aparece otra vez la gestión de las dificultades, volver atrás a comprenderlo, y el atreverse a lanzarse aunque no esté segura, es decir, de aprovechar ideas indigentes. En este momento al unidad de información deriva hacia el lenguaje consigo misma, y la expresamos como una unidad distinta.

Lo que inferimos sobre el lenguaje consigo misma viene a continuación y el esfuerzo creador. [06:45 (¿Qué te dices a ti misma?) *¡Qué coraje! Porque estoy un rato haciendo algo que luego no me sirve para nada, bueno sí me sirve para saber que me he equivocado, he hecho todo eso y no tiene nada que ver ...sí* (es fructífero) si te equivocas una vez, a la próxima... ] (sentido de actitudes y valores). Como vemos no llegamos a captar aquí como es el lenguaje consigo misma, aunque sí aparecen sus posiciones respecto a otras dimensiones como el error, que lo gestiona buscando otro camino, viéndolo fructífero. Aquí entra en contradicción con el cuestionario 2, pues afirma que a veces rescata lo positivo que ve en su solución, y otras veces borra sus solución [C2 02:30] Aquí nos habla también que la vergüenza o el miedo al error le influye a la hora de escribir sus ideas [C2 03:00].

Sobre las dudas. [07: 24 (Si aparecen dudas, ¿Qué te haces, qué te dices?) *Pregunto al profesor* (hay veces que me parece que no, que tú sola te he visto actuar) *si veo que lo puedo sacar sí, si no me veo ya muy que no sé por dónde ir le pregunto al profesor...* (La gente alrededor tuyo ¿Qué podría hacer de forma más fructífera, más positiva?)

*Leérselo bien, y no decir solamente no lo comprendo y preguntar al profesor di tiene alguna duda y no sabe por dónde ir, mirar lo de las estrategias (¿Qué crees tú qué debo hacer yo?) Primero hay que dejar un tiempo porque muchas veces nos aventuramos a decir que no lo comprendemos y en realidad es que no lo hemos leído o no lo hemos planteado bien y si después de ese tiempo ya la mayoría de la clase no lo comprende pues da una pista, una ayuda*] (sentido de actitudes y valores). Vemos que hay una gestión de estas dudas, no es sólo el estímulo, la percepción del aspecto frustrante de la duda el que está presente. La gestión abarca desde usar el modelo de RP, hasta preguntar al profesor. Esto los podemos interpretar como un esfuerzo más creador. Nos vuelve a hablar de su idea de ayuda, que no es sólo que te lo diga el profesor.

Sobre aprender [10: 05 (¿Tú cuando dices que lo has aprendido, Claudia?) *Cuando lo he comprendido y se me ha quedado* (le incitamos a que explique lo que es comprender) *a cuando lo he comprendido y sabes dar el porqué.*](sentido de las actitudes y valores).

Sobre la mejora a largo plazo en RP [12:00 (Hay gente que opina que no se puede mejorar) *Sí se puede, yo misma por ejemplo el año pasado me veía peor resolviendo problemas, me costaba más y ahora me cuesta menos* (Y sobre los alumnos que piensan que no se puede mejorar) *primero tendrían ellos que poner de su parte, porque si ellos no ponen de su parte por mucho que se esfuercen por hacer que avancen no van a avanzar si ellos no quieren* (como por ejemplo) *prestar más atención, no atascarse tanto y en vez de decir que no sabe hacerlo pues ponte a intentarlo.*] (sentido de actitudes y valores). Se manifiesta que se puede mejorar, que ella lo ha hecho y que los demás no cambian porque su esfuerzo en este sentido no es creador, no hay atención inteligente, no hay plan más que decirse que no pueden ni siquiera intentarlo. Esto se corrobora en el cuestionario 2, hacia el minuto [C2 03:50 *hago dos o tres cada día*] ya que dice que empieza a trabajarlo desde que los mando (hay que hacer nota que las notas de campo demuestran que los problemas que no les sale los va preguntando en los días de duda). También aquí hay información de lo mismo que I<sub>1</sub>: a veces dejan los problemas de casa difíciles pensando que no van a caer en las recuperaciones, porque si no suspenderían mucho [C2 04:05].

Sobre el esfuerzo [14:05 (Hay gente que se esfuerza pero no les rinde) *Hay gente que les cuesta más y que les cuesta menos ...que depende de si tú eres más listo o no, si tienes más rapidez para coger las cosas o no, puedes dedicarle el mismo esfuerzo pero a lo mejor a uno le sirve de más y a otro le sirve de menos* (¿Y sólo depende de la capacidad que tenga el alumno?) *el que tenga menos capacidad tiene que esforzarse más, eso está claro ...si te cuesta por mucho esfuerzo que hagas vas más lento que otro que otro ... se esfuerzan pero se dicen ¡Ay que no lo entiendo!*] (sentido de actitudes y valores). No conseguimos aquí mucha información sobre qué diferencias ve ella en el esfuerzo, si es creador o no, salvo por la expresión final en la que parece apuntar que es el lenguaje con uno mismo lo que influye en el tipo de esfuerzo.

Sobre conjeturar [16:40 *Sí me aparecen pero no las escribo...A mi me aparecen cuando estoy resolviendo el problema me aparecen muchas conjeturas, pero siempre me las quedo aquí y no las suelo escribir, en verdad eso no está bien que no la escriba pero...*] (sentido de actitudes y valores). Como se permite conjeturar, aunque no las escriba

todas, vemos que tiene una gestión de las dudas como potenciadora. La inseguridad no la paraliza.

Sobre el sufrimiento [18: 20 (Hay alumnos que sufren, ¿Mantendrías a pesar de todo eso esta forma de dar clase) *Hombre es que a mí me gusta esta forma de dar clase, pero claro a todo el mundo no le va a funcionar igual, entonces no se si ves que te cuesta más intentarlo, si ya ves que estás muy apurado no sé a mi es que así me va bien, hay otras personas que veo que se agobian más de esa manera, que si que he escuchado que les gusta más las matemáticas de otra manera, pero en realidad luego no por mucha teoría que den en el libro, si luego no te enteras no sirve de nada* (A pesar de que sufren tú lo mantendrías) *Es que yo pienso que de otra manera sufrirían más* (ellos a lo mejor no piensan eso) *pues yo pienso que sí que dando clases de otra manera como por ejemplo en segundo lo pasarían peor.*] (sentido de actitudes y valores y sentido de las actividades). Claramente se manifiesta a favor de comprender el sentido potenciador que puede tener el sufrimiento que conlleva RP.

Sobre aprender a aprender [21:00 *las estrategias te pueden servir para otras asignaturas como por ejemplo, no sé ...la manera de hacer los problemas así leyéndotelo varias veces, sacando condiciones lo puedes aplicar a otras asignaturas que no lo hacemos en otras asignaturas (¿Y en otras fases? ¿Algo más?) Hombre es que eso se ciñe más a las matemáticas que a otras asignaturas*] (sentido de actitudes y valores).

Al final de la entrevista, hacia el minuto 22:30 se manifiesta otra vez a favor de los retos, pues es más motivante para ella esta forma de dar clase.

En el cuestionario se manifestaba como cercana a la inteligencia creadora, destacando dentro del grupo en este aspecto. Esta primera entrevista nos confirma que sí está cercana, además de argumentarnos esta cercanía.

Apreciamos en este análisis que las dimensiones están muy entrelazadas, si preguntamos por la dificultad aparece la ayuda, y si pregunto por el reto aparece el sufrimiento y así con varias. No queda claro su gestión del lenguaje, aunque sí sabemos que va cambiando hacia más potenciador.

Vuelve a aparecer como con I<sub>1</sub> la percepción que tienen los alumnos de la comodidad de los profesores. La alumna I<sub>3</sub> cree que los profesores no plantearíamos problemas difíciles a los alumnos para no complicarnos la vida.

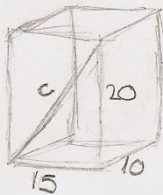


**IV.1.9 ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE LOS PROBLEMAS DE LA ALUMNA I<sub>3</sub>**  
**LA FLAUTA MÁGICA**

LA FLAUTA MÁGICA

Gumersindo Peláez tiene una flauta que mide 26.8 cm, que quiere guardar en una caja de zapatos con dimensiones 10, 15 y 20 cm. Él dice que sí le cabe, mientras que su amigo Antoñito afirma que no. ¿Cuál de los dos lleva razón?

Generaliza con una fórmula el resultado del apartado anterior.



C es igual a la diagonal. B el alto y A el largo.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c = \sqrt{225 + 400}$$

$$c = \sqrt{625}$$

$$c = 25$$

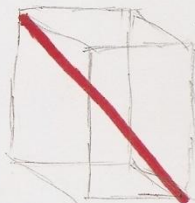
El alto de la caja mide 20 cm, por lo tanto la flauta no se puede colocar de pie ya que mide 26,8 cm. Tumbada tampoco es posible porque el largo solo mide 10 cm.

He intentado averiguar la diagonal de la caja usando el teorema de Pitágoras y me ha salido que la diagonal mide 25 centímetros, por eso la flauta tampoco cabe ya que mide 26,8 cm.

¿A qué conclusión? La flauta además de poder ponerse en diagonal en una cara, también puede ponerse en diagonal desde una cara a otra.



En una sola cara



Desde una cara a otra

En este problema la alumna rápidamente lo ha asociado al Teorema de Pitágoras, y hace con él varios intentos que no valen (intentar colocar la flauta en alguna de las paredes de la caja), hasta que se da cuenta que puede intentar colocarla aprovechando largo, ancho y alto, diciendo:

*¡Ajá Conjetura! la flauta además de poder ponerse en diagonal en una cara, también puede ponerse en diagonal desde una cara a otra.* (sentido de actitudes y valores).

En el último gráfico nos hace ver que sí tiene claro cómo podría caber la flauta.

El esquema de resolución parece que va llevándola hacia un plan que le daría la solución: se para a comprenderlo, lo relaciona con el teorema de Pitágoras, y sus intentos no la desaniman hasta que hace una conjetura que podría desembocar en un plan que le lleve a la solución. Hay una percepción inteligente, ya que es capaz de ver la flauta dentro de la caja usando las tres dimensiones. Por lo que escribe, descartando posibilidades y estableciendo la conjetura final, que hay un lenguaje consigo misma que es retórico y potenciador, aunque no queda claro en la entrevista.

Sí parece por la solución que nos presenta y la entrevista, que la metadificultad la ha atascado sin poder seguir [00:30... *pero luego la segunda parte no, estaba yo más atascada* ¿Cuándo te vino el atasco Claudia? *Cuando es que yo no sabía qué hacer porque...*] (sentido de actitudes y valores). De esta unidad de información inferimos que la metadificultad la ha paralizado, que como veremos ahora es por la falta de la ayuda de ideas de compañeros o del profesor [00:50 *a mí lo que me pasa que como no podía hablar con nadie, cuando estoy en la clase con los compañeros me ayuda más preguntando a unos y a otros, y no veía posibilidad.*](sentido de actitudes y valores) Tenemos dudas si falta metamotivación o es que el contexto de hacer problemas en solitario le impide usar un recurso importante para ella: tener acceso a las ideas de otros. Su idea de ayuda comunicándose con otros la vuelve a ratificar en esta unidad de información, cuando se le pregunta si se ha agobiado mucho en este problema [03:26 *que cuando yo estoy haciendo un problema lo comento con los compañeros y eso, entonces al estar y no puedo hablar con nadie me estaba ya bloqueando más.*] (sentido de actitudes y valores). También lo vuelve a repetir hacia el minuto [04:40].

En el momento del atasco no podemos apreciar como es el lenguaje consigo misma [01:10 *¿Qué te decías a ti misma cuando estabas atascada? Pues me daba coraje porque veía a todo el mundo avanzando y yo me quedaba atrás...y eso no me gusta*] (sentido de actitudes y valores), que como vemos habla de sus emociones, no de su lenguaje.

La inseguridad se gestionó de forma que pudo avanzar, y no así cuando llega el momento de demostrar que la flauta podría caber [02:00 *yo tenía más o menos la idea de cómo se hacía, de cómo se podía poner la flauta para que cupiese... pero lo que no sabía era como averiguar de verdad si se podía meter o no, yo creía que sí se podía.*] (sentido de actitudes y valores).

Al final de la entrevista hacia el minuto 07:00, vuelve a decantarse por la ayuda del profesor que le haga reflexionar, que provoque activación de memoria creadora, que en este problema no ha tenido. Aún cree que con la ayuda de intentar buscar un triángulo rectángulo lo hubiera conseguido.

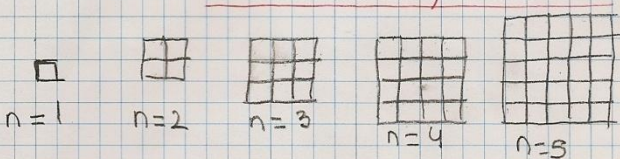
No inferimos nada sobre dudas, pues dice que no ha tenido, ni sobre el tipo de esfuerzo pues sólo manifiesta que ella sí se ha esforzado.

Se aprecia lo que comentamos en el Diseño de Investigación, y es que respecto a la inteligencia creadora hay aspectos que no terminan de plasmarse en él y tenemos que ayudarnos en las notas de campo y hacer variantes del Diseño Metodológico. Esta alumna por ejemplo sí tiene un esfuerzo más creador pidiendo ayudas en los días de dudas, usando el modelo de RP más tranquila en casa o aprovechando ideas de compañeros.

## CUADRADOS Y CERILLAS II

Protocolo de CUADRADOS Y CERILLAS II de I<sub>3</sub>

Cuadrados y Cerillas II



$n=1$     $n=2$     $n=3$     $n=4$     $n=5$

$n=1 \rightarrow 4$  cerillas  
 $n=2 \rightarrow 12$  cerillas <sup>+8</sup>  
 $n=3 \rightarrow 24$  cerillas <sup>+12</sup>  
 $n=4 \rightarrow 40$  cerillas <sup>+16</sup>  
 $n=5 \rightarrow 60$  cerillas <sup>+20</sup>

$H \cdot (n+1)$

He obtenido una fórmula pero comprobando me he dado cuenta de que solo serviría para el 2º cuadrado

$n \cdot 4 +$

He obtenido otra fórmula que solo de multiplicar  $n$  por 4 y sumarle el número de cerillas del cuadrado anterior.

Parece que hay una percepción inteligente de este enunciado, pues llega a las figuras de  $n=3$  y  $n=4$ . También apreciamos una paciencia pues se para a leerlo varias veces. Hace

conjeturas y comprueba, y se atasca al final con la metadificultad de encontrar una fórmula.

Su paciencia para comprender se aprecia en esta unidad [00:40 *lo leí al principio y me quedé... no lo entendí, lo leí muchas veces y lo saqué* (¿Estabas confiada?) *Sí*] (sentido de las actividades). Esto nos indica que es capaz de gestionar las dudas dándose tiempo, leyéndolo más veces sin precipitarse.

Las dificultades iniciales no la paraliza, hace las conjeturas que incluso comprueba, lo cual nos indica que hay cierto esfuerzo creador. No parece haberlo cuando aparece la metadificultad de buscar otra fórmula, ya que no atiende suficientemente a sus logros. Esto se refleja en esta unidad de información [01:37 *no me funcionó y lo dejé* (¿No te funcionó?) *porque vi que me funcionaba, porque yo en principio estaba buscando la fórmula y siempre probaba con el 2 ... para sustituir la n lo sustituía por 2, funcionando con esa fórmula, pero luego lo probé con más números y no me dio...* ] (sentido de actitudes y valores), o en esta otra continuación de la anterior [02:40 *intenté sacar la fórmula pero ni acercarme* (¿No has hecho nada más?) *No, hombre estaba pensando en qué podía hacer y he hecho una fórmula pero la he borrado* (¿Por qué me la has borrado?) *porque es que yo no le veía ni pies ni cabeza, me da vergüenza... Ya pero me da vergüenza y no se acerca en nada,* (¿Cuál habías escrito? Aquí se ve algo borrado) *n por n más n por 4, algo así.* ]. Vemos que aquí la vergüenza le hace que no se refleje su eficacia. Hay que decir que en el papel que nos entregó se aprecia que ha borrado una fórmula que contiene un sumando con  $n^2$  (hacia el minuto 07:20 vuelve a hablar de esta idea que proviene de una percepción inteligente aprovechando la simetría de las figuras). Estas nuevas posibilidades que sí ha percibido, esa persecución de la eficacia nos hace ver que sí hay un esfuerzo más creador que en el anterior problema, que queda solapado por la vergüenza. Además ha superado en parte el atasco por la metadificultad inicial. La vergüenza está aquí relacionada con el escribir sus conjeturas, pues aunque tiene conjeturas, no las escribe si están mal. Puede verse hacia el minuto 03:40.

Sobre el minuto 05:50 comenta que le agobia el escuchar a compañeros que están sacando cosas del problema.

Hacia el minuto 06:30 manifiesta que el modelo de RP no le ayuda pues este problema es para sacar fórmula, y que no va a preguntar porque preguntar al profesor es para decirle la fórmula y eso no sería correcto.

Las notas de campo de esta Unidad didáctica muestran a una alumna agobiada con algunos problemas que no le salen en los días de dudas. Con heurísticos o heurísticos contextualizados al estilo Schoenfeld consigue sacar problemas, demostrando paciencia para estar 45 minutos dándole vueltas a estas ideas, e incluso llevándoselas a casa. En los dos problemas que tenemos constatados, termina por resolver los problemas en los que se sentía agobiada, y terminando según ella con bastante confianza.

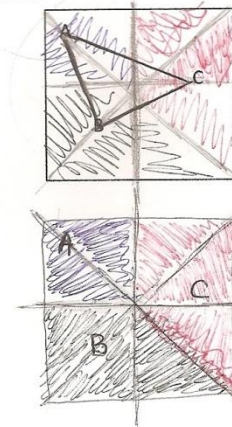


## BUSCANDO REFUGIOS DESESPERADAMENTE

### Protocolo de BUSCANDO REFUGIOS DESESPERADAMENTE de I<sub>3</sub>

#### Buscando refugio desesperadamente.

1. Este es un desierto en forma de cuadrado. A, B y C son las entradas de tres refugios antinucleares. Colorea de diferente color las zonas desde las que te dirigirías a cada refugio en caso de alarma nuclear.



He dividido el cuadro en regiones para que así me sea más fácil el replantear a que refugio voy dependiendo de la zona

Desde la zona coloreada en negro me dirigiera al refugio B, desde la zona roja al refugio C y desde la zona azul al A

Iría a ese refugio porque sería el que está más cerca

En el protocolo de este problema apreciamos que su esquema es pobre, que lleva adelante una idea a través de un dibujo al principio, y que tras una comprobación no muy de eficaz vuelve a repetir el mismo dibujo. El primer dibujo que hizo, y que está en

la parte inferior del papel, dice que colorea las zonas por cercanías al punto, en la que se aprecia que comprende lo que le piden y que tiene cierta idea intuitiva de la conjetura [01:18 *es que cuando hice ese yo creía que ahí faltaban cosas, que yo lo hice así pero en realidad lo hice por cercanía al punto, que no lo hice ... dibujé por cercanías* (¿Qué quiere decir eso por cercanías? Coge un lápiz y señala las rectas que pasan por A, por B y por C) *yo hice las líneas y vi que en esta parte* (se refiere a la que está pintada de negro y en la que ella se iría la refugio B) *por cercanía iba a ir mejor al B que al A pues pinté esto negro así*] (sentido de actitudes y valores).

Lo que sí hace es darse cuenta que su solución plasmada en el primer dibujo, no es muy rigurosa y le falta algo para darle rigurosidad, que es cuando pasa al 2º dibujo que está situado en la parte superior del papel. En este dibujo traza 3 rectas que pasan por los vértices y que no son las medianas del triángulo, y dos más cada una paralela a los lados del cuadrado del desierto, cuadrado que no es importante para la solución. Esto a ella parecen darle más consistencia matemática para buscar el porqué [01:50 (¿Cómo fue lo de cambiar? ¿Por qué cambiaste?) *porque yo pensaba que faltaba algo, es que como no veía el porqué de que lo hacía así, y usted me pedía el porqué pues intenté sacar otra cosa para hacer el porqué* (¿Te diste cuenta que esto no estaba bien? Mientras le señalo el 1º dibujo que hizo) *sí es que yo veía que lo hice así a ojo, y así a ojo no podía ser, que tenía que haber algún por qué, entonces luego me puse a tantear con más cosas pero no di con el por qué, porque más o menos es el mismo dibujo*] (sentido de las actividades y sentido de actitudes y valores). Respecto a la búsqueda de eficacia, y por tanto el esfuerzo creador, la persigue relativamente, si bien dirige su atención hacia una mayor rigurosidad, a no basarse sólo en dar las zonas a ojo, ni sabe porqué las rectas auxiliares que dibuja no son productivas para la solución. Esto también queda reflejado cuando se le pregunta que porqué dibujó esas rectas [02:29 (Le señalo la recta que parte de A y le comento Por ejemplo esta recta, ¿Cómo se te ocurrió esa recta? ¿Qué criterio seguiste? Está muy bien dibujada) *Es que intenté buscar el punto medio del triángulo*, (le pido que me señale a qué se refiere con el punto medio y me señala donde se cortan las tres rectas que pasan por los vértices) *intenté buscarlo pero al final hice la misma línea que abajo, es que saqué la línea C para allá* (se refiere a que es paralela al lado horizontal del cuadrado), *la A para acá y la B para acá* (con para acá y para allá se refiere a las direcciones que realmente llevan la rectas que ella ha trazado) ] pero no lo relaciona con la mediatriz [ 03:10 (¿No lo relacionaste en ningún momento con la mediatriz?) *Es que intenté buscar el punto medio* (¿Te refieres al incentro?) *sí el que este a la misma distancia de los tres puntos y pero como tampoco tenía mucha certeza de cuál es al final lo dejé*] (sentido de actitudes y valores). Aquí vemos que no hay una comprobación eficaz, lo cual no indica un esfuerzo no muy creador, ya que hacia el minuto 04:11 dice que sabe que lo presentado estaba mal.

Hacia el minuto 05:30 dice que esta vez no ha tenido vergüenza, ella no ha escrito más cosas porque no sabía que más cosas escribir.

La falta de sintonía del análisis de este protocolo con las notas de campo, y el análisis de los protocolos anteriores, nos hizo pensar que no había puesto todo el interés que deseábamos como investigadores en resolverlo. Como comentamos en el Diseño de

Investigación, el 4º problema se lo planteamos a los alumnos como el primer problema de un examen, para que pusieran verdadero interés.

## EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA DE 4º

### Protocolo de EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA de I<sub>3</sub>

#### EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA 4º

1. Los dos ángulos de un triángulo rectángulo se llaman complementarios porque su suma es 90°. ¿Cuál es el complementario del ángulo de 10°?  
¿Qué relación hay entre la tangente de un ángulo y la tangente del complementario?

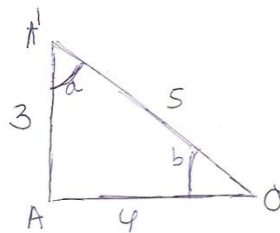
1 - La suma de los tres ángulos de un triángulo rectángulo es 180° por lo que...

$$180 = 90 + 10 + x$$

$$x = 180 - 90 - 10$$

$$x = 80^\circ$$

El ángulo complementario de 10° es 80°.



La tangente del ángulo a se define como  $\frac{AA'}{AO}$

La tangente del ángulo b se define como  $\frac{AO}{AA'}$

Hay a dertes a los lados mas valores cualesquiera para hacer la tangente

$$\text{Tg } a = \frac{3}{4} = 0,75$$

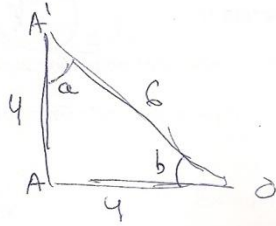
$$\text{Tg } b = \frac{4}{3} = 1,3$$

De esto deduzco que la tangente de un ángulo y su complementario son dos fracciones con los mismo valores pero el orden distinto. Gen:

$$\text{Tg } a = \frac{3}{4} \quad \text{Tg } b = \frac{4}{3}$$



¿Así conjetura? → Cuando el valor de  $\overline{AA'}$  y  $\overline{AO}$  sean iguales, ejemplar



La tangente de un ángulo y su complementario va a ser la misma.

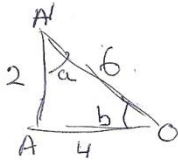
$$\text{Tg } a = \frac{4}{4} = 1$$

$$\text{Tg } b = \frac{4}{4} = 1$$

El ángulo complementario también se puede calcular restando lo que deben sumar los dos ángulos menos el ángulo que nos han dado:

$$90^\circ - 10^\circ = 80^\circ$$

Comprobado haciendo la tangente de otro ángulo para ver si es correcta mi conjetura de que en la tangente de un ángulo y su complementario va a salir una fracción con los mismos valores pero con distinto orden:



$$\text{Tg } a = \frac{\overline{AA'}}{\overline{AO}} = \frac{2}{4} \quad ||$$

$$\text{Tg } b = \frac{\overline{AO}}{\overline{AA'}} = \frac{4}{2}$$

¡Correcto!

En este problema su esquema de actuación es más eficaz que en los anteriores: se aprecia una familiarización, unas conjeturas y una comprobación, echando en falta la búsqueda del porqué de su conjetura.

En este problema podemos apreciar que hay una percepción inteligente del mismo [00:15 era parecido al que hemos hecho en clase con el seno y el coseno ] (sentido de las actividades). En la gestión a largo plazo observamos, tanto por las notas de campo como por sus respuestas, que hay un plan de actuación, hay un modelo de gestión de su trabajo en RP [04:00 (Digamos que lo fundamental para este problema ha sido el esfuerzo entre comillas “bien hecho” del problema anterior, del problema de casa) sí no solamente del que ha aparecido, sino en conjunto todos ... porque en el problema que hicimos parecido era del coseno y el seno, y en otros problemas claro se hablaba de la tangente pues me ayudaron para relacionarlo con este, que vaya que si hubiera hecho solo el problema anterior sin hacer los demás de las fotocopias a lo mejor no lo hubiera sacado.] (sentido de actitudes y valores).

Vemos que sí hay un esfuerzo creador, en el sentido de atreverse a conjeturar y comprobar, como se aprecia en el papel escrito y en la grabación cuando comenta lo que hace [01:25 (Pusiste un ejemplo de triángulo) para ayudarme así y le hice la tangente vi que salían los valores al revés, y luego puse otro ejemplo para comprobar... y luego saqué una conjetura ...] (sentido de actitudes y valores).

Comenta que al tener más seguridad no le ha influido la vergüenza. Las dudas sobre cómo calcular la tangente del complementario las ha gestionado de forma potenciadora hacia la solución, ya que le ha puesto una mirada más inteligente girando el papel 90° [02:35 al hacer la tangente del complementario, no sé dudé un poco, cómo hacer la tangente, ... en el seno y el coseno lo veía más claro (¿Dudabas del complementario? ¿Cómo la resolviste esa duda?) puse el papel así, en vez de así y ya lo vi más claro]. (sentido de actitudes y valores).

#### IV.1.10 RESUMEN DE RESULTADOS SOBRE I<sub>3</sub>

Recopilamos los resultados en los siguientes puntos:

1. El sufrimiento ante la relación de problemas que tiene que hacer en casa, por las dificultades que conlleva lo considera potenciador, al menos en parte, ya que si no hubiera RP cree que se sufriría más. Este aspecto potenciador que ella percibe, parece indicarnos que su metamotivación va más allá de aprobar.
2. Suele haber una gestión de las dudas y de la inseguridad con percepción o mirada inteligente, que si bien no implica eficacia sí conlleva cierta versatilidad que va más allá del bloqueo que la pudiera paralizar.
3. Para ella que le ayudar es usar un modelo de RP, que incluya heurísticos o estar en un ambiente en el que se puedan compartir ideas con compañeros o el profesor.
4. El reto y la dificultad son para ella potenciadores, porque cree que aprender mejor si lo hace por sí misma.
5. Es importante para ella hacerlo por sí misma, llegando a sentirse un poco más realizada.
6. Su esfuerzo suele ser creador, suele usar sus facultades inteligentemente buscando al eficacia. Este esfuerzo se ve reflejado en el proceso que suele acompañarlo de la familiarización ante el enunciado, de atreverse a hacer conjeturas, de la comprobación y a veces de la búsqueda de la demostración. En la familiarización apreciamos sentimientos como la paciencia y en el abordaje el ánimo.
7. En cuanto al lenguaje nos parece que es retórico potenciador en el sentido de animarse a lanzarse a conjeturar, y que por lo menos no la desanima más (cuando se equivoca se dice ¡que coraje! pero no se queda ahí atascada).
8. El aprendizaje a largo plazo lo gestiona con un proyecto que implica usar el modelo de RP, comentar con compañeros y preguntar dudas al profesor continuamente, no solo el día antes del examen. Aquí tiene tiempo para hacer conjeturas, comprobarlas y buscar el porqué.
9. En cuanto al sentido ético apreciamos que considera importante “el hacerlo por uno mismo”, el que haya retos. Además este derecho a vivir inteligentemente lo acompaña del deber que conlleva de trabajar por él.

## **IV.2 ANÁLISIS Y RESULTADOS DEL ESTUDIO CON LA PROFESORA AD**

### **IV.2.1 INTRODUCCIÓN DEL ANÁLISIS DE LA PROFESORA AD**

A continuación empezamos el Análisis de las clases de AD, que supone adentrarnos en algo que es muy personal para ella. En este Análisis hacemos inferencias primero del cuestionario y su entrevista, que después se irán confirmando, modificando o sustituyendo por otras que nos de las grabaciones y entrevistas sobre las clases, además de las sugerencias del Director y los miembros de SIDM. Esta forma de proceder nos ayuda a establecer inferencias que asumimos como “verdad” en el sentido que afirma Muñoz (2008, p. 152) *“Cuando diferentes informes confirman una declaración, obtenemos una representación de una realidad socialmente construida, que asumimos como verdad”*.

### **IV.2.2 ANÁLISIS Y RESULTADOS DE LA PROFESORA AD TRAS EL CUESTIONARIO Y ENTREVISTA CORRESPONDIENTE**

Los datos que recogimos del cuestionario de la profesora AD, aparecen en la siguiente tabla:

Tabla 4.8 Cuestionario de la profesora AD

CATEGORÍAS	INDICADOR	PERFILES		
		NO INTELIGENTE	INTELIGENTE	INTERMEDIO
SENTIDO DE LAS ACTIVIDADES SOBRE ACTITUDES Y VALORES	1. Praxis		*	
	2. Objetivos			
	3. Finalidad		**	
	4. Papel de alumno	*	***	
	5. Papel del profesor		*'	*
	6. Sentido de las dificultades	*	*	
	7. Sentido de la duda	*		
	8. Sentido del reto	*	**	
	9. Tipo y forma	*'	***	
	10. Sobre la diversidad de niveles.			
	11. Sentido de la ayuda	*'(quizás intermedio por dar pistas)	*	*
	12. Sentido del esfuerzo.	*	**	
	13. Actitud	* **'	***	
	14. Gestión a través del lenguaje		**	
	15. Gestión a través de evaluación de emociones		* **'	*
	16. Gestión (Voluntad)	**	*	

SOBRE LA EVALUACIÓN	17. Error. Sentido del error		**	
		NO INTELIGEN TE	INTELIGEN TE	INTERMEDI O
	18. Diagnóstico inicial		*	
19. Tipo de Calificación	*'			
20. Criterios de Evaluación	*	*		

Hay algunas respuestas que, al tener dudas de cómo calificarlas, la marcamos con \*, y otras las hemos situado en una columna que hemos titulado como perfil intermedio por no estar muy definidas. Una primera impresión al ver la tabla, es su tendencia a situarse en lo que interpretamos como cercana a promover la inteligencia creadora entre sus alumnos. Prueba de ello son algunas respuestas como la de A5, en la que se le pide un ejemplo de problema, y tras el enunciado de un problema susceptible de resolverse con un gráfico nos dice: *“En este problema algunos alumnos hacen un dibujo o un esquema para entenderlo mejor (creatividad).”* También da fe de que su cuestionario está cercano a RP la respuesta a B.11, que se decanta por la opción A, en B.1 en la que da poco valor a que el conocimiento se obtenga a través de preguntas al profesor, sin indagaciones, o en B.12 donde se decanta por animar a los alumnos a seguir el proceso de conjeturar-comprobar-justificar, si la conjetura va bien, y si no va bien conjeturar-comprobar-conjeturar otra vez.

Entre las respuestas que no tenemos clara su interpretación, está A.8, en la que tiene que enfrentarse a varios alumnos de los “buenos” que le dicen “no me entero” contestando: *“Doy pistas para que ellos lo resuelvan por sí mismos entendiendo lo que hacen.”*. Para nosotros es dudoso porque no sabemos qué quiere decir con dar pistas, ya que dar pistas puede ser un paso previo al de forjar un modelo, o simplemente evitar el sufrimiento al alumno. Otro ejemplo de respuesta que no tenemos claro cómo interpretar es a B.8 ya que empieza manifestando *“En primer lugar tranquilizarlo y decirle que confíe en sí mismo, en sus posibilidades, que él puede hacerlo.”*, pues para nosotros los términos tranquilizarlo o sus posibilidades son ambiguos y difusos, o a B.25 en la que dice *“supongo que sería interesante y los alumnos aprenderían mucho.”*, preguntándonos: ¿Qué entiende ella por aprender?

Nuestro objetivo en la entrevista sería profundizar o aclarar algunas respuestas, para la que tendríamos presente la visión de Leatham (2006), que hemos comentado a lo largo de la tesis.

La interpretación que hemos hecho de la entrevista figura a continuación.

En cuanto a *praxis y objetivos* se manifiesta claramente a favor de RP, además en varias ocasiones [3.19 *yo veo muy importante en Matemáticas resolución de problemas porque resolviendo problemas consigue los objetivos, tienen que conocer los conceptos es como más global, la RP le ayuda a entender a aplicar...*] (sentido de las actividades) [20.30 *En todos los temas siempre hay problemas, yo siempre en los exámenes problemas caen*] (sentido de las actividades) . Otra unidad que confirma sus concepciones hacia la inteligencia creadora es la que empieza hacia el minuto 31:10, ya que hacia el minuto 32:15, cuando al hablarnos de las dudas dice [32:15 *con las indicaciones que yo le he dado que ellos lo piensen por sí solos, y de hecho anteayer me pasó con una niña, no lo veía, no lo veía, seño no lo entiendo, seño no lo entiendo y se lo expliqué de varias formas distintas, yo ya veía que ella ya estaba que no... entonces le dije párate, relájate, no pasa nada, con lo que yo te he dicho piensa en eso, deja que pase el tiempo ahora, vamos a acabar la clase, llega a tu casa, come, esta tarde te sientas, lo piensas y lo miras de nuevo, con otros ojos a ver si lo ves de otra manera, si sigues sin entenderlo me lo vuelves a preguntar y buscamos otra manera, pero yo siempre intento buscar caminos diferentes, intentar explicar las cosas de varias formas para que esa persona lo entienda por sí misma, no que yo le diga pues esta solución es así, porque tú cuando te pregunten esto tienes que multiplicar este, por este por este por este, no si no que lo que yo quiero es que lo aprendan y lo asimilen y lo tengan interiorizado ...*] (sentido de actitudes y valores y sentido de las actividades) de lo que inferimos que ella busca una percepción y atención inteligente entre sus alumnos. La RP también la considera importante para que la *finalidad* de su asignatura sea la formativa, en el sentido de aprender a aprender o fomentando el pensamiento divergente y la comprobación [17.20 *si aprendes algo de memoria se olvidan... es importante para aprenderlo por ti mismo, ... porque es más fácil para tu vida, el aprenderlo para toda tu vida.*] (sentido de las actividades) [1.40 *se nota que crecen y también se les ve una madurez... ¿A qué te refieres con madurez y crecimiento? ... pueden descubrir otra manera de hacer las cosas, antes no se planteaban en descubrir la solución, ... se llega al mismo sitio por caminos diferentes que igualmente están bien*] (sentido de las actividades) [2.50 *sirve para su vida con vistas a su vida cuando tengan dificultades a lo mejor en su vida, intentar buscar otros caminos otras formas de resolver las cosas*] (sentido de las actividades). Parece muy coherente con el *papel del alumno y del profesor*, considerando al primero como el protagonista y al del profesor como guía o persona que ayuda acompañando, y aparece algo de diferenciación individual [9.40 (hablando sobre un problema en el que la mayoría de alumnos se equivocaron) O sea que un poco los dejaste ... *yo siempre pretendo que ellos intenten llegar, ahora si no intento dar pistas, ... me parece muy importante que ellos lo descubran*] (sentido de las actividades) [10.15 *¿Cuál es el papel del alumno al resolver problemas? el alumno es el protagonista auténtico, ... una vez que se ha explicado es el alumnos el que se enfrenta*

*sólo al problema, pero claro yo siempre les digo tener cuidado, mirar primero ¿Qué datos tengo?, primero les digo que lean muy bien. A mí me ha ayudado mucho a principios de curso el tema 1, bueno el tema ese de los problemas (se refiere a una unidad didáctica en la que se trabajaban problemas, y en ellos heurísticos para resolverlos) porque le cogieron un poco de entrenamiento ...]* (sentido de las actividades). Así le da importancia a la creatividad, a forjar un modelo para enfrentarse a ellos, y que ayudar no es solo dar la pista adecuada.

Apreciamos la actitud creadora en cuanto al *sentido ético de las acciones*, [13:35 *¿Por qué crees que es importante para el alumno la creatividad? Hombre y sobre todo en 1º... entonces sí que me parece importante, es una manera de no sé, también lo que he dicho antes, de ver diferentes formas de afrontar las cosas,... pero me parece que es como darle aires nuevos, darle alegría, como que cambia un poco la cosa .... hay que fomentarla yo creo. ¿Si no la hubiera qué pasaría? Yo respeto mucho el consenso del Departamento... la creatividad es algo que se tiene, yo pienso, y pero si tú la vas fomentando pues esa creatividad va creciendo, pero si no, yo creo que llega un momento en que a lo mejor la vas dejando de lado ... ¿Qué pasaría con esos alumnos? ¿Qué consecuencias tendría para ellos? es importante para su vida, es algo que le puede ayudar,... hace diferente a una persona ... esa creatividad como que es una chispa, como que es algo diferente, que le puede ayudar tanto en el contexto escolar como fuera]* (sentido de actitudes y valores). Lo que piensa del comprobar lo refleja también la siguiente unidad [16:50 *El hecho de que tú le des importancia a comprobar Te puede ayudar a saber si me he equivocado, si no me he equivocado, ... Sí, pero más allá del contexto escolar, si aprendes una cosa de memoria se olvidan ... es importante para aprenderlo por ti mismo para que no sea una cosa que te la has aprendido de memoria y al día siguiente ya se te ha olvidado,... porque es más fácil para tu vida, el aprenderlo para toda tu vida]* (sentido de actitudes y valores).

Recogemos las unidades en cuanto a *actitudes y valores*. En cuanto al *ayudar*, en la unidad de información que empieza en 10:15 expresa que le parece útil el modelo de RP que viene en el libro. Más adelante habla de guiar, de dar pistas que dependen de las necesidades de cada alumno y del problema, así que estar en una posición intermedia o difusa, ya que aunque usa heurísticos no está claro si pretende forjar un modelo para afrontar el trabajo autónomamente. [22:20 *La forma de dar las pistas, ..., ¿es la misma o a principios de curso lo haces de una forma, y al final de otra? ¿Con unos alumnos son de una forma y con otros son de otra? Hombre depende de las necesidades que ellos tengan, ... pero también es verdad que cuando se van entrenando en resolver problemas, pues es verdad que necesitan menos pistas, porque ellos solos como que van llegando a veces. Algunas veces les digo haz un dibujo, un dibujo puede ayudar ¿no? o haz un esquema o piensa, este se parece al problema que hicimos ... también depende mucho de cada uno individual ... pero es verdad que hay muchos que a lo mejor directamente ya saben cómo salir o como hacerlo, entonces depende sobre todo del alumno que sea, del problema ... no es lo mismo el que se me atasca al principio que el que se me atasca al final que ya le puedo dar otra orientación diferente, pero depende eso de los alumnos y sobre todo del problema ... en principio yo los dejo solos, qué tenéis alguna duda me preguntáis ... y ahí mi ayuda depende de la pregunta que me*



*hagan, en función, más personalizada ... y depende del problema]* (sentido de las actitudes y valores). También habla de dar autoconfianza al alumno [26:00 En varios momentos de la encuesta hablas de la confianza, de la autoconfianza de los alumnos... *Es muy importante ... ¿Cuál es tu papel para conseguir eso con los alumnos? Primero confiar yo en ellos y decirles: yo confío en ti y tú puedes, y sobre todo que ellos se sientan capaces y que sepan que lo pueden hacer ...*] (sentido de actitudes y valores), o hacia el minuto 30:00 [30:05 La autoconfianza de alguna forma se consigue haciéndole ver al alumno, por tu parte, haciéndole mostrar a él que tú confías mucho en él, y eso se consigue sobre todo diciéndoselo, hablando con él ... *y luego que él vea que le van saliendo. Siempre con muchos refuerzos positivos.*] También las unidades de información anteriores nos hablan del uso del lenguaje con los alumnos, que tiene algo de potenciador, aunque sin llegar al lenguaje que activa la memoria creadora. La unidad anterior también nos sirve para avanzar algo de sus concepciones sobre el *sufrimiento*, que gestiona con el acompañamiento, que no se sienta solo. Otra unidad que confirma lo anterior es cuando le preguntamos qué es ayudar, [50:00 *¿Qué es ayudar? Pues mira, ayudar es estar cerca de él en todo momento, o en los momentos que él lo necesite, ¿no? y que pueda contar y que pueda saber que tiene ahí una ayuda ... que tiene un apoyo, que no se vea solo ante la dificultad de resolver problemas ...*] (sentido de actitudes y valores), y así se gestionan las *dificultades* de un problema, sabiendo el alumno que no está solo. Si seguimos con la unidad de información que empieza en el minuto 26:00, extraemos información de lo que piensa sobre los *retos*, que si no los supera el alumno es porque no quiere, no se pone, se cierra [28:10 ...*¿Alumnos sin adaptación en los que no hayas conseguido la autoconfianza? Porque no han querido, y a lo mejor... tengo una lucha constante con uno de 1º B ...* (a continuación cuenta el caso de un alumno creativo y que odia las matemáticas, y que no ha conseguido a pesar de sus esfuerzos que se ponga ni en los problemas, ni en los ejercicios) *él ha hecho alguna ficha, pero como que él no quiere.*] (sentido de actitudes y valores). Esta última unidad nos habla también de la presencia de sentimientos necesarios para mantener un proyecto: el ánimo y la paciencia. En cuanto a las *dudas* parece ser un perfil inteligente porque busca fomentar una percepción y atención inteligente en el alumno, para que lo perciba de otra forma si no lo ve, todo ello con paciencia y sin que sea solo repetir lo que ella dice, aunque sin fomentar el uso del modelo de RP [31:10 En un momento dado ahí, también comentas sobre las dudas, dices que cuando un alumno tiene dudas la solución viene por explicarlo tú de nuevo *Hombre si él tiene dudas, si no lo ha entendido o no lo he explicado bien, pues vaya ¿Hay algo más que pase por tu cabeza, quiero decir, sobre las dudas ... quiero decir dudas, explico de nuevo o le das alguna vuelta y reflexionas ... No hombre yo intento que lo entiendan, lo que he dicho antes, tienen que entenderlo ellos, no vale que yo le diga y esto es así porque sí ¿Tú lo entiendes? ¡piénsalo! ¡piénsalo un momento! Muchas veces les digo que se pongan ellos solos por ejemplo a hacer los problemas ... ¿Algo más? Yo tengo una duda, te lo puedo explicar otra vez, donde te has atrancado, aquí, pues yo lo intento ¿no? pero si no lo vuelven a entender pues le intento decir que dejen, porque a lo mejor muchas veces estás delante de la pizarra, la pizarra es muy grande y a lo mejor como que se bloquean un poco, y un día más saturado de lo que sea, entonces yo les digo deja que*

*pase, ponte en tu casa, inténtalo tú sola ponte a hacerlo mañana me lo vuelves a preguntar, con las indicaciones que yo le he dado que ellos lo piensen por sí solos, y de hecho anteayer me pasó con una niña, no lo veía, no lo veía, seño no lo entiendo, seño no lo entiendo y se lo expliqué de varias formas distintas, yo ya veía que ella ya estaba que no... entonces le dije párate, relájate, no pasa nada, con lo que yo te he dicho piensa en eso, deja que pase el tiempo ahora, vamos a acabar la clase, llega a tu casa, come, esta tarde te sientas, lo piensas y lo miras de nuevo, con otros ojos a ver si lo ves de otra manera, si sigues sin entenderlo me lo vuelves a preguntar y buscamos otra manera, pero yo siempre intento buscar caminos diferentes, intentar explicar las cosas de varias formas para que esa persona lo entienda por sí misma, no que yo le diga pues esta solución es así, porque tú cuando te pregunten esto tienes que multiplicar este, por este por este por este, no si no que lo que yo quiero es que lo aprendan y lo asimilen y lo tengan interiorizado ... hay veces que a lo mejor si yo no llego a esa persona porque yo lo que le diga no le llega, a veces le digo intenta que te lo explique otra persona, que te lo explique tu compañera y a lo mejor entre ellos se explican mejor, o utilizan otras palabras que entienden más fácil. ]* (sentido de actitudes y valores). En cuanto al *esfuerzo inteligente* o no, sí parece mostrar que hay más formas, una el hacer por hacer (rellenar le llama ella), hasta el que hace la fase de familiarización y el que busca caminos alternativos [36:48 En una pregunta comentas que le valorarías un problema al que lo ha intentado, ¿Hay distintas formas de intentarlo? Claro, el que lo intenta copiando lo que pone el enunciado como para rellenar, o el que realmente lo intenta porque haga un dibujo, o porque haga que ponga datos, que sepa lo que son los datos, que sepan lo que me piden el simple hecho de plantear el problema aunque luego no llegue a la solución, yo eso lo valoro... ¿Podría haber incluso una tercera forma de intentarlo, por ejemplo vamos a suponer que el chico este llega a los datos, escribe los datos, la incógnita, lo que me piden y lo plantea ... ¿Puede que haya otro alumno que además de eso tenga otra forma de intentarlo aunque no consiga la solución? *Sí hombre, a lo mejor se equivoca en las cuentas ... que sepa el proceso y luego se confunda al multiplicar o lo que sea ... ¿Puede que haya más formas de intentarlo? Hombre no sé, hacer un gráfico, un esquema ... A lo mejor el que lo intenta por caminos distintos, que a lo mejor en algunos se haya atrancado y haya dicho por aquí no, voy a probar de otra manera, el que busque planes alternativos]* (sentido de actitudes y valores). En el dilema moral de suspender o no al que se esfuerza pero no crece, se inclina a favor del suspenso con lo que parece una postura inteligente y dar cierto sentido ético, en el sentido de inteligencia creadora a su suspenso, tras afirmarnos que es una pregunta muy complicada. Lo justifica en que ella cree que siempre, siempre, siempre si trabaja consigue resultados. No llega a definirse, en cuanto a suspender o no, si en lo único que no ha mejorado el alumno es en RP. Sobre el cambio si es posible o no, siempre se puede mejorar con esfuerzo, interés, y no parece considerar el modelo que ella dio en el tema 0 que es de RP. Sólo cuando yo le insisto dice refiriéndose a este modelo [48.00 *claro, sí, sí...*]. Es no inteligente respecto a la idea de *autolenguaje* porque no sabe si los alumnos se dicen algo a sí mismos [47:58 *¿Cuándo los alumnos están resolviendo problemas qué crees que se dice a sí mismos? Ni idea ¿Crees que se dicen algo? No lo sé. Hombre yo creo que ellos quieren buscar la solución ¿Y cómo se hablan a sí*

mismos? *¿Qué me preguntan aquí? Pues voy a intentar hacerlo. No sé. Buscar la solución, cuál es la manera ... no sé se lo pueden preguntar ellos ...* ] (sentido de actitudes y valores).

Las *dificultades* tipo 2 (dificultad tras otra dificultad), sí las considera importantes pero dice que no las pone en 1º de ESO, aunque sí las pondría en Bachillerato. Sobre el *reto* considera que hay tipos de alumnos [52:00 *¿Cómo crees que lo perciben tus alumnos? ... Bueno, hay de todo ¿no? hay algunos que pasan tres quilos, y bueno a lo mejor hay otros que se pican y dicen venga vamos a hacer esto, y cómo sería, y a ver quien lo dice ¿Y alguno que se frustra? A ellos les da igual ...no sé ... estoy pensando en esta niña si no lo entiende o además es muy, ¿Cómo se llama? Muy perfeccionista entonces a lo mejor en esta gente puede y a lo mejor si no ve claro lo que piden o lo que sea, más que frustración es que buscaría la manera de enterarse para llegar, porque ella lo hará ...]*

(sentido de actitudes y valores). Los *errores* los considera una fuente de aprendizaje [55.15 Cuando hay errores de los alumnos, tú *¿Como lo percibes? Siempre aprender de los errores, siempre entonces si hay un error que se puede transformar, a ver en este nos hemos equivocado, cuidado no se puede hacer así y explicar el por qué, y que esa persona le explique a los demás para que aprendan, es que a mí me ha ayudado mucho aprender de mis errores a la hora de hacer los problemas porque lo has hecho así, a mí me ha ayudado mucho aprender de los errores a la hora de hacer los problemas... siempre les digo que hay que aprender de los errores ...ya sé lo que no tengo que hacer la próxima vez* (sobre la reacción de los alumnos) *¿Y ellos como perciben esa filosofía que tú intentas transmitirles? Bueno, a veces se agobian, sí claro para la próxima aprendo pero ahora he suspendido ... no te preocupes, eso te va a ayudar para después ... tranquilizarlos y darles un poco de paciencia*] (sentido de actitudes y valores), que como vemos podemos inferir su tendencia a la inteligencia creadora. Sin embargo, hay resquicios en sus comentarios, como por ejemplo que parece no valorar los errores, pues da por hecho que si se equivocan suspenden. Aquí destacamos algo que ella ha comentado en varios momentos de la entrevista, y es que se basa en sus experiencias como alumna.

En esta entrevista hemos afianzado nuestra calificación como profesora que promueve la inteligencia creadora, y hemos expresado en los párrafos anteriores varias variables que nos lo confirman. Algunas dudas que nos dejó el cuestionario están más claras, aunque hay otras que todavía deben quedar más explícitas. Las tres clases que observamos y grabamos de AD nos darán más luz.

### IV.2.3 ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE LAS CLASES DE AD

De la profesora AD grabamos 4 clases, de las cuales la primera quedó descartada pues no nos esperábamos que circulara por las clases continuamente para interrelacionarse con sus alumnos, de forma que en la primera clase sí la grabamos en audio, pero no pudimos anotar las interrelaciones con cada alumno. Por esta razón, las clases que sí analizamos están numeradas como AD 2, AD 3 y AD 4, en las que además de grabar nosotros de forma taquigráfica anotábamos las interacciones con sus alumnos. Recordemos que el modelo seguido para el análisis de estas clases era el de Schoenfeld (2000), con variaciones introducidas por nosotros. En el modelo hay metas, planes de acciones y secuencias de acciones, que aparecerán reflejados en la imagen de la lección y cómo fue la clase en realidad.

#### IV.2.3.1 LA CLASE AD 2

Empezamos por la imagen de la lección y cómo fue en realidad.

##### La imagen de la lección y cómo fue la clase en realidad

Para empezar a profundizar en la clase AD 2, nos vino muy bien tener observada la clase AD 1, en la que la imagen de la lección fue parecida a la de AD 2. Básicamente se trataba o, de resolver ecuaciones por el método tradicional, o plantear con ecuaciones enunciados de problemas y resolverlos. Así, vimos a más largo plazo como sus metas y planes de acciones no habían variado de una semana a otra.

La profesora tenía dos clases con los alumnos de 1º ESO C, a las 8:15 y a las 10:15, correspondiendo la grabación a la segunda. Según ella las dos clases estaban relacionadas, de forma que lo que se hiciera en la primera clase condicionaría lo que se haría en la segunda. Pretendía ayudar a hacer unos problemas en la primera hora, que luego se corregirían en la segunda. Los problemas que habían empezado a las 8:15 eran los de las páginas 195 del libro de texto, y correspondían a problemas que eran susceptibles de plantearse con ecuaciones. En esta hora la profesora se fue pasando por las bancas para ayudar a los alumnos a realizar estos problemas con las técnicas estándar de álgebra, tanto para el planteamiento de las ecuaciones como para la resolución. Para la siguiente clase, dos horas más tarde, pretendía corregirlos en la pizarra pero esto no fue así, ya que algún alumno le pidió que siguieran haciendo ejercicios a las 10:15, y que lo corrigieran el día siguiente, viernes. Ella accedió, justificándolo diciéndonos que los viernes están más cansados. Fue entonces cuando escribió en la pizarra que los problemas para la siguiente hora serían 27, 28, 30, 31 y 32 de la página 198 del libro de texto . Tanto la página 195 como la 198 figuran como Anexo al final. Así, su imagen de la lección constaba principalmente de la siguiente secuencia de acciones: sacar alumno a la pizarra a hacer problema, que no hizo por lo que hemos explicado antes, preguntar si hay dudas de los alumnos a la hora de resolver ecuaciones y usar el script o guión de explicar las dudas de los alumnos, valiéndose para ello de habla-simple, o analogías del tipo: pera con plátanos no se pueden sumar,

sumamos las x con las x, el igual es una barrera, lo que está multiplicando pasa dividiendo, dar terminar cuando el alumno manifieste que no hay dudas, que lo entiende, cerrar ese problema, poner positivos a los que salieran a la pizarra, que la no corregirse no se hizo.

En cuanto a las dificultades que ella imaginaba estaban las de resolver ecuaciones a la hora de reducir expresiones y transponer términos, y a la hora de plantear los problemas mediante ecuaciones. No nos especificó qué tipo de dificultades habría y con qué alumnos. Para soslayar estas dificultades observamos que ella circuló por el aula, guió con ayudas, usando el script o guión de explicar las dudas de los alumnos, y para esto usaría habla-simple y metáforas del tipo: pera con plátanos no se pueden sumar, sumamos las x con las x, el igual es una barrera, lo que está multiplicando pasa dividiendo. También pensaba que habría alumnos que no se esforzarían lo suficiente, y que ella tendría que incitarlos a trabajar. Nos comentó que ella consideraba importante la comprobación, aunque en realidad apenas si apreciamos que incitara a los alumnos a comprobar.

Prácticamente la clase se cambió entera, continuando con la misma secuencia de acciones que la clase de las 8:15, es decir, la profesora circularía por las bancas ayudando a los alumnos a resolver los problemas o animándoles a trabajar. Los alumnos estaban sentados de la siguiente forma, notando cada alumno por un número, que al referirnos a él se notará por S1, S2,...

1-2	9-10-11	-	-
3-4	12-13	24	-
5-6	14-15	-	-
7-8	16-17-18	21-22	
			20

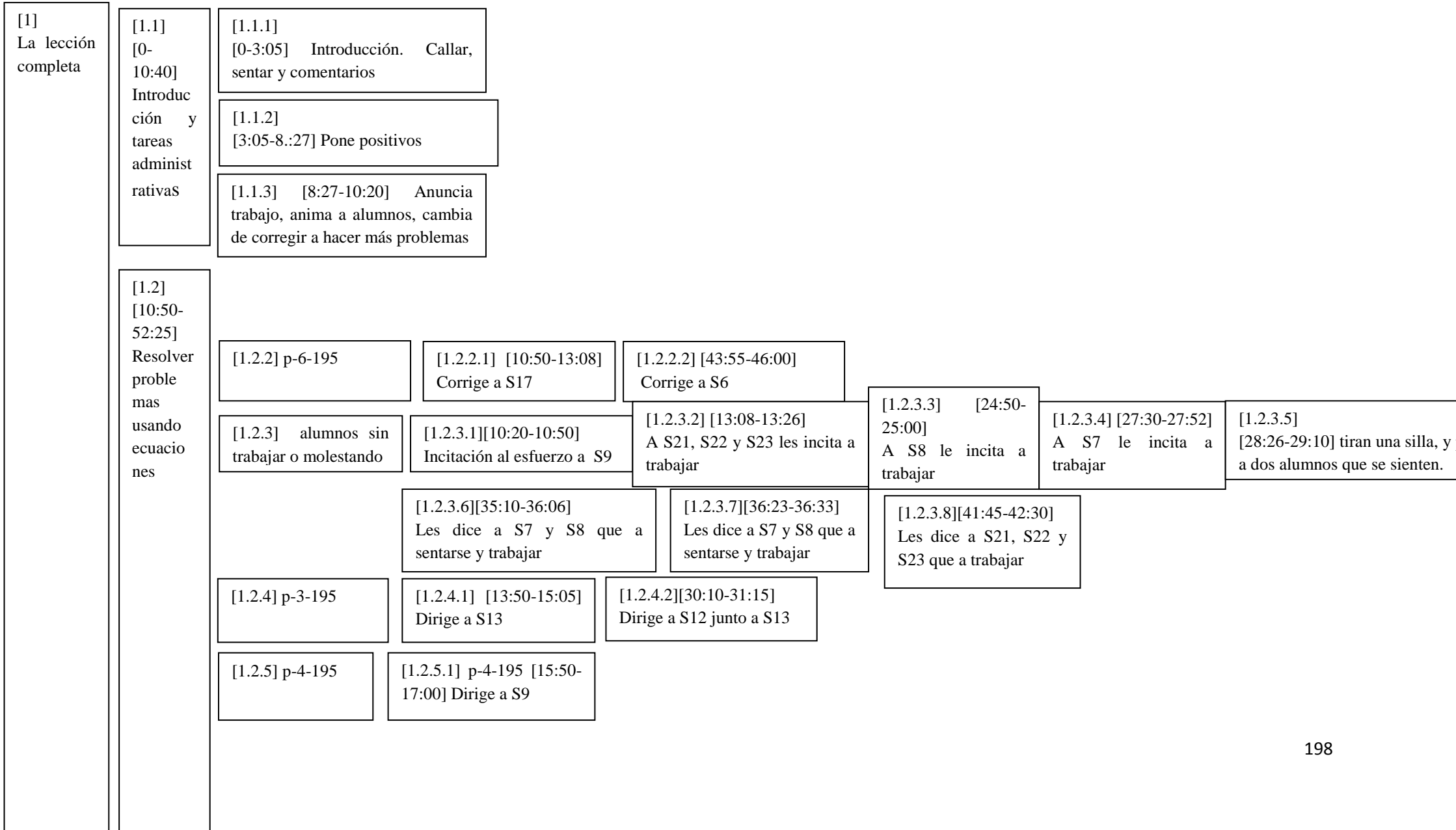
En la entrevista previa, la profesora manifestó unas metas que conseguir en esta clase. Exponemos aquí las metas que hemos observado en realidad. Son:

- M1: plantear ecuaciones para problemas que se resuelven con ellas,
- M2: aplicar los procedimientos para resolver ecuaciones,
- M3: que el alumno tenga un papel activo,
- M4: que sean críticos.
- M5: que los alumnos se esfuercen.
- M6: mantener la convivencia en el aula.
- M7: organizar la clase.

Como hemos dicho ya, básicamente la interacción de la profesora con cada alumno no variaba ante un mismo problema. La mayoría de los esquemas de comunicación usados por AD eran del tipo comunicación que provoca inteligencia computacional y que no necesita usar el autolenguaje.

A continuación figura la división de la clase en episodios y subepisodios.

Gráfico 4.3 Episodios y subepisodios de AD 2



[1]  
La lección  
completa

[1.2]  
[10:40-  
51:25]  
Resolver  
proble  
mas  
usando  
ecuacio  
nes

[1.2.6] p-27-198	[1.2.6.1] [17:05-18:40] Corrige y dirige a S1	[1.2.6.2] [19:08-20:20] Corrige y dirige a S14	[1.2.6.3] [20:20- 20:50] Ayuda a S1	[1.2.6.5] [23:25-24:50] Ayuda a S6	[1.2.6.4] [26:45-26:55] Anima y dirige a S1	
[1.2.7] p-28-198	[1.2.7.1][18:40- 19:08] Dirige a S4	[1.2.7.2] [25:50- 26:45] Dirige a S2	[1.2.7.3][27:10-27:30] Certifica que está bien algo hecho S14	[1.2.7.4] [29:10-30:10] Dirige aS14 y certifica que está bien	[1.2.7.5][37:19- 38:10] Dirige a S23	
[1.2.8] P-7-195	[1.2.8.1] [20:50-23:25] corrige y dirige a S16 y S17	[1.2.8.2] [34:44 – 36:23] Dirige a S 16 y S 17				
[1.2.9] P-30- 198	[1.2.9.1] [27:55- 28:26] corrige y dirige a S4	[1.2.9.2] [31:25- 32:42] Dirige a S1	[1.2.9.3] [32:42- 33:50] Dirige a S4	[1.2.9.4][40:40- 41:45] Dirige a S4	[1.2.9.5][44:50- 46:56] Dirige a S4	[1.2.9.6][46:00- 46:42] Dirige a S5
	[1.2.9.7][46:42-47:20] S4 sobre cómo comprobar	[1.2.9.8][47:25- 48:15] Dirige a S2, e incita a ayudar	[1.2.9.9][48:15-50:10] Dirige a S14			
[1.2.10] P-29- 198	[1.2.10.1][33:50-34:44] Dirige a S14	[1.2.10.2][37:45-38:20] Dirige e incita a comprobar a S14.				
[1.2.11] P-31-198	[1.2.11.1][38:20-40:40] Dirige a S4	[1.2.11.3][42:30-43:55] Corrige y Dirige a S1	[1.2.11.4][43:55-44:20] Corrige y Dirige a S3 y S4			
[1.2.12] P-9- 195	[1.2.12.1][50:38-51:25] Dirige a S16 y S17					



[1]  
La lección  
completa

[1.3]  
[47:20-  
55:10]  
Cierre  
de la  
clase

[1.3.1] [47:20-47:25]  
pone positivos a S1

[1.3.2] [50:10-50:38] Deja  
salir sólo con deberes  
terminados

[1.3.3] [51:25-51:37] pone positivos a  
S5

[1.3.4] [51:37-55:10] Deja  
salir sólo con deberes  
terminados

## Análisis

Vamos a ir analizando cada uno de los episodios.

[1.1] Introducción y tareas administrativas.

### **Metas:**

M1: plantear ecuaciones para problemas que se resuelven con ellas

M3: autoconfianza para hacer las cosas por sí solos.

M5: que los alumnos se esfuercen.

M7: organizar la clase.

### **Creencias:**

- El esfuerzo no tiene porqué ser inteligente.
- Haya convivencia sin imposición, de buenas maneras.

**Tipo de Episodio:** rutinas

**Suceso desencadenante y que lo cierra:** lo inicia según la imagen de la lección que tenía prevista, y termina de forma natural para empezar el trabajo.

**Imagen de lección:** sí forma parte

[1.1.1][0-3.05] La profesora intenta que los alumnos se callen y se sienten.

**Tipo de comunicación:** Habla simple (Simple talk) o comunicación que provoca inteligencia computacional y no necesita autolenguaje

**Sucesos que desencadenan y cierran.** Entrada a clase y pregunta sobre los deberes.

[1.1.2] [3.05-8.27] La profesora se pasa por las bancas poniendo positivos y sentando alumnos  
Sucesos que desencadenan y cierran. Varios alumnos le piden que corrija el viernes.

[1.1.3] [8.27-10.20] La profesora anuncia el trabajo que van a hacer durante la hora.

Meta: plantear ecuaciones para problemas que se resuelven con ellas

[1.2] [10:40-51:25] La profesora se pasa por las bancas ayudando a resolver problemas.

**Metas:**

M1: plantear ecuaciones para problemas que se resuelven con ellas.

M2: aplicar los procedimientos para resolver ecuaciones.

M4\*: que los alumnos sean críticos (no suele aparecer)

M3: autoconfianza para hacer las cosas por sí solos.

M5: que los alumnos se esfuercen.

M6: mantener la convivencia en el aula.

**Creencias:**

- El esfuerzo no tiene porqué ser inteligente,
- El autolenguaje no es necesario,
- Ayudar es dar la solución,
- Haya convivencia sin imposición, de buenas maneras.
- Las dudas son sólo fuente de que no hay aprendizaje.

**Tipo de Episodio:** script

**Suceso desencadenante y que lo cierra:**

**Imagen de lección:** no forma parte

[1.2.2] [1.2.4]... [1.2.12] La profesora ayuda de forma dirigida a los alumnos a plantear y resolver problemas de ecuaciones.

**Tipo de comunicación:** predomina comunicación unidireccional o comunicación que provoca inteligencia computacional y no necesita autolenguaje.

**Metas:** M1, M2, M3 y M5. Sólo en [1.2.10] se busca M4 incitando a comprobar

**Sucesos que desencadenan y cierran los sucesos:** Predomina un alumno pidiendo ayuda o confirmación, y cerrándose cuando el alumno manifiesta que no tiene dudas o cuando la profesora le da confirmación de que

[1.2.3] La profesora sugiere a alumnos a que trabajen y no molesten.

**Tipo de comunicación:** Habla simple o comunicación que provoca inteligencia computacional y no necesita autolenguaje

**Metas:** M5 y M6.

**Sucesos que desencadenan y cierran los sucesos:** observación de alumnos sin trabajar o incidente, y en cuanto al cierre la aceptación del alumno a trabajar o sentarse.

[1.3] [47:20-55:10] La profesora cierra la clase.

**Metas:**

M5: que los alumnos se esfuercen.

M6: mantener la convivencia en el aula.

**Creencias:**

- El esfuerzo no tiene porqué ser inteligente,
- Haya convivencia sin imposición, de buenas maneras.

**Tipo de Episodio:** script

**Suceso desencadenante y que lo cierra:** se acerca la hora en que acaba la clase.

**Imagen de lección:** sí forma parte

[1.3.1] La profesora pone positivos a la alumna S1.

**Metas:** M5, M6

**Tipo de comunicación:** Habla simple o comunicación que provoca inteligencia computacional y no necesita autolenguaje.

[1.3.2] La profesora deja salir sólo a los que tienen deberes terminados.

**Metas:** M5.

**Tipo de comunicación:** Habla simple o comunicación que provoca inteligencia computacional y no necesita autolenguaje.

## Resultados de AD 2

Una apreciación global que nos da la clase en cuanto a la metodología, es como nos esperábamos, como nos decía la encuesta y la entrevista que iba a suceder, intenta ayudar acompañándolos, animándolos, minimizando la importancia del error si no salía el problema,... Nos ha extrañado que los alumnos puedan levantarse, hacer mucho ruido, y algunos no trabajar, usando como plan de acción para solventarlo sólo las buenas maneras, sin aislarlos, como me comentó en una entrevista posterior.

En cuanto a *praxis y objetivos* actúa poniendo problemas, concretamente los que vienen al final del tema de ecuaciones, con el procedimiento típico que ella ha presentado con ejemplos hechos. En cuanto a la *finalidad* de la asignatura manifestaba en la entrevista tras el cuestionario [2:12 *pueden descubrir otra manera de hacer las cosas*] [... *pueden descubrir otra manera de hacer las cosas, antes no se planteaban en descubrir la solución, ... se llega al mismo sitio por caminos diferentes que igualmente están bien*] [2:50 *sirve para su vida con vistas a su vida cuando tengan dificultades a lo mejor en su vida, intentar buscar otros caminos otras formas de resolver las cosas*] lo cual nos hacía indicar la importancia de que hubiera problemas, tareas no rutinarias, no estando tan claro qué importancia le da al modelo de RP (tema 0). Un ejemplo donde esto se pone de manifiesto o no, es en el episodio [1.2.9] que se refiere a todas las interacciones con el problema (P-30-198). Este es un problema que se puede resolver haciendo un gráfico (el tema 0 de RP que ella trabajó al principio de curso contiene uno igual), o con fracciones (el tema 7 de fracciones tiene algunos muy parecidos, como el 30 o el 3º de la página 141 del libro de texto), o también con una particularización organizada y sistemática o buscando un problema familiar. En la entrevista posterior a la clase, concretamente en la preguntas 1, 2 y 3, nos aseguró que había hecho y corregido los problemas de las páginas anteriores. En los subepisodios [1.2.9.1], [1.2.9.2], [1.2.9.3] y [1.2.9.6] no contempla ninguna de estas alternativas, sino que el objetivo de resolver los problemas con ecuaciones está por encima del de usar el pensamiento divergente. Exponemos como ejemplos los subepisodios en los que interacciona con el alumno S4.

[1.2.9.1] corrige y dirige a S4

La alumna S4 la llama. Le muestra en su papel el planteamiento del problema (p-30-198):

Un número:  $x$

Un número menos 28:  $x-28$

Número dividido entre 3:  $x-28 = x:3$

- S4: ¿Y esto ahora cómo sería? ¿Sería  $x$  por  $x$ ? (señalando tanto la  $x$  que está en un miembro como la que está en el otro).
- AD: *Pero es que en vez de dividir...* (se para a pensar). *Vamos a ver ¿Qué vas a hacer S4 las multiplicaciones y las divisiones o las sumas y las restas?*
- S4: Las multiplicaciones y las divisiones.
- AD: *Si este está aquí dividiendo* (señalando con el dedo al 3 del miembro)

derecho) *pasa ...*

-S4: ¡Ah vale!

-AD: *multiplicando, y lo multiplica a todo.*

-S4: Vale

-AD: *Este es un poco difícil.*

[1.2.9.3] Dirige a S4

La profesora viene de ayudar a S1 con el mismo problema (P-30-198), comentándole al final que este era muy complicado, y que no tendría que haberlo puesto. En la misma posición que atiende a S1 atiende a S4.

-S4: ¿Esto sigue así? ( le pregunta la alumna tras mostrarle en su papel)

$$28-3=x-x$$

$$89 = (-1) x$$

$$x = 89$$

-AD: *Ves, pero espérate S4. ¿Cómo lo hacemos?* (Le escribe en su papel lo siguiente

$$x - 28 = \frac{x}{3}$$

$$3(x-28)=x$$

y le dice)

*Vale. A mí me gusta más con las rayitas de fracciones. Este 3 (señalando al del miembro de la derecha) pasa multiplicando y lo multiplica a todo. Sería tres por x menos 28 igual a x. ¿Vale? Y ahora sigue tú trabajando la ecuación. (Dirigiéndose a nosotros nos dice). Es que le pregunté a Lola (otra profesora del Departamento), y me dijo que los problemas con fracciones mejor para 2°.*

[1.2.9.4] Dirige a S4

(la alumna le muestra la resolución de la ecuación con un paso más donde se quedó en el subepisodio anterior)

$$3(x-28)=x$$

$$3x - 84 = x$$

-S4: ¿Y ahora cómo va?

-AD: *¡las "x" con las "x", S4!*

-S4: Sería 4x, ¿no?

-AD: No

-S4: ¿Cuatro?

-AD: *No*

-S4: tres x menos x

-AD: *Tres x menos x, muy bien.* (Escribe la alumna  $3x - x$ , y se para). *Igual* (la alumna escribe el igual a continuación de  $3x - x$ , quedando  $3x - x =$  y le confirma que va bien). *Muy bien.* (la alumna continúa escribiendo el 84, quedando  $3x - x = 84$ ). *Muy bien.* *¿Cuánto es tres x menos x?*  $2x$  (La alumna escribe  $2x = 84$  y AD le confirma que va bien). *Muy bien.* *¿Cuánto vale la x?*

-S4: ochenta y 4 entre 2 (Escribe  $84:2$ ).

-AD: *Una vez que llegas aquí* (señalándole la ecuación  $x - 28 = x : 3$ ), *las "x" con las "x" y los números con los números.*

No se fomenta que el alumno compruebe, y las ayudas son muy al estilo tradicional y muy dirigidas. Esto nos hace pensar en varias explicaciones para ello. Una de ellas es que puede que sea tradicional en cuanto la Enseñanza de las Matemáticas, y concretamente en que aprender es reproducir (usar rápidamente el planteo de ecuaciones), encajando bien con esta concepción la concepción no TIC de esfuerzo o ayuda, en la que el papel del profesor es acompañar, dirigir direcciones, lo que ella llama *"querer a los alumnos, no dejarlos solos"*. Otra posible explicación es que para ella está tan arraigada esta concepción de *"querer a los alumnos, no dejarlos solos"* que solapa cualquier otra concepción, es decir, aunque ella tuviera la tendencia Investigativa (que parece tener por el cuestionario y entrevista) esta queda eclipsada porque no está dispuesta a perder esta forma de ayuda. Tanto si es una explicación o es otra, nos hace ver qué difícil es el cambio de cierto tipo de profesores, ya que no sólo se trata de moldear *"la roca de sus concepciones en cuanto a la Enseñanza o Aprendizaje"*, sino que ésta parece estar estructurada, intrincada con sus concepciones sobre TIC. De esta forma en cada subepisodio podemos apreciar una especie de congruencia entre las concepciones del profesor en cuanto a la Enseñanza de las Matemáticas, las Matemáticas, Aprendizaje y TIC, que podemos representar en el siguiente gráfico.

Gráfico 4.4 Congruencia entre concepciones de la profesora del subepisodio [1.2.9.4]



Este gráfico variará con cada subepisodio, y no tiene por qué estar mostrándonos una correlación o relación entre las 4 tendencias.

Veamos el análisis en cuanto al *papel del profesor, del alumno y el sentido ético de las acciones*. Su papel lo deja claro tanto en la entrevista, como en la observación de las clases: guiar, animar, dirigir al alumno. Esto es así para forjar lo que ella entiende como papel protagonista del alumno, esto es, que el alumno escriba el proceso de resolución tal y como ella lo tenía concebido que es aquí muy estándar. Este papel del alumno queda de manifiesto en que los tipos de comunicación que abundan son las que provocan inteligencia computacional sin necesidad de autolenguaje, encadenadas una tras otra, (*IRE continuados o comunicaciones unidireccionales seguidas*) y encaminadas a que plantee el problema con una ecuación de forma tradicional<sup>1</sup>. Va perdiendo peso la idea de fomento de uso de inteligencia con autolenguaje. Esto puede verse en los subepisodios donde el alumno no sabe seguir o empezar, como [1.2.7.1] y [1.2.7.2].

[1.2.7.2] Dirige a S2

La profesora se acerca a la alumna S2.

-AD: ¿Marta cómo vas?

(La alumna le enseña el papel en blanco ante el problema (p-28-198)).

<sup>1</sup> Para mí la diferencia entre la profesora y yo sobre "qué es ser protagonista" es la de un ensayo teatral del siglo XIX, a la de cualquier ensayo del "Els joglars", en la que los propios actores, van forjando el texto de la obra.



-AD: *¿Cuál es el número que sumado con el anterior y su siguiente ... Vamos a ver, lo primero que tienes que poner es un número, ¿Quién es?* (le coge el lápiz a la alumna para escribir en su papel).

-S2: Equis

-AD: (Le escribe x en la libreta de la alumna y repite) *Equis. Su anterior, ¿Quién es?*

-S2: Equis menos uno

-AD: (Le escribe x-1 en la libreta y repite). *Equis menos uno. ¿Su siguiente?*

-S2: Equis más uno.

-AD: (Le escribe x+1 en la libreta y repite). *Equis más uno. ¿Cuál es el número que sumando, sumado con el anterior y su siguiente dan 117. Pues tienes que sumar el número su anterior y su siguiente. ¿Quién es el número? Equis, ¿Quién es su anterior? Equis menos uno, ¿Quién es su siguiente? Equis más uno. Los sumo los tres. ¿Lo ves? Este más este más este tienen que sumar 117.* (Mientras le dice las frases anteriores le escribe en la libreta  $x + x - 1 + x + 1 = 117$ , de forma que en su libreta queda esto escrito:

Un número: x

Su anterior: x-1

Su siguiente: x+1

$x + x - 1 + x + 1 = 117$

Otro aspecto del papel del profesor, es que la forma de ayudar es la misma para un alumno que otro, no hay diversidad (puede verse en cada episodio [1.2.n] salvo [1.2.2], como [1.2.9] en parte desarrollados anteriormente). Parece que sus concepciones tradicionales respecto a la enseñanza y aprendizaje tienen más valor que su posible adhesión a fomentar el vuelo creador, ya que deja a un lado forjar un modelo en el alumno para enfrentarse a problemas. Por último, en cuanto al sentido ético de sus acciones podíamos distinguir que ella empieza dejando que el alumno lo haga por sí mismo, acercándose al vuelo creador, pero se exige no dejar solo al alumno sin avanzar o dudando. Este modelo a favor de la autonomía no incluye el comprobar, el aprender de los errores, ya que en casi todos los subepisodios en que le preguntan a la profesora si está bien no les incita a que ellos aprendan de los errores, sino que les dice si está bien o no. De lo anterior es una excepción el subepisodio [1.2.10.2]. También la forma de concebir la convivencia entre compañeros, según nos confirmó en la entrevista posterior a esta clase, concretamente en la pregunta 5, es que se interesen por el esfuerzo pero sin imposición, acompañando, que no se sientan aislados. También dijo que otra forma, como poner partes, castigar, no le parece que sirva para construir. Prueba de esto son los episodios [1.2.3.6] y [1.2.3.7]. No apreciamos salvo en un subepisodio el fomento del trabajo en equipo.

[1.2.3.6][35:10-36:06]

Les dice a S7 y S8 que a sentarse y trabajar

La profesora está ayudando a los alumnos S16 y S17, y los alumnos S7 y S8 se levantan de sus sillas.

- AD: *Por favor Juan. Juan y Agustín, ¿Os sentáis u os vais al aula de estudio? Lo que queráis.*

[1.2.3.7][36:23-36:33]

Les dice a S7 y S8 que a sentarse y trabajar

La profesora sigue un tiempo junto a los alumnos S17 y S18, y hacia el minuto 36:23 vuelve a dirigirse a S7 y S8.

- AD: *Juan no te digo más que te sientes... Agustín por favor.*

En *actitudes y valores*. Ayudar como hemos dicho es guiar al alumno rápidamente hacia la solución, no ir forjándole un modelo, y como ella comenta en la entrevista es sobre todo acompañarlos. Respecto a superar las *dificultades y gestión del sufrimiento*, por lo que observé lo basa todo en su empatía, su acompañamiento, sus ánimos, sin que se atisbe un paso hacia la autonomía, hacia comprender el sufrimiento, aunque también creo que debemos tener en cuenta que son alumnos de 1º de ESO. Sí pone *dificultades tipo 2 (dificultad sobre una dificultad)*, aunque ella dijo en la entrevista que no, en estos problemas la primera dificultad es plantear la ecuación y la segunda es resolverla. Sobre los *retos*, no me queda claro, pues aunque los pone, propone para su superación un procedimiento muy directo preparado por si no les sale. En el *esfuerzo inteligente* creo que hay grados, que estaría entre el no inteligente y el sí inteligente, porque no se intenta que el alumno use la información ya aprendida por él mismo sin proponer el conjeturar o comprobar. Esto se puede ver en los mismos intervalos de tiempo que en los comentados antes sobre la *finalidad*. Sobre las *dudas* hay muchos subepisodios en los que queda claro que cada uno de estos termina cuando el alumno manifiesta que no tiene dudas. Esto se puede ver en todos los subepisodios del tipo [1.2.n], salvo el [1.2.3], de los que hemos desarrollado algunos ejemplos. No vemos ningún subepisodio donde promueva el hacerlo por uno mismo, es decir, se aleja en parte del sentido ético que propone Marina en su inteligencia creadora, pero sí está cerca en el derroche de entusiasmo, ánimo y paciencia que pone en juego en sus clases, a pesar de que hay alumnos con conductas disruptivas y algunos que no se esfuerzan.

#### IV.2.3.2 LA CLASE AD 3

Empezamos con una narración conjunta de la imagen de la lección y cómo fue la clase en realidad.

La profesora AD tenía dos clases con el grupo de 1º ESO, la primera a las 8:15 (AD 3) y la segunda a las 10:15(AD 4). Puesto que estábamos a final de curso y quedaba poco tiempo, la profesora pretendía dar un panorama de las tres unidades de Geometría que estaban programadas. En esta primera parte de esta hora se dedicaría a repasar conceptos propios de geometría como la clasificación de triángulos, mediana, baricentro, dedicando la segunda parte a circular por las mesas para ayudar a hacer problemas. Estos eran los problemas de la página 223 y 233 del libro de texto, que figuran como anexos. Como el problema 1 de la página 223 tenía 4 apartados a), b), c) y d), apartados que no requerían para resolverse haber resuelto alguno de los anteriores, el episodio [1.3.2.1] se divide en subapartados que contienen una letra, esto es, [1.3.2.1 a)], [1.3.2.1 b)], [1.3.2.1 c)] y [1.3.2.1 d)].

La profesora me manifestó que los alumnos iban a tener dudas, que por sí solos no iban a sacar, pero que con su ayuda al final de la clase sacarían las cuestiones por sí solos. Así ella preveía que los alumnos le preguntaran, le manifestaran dudas de lo explicado y ella iba a estar ahí para guiarlos. También preveía que al explicar el panorama de geometría, los alumnos participaran, respondiera con acierto a algunas de las preguntas que haría. Así las secuencias de acciones que tenía prevista eran las siguientes: incitar a los alumnos a comportarse adecuadamente y esforzarse, ir guiando con ayudas, que para ella suponía usar el script o guión de explicar las dudas de los alumnos, y para esto usaría habla-simple y metáforas, explicar ciertos conceptos de Geometría: triángulos, tipos de triángulos, baricentro, mediana, cuadrilátero, entre otros. Sobre estos conceptos intercalaría preguntas en el intervalo de tiempo en el que preguntaría. Por último ella imaginaba que habría alumnos que no trabajarían.

La estructura de la clase fue como sigue:

1 -2	9-10-11	- -
3-4	12-13	23 24
5-6	14-15	- -
7- -	16-17-18	21-22
		20

En la entrevista previa, la profesora manifestó unas metas que conseguir en esta clase. Exponemos aquí las metas que hemos observado en realidad. Son:

- M1. Dar un panorama de los tres temas de Geometría, para que sepan algo el curso que viene.
- M2. Dar autoconfianza a los alumnos.

- M3. Que tengan nivel para el curso que viene.
- M4. Clasificar ciertos cuadriláteros.
- M5. Promover que los alumnos trabajen.
- M6. Promover que los alumnos respeten a los compañeros
- M7. Que el alumno sea el protagonista.
- M8. Organizar la clase.
- M9. Que el alumno participe, aunque no sea el protagonista.
- M10. Clasificación de triángulos.

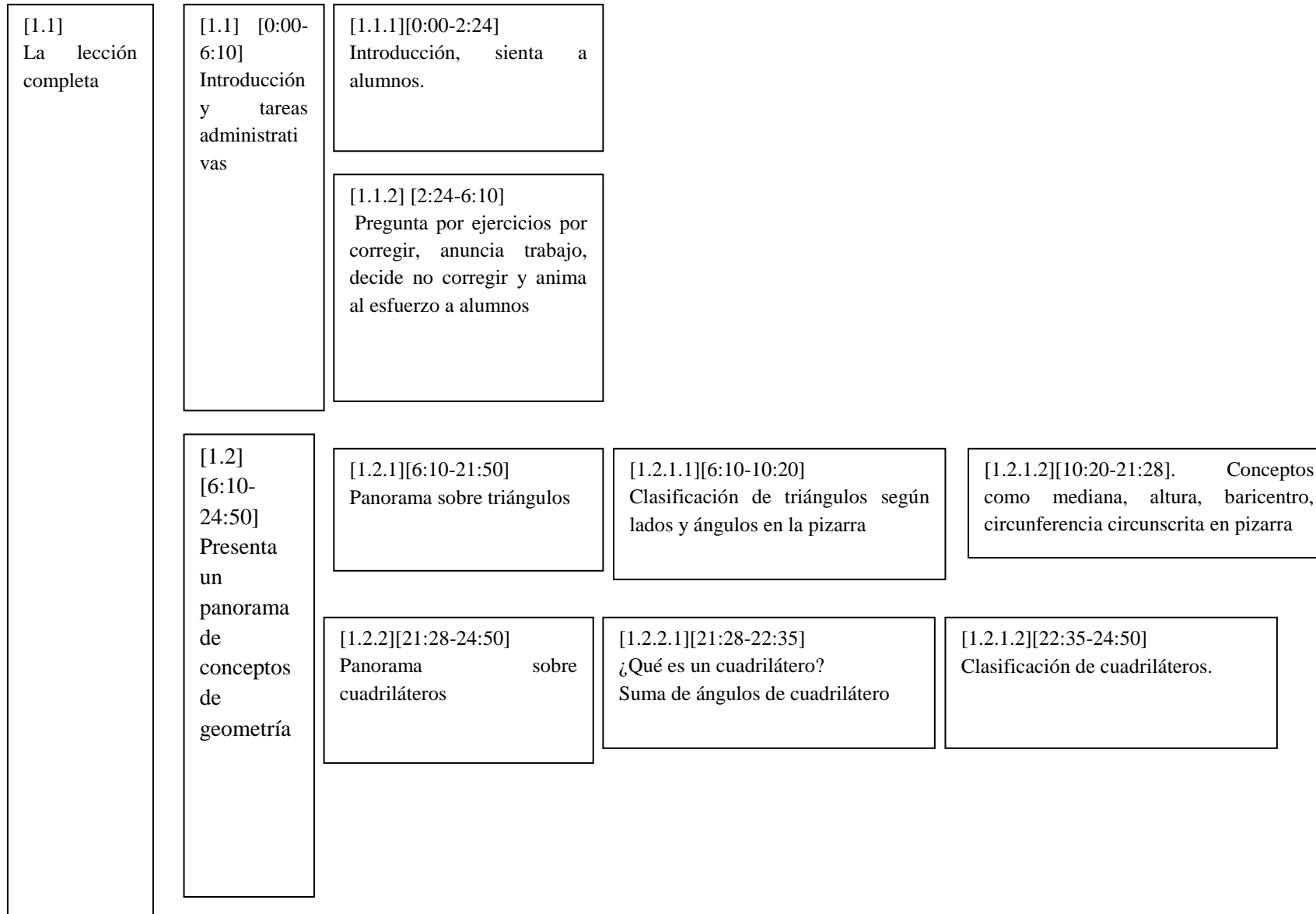
Tras entrevistarla a ella antes de la clase, y con la entrevista posterior que hicimos a las clases AD 3 y AD 4, manifestó que quería que los alumnos tuvieran nivel, para que los alumnos tuvieran soltura y supieran enfrentarse a cualquier tipo de problemas, abarcando o la mayoría de contenidos que pudiera, sin que suponga alteración de su metodología. De ahí el nuevo objetivo de dar un panorama de tres temas de Geometría. Este está dividido en dos subobjetivos, como clasificar ciertos cuadriláteros y clasificar triángulos. Aunque  $M_1$  esté desgranado en M4 y M10, la hemos mantenido porque  $M_1$  puede tener connotaciones distintas, como que sepan algo para el año que viene, que les suene cuando el profesor del curso siguiente les pregunte por ello.

Lo que observamos es que al explicar ciertos conceptos de Geometría: triángulos, tipos de triángulos, baricentro, mediana, cuadrilátero, entre otros, e intercalar preguntas los alumnos que respondían eran solo unos pocos, y las respuestas correctas aparecían después de guiarlos bastantes en la cuestión. Incitaba a usar el libro de texto pero sin profundización en la relación entre conceptos, sin intentar que buscaran ejemplos y contraejemplos. Cuando ella circulaba por las mesas para ayudar, la mayoría de los alumnos le preguntaban cómo empezar, sin usar el libro de texto para buscar esa información. En cuanto a los alumnos que no trabajaban, como ella tenía previsto, intentó promover sin imposición ni coacción que trabajaran, estrategia que repetiría para promover la convivencia.

Ahora la clase tiene dos partes distintas, en la primera es una metodología expositiva y en la segunda como en AD 2, circularía por las clases guiando a sus alumnos. A pesar de esta diferencia, la mayoría de los esquemas de comunicación usados por AD eran del tipo comunicación que provoca inteligencia computacional y que no necesita usar el autolenguaje.

A continuación exponemos la división de la clase en episodios y subepisodios. Tenemos que mencionar que la clase AD 3 va sólo desde el minuto 0:00 hasta el 56:09, aunque la grabación continúa hasta 01:39:59, porque la grabadora permaneció funcionando sin darnos cuenta.

Gráfico 4.5 Episodios y subepisodios de AD 3



[1.1] La lección completa

[1.3] [24:50-57:00] Resolver problemas de clasificación de cuadriláteros.

[1.3.1] sin trabajo, molestando o animando al trabajo.

[1.3.1.1] [24:50-26:30] Anima a hacer un problema a todos. Le dice a S15 dos veces que es fácil

[1.3.1.2][26:30-27:00] Anima a trabajar y sacar la libreta a S23 y S7.

[1.3.1.3] [33:22-33:27] Pregunta cómo va a S6

[1.3.1.4] [33:27-33:35] S4 le pide que no mande deberes.

[1.3.1.5] [34:36-35:00] S4 le pregunta si va a la huelga

[1.3.1.6] [44:51:45:00] Anima a trabajar a S8.

[1.3.1.7] [45:50-46:10] Manda a limpiarse a un alumno manchado con typex.

[1.3.1.8][48:58-49:18] anima a trabajar a S9, S10 y S11.

[1.3.1.9] [49:18-49:38] Anima a trabajar a S23, que está con la libreta en blanco.

[1.3.2] (P-1-223)

[1.3.2.1][27:00-27:52] Habla con S1 sobre copiar el enunciado, y hacia toda la clase sobre cómo responder.

[1.3.2.2] [38:55-39:15] A toda la clase: líneas paralelas son...

[1.3.2.2] (a) [27:52-28:45] S15 Le pregunta qué son paralelogramos, y algo del trabajo de mañana.

[1.3.2.3] (a) [28:07-28:30] Le pregunta S1 sobre ¿Qué son trapezoides?

[1.3.2.3](a) [33:28-34:00] S4 pregunta sobre nombre de figura VIII.

[1.3.2.4] (a) [34:24-35:04] S11 Sobre paralelogramos

[1.3.2.5] (a) [35:04-36:10] S16 le pregunta por la figura II ¿Es trapecio?

[1.3.2.6](a) [36:10-38:25] S21 por la figura VIII. Explica a toda la clase líneas paralelas

[1.3.2.7](a) [38:28-39:45] S22 Sobre trapezoides.

[1.3.2.8](a) [39:45-39:50] A S4 si hay dudas

[1.3.2.9](a) [39:50-40:50] S11 con dudas.

[1.3.2.10](a) [40:50-43:51] S9 con dudas.

[1.3.2.11](a) [45:00-45:15] A S12 y S13 pregunta si hay dudas

[1.3.2.12](a) [45:15-45:42] A S11 sobre figura II.

[1]  
LA  
LECCIÓN  
COMPLETA

[1.3] [24:50-57:00]  
Resolver problemas de geometría

[1.3.2.13](a) [50:20-51:00]  
S13 le pregunta si le pone los nombres

[1.3.2.1] (b) [32:12-33:21]  
Sobre la figura IX le pregunta si son paralelos

[1.3.2.1](d) [43:51-44:51]  
S14 Sobre perpendiculares...

[1.3.2.1]c) [46:20-47:00].  
Va a S6 sobre ejes de simetría.

[1.3.2.2]c) [49:38-50:20].  
Va a S11. Enseña página 212.

[1.3.2.2](c)[53:30-55:08]  
Va a S9. Sobre ejes de simetría. Le enseña página 212.

[1.3.3] (P-2-207)

[1.3.3.1] [28:40-32:12]. Guía a S13 en una división de ángulos que no entraba.

[1.4] Cierre de la clase

[1.4.1][47:10-48:58] Pone positivos a S14 y S8 (entre otros que no se aprecian).  
Sonido inaudible

[1.4.2] [55:55-56:00] Se despide de los alumnos  
¡Nos vemos ahora después!

[1.4.3] [56:00-56:09]  
Dialoga con S1 sobre si se corrigen después.

## Análisis

[1.1] Introducción y tareas administrativas.

### **Metas:**

- M1. Dar un panorama de los tres temas de Geometría, para que sepan algo el curso que viene,  
M5. Promover que los alumnos trabajen.  
M8. Organizar la clase.

### **Creencias:**

- El esfuerzo no tiene porqué ser inteligente ( lo que incluye evitar el sufrimiento).
- Haya convivencia sin imposición, de buenas maneras.
- La matemática tiene una finalidad informativa.

**Tipo de Episodio:** rutinas

**Suceso desencadenante y que lo cierra:** lo inicia según la imagen de la lección que tenía prevista, y termina de forma natural para empezar el trabajo.

**Imagen de lección:** sí forma parte

[1.1.1][0-2.24] La profesora intenta que los alumnos se callen, se sienten y mueve las persianas para que se pueda ver.

**Tipo de comunicación:** Habla simple (Simple talk) .

**Sucesos que desencadenan y cierran.** Entrada a clase y pregunta sobre los deberes.

[1.1.2] [2:24-6:10] Pregunta por ejercicios y material que tenían que traer, decide no corregir, anuncia trabajo y anima al esfuerzo a alumnos.

**Tipo de comunicación:** Habla simple (Simple talk).

**Sucesos que desencadenan y cierran.** Pregunta por los deberes que tenían que traer y anuncia la página 220



[1.2] Panorama sobre conceptos de Geometría.

**Metas:**

M1. Dar un panorama de los tres temas de Geometría, para que sepan algo el curso que viene.

M3. Que tengan nivel para el curso que viene.

M7. Que el alumno sea el protagonista.

M8. Organizar la clase.

M9. Que el alumno participe, aunque no sea el protagonista.

**Creencias:**

- El esfuerzo no tiene porqué ser inteligente (lo que incluye evitar el sufrimiento).
- Aprender requiere evitar dudas.
- Aprender implica que no haya sufrimiento.
- Haya convivencia sin imposición, de buenas maneras.
- La matemática tiene una finalidad informativa.
- Se debe primar más los conceptos que otros aspectos
- Se aprende por apropiación.

**Tipo de Episodio:** Guiones (Script).

**Suceso desencadenante y que lo cierra:** lo inicia según la imagen de la lección que tenía prevista, y termina de forma natural para empezar el trabajo.

**Imagen de lección:** sí forma parte

[1.2.1.1] [6:10-10:20] Clasificación de triángulos según lados y ángulos.

**Tipo de comunicación:** comunicación que provoca inteligencia computacional sin autolenguaje.

**Sucesos que desencadenan y cierran.** Anuncia el trabajo que van a hacer y empieza preguntando, ¿Qué es un triángulo? Cierra este subepisodio con respuestas acertadas de algunos alumnos sobre triángulo escaleno, y apoyándose en que este tema es muy fácil.

**Creencias.**

- La matemática tiene una finalidad informativa.
- Se debe primar más los conceptos que otros aspectos.
- Se aprende por apropiación.
- Aprender requiere evitar dudas.

[1.2.1.2][10:20-21:50]. Conceptos como mediana, altura, baricentro, circunferencia circunscrita.

**Tipo de comunicación:** -minilecciones y comunicación unidireccional.

**Sucesos que desencadenan y cierran.** Empieza preguntando por la mediana y termina porque no se han traído compás para hacer actividades y con respuestas de los alumnos de que no tiene dudas

**Creencias.**

- La matemática tiene una finalidad informativa.
- Se debe primar más los conceptos que otros aspectos.
- Se aprende por apropiación.
- Aprender requiere evitar dudas.
- Aprender implica que no haya sufrimiento.
- Haya convivencia sin imposición, de buenas maneras.

[1.2] Panorama sobre conceptos de Geometría.

**Metas:**

M1. Dar un panorama de los tres temas de Geometría, para que sepan algo el curso que viene.

M3. Que tengan nivel para el curso que viene.

M7. Que el alumno sea el protagonista.

M8. Organizar la clase.

M9. Que el alumno participe, aunque no sea el protagonista.

**Creencias:**

- El esfuerzo no tiene porqué ser inteligente (lo que incluye evitar el sufrimiento).
- Aprender requiere evitar dudas.
- Aprender implica que no haya sufrimiento.
- Haya convivencia sin imposición, de buenas maneras.
- La matemática tiene una finalidad informativa.
- Se debe primar más los conceptos que otros aspectos
- Se aprende por apropiación.

**Tipo de Episodio:** Guiones (Script).

**Suceso desencadenante y que lo cierra:** lo inicia según la imagen de la lección que tenía prevista, y termina de forma natural para empezar el trabajo.

**Imagen de lección:** sí forma parte

[1.2.2][21:50-24:50] Panorama sobre cuadriláteros.

**Tipo de comunicación:** Minilecturas, comunicación unidireccional y comunicación que provoca inteligencia computacional sin autolenguaje.

**Sucesos que desencadenan y cierran.** Empieza preguntando qué es un cuadrilátero y termina dando ella la definición de altura de un trapecio.

**Creencias.**

- La matemática tiene una finalidad informativa.
- Se debe primar más los conceptos que otros aspectos.
- Se aprende por apropiación.
- Aprender requiere evitar dudas.
- Aprender implica que no haya sufrimiento.
- Haya convivencia sin imposición, de buenas maneras.

[1.3] [24:50-57:00] Resolver problemas sobre clasificación de cuadriláteros.

**Metas:**

M3. Que tengan nivel para el curso que viene.

M4. Clasificar ciertos cuadriláteros.

M5. Promover que los alumnos trabajen.

M6. Promover que los alumnos respeten a los compañeros

M7. Que el alumno sea el protagonista.

M8. Organizar la clase.

M9. Que el alumno participe, aunque no sea el protagonista.

**Creencias:**

- El esfuerzo no tiene porqué ser inteligente (lo que incluye evitar el sufrimiento).
- Aprender requiere evitar dudas.
- Aprender implica que no haya sufrimiento.
- La existencia de retos no entra a formar parte del aprendizaje
- Haya convivencia sin imposición, de buenas maneras.
- La matemática tiene una finalidad informativa.
- Se debe primar más los conceptos que otros aspectos
- Se aprende por apropiación.

**Tipo de Episodio:** Guiones (Script).

**Suceso desencadenante y que lo cierra:** lo inicia según la imagen de la lección que tenía prevista, y termina de forma natural para empezar el trabajo.

**Imagen de lección:** sí forma parte

[1.3.1] La profesora sugiere a alumnos a que trabajen y no molesten.

**Tipo de comunicación:** Rutina (Habla simple).

**Metas:** M5, M6 y M8.

**Sucesos que desencadenan y cierran los sucesos:** observación de alumnos sin trabajar o incidente, y en cuanto al cierre la aceptación del alumno a trabajar o sentarse.

[1.3.2.1] (b) La profesora resuelve una duda sobre paralelismo.

**Tipo de comunicación:** comunicación que provoca inteligencia computacional sin autolenguaje.

**Metas:** M3, M4, M5, M7.

**Sucesos que desencadenan y cierran los sucesos:** una alumna manifiesta una duda sobre qué son lados paralelos, y cerrándose cuando el alumno manifiesta que no tiene dudas.

[1.3.2.1] (c) La profesora resuelve una duda sobre ejes de simetría.

**Tipo de comunicación:** comunicación que provoca inteligencia computacional sin autolenguaje.

**Metas:** M3, M4, M5, M7.

**Sucesos que desencadenan y cierran los sucesos:** un alumno manifiesta una duda sobre qué son ejes de simetría, y cerrándose cuando el alumno manifiesta que no tiene dudas.

[1.3] [24:50-57:00] Resolver problemas sobre clasificación de cuadriláteros.

**Metas:**

M3. Que tengan nivel para el curso que viene.

M4. Clasificar ciertos cuadriláteros.

M5. Promover que los alumnos trabajen.

M6. Promover que los alumnos respeten a los compañeros

M7. Que el alumno sea el protagonista.

M8. Organizar la clase.

M9. Que el alumno participe, aunque no sea el protagonista.

**Creencias:**

- El esfuerzo no tiene porqué ser inteligente (lo que incluye evitar el sufrimiento).
- Aprender requiere evitar dudas.
- Aprender implica que no haya sufrimiento.
- La existencia de retos no entra a formar parte del aprendizaje
- Haya convivencia sin imposición, de buenas maneras.
- La matemática tiene una finalidad informativa.
- Se debe primar más los conceptos que otros aspectos
- Se aprende por apropiación.

**Tipo de Episodio:** Guiones (Script).

**Suceso desencadenante y que lo cierra:** lo inicia según la imagen de la lección que tenía prevista, y termina de forma natural para empezar el trabajo.

**Imagen de lección:** sí forma parte

[1.3.2.1] (d) La profesora resuelve una duda sobre perpendiculares.

**Tipo de comunicación:** comunicación que provoca inteligencia computacional sin autolenguaje.

**Metas:** M3, M4, M5, M7.

**Sucesos que desencadenan y cierran los sucesos:** un alumno manifiesta una duda sobre qué son perpendiculares, y cerrándose cuando el alumno manifiesta que no tiene dudas.

[1.3.2.2] (a), [1.3.2.2] (a),... [1.3.2.13](a) La profesora ayuda de forma dirigida a los alumnos a plantear y resolver problemas de ecuaciones.

**Tipo de comunicación:** Predominan comunicación unidireccional o comunicaciones que provocan inteligencia computacional sin autolenguaje.

**Metas:** M3, M4, M5, M7.

**Sucesos que desencadenan y cierran los sucesos:** Predomina un alumno pidiendo ayuda o confirmación, y cerrándose cuando el alumno manifiesta que no tiene dudas o cuando la profesora le da confirmación de que está

[1.4] La profesora cierra la clase.

**Metas:**

M5: que los alumnos trabajen.

**Creencias:**

- El esfuerzo no tiene porqué ser inteligente,

**Tipo de Episodio:** script

**Suceso desencadenante y que lo cierra:** alumnos le dicen que han terminado y termina hablando de cuándo corregirán los ejercicios

**Imagen de lección:** sí forma parte

### Resultados de AD 3

A nivel global pensamos que la profesora parte de una gran ánimo y paciencia para afrontar una clase con dificultades, como el exceso de ruido y alumnos que no trabajan. Para afrontar las contingencias de la clase ella muestra una gran empatía hacia sus alumnos, y sus alumnos hacia ella, y como muestra de ello es que muchos alumnos le preguntan, se comunican y parecen estar relajados con la presencia de la profesora. Esta empatía puede ser excesiva, no hay un término medio, pues puede haber exceso de intervención por parte de la profesora.

Veamos el análisis en cuanto al *papel del profesor, del alumno y el sentido ético de las acciones*. El análisis es parecido en estos aspectos al del Análisis hecho en AD 2, con algunas diferencias sobre todo en el sentido ético de las acciones. Su papel lo deja claro tanto en la entrevista, como en la observación de las clases: guiar, animar, dirigir al alumno. Esto lo entiende como papel protagonista del alumno. Para ello nos apoyamos en que hay *comunicaciones unidireccionales encadenadas*, además de la respuesta a la cuestión 5 de la entrevista, donde afirma “*Intento guiarles pero no decirles la solución. Haciendo preguntas para encaminarlos para dar la solución*”. Va perdiendo peso la idea de fomento de uso de inteligencia con comunicaciones que buscan el uso de autolenguaje. Esto puede verse en los episodios donde el alumno no sabe seguir o empezar, como en los subepisodios [1.3.2.n] (a), con n=2,3,4. A continuación desarrollamos un ejemplo

[1.3.2.3] (a) [28:07-28:30] Le pregunta S1 sobre ¿Qué son trapezoides?
--

S1.- Señor, ¿Trapezoides cuáles son ...

AD.- *Dime prenda.*

S1.- los que no tienen ninguno de los lados paralelos?

AD.- *Trapezoides, no paralelogramos. No son paralelogramos, mira aquí lo pone. Que no son paralelogramos, qué quiere decir paralelogramos: lados opuestos paralelos. (Dirigiéndose a toda la clase). Mirad la clasificación de los cuadriláteros la tenéis en la página 222. ¿Vale? Ahí lo vais mirando. Venga que es muy fácil.*

Otro aspecto del papel del profesor, es que la forma de ayudar es la misma para un alumno que otro, no hay diversidad (ver todos los episodios [1.3.2.n] salvo [1.3.2.2] (c)), y añadimos además que ella considera ayudar “el hacerle el bien”, dice en la entrevista, el que saquen el graduado para su futuro. Esto entronca con *el sentido ético de sus acciones*. Aquí ella define muy bien su papel: ayudarlo por su bien, el bien

individual, el sacarse él el graduado, sea el esfuerzo creador o no. Con la entrevista final que figura en el Diseño de investigación, pretendemos ahondar cómo encaja en el sentido ético de sus acciones cómo le van a servir sus clases para el aprendizaje, para cursos posteriores.

*Actitudes y valores.* Para ella ayudar es acompañarlos, como dijimos en el documento anterior, sin forjar un modelo de RP o para aprender a aprender. La participación del alumno en los subepisodios donde da un panorama en Geometría son ejemplos de lo anterior, esto es, los subepisodios de [1.2] y [1.3]. Respecto a superar las *dificultades y gestionar el sufrimiento*, además de lo dicho en el Análisis de la clase AD 2, hay evidencias de que está más por suprimir el sufrimiento que por introducirse en las contradicciones que conlleva, ya que como vemos la alumna solo tiene que escuchar, como por ejemplo en el subepisodio [1.3.2.7](a)

[1.3.2.7](a) [38:28-39:45] S22 Sobre trapezoides.
--

AD.- ¿S22 lo entiendes?

S22.- No

AD.- Dime, ¿Qué es lo que no entiendes?

S22.- Los trapecios y los trapezoides.

AD.- *Los trapezoides son aquellos que no tienen los lados opuestos paralelos. Tú tienes que mirar los lados opuestos. Por ejemplo, éste y este (ella le señala con el dedo índice las figuras V y VIII del enunciado que son dos trapezoides). Estos dos lados, si los seguimos son como las vías del tren, son paralelos, (señalándole al figura II que es un trapecio), pero por ejemplo éste (señalando la figura VIII), este lado es el opuesto de éste ¿no?, este chiquitillo. Si yo me pongo aquí, imagínate el opuesto es el que está enfrente, ¿Tu cuál ves desde el frente? Éste ¿no? Si yo alargo esta línea se corta, ¿Y si yo alargo esta línea se corta?*

S22.- Sí

AD.- *Luego este no es un paralelogramo. Lo que hay que mirar es la clasificación de paralelogramo, no paralelogramo, y esa clasificación cómo se sabe: viendo si los lados opuestos son paralelos o no. ¿Vale? Si son paralelos hay que ver si tiene ángulos iguales, lados iguales, y entonces se llaman de diferente forma. Ahora si ninguno de los lados opuestos son paralelos entonces quiere decir que se llaman trapezoides que son de este tipo. ¿Lo entiendes S22?*

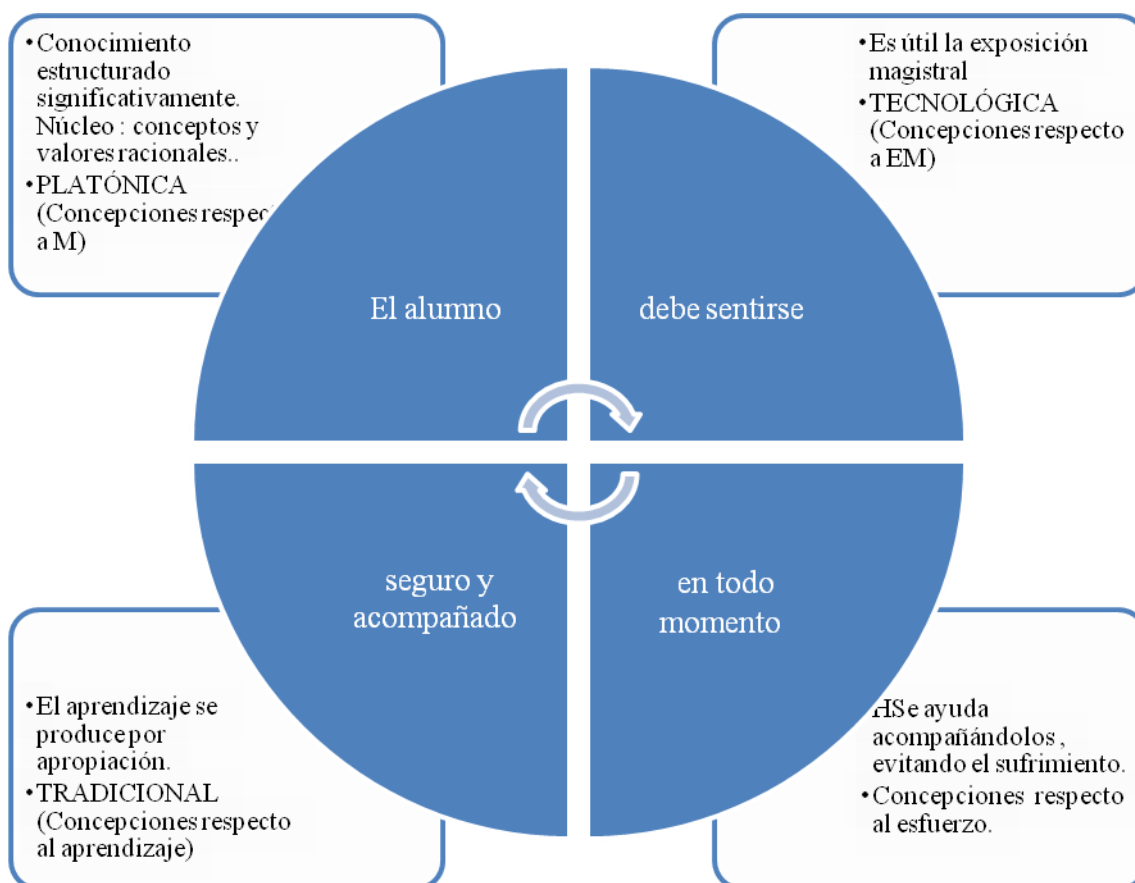
(S22 hace un gesto con la cabeza de afirmación)

Vuelve a haber *dificultades tipo 2 (dificultad sobre una dificultad)*, por ejemplo cuando al clasificar cuadriláteros salen conceptos que no conocen como eje de simetría o paralelos, (subepisodios [1.3.2.2] (c) y [1.3.2.6.](a)), aunque no los acompaña ante el reto que supone enfrentarse a ellos. De hecho en [1.3.2.2] (c) le dice que “*lo vas a entender rápido*”, cuando el alumno le dice que no entiende los ejes de simetría, la profesora le evita el reto. Por último, en cuanto a las dudas, igual que en el documento anterior, muchos subepisodios acaban en cuanto los alumnos manifiestan que lo

entienden, que no tienen dudas. Aunque en principio en la entrevista inicial la duda puede ser potenciadora, puede otra vez más su idea de ayuda, de acompañamiento. Ejemplo de lo anterior es [1.3.2.7] (a), desarrollado anteriormente.

Creemos que casi todos los subepisodios están plenos de empatía y cercanía de la profesora hacia sus alumnos y viceversa, con comunicaciones fluidas entre ambos. Ahora bien, no está claro qué consecuencias puede tener en el aprendizaje de los alumnos a la hora de enfrentarse a retos, a dificultades, o a la hora de trabajar la competencia de aprender a aprender. Habría que ver cómo funcionan sus alumnos en cursos siguientes ante retos o ante un examen con problemas. Nuestra impresión es que los alumnos y la profesora pueden llegar a confundir “lo he aprendido” con “me siento bien porque estoy cómodo, seguro o tengo a la profesora cerca”. Sabemos que estamos a final de curso y que quizás se pueda ir más rápido, pero no creemos que sea el caso, pues le ha dedicado suficiente tiempo a que los alumnos trabajen los problemas en clase. Pudiera ser que a la profesora le sea útil buscar el término medio entre cercanía y desapego, entre dependencia y autonomía, entre esfuerzo y eficacia.

Como en AD 2, en cada subepisodio apreciamos una congruencia entre sus concepciones. Este por ejemplo se refiere al subepisodio [1.3.2.7] (a):



En este episodio como en otros, creemos que toma las riendas de su actuación las concepciones estudiadas, que le hacen actuar de una determinada forma, a la que se



acomodan las creencias sobre el aprendizaje, sobre la enseñanza y sobre las matemáticas.

#### IV.2.3.3 LA CLASE AD 4

Presentamos aquí un análisis de la cuarta clase observada a la profesora AD. El modelo seguido para su análisis es el mismo que para las clases anteriores. Esta clase tuvo lugar a las 10:15 del día 03/06/2010, y es una continuación natural de la clase AD 3, que tuvo lugar el mismo día a las 8:15. Si AD 3 terminó con la profesora guiando a los alumnos en unas tareas de Geometría, ahora continúa AD 4 con estas tareas. Como en las clases anteriores narramos conjuntamente la imagen de la lección y cómo fue en realidad.

La profesora AD tenía dos clases con el grupo de 1º ESO, la primera a las 8:15 (AD 3) y la segunda a las 10:15 (AD 4). Durante la clase AD 3, a las 8:15, les había dado un panorama de Geometría que incluía: clasificación de triángulos según lados y ángulos, repaso de conceptos como mediana, altura, baricentro y circunferencia circunscrita, suma de ángulos de un cuadrilátero y clasificación de los cuadriláteros. Continuó la clase AD 3 trabajando los alumnos los problemas de la página 223 y 233 del libro de texto, no terminando los alumnos todos los problemas, así que en esta segunda hora continuaría ella circulando por las mesas para ayudar a los alumnos a hacerlos. Sobre todo le preguntarán por los problemas 1, 2, 3 y 4 de la página 233, ya que los de la página 223 los terminaron casi todos en la clase AD 4. La forma de denotarlos será la habitual (P-nº de problema-página).

Respecto a la imagen de la lección es la misma que el segundo tramo de AD 3. La profesora me manifestó que los alumnos iban a tener dudas, que por sí solos no lo iban a sacar, pero que con su ayuda al final de la clase sacarían las cuestiones por sí solos. Así ella preveía que los alumnos le preguntaran, le manifestaran dudas de lo explicado, algo se quedarán en el tintero pensaba y ella iba a estar ahí para guiarlos. Por lo manifestado y observado en clase, ella no tenía un diagnóstico de las dificultades concretas de cada problema ni de cada alumno. Sólo tenía en mente que habría frases o expresiones de los enunciados que no entenderían.

La forma de sentarse los alumnos fue la siguiente:

1 -2	9-10-11*	-	-
3-4	12*-13	23	24
5-6	14-15	-	-
7- 8	16-17-18	21-22	
		20	

Notas: el alumno 8 no estuvo a las 8:15, pero vino a las 10:15. La alumna que hoy está en 12, en la AD 2 no estaba, y el que se sentó en AD 2 en el lugar de 12 hoy está en 11. El que en AD 2 estaba en 11 hoy está con 23 (se le ha puesto 24). Con respecto a las metas, solo hay un cambio con respecto a las metas de AD 3, y es la ausencia de M9.

Lo que observamos es lo mismo que el segundo tramo de AD 3: incitaba a usar el libro de texto pero sin profundización en la relación entre conceptos, sin intentar que buscaran ejemplos y contraejemplos, cuando ella circulaba por las mesas para ayudar, la mayoría de los alumnos le preguntaban cómo empezar, sin usar el libro de texto para buscar esa información, y en cuanto a los alumnos que no trabajaban, como ella tenía previsto, intentó promover sin imposición ni coacción que trabajaran, estrategia que

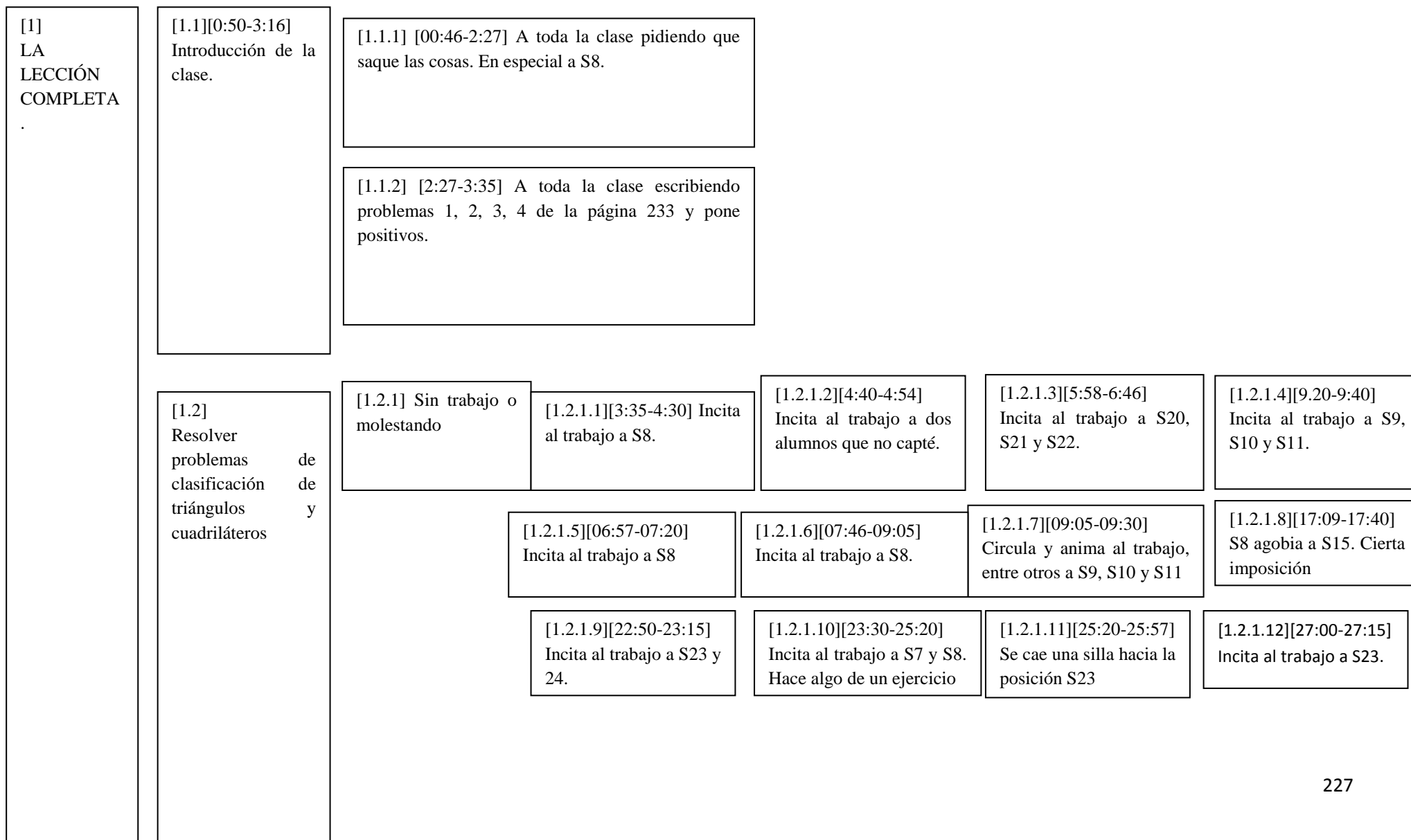
repetiría para promover la convivencia. El tipo de comunicación observada en esta clase era , básicamente:

- el alumno pide ayuda,
- la profesora le dice lo que hacer, con exposición o explicación, y así va guiando al alumno a resolver la cuestión. Solicita del alumno una palabra o frase acertada, no una elaboración de información o pensar en cómo resolverlo. Cuando el alumno va escribiendo o diciendo algo la profesora confirma o no,
- la profesora se despide del alumno cuando ve que el alumno avanza hacia el objetivo de resolver el problema con el método que ella quiere, o éste manifiesta que lo entiende, que no tiene dudas.

Con la clasificación usada por Schoenfeld, se trata de IRE continuados, y si atendemos a la clasificación dada por mí en función de TIC, sería *comunicación que provoca inteligencia computacional y que no necesita usar el autolenguaje*. Tras esta clase hicimos una entrevista sobre cómo fueron las clases AD 3 y AD 4.

Veamos la clasificación en episodios y subepisodios.

Gráfico 4.6 Episodios y subepisodios de AD 4



[1]  
LA  
LECCIÓN  
COMPLETA

[1.2] Resolver problemas de clasificación de triángulos y cuadriláteros	[1.2.2] (P-1-233) Sobre clasificación de triángulos	[1.2.2.1] [4:54-4:58] S6 pregunta si se hace el dibujo	[1.2.2.2][06:46-6:54] Se dirige a S1, S2, S3 y S4 para preguntar por dudas.	[1.2.2.3][06:54-06:57] Dice a toda la clase que hay que hacer dibujo.	
		[1.2.2.4][7:40-07:46] S1 comenta que no ha hecho el dibujo.	[1.2.2.5][09:30-09:50] S11 manifiesta dudas	[1.2.2.6][13:08-13:30] S21 manifiesta dudas	
		[1.2.2.7][13:30-13:50] S1 manifiesta dudas	[1.2.2.8][13:30-13:58] S1 pregunta por la figura B	[1.2.2.9][14:20-15:40] S9 pregunta por obtusángulo isóceles.	
		[1.2.2.10][15:47-17:09] S14 pregunta por el I, F y H.	[1.2.2.11][17:40-18:30] S16 pregunta por isóceles, equilátero...	[1.2.2.12][19:40- 20:10] S1 pregunta por regulares que significa	
		[1.2.2.13][21:02-22:20] S9 pregunta por si se colorean	[1.2.2.12][23:15-23:30] S20 pregunta por si se colorean	[1.2.2.13][25:57-27:00] S11 pregunta por acutángulo...	
		[1.2.3] (P-1-223 )	[1.2.3.1] [04:58-05:30] P-1-223 c) S15 pregunta por ejes de simetría	[1.2.3.2] [10:50-13:08] P-1-223 b) S13 manifiesta dudas	[1.2.3.3] [18:30-19:30] P-1-223 d) S16 pregunta por ejes de simetría
			[1.2.3.4] [20:10-20:35] P-1-223 c) S3 pregunta por ejes de simetría		
		[1.2.4] (P-2-233)	[1.2.4.1][21:02-22:20] S9 pregunta por clasificación de triángulos		
		[1.3] Cierre de la clase	[1.3.1][20:40-20:50] Pone positivos a S5, S6 y S14	[1.3.2][22:20-22:50] Pone positivos a S1	

## Análisis

[1.2] Resolver problemas de clasificación de triángulos y cuadriláteros

### **Metas:**

- M2. Dar autoconfianza a los alumnos.
- M3. Que tengan nivel para el curso que viene.
- M4. Clasificar ciertos cuadriláteros.
- M5. Promover que los alumnos trabajen.
- M6. Promover que los alumnos respeten a los compañeros
- M7. Que el alumno sea el protagonista.
- M8. Organizar la clase.
- M9.
- M10. Clasificación de triángulos.

### **Creencias:**

- El esfuerzo no tiene porqué ser inteligente (lo que incluye evitar el sufrimiento).
- Aprender requiere evitar dudas.
- Aprender implica que no haya sufrimiento.
- Haya convivencia sin imposición, de buenas maneras.
- La matemática tiene una finalidad informativa.
- Se debe primar más los conceptos que otros aspectos
- Se aprende por apropiación.

**Tipo de Episodio:** Guiones (Script).

**Suceso desencadenante y que lo cierra:** lo inicia según la imagen de la lección que tenía prevista, y termina de forma natural para empezar el trabajo.

**Imagen de lección:** sí forma parte

[1.2.1] La profesora sugiere a alumnos a que trabajen y no molesten.

**Tipo de comunicación:** Rutina (Habla simple) o comunicación que provoca inteligencia computacional sin necesidad de autolenguaje.

**Metas:** M5, M6 y M8.

**Sucesos que desencadenan y cierran los sucesos:** observación de alumnos sin trabajar o incidente, y en cuanto al cierre la aceptación del alumno a trabajar o sentarse.

[1.2.2] La profesora ayuda de forma dirigida a los alumnos a resolver un problema de clasificación de triángulos

**Tipo de comunicación:** comunicación que provoca inteligencia computacional sin necesidad de autolenguaje

**Metas:** M2, M3, M5, M6, M7, M8 y M10.

**Sucesos que desencadenan y cierran los sucesos:** Predomina un alumno manifestando una duda, y cerrándose cuando el alumno manifiesta que no tiene dudas o cuando la profesora le da confirmación de que está bien.

[1.2.3] y [1.2.4] La profesora ayuda de forma dirigida a los alumnos a resolver un problema de clasificación de triángulos

**Tipo de comunicación:** comunicación que provoca inteligencia computacional sin necesidad de autolenguaje

**Metas:** M2, M3, M5, M6, M7, M8 y M10.

**Sucesos que desencadenan y cierran los sucesos:** Predomina un alumno manifestando una duda, y cerrándose cuando el alumno manifiesta que no tiene dudas o cuando la profesora le da confirmación de que está bien.

[1.4] La profesora cierra la clase.

**Metas:**

M5: que los alumnos trabajen.

**Creencias:**

- El esfuerzo no tiene porqué ser inteligente,

**Tipo de Episodio:** script

**Suceso desencadenante y que lo cierra:** alumnos le dicen que han terminado y les pone positivos

**Imagen de lección:** sí forma parte

## Resultados de AD 4

Seguimos observando lo que esperábamos, a pesar de haber una diferencia sustancial que podría haber influido en su actuación, como es que estamos al final de curso y ella pretende dar un resumen de los 3 temas de geometría para que tengan un panorama de la misma. Creemos que este aspecto no altera excesivamente su forma de dar clases, ni su actuación según las dimensiones que estudiamos. Sigue con gran ánimo y paciencia con sus alumnos, derrochando entusiasmo para que aprendan, y sin ser punitiva con los alumnos con conductas disruptivas.

En cuanto a *praxis* y *objetivos*, seguimos igual que en la clase anterior: los alumnos al enfrentarse a la dificultad, ella rápidamente le ofrece ayuda que les va guiando hasta la respuesta acertada, y eso sí, sigue dedicando la mayor parte del tiempo a que el alumno intervenga, sea el alumno con la ayuda de ella quien de la solución. Esto puede verse entre otros en los episodios siguientes. En el [1.2.3.2] apreciamos como no deja ninguna figura por clasificar al alumno autónomamente

[1.2.2.5][09:30-09:50]  
S11 manifiesta dudas

AD.- *Vamos saca Matemáticas.*

S 11.- Es que no sé lo que es acutángulo y todo eso. Es que ...

AD.- *Sí lo que hemos visto esta mañana: acutángulo menos de 90°, rectángulo que tiene un ángulo recto y obtusángulo que tiene uno de más de 90°.*

[1.2.3.2] [10:50-13:08] P-1-223  
b) S13 manifiesta dudas

S13.- la b) no la entiendo.

AD.- *Ponle nombres adecuados a cada uno. ¿Esto qué es? (Señalando con el dedo índice la figura I que es un rectángulo)*

S13.- Eso un rectángulo

AD.- *Pues rectángulo. ¿Esto qué es? (Señalando con el dedo índice la figura II que es un trapecio)*

S13.- Pues lo que pone.

AD.- *¿Lo que pone qué es?*

S13.- Trapecio

AD.- *Trapecio, pues eso es lo que tienes que poner.*

S13.- Y esto un rombo (señalando la figura III que es un rombo).

AD.- *Y eso un rombo. Muy bien.*

S13.- Y esto otro rombo (señalando la figura IV que es un cuadrado)

AD.- *Y eso otro rombo. Muy bien.*

S13.- Y esto pues un trapecioide (señalando la figura V que es un trapecioide).

AD.- *Muy bien, pues si lo sabes. Y eso qué es (señalándole la figura VI que es un rectángulo).*



S13.- Eso otro rectángulo.  
 AD.- *Muy bien. Eso otro rectángulo. ¿Y eso?* (señalándole la figura VII que es un rombo)  
 S13.- Un rombo.  
 AD.- *Un romboide. ¿Y esto?* (señalando la figura VIII que es un trapezoide)  
 S13.- Esto era (dudando)  
 AD.- *Trapezoide. ¿Y esto?* (señalando la figura IX que es un trapecio)  
 S13.- Un trapecio.  
 AD.- *Trapecio, muy bien ¿Y este?* (señalando la figura X que es un cuadrado)  
 S13.- cuadrado  
 AD.- *¿Y este? Este es igual que este* (señalando la figura II que es un trapecio)  
 S13.- Trapecio.  
 AD.- *Trapecio muy bien. Pues si te los sabes todos.*  
 S13.- Dice algo que no se le entiende sobre porqué tienen un nombre unos y otros.  
 AD.- *Porque si tienen los lados opuestos paralelos son paralelogramos, y si los lados opuestos no son paralelos no son paralelogramos.*  
 S13.- Quiero decir. Los trapecios, ¿Esto es un grupo no?  
 AD.- *Se llaman trapecios porque solo dos lados son paralelos.*  
 S13.- Ya, pero mira quiero decir, si estos dos son iguales ...  
 AD.- *Paralelos es lo de las vías del tren. Es que no sé qué pregunta es.*  
 S13.- Mira los trapezoides no es como se llaman, es un grupo.  
 AD.- *No. Los grupos son dos: paralelogramos y no paralelogramos. Dentro de los paralelogramos están los rectángulos, los rombos y los romboides, y los no paralelogramos están los trapecios y los trapezoides.*  
 S13.- ¿Y por qué no tienen nombre como el cuadrado y ...?  
 AD.- *Pues porque son ... Porque ya se les clasifica así. Se les dice trapezoides en general. No hay un nombre específico para cada uno.*  
 S13.- ¿Y puedo poner un número en el dibujado? Señó es que otra vez dibujarlo  
 AD.- *Como lo has dibujado antes ponles un número*

En cuanto a *finalidad* igual que en la clase anterior pues, no está al servicio de ser más crítico y creativo, está más bien al servicio de dar un panorama de los temas, que tengan nivel, ya que aunque manifiesta en la entrevista que ella llama buen nivel a saber enfrentarse a situaciones, no fomenta apenas “el aprender a aprender”, por ejemplo haciendo que lean el libro, haciendo mapas conceptuales, haciendo que gestionen sus dificultades y sus emociones, estableciendo debates entre parejas de alumnos por ejemplo. Puede verse esto en la entrevista posterior a la clase, concretamente en las preguntas 1, 2, y 3, y en el episodio que empieza en [1.2.2.11].

<p>[1.2.2.11][17:40-18:30]          S16 pregunta por equilátero,          isóceles...</p>
---

S16.- Señor, ¿Equilátero?

AD.- *Equilátero ... , equilátero es cuando son los lados iguales.*

S16.- ¿Y isóceles?

AD.- *Isóceles es cuando son dos lados iguales y uno desigual.*

S16.- Es isóceles. Ah, vale. ¿Y equi...? ¿No?

AD.- *Hay vamos a ver. Dependiendo de los ángulos son: acutángulos, rectángulos y obtusángulos, y en función de los lados equiláteros, isóceles y escaleno.*

S16.- ¿Isóceles qué es?

AD.- *Dos lados iguales y uno desigual.*

S16.- ¿Escaleno?

AD.- *Los tres desiguales*

S16.- Y equilátero que tiene los tres ... (sonido inaudible)

En cuanto al *papel del profesor, del alumno y el sentido ético de las acciones*, creo que se mantiene lo mismo que dije tras la clase AD 3: realmente no cree que tengan que hacerlo por sí mismo, que ella va a estar ahí presente para que el alumno lo entienda. No propone otra alternativa para que el alumno haga el esfuerzo a nivel de 1º de ESO, de aprender a aprender. Para ella que lo haga el alumno, es guiarlo hacia la solución que ella espera. Para lo anterior, ver la pregunta 5 de la entrevista posterior a la clase, y el episodio [1.2.2.10]

[1.2.2.10][15:47-17:09] S14 pregunta por el I, F y H.
--

S14.- ¿Este como se llama? (pregunta por la figura I que es un romboide)

AD.- *Este es igual que este. Vamos a ver ¿El I se parece a alguno de estos que hay aquí pintados?* (AD le muestra una serie de cuadriláteros situados en la parte inferior de la página 222 del libro de texto)

S14.- No

AD.- *¿No? El I*

S14.- A ver. A este lo que pasa que tiene una cosa a aquí cortada (señala un romboide que tiene la base horizontal). Bueno ...

AD.- *¿Y si lo miras así?* (girándole el libro 90° en el sentido contrario a las agujas del reloj, para que esté situado como el I).

S14.- Así lo que pasa que tiene que estar recto, ¿no?

AD.- *No, pero es que mira: tiene los lados opuestos paralelos dos a dos, este y este y este y este* (señala en la figura I las dos parejas de lados paralelos), *paralelos y paralelos. ¿Vale? Tiene dos lados paralelos y dos paralelos. ¿Cómo se llaman cuando tienen dos lados paralelos? Romboides, porque los lados no son iguales. Y el H tiene estos dos ¿Son paralelos?* (le señala en la figura H los dos lados paralelos).

S14.- Sí

AD.- *¿Y estos dos? (le señala los lados no paralelos de la figura H).*

S14.- No

AD.- *Luego tiene dos paralelos y uno ... solo dos lados paralelos.*

S14.- Un trapecio.

AD.- *Un trapecio, muy bien.*

Observemos como en su primera contestación a S14 intenta promover que el alumno lo haga por sí mismo, favoreciendo así un esfuerzo más creador, pero que rápidamente abandona por la definición de romboide, incluso dándole el nombre de romboide a la alumna en su cuarta intervención.

Otra vez aparece los alumnos 7 y 8 que no trabajan, y que ella sin imposiciones intenta que lo hagan (en la entrevista manifiesta que así sé es más constructivo, que en lugar de castigar). Sin embargo en el episodio [1.2.1.8] ese alumno vuelve a molestar a compañero, a quitarle cosas, lo cual demuestra que no se esfuerza, y aquí sí se impone más, si usa un tono de voz que no es conciliador. Nuestra interpretación es que, a la vista de que el alumno S7 se niega a trabajar y molesta a compañeros durante todo el curso, podría la profesora ser más creativa si contempla otro tipo de actuación, no solo sin imposición, sino con amonestaciones, o cualquier otro medio punitivo que contemple su centro. Lo anterior también lo ratifica la pregunta 6 de la entrevista posterior a la clase. A este alumno se le está aguantando, que no es lo mismo que educando, y esto tiene un coste para la profesora y para los compañeros de clase y padres de estos.<sup>2</sup>

[1.2.1.8][17:09-17:40] S8 agobia a S15. Cierta imposición
---

S7 se ha levantado de su sitio y a al compañero S15 le ha tirado la goma.

AD.- *Por favor, siéntate. Deja a ...Déjalo. Ni lo toques.*

S7.- ... si es que es mi colega.

AD.- *No quiere que te acerques.*

S7.- Es mi colega. Es mi colega.

AD.- *Déjalo. Siéntate en tu sitio.*

S7.- (dice dos veces el nombre del alumno al que agobia S15, con un tono para llamar su atención, y le quita algo).

AD.- *Dame eso que es suyo. Dale eso que es suyo. S7 por favor.*

S7.- Que estoy hablando con él.

AD.- *Que no quiero que hables con él, que te pongas a hablar con S8 y a hacer las actividades. Que ni lo toques. Ni lo toques ni lo insultes.*

---

<sup>2</sup> AD, en una conversación privada, nos comentó que los padres de 4 alumnos motivados hacia el estudio y disciplinados, habían decidido trasladarlos a un centro concertado por los problemas de disciplina.

En cuanto a *comprobar o aprender de los errores*, para así acercarse al esfuerzo creador, creemos que al ser tareas en la que prima el conocimiento específico, y concretamente conceptos, no se presta a hacer a que se ponga en juego el proceso de conjetura 1 (error)-comprobación- conjetura 2 ...-justificar. De todas sí apreciamos subepisodios en los que hay errores, y que AD incita a comprobar, pero no le da suficiente tiempo, ni cierra este proceso con la justificación. Por ejemplo en el episodio

[1.2.2.7][13:30-13:50] S1 manifiesta dudas
---

S1.- Este es rectángulo, rectángulo (señalando la figura B, que es un triángulo isóceles obtusángulo) ¿y este? (señalándole el B).

AD.- *¿Ese como son los ángulos?* (señalando la figura B)

S1.- Este rectángulo (señalando la figura B).

AD.- *¿Hay algún ángulo recto? ¿Hay algún ángulo recto?*

S1.- Ah, no espera este es acutángulo.

AD.- *Muy bien.* (A continuación le señala el A que es triángulo isóceles obtusángulo).

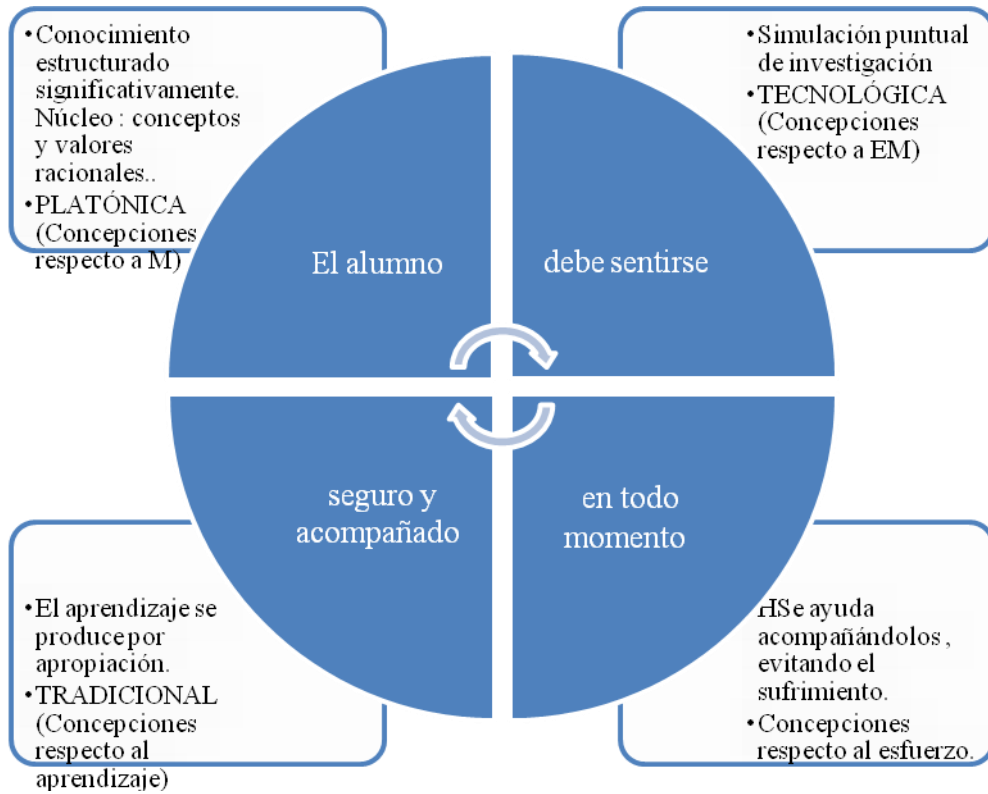
S1.- Obtusángulo

AD.- *Muy bien. Obtusángulo porque este ángulo es obtuso.*

En cuanto a la *evaluación*, por un lado sí la considera un proceso en el que intervienen varios instrumentos pues cierra la clase poniendo positivos a los que han trabajado, aunque en este proceso no considera que el esfuerzo sea creador, pues solo se ha fijado en que lo han terminado y presentado, estando la nota exenta de aspectos cualitativos (solo pone positivos o no). Puede verse esto en cualquier subepisodio de [1.4], episodios que no tienen diálogos.

El subepisodio [1.2.2.7] es un ejemplo de sistemas de congruencias de la mayoría que aparecen en esta clase. Puede resumirse en el siguiente gráfico:

Gráfico 4.7 Congruencia de tendencias del subepisodio [1.2.2.7]



#### IV.2.4 RESUMEN DE LOS RESULTADOS SOBRE AD

Creemos que las tres clases nos dan una idea de cómo es, respecto de las dimensiones estudiadas, AD. Aunque no es nuestro objetivo destacar inconsistencias, entre lo que pretende y lo que hace, sí intentamos explicar de dónde proceden. Una de las causas, y que posiblemente no sea la única, es su visión de ayudar, y asociada con ella sus concepciones sobre el esfuerzo y las dificultades. Para ella los alumnos son personas con derecho a ser ayudadas para su desarrollo personal, y este derecho está para ella en un nivel superior al derecho y deber de aprender. Tanto es así, que para ellas es muy importante acompañarlos, que no se sientan solos, derrochando para ello un gran ánimo, una gran paciencia y una gran empatía, consiguiendo que los alumnos confíen en ella y estos le devuelvan empatía. Esta generosidad que derrocha en sus clases les hace estar cercana a algunos aspectos de la Ética de Marina.

Estas concepciones intrincadas de esfuerzo, reto, dificultad y sufrimiento, le hacen actuar en la mayoría de las ocasiones valorando y promoviendo el esfuerzo, pero no el esfuerzo creador, sin que parezca que los alumnos adquieran más autonomía para afrontar los retos o el aprender a aprender. De esta forma, ni la duda ni el esfuerzo son motores para el aprendizaje de los alumnos.

Por lo dicho anteriormente, consideramos que su sentido ético considera a medias el derecho a vivir inteligentemente, pues este derecho no está acompañado del deber de afrontarlo. Con respecto a la previsión que tendrán sus acciones en el futuro de los alumnos, por lo comentado en la entrevista final creo que sí tiene intención de evaluarlo, aunque la evaluación sólo se basa en los comentarios de los alumnos, lo cual nos parece insuficiente para saber si sus alumnos afrontan mejor las dificultades, y el sufrimiento de afrontar retos. Esto queda de manifiesto en estos diálogos de la entrevista final, que figura como Anexo:

I.- Has tenido alguna vez información o como lo has indagado, si es que lo has indagado.

*AD.- Sí pues mira. Yo cuando me he ido yo siempre les he dejado a ellos mi correo electrónico. Entonces me ha sorprendido muchas veces que me han escrito y me han dicho te echamos de menos, o nos acordamos de ti, o tanto a nivel personal como a nivel de matemáticas de lo que es enseñanza de las matemáticas, entonces hombre pues eso para mí es una satisfacción personal muy grande que me digan te echamos de menos, nos gustaría entonces en ese sentido.*

I.- Tú sigues en contacto con ellos y lo que ellos te van diciendo

*AD.- Claro y yo los mismo alumnos me han escrito correos. Oye lo que necesitéis con un correo ¿no? Algunos me han preguntado, yo tengo una duda en esto, incluso les he resuelto dudas por correo, ¿no? y a mí nunca me han*

I.- Me imagino que será distinto del correo personal...

*AD.- Sí es que yo me hice un correo cuando estuve en el Instituto, entonces es el que daba a todos los alumnos para tener, como es de Hotmail, incluso nos hemos*

*Conectado pues bueno algunos alumnos míos que yo tuve al principio ya han terminado carreras, tengo algunos médicos, tengo algunos profesores,*

I.- De los primeros años

*AD.- Claro de los primeros años que yo daba clase. Estamos en contacto y ahora me siguen llamando, pues alguno se está planteando ya casarse. En fin tú dices Dios mío, como crecen, como pasa el tiempo, que me sigan recordando con ese cariño, diciendo que se acuerdan de mi, que se acuerdan de las clases, pues eso para mí es muy importante. Es una satisfacción a nivel personal.*

En la entrevista final sí nos aporta cómo su concepción de felicidad implica ser “buena gente”, y creo que ella pone toda su capacidad para mostrarse como modelo de persona que se implica, que les ayuda, que está ahí para ayudarles, que es generosa. No queda claro cómo su forma de dar clases la pone al servicio de que los alumnos superen mejor las dificultades. En el siguiente diálogo vemos como no nos aporta mucha información al respecto:

I.- Tampoco te habrás fijado en ese aspecto en cómo, como ellos evolucionan, incluso en cursos posteriores a los alumnos a los que les va mejor. ¿Tienes alguna información?

*AD.- No lo tengo, pero supongo que yo creo que cada persona o cada alumno lo ideal sería darle y responder a lo que vaya necesitando. Por ejemplo, si uno necesita más retos, pues necesita más retos, es que yo creo que cualquier problema ya es un reto ¿no? para ellos. Entonces...*

I.- A unos les va mejor, y... me estaba refiriendo a que unos les cuesta más y a otros les motiva más, les cuesta más pero...

*AD.- Yo creo que en realidad a todos porque vaya a todos los niños, desde pequeños, lo que es una maquinita, un juego, un ordenador, algo así, y todos esos juegos son retos en realidad, cualquier juego de tirar pelotas, de bolitas de no sé cuánto, son retos, que se están planteando. Entonces yo creo que en el fondo cualquier persona le motiva un reto, y sobre todo superar ese reto.*

I.- ¿Sí? Yo tengo alumnos que a lo mejor, creo que no...

AD.- *Porque a lo mejor el reto es demasiado alto, a lo mejor tú le pones una cosa más chica y el conseguir algo, yo creo que eso le puede motivar para el siguiente paso. ¿Sabes lo que te digo? Que a lo mejor le pones ... Habrá que ver el nivel en que está cada uno, a lo mejor el escalón en el que están, a lo mejor uno le queremos dar un reto más complicado y a lo mejor necesita una cosa más pequeña para poner su confianza, o sea para cómo te diría ...*

I.- Para ganar autoestima para otro reto mayor.

AD.- *Para que la confianza en sí misma aumente porque de hecho yo cuando yo estudiaba en el colegio y eso, para mí el resultado en un problema por pequeño que sea, eso me animaba a hacer el siguiente. Entonces yo creo que eso le puede animar a cualquier persona, a lo mejor en matemáticas o la resolución de problemas, le tienen como miedo porque no tienen a lo mejor la suficiente confianza en ellos mismos y ven un problema y ya se atascan. Entonces vamos a ir desglosándolo poco a poco, vamos a ver pasos previos, vamos a hacer una cosa más fácil... hasta que ellos al final lo encuentran. Ganen eso confianza en sí mismos y puedan ir al siguiente nivel. No sé, yo te lo comparo con el juego de las maquinitas, los niveles: nivel 1, venga hemos avanzado en el nivel 1, ahora el nivel 2, venga ahora el nivel 3, a todos yo creo que les gusta ir subiendo niveles en cualquier juego de estos, el más fácil de las pelotas o... Cuando tú superas un nivel siempre te sientes con más confianza o más motivado.*

I.- Bueno, pues ya está. Muchas gracias.

Esta entrevista final sí nos aporta cómo su concepción de felicidad implica ser “buena gente”, y creo que ella pone toda su capacidad para mostrarse como modelo de persona que se implica, que les ayuda, que está ahí para ayudarles.

I.- Porque las vinculas las dos cosas el ser mejor persona con ser feliz. A ver, a ver. A mí eso me interesa

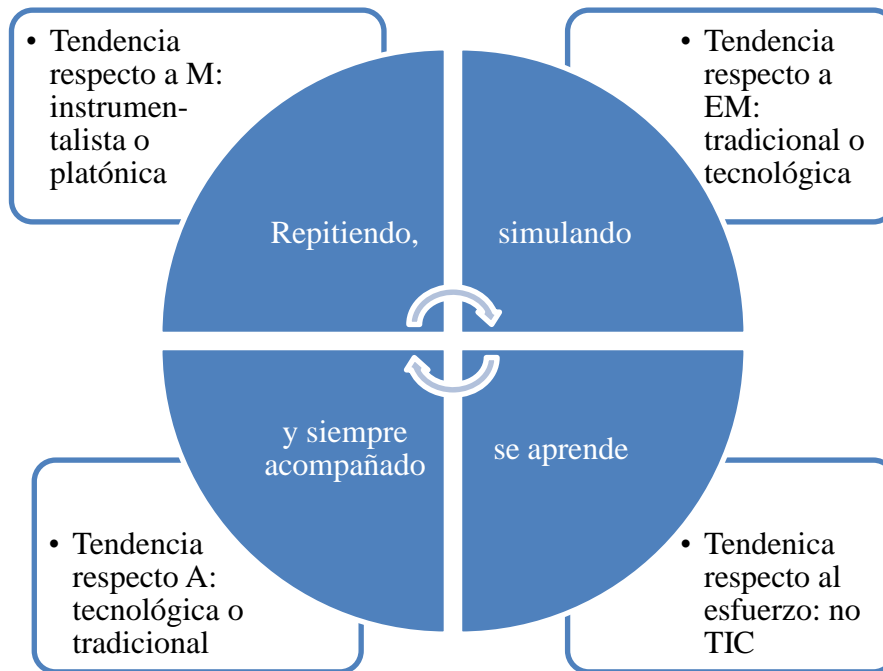
AD.- *Sí, no sé por qué, no sé. Yo pienso que cuando uno hace las cosas bien, cuando uno tiene la conciencia tranquila de que actúa, coherentemente y consecuentemente, pues es más libre, es más feliz.*

No queda claro cómo su forma de dar clases la pone al servicio de que los alumnos superen mejor las dificultades.

No tenemos un estudio exhaustivo de los gráficos de congruencia de la mayoría de los subepisodios de las clases de AD, pero si tuviéramos que dar uno sobre lo que hemos observado sería éste:



Gráfico 4.8 Gráfico de congruencias apreciado



## **CONCLUSIONES E IMPLICACIONES**



Es mucho lo que hemos aprendido en el desarrollo de esta tesis, ya que la experiencia que ha supuesto para nosotros proyectarla, en el sentido de TIC, y llevarla adelante, es un collage de situaciones que atraviesan nuestro mundo personal, profesional y científico. Esta tesis ha supuesto un antes y un después en nuestro mundo personal y profesional, en el sentido de que no solo ha transfigurado nuestras facultades mentales en el proceso de realización, sino que ha llegado a cuestionar creencias propias relativas a la enseñanza, a las personas o al mundo académico. Por ejemplo, a la hora de comprender a un alumno o a un profesor, o a la hora de difundir ideas entre investigadores. Para centrar al lector, creemos que es útil aclarar que las conclusiones e implicaciones van desde las *epistemológicas*, pasando por las *metodológicas*, y como no la de los *resultados*, figurando en cada uno de estos apartados qué aporta de *novedoso* esta tesis. Las *limitaciones* de este estudio también aparecen en este capítulo. Preferimos ir entremezclando tanto las líneas futuras como las conclusiones, ya que al contextualizarlas y relacionarlas con los resultados puede que se comprendan mejor.

En cuanto a las *epistemológicas*, esta tesis parece confirmar que no solo es lícito sino deseable, que los marcos teóricos de las investigaciones en DM sean más ricos y versátiles que los que generalmente se usan. Si queremos estudiar la realidad compleja del aula y la realidad compleja de una persona, los marcos teóricos deben abarcar más vertientes, como por ejemplo el de la inteligencia. En esta línea opinamos en sintonía a la de Gómez-Chacón (2003, p. 244) en el apartado de conclusiones:

*“La propuesta y elaboración de marcos más amplios y visiones holísticas para adaptar las relaciones profundas que rigen las matemáticas y su enseñanza en ciertos contextos y paradigmas culturales, teniendo en cuenta las características afectivas, cognitivas de los estudiantes, es uno de los retos actuales en la Didáctica de las Matemáticas”*

Es cierto que los que trabajamos en DM, somos herederos en parte de las investigaciones en Psicología, pero pensamos que puede ser útil para la DM que esta disciplina cambie en el sentido de que no toda esté compartimentada en psicología de la memoria, psicología del aprendizaje y otras más. El ser humano es uno, con múltiples facetas eso sí, pero uno al fin y al cabo. Si es cierto lo que afirma Marina que la Psicología está a punto de cambiar, esperamos que este cambio puede favorecer esta comprensión global.

Respecto a la forma de llegar al conocimiento, creemos que sería útil que trascendiera la marcada separación entre investigaciones cuantitativas y cualitativas, por ejemplo, con una teoría del conocimiento que tuviera a las dos como ejemplificaciones, y así poder establecer puentes entre ellas. Podría jugar un papel análogo a la Teoría de conjuntos a principios del Siglo XX, no para excluir como hizo la Teoría de Conjuntos con gran parte de la Historia de la Matemática, sino como elemento ontológico que sirva de puente entre distintas concepciones del conocimiento. Creemos que pueden ser

interesantes las nociones de lógica modal, que intentan modelar conceptos como el conocimiento, las creencias y las relaciones entre ellas. La separación se traduce a veces en aislamiento entre científicos, y esto provoca que sea más difícil encontrar “verdades útiles” para los que vivimos el día a día del Sistema Educativo. Mientras esto ocurre no queremos perder audacia y quedarnos en el banquillo como investigadores, tenemos que ser operativos y seguir adelante, investigando como lo hacían los matemáticos del Siglo XVII, que con la noción de límite y sin su definición, eran capaces de calcular tangentes y máximos y mínimos locales. La génesis del término creencia es un ejemplo parecido al de derivada: hasta llegar a la visión de los investigadores actualmente se ha pasado por ideas difusas, o incluso confusas, y aún así hay investigadores actuales que no creen que podamos detectarlas. Nosotros pensamos que en cualquier caso, si el concepto es operativo, merece la pena considerarlo. Igual está ocurriendo ahora con el de emoción, concepto que está desarrollando considerablemente la psicología, sin haber un consenso sobre su definición. Así, comprendiendo la crítica hacia las investigaciones cualitativas por el uso de la subjetividad, no consideramos que sea causa para descartarla ya que descartaríamos algunas investigaciones cuantitativas que parten de la creencia (subjetiva sin duda) de que el mundo es estable y medible.

Respecto a nuestro marco teórico creemos que es un ejemplo que permite enfocar las dimensiones estudiadas, y esto es así porque parte de una definición de inteligencia que incluye la elección de las propias metas como parte de la inteligencia, y por tanto engloba dentro de ella la voluntad. Así dentro de nuestras metas incluimos cómo nos esforzamos, cómo queremos que nos ayuden o no, si consideramos un derecho hacerlo por uno mismo o no, qué sentido ético le damos a nuestras actuaciones o como gestionamos los proyectos a más largo plazo. Esta visión más integradora, tiene consecuencias en nuestro estudio, por ejemplo con alumnos, pues su idea de reto, de hacerlo por uno mismo está implícita en su forma de afrontar problemas matemáticos o no, o con la profesora cuyas concepciones sobre las personas, están presentes tanto a la hora de abordar la convivencia en el aula, como para afrontar los problemas matemáticos en el aula. Este marco teórico permite investigar los problemas de aprendizaje de las distintas asignaturas de la Enseñanza Secundaria desde un mismo enfoque, hecho que puede resultar vital a la hora de la confección de los Currículos y las programaciones de los Departamentos. Una limitación de este estudio es la falta de conocimiento científico que tenemos de la idea de inteligencia en los profesores de otras asignaturas, y qué aportaciones hacen a la Enseñanza las perspectivas de inteligencia de otros autores, como Howard Gardner o Ken Robinson.

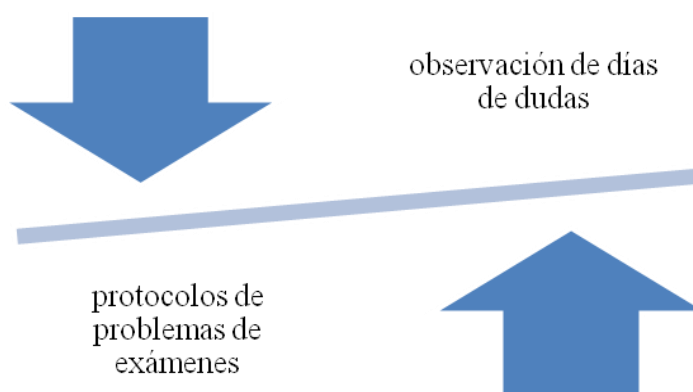
Una aportación innovadora en el campo epistemológico es que esta tesis supone afianzar la perspectiva de Marina como Teoría. Para algunos autores como Latorre y otros (2005), las características de una teoría son que es un sistema relacional, su deducibilidad, su contrastabilidad y su consistencia. Nosotros hacemos pequeñas aportaciones a su contrastabilidad, pues consecuencias de la teoría son contrastables con la realidad del aula, y su consistencia porque como veremos, no contradice teorías afines como la de RP de Schoenfeld.

Una última implicación en este apartado es cómo afrontar la noción de inconsistencia. Hace unos años proliferaban en DM estudios sobre las aparentes inconsistencias de

profesores, a raíz entre otros de Leatham (2001), quien pone el énfasis en comprender esas inconsistencias con las dimensiones estudiadas. Y eso es lo que hemos hecho aquí, intentar comprenderlas introduciendo las concepciones sobre el esfuerzo y relacionados, que de alguna forma supone ir más allá que Leatham.

Respecto a las conclusiones e implicaciones *metodológicas*, distinguimos aportaciones en la metodología con alumnos, y con profesores. Un problema comentado por algunos autores, como Schoenfeld (1985) o Puig (1996) difícil de investigar, es qué aprenden los alumnos durante o tras la instrucción en RP. Si observamos sólo protocolos de problemas puede que no apreciamos mucho cambio, o que no captemos aspectos interesantes del proceso de aprendizaje. Nuestra aportación se basa en tener en cuenta el binomio que consta de las notas de campo de observaciones de los días de dudas, y los protocolos de problemas de exámenes que sean parecidos a los que el alumno trabaje en los días de dudas. Esto sí que nos permite relacionar lo que el alumno va pensando a la hora de preparar los exámenes, con lo que realmente hace en el examen.

*Gráfico 5.1 Analizar protocolos desde las observaciones de los días de dudas*



Respecto a profesores, creemos que el modelo de Schoenfeld para analizar la clase de un profesor es bastante operativo. Una de sus utilidades, tras la división en episodios y subepisodios, es cómo detectar con más probabilidad creencias o concepciones cuando hay un cambio de metas de alto nivel, como establecen Aguirre y Speer (2000). Nosotros creemos que a veces es así, pero que no es la única forma, ya que nuestra visión de creencia o concepción deseable implica que esta debe tender a ser operativa y flexible, y así un cambio aparente de metas no tiene por qué significar aparición de creencias sino que estas son operativas y flexibles. Creemos que además de las ideas anteriores, tenemos que tener presentes el grado de compromiso de una creencia o concepción para detectarlas, y para esto es muy útil tener presente la idea de balance sentimental que hacemos ante fracasos o éxitos. Por esto estaremos más cerca de detectar ambas cuando, después de todo el proceso que nos recomiendan los autores que hemos seguido, miramos los exámenes de los alumnos o pruebas hechas por alguien externo. Nosotros hemos observado los exámenes de la profesora sobre la unidad didáctica que trabajó en AD 2, observando por ejemplo, que puntúa una pregunta con la

máxima nota aunque no tenga comprobación. Si por ejemplo los alumnos hubieran realizado una prueba externa como las de PISA, la reacción de AD sobre los resultados en las competencias que se refieren a RP, nos permitiría vislumbrar con más certeza cuáles son sus verdaderas concepciones. Creemos que este es un paso interesante en la formación permanente de un profesor, un paso que puede abrir puertas al cambio de creencia o concepción del profesor a conocimiento del profesor. En este proceso es donde intervendrían varios marcos teóricos, siendo uno de ellos la DM, pues el profesor tiene que concretar sus concepciones en actuaciones con contenido matemático.

El *modelo* creado a partir del de Schoenfeld para analizar a profesores que circulan por las bancas guiando a alumnos, no todos necesariamente con la misma tarea, nos parece que tiene más posibilidades que las explotadas por nosotros, como la *versatilidad para definir episodios*, lo cual es algo novedoso en la metodología de investigación en DM. Aun manteniendo el criterio que expresan Schoenfeld, Minstrell y Van Zee (2000) de que un episodio lo definen la coherencia fenomenológica y que haya activada una meta de largo alcance, podemos plantearnos si hacerlo por problema, o por alumno. En esta tesis se ha hecho por problemas, porque la forma de interactuar con cada alumno era la misma, pero podría haberse hecho por alumno si la profesora hubiera hecho distinciones. Esto se puede visualizar en un grafo dirigido construido sobre una tabla de doble entrada del tipo

Tabla 5.1 Comunicaciones con los alumnos de una profesora

	Alumno 1	Alumno 2	Alumno 3	...
Problema 1	17:25 * 20:50 27:20	23:50		
Problema 2	32:00 *			
Problema 3				

donde los vértices del grafo, aquí notados por asteriscos, representan el comienzo de una comunicación con un alumno, y la arista orientada indica hacia qué alumno se dirigió y en qué momento. El modelo también nos puede dar idea del grado de *dificultad de un problema*, fijándonos en el tiempo dedicado por el profesor a él, que puede verse en una fila o el tiempo dedicado a *los que no trabajan* fijándonos en la fila con estos subepisodios.

Respecto a los *resultados* destacamos los de  $I_1$ ,  $I_3$  y AD. Recordemos que de  $I_1$  obtuvimos que sus percepciones sobre su inseguridad, la duda o la llevaban al fracaso al resolver problemas que como consecuencia inferimos que la creencia de abandonar un problema si tras 10 minutos no lo resuelvo, es derivada de la creencia primaria que es su idea de la inseguridad. Esto supone que las creencias que estudiamos son más hondas, no informan de aspectos más profundos del ser humano. Esto supone una interpretación una diferencia en cuanto a interpretación de otros autores como Gómez-Chacón (2003, p.233) quien describe esta situación de  $I_1$  como desconcierto. Nuestro contexto es distinto, pues mantenemos a los alumnos en cierto ambiente de inseguridad,

consideramos el sufrimiento por inseguridad como variable que estudiar, y por tanto las conclusiones no tienen por qué ser comparables. De  $I_3$  mencionamos que el sufrimiento ante la relación de problemas que tiene que hacer en casa, por las dificultades que conlleva lo considera potenciador, al menos en parte, ya que si no hubiera RP cree que se sufriría más, y que su esfuerzo suele ser creador, ya que suele usar sus facultades inteligentemente buscando la eficacia. Los resultados de  $I_3$  nos hacen concluir que las fases de resolución de un problema parecen estar asociadas a las creencias sobre las DDEE. Con los alumnos creemos confirmado que muchos contemplan “el hacerlo por uno mismo” o bien como un derecho, o bien como posibilidad de realización personal, y por tanto a la hora de programar un curso la RP no es solo un medio para aprender conocimiento matemático, ni tan siquiera un fin para ser más creativos y críticos, sino que su presencia está más motivada por el derecho a la diversidad. Que los alumnos participen de ese derecho no quiere decir que acepten el deber que conllevan, y esa es una diferencia entre  $I_1$  e  $I_3$ , pero no entre  $I_1$  e  $I_2$  pues este último a pesar de no tener un el espíritu aventurero de  $I_1$ , acepta que este derecho conlleva un deber. Esto supone ir más allá de la idea de emociones negativas o positivas de autores como Gómez-Chacón (2003, p.233). A veces es útil no centrarse en la calificación de emoción negativa o positiva, sino contemplarla, aceptarla y actuar a partir de ello. Una diferencia importante con otras investigaciones de creencias de alumnos, como las de Vila y Callejo (2004) o Schoenfeld (1985), es hemos investigado la relación entre DDEE y el plan a largo plazo de aprender a resolver problemas. Hemos observado que alumnos como  $I_1$  no tienen un plan estructurado, a diferencia de  $I_3$ , mientras que  $I_2$ , con su sentido ético le ayuda a forjarse un plan aunque no sea mucho de su agrado el resolver problemas. De lo anterior concluimos otra vez que el marco teórico usado ha sido útil para comprender a los alumnos, y que tiene más posibilidades que los marcos teóricos que contienen el Dominio Afectivo. Los resultados en cuanto derecho a hacerlo por uno mismo, y las formas de afrontar el aprendizaje a largo plazo, creemos que deberían tener consecuencias a la hora de trabajar competencias en un centro educativo, ya que sería útil que las programaciones contengan proyectos con retos, con el máximo de coherencia entre los Departamentos, o a la hora de programar las pruebas de acceso a la Universidad que en nuestra opinión deberían contener por lo menos una pregunta con reto. Además concluimos los perfiles en cuanto a las DDEE están actuando a la hora de afrontar problemas los alumnos, huyendo así de afirmaciones que se dan en los centros educativos de que no se puede hacer RP por el bajo nivel de inteligencia de los alumnos, o la de algunas afirmaciones en DM que mantienen que el fracaso de alumnos en RP se asocia a la escasa dedicación de los profesores en RP. Estos resultados nos permiten afirmar que se han cumplido los objetivos de esta tesis en cuanto a alumnos.

Algunas ramificaciones que aportamos deberían contribuir, unas a cerrar aún más la idea de esfuerzo, y otras son conjeturas que formulamos como hipótesis. Así creemos que esta tesis tiene una continuidad natural, para cerrar la idea de esfuerzo, y es la investigación de las dimensiones en los padres, la elaboración de un estudio cuantitativo con alumnos, o ampliar esta investigación con un participante con gran inteligencia computacional pero pobre en el uso de inteligencia. Sobre las conjeturas que nos han surgido, destacamos una que nos parece importante y a la que no hemos seguido la pista



por no entrar dentro de los objetivos de este trabajo. Tanto  $I_1$  como su suplente con un perfil parecido, cambiaron a lo largo del curso en cuanto a actitudes y, posiblemente en creencias, respecto al esfuerzo o al aprendizaje de las matemáticas. Constatamos, por ejemplo, que en las tareas a largo plazo llegaron a tener un plan para afrontarlas, y en cuanto a RP apreciamos que se atrevían más a conjeturar. La hipótesis que planteamos es que a los alumnos para cambiar creencias les puede venir bien estar acompañados, no sentirse solos, con acompañamiento físico incluso, con una compañía que promueva la acción autónoma, de forma que en algún momento los dejemos lanzarse. Una hipótesis sobre alumnos, y que ha aparecido en forma de conjeturas a lo largo del proceso es que en la actuación de alumnos en problemas, apreciamos como  $I_3$  que era capaz de poner en juego heurísticos, sin embargo le costaba llegar a usar el conocimiento específico apropiado de ese problema. Nos da la impresión que, en la instrucción y mejora de los alumnos en RP, habría dos niveles: uno primero de aprender heurísticos, y otro más complejo de aprender a detectar y usar el conocimiento específico. Si esto puede ser así merece la pena que sea investigado.

Por último afirmamos que se han cumplido los objetivos en cuanto a profesores, pues hemos constatado que algunas concepciones sobre el esfuerzo y ayudas pueden marcar la actuación de una profesora, fomentando un esfuerzo creador o no. De hecho hemos constatado que las concepciones estudiadas en AD tienen cierta congruencia con algunas sobre M, EM y A, y que en ocasiones predomina sobre las tres. Esto hace que la investigación vaya más allá de otros como los de Carrillo (1998) o Contreras (1999), pues estas concepciones son más hondas y responden a un modelo más holístico de los profesores, que nos da luz sobre ciertas inconsistencias. Estos autores pueden explicar el porqué de las inconsistencias de profesores con tendencias no afines a la RP, pero no las inconsistencias de algunos profesores con tendencias afines a la RP. Por ejemplo la idea de ayuda de AD implica hacerle ver al alumno que siempre va a estar acompañado, lo cual aporta un sentido ético a su generosidad, pero que podría alterar el desarrollo autónomo del alumno. Sí hemos podido constatar la habilidad de AD para ser el soporte afectivo de los alumnos, en el sentido que expone Gómez-Chacón (2000, p.81).

Otra implicación innovadora de esta tesis en cuanto a profesores, es que al tener AD, concepciones sobre el ser humano que actúan como sistema regulador tanto en el aspecto metodológico como en el aspecto de la convivencia, podríamos crear planes de convivencia que tenga en cuenta TIC y compatibles con el aprendizaje de las distintas asignaturas, y así contemplar constructos como moral (creo que no contemplado suficientemente en los planes de convivencia) y voluntad (casi olvidado en los planes de convivencia).

Unas cuantas limitaciones ha tenido nuestra investigación:

- faltan estudios con otros perfiles de profesores,
- hemos dejado a un lado el cambio de concepciones de los profesores.

En cuanto al cambio con profesores formulamos como hipótesis que puede ser útil para detectar concepciones enfrentarse a resultados de pruebas externas, junto con la reflexión sobre ellos. Sobre qué concepciones actúan como sistema regulador en una profesora, no hay consenso entre investigadores, y menos aún sobre cómo cambiarlas.

Pensamos que conocer el grado de compromiso de un profesor ayuda, junto con todas las técnicas que hemos usado en esta tesis, a detectar concepciones, y para ello es útil tener presente cómo vive los resultados de sus alumnos ante pruebas externas, qué balance sentimental hace de esa situación. Su reacción y reflexión ante los resultados, puede ser un punto de partida para el cambio de concepciones, por ejemplo si esto le hace modificar sus concepciones hacia otras más operativas y flexibles, o las cambia por otras.

## REFERENCIAS



- AA.VV. (1985). Nueva Enciclopedia Larousse. Suplemento. Barcelona: Planeta.
- AA.VV. (2007). Real Decreto 1631 de 2006, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. BOE, 5 de enero de 2007.
- Adda, J. (1976). Dificultés liées à la presentation des questions mathématiques, *Educational Studies in Mathematics*, 7, 3-22.
- Aguirre, J. and Speer, N. M. (2000) Examining the relationship between beliefs and goals in teacher practice. *Journal of mathematical behavior*, 18 (3) 325- 356.
- Angulo, F. y Vázquez, R. (2003) *Los estudios de casos. Una aproximación teórica. En Angulo, F. y Vázquez, R. Introducción a los estudios de casos. Los primeros contactos con la investigación etnográfica* 15- 47. Málaga: Ediciones Aljibe.
- Ball D.L. y otros (2008). Content knowledge for Teaching: What makes it Special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.
- Bardin, L. (1986). *El análisis de contenido*. Madrid: Akal.
- Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Buckingham: Open university press.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.
- Gil, N., Blanco, L. y Guerrero, E. (2005) El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 2, 15-32.
- Brownell, W.A. (1942) Problem solving en Henry, ed., 1942, *The Psychology of Learning*. Chicago: Universidad de Chicago Press.
- Bruner, J. (1985). Vygotsky: a historical and conceptual perspective. In J. Wertsch (Ed.), *Culture, communication and cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Carrillo, J. (1998). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la Matemática y su Enseñanza: metodología de la investigación y relaciones*. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.

- Coffey, A. and Atkinson, P. (1996). *Making sense of qualitative data. Complementary research strategies*. Thousand Oaks, C.A.: Sage publications.
- Colera, J. y Gaztelu, I. (2007) *Matemáticas 1º Educación Secundaria, Andalucía*. Madrid: Anaya.
- Contreras, L. C. (1999). *Concepciones de los profesores sobre resolución de problemas*. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.
- Crespo, S and Sinclair, N. (2008) What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal Mathematical Teacher Education*, 11, 395- 415.
- Elliot, J. (1983). A curriculum for the study of human affairs: The contribution of L. Stenhouse. *Journal of Curriculum studies*, 15, 105-133.
- Ernest, P. (1989). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. En Keitel, C. et al. (Eds) *Mathematics, Education and Society*. Science and Technology Education. Document Series 35. Paris: UNESCO, 99-101.
- Flores, P. (1998). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*. Granada: Comares.
- Gardner, H. (1987). *La teoría de las inteligencias múltiples*. México: Fondo de cultura.
- Goleman, D. (1996). *La inteligencia emocional*. Barcelona: Kairós
- Gómez-Chacón, I. M. (1998). *Matemáticas y contexto. Apuntes IEPS, 64*. Madrid: Narcea.
- Gómez-Chacón, I.M. (2003). La tarea intelectual en Matemáticas. Afecto, Meta-Afecto y los Sistemas de Creencias. *Boletín de la Asociación Matemática venezolana*, 10 (2), 225-245.
- Gómez-Chacón, I.M. (2008). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- Gorgorió, N. (2008). Apuntes de las sesiones del máster de la UNIA *Investigación en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias experimentales, sociales y matemáticas. Diseño y metodología de investigación en didácticas específicas*. 17 y 18 de Enero de 2008.
- Green, T.F. (1971). *Teaching and the Formation of Beliefs*. En: *The Activities of Teaching* (Cap 3). New York: McGraw Hill, Book Co.

Guba, E. G. and Lincoln, Y. S. (1989) *Fourth generation evaluation*. Newbury Park, CA: Sage.

Potari, D. and Jawroski, B. (2002). Tackling Complexity in Mathematics Teacher Development: Using the teaching triad as a tool for reflection and enquiry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 4 (351-380).

Jonas, H. (2005) *El principio de responsabilidad: ensayo de una ética para la civilización tecnológica*. Barcelona: Herder.

Kilpatrick, J. (1993) . Beyond face value: Assessing research in mathematics education. In G.Nissen & M. Blomhøj (Eds.), *Criteria for scientific quality and relevance in the didactics of mathematics*, 15-34. Roskilde: IMFUFA, Roskilde University.

Laboskey, V. (2004). The methodology of self-study and its theoretical underpinnings. *Internacional Handbook of self-study of teaching and teacher education practices*. Vol 12, Section 3, 817-869. Netherlands: Springer.

Latorre, A., Rincón, D. d. y Arnal, J. (2005). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona: Ediciones Experiencia.

Leatham, K.R (2006). Viewing mathematics teachers' beliefs as sensible systems. *Journal of Mathematics Teaching Education*, 9, 91-102.

Loughran, J.J. (2004). A history and context of self-study of teaching and teacher education practices. *Internacional Handbook of self-study of teaching and teacher education practices*. Vol 12, Sección 1, 7-39. Netherlands: Springer.

McLeod, D. B. (1993) Affective responses to problem solving. *The Mathematics Teacher*, 86 (9), 761-763.

Marina, J. A. (2004a) *El misterio de la voluntad perdida*. Barcelona: Anagrama.

Marina, J. A. (2004b) *Teoría de la inteligencia creadora*. Barcelona: Anagrama.

Marina, J. A. (2005a) *La inteligencia fracasada*. Barcelona: Anagrama.

Marina, J. A. (2005b) *Ética para náufragos*. Barcelona: Anagrama.

Marina, J.A. y López, M. (2007) *Diccionario de los sentimientos*. Barcelona: Anagrama.

- Marina, J. A. (2009) *El laberinto sentimental*. Barcelona: Anagrama.
- Merrian, S. (1998) *Case study research in education. A qualitative approach*. San Francisco: Jossey- Bass.
- Mishler, E.G. (1990). Validation in inquiry-guided research: The role of exemplars in narrative studies. *Harvard Educational Review*, 60 (4), 415-442.
- Moreno, A.J. (2004) *Ideología y Educación Matemática. El proceso de infusión ideológica*. Octaedro: Barcelona.
- Monteiro, R., Carrillo, J. and Aguaded, S. (2008). Emergent theorizations in Modelling the Teaching of Two Science Teachers. *Research in Science Education*, 38(3), 301-319.
- Muñoz, M.C. (2012) *El desarrollo profesional de una maestra novel. Un estudio de caso en un entorno colaborativo centrado en la enseñanza de las Matemáticas*. Tomos (I-V). Saarbrücken (Alemania): Lambert Academic Publishing GmbH&Co.KG.
- Newell, A. (1994). *Unified Theories of Cognition*, Harvard University Press; Reprint edition.
- N.C.T.M. (1980) *An Agenda For Action*. Reston, Virginia: NCTM.
- Park, S. and Oliver, J. S. (2008). Revisiting the Conceptualization of Pedagogical Content Knowledge (PCK): PCK as a Conceptual Tool to Understand Teachers as Professionals. *Research in Sciences Education*, 38, 261–284.
- Pehkonen, E. and Torner, G. (1996). Mathematical beliefs and different aspects of their meaning. *ZDM*, 96 (4), 101-108.
- Pollard, A. (1984). Ethnography and social policy for classroom practice. En L. Barton y S. Walker (Eds.), *Social crisis and educational research*. Londres: Croom Helm
- Polya, G. (1992). *¿Cómo plantear y resolver problemas?* Princeton University Pres, USA. Traducción Editorial Trillas, México.
- Ponte, J.P. (1994) Mathematics teachers' professional Knowledge. *Proceedings of 18<sup>th</sup> Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, 195-210. Thesalonic.
- Puig, L. (1996) *Elementos de resolución de problemas* .Granada: Comares.



Ribierio, C., Carrillo, J. and Monteiro, R. (2009). Analyzing a teacher's practice from the relations between her cognitions. The contribution of a cognitive model to the understanding of what seems to be happening. *Proceedings of 33<sup>rd</sup> Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol 1, 455. Thessaloniki.

Ritchie, J. and Lewis, J. (2005). *Qualitative Research Practice: a guide of Social Science Students and Researchers*. Thousand Oaks: Sage Publications.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in mathematics. In D. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 334-370. New York: Macmillan.

Schoenfeld, A. H. (2000). Models of the teaching process. *Journal of mathematical behaviour*, 18 (3), 243-261.

Schoenfeld, A. H., Minstrell, J. and Van Zee, E. (2000). The detailed analysis of an established teacher's non-traditional lesson. *Journal of mathematical behavior*, 18 (3), 281-325.

Sherin, M. G., Sherin, B.L and Madanes, R. (2000). Exploring diverse accounts of teacher Knowledge. *The journal of mathematical behavior*, 18 (3) 357-375.

Skott, J. (2001). The emerging practices of a novice teacher: the roles of his school mathematics images. *Journal of Mathematics Teacher Education* 4, 3-28.

Stenberg, R.J. (2005). The theory of successful intelligence. *Interamerican journal of Psycology*, vol 39 (2), 189-202.

Tidwell, D. and Fitzgerald, L. (2004). Self-study as teaching. *Handbook of self-study of teaching and teacher education practices*. Vol.12, Section 1, 69-102. Netherlands: Springer.

Vila, A. y Callejo, M<sup>a</sup> Luz (2004). *Matemáticas para aprender a pensar*. Madrid: Narcea.

Whitehead, J. (1993). *The growth of educational Knowledge: creating your own living educational theories*. Bournemouth: Hyde Publications.

Xenofontos, C. (2009). Towards a six-dimensional model on mathematics teachers' beliefs. *Proceedings of 33<sup>rd</sup> Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 5, 369-377. Thessaloniki.

Zimmerlin, D. and Nelson, M (2000). The detailed analysis of a Beginning teacher carrying out of a traditional lesson. *Journal of mathematical behaviour*, 18 (3) 263-279.

## **Anexos**



## **Anexos de los alumnos**

### **Entrevistas sobre los cuestionarios**

cuestiI1	Entrevista, en formato digital, sobre el cuestionario a I <sub>1</sub>
anexcuestiI1	2 <sup>a</sup> Entrevista, en formato digital, sobre el cuestionario a I <sub>1</sub>
cuestiI2	Entrevista, en formato digital, sobre el cuestionario a I <sub>2</sub>
anexcuestiI2	2 <sup>a</sup> Entrevista, en formato digital, sobre el cuestionario a I <sub>1</sub>
cuestiI3	Entrevista, en formato digital, sobre el cuestionario a I <sub>3</sub>
anexcuestiI3	2 <sup>a</sup> Entrevista, en formato digital, sobre el cuestionario a I <sub>2</sub>

## **Entrevistas sobre los problemas**

LaflautaI1      Entrevista, en formato digital, sobre el problema LA FLAUTA MÁGICA a la alumna I<sub>1</sub>

CuadradosI1    Entrevista, en formato digital, sobre el problema CUADRADOS Y CERILLAS II a la alumna I<sub>1</sub>

RefugiosI1      Entrevista, en formato digital, sobre el problema BUSCANDO REFUGIOS DESESPERADAMENTE a la alumna I<sub>1</sub>

TrigonoI1      Entrevista, en formato digital, sobre el problema EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA a la alumna I<sub>1</sub>

Igualmente, nombres análogos acabados en I<sub>2</sub> e I<sub>3</sub> para los alumnos I<sub>2</sub> e I<sub>3</sub>, respectivamente.

**Tablas sobre el cuestionario a los 6 alumnos elegidos en la primera muestra**

*Tabla 4.9 Cuestionario de un alumno de la muestra*

CATEGORÍAS	INDICADOR	PERFILES
		<b>NO INTELIGENTE</b> <b>INTELIGENTE</b>
SENTIDO DE LAS ACTIVIDADES	1. Praxis	<input type="text"/> **
	2. Objetivos	<input type="text"/> *
SOBRE ACTITUDES	3. Finalidad	* <input type="text"/> *
	4. Papel de alumno	* <input type="text"/> **
Y VALORES	5. Papel del profesor	<input type="text"/> *
	6. Sentido de las dificultades	<input type="text"/> *
SOBRE LA EVALUACIÓN	7. Sentido de la duda	* <input type="text"/>
	8. Sentido del reto	* <input type="text"/> *
	9. Tipo y forma	* <input type="text"/> ***
	10. Sobre la diversidad de niveles.	<input type="text"/>
	11. Sentido de la ayuda	** <input type="text"/>
	12. Sentido del esfuerzo.	* <input type="text"/>
	13. Actitud	** <input type="text"/> **
	14. Gestión a través del lenguaje	*(puede ser intermedio) <input type="text"/>
	15. Gestión a través de evaluación de emociones	<input type="text"/> *
	16. Diagnóstico inicial	<input type="text"/> *
	17. Tipo de Calificación	<input type="text"/> *
	18. Criterios de Evaluación	** <input type="text"/>

Tabla 4.10 Cuestionario de otro alumno de la muestra

CATEGORÍAS	INDICADOR	PERFILES	
		NO INTELIGENTE	INTELIGENTE
SENTIDO DE LAS ACTIVIDADES	1. Praxis	<input type="text"/>	*
	2. Objetivos	<input type="text"/>	*
	3. Finalidad	<input type="text"/>	**
	4. Papel de alumno	<input type="text"/>	***
	5. Papel del profesor	<input type="text"/>	*
SOBRE AC TIVIDADES Y VALORES	6. Sentido de las dificultades	<input type="text"/>	*
	7. Sentido de la duda	<input type="text"/>	*
	8. Sentido del reto	<input type="text"/>	*^*
	9. Tipo y forma	<input type="text"/>	****
	10. Sobre la diversidad de niveles.	<input type="text"/>	*
	11. Sentido de la ayuda	<input type="text"/>	**^*
	12. Sentido del esfuerzo.	<input type="text"/>	**
	13. Actitud	<input type="text"/>	**^****
	14. Gestión a través del lenguaje	<input type="text"/>	*
	15. Gestión a través de evaluación de emociones	<input type="text"/>	*
SOBRE LA EVALUACIÓN	16. Diagnóstico inicial	<input type="text"/>	*
	17. Tipo de Calificación	<input type="text"/>	*
	18. Criterios de Evaluación	<input type="text"/>	**^*



Tabla 4.11 Cuestionario de otro alumno más de la muestra

CATEGORÍAS	INDICADOR	PERFILES	
		NO INTELIGENTE	INTELIGENTE
SENTIDO DE LAS ACTIVIDADES	1. Praxis	**	
	2. Objetivos	*	
	3. Finalidad	*	
	4. Papel de alumno	**	*
	5. Papel del profesor		*
SOBRE AC TIVIDADES Y VALORES	6. Sentido de las dificultades		*
	7. Sentido de la duda	**	
	8. Sentido del reto	*	*
	9. Tipo y forma	**	**
	10. Sobre la diversidad de niveles.		*
	11. Sentido de la ayuda	***	
	12. Sentido del esfuerzo.	*	
	13. Actitud	***	*
	14. Gestión a través del lenguaje		*'
	15. Gestión a través de evaluación de emociones		**
SOBRE LA EVALUACIÓN	16. Diagnóstico inicial	*	
	17. Tipo de Calificación	*	
	18. Criterios de Evaluación	***	

Tabla 4.4 Cuestionario de I<sub>2</sub>

CATEGORÍAS		INDICADORES	PERFILES
			<b>NO INTELIGENTE</b> <b>INTELIGENTE</b>
SENTIDO DE LAS ACTIVIDADES	1. Praxis		**
	2. Objetivos		*
	3. Finalidad	*	*
	4. Papel de alumno	*	**
	5. Papel del profesor	*	
SOBRE ACTITUDES	6. Sentido de las dificultades		*
	7. Sentido de la duda	*	
	8. Sentido del reto		*
	9. Tipo y forma	***	*
	10. Sobre la diversidad de niveles.		
Y VALORES	11. Sentido de la ayuda	***	*? *
	12. Sentido del esfuerzo.	***	
	13. Actitud	**	*? *
	14. Gestión a través del lenguaje		*?
	15. Gestión a través de evaluación de emociones		**
SOBRE LA EVALUACIÓN	16. Diagnóstico inicial		*
	17. Tipo de Calificación	*	
	18. Criterios de Evaluación	**	

Tabla 4.6 Cuestionario de I<sub>3</sub>

CATEGORÍAS	INDICADOR	PERFILES	
		NO INTELIGENTE	INTELIGENTE
SENTIDO DE LAS ACTIVIDADES	1. Praxis	<input type="text"/>	*
	2. Objetivos	<input type="text"/>	*
	3. Finalidad	<input type="text"/>	**
	4. Papel de alumno	<input type="text"/>	***
SOBRE ACTITUDES Y VALORES	5. Papel del profesor	<input type="text"/>	
	6. Sentido de las dificultades	<input type="text"/>	*
SOBRE ACTITUDES Y VALORES	7. Sentido de la duda	<input type="text"/>	*
	8. Sentido del reto	<input type="text"/>	*'
	9. Tipo y forma	<input type="text"/>	**
	10. Sobre la diversidad de niveles.	<input type="text"/>	*
	11. Sentido de la ayuda	* <input type="text"/>	**
	12. Sentido del esfuerzo.	* <input type="text"/>	**
SOBRE LA EVALUACIÓN	13. Actitud	<input type="text"/>	**'
	14. Gestión a través del lenguaje	<input type="text"/>	*
	15. Gestión a través de evaluación de emociones	<input type="text"/>	**
	16. Diagnóstico inicial	<input type="text"/>	
	17. Tipo de Calificación	<input type="text"/>	
	18. Criterios de Evaluación	* <input type="text"/>	**

Tabla 4.1 Cuestionario de I<sub>1</sub>

CATEGORÍAS	INDICADORES	PERFILES	
		NO INTELIGENTE	INTELIGENTE
SENTIDO DE LAS ACTIVIDADES SOBRE ACTITUDES Y VALORES SOBRE LA EVALUACIÓN	1. Praxis		*
	2. Objetivos		*
	3. Finalidad	*	*
	4. Papel de alumno		***
	5. Papel del profesor		*
	6. Sentido de las dificultades		*
	7. Sentido de la duda		*
	8. Sentido del reto		**
	9. Tipo y forma	*	***'
	10. Sobre la diversidad de niveles.		*
	11. Sentido de la ayuda	***	
	12. Sentido del esfuerzo.	***	
	13. Actitud		***'
	14. Gestión a través del lenguaje		*
	15. Gestión a través de evaluación de emociones		**
	16. Diagnóstico inicial		**
	17. Tipo de Calificación		*'
	18. Criterios de Evaluación	***	

## Anexos de la profesora AD

### Tabla sobre el cuestionario de AD

Tabla 4.8 Cuestionario de la profesora AD

CATEGORÍAS	INDICADOR	PERFILES		
		NO INTELIGENTE	INTELIGENTE	INTERMEDIO
SENTIDO DE LAS ACTIVIDADES SOBRE ACTITUDES Y VALORES	1. Praxis		*	
	2. Objetivos			
	3. Finalidad		**	
	4. Papel de alumno	*	***	
	5. Papel del profesor		*'	*
	6. Sentido de las dificultades	*	*	
	7. Sentido de la duda	*		
	8. Sentido del reto	*	**	
	9. Tipo y forma	*'	***	
	10. Sobre la diversidad de niveles.			
	11. Sentido de la ayuda	*'(quizás intermedio por dar pistas)	*	*
	12. Sentido del esfuerzo.	*	**	
	13. Actitud	***	***	
	14. Gestión a través del lenguaje		**	
	15. Gestión a través de evaluación de emociones		*'***	*

SOBRE LA EVALUACIÓN	16. Gestión (Voluntad)	**	*	
	17. Error. Sentido del error		**	
		NO INTELIGENTE	INTELIGENTE	INTERMEDIO
	18. Diagnóstico inicial		*	
	19. Tipo de Calificación	*´		
	20. Criterios de Evaluación	*	*	

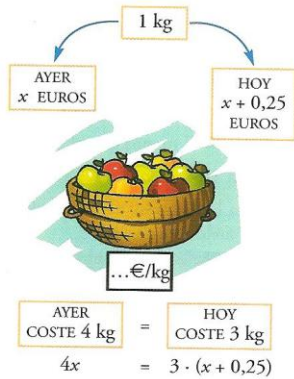
### **Entrevistas sobre el cuestionario**

entrecuestAD	Entrevista, en formato digital, sobre el cuestionario a AD
entrecuestADbis	2ª Entrevista, en formato digital, sobre el cuestionario a AD

### **Grabaciones en audio de las clases de AD**

clase AD 2	Grabación en formato digital de la clase AD 2
clase AD 3	Grabación en formato digital de la clase AD 3
clase AD 4	Grabación en formato digital de la clase AD 4

## Tareas que trabajaron los alumnos en AD 2



3. El precio de las manzanas ha subido 0,25 € por kilo. Con el dinero que ayer pagabas por cuatro kilos, hoy solo te dan tres. ¿A cuánto están hoy las manzanas?

a) Los datos:

AYER  $\rightarrow$  Un kilo costaba  $x$  y cuatro kilos  $4x$

HOY  $\rightarrow$  Un kilo cuesta  $x + 0,25$  y tres kilos  $3 \cdot (x + 0,25)$

b) La ecuación:

$$4x = 3 \cdot (x + 0,25)$$

c) Resuelve la ecuación:

$$4x = 3x + 0,75 \rightarrow 4x - 3x = 0,75 \rightarrow x = 0,75$$

d) SOLUCIÓN: Un kilo costaba ayer  $x = 0,75$  €.

Un kilo cuesta hoy  $x + 0,25 = 0,75 + 0,25 = 1$  €.

COMPROBACIÓN:  $\begin{cases} 4 \cdot 0,75 = 3 \\ 3 \cdot (0,75 + 0,25) = 3 \cdot 1 = 3 \end{cases}$

### Actividades

1 Si a un número le sumas 15, obtienes el doble que si le restas 3. ¿Qué número es?

$$\boxed{\text{EL NÚMERO MÁS 15}} = 2 \cdot \boxed{\text{EL NÚMERO MENOS 3}}$$

2 Un número y su siguiente suman 53. ¿Qué números son?

EL NÚMERO  $\rightarrow x$

SU SIGUIENTE  $\rightarrow x + 1$

$$\boxed{\text{EL NÚMERO}} + \boxed{\text{SU SIGUIENTE}} = 53$$

3 Si a un número le sumas su anterior, obtienes 113. ¿De qué número hablamos?

EL NÚMERO  $\rightarrow x$

SU ANTERIOR  $\rightarrow x - 1$

4 ¿Cuántas vacas tiene un granjero sabiendo que entre cuernos y patas contamos 222?

VACAS  $\rightarrow x$

CUERNOS  $\rightarrow 2x$

PATAS  $\rightarrow 4x$

$$\boxed{\text{CUERNOS}} + \boxed{\text{PATAS}} = 222$$

5 ¿Cuántas gallinas hay en el gallinero si contando picos, patas y crestas salen 88?

GALLINAS  $\rightarrow x$

PATAS  $\rightarrow 2x$

PICOS  $\rightarrow x$

CRESTAS  $\rightarrow x$

6 Un kilo de cerezas cuesta dos euros más que uno de peras. Amelia ha pagado 8 € por tres kilos de peras y uno de cerezas. ¿A cómo están las unas y las otras?

KILO DE PERAS  $\rightarrow x$       KILO DE CEREZAS  $\rightarrow (x + 2)$

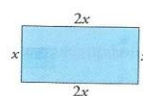
$$\boxed{\text{COSTE DE 3 kg DE PERAS}} + \boxed{\text{COSTE DE 1 kg DE CEREZAS}} = 8$$

7 Un rotulador cuesta medio euro más que un bolígrafo. Tres bolígrafos y dos rotuladores me han costado 5 €. ¿Cuánto cuesta un bolígrafo? ¿Y un rotulador?

BOLÍGRAFO  $\rightarrow x$

ROTULADOR  $\rightarrow x + 0,5$

8 La base de un rectángulo es doble que la altura, y el perímetro mide 48 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?



$$\boxed{\text{SUMA DE LOS LADOS}} = \boxed{\text{PERÍMETRO}}$$

9 El precio de las naranjas ha subido 0,20 € por kilo. Cinco kilos costaban ayer lo mismo que hoy cuatro. ¿A cómo están hoy las naranjas?

AYER  $\rightarrow x$  €/kg      HOY  $\rightarrow (x + 0,2)$  €/kg

$$\boxed{\text{AYER COSTE 5 kg}} = \boxed{\text{HOY COSTE 4 kg}}$$



# Ejercicios y problemas

## 24 ■ ■ ■ Ejercicio resuelto

$$2(3x + 1) - x = 2 - 3(x - 4)$$

$$6x + 2 - x = 2 - 3x + 12$$

$$x = \frac{3}{2}$$

## 25 ■ ■ ■ Halla $x$ en cada caso:

- $2(x + 5) = 16$
- $5 = 3 \cdot (1 - 2x)$
- $5(x - 1) = 3x - 4$
- $5x - 3 = 3 - 2(x - 4)$
- $10x - (4x - 1) = 5 \cdot (x - 1) + 7$
- $6(x - 2) - x = 5(x - 1)$
- $7(x - 1) - 4x - 4(x - 2) = 2$
- $3(3x - 2) - 7x = 6(2x - 1) - 10x$
- $4x + 2(x + 3) = 2(x + 2)$

## 26 ■ ■ ■ Resuelve estas ecuaciones:

- $\frac{x-6}{2} = 1$
- $\frac{x}{3} - 1 = 2$
- $\frac{x}{5} + \frac{1}{5} = 1$
- $\frac{x}{7} + \frac{2}{7} = x$
- $4 = x + \frac{x}{3}$
- $x = 1 - \frac{x}{5}$

## Problemas para resolver con ecuaciones

27 ■ ■ ■ Si triplicas un número y al resultado le restas 16, obtienes 29. ¿Cuál es el número?

28 ■ ■ ■ ¿Cuál es el número que sumado con su anterior y su siguiente da 117?

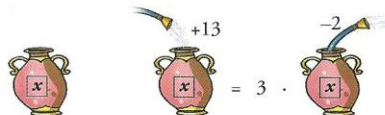
- EL ANTERIOR  $\longrightarrow x - 1$   
 EL NÚMERO  $\longrightarrow x$   
 EL POSTERIOR  $\longrightarrow x + 1$

29 ■ ■ ■ La suma de tres números consecutivos es 84. ¿Qué números son?

30 ■ ■ ■ Si a un número le restas 28 unidades, obtienes el mismo resultado que si lo divides entre 3. ¿Qué número es?

- EL NÚMERO  $\longrightarrow x$   
 EL NÚMERO MENOS 28  $\longrightarrow x - 28$   
 EL NÚMERO DIVIDIDO ENTRE 3  $\longrightarrow x : 3$

31 ■ ■ ■ Si a este cántaro le añadieras 13 litros de agua, tendría el triple que si le sacaras dos. ¿Cuántos litros de agua hay en el cántaro?



32 ■ ■ ■ En mi colegio, entre alumnos y alumnas somos 624. El número de chicas supera en 36 al de chicos. ¿Cuántos chicos hay? ¿Y chicas?

CHICOS  $\longrightarrow x$       CHICAS  $\longrightarrow x + 36$

$$\boxed{\text{CHICOS}} + \boxed{\text{CHICAS}} = 624$$

33 ■ ■ ■ Sabiendo que un yogur de frutas es 5 céntimos más caro que uno natural, y que seis de frutas y cuatro naturales me han costado 4,80 €, ¿cuánto cuesta un yogur natural? ¿Y uno de frutas?

NATURAL  $\longrightarrow x \text{ €}$       FRUTAS  $\longrightarrow (x + 0,5) \text{ €}$



34 ■ ■ ■ Roberta tiene un año menos que su hermana Marta, y ya tenía cinco cuando nació Antonio, el más pequeño. ¿Cuál es la edad de cada uno, sabiendo que entre los tres, ahora, suman 35 años?

ROBERTA  $\longrightarrow x$       MARTA  $\longrightarrow x + 1$       ANTONIO  $\longrightarrow x - 5$

35 ■ ■ ■ En una ferretería se venden clavos en cajas de tres tamaños diferentes. La caja grande contiene el doble de unidades que la mediana, y esta, el doble que la pequeña. Si compras una caja de cada tamaño, te llevas 500 unidades. ¿Cuántos clavos tiene cada caja?

36 ■ ■ ■ Un kilo de chirimoyas cuesta el doble que uno de naranjas.

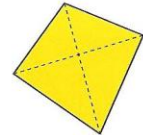
Por tres kilos de chirimoyas y cuatro de naranjas se han pagado 11 €. ¿A cómo están las unas y las otras?

NARANJAS  $\longrightarrow x$       CHIRIMOYAS  $\longrightarrow 2x$



# 2 Cuadriláteros

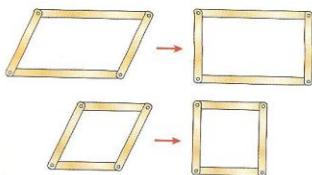
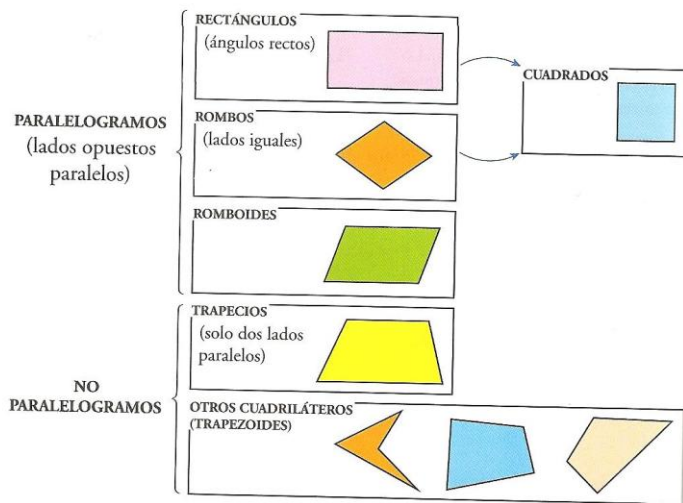
Cuadriláteros son polígonos de cuatro lados.  
 Recuerda que sus cuatro ángulos suman  $360^\circ$ .  
 Tienen dos diagonales.



## Clasificación de los cuadriláteros

### Atención

Los cuadrados son rectángulos, porque tienen los cuatro ángulos rectos.  
 Y también son rombos, porque tienen los cuatro lados iguales.



## Paralelogramos. Diagonales. Ejes de simetría

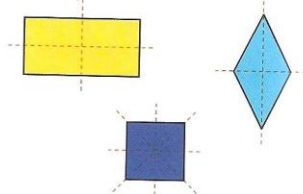
Se llaman **paralelogramos** a los cuadriláteros cuyos lados opuestos son paralelos.  
 Las **diagonales** de un paralelogramo cualquiera se cortan en sus puntos medios.  
 En el cuadrado y el rombo, las diagonales son perpendiculares. En el cuadrado y el rectángulo, las diagonales son iguales.



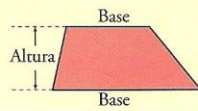
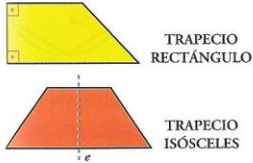
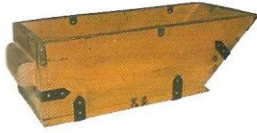
El romboide no tiene **ejes de simetría**.

El rectángulo y el rombo tienen dos ejes de simetría.

El cuadrado tiene cuatro ejes de simetría.



## Trapecios



Un **trapecio** es un cuadrilátero con dos lados paralelos y otros dos no paralelos.

Los lados paralelos se llaman bases, y la distancia entre ellos, altura.

- Un trapecio con dos ángulos rectos se llama **trapecio rectángulo**.
- Un trapecio con los dos lados no paralelos iguales se llama **isósceles**. El trapecio isósceles tiene los ángulos iguales dos a dos. Pero, ¡atención!, los ángulos iguales son contiguos, no opuestos.

Los trapecios isósceles tienen un eje de simetría.

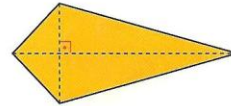
## Trapezoides

Los cuadriláteros que no tienen ningún par de lados paralelos se llaman **trapezoides**.

Hay trapezoides con formas muy variadas. Algunos de ellos son interesantes.

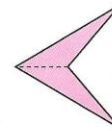
### Ejemplos

- Este, con forma de cometa, tiene los lados iguales dos a dos, pero los lados iguales son contiguos, no opuestos (si fueran iguales los lados opuestos, sería paralelogramo).



Además, sus diagonales son perpendiculares, como las del rombo, pero no se cortan en sus puntos medios. Solo tiene un eje de simetría, su diagonal mayor.

- Este también tiene los lados iguales dos a dos. Sus diagonales, aunque tienen direcciones perpendiculares, no se cortan, pues una de ellas está fuera del polígono.



Estos cuadriláteros, en los que una diagonal queda fuera, se llaman **cóncavos**.

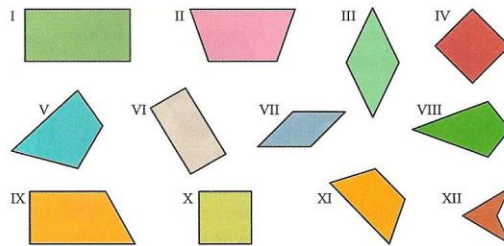
### 4. Descripción de cuadrilátero.



### Actividades

1 Observa los cuadriláteros de la derecha.

- ¿Cuáles son paralelogramos, cuáles trapecios, cuáles trapezoides?
- Ponle nombre adecuado a cada uno. Por ejemplo, cuadrado, trapezoide...
- Di cuántos ejes de simetría tiene cada figura.
- ¿Cuáles de estas figuras tienen las diagonales perpendiculares?



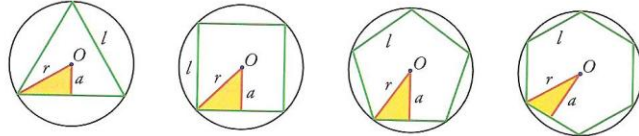


# 3 Polígonos regulares



Un polígono regular es el que tiene todos sus lados iguales y todos sus ángulos iguales.

Todos los polígonos regulares tienen una circunferencia circunscrita.

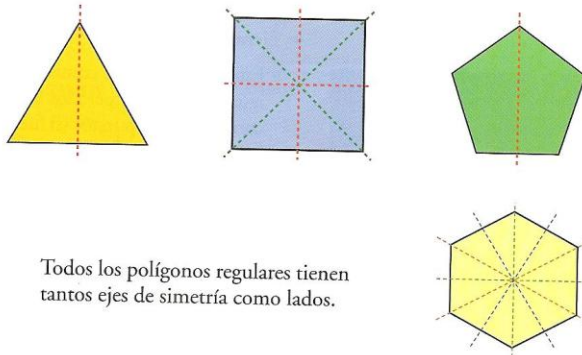


Se llaman **centro**,  $O$ , y **radio**,  $r$ , de un polígono regular al centro y al radio de la circunferencia circunscrita.

**Apotema**,  $a$ , es el segmento perpendicular desde el centro,  $O$ , al lado,  $l$ . La apotema siempre corta al lado en su punto medio.

En todos los polígonos regulares,  $r$ ,  $a$  y  $l/2$  son los lados de un triángulo rectángulo.

## Ejes de simetría

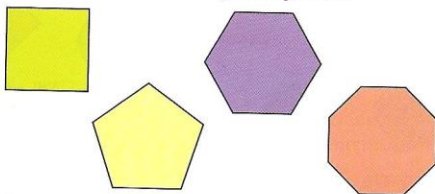


Todos los polígonos regulares tienen tantos ejes de simetría como lados.

5. Construcción de polígonos regulares.

## Actividades

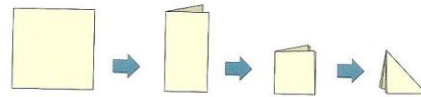
1 Calca en tu cuaderno las figuras siguientes:



Dibuja en rojo todos sus ejes de simetría.

2 Calca las figuras del ejercicio anterior en hojas aparte y recórtalas. Señala, mediante pliegues, todos sus ejes de simetría.

Observa que en el cuadrado puedes realizarlo mediante tres pliegues, y en el octógono, mediante cuatro.

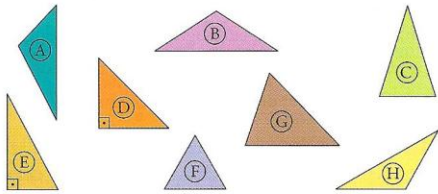


## PRACTICA

### Polígonos: clasificación

1    Di cuáles de estos triángulos son:

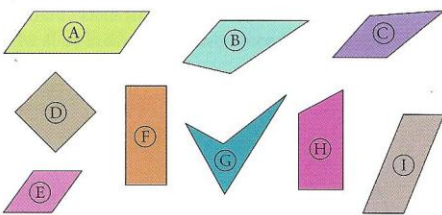
- Acutángulos.
- Rectángulos.
- Obtusángulos isósceles.



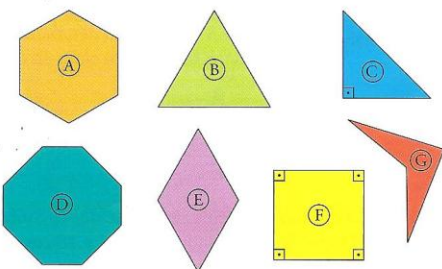
2    Di cómo son, según sus lados y según sus ángulos, los triángulos siguientes:



3    Ponle nombre a cada uno de los cuadriláteros que aparecen a continuación:



4    Clasifica los polígonos siguientes en regulares y no regulares:



### Construcciones con regla y compás

5    Dibuja un triángulo rectángulo isósceles. ¿Cuánto miden sus ángulos?

6    Dibuja un triángulo de lados 3 cm, 5 cm y 7 cm, y traza sus medianas. ¿Cómo se llama el punto donde se cortan?

7    Dibuja un triángulo de lados 4 cm, 5 cm y 6 cm, y traza sus alturas. ¿Cómo se llama el punto donde se cortan?

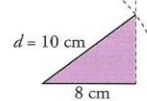
8    Dibuja un triángulo equilátero de 5 cm de lado, y traza la circunferencia inscrita. ¿Cómo se llama el centro de esa circunferencia?

9    Dibuja un triángulo de lados 3 cm, 4 cm y 5 cm, y traza la circunferencia circunscrita. ¿Cómo se llama el centro de esa circunferencia?

10    Dibuja un cuadrado cuya diagonal mida 6 cm.

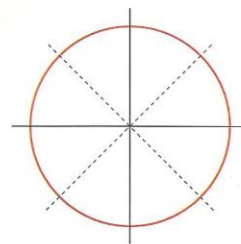
11    Dibuja un rectángulo del que se conoce la diagonal, 10 cm, y un lado, 8 cm.

*Empieza construyendo un triángulo rectángulo con la diagonal y el lado conocido. Después, completa el rectángulo.*



12    Traza dos rectas perpendiculares y sus dos bisectrices.

Traza una circunferencia de radio 6 cm con centro en el punto donde se cortan las cuatro rectas.



Dibuja un octógono regular y justifica la construcción.

## Entrevista posterior a la clase AD 2

Ya comentamos en el Diseño de Investigación que tras cada clase observada hubo una entrevista final. Aquí exponemos la de AD 2.

1. I.- ¿Qué problemas has hecho de la página 12, del tema 0 de resolución de problemas ? ¿Y de la página 14, también del tema 0 sobre resolución de problemas? ¿Y del tema de fracciones?

AD.-Del tema 0 de rp todos, de la página 14 todos y de la página 141 todos.

2. I.- ¿Qué estrategias has trabajado del tema de 0?

AD.- Las que vienen en el libro:

*En otros casos debes esforzarte, relacionar, darle vueltas.*

- *Acaso te convenga HACER UN ESQUEMA.*

- *Tantea, ponte ejemplos ...*

3. I.-¿Crees que alguno de los problemas propusiste se pueden resolver con alguna de las estrategias anteriores? ¿Y entonces?

AD.-Bueno se pueden resolver comprobando, tener claro el enunciado y hacer un esquema.

4. I. ¿Te refieres al esquema que viene en el libro del tipo?

COSTE DE 3Kg de peras	+	COSTE DE 1Kg DE CEREZAS
--------------------------	---	-------------------------------

Es igual a 8.

AD.-Sí, estos esquemas son

5. I.-Explícame tu gestión de la clase con los que no trabajan.

AD.-Me acerco a ellos, siempre por las buenas. También lo incentivo con positivos. Nunca los dejo aislados. Yo he llegado a darles material, y ya no tienen excusa.

6. I.-¿Has dado el concepto de identidad? ¿Lo has aplicado para resolver ecuaciones?

AD.- Lo he dado muy poco porque es muy abstracto para ellos que son de 1º de ESO. Sólo lo que viene en el libro. En el problema 18 (página 197) sale el concepto de identidad. Yo no lo aplico para resolver ecuaciones.

## Entrevista posterior a las clases AD 3 y AD 4

1. I.-Me has hablado en varias ocasiones de que los alumnos vayan con buen nivel. ¿Qué entiendes tú por buen nivel?

AD.- *Es un poco ambiguo, la verdad. Por un lado yo creo que es que tengan buena base.*

I.- ¿Qué entiendes tú por buena base?

AD.- *Que ellos ante un problema sepan lo que hacer en cada momento.*

I.- ¿Es quizás los conceptos?

AD.- *Los conceptos son importantes pero que lo sepan aplicar es más importante*

2. I.-¿Y se pierden cosas con el buen nivel?

AD.- *Mi objetivo es que aprendan a afrontar problemas de cualquier tipo*

3. I.-¿Tú a la actividad 1 de la página 223 le llamas problema? ¿Y a los que hiciste de ecuaciones?

AD.-*Es más bien de aplicar la teoría. A la hora de saber si había simetrías, quizás sí. Yo entiendo problema cuando tiene relación con la vida cotidiana, o que tenga que poner herramientas para resolverlo*

I.- Entonces algo es un problema si...

AD.- *Estos yo los entiendo problemas en cuanto usas herramientas como hacer un dibujo, como medir para resolverlos.*

I.- ¿Y los de ecuaciones entonces?

AD.- *Ah, esos sí, claramente.*

4. I.-¿Me puedes dejar una copia de cada alumno del examen del tema anterior?

AD.- *Sí yo te los dejo*

5. I.-Cuando los alumnos no entendían o no sabían clasificar un polígono, tú le ayudabas con mucha paciencia e intentando que no se sintiera mal porque no lo entendían. ¿Me equivoco? ¿Crees que podrías haber hecho algo más para que el alumno aprenda a aprender?

AD.- *No te equivocas. Intento guiarles pero no decirles la solución. Haciendo preguntas para encaminarlos para dar la solución. Por ejemplo, ¿Cuántos lados tiene? ¿Son iguales los lados?*

*No lo sé si hay más formas. Supongo que puede haber otras, yo no tengo la verdad absoluta. Las mismas TIC, son importantes para esto. Hay www donde el alumno aprende a aprender.*

I.- Como por ejemplo...

AD.- *Descartes*

I.- ¿y sin www?

AD.- *Hombre hay juegos, materiales manipulativos...*

6. I.-En la entrevista posterior a la clase anterior me manifestaste que con los que no trabajan te acercas a ellos por las buenas, no dejándolos aislados. ¿Por qué lo haces así? ¿De este modo es cómo crees que cambian las personas?

AD.- *Porque les quiero, porque les tengo cariño, lo hago por su bien.*

I.- ¿Por qué por su bien?

AD.- *Les ayudo para sacar el graduado, es su futuro, para trabajar en algo el graduado lo necesitan. Para su vida, para que no les engañen pueden usar las Matemáticas.*

I.- ¿Tú crees que así van a cambiar?

AD.- *Yo creo que por las buenas siempre, con paciencia. Hay días que responden y hay días que no. Yo no sé hacerlo de otra manera.*

I.- ¿Castigando a lo mejor?

AD.- *Eso no construye. Prefiero tener paciencia, hacerlo por las buenas. Con tanta violencia que hay, hay que mostrarles otra forma de hacer las cosas. Eso es también cultura de paz.*



## Entrevista final

Recordemos que en esta entrevista pretendíamos determinar la concepción de AD sobre el criterio de previsión.

I.- Mira, piensas tú que una de las misiones tuyas como profesora es que los alumnos sean más felices.

*AD.- Hombre, yo pienso que cuanto más feliz es un alumno más fácil lo tiene para aprender. Entonces, si son más felices pues antes aprenden, están más motivados ,entonces en ese sentido sí.*

I.- ¿Tú crees que tú puedes o debes favorecer que ese alumno sea un poco más feliz...

*AD.- Hombre,*

I.- Con tu idea de felicidad.

*AD.- Hombre a mí me gustaría. Si yo, si eso si ...hombre eso se intenta, pero a mí me gustaría que un alumno mío fuera más feliz ...*

I.- a través de tus acciones, o a través de tu programa educativo o como tú clases, o de tu forma de hacer en clase ...

*AD.- Me gustaría por eso, si el fuera más feliz y también tu contribuiras a eso, eso sería una satisfacción para mí. Que eso le ayudara, eso que fuera mejor persona, que...*

I.- Porque las vinculas las dos cosas el ser mejor persona con ser feliz. A ver, a ver. A mí eso me interesa

*AD.- Sí, no sé por qué. No sé. Yo pienso que cuando uno hace las cosas bien, cuando uno tiene la conciencia tranquila de que actúa, coherentemente y consecuentemente, pues es más libre, es más feliz.*

I.- Y tú crees que tú haces algo, o tú tienes conciencia de que haces algo para que mejore esa felicidad, o esa forma de superar dificultades de los alumnos, de cómo enfrentarse cuando ellos sufren, cuando tienen una dificultad.

*AD.- Hombre primero intentar creo que alguna vez lo he comentado, estar cercano a ellos, y claro entonces saber que ellos en cualquier momento ..., también la edad difícil que tienen, la adolescencia es un periodo muy complicado y entonces bueno, por lo menos saber que pueden contar con alguna persona, fuera a lo mejor de lo que es su familia o su entorno de amigo, tener a lo mejor un adulto de referencia con el que puedan contar entonces en ese sentido no sé que estar cercana, y también pues con el*

*propio, como se llama con mi propia experiencia, con mi manera de ser a la hora de estar en clase pues no sé yo creo que puede contribuir a que ellos si ven que yo estoy disfrutando con las matemáticas, yo disfruto con las clases , cuando tu disfrutas con algo y eso es apasionante para ti, pues entonces ellos no sé tú dices ...*

I.- el transmitirles tu amor por la asignatura ...

*AD.- claro, tú estás transmitiendo algo que lo vives, que disfrutas con eso, pues ellos tienen que decir, yo quiero eso para mí. Entonces para mi uno de mis objetivos es que pues los alumnos que vean que lo que yo estoy haciendo, lo estoy viviendo, para mi es tan importante ...o lo vivo con tal intensidad que quiero que ellos se contagien de eso.*

I.- Vale, ya, ya, sí, sí

*AD.- ¿Me explico?*

I.- Sí, sí

*AD.- Eso es un objetivo ahí*

I.- No pero, ...lo que hemos hablado de los alumnos que he tenido yo tuyos si hay cosas que ¿Algo concreto que tú hagas con respecto a la forma de dar clases, a la metodología, ¿Tú crees que contribuyes a ese objetivo que tú te marcas?

*AD.- Hombre sobre todo lo que hemos hablado de la resolución de problemas, de buscar caminos nuevos, porque, a ver, los alumnos en el fondo están un poco cansados, tanto los alumnos como nosotros, están 6 horas sentados, les cuenten una historia detrás de otra, llega un momento en que ellos se cansan, y más con la edad que tienen, tú haces lo que tú pretendas enseñar de una manera diferente, cercana a ellos, que ellos, principalmente eso, ellos están contentos están felices, están a la expectativa hoy que me va a decir, hoy que me va a contar, hoy, entonces yo creo que ..., crearles a ellos esa inquietud, esas ganas,*

I.- esa motivación, esa curiosidad

*AD.- esa motivación, eso es, de decir, hoy estoy deseando de que llegue la hora de matemáticas para ver, lo que va a hacer hoy, no en el sentido de un showman de que tú dices, no?, en el sentido de que tu llegas, a ver que nos enseñas, que entonces, ...utilizando la multitud de recursos que hay, la multitud de cosas que hay, gracias a dios, y que conocemos de para la enseñanza de las matemáticas, pues eso que ellos se sientan atraídos por eso.*

I.- Vale. Sí, sí me ha quedado ya claro.

*AD.- Si no te lo explico de nuevo.*

I.- No. Está explicado perfectamente. Para esta mejoría que tú pretendes por ejemplo, a la hora de ..., ya hemos hablado de la motivación, de promover esa inquietud y esa curiosidad, que incluyo ahí el superar dificultades, superar retos y tal, ¿Tú en que te fijas para saber que está cerca de tu objetivo? ¿Cómo sabes tú que lo estás consiguiendo o no lo estás consiguiendo? ¿Si te estás apartando o te estás alejando de ese objetivo?

*AD.- Hombre principalmente la observación, ¿no?*

I.- De ellos.

*AD.- Claro. Yo de observarlos a ellos,*

I.- ¿Lo que hacen? ¿Lo que dicen?

*AD.- su actitud, por ejemplo.*

I.- Lo que hacen entonces.

*AD.- sí lo que hacen, pero sobre todo ver si lo que ellos están haciendo ilusionados o no, simplemente verlos como se sientan, verlo sentados en la silla, así como repanchingados ...estos tienen pocas ganas, tú los ves, el simple postura, comunicación no verbal en ese sentido. Que tú estés viendo que ellos estén más atentos, menos atentos, más cansados, le interesa más, le interesa menos, primero observando, y luego también a mí me gusta hacerles alguna entrevista, aunque sea un cuestionario, normalmente pues ahí les preguntas ...para saber un poco de autoevaluación mía, en ese sentido de ver si lo que yo estoy haciendo les está llegando, porque yo a lo mejor me estoy imaginando que sí, y a ellos no les está llegando. Entonces su opinión es importante en ese sentido ¿no?*

I.- Vale. Vale. Por ejemplo, alguna vez has tenido algún alumno de los que has tenido información de ellos, incluso después de tú haberles dado clase, o sea

*AD.- Sí bueno algunos, como yo normalmente no... Es que yo no he estado dos cursos con los mismos.*

I.- Por eso te lo pregunto. No has podido seguir la evolución ...

*AD.- No, la evolución no.*

I.- Has tenido alguna vez información o como lo has indagado, si es que lo has indagado.

*AD.- Sí pues mira. Yo cuando me he ido yo siempre les he dejado a ellos mi correo electrónico. Entonces me ha sorprendido muchas veces que me han escrito y me han dicho te echamos de menos, o nos acordamos de ti, o tanto a nivel personal como a nivel de matemáticas de lo que es enseñanza de las matemáticas, entonces hombre pues eso para mí es una satisfacción personal muy grande que me digan te echamos de menos, nos gustaría entonces en ese sentido.*

I.- Tú sigues en contacto con ellos y lo que ellos te van diciendo

*AD.- Claro y yo los mismo alumnos me han escrito correos. Oye lo que necesitéis con un correo ¿no? Algunos me han preguntado, yo tengo una duda en esto, incluso les he resuelto dudas por correo, no? y a mí nunca me han*

I.- Me imagino que será distinto del correo personal ...

*AD.- Sí es que yo me hice un correo cuando estuve en el Instituto, entonces es el que daba a todos los alumnos para tener, como es de Hotmail, incluso nos hemos conectado pues bueno algunos alumnos míos que yo tuve al principio ya han terminado carreras, tengo algunos médicos, tengo algunos profesores,*

I.- De los primeros años

*AD.- Claro de los primeros años que yo daba clase. Estamos en contacto y ahora me siguen llamando pues a lo mejor, pues alguno se está planteando ya casarse. En fin tú dices Dios mío, como crecen, como pasa el tiempo, que me sigan recordando con ese cariño, diciendo que se acuerdan de mí, que se acuerdan de las clases, pues eso para mí es muy importante. Es una satisfacción a nivel personal.*

I.- Ya la última.

*AD.- No sé si te está quedando claro.*

I.- Perfectamente. Mira hay alumnos a los que les va mejor los retos, enfrentarse con problema. Por ejemplo el caso de Manolo. Manolo para mí es un ejemplo clarísimo. Fernando también, no sé si lo tuvistes en música. Es un alumno que había suspendido matemáticas y sin embargo conmigo sacaba notable. No le diste tú clase.

*AD.- No. Le di música.*

I.- Les va mejor con retos. A ellos se enfrentan a dificultades y se motivan. Tú estos alumnos como los ves, como crees que van, como les va en tus clases ...

*AD.- Verás lo ideal es que las clases sean menos numerosas, no? para poder atender... Lo de la atención a la diversidad que dice la ley, a mi me encanta porque en realidad*

*es lo que deberíamos trabajar ¿no? Darle a cada persona individualmente y conocer sus necesidades o lo que a mí me gustaría conseguir ¿no? Entonces claro pues si yo veo que un alumno necesita por otro lado, pues intentar darle a lo mejor problemas , o ... problemas más lógicos, o que necesiten resolver esto para mañana, intentar darle a cada uno lo que va necesitando, es muy complicado porque es verdad que en la práctica una clase con 28 o 30 alumnos, es difícil ¿no?, pero también intentar, prestarme yo también un poco a eso, oye si necesitáis algo, prestarme yo a que ellos puedan contar conmigo para decir, pues mira a mi me gustaría que me dieras tal cosa, ...*

I.- Vale, eso es lo que tú has hecho, digamos

AD.- Sí

I.- Quiero decir no para el futuro, como tú lo has contemplado con tus alumnos ...

AD.- Si porque había a lo mejor problemillas que ...

I.- Ah, vale

AD.- *Por ejemplo ahora con las nuevas tecnologías, pizarras digitales que se están imponiendo, porque hay millones de páginas tanto para unos que tienen un nivel por encima de la media, como para otros que ... como más, en ese sentido se puede trabajar mucho y muy bien con eso. Y ahora con los portátiles en la clase, es más fácil.*

I.- Es más fácil.

AD.- *porque tú le vas diciendo tú y tú trabajáis esta página. Tú y tú esta página. Tienes como más recursos. ¿Sabes lo que te digo?*

I.- Tampoco te habrás fijado en ese aspecto en cómo, como ellos evolucionan, incluso en cursos posteriores a los alumnos a los que les va mejor. ¿Tienes alguna información?

AD.- *No lo tengo, pero supongo que yo creo que cada persona o cada alumno lo ideal sería darle y responder a lo que vaya necesitando. Por ejemplo, si uno necesita más retos, pues necesita más retos, es que yo creo que cualquier problema ya es un reto ¿no? para ellos. Entonces ...*

I.- A unos les va mejor, y .... me estaba refiriendo a que unos les cuesta más y a otros les motiva más, les cuesta más pero ...

AD.- *Yo creo que en realidad a todos porque vaya a todos los niños, desde pequeños, lo que es una maquina, un juego, un ordenador, algo así, y todos esos juegos son retos en realidad, cualquier juego de tirar pelotas, de bolitas de no sé cuánto, son retos, que*

*se están planteando. Entonces yo creo que en el fondo cualquier persona le motiva un reto, y sobre todo superar ese reto.*

I.- ¿Si? Yo tengo alumnos que a lo mejor, creo que no ...

*AD.- Porque a lo mejor el reto es demasiado alto, a lo mejor tú le pones una cosa más chica y el conseguir algo, yo creo que eso le puede motivar para el siguiente paso. ¿Sabes lo que te digo? Que a lo mejor le pones ... Habrá que ver el nivel en que está cada uno, a lo mejor el escalón en el que están, a lo mejor uno le queremos dar un reto más complicado y a lo mejor necesita una cosa más pequeña para poner su confianza, o sea para cómo te diría ...*

I.- Para ganar autoestima para otro reto mayor.

*AD.- Para que la confianza en sí misma aumente porque de hecho yo cuando yo estudiaba en el colegio y eso, para mí el resultado en un problema por pequeño que sea, eso me animaba a hacer el siguiente. Entonces yo creo que eso le puede animar a cualquier persona, a lo mejor en matemáticas o la resolución de problemas, le tienen como miedo porque no tienen a lo mejor la suficiente confianza en ellos mismos y ven un problema y ya se atascan. Entonces vamos a ir desglosándolo poco a poco, vamos a ver pasos previos, vamos a hacer una cosa más fácil ... hasta que ellos al final lo encuentran. Ganen esa confianza en sí mismos y puedan ir al siguiente nivel. No sé, yo te lo comparo con el juego de las maquinitas, los niveles: nivel 1, venga hemos avanzado en el nivel 1, ahora el nivel 2, venga ahora el nivel 3, a todos yo creo que les gusta ir subiendo niveles en cualquier juego de estos, el más fácil de las pelotas o ... Cuando tú superas un nivel siempre te sientes con más confianza o más motivado.*

I.- Bueno, pues ya está. Muchas gracias.