

# Universidad de Huelva

Departamento de Ingeniería Electrónica, de Sistemas  
Informáticos y Automática



Universidad  
de Huelva

**Nuevas propuestas en la teoría de la potencia reactiva  
instantánea : aplicación a la compensación de cargas  
industriales con filtros activos de potencia**

**Memoria para optar al grado de doctor  
presentada por:**

**María Reyes Sánchez Herrera**

Fecha de lectura: 18 de septiembre de 2007

Bajo la dirección del doctor:

Patricio Salmerón Revuelta

**Huelva, 2007**

**ISBN: 978-84-96826-88-5  
D.L.: H 241-2008**



Universidad  
de Huelva

ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR

**NUEVAS PROPUESTAS EN LA  
TEORÍA DE LA POTENCIA REACTIVA  
INSTANTÁNEA.  
APLICACIÓN A LA COMPENSACIÓN DE  
CARGAS INDUSTRIALES CON  
FILTROS ACTIVOS DE POTENCIA**

Tesis Doctoral de  
María Reyes Sánchez Herrera

Dirigida por  
Patricio Salmerón Revuelta

UNIVERSIDAD DE HUELVA  
JUNIO 2007



D. Patricio Salmerón Revuelta, Catedrático de Universidad de la Escuela Politécnica Superior de la Universidad de Huelva,

CERTIFICA:

Que Dña. María Reyes Sánchez Herrera, Ingeniera Industrial, bajo su dirección, y dentro del programa de doctorado **Ingeniería Básica y Aplicada** coordinado por el **Departamento de Ingeniería Electrónica, de Sistemas Informáticos y Automática**, ha realizado el trabajo de investigación correspondiente a su Tesis Doctoral titulado:

**Nuevas Propuestas en la Teoría de la Potencia Reactiva Instantánea. Aplicación a la Compensación de Cargas Industriales con Filtros Activos de Potencia**

Revisado el presente trabajo, estimo que puede ser presentado al Tribunal que ha de juzgarlo.

Y para que conste a efectos de lo establecido en el artículo octavo del Real Decreto 778/1998 y por la Normativa Reguladora del Título de Doctor de la Universidad de Huelva, autorizo la presentación de este trabajo en la Universidad de Huelva

Huelva, a 1 de junio de 2007

Director: Dr. Patricio Salmerón Revuelta

Doctorando: M. Reyes Sánchez Herrera



# Gracias...

... a Patricio Salmerón, director de esta tesis, por iniciarme en la investigación y enseñarme pacientemente a saber qué decir y cómo decirlo.

... a mis compañeros por prestarme su ayuda cuando la he necesitado.

... a mi marido por su disponibilidad permanente.

... a mis padres porque gracias a ellos y a su apoyo durante toda mi vida, he dado cada uno de los pasos que me han hecho llegar a presentar esta tesis doctoral, una etapa importante en mi trayectoria profesional.



# Índice

<b>Introducción .....</b>	<b>1</b>
<b>Capítulo I. Antecedentes, objetivos y planteamiento general .....</b>	<b>9</b>
1.1 Introducción.....	9
1.2 Antecedentes.....	11
1.2.1 La estrategia de control .....	13
1.3 Objetivos y aportaciones de la tesis.....	15
1.4 Plataforma de simulación .....	17
1.5 Plataforma experimental.....	21
1.6 Índices de calidad utilizados para el estudio comparativo.....	26
<b>Capítulo II. Teoría de la potencia reactiva instantánea. Formulaciones p-q original y p-q modificada .....</b>	<b>33</b>
2.1 La formulación p-q.....	35
2.1.1 Aplicación de la formulación p-q al control con filtros activos de potencia.....	43
2.1.2 Desarrollo de la formulación p-q en un marco vectorial.....	53
2.1.3 Teoría de la potencia reactiva instantánea en coordenadas de fase .....	56
2.2 La formulación p-q modificada.....	66
2.2.1 Aplicación de la formulación p-q modificada a la compensación de cargas trifásicas no lineales.....	73
2.2.2 Formulación p-q en coordenadas de fase .....	77
2.2.3 Eliminación de la intensidad de neutro .....	79



<b>Capítulo III. Formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea basadas en sistemas de coordenadas rotativos .....</b>	<b>83</b>
3.1 Transformación de un sistema de coordenadas estático a un sistema de coordenadas rotativo.....	85
3.1.1 Formulación d-q de la teoría de la potencia reactiva instantánea .....	92
3.1.2 Método id-iq de las componentes activa y reactiva de la intensidad instantánea.....	95
3.3 La formulación p-q-r de la teoría de la potencia reactiva instantánea.....	102
3.3.1 Definición de potencias instantáneas en la formulación p-q-r.....	106
3.3.2 Aplicación de la formulación p-q-r al control con filtros activos de potencia .....	109
3.4 Formulación p-q-r en coordenadas de fase.....	119
<b>Capítulo IV. Estudio comparativo de las distintas formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea .....</b>	<b>125</b>
4.1 Relaciones entre las distintas estrategias.....	126
4.1.1 Formulación p-q y formulación p-q modificada.....	126
4.1.2 Formulación p-q y formulación vectorial .....	130
4.1.3 Formulación p-q y formulación d-q.....	131
4.1.4 Formulación d-q y formulación p-q-r.....	133
4.1.5 Formulación p-q y formulación p-q-r.....	136
4.2 Análisis comparativo de los resultados obtenidos en la aplicación de las distintas estrategias de control .....	137
4.2.1 Resultados de simulación de estudio comparativo .....	139
4.2.1.1 Presentación de las formas de onda.....	139
4.2.1.2 Presentación de los índices de distorsión y asimetría .....	142
4.2.2 Resultados experimentales.....	148
4.2.2.1 Compensación de una carga constituida por tres reguladores monofásicos conectados en estrella .....	148
4.2.2.2 Compensación de una carga constituida por tres rectificadores monofásicos conectados en estrella .....	159
<b>Capítulo V. Aplicación de la teoría de la potencia reactiva instantánea a la compensación de cargas trifásicas no lineales con filtros activos de potencia .....</b>	<b>169</b>
5.1 Formulación p-q.....	170
5.1.1 Factor de potencia unidad.....	172
5.1.2 Intensidad de fuente sinusoidal .....	176
5.2 Formulación vectorial .....	183
5.3 Resultados experimentales.....	190
5.3.1 Compensación de una carga formada por tres reguladores monofásicos conectados en estrella.....	190

---

5.3.2 Compensación de una carga formada por tres rectificadores monofásicos conectados en estrella .....	195
--	-----

**Capítulo VI. Formulación de la potencia reactiva instantánea en sistemas polifásicos..... 201**

6.1 Formulación tensorial de la teoría de la potencia reactiva instantánea ..	202
6.2 Particularización de la formulación tensorial a sistemas trifásicos .....	207
6.3 Dos enfoques en la formulación tensorial de la teoría de la potencia reactiva instantánea .....	208
6.3.1 Derivación de la formulación p-q original .....	209
6.3.2 Derivación de la formulación p-q-r .....	213

**Capítulo VIII. Discusión y conclusiones..... 219**

7.1 Conclusiones .....	220
7.2 Trabajos futuros.....	222

**Anexo 1. Prototipo experimental..... 225**

**Anexo 2. Otras formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea..... 245**

**Referencias .....** 263



# Introducción

La tecnología ha venido respondiendo a las necesidades que han ido apareciendo a lo largo de la historia y dando soluciones a los problemas que se han ido planteando. En lo referente a la Ingeniería Eléctrica, la generalización en el uso de la corriente alterna en la que el descubrimiento del transformador fue el elemento clave, ha propiciado la producción a gran escala de la energía eléctrica ligada a su transporte y distribución. A partir de que la potencia eléctrica puede ser producida en lugares alejados de los centros de mayor consumo y transportada a los puntos donde la requieren los usuarios, se hace necesaria la mejora de la eficiencia del sistema. Esto es, que los distintos perfiles de consumo afecten lo menos posible a la calidad de la explotación del sistema.

En este sentido, las empresas de transporte y distribución de energía eléctrica tuvieron que afrontar históricamente el problema que suponía el aumento de la intensidad reactiva que circulaba por las líneas. La potencia reactiva limita la capacidad de transporte de energía útil y ocasiona un aumento de las pérdidas disminuyendo, por tanto, la eficiencia de la red. La medida adoptada por las compañías eléctricas, con el fin de optimizar la utilización de sus infraestructuras de red, fue penalizar en la facturación a los clientes cuyas instalaciones tuvieran un factor de potencia bajo. Por este motivo, en el diseño de redes eléctricas industriales, siempre se ha contemplado la necesidad de incorporar elementos para la compensación de la potencia reactiva.

Por otro lado, la situación actual de las redes de distribución difiere notablemente de la que presentaban hace tan solo dos décadas. La razón principal es la presencia de perturbaciones generadas por las cargas no lineales que originan un alto nivel de contenido armónico en las formas de onda de la intensidad y la tensión de línea.

La necesidad de lo que genéricamente se podría denominar corrección del factor de potencia de cargas de carácter no lineal, ha motivado en los últimos años la aparición de un elevado número de trabajos sobre compensación estática. Más concretamente, a partir de la década de los 80 se viene investigando especialmente sobre la utilización de los llamados filtros activos de potencia (Active Power Filters, APFs), o más apropiadamente acondicionadores activos de potencia (Active Power Line Conditioners, APLCs), para la compensación de cargas trifásicas no lineales. Así, hoy día estos sistemas son habituales como equipos correctores de los problemas derivados de la falta de calidad del suministro eléctrico.

El núcleo de un filtro activo de potencia es un circuito electrónico (inversor de potencia) que se conecta, o bien en paralelo con la carga actuando como una fuente de intensidad controlada, o bien en serie actuando como fuente de tensión.

Los acondicionadores paralelos o “shunts” en un principio generan las corrientes armónicas que consume la carga a compensar. Estos son empleados preferentemente en cargas que generan armónicos de corriente, como es el caso de los rectificadores controlados con una elevada inductancia en el lado dc (lado de continua). Por otro lado, los acondicionadores serie se conectan en serie con la carga a través de un transformador de acoplamiento, y, entre otras posibilidades, se pueden utilizar para compensar los armónicos de tensión. Se usan preferentemente en cargas generadoras de armónicos de tensión, como es el caso de los rectificadores de diodos con una elevada capacidad en el lado dc.

Los tres principales aspectos a definir en el diseño de un APLC son la topología (esquema de conexión, tipo de inversor de potencia utilizado y dispositivos electrónicos de potencia del inversor), la estrategia de control (la obtención de las señales de referencia para el control del acondicionador) y el método de control (generación de las señales de disparo de los dispositivos interruptores del compensador, generalmente por modulación de anchura de pulso, PWM).

Hasta la fecha se han propuesto distintos esquemas para la conexión de un APLC como equipo de compensación. Así, es posible la conexión individual

paralelo o serie como se ha indicado anteriormente, o bien disposiciones híbridas con filtros activos y pasivos. De la misma manera, se han desarrollado distintas estrategias de control de un acondicionador activo, clasificadas en la literatura técnica según dos grupos, las desarrolladas en el dominio del tiempo y las desarrolladas en el dominio de la frecuencia.

Las estrategias desarrolladas en el dominio de la frecuencia pretenden dar un sentido físico a los distintos términos de las potencias e intensidades definidas. Las estrategias desarrolladas en el dominio del tiempo tienen, sin embargo, una aplicación directa en la compensación de cargas mediante APLCs. En un principio fueron más numerosos los trabajos referentes a la primera de las opciones. Todas las definiciones propuestas en los mismos están basadas en el análisis de Fourier de las ondas de tensión e intensidad. De entre estas definiciones de las componentes de la potencia aparente, la más comúnmente aceptada es la sugerida por C. Budeanu (1927), utilizada por H. Rissik en sus trabajos sobre rectificación (1935). Trabajos posteriores, ya entrados en la década de los 70, debidos principalmente a Shepherd, Zakikhani, Sharon y Emanuel, marcaron una nueva etapa en la interpretación y medida de los distintos componentes de la potencia aparente, así como en el cálculo de la máxima compensación posible mediante condensadores.

La formulación temporal de la teoría de la potencia surgió en los años 30 ante la complejidad de las ecuaciones que resultan de aplicar los desarrollos en series de Fourier, y fue Fryze quien propuso en 1932 la descomposición de la intensidad en dos componentes ortogonales de forma que la primera de ellas, denominada componente activa, reprodujera en todo instante la forma de onda de la tensión aplicada. Trabajos posteriores, muy cercanos en el tiempo, de Kuster y Moore, Page y Filipski contribuyeron al establecimiento de métodos de medida y compensación con elementos LC. La teoría de la potencia en sistemas monofásicos puede decirse que llega a su colofón a mediados de los 80 de la mano de Czarnecki, formulando una teoría híbrida que mezcla los conceptos del dominio temporal y del dominio frecuencial.

Dentro del enfoque temporal y para sistemas trifásicos de tres y cuatro conductores, Akagi, Kanazawa y Nabae introdujeron la denominada teoría de la potencia reactiva instantánea. Su objetivo originariamente era encontrar una estrategia de control efectiva para compensar cargas trifásicas no lineales por medio de filtros activos de potencia. Esta es básicamente la formulación que se ha aplicado de forma sistemática para abordar la compensación de cargas trifásicas no lineales hasta nuestros días. De cualquier forma, a finales de los ochenta se propusieron otras formulaciones como la llamada técnica de correlación en el dominio del tiempo o aquéllas del marco de referencia síncrono, entre otras, que permiten obtener resultados idénticos que la teoría

p-q en sistemas equilibrados no lineales con tensiones de alimentación sinusoidales. En el caso de tensiones desequilibradas y/o no sinusoidales, los resultados obtenidos al aplicar cada una de las estrategias son diferentes, no habiéndose realizado hasta la fecha un estudio comparativo completo que las englobe a todas.

En este trabajo, se presentan y estudian las formulaciones más relevantes de la teoría de la potencia reactiva instantánea desde su formulación inicial en el año 1983. Se analiza cada una para obtener la estrategia de control presentada en su desarrollo inicial por cada una de ellas. Asimismo, se ponen de manifiesto las semejanzas y diferencias entre las mismas en sus planteamientos teóricos. Las estrategias obtenidas se aplican a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, tanto a nivel de simulación como experimental. El estudio de simulación se ha elaborado en tres condiciones de tensiones de alimentación: tensiones equilibradas y sinusoidales, desequilibradas sinusoidales y equilibradas no sinusoidales. El estudio experimental se ha realizado en dos casos diferentes: con las tensiones de alimentación tomadas directamente de red y con tensiones desequilibradas (mediante una fuente de alimentación trifásica variable).

Los resultados obtenidos se utilizan para realizar un estudio comparativo de las mismas que permite establecer varias conclusiones. Entre otras, se pone de manifiesto que ninguna de las estrategias derivadas de los desarrollos originales de las formulaciones presentadas permite obtener intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales para cualesquiera condiciones en las tensiones de alimentación.

En esta tesis se proponen estrategias de control que consiguen alcanzar diferentes objetivos de compensación en cada contexto (sistema de coordenadas  $0\alpha\beta$  y sistema de coordenadas de fase): potencia de fuente constante, factor de potencia unidad e intensidad de fuente equilibrada y sinusoidal. Por otro lado, en el estudio comparativo se han introducido unos índices de desequilibrio y distorsión propuestos en el presente trabajo, que permiten su cálculo a partir de las medidas proporcionadas por los analizadores de red comerciales.

Por otra parte, en esta tesis doctoral se ha desarrollado una nueva propuesta de la teoría de la potencia reactiva instantánea que se denomina formulación tensorial. Se trata de una formulación global aplicable a sistemas polifásicos y de la que se pueden extraer todas las demás formulaciones desarrolladas en sistemas trifásicos. Esta nueva propuesta divide el vector intensidad de carga en dos componentes: la intensidad activa instantánea que representa la

intensidad de norma mínima que transporta la potencia instantánea a la tensión de alimentación y la intensidad reactiva instantánea que representa la intensidad que transporta la potencia imaginaria instantánea a la tensión de alimentación. Estas dos componentes, perpendiculares entre sí, suman la intensidad instantánea requerida por la carga. Además, esta formulación calcula la intensidad reactiva instantánea a partir de los vectores tensión e intensidad con una expresión válida para un sistema de cualquier número de fases.

A continuación se detalla el contenido de los distintos capítulos en los que se desarrolla la tesis.

En el Capítulo I se presentan los antecedentes históricos de la compensación de cargas trifásicas no lineales mediante filtros activos de potencia, centrando la exposición en los desarrollos sobre la estrategia de control, cuyo estudio es el punto central de la presente tesis doctoral. Además, en este capítulo se describe la metodología seguida en este trabajo para la realización de un estudio comparativo de las estrategias más relevantes derivadas de la teoría de la potencia reactiva instantánea publicadas después de que apareciera la formulación original. Así, se presenta una plataforma de simulación diseñada para obtener los resultados proporcionados por la aplicación de las distintas estrategias al mismo sistema de potencia. Se presenta asimismo una plataforma experimental donde se han ensayado todas las estrategias. Por último, se proponen los índices de distorsión y desequilibrio que se usan en el mencionado estudio comparativo para cuantificar los resultados obtenidos tanto en los resultados de simulación como en los experimentales.

En el Capítulo II se presentan las formulaciones original y modificada de la teoría de la potencia reactiva instantánea. En el primer apartado, se define la transformación de coordenadas de fase a coordenadas  $0\alpha\beta$  en que están basadas estas formulaciones. Se presenta la estrategia de control desarrollada por los autores de la formulación original y se analizan los resultados obtenidos de su aplicación a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de tres y cuatro conductores en tres condiciones distintas de tensiones de alimentación. A continuación se presenta un desarrollo equivalente de la formulación original sin la necesidad de usar transformación de coordenadas (desarrollo vectorial de la formulación p-q). Este desarrollo permite modificar de una forma simple el objetivo de compensación impuesto en la formulación original. A continuación, dentro de la primera sección, se presenta, en coordenadas de fase, la formulación vectorial de la teoría de la potencia reactiva instantánea. Los términos de potencia definidos por esta formulación son equivalentes a los definidos en la formulación p-q, pero el objetivo de compensación perseguido es distinto: en



la formulación p-q según el desarrollo presentado por sus autores se busca obtener una potencia instantánea constante, y en la formulación vectorial sus autores persiguen la obtención de factor de potencia unidad. Se presentan también en este apartado los resultados proporcionados por la aplicación de la formulación vectorial a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores.

En la segunda sección del capítulo II se presenta la formulación p-q modificada de la teoría de la potencia reactiva instantánea. En primer lugar, el desarrollo de la misma en coordenadas  $0\alpha\beta$  y los resultados de aplicar la estrategia de control de ella derivada a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. De esos resultados se desprende que esta estrategia, según el desarrollo propuesto inicialmente por sus autores, no consigue eliminar la intensidad de neutro si la tensión de alimentación presenta componente de secuencia cero. A continuación se presenta la formulación p-q modificada en coordenadas de fase y se desarrolla, en este sistema de coordenadas, una modificación de la misma que consigue eliminar la intensidad de neutro.

En resumen, en el capítulo II se presentan varias formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea desarrolladas en sistemas de coordenadas "fijos" o "no rotativos". En este caso, los vectores de tensión y de intensidad del sistema de potencia giran respecto del sistema de referencia. Los sistemas de coordenadas utilizados en sus desarrollos son las coordenadas  $0\alpha\beta$  y/o las coordenadas de fase.

En el capítulo III se presentan otras formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea concebidas en sistemas de coordenadas rotativos, ya sea de forma solidaria con el vector tensión o no. En concreto, el primer sistema de coordenadas rotativo que se presenta es el resultante de la aplicación de la transformación de Park, herramienta general, al estudio del comportamiento de sistemas trifásicos en condiciones cualesquiera de funcionamiento (asimetría, distorsión, etc.). La aplicación de la transformación de Park a los sistemas de potencia es la base de la formulación d-q de la teoría de la potencia reactiva instantánea. A continuación se presenta una variante de la formulación anterior, el método  $i_d-i_q$ . En este caso, el sistema de coordenadas gira de forma solidaria a la proyección del vector tensión sobre el plano  $\alpha\beta$ . El capítulo continúa con la presentación de la formulación p-q-r. En este caso, uno de los ejes del sistema de coordenadas coincide con el vector tensión. En esta formulación se proponen estos ejes rotatorios con la intención de expresar de una forma más simple las potencias del sistema. La formulación p-q-r consigue efectivamente expresar de una forma simple las potencias que entran en juego en un sistema trifásico de potencia, pero basa su desarrollo en

una compleja transformación de coordenadas. Para concluir este capítulo se presenta un desarrollo paralelo de la formulación p-q-r que no necesita del uso de ninguna transformación de coordenadas.

En el capítulo IV se realiza un estudio comparativo de todas las estrategias de control derivadas de las distintas formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea estudiadas a lo largo de los capítulos anteriores. La primera parte de dicho estudio es teórico y pone de manifiesto las semejanzas y diferencias de las estrategias de control derivadas de las distintas teorías presentadas. A continuación se realiza el estudio comparativo de los resultados obtenidos de aplicar las estrategias de control a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. El estudio se realiza con resultados de simulación y con resultados experimentales. Dentro de los últimos se encuadra la compensación de una carga formada por tres reguladores monofásicos conectados en estrella y la de otra carga formada por tres rectificadores trifásicos conectados también en estrella. Para cuantificar todos estos resultados se usan los índices de calidad de la potencia presentados en el capítulo I. Estos índices se muestran tanto en forma gráfica como tabulados en tablas para facilitar la comparación de los mismos.

En el capítulo V se realiza un estudio de los distintos objetivos de compensación adoptados en los últimos años en la compensación con filtros activos de potencia: potencia constante, factor de potencia unidad e intensidades de fuente sinusoidales. De igual forma se presentan las modificaciones que hay que realizar en las estrategias derivadas de las formulaciones p-q y vectorial para obtener cada uno de estos objetivos de compensación. Se presentan además los resultados, tanto de simulación como experimentales, de aplicar las estrategias correspondientes a cada objetivo de compensación a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. También se apunta un método para extraer la componente fundamental de la tensión basado en el uso de filtros paso bajo.

En el capítulo VI se presenta una nueva propuesta de la teoría de la potencia reactiva instantánea para sistemas polifásicos. En esta nueva formulación, que se denomina tensorial, el vector intensidad se descompone en dos componentes ortogonales, la intensidad activa instantánea que transporta toda la potencia real instantánea y la intensidad reactiva instantánea que transporta toda la potencia imaginaria instantánea. La suma de ambas será la intensidad total requerida por la carga. Se trata ésta de una formulación global que comprende cualquiera de las formulaciones presentadas a lo largo de este trabajo para sistemas trifásicos dependiendo de la descomposición que se realice del vector intensidad. Así, en este capítulo se obtendrán en el marco de esta nueva formulación las ecuaciones correspondientes a las

formulaciones presentadas en los capítulos anteriores: la formulación vectorial, la formulación p-q y la formulación p-q-r.

Por último, en el capítulo VII se presentan las conclusiones de la presente tesis doctoral así como una relación de posibles trabajos a realizar en la línea en que se encuadra este estudio.

# Capítulo I

## Antecedentes, Objetivos y Planteamiento General

### 1.1 Introducción

El uso creciente en instalaciones comerciales e industriales de cargas cuyo funcionamiento se basa en la electrónica de potencia, ha supuesto una seria preocupación en el ámbito de la ingeniería eléctrica en los últimos años debido a la distorsión armónica que producen en los sistemas de corriente alterna (AC). Esta distorsión es uno de los problemas que conforman el conjunto de alteraciones o perturbaciones del suministro de energía eléctrica que pueden producir fallos de funcionamiento o deterioro de los equipos que dependan de ella. Así, la calidad de la potencia eléctrica (Electrical Power Quality, EPQ) se ha convertido en los últimos años en uno de los problemas técnicos de mayor interés, [1]-[7].

Uno de los efectos de la proliferación de cargas no lineales que consumen una intensidad no sinusoidal puede ser el funcionamiento incorrecto de los sistemas de protección, las sobrecargas, o el aumento de la temperatura en conductores y en generadores. Estas corrientes distorsionadas pueden descomponerse en una suma compuesta por una intensidad de corriente de frecuencia fundamental y un conjunto de intensidades de frecuencias múltiplos de la fundamental, que al circular por la red eléctrica producen

caídas de tensión armónicas no deseadas teniendo como resultado la propagación de la distorsión por todo el sistema de energía eléctrica en la forma de armónicos de tensión e intensidad.

A lo largo de los años se han propuesto varias soluciones al problema planteado. Así, además de medidas como el sobredimensionado de la instalación respecto al régimen sinusoidal, o el uso de conexiones especiales en los transformadores trifásicos para la eliminación del tercer armónico (y sus múltiplos), merece citarse el uso de filtros pasivos LC. Un filtro sintonizado LC se diseña para ofrecer un camino de baja impedancia al armónico de interés de la intensidad de carga. El equipo comprende una serie de etapas cada una en resonancia con un orden de armónico particular. Para su diseño se hace imprescindible un estudio pormenorizado de la instalación, y el tamaño resultante del mismo depende de los armónicos de la carga y la impedancia del suministro. Sin embargo, esta solución puede crear problemas de resonancia que dependen de las condiciones específicas de la instalación. Además, el filtro puede acabar siendo el sumidero de los armónicos presentes en la red, lo que requeriría un sobredimensionado adicional.

El avance tecnológico de dispositivos electrónicos tales como el Insulated Gate Bipolar Transistors (IGBTs) ó el Gate-Turn-Off (GTOs), así como la disponibilidad de nuevas técnicas de procesamiento digital de señales (Digital Signal Processing, DSP) ha hecho posible recurrir a una antigua idea, los filtros activos de potencia, (Active Power Filters, APFs). El concepto de APF es utilizar un inversor para producir componentes armónicas que cancelen las componentes armónicas de la carga, siendo la conexión en paralelo con la carga la configuración más habitual. Un APF puede instalarse en cualquier punto de un sistema AC de baja tensión con el objeto de compensar una o varias cargas, evitando así la circulación de armónicos de corriente por todo el sistema, [8]-[47]. El desarrollo y la aplicación generalizada posterior de los APFs hicieron que, además de armónicos de corriente, estos se utilizaran para compensar potencia reactiva y corrientes de desequilibrio acuñándose habitualmente el término de Acondicionadores Activos de Potencia (Active Power Line Conditioners, APLCs). Además de los acondicionadores activos de configuración paralelo o serie, se han propuesto sistemas combinados o híbridos de filtros activos y filtros pasivos, [48]-[64].

El primer APLC para compensación armónica se instaló en 1982. Desde entonces se han instalado una gran variedad de equipos de alta potencia, principalmente en Japón, [65]-[79]. El conocimiento adquirido hasta nuestros días sobre los APLCs, tanto desde el punto de vista experimental como industrial, ha llevado en esta década a los investigadores a plantearse un

aumento en las exigencias de las prestaciones de estos equipos. Así, a partir de 1995, han comenzado a aparecer trabajos sobre lo que se vienen en denominar Acondicionadores de Calidad de la Potencia Unificados (Unified Power Quality Conditioners, UPQCs), [80]-[93]. Los UPQCs pretenden integrar en un solo módulo una combinación de filtro activo serie y filtro activo shunt. El propósito principal de un UPQC es compensar los flickers y desequilibrios de tensión de la alimentación trifásica, así como compensar la potencia reactiva, las corrientes de desequilibrio y los armónicos de corriente de la carga.

Un aspecto clave en el diseño de cualquier acondicionador activo de potencia es el diseño del control, tanto de la forma de obtención de las señales de referencia y la implementación del método de control, [94]-[99], como en la estrategia a seguir según la aplicación a la que se destine, [100]-[203].

Este trabajo se enmarca en la búsqueda de la estrategia a seguir para la obtención de las señales de referencia. En él se pretende llevar a cabo un recorrido a través de todas las formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea (centradas en el enfoque temporal) desde su formulación inicial en el año 1983 hasta este momento, analizando de forma detallada cada una de ellas y determinando las relaciones existentes entre las mismas.

Por otra parte, en esta tesis doctoral se desarrolla el diseño de una teoría general aplicable a sistemas polifásicos. Además, se comprueba que esta teoría generaliza a aquéllas desarrolladas en las últimas décadas para sistemas trifásicos de tres o cuatro conductores.

## **1.2 Antecedentes**

Los principios de compensación para los APLCs fueron propuestos en 1970. Desde entonces se ha llevado a cabo una gran cantidad de trabajos entorno a los filtros activos y sus aplicaciones. En un principio no cobraron auge hasta que los nuevos avances de la electrónica de potencia lo permitió, siendo entorno a los 90 cuando se desarrollaron dispositivos de conmutación rápida, IGBTs ó GTOs, entre otros. Con ellos es posible construir inversores de potencia que, mediante técnicas de modulación de anchura de pulsos (PWM), permiten reconstruir de forma adecuada la intensidad o tensión de compensación deseada, según el esquema del acondicionador y la estrategia de control elegida. Los esquemas básicos para la conexión de un acondicionador son la conexión en serie y la conexión en paralelo.

En la conexión paralelo, el acondicionador funciona como una fuente controlada de intensidad y suministra la intensidad de compensación que cancela las componentes armónicas de la carga. En la configuración serie lo hace como una fuente controlada de tensión que compensa los armónicos de tensión introducidos por la carga. Los filtros en paralelo son más usuales y compensan cargas que generan armónicos de intensidad, como rectificadores controlados con una carga fuertemente inductiva o rectificadores PWM con una gran inductancia en el lado de continua usados en algunas aplicaciones de control de máquinas eléctricas. Por otro lado, los filtros serie se conectan en serie con la carga a través de un transformador de acoplamiento, y se aplican a la compensación de armónicos de rectificadores de diodos con un gran condensador en el lado de continua.

En las últimas décadas se han desarrollado distintas topologías para el circuito inversor del acondicionador, con diferentes dispositivos electrónicos de estado sólido, así como distintas estrategias de control. Por otra parte, en cuanto a su estructura, se pueden dividir en tres categorías: de dos hilos (monofásicos) [43]-[47], [94], de tres hilos (trifásicos sin neutro accesible) , [76]-[79] y de cuatro hilos (trifásicos con neutro accesible). Estas configuraciones se corresponden con las distintas configuraciones que presentan las cargas no lineales en los sistemas de potencia.

En líneas de investigación recientes, se han propuesto configuraciones serie-paralelo. Este Acondicionador Unificado de la Calidad de la Potencia (Unified Power Quality Conditioner, UPQC) , [73]-[75], funciona de la siguiente forma: el filtro serie aísla los armónicos de tensión entre fuente y carga, regulando también los niveles de tensión y compensando los flickers y los desequilibrios de tensión en el punto de acoplamiento. El filtro paralelo compensa los armónicos, la potencia reactiva y los desequilibrios de intensidad de la carga.

También se han propuesto filtros híbridos serie/paralelo. El objetivo perseguido es la reducción del coste de los filtros activos y mejorar su eficiencia aprovechando las ventajas de cada uno. El filtro pasivo se diseña con ramas LC para armónicos concretos y, en su caso, filtros paso-alto.

La estrategia de control es esencial para lograr los objetivos de compensación y una buena eficiencia transitoria y permanente del filtro. La más usada está basada en la denominada teoría de la potencia reactiva instantánea, [54], [53], [107].

Posteriormente, al cobrar importancia los sistemas de cuatro conductores, empieza a ser importante añadir una nueva restricción a la estrategia de

control del acondicionador activo de potencia, la eliminación o disminución de la corriente de neutro, [123], [135], [185].

### **1.2.1. La estrategia de control**

La teoría de la potencia eléctrica en sistemas monofásicos se ha desarrollado a lo largo del presente siglo según dos enfoques diferenciados. El enfoque en el dominio del tiempo que permite un método directo de compensación, y el enfoque en el dominio de la frecuencia que permite un acercamiento al significado físico de los términos de potencia. En la década de los 80 se consiguió coordinar ambos enfoques, dejando conocer qué componentes de corriente son eliminados en un proceso concreto de compensación.

El análisis específico de los sistemas trifásicos en las condiciones más generales de asimetría y carga no lineal, no se aborda de forma sistemática hasta la década de los 80. Igualmente aparecen, por un lado el enfoque temporal y, por otro lado, el enfoque frecuencial.

La formulación temporal de la teoría de la potencia surgió en los años 30 ante la complejidad de las ecuaciones que resultaban de aplicar los desarrollos en series de Fourier. Fue Fryze quien propuso en 1932 la descomposición de la intensidad en dos componentes ortogonales de forma que la primera de ellas, denominada componente activa, reproduzca en todo instante la forma de onda de tensión aplicada.

Dentro del enfoque en el dominio del tiempo, el artículo presentado por Akagi, Kanazawa y Nabae (1983) es la primera publicación de la teoría de la potencia reactiva instantánea, [107]. Esta teoría se basó en varios artículos publicados previamente sobre la compensación de potencia reactiva. En efecto, a finales de los años 60, Erlicki y Emanuel (1968), [100], presentaron algunas ideas sobre el principio básico de la compensación de potencia reactiva controlada. También aseguraron que “una carga no lineal se comporta como un generador de potencia reactiva mientras no cuente con elementos almacenadores de energía” y presentaron un primer acercamiento a la corrección activa del factor de potencia. Fukao, Iida y Miyairi (1972) ya adelantaron en su artículo que “conectando un convertidor en forma de fuente de potencia reactiva en paralelo con la carga y controlando en cada caso el modo de suministrarle potencia reactiva sería posible una transmisión de potencia ideal”.

Un poco después, Gyugyi y Pelly, [102], presentaron la idea de que la potencia reactiva se podía compensar con un cicloconvertidor con



conmutación natural sin elementos almacenadores de energía. Aunque, en este artículo esta idea se explicó desde el punto de vista físico, no se presentó su fundamento matemático. En 1976, Harashima, Inaba y Tsuboi, [104], introdujeron, probablemente por primera vez, el término potencia reactiva instantánea para un circuito monofásico. Ese mismo año, Gyugyi y Strycula, [43], usaron los llamados filtros activos de potencia por primera vez. Posteriormente, Takahashi y Nabae en 1980, [106], y por otro Takahashi, Fujiwara y Nabae en 1981 impulsaron el nacimiento de la teoría de la potencia reactiva instantánea. Así, desarrollaron una formulación que es, de hecho, un subconjunto de la teoría global, aunque no explicaron suficientemente los significados de las variables introducidas.

En este contexto, Akagi, Kanazawa y Nabae presentaron la teoría de la potencia reactiva instantánea. Esta primera formulación de dicha teoría ha venido en denominarse formulación p-q. Su objetivo era encontrar una estrategia de control efectiva para compensar cargas trifásicas no lineales por medio de filtros activos de potencia. Se aplicó a sistemas no lineales trifásicos de tres conductores con una constitución simétrica y unas tensiones de alimentación equilibradas y sinusoidales. La teoría permitía analizar las intensidades de fuente a partir de las variables de potencia, potencia real instantánea y potencia imaginaria instantánea. Así, se determinaba el valor de la intensidad reactiva instantánea en cualquier instante de tiempo, y el correspondiente valor de la intensidad de compensación. Este planteamiento lograba una compensación instantánea, esto es, compensación de la potencia reactiva instantánea sin la necesidad teórica de utilizar dispositivos almacenadores de energía. La estrategia de control derivada de la formulación p-q resultó eficiente con el objetivo propuesto: potencia de fuente constante después de la compensación.

Esta formulación ha sido ampliamente usada como base de algoritmos de control de filtros activos. Sin embargo, algunas características intrínsecas de los algoritmos como fueron presentados por los autores de la teoría no son capaces de lograr objetivos amplios de compensación. Por ejemplo, si las tensiones usadas en los cálculos de las intensidades de compensación no son sinusoidales y equilibradas las formas de onda de la intensidad de fuente no son puramente equilibradas y sinusoidales.

A finales de los ochenta se propusieron otras formulaciones como la llamada técnica de correlación en el dominio del tiempo o las de marco de referencia síncrono, entre otras, que permiten obtener resultados idénticos que la formulación p-q en sistemas equilibrados no lineales con tensiones de alimentación sinusoidales.

Posteriormente, se realizó una evaluación comparativa de esas teorías cuando fueron aplicadas a los algoritmos de control de los APLCs para sistemas desequilibrados trifásicos de cuatro conductores. En estas condiciones, cada teoría proporcionaba resultados diferentes, sin dar la oportunidad de establecer, de forma general, la superioridad de ninguna de ellas sobre las demás, [128].

En los noventa, el interés se localizó especialmente en el estudio de sistemas trifásicos de cuatro conductores en las condiciones más generales: tensiones de alimentación desequilibradas no sinusoidales y cargas desequilibradas no lineales. El primer objetivo era, en este caso, encontrar estrategias de control que permitieran eliminar la intensidad de neutro con una transferencia de potencia nula por parte del compensador. De esta forma, aparece una nueva forma de obtener las intensidades de compensación derivada de una nueva formulación aparecida a mediados de los años noventa: la formulación p-q modificada, [125],[133]. En el estudio presentado en [149], se muestra que la teoría p-q es adecuada para eliminar la intensidad de neutro, y la teoría modificada desde ese punto de vista no presenta ninguna diferencia esencial respecto de la original aunque están basadas en descripciones operativas distintas. De cualquier forma los trabajos indicados no presentan una solución adecuada para obtener algoritmos de control de APLCs basados en las teorías mencionadas cuando se aborda la compensación de sistemas desequilibrados y distorsionados.

Desde esa fecha han surgido otras formulaciones basadas en otros procedimientos de cálculo, [100]-[203], sin que exista, hasta la fecha, ningún estudio comparativo de todas estas formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea que establezca la primacía de unas sobre las otras de forma global.

### **1.3. Objetivos y aportaciones de la tesis**

En este trabajo se propone el estudio de las formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea aparecidas en las últimas décadas. Además, se propone una nueva formulación global aplicable a sistemas polifásicos y de la que derivan todas las demás, que han sido desarrolladas para sistemas trifásicos. Esta propuesta lleva implícitos la consecución de los siguientes objetivos:

- a) Recopilar los trabajos publicados hasta la fecha acerca de la teoría de la potencia reactiva instantánea desarrollado para la compensación de cargas no lineales mediante la utilización de filtros activos de potencia.

En concreto, aquellos que tratan sobre el cálculo de la intensidad de referencia. De entre todas las propuestas se han seleccionado las más relevantes.

- b) Analizar las distintas formulaciones sobre la teoría de la potencia reactiva instantánea, establecer las posibles relaciones y obtener las distintas estrategias de compensación que se derivan de cada una de ellas.
- c) Efectuar un estudio comparativo entre las cinco formulaciones de la potencia reactiva instantáneas más difundidas en sistemas trifásicos no lineales con tensiones equilibradas sinusoidales, desequilibradas sinusoidales, y equilibradas no sinusoidales.
- d) Presentar las modificaciones necesarias en los desarrollos correspondientes a cada formulación para la consecución de objetivos de compensación distintos a los perseguidos por ellas originalmente.
- e) Proponer una formulación global de la teoría de la potencia reactiva instantánea que pueda aplicarse a sistemas polifásicos y permita derivar las formulaciones hasta ahora aparecidas en el marco trifásico.
- f) Ensayar las distintas estrategias obtenidas con un prototipo experimental de acondicionador activo de potencia paralelo desarrollado en el laboratorio.

La consecución de estos objetivos constituyó el trabajo de esta tesis doctoral que ha permitido obtener las aportaciones que se relacionan más abajo, a la vez que se abren distintas líneas de trabajo, según queda expuesto en el capítulo de discusión y conclusiones.

Las aportaciones de esta tesis son:

- En el capítulo I se proponen unos índices originales de distorsión y desequilibrio que facilitan el estudio comparativo realizado en el capítulo IV.
- En el capítulo II se propone el desarrollo de la formulación p-q original en el marco vectorial. Es decir, sin la necesidad de aplicar las matrices de transformación del sistema de coordenadas de fase al sistema de coordenadas  $0\alpha\beta$ . También se propone un desarrollo alternativo a la formulación p-q modificada que consigue eliminar la intensidad de neutro aunque la tensión presente una componente de secuencia cero

no nula. Además, se constata en este capítulo que la teoría p-q modificada en coordenadas de fase y en coordenadas  $0\alpha\beta$  son la misma.

- En el capítulo III se ha efectuado un desarrollo que permite prescindir de las transformaciones de coordenadas en la formulación p-q-r y que facilita su extensión para obtener otras clases de compensación.
- En el capítulo IV se ponen de manifiesto las relaciones entre las distintas formulaciones presentadas en los capítulos II y III. Además se aplican las estrategias de control derivadas de cada una de las formulaciones presentadas en los capítulos II y III a la compensación de cargas no lineales en sistemas de cuatro conductores. Los resultados obtenidos se utilizan para realizar un estudio comparativo de los mismos tanto a nivel de simulación como a nivel experimental.
- En el capítulo V se plantea el problema de la compensación y se demuestra que cualquier objetivo de compensación se puede alcanzar en el marco de todas las formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea. Así, a partir de la formulación p-q original se obtienen tres estrategias de compensación: la propuesta inicialmente por sus autores para lograr potencia instantánea constante en el lado de la fuente y otras dos estrategias adicionales. La primera consigue factor de potencia unidad y la segunda intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales. También se presentan en este capítulo tres estrategias equivalentes que en esta ocasión se derivan de la formulación vectorial.
- En el capítulo VI se propone una nueva formulación de la teoría de la potencia reactiva instantánea para a sistemas polifásicos. Se trata de una formulación global que comprende cualquiera de las formulaciones presentadas para sistemas trifásicos.

## **1.4 Plataforma de simulación**

Con el objetivo de evaluar los resultados derivados de las estrategias de control derivadas de las distintas formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea a lo largo de los capítulos siguientes, éstas se aplicarán en una primera fase a una plataforma de simulación en el entorno Matlab-Simulink con la ayuda de la toolbox SymPowerSystem, que se ha constituido con los siguientes elementos:

1. Una fuente trifásica según el módulo representado en la figura I.1. Los parámetros del modelo se han elegido para representar tres casos distintos.

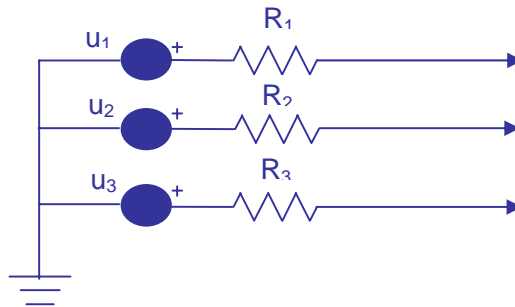


Figura I.1 Fuente de tensión trifásica de la plataforma de simulación.

a) Caso 1. En este caso se consideran unas tensiones de alimentación equilibradas y sinusoidales, de 100 V de amplitud en cada fase desfasadas  $120^\circ$  entre sí dando como resultado una fuente de alimentación trifásica de secuencia directa. El valor de las resistencias internas de las fuentes es de  $1\ \Omega$  en los tres casos. Así,

$$u_1=100\cos(2\pi 50),$$

$$u_2=100\cos(2\pi 50-120^\circ),$$

$$u_3=100\cos(2\pi 50-240^\circ).$$

$$R_1=R_2=R_3=1\Omega.$$

b) Caso 2. En este caso se consideran unas tensiones de alimentación no equilibradas y sinusoidales. El valor de los distintos elementos es el mismo que se presenta en el caso anterior excepto la amplitud de las tensiones de las fases 2 y 3, que son 80 y 110 V, respectivamente. Con ello, se tiene:

$$u_1=100\cos(2\pi 50),$$

$$u_2=80\cos(2\pi 50-120^\circ),$$

$$u_3=110\cos(2\pi 50-240^\circ).$$

$$R_1=R_2=R_3=1\Omega.$$

c) Caso 3. En este caso se consideran unas tensiones de alimentación constituidas por el armónico fundamental, un armónico homopolar de orden 3 y otro de secuencia inversa de orden 5 de 15 y 7 V, respectivamente. El armónico fundamental de las tres fases coincide con los del caso 1, por lo que se tiene:

$$u_1=100\cos(2\pi 50)+15\cos(2\pi 150)+7\cos(2\pi 250),$$

$$u_2=100\cos(2\pi 50-120^\circ)+15\cos(2\pi 150)+7\cos(2\pi 250-240^\circ),$$

$$u_3=100\cos(2\pi 50-240^\circ)+15\cos(2\pi 150)+7\cos(2\pi 250-120^\circ).$$

$$R_1=R_2=R_3=1\Omega.$$

- Una carga trifásica no lineal compuesta por tres reguladores monofásicos en serie con tres resistencias conectados en estrella. Los ángulos de disparo de los dos tiristores en contrafase de cada regulador son  $90^\circ$  y  $-90^\circ$  en la fase 1,  $210^\circ$  y  $30^\circ$  en la fase 2 y  $-30^\circ$  y  $150^\circ$  en la fase 3 y los valores de las resistencias son  $10\ \Omega$ ,  $5\ \Omega$  y  $15\ \Omega$  en cada fase, respectivamente, figura I.2.

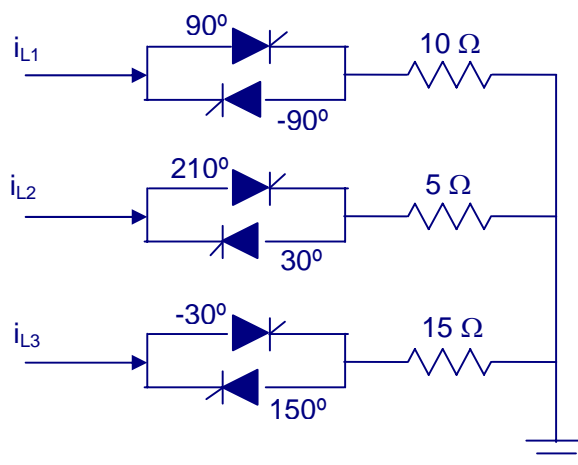


Figura I.2 Carga trifásica desequilibrada no lineal de la plataforma de simulación.

- El módulo de control realiza, a partir de las tensiones de fuente y las intensidades de carga, el cálculo de las intensidades de compensación de acuerdo con la estrategia de control que se deriva de cada una de las formulaciones propuestas. Esas intensidades de compensación se inyectan directamente al sistema de potencia en paralelo con la carga, figura I.3.

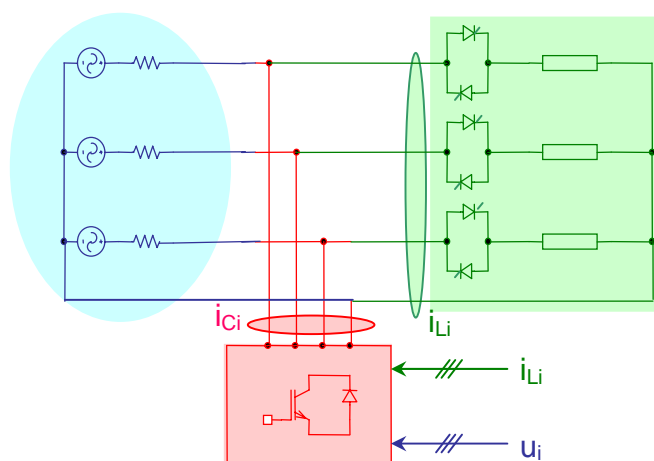
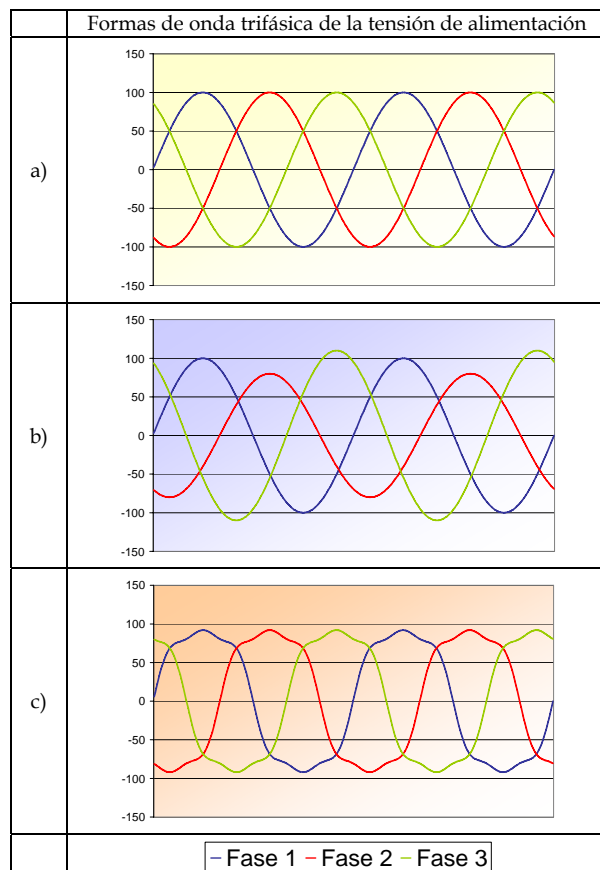


Figura I.3 Esquema completo del sistema trifásico a cuatro hilos compensado mediante un filtro activo que representa la plataforma de simulación.

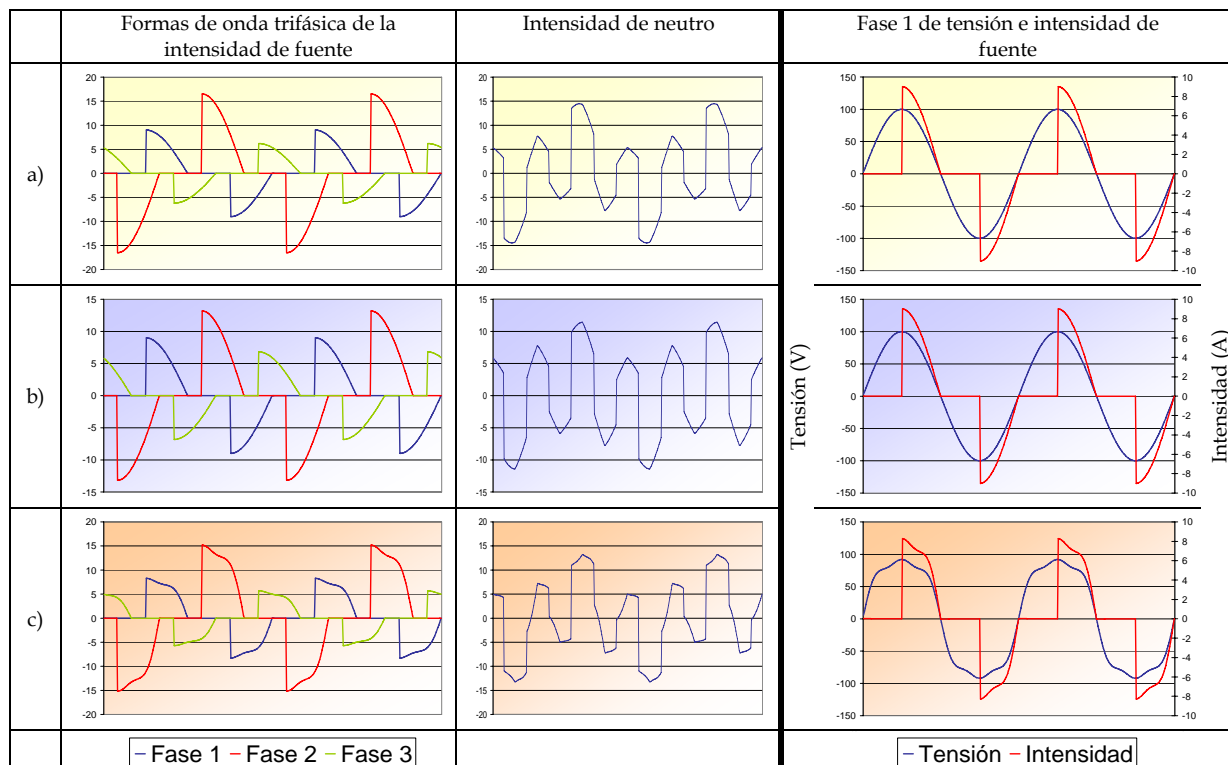
Tabla I.1 Formas de onda trifásicas de las tensiones, 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales.



La tabla I.1 muestra las formas de onda de las tensiones de alimentación que se han considerado en el estudio comparativo. La tabla I.2 muestra las intensidades de la carga para cada uno de los casos. La primera columna muestra las formas de onda trifásicas de intensidad, la segunda columna las intensidades de neutro y la tercera columna muestra las formas de onda de la fase 1 de la tensión de alimentación y de la intensidad requerida por la carga para cada uno de los tres casos a estudiar. Esta tercera columna permite analizar el valor del factor de desplazamiento entre la intensidad de fuente y la tensión aplicada en cada caso.

De la tabla I.2 se deduce que la carga es claramente no lineal y que las intensidades requeridas por ella son desequilibradas y distorsionadas con presencia de intensidad de neutro incluso en el caso 1 de tensiones de alimentación equilibradas y sinusoidales.

Tabla I.2 Formas de onda trifásicas obtenidas de las intensidades consumidas por la carga, 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



## 1.5 Plataforma experimental

Las estrategias derivadas de las distintas formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea se ensayan en una plataforma experimental. Los resultados obtenidos se utilizan en el estudio comparativo.

El prototipo experimental consiste en un sistema de potencia trifásico de cuatro conductores compuesto por una fuente trifásica, un juego de varias cargas no lineales y un acondicionador activo de potencia que calcula la intensidad de referencia y la inyecta en el sistema. Los detalles del mismo se describen en el anexo 1.

El cálculo de la intensidad de compensación de referencia se realiza en el entorno Matlab-Simulink, y se convierte al lenguaje C mediante el software desarrollado por dSpace. Así, mediante un programa compilador de C se obtiene el programa de control, que es ejecutado en un microprocesador dispuesto sobre una tarjeta de adquisición de datos. Esta plataforma permite ejecutar el control en tiempo real.



La toolbox de Matlab que sirve de interface para el control en tiempo real es la Real Time Interface, RTI. Con el software dSpace, se incluyen los componentes de la librería Mlib/Mtrace, que permiten acceder al hardware del dSpace desde Matlab, incluyendo las entradas y salidas necesarias para el bloque de control. Por otra parte, se dispone del software ControlDesk, una herramienta que hace posible la supervisión en un entorno gráfico de los experimentos desarrollados. Esta interface gráfica permite configurar un panel de instrumentación virtual, que además de facilitar el registro de datos en tiempo real y la modificación de parámetros de forma on-line, proporciona un acceso fácil a todas las variables del modelo sin interrumpir la prueba.

El proceso completo para ejecutar el control comienza con la construcción de un modelo en Matlab-Simulink con ayuda de la librería de bloques específica de dSpace. A continuación la herramienta SystemBuild proporcionada por dSpace, y accesible desde Matlab, convierte el modelo de control diseñado a C, lo compila, y construye el programa de control que se ejecuta en el microprocesador. Finalmente, un interface gráfico (desarrollado con el software ControlDesk) permite supervisar o modificar de forma on-line el experimento.

En la Figura I.4 se presenta un panel de instrumentación virtual tipo desarrollado para la supervisión y control de los experimentos. Se muestran elementos de control (botones para la conexión/desconexión del acondicionador de potencia instalado en el sistema a compensar) y de supervisión (gráficas que muestran en tiempo real las formas de onda de interés del experimento desarrollado, que permite comprobar en todo instante la actuación del acondicionador, o indicadores del estado ON/OFF del APLC y de las alarmas incluidas en el programa de control, para limitar las intensidades de compensación y la tensión del condensador del lado dc del inversor). Este software permite además registrar las formas de onda mostradas en el panel de instrumentación, lo que facilitará la documentación de los distintos casos prácticos.

La señal generada por DSpace es la señal de referencia de la intensidad de compensación. Ésta se introduce en un comparador como primera entrada. La segunda entrada de esta etapa es la señal real de compensación generada por el filtro. Este comparador permite disminuir hasta la mitad el tiempo de ejecución del control respecto del tiempo necesario implementando el módulo PWM vía software mediante DSpace.

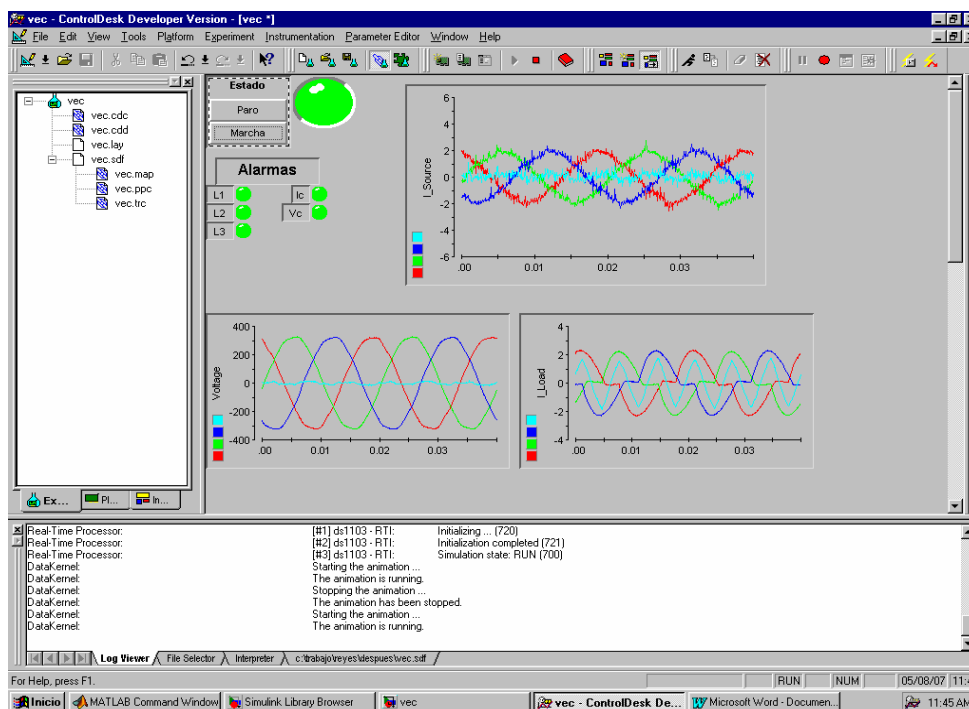


Figura I.4 Panel de instrumentación desarrollado con ControlDesk, para la supervisión y el control de un experimento.

La salida del comparador son las señales de disparo de los IGBTs que conforman el inversor trifásico que genera la intensidad de compensación. El inversor trifásico presenta una configuración en puente de 6 IGBTs.

Finalmente, la conexión del inversor de potencia al sistema de alimentación se realiza a través de un conjunto de transformadores, de modo que las tensiones de los condensadores no sean demasiado elevadas para lograr pendientes adecuadas en las intensidades de compensación. En cuanto a la etapa de filtrado pasivo, está compuesta por una inductancia que acondiciona la intensidad que suministra el compensador al sistema de potencia.

La tensión de línea de la red de alimentación es la tensión de red de 400 V y las cargas no lineales se compensan por medio de un acondicionador activo paralelo como ya ha quedado dicho. Se ha utilizado una primera carga formada por tres reguladores monofásicos con ramas inductivas conectados en estrella, y una segunda carga constituida por tres rectificadores monofásicos conectados también en estrella, figura I.5. Asimismo, en función de las tensiones de alimentación aplicadas, se estudian dos casos con cada una de las cargas: un primer caso en el que la tensión de alimentación es directamente la de red y un segundo caso en el que la tensión de alimentación se desequilibra mediante una fuente trifásica variable.

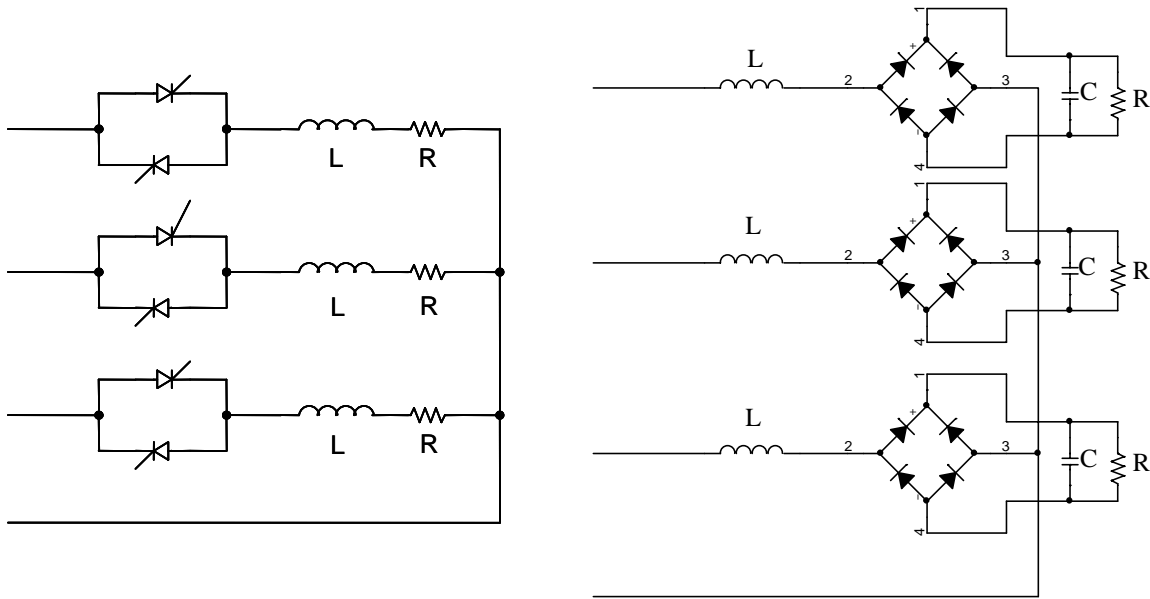


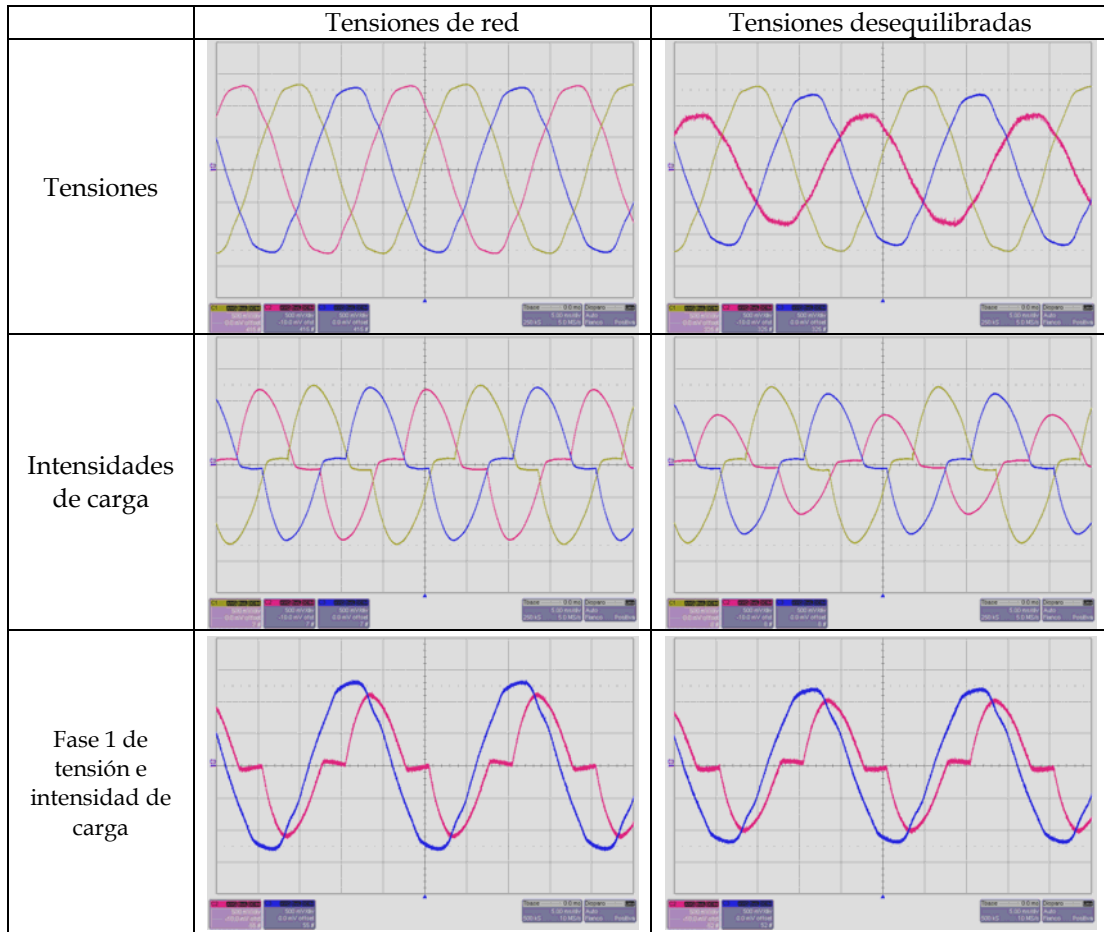
Figura I.5 Esquemas de las cargas utilizadas.

Para realizar el control, es necesario medir las tensiones e intensidades de la carga, las intensidades de compensación, y las tensiones de los condensadores del lado dc del inversor. Para supervisar el control, también hay que disponer de las intensidades de alimentación.

En el trabajo de laboratorio se han utilizado distintos equipos de medida. Por un lado, el propio sistema de adquisición de datos y control, que permite registrar las señales medidas y trasladarlas a Matlab donde se pueden calcular los índices de calidad de la potencia que se estime oportuno. Por otro lado, se ha utilizado un osciloscopio trifásico de 4 canales que permite visualizar y capturar las señales instantáneas de una forma fácil y práctica, ofreciendo distintos colores para los diferentes canales. Para la visualización de las intensidades se han usado las señales en tensión de que se sirven los sensores para realizar las medidas.

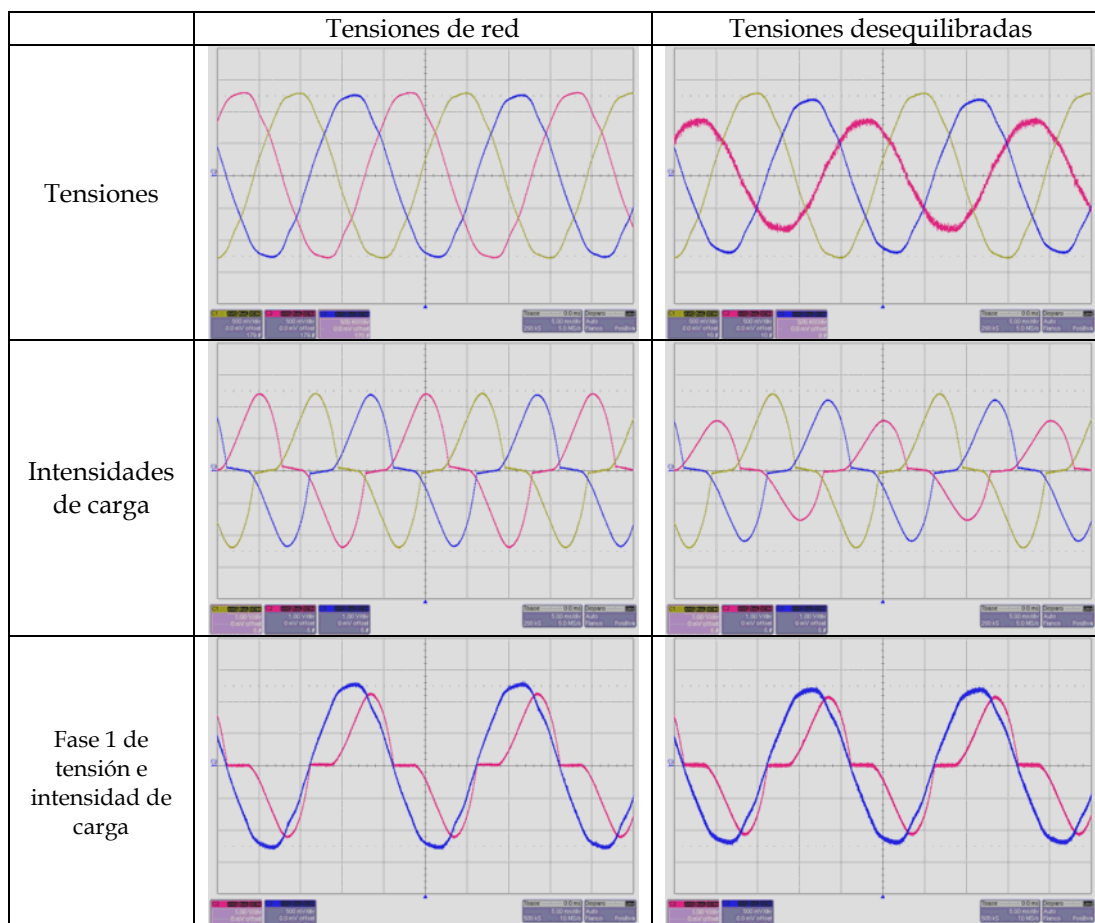
La tabla I.3 presenta las formas de onda correspondientes a la tensión (fila 1 de la tabla) y a la intensidad requerida por la carga constituida por los reguladores de la figura I.5 a). En estas se aprecia la no linealidad de la intensidad trifásica. En la columna 2 se unen los fenómenos de no linealidad de la carga y desequilibrio de la fuente. En la fila 3 se presenta la fase 1 de la tensión y la intensidad de carga.

Tabla I.3 Formas de onda de tensión e intensidad en el caso de una carga constituida por tres reguladores monofásicos en estrella, 0,05 s en el eje de abscisas



La tabla I.4 presenta las formas de onda correspondientes a la tensión (fila 1 de la tabla) y a la intensidad requerida por la carga de los rectificadores de la figura I.5 b). En estas se aprecia la no linealidad de la intensidad. En la segunda columna se juntan los fenómenos de no linealidad de la carga y desequilibrio de la fuente.

Tabla I.4 Formas de onda de tensión e intensidad en el caso de tres rectificadores monofásicos conectados en estrella, 0,05 s en el eje de abscisas



## 1.6 Índices de calidad utilizados para el estudio comparativo

En este apartado se definen los índices de calidad de la potencia eléctrica que permitirán la presentación agrupada de los resultados obtenidos en la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores aplicando las distintas estrategias de control.

Se han definido unos índices que pueden determinarse a partir de las medidas obtenidas por cualquier analizador de red comercial, [204]-[209]. Entre los datos suministrados por los analizadores de red, son habituales medidas de THD (distorsión armónica total) y amplitud y fase de cada armónico hasta el orden 50. Asimismo, la diferencia en contenido armónico de cada fase del sistema puede ser significativa. El problema de caracterizar esos datos, para una medida concreta, estriba en cómo representar la distorsión armónica de una instalación trifásica con niveles de distorsión

dispares entre fases. Así, se ha introducido un índice de distorsión trifásico que caracteriza la distorsión del sistema en su conjunto, [208].

El índice de distorsión total (Total Harmonic Distortion, THD) se define de la siguiente forma para las tensiones:

$$VTHD = \sqrt{\frac{V^2 - V_1^2}{V_1^2}} \quad (I.1)$$

donde  $V$  es el valor eficaz de la tensión,  $V_1$  el valor eficaz de su armónico fundamental

De la misma forma, para las intensidades:

$$ITHD = \sqrt{\frac{I^2 - I_1^2}{I_1^2}} \quad (I.2)$$

donde  $I$  el valor eficaz de la intensidad e  $I_1$  el valor eficaz de su armónico fundamental.

Además, se puede definir el índice de distorsión de demanda total (Total Demand Distortion, TDD) como:

$$VTDD_{1\phi} = \sqrt{\frac{V^2 - V_1^2}{V^2}} \quad (I.3)$$

$$ITDD_{1\phi} = \sqrt{\frac{I^2 - I_1^2}{I^2}} \quad (I.4)$$

Con este nuevo índice se soluciona el problema presentado por el THD al evaluar formas de onda cuya componente fundamental tiene un valor eficaz nulo.

Por otro lado, para un sistema trifásico de cuatro conductores y líneas con resistencias iguales, se define la tensión trifásica equivalente  $V_e$ ,

$$V_e = \sqrt{\frac{V_{L1}^2 + V_{L2}^2 + V_{L3}^2 + V_{L4}^2}{3}} \quad (I.5)$$

donde  $V_{Lj}$  son los valores eficaces de las tensiones de cada conductor respecto a un neutro artificial. En la práctica se puede prescindir de  $V_{L4}$ , y la expresión (I.5) se suele aproximar por:

$$V_e = \sqrt{\frac{V_{L1}^2 + V_{L2}^2 + V_{L3}^2}{3}} \quad (\text{I.6})$$

Por otro lado, la intensidad trifásica equivalente se define por,

$$I_e = \sqrt{\frac{I_{L1}^2 + I_{L2}^2 + I_{L3}^2 + I_{L4}^2}{3}} \quad (\text{I.7})$$

A partir de ambos valores eficaces es posible caracterizar el contenido armónico del sistema trifásico a partir de los siguientes índices de distorsión globales de tensión e intensidad, que hemos denominado índices trifásicos de distorsión de demanda total (three-phase total demand distortion index,  $TDD_{3\phi}$ ).

$$VTDD_{3\phi} = \sqrt{\frac{V_e^2 - V_{e1}^2}{V_e^2}} \quad (\text{I.8})$$

$$ITDD_{3\phi} = \sqrt{\frac{I_e^2 - I_{e1}^2}{I_e^2}} \quad (\text{I.9})$$

donde  $V_{e1}$ ,  $I_{e1}$  corresponden a la tensión/intensidad equivalentes del armónico fundamental. A diferencia de los índices THD habituales en los analizadores de red que se normalizan al valor del armónico fundamental, los índices de demanda total se normalizan al valor eficaz de la señal completa, [206]. De acuerdo con su definición, los factores de distorsión de demanda total, TDD, actúan como índices de no conformidad de las formas de onda de la tensión y de la intensidad de línea respecto a la forma de onda sinusoidal, no importa si son equilibrados o no.

Es importante destacar que estos nuevos índices pueden ser calculados de forma simple a partir de las medidas de armónicos obtenidos con un equipo de medida comercial. En efecto, un analizador de calidad de potencia suministra los valores de THD y valores rms de cada armónico en cada una de las fases. Así, para una medida determinada, los índices definidos en (I.8) y (I.9) se determinan como:

$$VTDD_{3\phi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{VTHD_{L1}^2 \frac{V_{L11}^2}{V_e^2} + VTHD_{L2}^2 \frac{V_{L21}^2}{V_e^2} + VTHD_{L3}^2 \frac{V_{L31}^2}{V_e^2}} \quad (I.10)$$

$$ITDD_{3\phi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{ITHD_{L1}^2 \frac{I_{L11}^2}{I_e^2} + ITHD_{L2}^2 \frac{I_{L21}^2}{I_e^2} + ITHD_{L3}^2 \frac{I_{L31}^2}{I_e^2} + ITHD_{L4}^2 \frac{I_{L41}^2}{I_e^2}} \quad (I.11)$$

Una forma de tener en cuenta los diferentes niveles de carga de cada una de las fases, es definir índices de distorsión ponderados de acuerdo con la potencia aparente transportada por cada una de ellas. El índice de distorsión ponderado monofásico se determina a partir de las medidas de  $VTDD_{1\phi}$  e  $ITDD_{1\phi}$  para cada una de las fases y se calcula multiplicando cada índice por la potencia de la fase y dividiendo por la potencia trifásica total:

$$VTHDW_{Li} = VTHD_{Li} \frac{S_{Li}}{S_e} \quad \text{donde} \quad S_{Li} = V_{Li} I_{Li} \quad \text{y} \quad S_e = 3V_e I_e \quad (I.12)$$

$$ITHDW_{Li} = ITHD_{Li} \frac{S_{Li}}{S_e} \quad \text{donde} \quad S_{Li} = V_{Li} I_{Li} \quad \text{y} \quad S_e = 3V_e I_e \quad (I.13)$$

Estos nuevos índices ponderados, denominados índices trifásicos de distorsión de demanda total ponderados (Voltage/Current Total Distortion Demand Weigthed,  $VTDDW_{1\phi}/VTDDW_{1\phi}$ ) se aplican respectivamente a las expresiones (I.10), (I.11). En concreto, para la intensidad se tiene:

$$ITDDW_{3\phi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{ITHDW_{L1}^2 \frac{I_{L11}^2}{I_e^2} + ITHDW_{L2}^2 \frac{I_{L21}^2}{I_e^2} + ITHDW_{L3}^2 \frac{I_{L31}^2}{I_e^2} + ITHDW_{L4}^2 \frac{I_{L41}^2}{I_e^2}} \quad (I.14)$$

Este índice mide la distorsión de la onda trifásica otorgándole mayor peso a la distorsión presentada por las fases que más potencia aparente transportan y menor a aquellas fases con menor potencia.

A continuación se definirá el índice de desequilibrio total (current total unbalance, ITU), que mide el desequilibrio de una forma de onda trifásica comparándola con otra de referencia, equilibrada. Así, se establece una señal de referencia, [209], como aquella forma de onda sinusoidal, equilibrada, de secuencia directa. Se toma como valor eficaz de las fases que componen la señal trifásica de referencia el valor eficaz trifásico de la misma, tal y como se define en (I.7).

A partir de esta referencia, se define el índice de desviación (Deviation Index, DI) que mide la diferencia entre los valores eficaces de las formas de onda reales y de referencia para cada una de las fases. Es posible, pues, definir un



índice de desviación para cada fase del sistema mediante la siguiente expresión:

$$IDI_i = \sqrt{\frac{I_i^2 - I_e^2}{I_e^2}} \quad i = 1, 2, 3 \quad (I.15)$$

donde  $I_i$  representa el valor eficaz de la fase  $i$ .

El índice de desequilibrio correspondiente a la fase 1 representa la desviación cuadrática media de los valores eficaces trifásicos de dos formas de onda. La primera es una forma de onda trifásica equilibrada y sinusoidal cuyo valor eficaz trifásico (y el monofásico de cada fase) coincide con el valor eficaz de la fase 1 de la forma de onda trifásica real. La segunda es una forma de onda trifásica equilibrada y sinusoidal cuyo valor eficaz trifásico coincide con el valor eficaz trifásico de la forma de onda trifásica real. Esta segunda forma de onda se toma como referencia. De la misma forma se definen los índices de desequilibrio correspondientes a las fases 2 y 3.

Se define así un índice de desequilibrio total (Total Unbalance Index, TU) como el promedio de los cuadrados de los índices de distorsión, de la siguiente forma:

$$ITU = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{DI_1^2 + DI_2^2 + DI_3^2} \quad (I.16)$$

Este índice estima la no conformidad de la onda real respecto de la de referencia. Su determinación se realiza a partir sólo de datos proporcionados por analizadores comerciales.

La tabla I.5 muestra el valor de los distintos índices presentados en este apartado para las intensidades de carga mostradas en la primera columna de la tabla I.2, en los tres casos estudiados en simulación. La primera fila presenta el caso 1 de tensiones equilibradas y sinusoidales, la segunda fila el caso 2 de tensiones desequilibradas y sinusoidales, y la tercera fila el caso 3 de tensiones equilibradas y no sinusoidales. La primera columna muestra el valor eficaz (RMS) de la intensidad de neutro. La segunda columna el índice de distorsión total ( $TDD_{1\phi}$ ) monofásico de la fase 1. La tercera muestra los valores eficaces trifásicos. La cuarta columna el valor del índice de distorsión de demanda total trifásico ( $TDD_{3\phi}$ ). La quinta columna el índice trifásico de distorsión de demanda total ponderado ( $TDDW_{3\phi}$ ) y la sexta columna el índice de desequilibrio total (TU).

Tabla I.5 Índices de calidad de la potencia eléctrica aplicados a los sistemas de simulación en los tres casos estudiados: tensiones a) equilibradas sinusoidales, b) desequilibradas sinusoidales, c) equilibradas no sinusoidales.

	$RMS_4$	$ITDD_{1\phi}$	$I_e$	$ITDD_{3\phi}$	$ITDDW_{3\phi}$	ITU
a)	8,43	0,54	7,46	0,70	0,59	0,73
b)	7,19	0,54	6,46	0,73	0,61	0,67
c)	7,95	0,49	7,34	0,65	0,55	0,75

En el primer caso se muestran los valores típicos de una carga no lineal desequilibrada con una intensidad de neutro no nula y unos altos valores de los índices de distorsión. En el segundo caso se unen los efectos del desequilibrio de la carga y el desequilibrio de la fuente además de la no linealidad de la carga. En el tercer caso se presentan los efectos conjuntos de la no linealidad de la carga y la distorsión de la fuente, además del desequilibrio de la carga.

Respecto a la realización experimental, la tabla I.6 presenta el valor de los índices mostrados en la tabla I.5 para el caso práctico de alimentación de la carga formada por los reguladores en los dos casos estudiados: tensiones de red y tensiones desequilibradas. En el primer caso se observan unos índices de distorsión elevados y una intensidad de neutro no nula debido a la no linealidad de la carga. En el segundo caso las intensidades de carga son resultado del efecto conjunto de la no linealidad de la carga y el desequilibrio de la fuente.

Tabla I.6 Índices de calidad de la potencia eléctrica aplicados a los resultados experimentales de alimentación de una carga formada por tres reguladores monofásicos en los dos casos estudiados: a) tensiones de red, b) tensiones desequilibradas

	$RMS_4$	$ITDD_{1\phi}$	$I_e$	$ITDD_{3\phi}$	$ITDDW_{3\phi}$	ITU
a)	1,12	0,28	1,53	0,49	0,42	0,37
b)	1,03	0,28	1,35	0,47	0,40	0,47

Asimismo, la tabla I.7 presenta el valor de los índices mostrados en la tabla I.5 para el caso práctico de alimentación de la carga formada por los rectificadores en los dos casos estudiados: tensiones de red y tensiones desequilibradas. Como en el estudio del regulador trifásico, en el primer caso de tensiones de red alimentando a la carga formada por los rectificadores, se observan unos índices de distorsión elevados debido a la no linealidad de la carga y una intensidad de neutro no nula debido a la misma razón. En el segundo caso las intensidades de carga son resultado del efecto conjunto de la no linealidad de la carga y el desequilibrio de la fuente.

Tabla I.7 Índices de calidad de la potencia eléctrica aplicados a los resultados experimentales de una carga formada por tres rectificadores monofásicos conectados en estrella en los dos casos estudiados: a) tensiones de red, b) tensiones desequilibradas

	<b>RMS<sub>4</sub></b>	<b>I TDD<sub>1φ</sub></b>	<b>I<sub>e</sub></b>	<b>ITDD<sub>3φ</sub></b>	<b>ITDDW<sub>3φ</sub></b>	<b>ITU</b>
a)	2,61	0,34	3,07	0,57	0,50	0,45
b)	2,39	0,34	2,71	0,56	0,48	0,47

En resumen, en este capítulo se presentan la metodología, objetivos y aportaciones principales de la tesis. Asimismo se presentan la plataforma de simulación y el modelo experimental diseñados para comparar las distintas estrategias de compensación obtenidas a lo largo de los próximos capítulos. Por último se definen unos índices de distorsión y desequilibrio que se utilizarán a lo largo de la tesis para comparar las estrategias desarrolladas en el entorno de cada una de las formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea estudiadas en este trabajo.

## Capítulo II

### **Teoría de la potencia reactiva instantánea. Formulaciones p-q original y p-q modificada**

En el marco de las teorías de la potencia eléctrica en el dominio del tiempo, el artículo presentado por Akagi, Kanazawa y Nabae (1983) es la primera publicación sobre la teoría de la potencia reactiva instantánea, [107]. Esta formulación original permite la obtención de un método directo de compensación y preconiza el uso de filtros activos de potencia como método de compensación de cargas trifásicas no lineales. Así, inicialmente, se aplicó a sistemas trifásicos no lineales de tres conductores con una constitución simétrica y tensiones de alimentación equilibradas y sinusoidales.

En su formulación se definen dos términos de potencia según un nuevo sistema de coordenadas, el denominado sistema  $\alpha\beta$ , definido a partir de los ejes coplanarios  $\alpha$  y  $\beta$ : la potencia real instantánea y la potencia imaginaria instantánea. A partir de ellos, se determina la intensidad de carga que se expresa en función de cada uno de los términos de potencia. Posteriormente, la intensidad de carga se descompone en dos términos, la intensidad activa instantánea que transporta la potencia real instantánea consumida por la carga y la intensidad reactiva instantánea que transporta la potencia imaginaria instantánea.

En el análisis de los sistemas de cuatro conductores, es necesario considerar la intensidad de neutro. Así pues, para los circuitos de cuatro conductores, la

formulación p-q introduce un nuevo eje en el sistema de coordenadas  $\alpha\beta$ , dando lugar al sistema  $0\alpha\beta$  en el que el eje 0 es perpendicular al plano  $\alpha\beta$ . De la misma forma, introduce un nuevo término de potencia, la potencia real instantánea de secuencia cero. Ahora, desde el punto de vista de la compensación, además de obtener potencia constante después de la compensación, se requerirá anular la intensidad de neutro. Por último, para que la potencia media transferida por el compensador sea nula, un requisito a tener en cuenta en el desarrollo de la estrategia de control es que sea nula la potencia activa transferida por el compensador.

Por tanto, la teoría de la potencia reactiva instantánea original presenta un nuevo enfoque para el análisis de la potencia eléctrica en el dominio temporal. Ya desde su origen esta formulación estuvo ligada a la búsqueda de estrategias de control para la compensación estática de cargas no lineales, como la compensación de la potencia imaginaria instantánea y, posteriormente, la obtención de una potencia instantánea constante en el lado de la fuente. En los años siguientes han ido cobrando importancia otros objetivos de compensación como el de factor de potencia unidad o la obtención de intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales. Este hecho ha originado que durante los años 90 hayan ido apareciendo distintas formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea que, de una u otra forma, han intentado paliar las supuestas carencias de la original.

Así, este capítulo comienza con el análisis de la formulación p-q. Se presenta el sistema de coordenadas  $0\alpha\beta$ , los términos de potencia en los que se basa la formulación y la expresión de las intensidades consumidas por la carga a partir de dichos términos. El estudio de la formulación p-q original finaliza con el análisis de los resultados obtenidos de su aplicación a la compensación de cargas trifásicas no lineales.

A continuación, dentro de la primera sección, se presentan otras formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea que, aunque con desarrollos matemáticos diferentes, hacen un tratamiento del eje de secuencia cero análogo a la formulación p-q e incluso llegan a estrategias de control coincidentes o similares a esta. Dentro de estas formulaciones se presenta un enfoque que permite obtener la misma estrategia de control que la formulación p-q en un marco vectorial, sin necesidad de usar matrices de transformación de coordenadas. También se presenta la denominada formulación vectorial de la teoría de la potencia reactiva instantánea, que se desarrolló desde su origen en coordenadas de fase. En la misma se definen unos términos de potencia equivalentes a los de la formulación p-q original aunque desarrolla una estrategia de compensación distinta.

En la segunda sección de este capítulo se presenta la teoría modificada de la potencia reactiva instantánea o formulación p-q modificada, que ha llegado a convertirse en una de las formulaciones más aceptadas entre aquellas aparecidas en los años 90. Se presenta en primer lugar su desarrollo matemático en coordenadas  $0\alpha\beta$  y posteriormente en coordenadas de fase. Finalmente, se analiza la estrategia de control presentada habitualmente en la bibliografía.

La estrategia derivada de la formulación p-q modificada se aplica en este capítulo a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores y se presentan y se analizan los resultados obtenidos.

Respecto de la formulación p-q modificada en coordenadas de fase, la estrategia de control que aquí se ha desarrollado es la misma que aquella presentada en coordenadas  $0\alpha\beta$ , dado que persigue el mismo objetivo de compensación: obtener potencia constante en el lado de la fuente. En su desarrollo en coordenadas de fase, esta formulación tampoco logra eliminar la intensidad de neutro para cualesquiera condiciones en las tensiones de alimentación. Se presenta, así, en el apartado 2.1, una modificación a su desarrollo matemático original que sí consigue eliminar la intensidad de neutro, incluso cuando la tensión presenta una componente de secuencia cero no nula.

## 2.1 La formulación p-q

En sistemas trifásicos se define el vector de tensión como:

$$\vec{u} = [u_1 \quad u_2 \quad u_3]^T \quad (\text{II.1})$$

y el de intensidad como:

$$\vec{i} = [i_1 \quad i_2 \quad i_3]^T \quad (\text{II.2})$$

Si el sistema está compuesto por tres conductores, estos vectores se pueden transformar a un sistema bifásico de coordenadas ortogonales  $\alpha\beta$ . El sistema 123 está formado por tres ejes coplanarios con un vértice común y que forman un ángulo de  $120^\circ$  entre cada dos de ellos, figura II.1. A cada uno de esos ejes quedan asociadas las formas de onda de tensión de fase  $u_j$  e intensidad de fase  $i_j$ ,  $j=1,2,3$ .

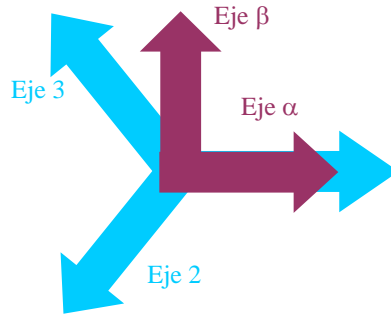


Figura II.1 Transformación del sistema 123 al sistema  $\alpha\beta$

El sistema bifásico  $\alpha\beta$  está formado por dos ejes ortogonales. El eje  $\alpha$  coincide con el eje 1 y el eje  $\beta$  forma  $90^\circ$  con el anterior y  $150^\circ$  y  $30^\circ$  con los ejes 2 y 3, respectivamente, figura II.1. De esta forma, la componente 1 del sistema 123 solo contribuye a la componente  $\alpha$  del sistema  $\alpha\beta$  y las componentes 2 y 3 contribuyen tanto a la componente  $\alpha$  como a la componente  $\beta$ . Así, la matriz de transformación del sistema 123 al sistema  $\alpha\beta$  para tensiones queda definida de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

Y para intensidades:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

En general las componentes  $\alpha$  y  $\beta$  de tensión e intensidad son formas de onda temporales y por ello varían con el tiempo.

Una vez definidos los vectores de tensión e intensidad en coordenadas  $\alpha\beta$  se define la potencia real instantánea como el producto escalar de los vectores tensión e intensidad:

$$p_{\alpha\beta}(t) = \vec{u} \cdot \vec{i} = u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta \quad (\text{II.5})$$

De la misma forma se define el vector potencia imaginaria instantánea mediante el producto vectorial de los vectores tensión e intensidad:

$$\vec{q}_{\alpha\beta}(t) = \vec{u} \wedge \vec{i} \quad (\text{II.6})$$

La potencia imaginaria instantánea  $q_{\alpha\beta}(t)$  se define como la norma de vector  $\vec{q}_{\alpha\beta}(t)$ . Este vector se ubica en un eje perpendicular al plano real  $\alpha\beta$  y su orientación viene determinada por la regla de la mano derecha. A la vista de las ecuaciones (II.5) y (II.6), la potencia real instantánea  $p_{\alpha\beta}(t)$  y la potencia imaginaria instantánea  $q_{\alpha\beta}(t)$  se pueden expresar en formato matricial de la forma:

$$\begin{bmatrix} p_{\alpha\beta} \\ q_{\alpha\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{\alpha} & u_{\beta} \\ -u_{\beta} & u_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = [P] \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

Teniendo en cuenta que  $u_{\alpha}$  es paralelo a  $i_{\alpha}$  y  $u_{\beta}$  paralelo a  $i_{\beta}$  por situarse en los mismos ejes, los productos  $u_{\alpha}i_{\alpha}$  y  $u_{\beta}i_{\beta}$  representan potencias activas instantáneas porque multiplican componentes de la tensión en un eje con componentes de la intensidad en ese mismo eje, con lo que  $p_{\alpha\beta}(t)$  es la potencia real instantánea definida en un circuito trifásico y su dimensión es la de vatio, W. Asimismo, considerando que  $u_{\alpha}$  es perpendicular a  $i_{\beta}$  y  $u_{\beta}$  perpendicular a  $i_{\alpha}$  los productos  $u_{\alpha}i_{\beta}$  y  $u_{\beta}i_{\alpha}$  no son potencias activas instantáneas ya que se definen mediante el producto de las tensiones en un eje por las intensidades en un eje perpendicular. Por ello, su suma no se puede tratar como una magnitud eléctrica convencional. En este caso se suele utilizar la denominación de potencia imaginaria instantánea y se le asigna la unidad de vatio imaginario IW, [117].

A partir de la matriz inversa de [P], en la ecuación (II.7), es posible definir las intensidades en función de los términos de potencia instantánea de la forma siguiente:

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{\alpha} & u_{\beta} \\ -u_{\beta} & u_{\alpha} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p_{\alpha\beta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{\alpha} & u_{\beta} \\ -u_{\beta} & u_{\alpha} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ q_{\alpha\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{\alpha p} \\ i_{\beta p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{\alpha q} \\ i_{\beta q} \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

donde

- $i_{\alpha p} = \frac{u_{\alpha}}{u_{\alpha}^2 + u_{\beta}^2} p$  es la intensidad activa instantánea del eje  $\alpha$ .
- $i_{\alpha q} = \frac{-u_{\beta}}{u_{\alpha}^2 + u_{\beta}^2} q$  es la intensidad reactiva instantánea del eje  $\alpha$ .



- $i_{\beta p} = \frac{u_{\beta}}{u_{\alpha}^2 + u_{\beta}^2} p$  es la intensidad activa instantánea del eje  $\beta$ .
- $i_{\beta q} = \frac{u_{\alpha}}{u_{\alpha}^2 + u_{\beta}^2} q$  es la intensidad reactiva instantánea del eje  $\beta$ .

En sistemas trifásicos de cuatro conductores, las componentes de los vectores de tensión  $u_1, u_2, u_3$  y/o de intensidad  $i_1, i_2, i_3$  son linealmente independientes entre sí. O sea, su suma no es nula. Por tanto, ni los vectores trifásicos de tensión ni los de intensidad se pueden transformar en un sistema bifásico, sino que es necesario recurrir a un sistema de tres ejes no coplanarios. Este sistema podría estar constituido por el sistema bifásico  $\alpha\beta$  y un eje perpendicular al plano que forman éstos, eje 0, como se aprecia en la figura II.2.

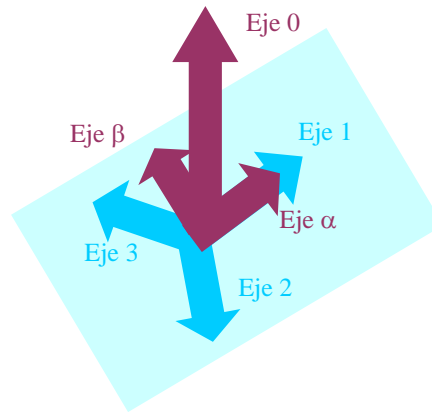


Figura II.2 Transformación del sistema 123 al sistema  $0\alpha\beta$

Se define la componente de secuencia cero de tensión como:

$$u_0 = \frac{u_1 + u_2 + u_3}{\sqrt{3}} \quad (\text{II.9})$$

y la componente de secuencia cero de intensidad como:

$$i_0 = \frac{i_1 + i_2 + i_3}{\sqrt{3}} \quad (\text{II.10})$$

Según estas definiciones y teniendo en cuenta la transformación de coordenadas del sistema 123 al sistema  $\alpha\beta$  presentada en las ecuaciones (II.3) y (II.4), el vector instantáneo de tensión expresado en coordenadas de fase se transforma a coordenadas  $0\alpha\beta$  de la forma:

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

Y el vector de intensidad, en la forma:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

De (II.11) y (II.12) se comprueba que, si las componentes del vector tensión o bien las componentes del vector intensidad suman cero, no existe componente de secuencia cero. Por el contrario, en los sistemas en que existe componente de secuencia cero de tensión e intensidad, es posible definir la potencia instantánea de secuencia cero como:

$$p_0(t) = u_0 i_0 \quad (\text{II.13})$$

Adjuntando este nuevo término de potencia a aquellos de la ecuación (II.7), se puede escribir de forma sintética que:

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ p_{\alpha\beta} \\ q_{\alpha\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0 & 0 & 0 \\ 0 & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -u_\beta & u_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = [P_0] \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{II.14})$$

La inversa de la matriz de potencias  $[P_0]$  solo existe si el vector de tensión tiene componente de secuencia cero no nula, ecuación (II.14). Por tanto, el desarrollo presentado está sometido a esa condición. Así, (II.14) permite escribir una expresión para las intensidades en función de los términos de potencia.

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{u_0 u_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & u_0 u_\alpha & -u_0 u_\beta \\ 0 & u_0 u_\beta & u_0 u_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_{\alpha\beta} \\ q_{\alpha\beta} \end{bmatrix} \quad \text{donde } u_{\alpha\beta}^2 = u_\alpha^2 + u_\beta^2. \quad (\text{II.15})$$

Con esto, las intensidades instantáneas, ahora en coordenadas  $0\alpha\beta$ , incluyendo la componente de secuencia cero, se pueden obtener de la forma:

$$\begin{aligned} i_0 &= \frac{1}{u_0} p_0 \\ i_\alpha &= \frac{1}{u_{\alpha\beta}^2} u_\alpha p_{\alpha\beta} + \frac{1}{u_{\alpha\beta}^2} (-u_\beta q_{\alpha\beta}) = i_{\alpha p} + i_{\alpha q} \\ i_\beta &= \frac{1}{u_{\alpha\beta}^2} u_\beta p_{\alpha\beta} + \frac{1}{u_{\alpha\beta}^2} (u_\alpha q_{\alpha\beta}) = i_{\beta p} + i_{\beta q} \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

donde:

$i_0$  es la intensidad instantánea de secuencia cero,

$i_{\alpha p}$  es la intensidad activa instantánea de la fase  $\alpha$ ,

$i_{\beta p}$  es la intensidad activa instantánea de la fase  $\beta$ ,

$i_{\alpha q}$  es la intensidad reactiva instantánea de la fase  $\alpha$ ,

$i_{\beta q}$  es la intensidad reactiva instantánea de la fase  $\beta$ .

Una vez definidas las componentes de intensidad instantánea es posible obtener las distintas componentes de potencia instantánea en cada fase,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_\alpha \\ p_\beta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} u_0 i_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ u_\alpha i_\alpha \\ u_\beta i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0 i_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ u_\alpha i_{\alpha p} \\ u_\beta i_{\beta p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ u_\alpha i_{\alpha q} \\ u_\beta i_{\beta q} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} p_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ p_{\alpha p} \\ p_{\beta p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ p_{\alpha q} \\ p_{\beta q} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

Así, la potencia real instantánea es:

$$\begin{aligned} p(t) &= p_0(t) + p_\alpha(t) + p_\beta(t) = p_0(t) + p_{\alpha p}(t) + p_{\beta p}(t) + p_{\alpha q}(t) + p_{\beta q}(t) = \\ &= u_0 i_0 + \frac{u_\alpha^2}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} p_{\alpha\beta} + \frac{u_\beta^2}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} p_{\alpha\beta} + \frac{-u_\alpha u_\beta}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} q_{\alpha\beta} + \frac{u_\alpha u_\beta}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} q_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

En la expresión para la potencia instantánea mostrada en la ecuación (II.18) se observa que los dos últimos términos suman siempre cero. Además se distinguen los siguientes términos de potencia:

- $p_0 = u_0 i_0$  potencia activa instantánea en el eje 0.
- $p_{\alpha p} = \frac{u_\alpha^2}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} p_{\alpha\beta}$  potencia activa instantánea en el eje  $\alpha$ .
- $p_{\alpha q} = \frac{-u_\alpha u_\beta}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} q_{\alpha\beta}$  potencia reactiva instantánea en el eje  $\alpha$ .
- $p_{\beta p} = \frac{u_\beta^2}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} p_{\alpha\beta}$  potencia activa instantánea en el eje  $\beta$ .
- $p_{\beta q} = \frac{u_\alpha u_\beta}{u_\alpha^2 + u_\beta^2} q_{\alpha\beta}$  potencia reactiva instantánea en el eje  $\beta$ .

Con todo ello se puede establecer que:

- La suma de las potencias activas instantáneas de los ejes 0,  $\alpha$ ,  $\beta$  coincide con la potencia real instantánea del circuito trifásico.
- La suma de las potencias reactivas instantáneas de los ejes  $\alpha$ ,  $\beta$  se anulan y por tanto no contribuyen al flujo de potencia instantánea entre fuente y carga.

El significado de la potencia imaginaria instantánea definida en circuitos trifásicos es diferente al de la potencia reactiva instantánea en cada fase:  $p_{\alpha q}$  y  $p_{\beta q}$ , representan una potencia que circula por cada fase pero que no fluye de la fuente a la carga ( $p_{\alpha q} + p_{\beta q} = 0$ ) aunque sí contribuyen a las pérdidas debido a la presencia de las intensidades  $i_{\alpha q}$ ,  $i_{\beta q}$ . Además, el vector potencia imaginaria instantánea es un vector perpendicular al plano en el que se ubican los ejes  $\alpha$  y  $\beta$ .

Así, la formulación p-q se desarrolla para un circuito trifásico compuesto por un circuito monofásico de secuencia cero que no interactúa con el circuito bifásico que forman las fases  $\alpha$  y  $\beta$ , figura II.3. En esta figura se muestra un circuito  $\alpha\beta$  donde sus elementos aparecen interconectados y entre los que hay un intercambio de potencia imaginaria instantánea que no existe entre los mismos y el circuito de secuencia cero.

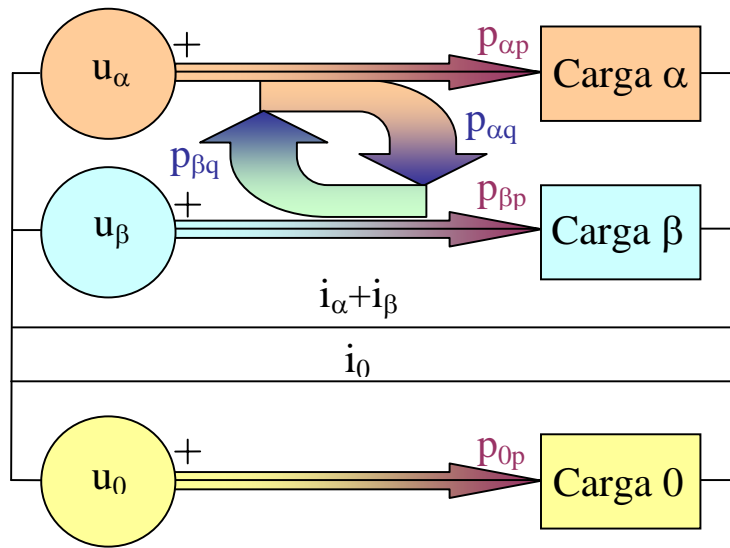


Figura II.3. Diagrama de interacción de las potencias entre las distintas fases del sistema 0αβ

Para calcular las intensidades en el sistema de coordenadas 123 respecto de las definidas en el sistema de coordenadas 0αβ, se utiliza la inversa de la matriz [T] de transformación de tensiones e intensidades del sistema 123 al 0αβ, ecuaciones (II.11) y (II.12):

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} i_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + [T]^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ i_{\alpha p} \\ i_{\beta p} \end{bmatrix} + [T]^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ i_{\alpha q} \\ i_{\beta q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{10} \\ i_{20} \\ i_{30} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{1p} \\ i_{2p} \\ i_{3p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{1q} \\ i_{2q} \\ i_{3q} \end{bmatrix} \quad (\text{II.19})$$

donde la matriz inversa de [T] es:

$$[T]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.20})$$

### 2.1.1 Aplicación de la formulación p-q original al control de filtros activos de potencia

En un sistema trifásico, para cualquier forma de onda de tensión e intensidad, el proceso de transferencia instantánea de energía entre fuente y carga se caracteriza de forma global a través de dos componentes ortogonales de intensidad, de las cuales sólo una de ellas es necesaria para la transmisión de la potencia instantánea  $p(t)$ . Desde ese punto de vista, la componente de corriente que no transmite potencia instantánea es compensable. Es posible, pues, hablar de un proceso de compensación instantánea válido para cualquier régimen de trabajo. Esta compensación permite también minimizar las pérdidas en las líneas sin alterar la transmisión de potencia instantánea. El sistema compensador se podrá construir sin elementos almacenadores de energía (con sólo elementos de conmutación). De esta manera su potencia instantánea entrante es nula y no interfiere en el proceso de transferencia instantáneo de energía entre fuente y carga.

Las intensidades de referencia en este tipo de compensación se obtienen de la forma siguiente:

$$\begin{bmatrix} i_{C0} \\ i_{C\alpha} \\ i_{C\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{u_0 u_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & u_0 u_\alpha & -u_0 u_\beta \\ 0 & u_0 u_\beta & u_0 u_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_{L\alpha\beta}(t) \end{bmatrix} \quad (\text{II.21})$$

donde el subíndice "C" hace referencia a los parámetros del compensador y el subíndice "L" a los parámetros de la carga.

No obstante, la estrategia presentada no elimina la intensidad de neutro y la intensidad de fuente después de la compensación instantánea presenta componentes armónicas incluso en el caso de tensiones de fuente equilibradas y sinusoidales.

Por otro lado, en régimen permanente es posible plantear la compensación promedio imponiendo como objetivo de compensación la obtención de una potencia instantánea constante desde el lado de la fuente. El desarrollo correspondiente a este nuevo objetivo de compensación se presenta en lo que sigue.

El objetivo de compensación que ahora se plantea consiste en conseguir que la fuente después de la compensación suministre una potencia instantánea constante. Por tanto, la intensidad de compensación incluirá términos que

tengan que ver tanto con la potencia imaginaria instantánea como con los términos variables de la potencia real instantánea.

En todo sistema de potencia con compensación estática, la potencia transmitida por la fuente,  $p_s(t)$ , coincide con la suma de las transferidas por el compensador,  $p_c(t)$ , y por la carga,  $p_L(t)$ :

$$p_s(t) = p_c(t) + p_L(t) \quad (\text{II.22})$$

Esta igualdad se cumple también para cada componente de la potencia instantánea, esto es, la potencia instantánea de secuencia cero:

$$p_{s0}(t) = p_{c0}(t) + p_{L0}(t) \quad (\text{II.23})$$

la potencia instantánea en los ejes  $\alpha$  y  $\beta$ :

$$p_{s\alpha\beta}(t) = p_{c\alpha\beta}(t) + p_{L\alpha\beta}(t) \quad (\text{II.24})$$

y la potencia imaginaria instantánea:

$$q_{s\alpha\beta}(t) = q_{c\alpha\beta}(t) + q_{L\alpha\beta}(t) \quad (\text{II.25})$$

Cada uno de esos tres términos de potencia ( $p_0(t)$ ,  $p_{\alpha\beta}(t)$  y  $q_{\alpha\beta}(t)$ ) se pueden dividir en un término constante que se corresponde con el valor promedio de la forma de onda y se designa por la correspondiente letra mayúscula y otro término variable con el tiempo, cuyo valor promedio es nulo, que se designa por la letra minúscula con el símbolo “ $\sim$ ”. Esto significa que la potencia instantánea según los ejes  $\alpha\beta$  se puede descomponer en:

$$p_{\alpha\beta}(t) = P_{\alpha\beta} + \tilde{p}_{\alpha\beta}(t) \quad (\text{II.26})$$

La potencia instantánea de secuencia cero se puede descomponer en:

$$p_0(t) = P_0 + \tilde{p}_0(t) \quad (\text{II.27})$$

Y la potencia imaginaria instantánea se puede descomponer en:

$$q_{\alpha\beta}(t) = Q_{\alpha\beta} + \tilde{q}_{\alpha\beta}(t) \quad (\text{II.28})$$

El valor constante que debe tomar la potencia instantánea para cumplir el objetivo impuesto de potencia constante en el lado de la fuente es el siguiente:

$$p_s(t) = P_s = \frac{1}{T} \int_T p_L(t) dt = P_L \quad (\text{II.29})$$

La ecuación (II.29) garantiza, además, que el valor promedio de la potencia intercambiada por el compensador es nulo.

De esta forma, la potencia instantánea de secuencia cero transferida por el compensador es:

$$p_{C0}(t) = p_{L0}(t) - P_{L0} = \tilde{p}_{L0}(t) \quad (\text{II.30})$$

La potencia instantánea de los ejes  $\alpha\beta$  transferida por el compensador es:

$$p_{C\alpha\beta}(t) = p_{L\alpha\beta}(t) - P_{L\alpha\beta} = \tilde{p}_{L\alpha\beta}(t) \quad (\text{II.31})$$

Finalmente, la potencia imaginaria instantánea transferida por el compensador es:

$$q_{C\alpha\beta}(t) = q_{L\alpha\beta}(t) \quad (\text{II.32})$$

Las ecuaciones (II.30)-(II.32) definen los términos de potencia que caracterizan al compensador y que se pueden expresar en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} p_{C0}(t) \\ p_{C\alpha\beta}(t) \\ q_{C\alpha\beta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{p}_{L0}(t) \\ \tilde{p}_{L\alpha\beta}(t) \\ q_{L\alpha\beta}(t) \end{bmatrix} \quad (\text{II.33})$$

A partir de esas ecuaciones de potencia se pueden calcular las intensidades de compensación en coordenadas  $0\alpha\beta$  de la forma:

$$\begin{bmatrix} i_{C0} \\ i_{C\alpha} \\ i_{C\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{u_0 u_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & u_0 u_\alpha & -u_0 u_\beta \\ 0 & u_0 u_\beta & u_0 u_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_{L0}(t) \\ \tilde{p}_{L\alpha\beta}(t) \\ q_{L\alpha\beta}(t) \end{bmatrix} \quad (\text{II.34})$$

Y a partir de estas intensidades de compensación en coordenadas  $0\alpha\beta$  se pueden calcular las intensidades de compensación en coordenadas de fase mediante la transformación inversa:



$$\begin{bmatrix} i_{c1} \\ i_{c2} \\ i_{c3} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{c0} \\ i_{c\alpha} \\ i_{c\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{II.35})$$

Esta estrategia de control se va a aplicar a un sistema trifásico de tres conductores como el representado en la figura II.4. La carga está compuesta por tres reguladores, formados cada uno de ellos por dos tiristores antiparalelo. Los tres reguladores, con una resistencia serie cada uno cuyos valores son diferentes en cada fase para hacer que la carga sea desequilibrada, están conectados en estrella.

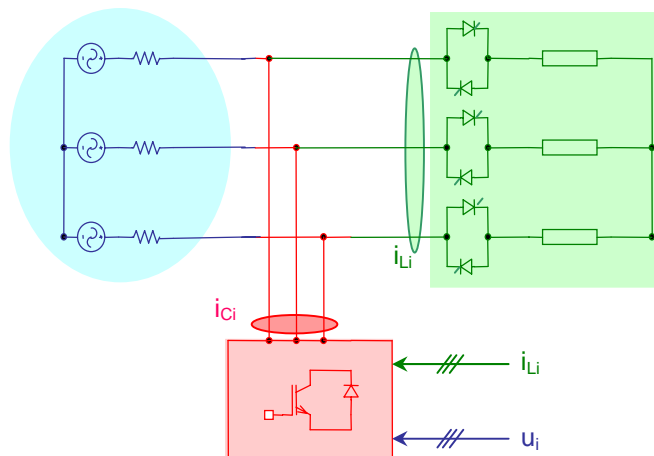


Figura II.4 Compensación estática de una carga trifásica no lineal desequilibrada en un sistema de tres conductores

Los resultados se presentan en las tablas II.1 y II.2. La primera de ellas presenta las formas de onda de la intensidad de fuente antes y después de la compensación. En concreto, la primera fila muestra la intensidad requerida por la carga o suministrada por la fuente antes de la compensación (su forma de onda trifásica en la primera columna y la fase uno de tensión e intensidad en la segunda columna). La segunda fila muestra la intensidad de fuente después de la compensación. Se observa en esta tabla que, efectivamente, la estrategia de control derivada de la formulación p-q permite obtener formas de onda equilibradas y sinusoidales cuando las tensiones de fuente también lo son. Además, esta estrategia obtiene un factor de potencia unidad, y una potencia instantánea de fuente constante, como se puede observar en la tabla

II.2, donde se presenta la potencia instantánea suministrada por la fuente antes y después de la compensación.

Tabla II.1 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada de la formulación p-q a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de tres conductores con tensiones de alimentación equilibradas sinusoidales, 0,04 s en el eje de abscisas

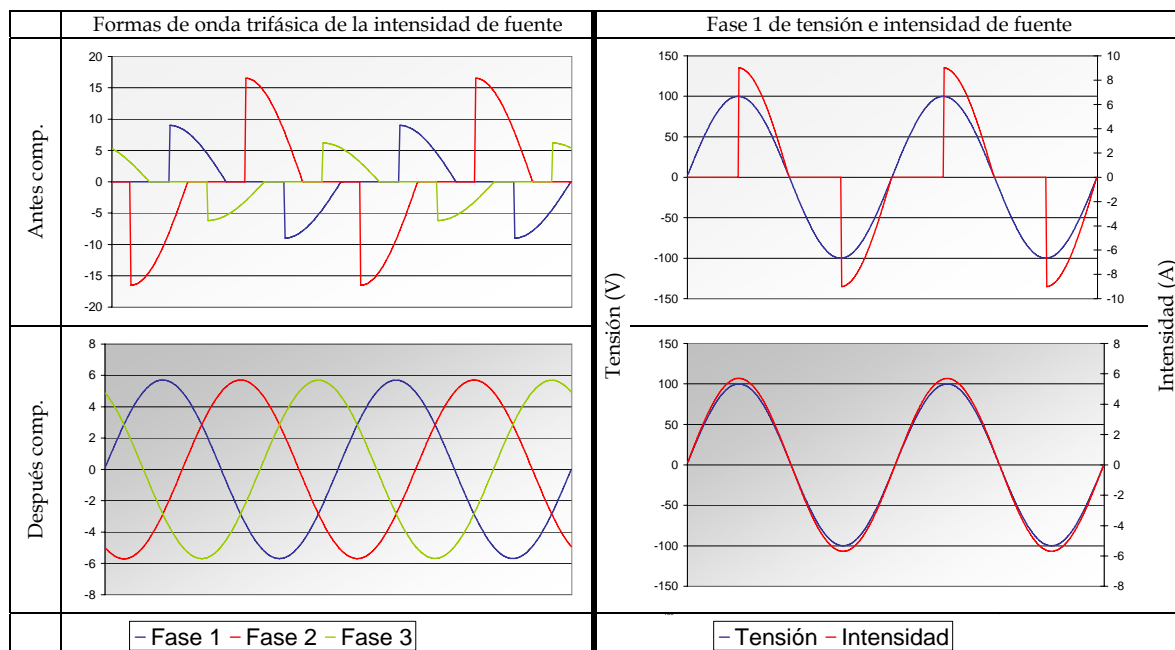
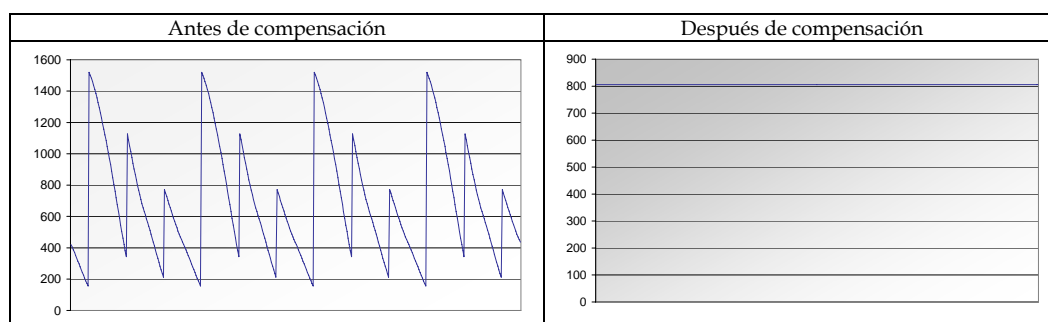


Tabla II.2 Potencia instantánea suministrada por la fuente antes y después de la compensación aplicando la estrategia de control derivada de la formulación p-q con tensiones de alimentación equilibradas y sinusoidales, 0,04 s en el eje de abscisas



Los resultados incluidos en las tablas II.1 y II.2 permiten verificar que la estrategia de control derivada de la formulación p-q cuando se aplica a sistemas de tres conductores consiguen el objetivo de control propuesto en su

desarrollo: potencia instantánea constante desde el lado de fuente. Además, esta estrategia permite obtener intensidades de fuente sinusoidales y en este caso se consigue factor de potencia unidad.

A continuación se presentan los resultados de la aplicación de la estrategia de control derivada de la formulación p-q a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, figura II.5, para tres condiciones diferentes de las tensiones de fuente: a) tensiones equilibradas sinusoidales, b) tensiones desequilibradas sinusoidales, c) tensiones equilibradas no sinusoidales.

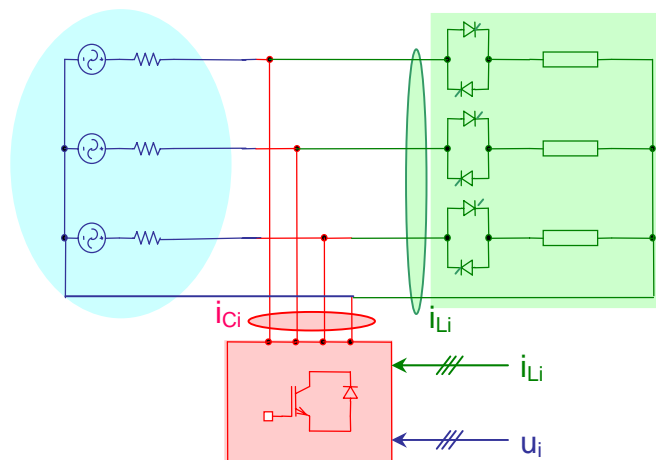
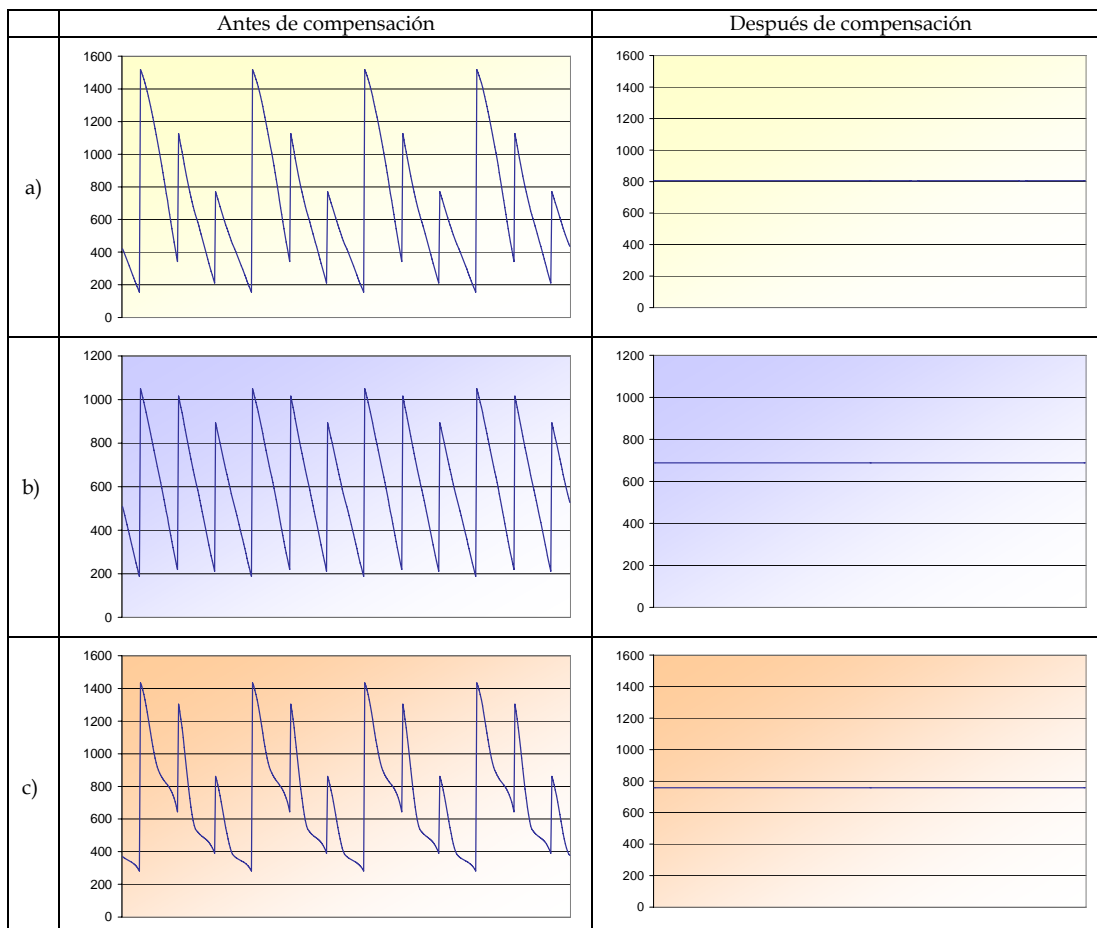


Figura II.5 Compensación estática de una carga trifásica no lineal desequilibrada

La tabla II.3 muestra la potencia instantánea suministrada por la fuente antes y después de la compensación en los tres casos estudiados. Según se presenta en las figuras de la segunda columna, no sólo sigue siendo constante dicha potencia en el caso de tensiones equilibradas sinusoidales, sino que es constante también en los casos en que la tensión de alimentación es desequilibrada y/o no sinusoidal.

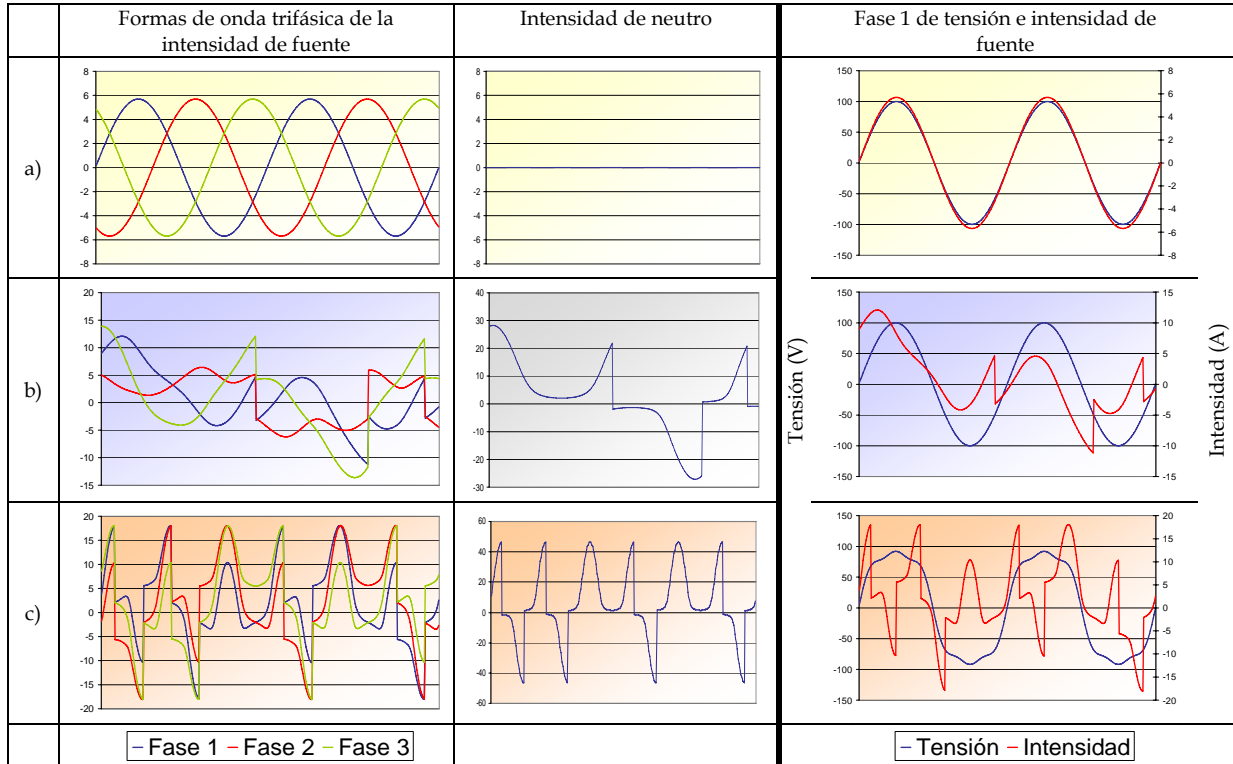
La tabla II.4 presenta algunas formas de onda de interés obtenidas al aplicar la formulación p-q a la compensación de cargas no lineales en sistemas trifásicos de cuatro conductores en los tres casos de tensiones de fuente estudiados. La primera columna muestra la intensidad de fuente trifásica. La segunda columna muestra la intensidad de neutro en cada caso. La tercera columna presenta la fase uno de la tensión y de la intensidad de fuente. Todas ellas obtenidas después de la compensación.

Tabla II.3 Potencia instantánea suministrada por la fuente antes y después de la compensación aplicando la estrategia de control derivada de la formulación  $p-q$  con tensión de alimentación, 0,04 s en el eje de abscisas a) equilibrada y sinusoidal, b) desequilibrada y sinusoidal, c) equilibrada y no sinusoidal



Así, la tabla II.4 muestra que en los casos b) y c) en que la tensión de alimentación presenta componente de secuencia cero, la estrategia de control no logra eliminar la intensidad de neutro, segunda columna. Por otro lado, se observa que la distorsión de la intensidad de fuente después de la compensación en los casos de tensión de alimentación desequilibrada y/o no sinusoidal sigue siendo muy alta, filas 2 y 3 de la tabla. Las intensidades en estos casos son desequilibradas y fuertemente distorsionadas.

Tabla II.4 Formas de onda de intensidad obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada de la formulación p-q a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



A pesar de que la estrategia inicial derivada de la formulación p-q original no consigue eliminar la intensidad de neutro, es posible modificar la estrategia para que consiga anular dicha intensidad. Las modificaciones necesarias se presentan a continuación, [117].

El fundamento de esta nueva estrategia sigue siendo conseguir que la potencia instantánea de fuente después de la compensación sea constante. Así, si el sistema es trifásico de cuatro conductores y la tensión de alimentación presenta componente de secuencia cero, es necesario imponer una condición que garantice la eliminación de la intensidad de neutro:

$$i_{c0}(t) = i_{L0}(t) \quad (\text{II.36})$$

Esta ecuación hace posible que, en todo momento, y para cualesquiera condiciones de tensiones de alimentación y de tipo de carga, la intensidad de neutro de la fuente sea compensada.

Por otro lado, la potencia real instantánea consumida por la carga se puede descomponer en una componente constante y otra variable con el tiempo:

$$\begin{aligned} p_L(t) &= p_{L0}(t) + p_{L\alpha\beta}(t) = P_{L0} + \tilde{p}_{L0}(t) + P_{L\alpha\beta} + \tilde{p}_{L\alpha\beta}(t) = \\ &= P_L + \tilde{p}_{L0}(t) + \tilde{p}_{L\alpha\beta}(t) \end{aligned} \quad (\text{II.37})$$

donde  $P_L$  es el valor promedio de la potencia total transferida por la carga.

Sustituyendo (II.37) en (II.22) y teniendo en cuenta que  $p_S(t) = P_L$ , y que  $p_{C0}(t) = p_{L0}(t)$ , se obtiene la segunda ecuación a imponer en la nueva estrategia de control:

$$p_{C\alpha\beta}(t) = \tilde{p}_{L\alpha\beta}(t) - P_{L0} \quad (\text{II.38})$$

Teniendo presente la compensación de la potencia imaginaria instantánea, la nueva estrategia de control se resume en las tres expresiones siguientes:

$$\begin{aligned} i_{c0}(t) &= i_{L0}(t) \\ p_{c\alpha\beta}(t) &= \tilde{p}_{L\alpha\beta}(t) - P_{L0} \\ q_{c\alpha\beta}(t) &= q_{L\alpha\beta}(t) \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

La primera ecuación garantiza la eliminación de la intensidad de neutro, la segunda garantiza un intercambio nulo de potencia activa en el compensador y la tercera garantiza la compensación de toda la potencia imaginaria instantánea (cuya condición no ha sufrido modificación respecto al desarrollo anterior).

De la aplicación de las ecuaciones (II.39) a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, figura II.4, se obtienen los resultados presentados en las tablas II.5 y II.6.

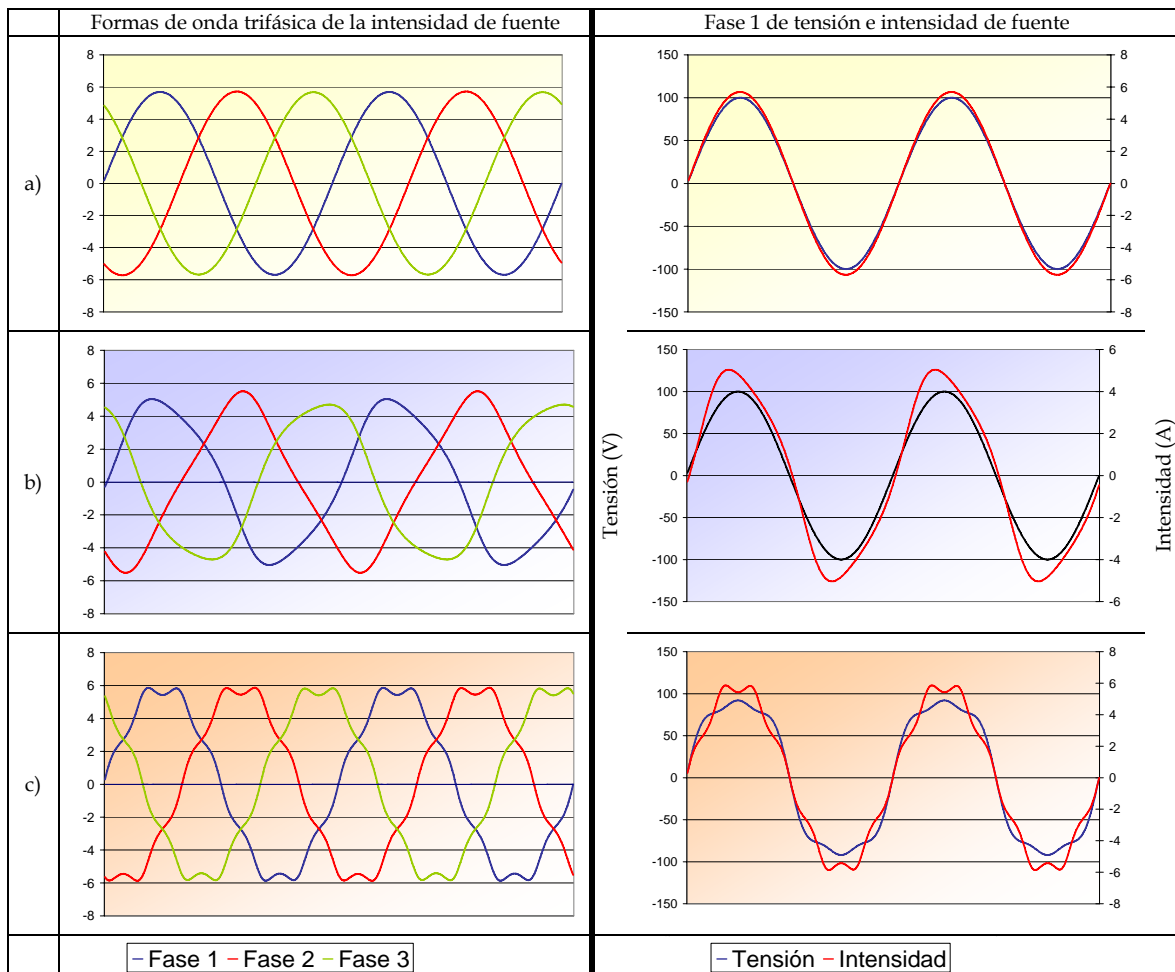
La primera columna de la tabla II.5 muestra el sistema de intensidades de fuente obtenido en cada uno de los casos 1, 2 y 3. En los tres casos se ha conseguido eliminar la intensidad de neutro, pero sólo en el caso 1 las intensidades de fase son equilibradas y sinusoidales.

La segunda columna de la tabla II.5 presenta la fase 1 de la tensión y de la intensidad de fuente. En ella se observa que, en los tres casos, el factor de desplazamiento es la unidad.

En la tabla II.6 se muestra el índice  $ITDD_{L1}$  (índice de distorsión de la fase 1, definido en el capítulo I) en porcentaje y el índice  $RMS_{L4}$  (valor eficaz de la intensidad de neutro) en amperios, para el sistema de intensidades presentado en la primera columna de la tabla II.6.

Tabla II.5 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada de la formulación p-q eliminando la intensidad de neutro a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. 0,04 s en el eje de abscisas.

a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



En la tabla II.6 se aprecia cómo los dos índices son nulos para el caso de tensiones equilibradas y sinusoidales. Es decir, esta formulación sigue obteniendo intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales en sistemas trifásicos de cuatro conductores si las tensiones de alimentación son equilibradas y sinusoidales. Sin embargo, en los otros dos casos, aunque consigue eliminar la intensidad de neutro y la potencia instantánea de la

fuente sigue siendo constante, no consigue intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales (el índice de distorsión  $ITDD_{L1}$  toma valores del 10% en el caso 2) y del 7% en el caso 3).

Tabla II.6 Resultados de la aplicación de la formulación p-q con la eliminación de la intensidad de neutro a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales

	$ITDD_{L1}$ (%)	$RMS_{II4}$ (A)
<b>a)</b>	0	0
<b>b)</b>	10	0
<b>c)</b>	7	0

### 2.1.2 Desarrollo de la formulación p-q en un marco vectorial

La formulación p-q original se define en el sistema de coordenadas  $0\alpha\beta$ . Esto es que los vectores tensión e intensidad inicialmente en coordenadas de fase se transforman a este nuevo sistema mediante las correspondientes matrices de transformación, y a partir de ellos se definen los términos de potencia y las estrategias de compensación. o sea, la formulación p-q original se desarrolla en un marco matricial. En este apartado se presenta una forma de obtener la misma estrategia de control derivada de la formulación p-q, pero en este caso, el desarrollo es vectorial y no usa matrices de transformación.

Para ello, dadas las componentes  $0, \alpha$  y  $\beta$  de un sistema trifásico de tensiones, se definen los cuatro vectores de tensión siguientes, fig. II.6:

1. El vector tensión:

$$\vec{u}_{0\alpha\beta} = \begin{bmatrix} u_0 & u_\alpha & u_\beta \end{bmatrix}^T \quad (\text{II.40})$$

2. El vector tensión de secuencia cero:

$$\vec{u}_0 = \begin{bmatrix} u_0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (\text{II.41})$$

3. El vector tensión sin componente de secuencia cero:

$$\vec{u}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} 0 & u_\alpha & u_\beta \end{bmatrix}^T \quad (\text{II.42})$$

4. El vector de tensión ortogonal:



$$\vec{u}_{-\beta\alpha} = \begin{bmatrix} 0 & -u_\beta & u_\alpha \end{bmatrix}^T \quad (\text{II.43})$$

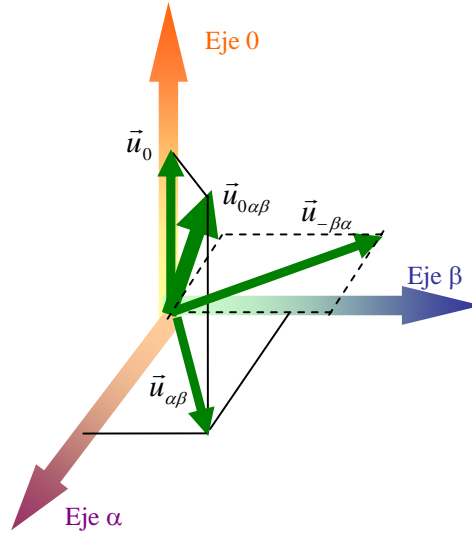


Figura II.6 Vectores de tensión en el sistema de coordenadas 0αβ

Así, se verifica en todo momento que:

$$\vec{u}_{0\alpha\beta} = \begin{bmatrix} u_0 & u_\alpha & u_\beta \end{bmatrix}^T = \vec{u}_{\alpha\beta} + \vec{u}_0 \quad (\text{II.44})$$

y que:

$$\vec{u}_{\alpha\beta} \cdot \vec{u}_{-\beta\alpha} = 0 \quad (\text{II.45})$$

Los vectores  $\vec{u}_0$ ,  $\vec{u}_{\alpha\beta}$  y  $\vec{u}_{-\beta\alpha}$  forman un conjunto de tres vectores ortogonales linealmente independientes. Cualquier vector de intensidad  $\vec{i}$  situado en el sistema 0αβ se puede expresar, pues, como la suma de su proyección sobre cada uno de dichos vectores. Así, el vector intensidad de secuencia cero se obtiene como la proyección del vector intensidad sobre el vector tensión de secuencia cero:

$$\vec{i}_0 = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_0}{\vec{u}_0 \cdot \vec{u}_0} \vec{u}_0 = \frac{p_0(t)}{u_0^2} \vec{u}_0 = \frac{p_0(t)}{u_0^2} \begin{bmatrix} u_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.46})$$

La componente αβ de la intensidad:

$$\vec{i}_{\alpha\beta} = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_{\alpha\beta}}{\vec{u}_{\alpha\beta} \cdot \vec{u}_{\alpha\beta}} \vec{u}_{\alpha\beta} = \frac{p_{\alpha\beta}(t)}{u_{\alpha\beta}^2} \vec{u}_{\alpha\beta} = \frac{p_{\alpha\beta}(t)}{u_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} 0 \\ u_{\alpha} \\ u_{\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{II.47})$$

Y la componente ortogonal en el plano  $\alpha\beta$ :

$$\vec{i}_{-\beta\alpha} = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_{-\beta\alpha}}{\vec{u}_{-\beta\alpha} \cdot \vec{u}_{-\beta\alpha}} \vec{u}_{-\beta\alpha} = \frac{q_{\alpha\beta}(t)}{u_{-\beta\alpha}^2} \vec{u}_{-\beta\alpha} = \frac{q_{\alpha\beta}(t)}{u_{-\beta\alpha}^2} \begin{bmatrix} 0 \\ -u_{\beta} \\ u_{\alpha} \end{bmatrix} \quad (\text{II.48})$$

En las ecuaciones (II.46), (II.47) y (II.48) quedan inferidos los términos de potencia,  $p_0(t)$ ,  $p_{\alpha\beta}(t)$ ,  $q_{\alpha\beta}(t)$ . Esto es:

La expresión de la potencia instantánea de secuencia cero es:

$$p_0(t) = \vec{i} \cdot \vec{u}_0 = \begin{bmatrix} i_0 & i_{\alpha} & i_{\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = i_0 u_0 \quad (\text{II.49})$$

La expresión de la potencia real instantánea en los ejes  $\alpha$  y  $\beta$  es:

$$p_{\alpha\beta}(t) = \vec{i} \cdot \vec{u}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} i_0 & i_{\alpha} & i_{\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ u_{\alpha} \\ u_{\beta} \end{bmatrix} = i_{\alpha} u_{\alpha} + i_{\beta} u_{\beta} \quad (\text{II.50})$$

Y la potencia imaginaria instantánea es:

$$q_{\alpha\beta}(t) = \vec{i} \cdot \vec{u}_{-\beta\alpha} = \begin{bmatrix} i_0 & i_{\alpha} & i_{\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -u_{\beta} \\ u_{\alpha} \end{bmatrix} = i_{\beta} u_{\alpha} - i_{\alpha} u_{\beta} \quad (\text{II.51})$$

La suma de las tres expresiones anteriores, y dado que la norma del vector tensión ortogonal es igual a la norma del vector tensión sin componente de secuencia cero, proporciona la relación expresada en la ecuación (II.52):

$$\vec{i} = \vec{i}_0 + \vec{i}_{\alpha\beta} + \vec{i}_{-\beta\alpha} = \frac{p_0(t)}{u_0^2} \vec{u}_0 + \frac{p_{\alpha\beta}(t)}{u_{\alpha\beta}^2} \vec{u}_{\alpha\beta} + \frac{q_{\alpha\beta}(t)}{u_{\alpha\beta}^2} \vec{u}_{-\beta\alpha} \quad (\text{II.52})$$

De esta forma el vector intensidad se ha descompuesto en tres componentes: una en la dirección del vector tensión de secuencia cero, otra en la dirección del vector tensión sin componente de secuencia cero y otra en la dirección de vector tensión ortogonal.

Esta formulación permite abordar el problema de la compensación con una mayor facilidad. Así, para el caso de la estrategia de compensación de potencia constante, la intensidad de fuente toma el siguiente valor:

$$\vec{i}_s = \frac{P_{L0}(t)}{u_0^2} \vec{u}_0 + \frac{P_{L\alpha\beta}(t)}{u_{\alpha\beta}^2} \vec{u}_{\alpha\beta} \quad (\text{II.53})$$

Y la intensidad de compensación se obtiene a partir de la ley de Kirchhoff de intensidades:

$$\vec{i}_c = \vec{i}_L - \vec{i}_s = \frac{\tilde{p}_{L0}(t)}{u_0^2} \vec{u}_0 + \frac{\tilde{p}_{L\alpha\beta}(t)}{u_{\alpha\beta}^2} \vec{u}_{\alpha\beta} + \frac{q_{L\alpha\beta}(t)}{u_{\alpha\beta}^2} \vec{u}_{-\beta\alpha} \quad (\text{II.54})$$

En el caso de que se pretenda eliminar, además, la intensidad de neutro, la intensidad de compensación toma la forma:

$$\vec{i}_c = \frac{p_{L0}(t)}{u_0^2} \vec{u}_0 + \frac{\tilde{p}_{L\alpha\beta}(t) - P_{L0}}{u_{\alpha\beta}^2} \vec{u}_{\alpha\beta} + \frac{q_{L\alpha\beta}(t)}{u_{\alpha\beta}^2} \vec{u}_{-\beta\alpha} \quad (\text{II.55})$$

De la misma forma se pueden imponer otros objetivos de compensación. Este desarrollo vectorial de la formulación p-q obtiene, por tanto, los mismos resultados que la formulación p-q en su desarrollo original sin la necesidad de usar matrices de transformación.

### 2.1.3 Teoría de la potencia reactiva instantánea en coordenadas de fase

La formulación p-q basa su desarrollo en el uso de una matriz de transformación de coordenadas de fase a coordenadas  $0\alpha\beta$ . En este apartado se presenta una formulación que obtiene la misma estrategia de control derivada de la formulación p-q, pero en este caso, se desarrolla en el sistema de coordenadas de fase, sin necesidad de ninguna transformación, [120], [134].

Este nuevo enfoque, denominado formulación vectorial, también distingue la componente de secuencia cero de la tensión trifásica del resto de fases. Así, se introducen dos vectores de tensión, un vector de tensión de secuencia cero y un vector tensión sin componente de secuencia cero.

Esta formulación está basada en la descomposición del vector intensidad en dos componentes: una que transporta la potencia real instantánea consumida por la carga y otra que transporta la potencia imaginaria instantánea. La suma de ambas componentes coincide con la intensidad instantánea consumida por la carga.

De esa forma, esta formulación define el vector tensión para sistemas polifásicos con  $n$  fases y  $n+1$  conductores, mediante la expresión:

$$\vec{u} = [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_n]^T \quad (\text{II.56})$$

Y el vector intensidad mediante la expresión:

$$\vec{i} = [i_1 \quad i_2 \quad \dots \quad i_n]^T \quad (\text{II.57})$$

Al mismo tiempo, se define el vector instantáneo de tensión de secuencia cero,  $\vec{v}_0$ , como:

$$\vec{v}_0 = \left[ \frac{v_0}{\sqrt{n}} \quad \frac{v_0}{\sqrt{n}} \quad \dots \quad \frac{v_0}{\sqrt{n}} \right]^T \quad (\text{II.58})$$

donde se cumple que:

$$\sqrt{n}v_0 = u_1 + u_2 + \dots + u_n \quad (\text{II.59})$$

Y se define el vector de intensidad de secuencia cero,  $\vec{i}_0$ , como:

$$\vec{i}_0 = \left[ \frac{i_0}{\sqrt{n}} \quad \frac{i_0}{\sqrt{n}} \quad \dots \quad \frac{i_0}{\sqrt{n}} \right]^T \quad (\text{II.60})$$

donde se cumple que:

$$\sqrt{n}i_0 = i_1 + i_2 + \dots + i_n \quad (\text{II.61})$$

Con esto, es posible descomponer el vector tensión según dos componentes:

$$\vec{u} = \vec{v} + \vec{v}_0 \quad (\text{II.62})$$

donde  $\vec{v}$  representa el vector tensión sin componente de secuencia cero.

Así, en la figura II.7 se muestra, en un sistema trifásico, esa descomposición del vector tensión  $\vec{u}$  en el vector  $\vec{v}$  y el vector  $\vec{v}_0$ .

La norma instantánea de los vectores  $\vec{u}$  e  $\vec{i}$  se definen como:

$$u = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \sqrt{\sum_{j=1}^n u_j^2(t)} \quad (\text{II.63})$$

$$i = \sqrt{\vec{i} \cdot \vec{i}} = \sqrt{\sum_{j=1}^n i_j^2(t)} \quad (\text{II.64})$$

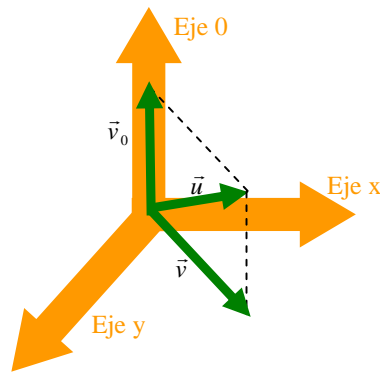


Figura II.7 Tensiones en la formulación vectorial

Teniendo en cuenta que el vector tensión de secuencia cero es perpendicular al vector tensión sin componente de secuencia cero ( $\vec{v}_0 \perp \vec{v}$ ), las normas instantáneas de los tres vectores de tensión presentados hasta aquí verifican que:

$$u^2 = v^2 + v_0^2 \quad (\text{II.65})$$

A partir de estos vectores n-dimensionales en coordenadas de fase, se define la potencia instantánea como el producto escalar de los vectores tensión e intensidad:

$$p(t) = \vec{u} \cdot \vec{i} \quad (\text{II.66})$$

Sustituyendo (II.62) en (II.66) se obtiene la expresión:

$$p(t) = \bar{v} \cdot \bar{i} + \bar{v}_0 \cdot \bar{i} = p_v(t) + p_0(t) \quad (\text{II.67})$$

$p_v(t)$  es la potencia real instantánea transferida de la fuente a la carga cuando una de las señales (tensión o intensidad) de secuencia cero es nula. Esta potencia coincide con la  $p_{\alpha\beta}(t)$  de la formulación p-q. por otra parte,  $p_0(t)$  es la potencia instantánea de secuencia cero.

Se define el vector intensidad activa instantánea sin componente de secuencia cero,  $\bar{i}_v(t)$ , como el vector de norma mínima que transfiere la potencia  $p_v(t)$  a la tensión  $\bar{v}(t)$ , [134]

$$\bar{i}_v = \frac{p_v(t)}{v^2} \bar{v} \quad (\text{II.68})$$

Asimismo, se define el vector intensidad de secuencia cero como,  $\bar{i}_0(t)$ :

$$\bar{i}_0(t) = \frac{p_0(t)}{v_0^2} \bar{v}_0 \quad (\text{II.69})$$

Entonces, su suma se denomina intensidad activa instantánea,  $\bar{i}_p(t)$ :

$$\bar{i}_p(t) = \frac{p_v(t)}{v^2} \bar{v} + \frac{p_0(t)}{v_0^2} \bar{v}_0 = \bar{i}_v + \bar{i}_0 \quad (\text{II.70})$$

y cumple que:

$$\begin{aligned} \bar{u} \cdot \bar{i}_p(t) &= \frac{p_v(t)}{v^2} \bar{u} \cdot \bar{v} + \frac{p_0(t)}{v_0^2} \bar{u} \cdot \bar{v}_0 = \frac{p_v(t)}{v^2} v^2 + \frac{p_0(t)}{v_0^2} v_0^2 = \\ &= p_v(t) + p_0(t) = p(t) \end{aligned} \quad (\text{II.71})$$

La componente restante hasta la intensidad requerida por la carga,  $\bar{i}$ , se denomina intensidad reactiva instantánea, que es ortogonal al vector tensión, y por tanto también al vector intensidad activa instantánea.

En el caso de los sistemas trifásicos, se puede definir el vector tensión ortogonal que se calcula mediante la siguiente transformación ortogonal para el caso de sistemas trifásicos, [120]:

$$\vec{v}_q = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} u_2 - u_3 \\ u_3 - u_1 \\ u_1 - u_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.72})$$

El vector tensión ortogonal es, pues, ortogonal al vector tensión y a la intensidad activa instantánea. Asimismo dicho vector tensión ortogonal es también perpendicular al vector tensión de secuencia cero, figura II.8:

$$\vec{v}_0 \cdot \vec{v}_q = \frac{1}{3} [v_0 \quad v_0 \quad v_0] \begin{bmatrix} u_2 - u_3 \\ u_3 - u_1 \\ u_1 - u_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{II.73})$$

y al vector tensión sin componente de secuencia cero:

$$\vec{v} \cdot \vec{v}_q = (\vec{u} - \vec{v}_0) \cdot \vec{v}_q = \vec{u} \cdot \vec{v}_q - \vec{v}_0 \cdot \vec{v}_q = 0 \quad (\text{II.74})$$

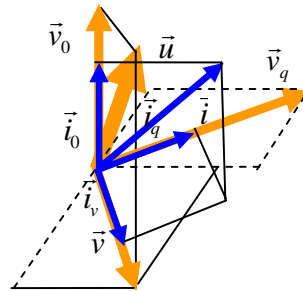


Figura II.8 Vectores de tensión y vectores de intensidad

La componente de intensidad obtenida como proyección del vector intensidad sobre este vector tensión ortogonal es perpendicular a la intensidad activa instantánea. Por tanto, la intensidad reactiva instantánea se define mediante la siguiente expresión:

$$\vec{i}'_q(t) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{v}_q}{v_q} \frac{\vec{v}_q}{v_q} = \frac{\vec{i} \cdot \vec{v}_q}{v_q^2} \vec{v}_q \quad (\text{II.75})$$

La intensidad activa instantánea transporta toda la potencia real instantánea consumida por la carga, (II.70). Por ello, la intensidad reactiva instantánea  $\vec{i}'_q(t)$  no contribuye al flujo de dicha potencia. En efecto, siempre se cumple que:

$$\vec{u} \cdot \vec{i}_q = \vec{u} \cdot (\vec{i} - \vec{i}_p) = \vec{u} \cdot \vec{i} - \vec{u} \cdot \vec{i}_p = p(t) - p(t) = 0 \quad (\text{II.76})$$

Como  $\vec{u} \neq 0$  e  $(\vec{i} - \vec{i}_q)^T \neq 0$ , se satisface, efectivamente, la condición de ortogonalidad entre  $\vec{u}$  e  $\vec{i}_q$  y, por tanto, entre  $\vec{i}_p$  e  $\vec{i}_q$ :

$$\vec{i}_p \cdot \vec{i}_q = \left( \frac{p_v(t)}{v^2} \vec{v} + \vec{i}_0 \right) \cdot \vec{i}_q = \frac{p_v(t)}{v^2} \vec{v} \cdot \vec{i}_q + \vec{i}_0 \cdot \vec{i}_q = 0 + 0 = 0 \quad (\text{II.77})$$

Así, el vector intensidad en sistemas trifásicos se puede descomponer en tres componentes ortogonales entre sí, figura II.8: intensidad de secuencia cero,  $\vec{i}_0$ , intensidad activa instantánea sin componente de secuencia cero,  $\vec{i}_v$ , e intensidad reactiva instantánea,  $\vec{i}_q$ . La suma de las dos primeras componentes equivale a la intensidad activa instantánea.

Teniendo en cuenta que la intensidad activa instantánea  $\vec{i}_p$  incluye a la componente de secuencia cero y la ortogonalidad de los vectores según se ha expuesto, se establece la siguiente relación entre las normas instantáneas de los vectores de intensidad:

$$i^2(t) = i_p^2(t) + i_q^2(t) \quad (\text{II.78})$$

Físicamente,  $\vec{i}_q$  es esa intensidad de norma instantánea mínima que transfiere a la carga la potencia imaginaria instantánea  $q(t)$ , a la tensión  $\vec{u}$ . Así, la potencia imaginaria instantánea se define en el marco de la formulación vectorial de la teoría de la potencia reactiva instantánea como:

$$q(t) = \vec{i} \cdot \vec{v}_q = \vec{i}_p \cdot \vec{v}_q + \vec{i}_q \cdot \vec{v}_q = \vec{i}_q \cdot \vec{v}_q = i_q v_q \quad (\text{II.79})$$

Esta potencia imaginaria instantánea se puede calcular en sistemas trifásicos como el producto escalar de los vectores de tensión e intensidad dividido por  $\sqrt{3}$ :

$$\begin{aligned} q(t) = \vec{i} \cdot \vec{v}_q &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 - u_3 \\ u_3 - u_1 \\ u_1 - u_2 \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} (i_1 u_2 - i_1 u_3 + i_2 u_3 - i_2 u_1 + i_3 u_1 - i_3 u_2) \end{aligned} \quad (\text{II.80})$$



Por ello, la división de intensidad propuesta no es arbitraria, sino que se impone físicamente por las componentes necesarias para la descripción completa del proceso de transferencia de potencia instantánea entre la fuente y la carga. Una componente,  $\vec{i}_p$ , transporta la potencia real instantánea y la otra,  $\vec{i}_q$ , la potencia imaginaria instantánea. Cada término de intensidad se calcula a partir de las medidas de los vectores tensión e intensidad de fase, sin transformación de coordenadas.

A continuación se va a definir la estrategia de control derivada de esta nueva formulación de la teoría de la potencia reactiva instantánea para su aplicación a la compensación con filtros activos de potencia.

Para ello, el vector intensidad se divide en dos componentes de forma que la suma de ambas sea igual a la intensidad instantánea consumida por la carga, [122], [131], [161].

La formulación vectorial presenta dos enfoques en la búsqueda de una estrategia de compensación:

1. El primer enfoque persigue la obtención de un factor de potencia unidad. Para ello, la intensidad activa instantánea proporcionada por la fuente debe ser proporcional a la tensión en cualquier instante de tiempo, [145]:

$$\vec{i}_s = G_{FP1} \vec{u} \quad (\text{II.81})$$

El valor de la conductancia  $G_{FP1}$  debe garantizar que la potencia activa intercambiada por el compensador sea nula. Así, se debe cumplir que:

$$\begin{aligned} P_C &= \int_T \vec{u} \cdot \vec{i}_C = \int_T \vec{u} \cdot (\vec{i} - \vec{i}_s) = \int_T \vec{u} \cdot (\vec{i} - G_{FP1} \vec{u}) = \\ &= \int_T \vec{u} \cdot \vec{i} - \int_T G_{FP1} \vec{u} \cdot \vec{u} = P - G_{FP1} U^2 = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.82})$$

de donde:

$$G_{FP1} = \frac{P}{U^2} \quad (\text{II.83})$$

P representa la potencia activa consumida por la carga y U la norma cuadrática media del vector tensión  $\vec{u}(t)$  definida como:

$$U^2 = \frac{1}{T} \int (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2) dt \quad (\text{II.84})$$

2. El segundo enfoque persigue, además, la eliminación de la intensidad de neutro. Para ello la intensidad de fuente deberá ser proporcional al vector tensión sin componente de secuencia cero, [185]:

$$\vec{i}_s = G_{SN} \vec{v} \quad (\text{II.85})$$

Como en el caso anterior se debe cumplir que la potencia activa intercambiada por el compensador sea nula, o sea:

$$\begin{aligned} P_C &= \int_T \vec{u} \cdot \vec{i}_C = \int_T \vec{u} \cdot (\vec{i} - \vec{i}_s) = \int_T \vec{u} \cdot (\vec{i} - G_{SN} \vec{v}) = \\ &= \int_T \vec{u} \cdot \vec{i} + \int_T G_{SN} \vec{u} \cdot \vec{v} = P - G_{SN} V^2 = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.86})$$

de donde:

$$G_{SN} = \frac{P}{V^2} \quad (\text{II.87})$$

V representa la norma cuadrática media del vector tensión sin componente de secuencia cero:

$$V^2 = \frac{1}{T} \int (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2) dt \quad (\text{II.88})$$

Así, la intensidad proporcionada por el compensador, intensidad de compensación, tomará el siguiente valor:

$$\vec{i}_C = \vec{i} - \vec{i}_s \quad (\text{II.89})$$

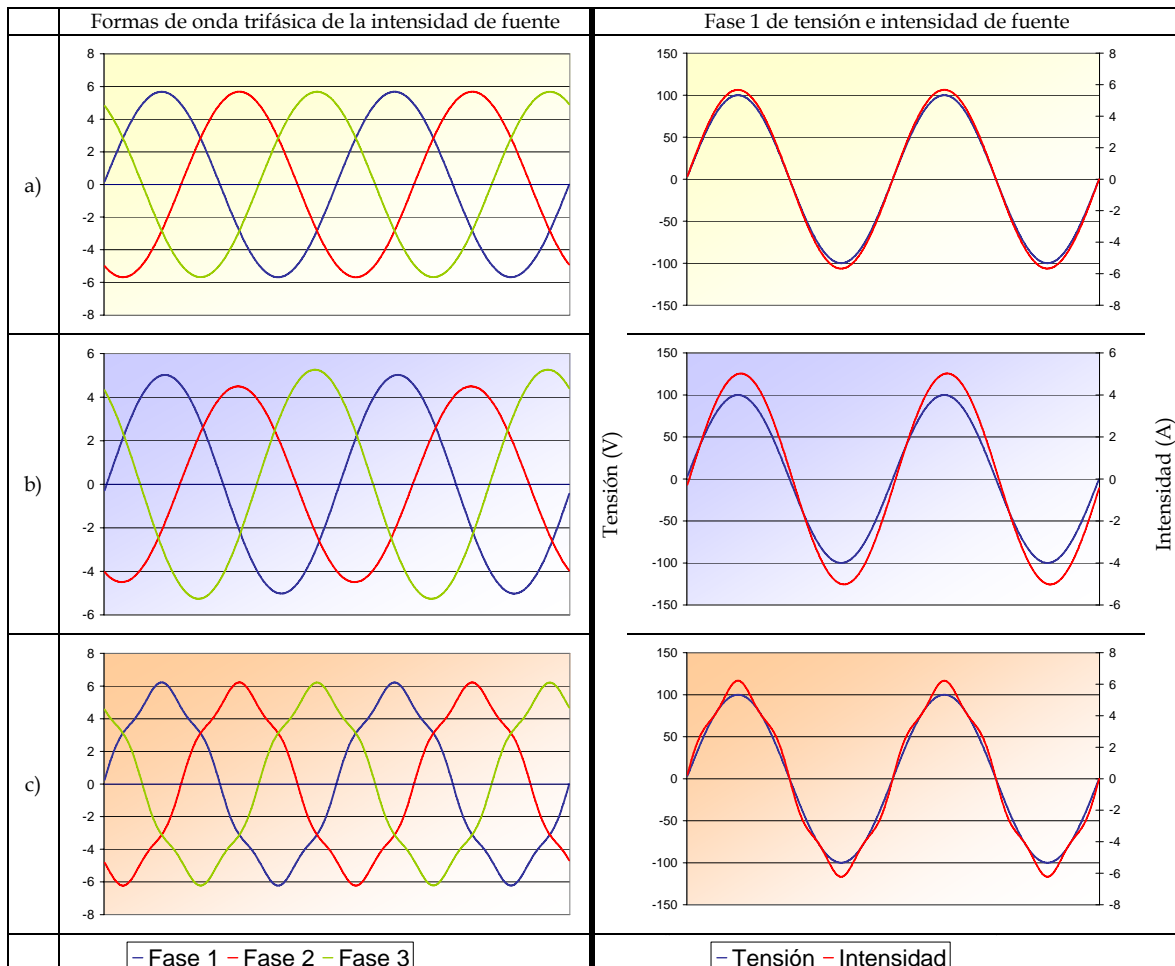
En este caso, la intensidad de fuente no incluye componente de secuencia cero y por tanto la intensidad de neutro queda eliminada.

Al aplicar esta segunda estrategia derivada de la formulación vectorial a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, se obtienen los resultados mostrados en las tablas II.7 y II.8.

Tabla II.7 Resultados de la aplicación de la formulación vectorial a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales

	ITDD <sub>L1</sub> (%)	RMS <sub>IL4</sub> (A)
<b>Caso 1</b>	0	0
<b>Caso 2</b>	0	0
<b>Caso 3</b>	7	0

Tabla II.8 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada de la formulación vectorial a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



En la tabla II.7 se muestra el valor del índice  $ITDD_{L1}$  (índice de distorsión de la fase 1) en porcentaje y el del índice  $RMS_{L4}$  (valor eficaz de la intensidad de neutro) en amperios para los sistemas de intensidades de fuente presentados en la primera columna de la tabla II.8.

El valor eficaz de la intensidad de neutro es nulo en los tres casos y el de distorsión de la fase uno de la intensidad de fuente es no nulo sólo en el caso de tensiones no sinusoidales. O sea, la estrategia de control empleada consigue intensidades de fuente sinusoidales si lo son las tensiones y elimina en cualquier caso la intensidad de neutro.

De cualquier forma, la intensidad de fuente no es equilibrada si no lo es la tensión aplicada, figura de la columna 1 y fila 2 de la tabla II.8.

La columna 2 de la tabla II.8 muestra que esta estrategia consigue factor de desplazamiento unidad para cualesquiera condiciones de las tensiones de alimentación. Además, ya se ha demostrado que la potencia transportada por la intensidad de fuente después de la compensación es, exactamente, la potencia activa requerida por la carga.

En la sección 2.1 se ha presentado la teoría de la potencia reactiva instantánea en su formulación original. Se ha obtenido la estrategia de compensación derivada de la misma y se ha aplicado a la compensación estática de cargas no lineales en sistemas trifásicos de tres y cuatro conductores con distintas condiciones de las tensiones de alimentación. Además, se ha introducido un nuevo enfoque equivalente al anterior y en el mismo sistema de coordenadas  $0\alpha\beta$ , pero en el que no es necesario el uso de matrices de transformación para obtener la estrategia de control. El vector intensidad se descompone en tres componentes: una en la dirección del vector tensión sin componente de secuencia cero, otra en la dirección del vector tensión ortogonal y otra en la dirección del vector tensión de secuencia cero. Este nuevo enfoque facilita la aplicación de otros objetivos de compensación distintos del adoptado por los autores de la formulación p-q, como se verá próximamente.

Finalmente, se ha presentado la formulación vectorial de la teoría de la potencia reactiva instantánea. Esta formulación presenta un desarrollo en coordenadas de fase y sin necesidad de ninguna transformación. En ella, como en los dos desarrollos anteriores, la componente de secuencia cero de la tensión se considera de forma independiente del resto.

Todos los desarrollos presentados se rigen por la misma base teórica. En primer lugar, tratan la componente de secuencia cero a través de un circuito independiente de las componentes restantes. Esto supone considerar a la

potencia instantánea separada en una potencia instantánea de secuencia cero y una potencia instantánea sin componente de secuencia cero. En segundo lugar introduce una potencia imaginaria instantánea en cuya definición no se incluyen las componentes de secuencia cero de tensión e intensidad. Por otra parte, las formulaciones introducidas se diferencian en la forma de abordar el problema de la compensación.

## 2.2 La formulación p-q modificada

Esta formulación se desarrolla tanto en coordenadas  $0\alpha\beta$ , [140], como en coordenadas de fase, [125], [133], [146]. Se presenta primero su desarrollo en coordenadas  $0\alpha\beta$ .

La aplicación de las matrices definidas en (II.11) y (II.12) a los vectores de tensión e intensidad en coordenadas de fase, permite obtener el vector tensión en coordenadas  $0\alpha\beta$ :

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} u_0 & u_\alpha & u_\beta \end{bmatrix}^T \quad (\text{II.90})$$

y el vector intensidad en coordenadas  $0\alpha\beta$ :

$$\vec{i} = \begin{bmatrix} i_0 & i_\alpha & i_\beta \end{bmatrix}^T \quad (\text{II.91})$$

A partir de estos dos vectores se define la potencia instantánea como el producto escalar de ambos:

$$p(t) = \vec{u} \cdot \vec{i} \quad (\text{II.92})$$

Esta potencia instantánea engloba aquella de los ejes  $\alpha\beta$  y la del eje de secuencia cero, y es igual a la potencia real instantánea total definida en la teoría p-q como suma de la potencia real instantánea de los ejes  $\alpha\beta$  y la potencia de secuencia cero.

Asimismo, se define el vector potencia reactiva instantánea como el producto vectorial de los vectores tensión e intensidad:

$$\vec{q}(t) = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_\alpha \\ q_\beta \end{bmatrix} = \vec{u}(t) \wedge \vec{i}(t) = \begin{vmatrix} \hat{0} & \hat{\alpha} & \hat{\beta} \\ u_0 & u_\alpha & u_\beta \\ i_0 & i_\alpha & i_\beta \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} u_\alpha i_\beta - u_\beta i_\alpha \\ u_\beta i_0 - u_0 i_\beta \\ u_0 i_\alpha - u_\alpha i_0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.93})$$

donde  $\hat{0}$ ,  $\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$  son los vectores unitarios correspondientes a los ejes 0,  $\alpha$  y  $\beta$ , respectivamente.

De esta forma, las expresiones de potencia en coordenadas 0 $\alpha\beta$  comprenden cuatro componentes, [140]:

$$\begin{aligned} p &= u_0 i_0 + u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta \\ q_0 &= u_\alpha i_\beta - u_\beta i_\alpha \\ q_\alpha &= u_\beta i_0 - u_0 i_\beta \\ q_\beta &= u_0 i_\alpha - u_\alpha i_0 \end{aligned} \tag{II.94}$$

Estas definiciones de las potencias se pueden agrupar y expresar en forma matricial de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} p \\ q_0 \\ q_\alpha \\ q_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0 & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -u_\beta & u_\alpha \\ u_\beta & 0 & -u_0 \\ -u_\alpha & u_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = [P_M] \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \tag{II.95}$$

que representa cuatro ecuaciones linealmente dependientes. O sea, la ecuación (II.95) se puede expresar como tres ecuaciones linealmente independientes. Así, se tiene que:

$$\begin{bmatrix} u_0 q_0 \\ u_\alpha q_\alpha \\ u_\beta q_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -u_0 u_\beta & u_0 u_\alpha \\ u_\alpha u_\beta & 0 & -u_0 u_\alpha \\ -u_\alpha u_\beta & u_0 u_\beta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = 0 \tag{II.96}$$

De esta forma, si una de las componentes de la tensión,  $u_{\alpha\beta}$ ,  $u_\beta$ ,  $u_0$ , es nula, su potencia reactiva instantánea correspondientes se puede expresar como combinación lineal de las otras componentes de la potencia. Así:

- Si  $u_0$  tiene un valor distinto de cero, la componente de secuencia cero del vector intensidad se puede calcular como combinación lineal de  $p$ ,  $q_\alpha$  y  $q_\beta$
- Si  $u_\alpha$  tiene un valor distinto de cero, la componente  $\alpha$  del vector intensidad se puede calcular como combinación lineal de  $p$ ,  $q_0$  y  $q_\beta$
- Y si  $u_\beta$  tiene un valor distinto de cero, la correspondiente componente del vector intensidad se puede calcular como combinación lineal de  $p$ ,  $q_0$  y  $q_\alpha$

Por tanto, se puede obtener el vector intensidad a partir de los términos de potencia según la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_0 & 0 & u_\beta & -u_\alpha \\ u_\alpha & -u_\beta & 0 & u_0 \\ u_\beta & u_\alpha & -u_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q_0 \\ q_\alpha \\ q_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{II.97})$$

donde:

$$u_{0\alpha\beta}^2 = u_0^2 + u_\alpha^2 + u_\beta^2 \quad (\text{II.98})$$

Esta ecuación es válida en todos los casos en que exista una norma instantánea de tensión distinta de cero,  $u_{0\alpha\beta}^2 \neq 0$ .

De la expresión (II.97) se deduce que la intensidad instantánea de secuencia cero se obtiene en la forma:

$$i_0 = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}^2} u_0 p + \frac{1}{u_{0\alpha\beta}^2} (u_\beta q_\alpha - u_\alpha q_\beta) = i_{0p} + i_{0q} \quad (\text{II.99})$$

donde  $i_{0p}$  es la intensidad activa instantánea de secuencia cero e  $i_{0q}$  es la intensidad reactiva instantánea de secuencia cero. Por tanto, esta formulación, a diferencia de la p-q original, considera que la componente de secuencia cero forma parte tanto de la intensidad activa instantánea consumida por la carga como de la intensidad reactiva instantánea.

La intensidad de la fase  $\alpha$  se puede expresar como:

$$i_\alpha = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}^2} u_\alpha p + \frac{1}{u_{0\alpha\beta}^2} (u_0 q_\beta - u_\beta q_0) = i_{\alpha p} + i_{\alpha q} \quad (\text{II.100})$$

donde  $i_{\alpha p}$  es la intensidad activa instantánea de la fase  $\alpha$  e  $i_{\alpha q}$  es la intensidad reactiva instantánea de la fase  $\alpha$ .

Y la intensidad de la fase  $\beta$  se puede expresar como:

$$i_\beta = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}^2} u_\beta p + \frac{1}{u_{0\alpha\beta}^2} (u_\alpha q_0 - u_0 q_\alpha) = i_{\beta p} + i_{\beta q} \quad (\text{II.101})$$

donde  $i_{\beta p}$  es la intensidad activa instantánea de la fase  $\beta$  e  $i_{\beta q}$  es la intensidad reactiva instantánea de la fase  $\beta$ .

Así, el vector intensidad se descompone en dos términos:

1. una intensidad activa instantánea proporcional al vector tensión

$$\vec{i}_p = \begin{bmatrix} i_{0p} \\ i_{\alpha p} \\ i_{\beta p} \end{bmatrix} = \frac{p}{u_{0\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_0 \\ u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{II.102})$$

2. una intensidad reactiva instantánea perpendicular tanto al vector tensión como al vector potencia reactiva instantánea que se define de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\vec{i}_q = \begin{bmatrix} i_{0q} \\ i_{\alpha q} \\ i_{\beta q} \end{bmatrix} = \frac{\vec{q}(t) \wedge \vec{u}(t)}{u_{0\alpha\beta}^2} = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_\beta q_\alpha - u_\alpha q_\beta \\ u_0 q_\beta - u_\beta q_0 \\ u_\alpha q_0 - u_0 q_\alpha \end{bmatrix} \quad (\text{II.103})$$

Así, la formulación p-q modificada considera que tanto la intensidad activa instantánea como la intensidad reactiva instantánea contienen componente de secuencia cero, ecuaciones (II.102) y (II.103).

Las componentes de la intensidad instantánea (activa y reactiva) presentan las siguientes propiedades:

- El vector trifásico de intensidad instantánea  $\vec{i}$  es siempre igual a la suma del vector intensidad activa instantánea  $\vec{i}_p$  y el vector intensidad reactiva instantánea  $\vec{i}_q$ . Por tanto, cualquier vector trifásico de intensidad  $\vec{i}$  se puede descomponer en ambas componentes  $\vec{i}_p$  e  $\vec{i}_q$ .
- $\vec{i}_q$  es ortogonal a  $\vec{u}$ :

$$\vec{u} \cdot \vec{i}_q = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_0 & u_\alpha & u_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\beta q_\alpha - u_\alpha q_\beta \\ u_0 q_\beta - u_\beta q_0 \\ u_\alpha q_0 - u_0 q_\alpha \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{II.104})$$

- $\vec{i}_p$  es paralelo a  $\vec{u}$ :



$$\vec{u} \wedge \vec{i}_p = \vec{u} \wedge \frac{p(t)}{u^2} \vec{u} = \frac{p(t)}{u^2} (\vec{u} \wedge \vec{u}) = 0 \quad (\text{II.105})$$

Esto significa que la componente  $\vec{i}_q$  es, de hecho, la intensidad reactiva instantánea, porque no contribuye a ninguna transmisión de potencia real instantánea. De la misma forma, los vectores  $\vec{i}_q$  e  $\vec{i}_p$  son perpendiculares entre sí:

$$\vec{i}_p \cdot \vec{i}_q = \frac{p(t)}{u^2} \vec{u} \cdot \vec{i}_q = 0 \quad (\text{II.106})$$

Como consecuencia se cumple, igual que en la teoría de la potencia reactiva instantánea original, que:

$$i^2 = i_p^2 + i_q^2, \quad s^2 = p^2 + q^2, \quad i^2 = \frac{p^2 + q^2}{u^2} \quad (\text{II.107})$$

donde  $i_p$  es la norma del vector  $\vec{i}_p$  e  $i_q$  la norma del vector  $\vec{i}_q$ .

Si se logra compensar la intensidad reactiva instantánea, en el lado de la fuente se cumple que  $\vec{i}_q = 0$ , la intensidad de fuente coincide con la intensidad activa instantánea y la norma de  $\vec{i}_p$  es la mínima necesaria para transmitir la potencia instantánea requerida por la carga a la tensión  $\vec{u}$ . Como consecuencia, el factor de potencia instantáneo toma su máximo valor.

Así, la potencia real instantánea transferida a la carga es completamente transmitida por la intensidad activa instantánea, esto es  $p(t) = \vec{u} \cdot \vec{i} = \vec{u} \cdot \vec{i}_p$ . Por tanto, la intensidad reactiva instantánea no transfiere potencia real instantánea, esto es  $\vec{u} \cdot \vec{i}_q = 0$ .

De esta forma, los tres términos de potencia real instantánea,  $p_{0p}$ ,  $p_{cp}$ ,  $p_{\beta p}$  contribuyen a la potencia total, y suman  $p(t)$ . El primero de esos tres términos se puede calcular a partir de (II.99), de donde:

$$p_{0p} = u_0 i_{0p} = \frac{p}{u_{0\alpha\beta}^2} u_0 u_0 = \frac{p}{u_{0\alpha\beta}^2} u_0^2 \quad (\text{II.108})$$

El segundo término,  $p_{cp}$ , se puede calcular a partir de (II.100), de donde:

$$p_{\alpha p} = u_{\alpha} i_{\alpha p} = \frac{p}{u_{0\alpha\beta}^2} u_{\alpha} u_{\alpha} = \frac{p}{u_{0\alpha\beta}^2} u_{\alpha}^2 \quad (\text{II.109})$$

El tercer término,  $p_{\beta p}$ , se puede calcular a partir de (II.101), de donde:

$$p_{\beta p} = u_{\beta} i_{\beta p} = \frac{p}{u_{0\alpha\beta}^2} u_{\beta} u_{\beta} = \frac{p}{u_{0\alpha\beta}^2} u_{\beta}^2 \quad (\text{II.110})$$

De (II.108), (II.109) y (II.110), se tiene que:

$$p_{0p} + p_{\alpha p} + p_{\beta p} = p(t) \quad (\text{II.111})$$

Por otro lado, las componentes de potencia  $p_{0q}$ ,  $p_{\alpha q}$  y  $p_{\beta q}$  contribuyen a cada componente de la potencia reactiva instantánea y suman cero. Así la potencia reactiva en el eje cero se calcula a partir de (II.99), de donde:

$$p_{0q} = u_0 i_{0q} = \frac{u_0}{u_{0\alpha\beta}^2} (u_{\beta} q_{\alpha} - u_{\alpha} q_{\beta}) = \frac{u_0}{u_{0\alpha\beta}^2} (u_{\beta} (u_{\beta} i_{0} - u_0 i_{\beta}) - u_{\alpha} (u_0 i_{\alpha} - u_{\alpha} i_0)) \quad (\text{II.112})$$

La potencia reactiva en el eje  $\alpha$  se calcula a partir de (II.100), de donde:

$$p_{\alpha q} = u_{\alpha} i_{\alpha q} = \frac{u_{\alpha}}{u_{0\alpha\beta}^2} (u_0 q_{\beta} - u_{\beta} q_0) = \frac{u_{\alpha}}{u_{0\alpha\beta}^2} (u_0 (u_0 i_{\alpha} - u_{\alpha} i_0) - u_{\beta} (u_{\alpha} i_{\beta} - u_{\beta} i_{\alpha})) \quad (\text{II.113})$$

La potencia reactiva en el eje  $\beta$  se calcula a partir de (II.101), de donde:

$$p_{\beta q} = u_{\beta} i_{\beta q} = \frac{u_{\beta}}{u_{0\alpha\beta}^2} (u_{\alpha} q_0 - u_0 q_{\alpha}) = \frac{u_{\beta}}{u_{0\alpha\beta}^2} (u_{\alpha} (u_{\alpha} i_{\beta} - u_{\beta} i_{\alpha}) - u_0 (u_{\beta} i_0 - u_0 i_{\beta})) \quad (\text{II.114})$$

De (II.112), (II.113) y (II.114), se tiene que:

$$p_{0q} + p_{\alpha q} + p_{\beta q} = 0 \quad (\text{II.115})$$

Así pues, como se muestra en la figura II.9, [149], esta formulación establece que la fuente transfiere a la carga la potencia real instantánea y que ésta es transportada mediante la intensidad activa instantánea a través de las tres fases 0,  $\alpha$ ,  $\beta$ . De la misma forma la intensidad reactiva instantánea transporta la potencia imaginaria instantánea a través de las tres fases 0,  $\alpha$ ,  $\beta$ . No obstante, esta potencia no es transmitida de la fuente a la carga, sino que las componentes de cada fase son intercambiadas entre ellas, (II.112)-(II.114).

En la figura II.9 se observa que el tratamiento que recibe la componente de secuencia cero es exactamente igual al de las otras dos fases  $\alpha$  y  $\beta$ .

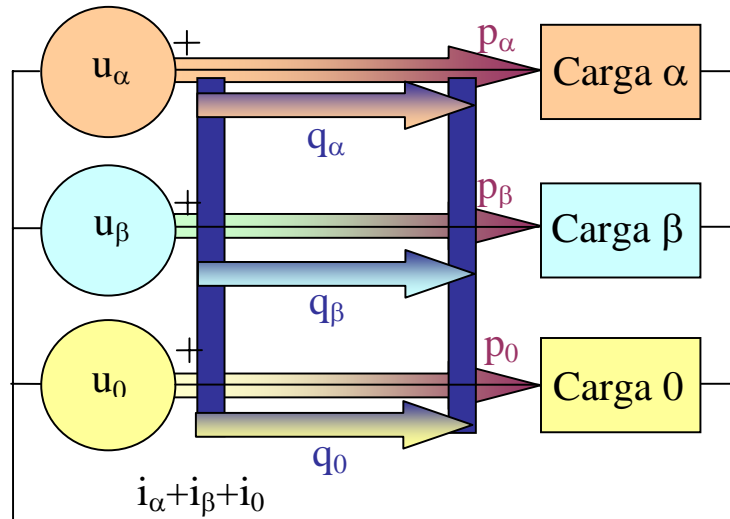


Figura II.9 Diagrama de interacción de las potencias entre las distintas fases según la formulación p-q modificada.

De cualquier forma, en el caso de que la componente de secuencia cero de los vectores tensión o intensidad sea nula, la expresión de la potencia instantánea queda de la forma:

$$p = \bar{u}_{0\alpha\beta} \vec{i}_{0\alpha\beta} = u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta \quad (\text{II.116})$$

Y la norma del vector potencia reactiva instantánea,  $q_{0\alpha\beta}$ , toma la siguiente expresión:

$$q_{0\alpha\beta} = \|\vec{q}_{(0\alpha\beta)}\| = u_\alpha i_\beta - u_\beta i_\alpha \quad (\text{II.117})$$

Las ecuaciones (II.116) y (II.117) son idénticas a las definiciones introducidas en la formulación p-q, por lo que se puede decir que en el caso de componentes de secuencia cero nula en tensión e intensidad, las formulaciones p-q y p-q modificada coinciden.

A partir de la inversa de la matriz de transformación al sistema de coordenadas  $0\alpha\beta$ , se puede obtener el vector intensidad en coordenadas de fase.

### 2.2.1 Aplicación de la formulación p-q modificada a la compensación de cargas trifásicas no lineales

A continuación se expondrán los fundamentos de la compensación estática de cargas trifásicas no lineales en el marco de la formulación p-q modificada.

Así, en el caso más simple, de compensación instantánea, la primera restricción que se impone es que la potencia activa instantánea intercambiada por el compensador sea nula:

$$p_c(t) = 0 \quad (\text{II.118})$$

Teniendo en cuenta el balance de potencias en el sistema:

$$p_L(t) = p_S(t) + p_c(t) \quad (\text{II.119})$$

la ecuación (II.118) se traduce en:

$$p_S(t) = p_L(t) = p(t) \quad (\text{II.120})$$

de donde la intensidad de fuente toma la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} i_{S0} \\ i_{S\alpha} \\ i_{S\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_0 & 0 & u_\beta & -u_\alpha \\ u_\alpha & -u_\beta & 0 & u_0 \\ u_\beta & u_\alpha & -u_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_L(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.121})$$

Y la intensidad de compensación:

$$\begin{bmatrix} i_{C0} \\ i_{C\alpha} \\ i_{C\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_0 & 0 & u_\beta & -u_\alpha \\ u_\alpha & -u_\beta & 0 & u_0 \\ u_\beta & u_\alpha & -u_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ q_{L0} \\ q_{L\alpha} \\ q_{L\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{II.122})$$

Para el caso de la compensación promediada en el tiempo, según el objetivo de compensación de potencia de fuente constante, se tiene:

$$p_S(t) = P_L \quad (\text{II.123})$$

Así, la potencia instantánea intercambiada por el compensador es:

$$p_C(t) = p_L(t) - P_L = \tilde{p}_L(t) \quad (\text{II.124})$$

La estrategia de compensación se completa con la compensación de las potencias reactivas instantáneas  $q_0(t)$ ,  $q_\alpha(t)$  y  $q_\beta(t)$ :

$$\begin{aligned} q_{C0}(t) &= q_{L0}(t) \\ q_{C\alpha}(t) &= q_{L\alpha}(t) \\ q_{C\beta}(t) &= q_{L\beta}(t) \end{aligned} \quad (\text{II.125})$$

De esa forma la estrategia de control para el filtro activo de potencia basado en la formulación p-q modificada es:

$$\begin{aligned} p_C(t) &= \tilde{p}_L(t) \\ q_{C0}(t) &= q_{L0}(t) \\ q_{C\alpha}(t) &= q_{L\alpha}(t) \\ q_{C\beta}(t) &= q_{L\beta}(t) \end{aligned} \quad (\text{II.126})$$

y la aplicación de (II.97) permite obtener las intensidades de compensación:

$$\begin{bmatrix} i_{C0} \\ i_{C\alpha} \\ i_{C\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_0 & 0 & u_\beta & -u_\alpha \\ u_\alpha & -u_\beta & 0 & u_0 \\ u_\beta & u_\alpha & -u_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_L(t) \\ q_{L0}(t) \\ q_{L\alpha}(t) \\ q_{L\beta}(t) \end{bmatrix} \quad (\text{II.127})$$

Se ha aplicado esta estrategia de control a la compensación de la carga trifásica no lineal de cuatro conductores presentada en el capítulo I; los resultados se presentan en las tablas II.9 y II.10.

En la tabla II.9 se muestra el índice ITDD<sub>L1</sub> (índice de distorsión de la fase 1) en porcentaje y el índice RMS<sub>L4</sub> (valor eficaz de la intensidad de neutro) en amperios para el sistema de intensidades representado en la primera columna de la tabla II.10.

Esos dos índices se calculan en cada uno de los casos estudiados: tensiones de alimentación equilibradas y sinusoidales, no equilibradas y sinusoidales y equilibradas y no sinusoidales.

Se observa en la tabla II.9 que los dos índices son nulos para el caso de tensiones equilibradas y sinusoidales, pero en los otros dos casos esta

estrategia no consigue anular ninguno de ambos. En el caso 2 el índice de distorsión de la fase 1 de la intensidad es de un 9% y el valor eficaz de la intensidad de neutro de 1,01 A. En el caso 3 los valores de los índices son 16% y 1,69 A, respectivamente.

Tabla II.9 Resultados de la aplicación de la formulación p-q modificada a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales

	ITDD <sub>L1</sub> (%)	RMS <sub>IL4</sub> (A)
a)	0	0
b)	9	1,01
c)	16	1,69

La primera columna de la tabla II.10 muestra las intensidades de fuente obtenidas en cada uno de los tres casos. La segunda columna de la tabla II.10 presenta la intensidad de neutro, donde se observa que la corriente por el neutro sólo se anula en el caso 1. La tercera columna de la tabla II.10 muestra la fase 1 de la tensión y de la intensidad de fuente, para los tres casos estudiados.

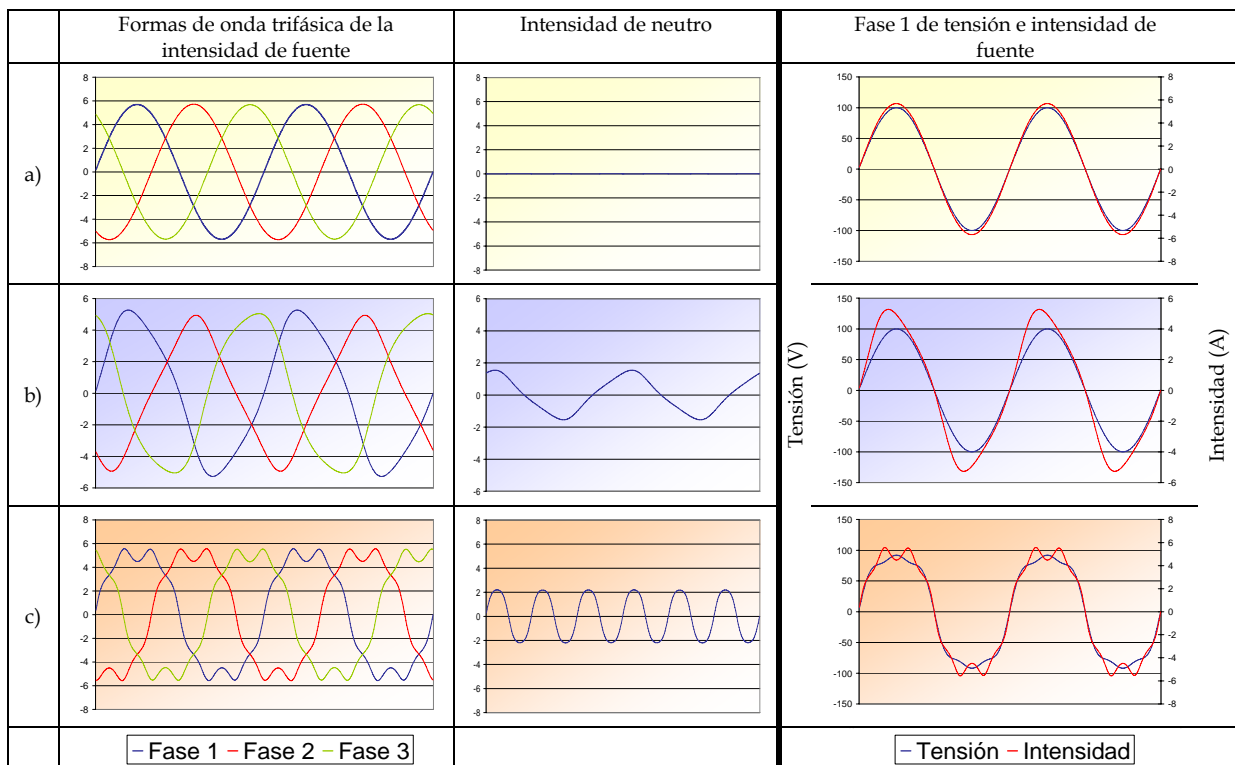
La tabla II.10 muestra que solamente en el caso 1 de tensiones equilibradas y sinusoidales, en que la tensión de secuencia cero es nula, esta formulación consigue intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales en fase con las tensión de alimentación y por tanto, donde se elimina la intensidad de neutro. Esto indica que, al menos en este caso, la intensidad de secuencia cero de la carga,  $i_{L0}$ , sólo contribuye a la potencia reactiva instantánea  $q_L$ . En concreto, a sus componentes  $\alpha$  y  $\beta$ .

También se observa en la tabla II.10 que, para cualesquiera condiciones de las tensiones de alimentación, el factor de desplazamiento es la unidad, pero no se obtienen intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales si no lo son las tensiones aplicadas. En estos casos de tensiones desequilibradas y/o no sinusoidales, la intensidad de secuencia cero  $i_{L0}$  contribuye tanto a la potencia real instantánea como a la potencia imaginaria instantánea. Es decir,  $i_{L0}$  incluye componentes de intensidad activa e intensidad reactiva instantáneas  $i_{L0p}$  y  $i_{L0q}$ .

De hecho, si las tensiones de alimentación presentan componente de secuencia cero no nula, la formulación p-q modificada no logra eliminar la intensidad de neutro y las intensidades de fuente son no equilibradas.

No obstante, las formas de onda obtenidas cuando  $u_0=0$  son idénticas a las obtenidas por la formulación p-q. En caso contrario, el filtro activo no compensa completamente la intensidad de neutro y queda una parte correspondiente a  $i_{0p}$  en la intensidad de fuente.

Tabla II.10 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada de la formulación p-q modificada a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



En resumen, la formulación p-q modificada, cuando se aplica a la obtención de las intensidades para compensación promediada en el tiempo, garantiza que la potencia activa media intercambiada por el compensador es nula, ecuación (II.124). De hecho, la potencia real instantánea del sistema trifásico se divide en dos componentes: una componente constante que se calcula como el promedio en el tiempo de la potencia instantánea total y otra variable con el tiempo pero con un valor promedio nulo. La compensación de esta última permite obtener una potencia instantánea de fuente constante. Además, las condiciones impuestas a las potencias reactivas instantáneas

garantizan que la intensidad de fuente transporte exclusivamente la potencia activa total consumida por la carga,  $P_L$ .

## 2.2.2 Formulación p-q modificada en coordenadas de fase

En 1995, Nabae y otros presentaron una nueva formulación de la potencia reactiva instantánea en coordenadas de fase, [125]. Se trataba de lo que en estos momentos se conoce como formulación p-q modificada y que tuvo una mayor difusión por el enfoque presentado por Peng, Lai en 1996, [133]. Se trata, pues, de un enfoque equivalente al efectuado en la sección 2.2, pero ahora sin necesidad de recurrir a las coordenadas  $0\alpha\beta$ .

El desarrollo de la formulación p-q modificada en coordenadas de fase parte de los vectores tensión e intensidad. A partir de ellos, se define la potencia real instantánea de un circuito trifásico  $p(t)$  como su producto escalar. Una única potencia real instantánea que contiene la correspondiente a las tensiones e intensidades de secuencia cero.

$$p(t) = \vec{u} \cdot \vec{i} \quad (\text{II.128})$$

Se define también el vector potencia reactiva instantánea,  $\vec{q}(t)$ , como el producto vectorial de los vectores tensión e intensidad:

$$\vec{q}(t) = \vec{u} \wedge \vec{i} = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ i_2 & i_3 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} u_3 & u_1 \\ i_3 & i_1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ i_1 & i_2 \end{vmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.129})$$

Su norma,  $q(t)$ , se denomina potencia reactiva instantánea, esto es:

$$q = \|\vec{q}(t)\| = \|\vec{u} \times \vec{i}\| = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} \quad (\text{II.130})$$

A partir de la potencia real instantánea, se define la intensidad activa instantánea como un vector proporcional al vector tensión y que representa el vector de norma mínima que transporta la potencia real instantánea consumida por la carga a la tensión de alimentación:



$$\vec{i}_p = \frac{P}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} = \begin{bmatrix} i_{1p} \\ i_{2p} \\ i_{3p} \end{bmatrix} \quad (\text{II.131})$$

Teniendo en cuenta la siguiente propiedad del doble producto vectorial:

$$(\vec{a} \wedge \vec{b}) \wedge \vec{c} = -(\vec{b} \cdot \vec{a}) \vec{c} + (\vec{a} \cdot \vec{c}) \vec{b} \quad (\text{II.132})$$

La intensidad reactiva instantánea se calcula como la diferencia entre la intensidad requerida por la carga y la intensidad activa instantánea:

$$\vec{i}_q = \vec{i} - \vec{i}_p = \frac{(\vec{u} \cdot \vec{u}) \vec{i}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} - \frac{(\vec{u} \cdot \vec{i}) \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \frac{(\vec{u} \wedge \vec{i}) \wedge \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \frac{\vec{q} \wedge \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \quad (\text{II.133})$$

de donde:

$$\vec{u} \cdot \vec{i}_q = \vec{u} \cdot \frac{\vec{q}(t) \wedge \vec{u}(t)}{u^2} = \frac{1}{u^2} \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 q_2 - u_2 q_3 \\ u_1 q_3 - u_3 q_1 \\ u_2 q_1 - u_1 q_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{II.134})$$

Las componentes de la intensidad instantánea (activa y reactiva) en coordenadas de fase presentan las mismas propiedades que las definidas en el sistema  $0\alpha\beta$ : el vector trifásico de intensidad instantánea  $\vec{i}$  es siempre igual a la suma del vector intensidad activa instantánea  $\vec{i}_p$  y el vector intensidad reactiva instantánea  $\vec{i}_q$ . La componente  $\vec{i}_p$  es colineal con  $\vec{u}$  y la componente  $\vec{i}_q$  es ortogonal a  $\vec{u}$ . Por ello, esta última componente no contribuye a ninguna transmisión real de potencia.

La estrategia de control derivada de la formulación p-q modificada en coordenadas de fase es la siguiente:

$$\vec{i}_c(t) = \vec{i}_L(t) - \vec{i}_s(t) = \vec{i}_L(t) - \frac{P_L}{u^2} \vec{u}(t) \quad (\text{II.135})$$

donde  $P_L$  es la potencia activa consumida por la carga o el promedio de potencia real instantánea requerida.

Los resultados de aplicar esta estrategia de control a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores son aquellos ya

presentados en las tablas II.9 y II.10 que fueron obtenidos en la sección 2.2.1 cuando se utilizó este enfoque de compensación, aunque en aquella ocasión en coordenadas  $0\alpha\beta$ .

### 3.2.1 Eliminación de la intensidad de neutro

Después de la aparición de la formulación p-q modificada, se han publicado varias modificaciones a su desarrollo inicial con la intención de subsanar el problema de que esta formulación no elimina la intensidad de neutro en aquellos casos en que la tensión de alimentación presenta una componente de secuencia cero no nula, [159], [160].

En este marco, se introduce un pseudo vector de potencia reactiva instantánea  $\vec{q}_v(t)$ . Éste se define a partir del vector tensión sin componente de secuencia cero,  $\vec{v}$ , (II.62), como:

$$\vec{q}_v(t) = \vec{v} \wedge \vec{i} = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} v_2 & v_3 \\ i_2 & i_3 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} v_3 & v_1 \\ i_3 & i_1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} v_1 & v_2 \\ i_1 & i_2 \end{vmatrix} \end{bmatrix} \quad (\text{II.136})$$

A partir de este pseudo vector de potencia reactiva instantánea, se calcula la intensidad reactiva instantánea de la siguiente forma:

$$\vec{i}_q(t) = \frac{\vec{q}_v \wedge \vec{u}}{v^2} \quad (\text{II.137})$$

Un primer enfoque para la compensación equivale a la eliminación de esta intensidad reactiva instantánea en el lado de la fuente (compensación instantánea). En este caso, se tiene que cumplir que:

$$\begin{aligned} \vec{i}_c = \vec{i}_q(t) &= \frac{\vec{q}_v \wedge \vec{u}}{v^2} = \frac{(\vec{v} \wedge \vec{i}) \wedge \vec{u}}{v^2} = \frac{-\vec{u} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{i})}{v^2} = \\ &= \frac{-[(\vec{u} \cdot \vec{i})\vec{v} - (\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{i}]}{v^2} = \frac{v^2 \vec{i} - p(t)\vec{v}}{v^2} \end{aligned} \quad (\text{II.138})$$

La intensidad de fuente después de la compensación instantánea toma la siguiente expresión:

$$\vec{i}_s(t) = \vec{i} - \vec{i}_c = \frac{p(t)}{v^2} \vec{v} \quad (\text{II.139})$$

Sumando (II.138) y (II.139), la intensidad consumida por la carga es:

$$\vec{i}(t) = \frac{p(t)}{v^2} \vec{v} + \frac{\vec{q}_v \wedge \vec{u}}{v^2} \quad (\text{II.140})$$

En el caso de compensación promediada en el tiempo, la seudointensidad activa instantánea se descompone en dos términos:

$$\vec{i}(t) = \frac{P}{v^2} \vec{v} + \frac{\tilde{p}(t)}{v^2} \vec{v} + \frac{\vec{q}_v \wedge \vec{u}}{v^2} \quad (\text{II.141})$$

La intensidad de fuente, en este caso toma la siguiente expresión:

$$\vec{i}_s(t) = \frac{P}{v^2} \vec{v} \quad (\text{II.142})$$

Y la intensidad de compensación:

$$\vec{i}_c(t) = \frac{\tilde{p}(t)}{v^2} \vec{v} + \frac{\vec{q}_v \wedge \vec{u}}{v^2} \quad (\text{II.143})$$

La expresión (II.143) es equivalente a la estrategia de compensación desarrollada en la formulación p-q original. Para comprobarlo, se va a obtener dicha expresión en coordenadas  $0\alpha\beta$ . Así, se considera el vector tensión sin componente de secuencia cero,  $\vec{v}$ , en coordenadas  $0\alpha\beta$ :

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 0 & u_\alpha & u_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{II.144})$$

Ahora, el vector seudo potencia reactiva instantánea toma la siguiente expresión:

$$\vec{q}_{Lv} = \begin{vmatrix} \hat{0} & \hat{\alpha} & \hat{\beta} \\ 0 & u_\alpha & u_\beta \\ i_{L0} & i_{L\alpha} & i_{L\beta} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} q_{L\alpha\beta} \\ u_\beta i_{L0} \\ -u_\alpha i_{L0} \end{bmatrix} \quad (\text{II.145})$$

de donde se tiene que:

$$\frac{\vec{q}_{Lv} \wedge \vec{u}}{v^2} = \frac{1}{u_{\alpha\beta}^2} \begin{vmatrix} \hat{0} & \hat{\alpha} & \hat{\beta} \\ q_{L\alpha\beta} & i_{L0}u_{\beta} & -i_{L0}u_{\alpha} \\ u_0 & u_{\alpha} & u_{\beta} \end{vmatrix} = \frac{1}{u_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} i_{L0}u_{\alpha\beta}^2 \\ -u_{\alpha}P_{L0} - q_{L\alpha\beta}u_{\beta} \\ q_{L\alpha\beta}u_{\alpha} - u_{\beta}P_{L0} \end{bmatrix} \quad (\text{II.146})$$

La ecuación (II.146) se puede expresar como el producto de una matriz 3x3 donde se situarán todos los términos de tensión y un vector tridimensional con los términos de potencia, de la siguiente forma:

$$\frac{\vec{q}_{Lv} \wedge \vec{u}}{v^2} = \frac{1}{u_0 u_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & u_0 u_{\alpha} & -u_0 u_{\beta} \\ 0 & u_0 u_{\beta} & u_0 u_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{L0}(t) \\ -P_{L0}(t) \\ q_{L\alpha\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{II.147})$$

Si a (II.147) se le suma el primer término del segundo miembro de (II.143), se obtiene la siguiente expresión para la intensidad de compensación:

$$\begin{aligned} \vec{i}_c(t) &= \frac{1}{u_0 u_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & u_0 u_{\alpha} & -u_0 u_{\beta} \\ 0 & u_0 u_{\beta} & u_0 u_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{L0}(t) \\ \tilde{p}_L(t) - P_{L0}(t) \\ q_{L\alpha\beta} \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{u_0 u_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & u_0 u_{\alpha} & -u_0 u_{\beta} \\ 0 & u_0 u_{\beta} & u_0 u_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{L0}(t) \\ \tilde{p}_{L\alpha\beta}(t) - P_{L0} \\ q_{L\alpha\beta} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II.148})$$

Esta es la expresión de la estrategia de compensación desarrollada en la formulación p-q original, (II.39).

En resumen, la estrategia de compensación derivada de la formulación p-q modificada se ha aplicado en esta sección a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, y se han presentado y analizado los resultados obtenidos. Así, la teoría p-q modificada obtiene resultados similares a los obtenidos por la teoría p-q: la potencia instantánea en el lado de la fuente es constante después de la compensación y también obtiene factor de potencia unidad e intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales, pero sólo si las tensiones aplicadas son equilibradas y sinusoidales. En cualquier otro caso, la potencia instantánea es constante, pero el factor de potencia no es la unidad y las intensidades de fuente no son equilibradas y sinusoidales. Además, solo en el caso de que la tensión de alimentación no presente componente de secuencia cero, esta formulación es

capaz de eliminar la intensidad de neutro. No obstante, se ha presentado una modificación a la estrategia inicialmente propuesta por los autores de la formulación modificada que logra anular la intensidad de neutro incluso en el caso de que las tensiones de alimentación presenten componente de secuencia cero. Asimismo, se ha demostrado que esta variante proporciona una estrategia de compensación equivalente a la desarrollada en la formulación p-q original.

De cualquier forma, lo que sí caracteriza esta formulación y la diferencia de la p-q original es el tratamiento que se le da a la componente de secuencia cero, análogo al que reciben las demás componentes del sistema en el caso de la formulación p-q modificada. Esto es, la componente de secuencia cero transporta, además de potencia real instantánea, potencia reactiva instantánea. La formulación p-q original considera que la intensidad de secuencia cero está incluida completamente dentro de la potencia activa instantánea y la p-q modificada la considera repartida entre las intensidades activa y reactiva instantáneas.

## Capítulo III

### **Formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea basadas en sistemas de coordenadas rotativos**

En el capítulo II se han presentado varias formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea desarrolladas en sistemas de coordenadas “fijos” o “no rotativos” respecto de los que giran los vectores tensión e intensidad de un sistema de potencia. Los sistemas de coordenadas utilizados hasta ahora han sido o bien las coordenadas de fase o bien las coordenadas  $0\alpha\beta$ . En este capítulo se presentan otras formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea concebidas en sistemas de coordenadas rotativos, ya sea de forma solidaria con el vector tensión o no.

En concreto, el primer sistema de coordenadas rotativo que se presenta es el resultante de la aplicación de la transformación de Park. Esta transformación ha sido ampliamente utilizada para estudiar el comportamiento de las máquinas eléctricas rotativas en condiciones transitorias. Se basa en una transformación de coordenadas desde el sistema trifásico estacionario de coordenadas de fase a otro sistema rotativo y solidario con la frecuencia síncrona de la máquina. Pero, a parte de este uso tradicional de la transformación, se puede considerar también como una herramienta general

en el estudio del comportamiento de sistemas trifásicos en condiciones cualesquiera de trabajo (asimetría, desequilibrio, distorsión, etc.).

Así, este capítulo comienza con la aplicación de la transformación de Park al estudio de los sistemas eléctricos de potencia. Se deduce la transformada de Park según una doble transformación de coordenadas: primero se convierte el sistema de coordenadas trifásico de fase en el sistema  $0\alpha\beta$ . Después el sistema  $0\alpha\beta$  se transforma en el sistema  $0dq$ , rotativo, haciéndolo girar a una velocidad angular constante cuyo valor se hace coincidir con el correspondiente a la frecuencia del armónico fundamental de la tensión. La aplicación de la transformación de Park a los sistemas de potencia es la base de la que ha venido en denominarse formulación d-q de la teoría de la potencia reactiva instantánea.

A continuación se presenta una variante de la formulación anterior que consiste en modificar la velocidad angular a la que gira el sistema de coordenadas rotativo  $0dq$ . Ahora ya no se considera un valor constante para la velocidad de rotación sino uno variable que haga coincidir en todo momento el eje d con la proyección del vector tensión en el plano  $\alpha\beta$ . Este nuevo sistema de coordenadas rotativo es la base del método  $i_d-i_q$  que constituye una formulación alternativa de la teoría de la potencia reactiva instantánea definida en un marco rotativo. El valor de giro constante de la formulación d-q y el valor variable del método  $i_d-i_q$  coinciden cuando las tensiones de alimentación del sistema de potencia constituyen un sistema equilibrado y sinusoidal en el que sólo hay una componente de tensión (la componente fundamental) y por tanto, una única velocidad angular. En el caso de que el sistema de tensiones presente armónicos o desequilibrios, las velocidades de giro de los sistemas rotativos de la formulación d-q y del método  $i_d-i_q$  no coinciden, ya que en ese caso el vector tensión no gira a una velocidad constante sino influido por las componentes armónicas y de secuencia inversa de las tensiones.

El capítulo continúa con la presentación de la formulación p-q-r. Esta reciente formulación de la teoría de la potencia reactiva instantánea se basa en una transformación de coordenadas adicional a la presentada en el método  $i_d-i_q$ . En esencia, se trata de hacer que uno de los ejes sea coincidente con el vector tensión. En esta formulación se proponen estos ejes rotatorios con la intención de expresar de una forma más simple las potencias del sistema. Además, se desarrollan en el marco de esta formulación varias estrategias de control dependiendo del objetivo de compensación deseado.

La formulación p-q-r de la teoría de la potencia reactiva instantánea consigue efectivamente expresar de una forma simple las potencias que entran en

juego en un sistema trifásico de potencia, aunque basa su desarrollo en una compleja transformación de coordenadas. Para concluir el presente capítulo se presenta un desarrollo alternativo de la formulación p-q-r sin la necesidad de ninguna transformación de coordenadas. Se definen tres vectores unitarios en coordenadas de fase representativos de los ejes p, q y r que permiten igualmente definir las potencias que toman parte en el sistema de potencia. El vector intensidad se descompone en tres parte según esos ejes, lo que permite obtener de forma simple las estrategias correspondientes a los diferentes objetivos de compensación.

### 3.1 Transformación de un sistema de coordenadas estático a un sistema de coordenadas rotativo

La transformación a un sistema de coordenadas rotativo, [112]-[113], se aplicó originalmente al estudio de las fuerzas magnetomotrices producidas por tres arrollamientos distribuidos espacialmente  $120^\circ$  entre cada dos de ellos,  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ , con el objetivo de sustituirlos por dos bobinas que indujeran el mismo campo magnético que se obtiene con los tres arrollamientos originales. Y, en efecto, al aplicar la transformación se obtienen dos señales de valores pico  $F_d$  y  $F_q$  que combinadas describen la misma distribución de campo magnético que la producida por el sistema trifásico inicial.

En esta sección, su contenido se ha dividido en dos partes. Primero se establece una transformación del sistema trifásico a un sistema bifásico también estático, y que se corresponde con las coordenadas  $\alpha\beta$  introducidas en el capítulo II. Después se efectúa una nueva transformación desde el sistema de coordenadas bifásico  $\alpha\beta$  a otro también bifásico que rota de forma solidaria con la velocidad síncrona de la máquina, sistema de coordenadas dq.

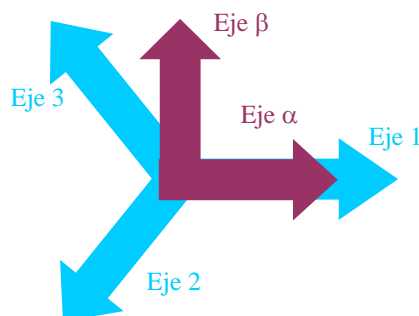


Figura III.1 Transformación del sistema 123 al sistema  $\alpha\beta$ .



Del mismo modo que a las fuerzas magnetomotrices, estas transformaciones se pueden aplicar a los sistemas de tensiones o de intensidades de cualquier sistema eléctrico de potencia.

La primera parte, esto es, la transformación de un sistema 123 de ejes desplazados 120° a un sistema de ejes  $\alpha\beta$  desfasados 90° ha sido desarrollada ya en el capítulo II, sección 2.1. La figura III.1 resume la situación, y, para el caso de las intensidades, se puede expresar de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III.1})$$

La matriz [M], 2x3, no es invertible, lo que significa que, en principio, no se pueden calcular los valores de las intensidades de fase a partir de las mismas en el sistema  $\alpha\beta$ . Sin embargo, la rotación representada por la ecuación (III.1) no sufre modificación alguna si el plano formado por los ejes  $\alpha$  y  $\beta$ , plano  $\alpha\beta$ , sufre un desplazamiento vertical. Por eso, se puede añadir una fila a la matriz [M] que incremente/decremente las componentes de la intensidad en coordenadas de fase en una cantidad común, I, para los tres ejes. De esta forma:

$$\begin{bmatrix} i'_1 \\ i'_2 \\ i'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I \\ I \\ I \end{bmatrix} \quad (\text{III.2})$$

En efecto, el vector de intensidad en el sistema de coordenadas  $\alpha\beta$  es invariante, antes y después de añadir la cantidad I:

$$\begin{bmatrix} i'_\alpha \\ i'_\beta \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} - [M] \begin{bmatrix} I \\ I \\ I \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} - 0 = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{III.3})$$

Esta última ecuación se puede reescribir introduciendo en la matriz [M] una fila adicional cuyas componentes toman el mismo valor m. De esta forma se tiene:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} m & m & m \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ I \\ I \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} m & m & m \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III.4})$$

Si se considera la igualdad únicamente en la primera fila, se determina la relación entre el término añadido al vector intensidad en la ecuación (III.2):

$$3\sqrt{\frac{2}{3}}mI = \sqrt{\frac{2}{3}}m(i_1 + i_2 + i_3) \quad (\text{III.5})$$

de donde:

$$I = \frac{1}{3}(i_1 + i_2 + i_3) \quad (\text{III.6})$$

Teniendo en cuenta el valor de la constante de intensidad I en las ecuaciones anteriores, (III.4) se puede expresar en la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} m & m & m \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III.7})$$

donde:

$$i_0 = \sqrt{\frac{2}{3}}m(i_1 + i_2 + i_3) = \sqrt{6}mI \quad (\text{III.8})$$

Esta matriz sí es invertible y su inversa es:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{2m} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2m} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2m} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = [A]^{-1} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{III.9})$$

Con la finalidad de facilitar el proceso de inversión, se elige  $m = 1/\sqrt{2}$ , así:

$$[A] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{III.10})$$

Y su inversa es:

$$[A]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = [A]^T \quad (\text{III.11})$$

De esta forma, la matriz  $[A]$  es ortogonal, lo que facilita el cálculo de su inversa:

$$[A]^{-1} = [A]^T \quad (\text{III.12})$$

El vector intensidad en el sistema de coordenadas  $0\alpha\beta$  se puede calcular a partir del vector intensidad en el sistema de coordenadas de fase de la siguiente forma:

$$[\vec{i}_{0\alpha\beta}] = [A][\vec{i}_{123}] \quad (\text{III.13})$$

Por otro lado, el vector intensidad en el sistema de coordenadas de fase se puede calcular a partir del vector intensidad en el sistema de coordenadas  $0\alpha\beta$ :

$$\begin{bmatrix} \vec{i}_{123} \end{bmatrix} = [A]^T \begin{bmatrix} \vec{i}_{0\alpha\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{III.14})$$

La potencia instantánea se define a partir de los vectores tensión e intensidad en coordenadas  $0\alpha\beta$ :

$$p(t) = \begin{bmatrix} \vec{u}_{\alpha\beta 0} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \vec{i}_{\alpha\beta 0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{u}_{123} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \vec{i}_{123} \end{bmatrix} \quad (\text{III.15})$$

El vector tensión en coordenadas  $0\alpha\beta$  al que se hace referencia en la ecuación (III.15), se puede calcular a partir del vector tensión en coordenadas de fase de la misma forma que se ha hecho con el vector intensidad, mediante la matriz  $[A]$ :

$$\begin{bmatrix} \vec{u}_{\alpha\beta 0} \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} \vec{u}_{123} \end{bmatrix} \quad (\text{III.16})$$

El sistema de coordenadas  $0\alpha\beta$  es un sistema fijo respecto del cual giran los vectores tensión e intensidad. A partir de ahí, es posible definir un sistema de coordenadas que gire con la velocidad angular de interés. Para ello una posibilidad es tomar como eje de giro el eje 0 del sistema  $0\alpha\beta$  y hacer rotar los ejes  $\alpha$  y  $\beta$  con una velocidad  $\omega$  constante correspondiente a la frecuencia de la componente fundamental de la tensión aplicada. El eje  $\alpha$  se toma como un nuevo eje d y el eje  $\beta$ , perpendicular al anterior, es el eje q. El eje d, que en  $t=0$  coincide con el eje  $\alpha$ , forma en todo momento un ángulo  $\theta = \omega t$  con el eje  $\alpha$ . De la misma forma, el eje q forma un ángulo  $\theta = \omega t$  con el eje  $\beta$ , figura III.2.

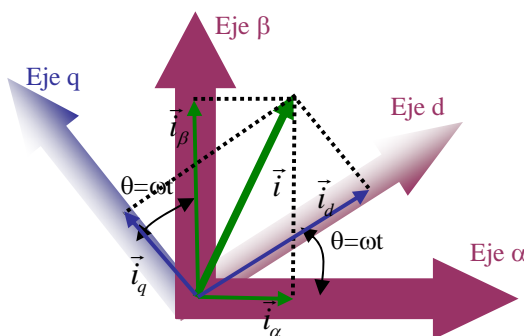


Figura III.2. Transformación del sistema  $0\alpha\beta$  al sistema  $0dq$ .

De esta forma, el vector intensidad se puede descomponer en una componente  $\alpha$ ,  $i_\alpha$  y otra componente  $\beta$ ,  $i_\beta$ . Ambas componentes se pueden expresar como suma de la proyección de los vectores  $\vec{i}_d$  e  $\vec{i}_q$  sobre los ejes  $\alpha$  y  $\beta$ , respectivamente, figura III.2. Los vectores  $\vec{i}_d$  e  $\vec{i}_q$  son, a su vez, las

proyecciones del vector intensidad sobre los ejes d y q, respectivamente. Así, se cumple que:

$$\begin{aligned} i_{\alpha} &= i_d \cos\theta - i_q \sin\theta \\ i_{\beta} &= i_d \sin\theta + i_q \cos\theta \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

que, en forma matricial, toma la expresión:

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (\text{III.18})$$

Incluyendo el eje 0, el vector intensidad en el sistema de coordenadas 0 $\alpha\beta$  se puede calcular a partir del vector intensidad en el sistema 0dq:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (\text{III.19})$$

Asimismo, el vector intensidad en el sistema 0dq se puede calcular a partir del vector intensidad en el sistema de coordenadas 0 $\alpha\beta$  de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (\text{III.20})$$

Por otra parte, si se tiene en cuenta la transformación del vector intensidad del sistema de coordenadas de fase al sistema 0 $\alpha\beta$  presentado en las ecuaciones (III.10) a (III.11), el vector intensidad en el sistema de coordenadas 0dq se puede calcular a partir de aquel expresado en el sistema de coordenadas de fase mediante la transformación:

$$\begin{bmatrix} \vec{i}_{0dq} \end{bmatrix} = [S][A] \begin{bmatrix} \vec{i}_{123} \end{bmatrix} \quad (\text{III.21})$$

De la misma forma, a partir de la transformación inversa, se obtiene el vector intensidad en coordenadas de fase en función de dicho vector en coordenadas 0dq:

$$\begin{bmatrix} \vec{i}_{123} \end{bmatrix} = [A]^T [S]^T \begin{bmatrix} \vec{i}_{0dq} \end{bmatrix} \quad (\text{III.22})$$

Se define una matriz [C] como el producto de [S] por [A]:

$$[C] = [S][A] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\theta & \cos(\theta-120) & \cos(\theta+120) \\ -\text{sen}\theta & -\text{sen}(\theta-120) & -\text{sen}(\theta+120) \end{bmatrix} \quad (\text{III.23})$$

La matriz [C] es ortogonal, ya que verifica:

$$[C]^{-1} = [C]^T = [A]^T [S]^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta-120) & -\text{sen}(\theta-120) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta+120) & -\text{sen}(\theta+120) \end{bmatrix} \quad (\text{III.24})$$

Con esta nueva matriz, sigue finalmente:

$$\begin{aligned} [\vec{i}_{0dq}] &= [C][\vec{i}_{123}], & [\vec{i}_{123}] &= [C]^T [\vec{i}_{0dq}], & [\vec{u}_{0dq}] &= [C][\vec{u}_{123}], \\ [\vec{u}_{123}] &= [C]^T [\vec{u}_{0dq}] \end{aligned} \quad (\text{III.25})$$

Nótese que, si se impone  $\theta=0$ , se obtiene la ecuación de transformación del sistema 123 al  $0\alpha\beta$ .

En el caso de que las tensiones aplicadas sean equilibradas y sinusoidales, el eje d gira a la misma velocidad que el vector tensión,  $\omega$ , y el ángulo descrito por ellos respecto de una referencia fija es creciente según la ecuación:

$$\theta = \omega t \quad (\text{III.26})$$

Sin embargo, si las tensiones aplicadas no son sinusoidales, la velocidad de giro del vector tensión está influida por las componentes de desequilibrio y distorsión y, en general, no es constante.

De cualquier forma, en esta formulación se toma para la velocidad angular de rotación el valor de la pulsación del armónico fundamental de la tensión de alimentación. Así, el sistema de coordenadas 0dq rota con una velocidad angular  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  respecto de los sistemas 123 y  $\alpha\beta$ , donde T es el periodo de la

tensión de alimentación y  $\theta = \omega t$  el ángulo formado por el sistema de coordenadas rotativo respecto del sistema fijo.

En resumen, la transformación de Park se puede aplicar al sistema de intensidades consumidas por una carga no lineal en un sistema trifásico de cuatro conductores, siendo ésta la base de la formulación d-q de la teoría de la potencia reactiva instantánea.

### 3.1.1 Formulación d-q de la teoría de la potencia reactiva instantánea

Si se considera que las señales  $i_d(t)$  e  $i_q(t)$  son formas de onda variables con el tiempo y sus valores promedio se representan por  $I_d$  e  $I_q$ , respectivamente, dichas componentes de intensidad se podrán dividir en dos partes: una primera componente cuyo valor es constante y coincide con el valor promedio de la señal,  $I_d$  e  $I_q$ , y una segunda componente variable con el tiempo,  $\tilde{i}_d(t)$  e  $\tilde{i}_q(t)$ , de forma que se cumpla que:

$$i_d(t) = I_d + \tilde{i}_d(t) \quad (\text{III.27})$$

$$i_q(t) = I_q + \tilde{i}_q(t) \quad (\text{III.28})$$

En [128] se demuestra que los vectores de intensidad giratorios de valor eficaz constante  $I_d$  e  $I_q$ , representan las formas de onda trifásicas correspondientes a la componente fundamental de secuencia directa de la intensidad, expresadas en el sistema 0dq como las formas de onda  $i_d(t)$  e  $i_q(t)$ . Las otras dos partes de las d y q de la intensidad, componentes  $\tilde{i}_d(t)$  e  $\tilde{i}_q(t)$ , son señales variables con el tiempo cuyo valor promedio es nulo. Estas señales comprenden la componente de secuencia inversa del armónico fundamental y los armónicos de orden superior.

Esta división de la dos componentes del vector intensidad en dos partes es susceptible de aprovecharse en el desarrollo de diferentes estrategias de compensación de cargas no lineales en sistemas trifásicos. Así, una primera opción es imponer que el generador aporte la parte constante de cada componente,  $I_d$  e  $I_q$ , y el compensador las correspondientes partes variables. A partir de las componentes d y q del vector intensidad, se separan las partes constante y variable mediante un filtro paso bajo. De esta forma, el vector intensidad de fuente,  $\vec{i}_s$ , vendrá expresado en coordenadas de fase de la forma siguiente:

$$\vec{i}_s = \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta-120) & -\text{sen}(\theta-120) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta+120) & -\text{sen}(\theta+120) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_d \\ I_q \end{bmatrix} \quad (\text{III.29})$$

El vector de intensidades de compensación,  $\vec{i}_c$ , será, pues:

$$\begin{bmatrix} i_{c1} \\ i_{c2} \\ i_{c3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta-120) & -\text{sen}(\theta-120) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta+120) & -\text{sen}(\theta+120) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0(t) \\ \tilde{i}_d(t) \\ \tilde{i}_q(t) \end{bmatrix} \quad (\text{III.30})$$

Los resultados de aplicar esta estrategia de control a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas trifásicos de cuatro conductores se presentan en las tablas III.1 y III.2.

En la tabla III.1 se muestra el índice  $\text{ITDD}_{L1}$  (índice de distorsión de la fase 1) en porcentaje y el valor eficaz de la intensidad de neutro ( $\text{RMS}_{L4}$ ) en amperios para el sistema de intensidades de fuente obtenido después de aplicar la estrategia de compensación derivada de (III.30) a la plataforma de simulación representada en el capítulo I. La tabla III.1 muestra además la potencia activa intercambiada por el compensador.

Esos tres parámetros se calculan para los sistemas de intensidades mostrados en las gráficas de la primera columna de la tabla III.2 que se corresponden con las formas de onda trifásicas de las intensidades de fuente obtenidas después de la compensación en cada uno de los casos estudiados: tensiones de alimentación equilibradas sinusoidales, no equilibradas sinusoidales y equilibradas no sinusoidales.

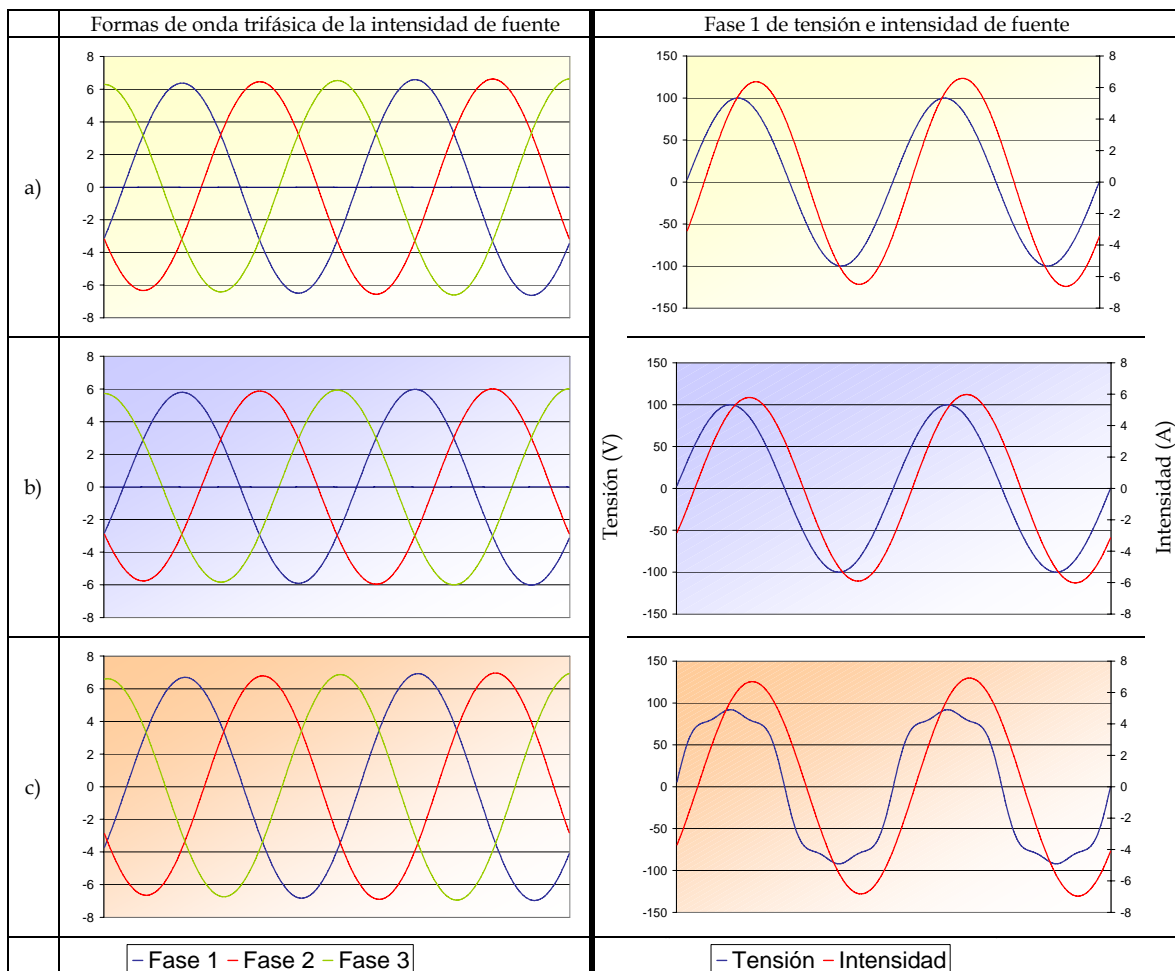
En las gráficas presentadas en la primera columna de la tabla III.2 se puede observar que en los tres casos estudiados se obtienen intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales. El valor eficaz de la intensidad de neutro es nulo en los tres casos (elimina dicha intensidad exista o no componente de secuencia cero en la tensión de fuente y en la intensidad de carga) y el índice  $\text{ITDD}$  de la fase 1 de la intensidad de fuente es nulo también en los tres casos, tabla III.1.



Tabla III.1 Resultados de la aplicación de la formulación d-q a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales

	ITDD <sub>L1</sub> (%)	RMS <sub>L4</sub> (A)	P <sub>c</sub> (W)
a)	0	0	0
b)	0	0	-29.37
c)	0	0	20.99

Tabla III.2 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada de la formulación d-q a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



En las gráficas de la segunda columna de la tabla III.2 se puede ver que el factor de desplazamiento no toma el valor unidad en ninguno de los tres casos estudiados.

Se puede decir pues que los resultados obtenidos en la aplicación de esta formulación a un sistema trifásico de cuatro conductores son independientes de las características del sistema de tensiones de alimentación. Por eso las intensidades son exactamente iguales en los tres casos.

En efecto, la estrategia de control derivada de la teoría d-q no se basa en la compensación de potencias o de parte de esas potencias, sino que calcula el vector de intensidades de compensación en el sistema de coordenadas rotativo  $0dq$  y compensa una parte de las componentes de este vector intensidad. Este método de cálculo justifica que los resultados obtenidos con la aplicación de esta formulación no varíen cuando se modifica el sistema de tensiones de alimentación.

Por último, la tercera columna de la tabla III.1 ( $P_c$ ) muestra que la formulación d-q sólo presenta una potencia activa media nula transferida por el compensador en el caso de que las tensiones sean equilibradas y sinusoidales. En otras circunstancias, el compensador transfiere una potencia activa distinta de cero que, para el caso práctico desarrollado, toma un valor de  $-29.37\text{ W}$  en el caso de tensiones desequilibradas sinusoidales y de  $20.99\text{ W}$  en el caso de tensiones equilibradas no sinusoidales.

### **3.1.2 Metodo $i_d-i_q$ de las componentes activa y reactiva de la intensidad instantánea.**

En el apartado anterior se ha desarrollado la formulación d-q y se ha aplicado a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. En ese apartado, la velocidad de rotación del sistema  $0dq$  se ha establecido como la pulsación del armónico fundamental de la tensión de alimentación. Así, el sistema síncrono rotativo dq gira a la misma velocidad que el vector tensión trifásico en el caso de que el sistema de tensiones aplicado sea sinusoidal y equilibrado de secuencia directa. Pero, en general, las velocidades de rotación de ambos vectores serán distintas. De cualquier forma, también en ese caso general, la velocidad angular del sistema  $0dq$  puede tomar un valor que permita que su giro sea solidario a la proyección del vector tensión en el plano dq, [163].

En ese caso en que el sistema  $0dq$  gira de forma solidaria a la proyección del vector tensión en el plano dq, el circuito trifásico que representa las potencias

del sistema está formado por un circuito monofásico independiente, circuito de secuencia cero, y otro bifásico, circuito d-q, entre cuyas fases hay intercambio de potencia imaginaria instantánea. Esta nueva versión de la teoría de la potencia reactiva instantánea se denomina método  $i_d-i_q$ , [163], y las intensidades de compensación  $i_{Ci}(t)$  se obtienen, al igual que en la formulación d-q, a partir de la descomposición de cada componente del vector intensidad en una parte constante y otra variable.

En este caso, como en las estrategias presentadas en el capítulo II, tanto las intensidades como las tensiones se pueden transformar desde el sistema de referencia 123 al sistema  $0\alpha\beta$  mediante la matriz de transformación presentada en las ecuaciones (II.6) y (II.7). El vector tensión en el sistema  $0\alpha\beta$  se transforma al sistema dq:

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{III.31})$$

Así como el vector intensidad:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{III.32})$$

En el método  $i_d-i_q$ ,  $\theta = \omega t$ , pero  $\omega$  no coincide con la pulsación del armónico fundamental de las tensiones aplicadas, sino que representa en todo instante el ángulo que forma la proyección del vector tensión en el plano  $\alpha\beta$  ( $\vec{v}$ ) con el eje  $\alpha$ , figura III.3. En efecto en esta formulación se considera el vector:

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{III.33})$$

de forma que se elige como eje d uno con la misma la dirección y sentido de  $\vec{v}$ . En esta ocasión, el eje d forma con el eje  $\alpha$  un ángulo:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{u_\beta}{u_\alpha} \quad (\text{III.34})$$

Si las tensiones de alimentación son equilibradas y sinusoidales, el ángulo  $\theta$  es una función del tiempo uniformemente creciente y  $\omega$  es constante. Pero en condiciones generales, la velocidad de rotación del vector tensión (y de los ejes d y q del sistema  $i_d$ - $i_q$  que giran de forma solidaria) será variable con el tiempo debido a que es sensible a los armónicos y al desequilibrio de la tensión.

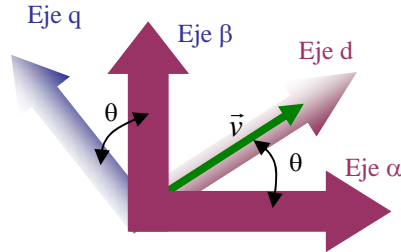


Figura III.3. Transformación del sistema  $0\alpha\beta$  al sistema  $0dq$  según el método  $i_d$ - $i_q$

Si se introduce en la ecuación (III.31) el valor de  $\theta$  de la ecuación (III.34), la componente directa de la tensión es:

$$u_d = \sqrt{u_\alpha^2 + u_\beta^2} \quad (III.35)$$

que toma el mismo valor que la norma instantánea del vector  $\vec{v}$ . La componente de tensión en cuadratura es siempre nula.

El vector intensidad se expresa, según las ecuaciones (III.33), (III.34) y (III.35), como:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{u_\alpha^2 + u_\beta^2}} \begin{bmatrix} \sqrt{u_\alpha^2 + u_\beta^2} & 0 & 0 \\ 0 & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -u_\beta & u_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (III.36)$$

Las componentes d y q de la intensidad se pueden descomponer, como en la variante anterior (formulación d-q), en dos términos: uno variable con el tiempo y otro constante. La componente de secuencia directa del armónico fundamental se transforma en el término constante de la componente  $i_d$ , [128]. Todos los demás armónicos incluyendo la componente de secuencia inversa del primer armónico pasan a formar parte de la componente variable con el tiempo.

Para la aplicación del método  $i_d$ - $i_q$  a la compensación de cargas trifásicas no lineales, es necesario compensar los términos variables con el tiempo de las

componentes d y q de la intensidad, además de la componente de secuencia cero de la intensidad, [163]. De esta forma, la intensidad de compensación, referenciada por el subíndice "C", toma el siguiente valor:

$$\begin{bmatrix} i_{C0} \\ i_{C\alpha} \\ i_{C\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{u_{\alpha}^2 + u_{\beta}^2}} \begin{bmatrix} \sqrt{u_{\alpha}^2 + u_{\beta}^2} & 0 & 0 \\ 0 & u_{\alpha} & -u_{\beta} \\ 0 & u_{\beta} & u_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L0} \\ \tilde{i}_{Ld} \\ \tilde{i}_{Lq} \end{bmatrix} \quad (\text{III.37})$$

A partir del vector de intensidad de compensación de la ecuación (III.37) se determina el vector en el sistema 123 mediante la matriz inversa de la transformación de las coordenadas 123 a las coordenadas  $0\alpha\beta$ :

$$\begin{bmatrix} i_{C1} \\ i_{C2} \\ i_{C3} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{C0} \\ i_{C\alpha} \\ i_{C\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{III.38})$$

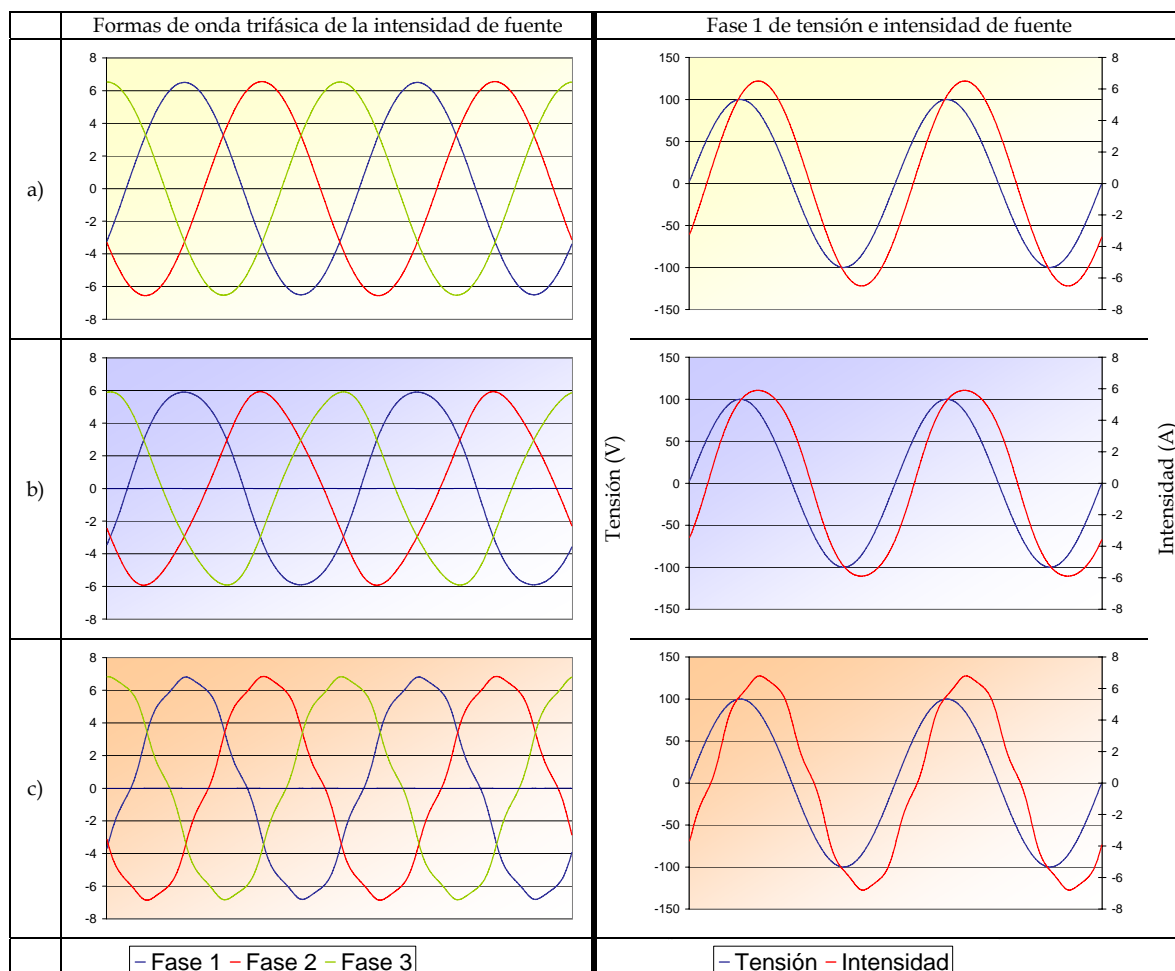
La aplicación de esta estrategia de control a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, proporciona los resultados mostrados en las tablas III.3 y III.4.

Tabla III.3 Resultados de la aplicación del método  $i_d$ - $i_q$  a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales

	ITDD <sub>L1</sub> (%)	RMS <sub>L4</sub> (A)
a)	0	0
b)	5	0
c)	5	0

La segunda columna de la tabla III.3 muestra que esta estrategia de control elimina la intensidad de neutro en todos los casos estudiados, para cualesquiera condiciones de las tensiones de alimentación. La primera columna de la misma tabla indica que la presente estrategia sólo consigue intensidades de fuente sinusoidales en el caso de que las tensiones de alimentación sean equilibradas y sinusoidales. En los otros casos, aunque las formas de onda de las intensidades de fuente presentan unos valores pequeños del índice de distorsión (5%), no llegan a ser nulos.

Tabla III.4 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada del método  $i_d-i_q$  a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



Estos resultados se pueden observar a partir de las formas de onda mostradas en la primera columna de la tabla III.4, en la que se aprecia que sólo se obtienen intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales en el caso de que lo sean las tensiones. Si las tensiones de alimentación son desequilibradas (segunda fila de la tabla III.4) o no sinusoidales (tercera fila), las intensidades de fuente no llegan a ser sinusoidales aunque presentan una pequeña distorsión. En ninguno de los tres casos es uno el factor de desplazamiento, segunda columna de la tabla III.4.

No obstante, es posible modificar esta estrategia de forma que el factor de desplazamiento tome valor unitario. Así, teniendo en cuenta que el vector tensión está comprendido de forma completa en la componente directa  $u_d$ , la componente de la intensidad de carga  $i_q$  no transporta potencia activa, por lo que es posible su compensación completa. Con ello, la estrategia final de control para el método  $i_d$ - $i_q$  queda de la forma siguiente:

$$\begin{bmatrix} i_{c0} \\ i_{c\alpha} \\ i_{c\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{u_\alpha^2 + u_\beta^2}} \begin{bmatrix} \sqrt{u_\alpha^2 + u_\beta^2} & 0 & 0 \\ 0 & u_\alpha & -u_\beta \\ 0 & u_\beta & u_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L0} \\ \tilde{i}_{Ld} \\ i_{Lq} \end{bmatrix} \quad (\text{III.39})$$

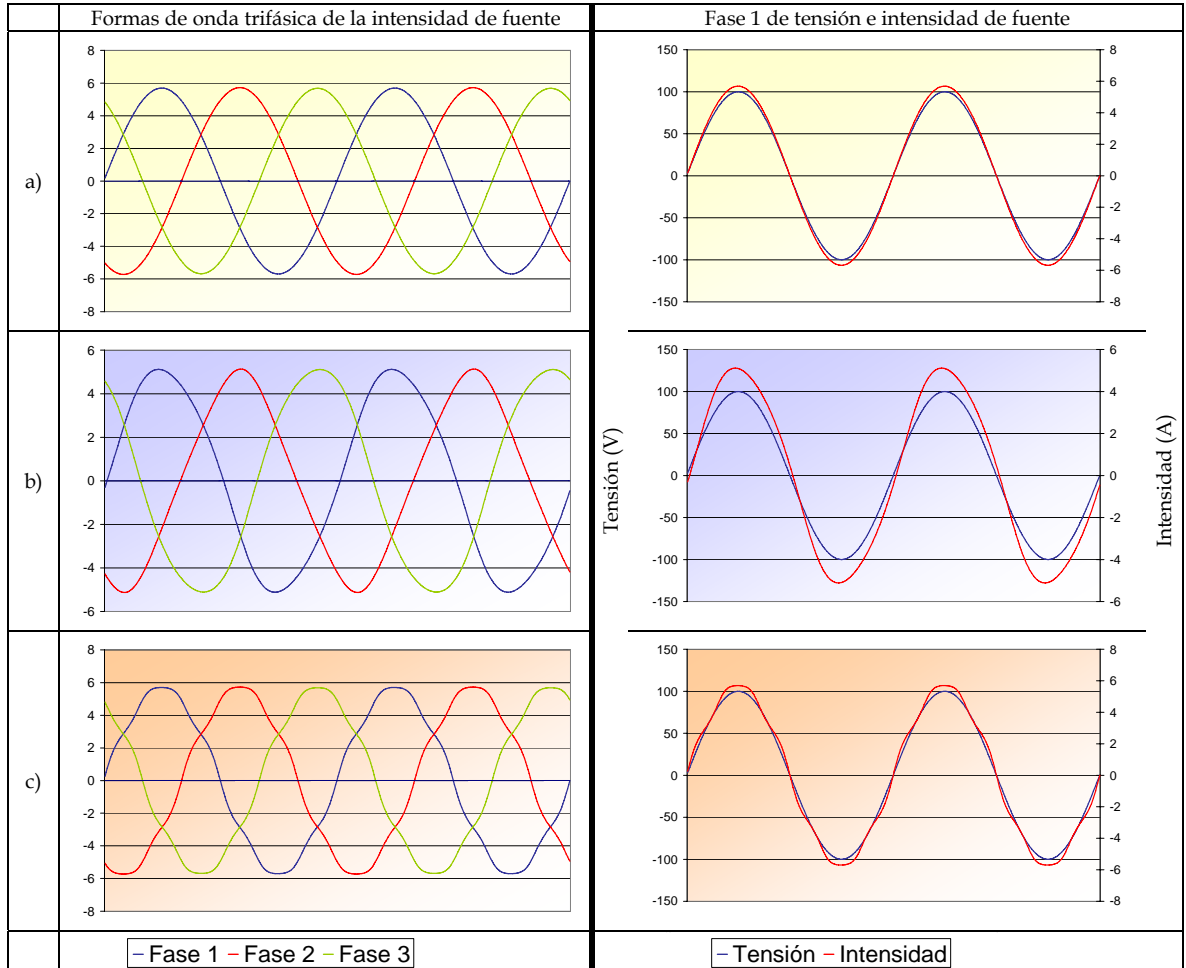
Los resultados obtenidos con la aplicación de la estrategia de control presentada en la ecuación (III.39) a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores se muestran en las tablas III.5 y III.6.

Tabla III.5 Resultados de la aplicación del método  $i_d$ - $i_q$  eliminando la  $i_q$  completa a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales

	ITDD <sub>L1</sub> (%)	RMS <sub>IL4</sub> (A)	P <sub>c</sub> (W)
a)	0	0	0
b)	5	0	-22,87
c)	5	0	22,80

Las dos primeras columnas de la tabla III.5 son idénticas a las de la tabla III.3. La modificación introducida no afecta, pues, a la forma de onda de las intensidades de fuente. Las formas de onda trifásicas tienen la misma forma en la tabla III.6 que en la tabla III.4 aunque desplazadas hasta obtener un factor de desplazamiento unidad. En resumen, estas formas de onda son sinusoidales y equilibradas en el caso 1 y algo distorsionadas y equilibradas en los otros dos casos. Se observa, además, que es posible eliminar la intensidad de neutro en los tres casos. Por último, en la segunda columna de la tabla III.6 se muestra que si se compensa la componente q de la intensidad de carga de forma total, el factor de desplazamiento es la unidad en los tres casos, a diferencia de lo que muestra la segunda columna de la tabla III.4.

Tabla III.6 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada del método  $i_d-i_q$  con la componente q total a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



La potencia activa intercambiada por el compensador, según los resultados obtenidos con la aplicación de la nueva estrategia, es nula sólo en el caso 1 y no nula en los otros dos casos, que toman los valores de  $-22,87 \text{ W}$  para el caso de tensiones de alimentación desequilibradas y sinusoidales y de  $22,80 \text{ W}$  en el caso de tensiones de alimentación equilibradas no sinusoidales.

En resumen, el método  $i_d-i_q$ , con la modificación presentada, ofrece los siguientes resultados:

1. Las intensidades de fuente son equilibradas aunque con una baja distorsión (el  $ITDD_{L1}$  toma valores algo menores que los presentados)



por las formulaciones p-q y p-q modificada y algo mayores que los de la formulación d-q).

2. El factor de desplazamiento es la unidad.
3. Respecto de la potencia real intercambiada por el compensador, este método no consigue que el valor medio de dicha potencia en un periodo sea nulo.

La modificación introducida al método  $i_d-i_q$ , consistente en compensar toda la componente q de la intensidad de carga, no es aplicable a la formulación d-q, ya que en ese caso la componente en el eje q de la intensidad de carga no es en todo momento perpendicular al vector tensión, lo que hace que la componente q de la intensidad pueda transportar potencia real instantánea en un instante determinado. Téngase en cuenta que, en la teoría d-q, el sistema de coordenadas  $0dq$  gira con respecto del  $0\alpha\beta$  con una velocidad distinta, en condiciones generales, a la del vector tensión.

### **3.2 La formulación p-q-r de la teoría de la potencia reactiva instantánea**

En esta reciente propuesta, [153], [169]-[173], se define un nuevo sistema trifásico de coordenadas en el que uno de los ejes es coincidente con el vector tensión (eje p), el segundo es perpendicular a éste y está contenido en el plano  $\alpha\beta$  (eje q) y el tercero es perpendicular a los dos anteriores (eje r). De esta forma, en este nuevo sistema de referencia, el vector intensidad tiene tres componentes, pero el vector tensión tiene una sola componente correspondiente al eje p,  $u_p$ .

Este apartado comienza presentando el sistema de coordenadas pqr y la expresión de los vectores tensión e intensidad, a continuación se definen los términos de potencia y, por último, se presentan las estrategias de control propuestas por los autores en la referencia [173].

Así, las tensiones e intensidades de fase de un sistema trifásico se pueden expresar como vectores en el sistema de referencia  $0\alpha\beta$  según las ecuaciones (II.11) y (II.12) que aquí se vuelven a repetir por comodidad:

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III.40})$$

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III.41})$$

donde  $i_0$  es la componente de secuencia cero de la intensidad e igual a  $1/\sqrt{3}$  veces la intensidad de neutro.

Si el sistema es sinusoidal y equilibrado, los vectores de tensión e intensidad rotan en un espacio circular en el plano  $\alpha\beta$  con una velocidad constante. Cuando las tensiones e intensidades incluyen secuencias inversas o armónicos, el espacio de rotación se distorsiona. Además, cuando hay componente de secuencia cero, el espacio de rotación sube o baja por encima o por debajo del plano  $\alpha\beta$  según el signo de dicha componente de secuencia cero.

A continuación, se establece un nuevo sistema de referencia  $0'\alpha'\beta'$  por rotación según el eje 0 de los ejes  $\alpha$  y  $\beta$  un ángulo  $\theta_1$ . El ángulo  $\theta_1$  tomará el valor adecuado para que el eje  $\alpha$  se alinee con la línea de proyección del vector tensión en el plano  $\alpha\beta$ ,  $\vec{v}$ , figura III.4. El vector de intensidad en este nuevo sistema de referencia se expresa como:

$$\begin{bmatrix} i_{0'} \\ i_{\alpha'} \\ i_{\beta'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_1 & \text{sen}\theta_1 \\ 0 & -\text{sen}\theta_1 & \cos\theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} & \frac{u_\beta}{u_{\alpha\beta}} \\ 0 & -\frac{u_\beta}{u_{\alpha\beta}} & \frac{u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{III.42})$$

donde  $u_{\alpha\beta} = \sqrt{u_\alpha^2 + u_\beta^2} = v$ .

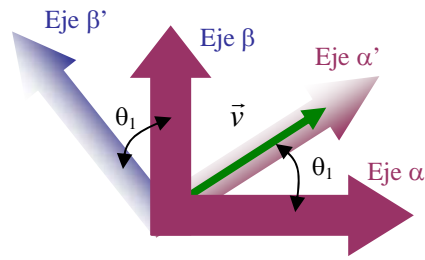


Figura III.4 Sistema 0'α'β'

La ecuación (III.42) es la misma que la ecuación (III.36), por lo que esta transformación de coordenadas es idéntica a la propuesta en el método  $i_d-i_q$ . Sin embargo, la formulación p-q-r define una transformación de coordenadas adicional como se describe a continuación.

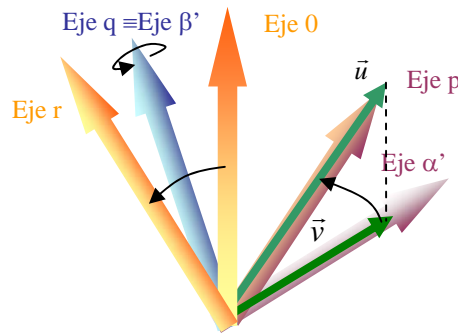


Figura III.5 Sistema pqr

Esta transformación consiste en tomar como eje de giro el eje  $\beta'$  y hacer girar los ejes  $0'$  y  $\alpha'$  un ángulo  $\theta_2$  tal que el eje  $\alpha'$  coincida en todo momento con el vector tensión,  $\vec{u}$ , figura III.5. El vector intensidad del sistema de referencia pqr se puede expresar entonces como:

$$\begin{bmatrix} i_p \\ i_q \\ i_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sen}\theta_2 & \text{cos}\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \text{cos}\theta_2 & -\text{sen}\theta_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_0 \\ i'_\alpha \\ i'_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{u_0}{u_{\alpha\beta 0}} & \frac{u_{\alpha\beta}}{u_{\alpha\beta 0}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{u_{\alpha\beta}}{u_{\alpha\beta 0}} & -\frac{u_0}{u_{\alpha\beta 0}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_0 \\ i'_\alpha \\ i'_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{III.43})$$

donde  $u_{\alpha\beta 0} = \sqrt{u_\alpha^2 + u_\beta^2 + u_0^2} = u$  y  $\theta_2$  es el ángulo formado por los vectores tensión y tensión sin componente de secuencia cero.

La transformación del sistema  $0\alpha\beta$  al pqr queda finalmente definida en la forma:

$$\begin{bmatrix} i_p \\ i_q \\ i_r \end{bmatrix} = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}} \begin{bmatrix} u_0 & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -\frac{u_\beta u_{0\alpha\beta}}{u_{\alpha\beta}} & \frac{u_\alpha u_{0\alpha\beta}}{u_{\alpha\beta}} \\ u_{\alpha\beta} & -\frac{u_0 u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} & -\frac{u_0 u_\beta}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{III.44})$$

El eje p se ha hecho coincidir con el vector tensión y por tanto su velocidad de giro no es constante, en el caso general, sino que varía con el tiempo de acuerdo con los armónicos y las componentes de secuencia inversa de la tensión de alimentación. El eje q es perpendicular al eje p y se localiza siempre en el plano  $\alpha\beta$  del sistema  $0\alpha\beta$ . El eje q rota con la misma velocidad angular que el eje p, formando con el eje  $\beta$  un ángulo  $\theta_q$ :

$$\theta_q = \arctg\left(\frac{u_\beta}{u_\alpha}\right) \quad (\text{III.45})$$

El eje r es perpendicular tanto al eje p como al eje q y también rota con la misma velocidad angular de aquéllos. Cuando no hay tensión de secuencia cero, el eje r se hace coincidente con el eje 0.

En resumen, las matrices de transformación de la formulación p-q-r quedan de la siguiente forma:

El vector tensión en el sistema de coordenadas pqr se calcula a partir del vector tensión en coordenadas  $0\alpha\beta$  de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} u_p \\ u_q \\ u_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{0\alpha\beta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.46})$$

El vector intensidad en el sistema coordenadas pqr se calcula a partir del vector intensidad en coordenadas  $0\alpha\beta$  de acuerdo con la ecuación (III.44)

El vector intensidad en el sistema coordenadas  $0\alpha\beta$  se determina a partir del vector intensidad en coordenadas pqr de acuerdo con la ecuación:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}} \begin{bmatrix} u_0 & 0 & u_{\alpha\beta} \\ u_\alpha & -\frac{u_{0\alpha\beta}u_\beta}{u_{\alpha\beta}} & -\frac{u_0u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} \\ u_\beta & \frac{u_{0\alpha\beta}u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} & -\frac{u_0u_\beta}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_p \\ i_q \\ i_r \end{bmatrix} \quad (\text{III.47})$$

donde:

$$u_{0\alpha\beta} = \sqrt{u_0^2 + u_\alpha^2 + u_\beta^2} = u \quad (\text{III.48})$$

$$u_{\alpha\beta} = \sqrt{u_\alpha^2 + u_\beta^2} = v \quad (\text{III.49})$$

A la vista de (III.46), se observa que sólo existe una componente de tensión  $u_p$ . Esta tensión  $u_p$  comprende una componente constante  $U_p$  y una componente variable con el tiempo  $\tilde{u}_p$ . De forma análoga a la formulación d-q y el método  $i_d$ - $i_q$  presentados en los apartados anteriores, la componente de secuencia directa del armónico fundamental de la tensión del sistema se convierte en una componente constante  $U_p$ . Asimismo, la componente de secuencia inversa del armónico fundamental, los armónicos de orden superior y la componente de secuencia cero se transforman en la componente variable  $\tilde{u}_p$ , [173].

### 3.3.1 Definición de potencias instantáneas en la formulación p-q-r.

En la formulación p-q-r de la teoría de la potencia reactiva instantánea se define la potencia instantánea como el producto escalar de los vectores tensión e intensidad. Esta potencia instantánea coincide con la potencia real instantánea total  $p(t)$  definida en las formulaciones p-q original y modificada. Asimismo, en esta formulación se define la potencia reactiva instantánea como el producto vectorial de esos mismos vectores tensión e intensidad, de manera análoga a la definición de potencia reactiva instantánea presentada en la formulación p-q modificada. De esa forma, se tiene que:

$$\vec{q} = \begin{vmatrix} \vec{e}_p & \vec{e}_q & \vec{e}_r \\ u_p & 0 & 0 \\ i_p & i_q & i_r \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -u_p i_r \\ u_p i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ q_q \\ q_r \end{bmatrix} \quad (\text{III.50})$$

donde  $\vec{e}_p$ ,  $\vec{e}_q$  y  $\vec{e}_r$  son los vectores unitarios correspondientes a los ejes p, q y r, respectivamente. Si se añade a la ecuación anterior, la definición de potencia real instantánea, queda:

$$\begin{bmatrix} p \\ q_r \\ q_q \end{bmatrix} = u_p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_p \\ i_q \\ i_r \end{bmatrix} \quad (\text{III.51})$$

De (III.50) se obtiene mediante un proceso de inversión la expresión de las componentes de intensidad en función de las variables de potencia:

$$\begin{bmatrix} i_p \\ i_q \\ i_r \end{bmatrix} = \frac{1}{u_p} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q_r \\ q_q \end{bmatrix} \quad (\text{III.52})$$

La potencia real instantánea  $p(t)$  y las potencias reactivas instantáneas  $q_r(t)$  y  $q_q(t)$  se definen a partir de cada una de las componentes del vector intensidad, que son linealmente independientes. La potencia real instantánea  $p(t)$  se ve afectada sólo por  $i_p$  y no tiene relación con  $i_q$  e  $i_r$ . Así, las dos componentes del vector intensidad  $i_q$  e  $i_r$  se pueden controlar de forma separada para compensar sólo las potencias reactivas instantáneas  $q_r(t)$  y  $q_q(t)$ , respectivamente.

Del mismo modo, en esta formulación se define la potencia aparente instantánea,  $s$ , como el producto de las magnitudes de los vectores tensión e intensidad.

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \cdot \sqrt{i_1^2 + i_2^2 + i_3^2} = \sqrt{u_\alpha^2 + u_\beta^2 + u_0^2} \cdot \sqrt{i_\alpha^2 + i_\beta^2 + i_0^2} = \\ &= u_p \cdot \sqrt{i_p^2 + i_q^2 + i_r^2} = \sqrt{p^2 + q_q^2 + q_r^2} \end{aligned} \quad (\text{III.53})$$

Esta definición muestra la similitud matemática entre sistemas trifásicos y monofásicos, ya que cuando las dos componentes del vector intensidad  $i_q$  e  $i_r$  se eliminan por compensación de las potencias reactivas instantáneas  $q_r$  y  $q_q$ , la potencia aparente instantánea se hace igual a la potencia real instantánea  $u_p i_p$ .

La tensión de fuente  $u_p$  y la intensidad del eje p  $i_p$  generan la potencia real instantánea  $p(t)$  en el circuito p. La potencia real instantánea  $p(t)$  comprende una componente continua o promedio P y una componente variable con el

tiempo  $\tilde{p}(t)$ .  $P$  es la potencia activa que se transfiere de forma efectiva entre los dos subsistemas (fuente y carga).

La tensión de fuente  $u_p$  y la intensidad del eje  $q$   $i_q$  generan la potencia reactiva instantánea  $q_r(t)$  en el circuito  $q$ . La potencia reactiva  $q_r(t)$  comprende una componente continua o media  $Q_q$  y una componente variable con el tiempo  $\tilde{q}_r(t)$ . En [173] se demuestra que  $Q_q$  es la potencia reactiva convencional que proviene de las cargas inductivas y capacitivas de los sistemas trifásicos.

La tensión de fuente  $u_p$  y la intensidad del eje  $r$ ,  $i_r$ , generan la potencia imaginaria instantánea  $q_q(t)$  en el circuito  $r$ .  $q_q(t)$  incluye sólo una componente variable con el tiempo  $\tilde{q}_q(t)$ .

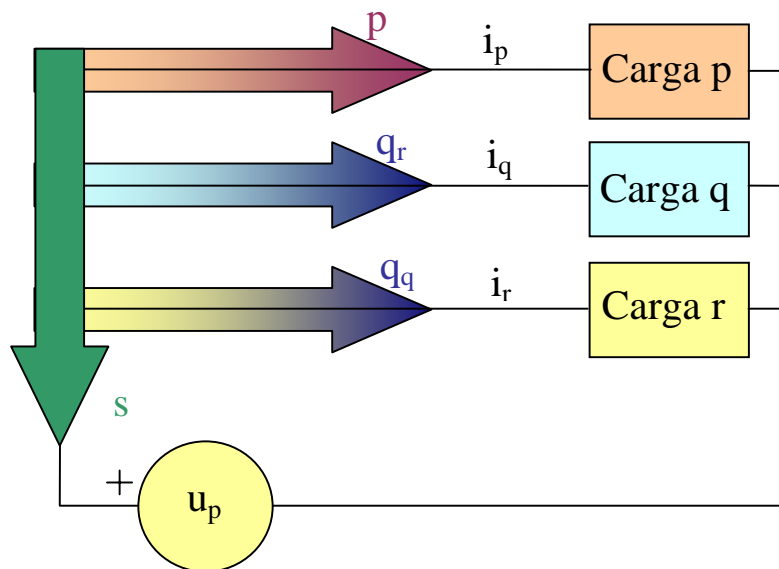


Figura III.6 Diagrama de interacción de potencias entre las distintas fases según la formulación p-q-r

En resumen, esta formulación convierte un sistema trifásico en tres sistemas monofásicos conectados en paralelo a una fuente de tensión de valor  $u_p$ , figura III.6. Así, la potencia instantánea de cada uno de estos circuitos monofásicos se obtendrá como el producto de esa tensión  $u_p$  y la intensidad que circula por cada uno de ellos. Por otro lado, de las tres componentes de que consta el vector intensidad sólo una,  $i_p$ , es colineal con el vector tensión. Ésta es la única que transporta potencia real instantánea. Las otras dos  $i_q$  e  $i_r$  sólo transportan potencia reactiva instantánea. Para compensar las potencias reactivas instantáneas,  $q_r(t)$  y  $q_q(t)$ , se pueden controlar independientemente ambas componentes de intensidad  $i_q$  e  $i_r$ .

### 3.3.2 Aplicación de la formulación p-q-r al control con filtros activos de potencia.

La formulación p-q-r de la teoría de la potencia reactiva instantánea según fue desarrollada por sus autores preconiza dos objetivos principales de compensación de cargas no lineales con filtros activos de potencia: la eliminación de la intensidad de neutro y la disminución de la distorsión presentada por las intensidades de fuente.

Así, para determinar la estrategia de control que, basada en la formulación p-q-r, elimine la intensidad de neutro hay que tener en cuenta tres consideraciones:

- La componente de secuencia cero se define como el vector  $\bar{u}_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} [u_0 \quad u_0 \quad u_0]^T$  donde  $u_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(u_1 + u_2 + u_3)$ .
- Cuando no hay componente de secuencia cero (de tensión o intensidad) dicho vector (de tensión o intensidad) está ubicado en el plano  $\alpha\beta$ .
- La componente de secuencia cero del vector intensidad es directamente proporcional a la intensidad de neutro y viceversa.

De esa forma, para eliminar la intensidad de neutro es necesario conseguir que las intensidades de línea se sitúen en el plano  $\alpha\beta$ . Se ha visto con anterioridad, que la componente q de la intensidad está siempre en el plano  $\alpha\beta$ . Por ello, cuando el vector intensidad suma de las componentes p y r se coloca en el plano  $\alpha\beta$ , queda eliminada la intensidad de neutro.

De cualquier forma, en sistemas trifásicos de cuatro conductores, teniendo en cuenta la ecuación (III.44), se cumple que:

$$i_r = \frac{-u_0 u_\alpha i_\alpha}{u_{\alpha\beta} M_{0\alpha\beta}} + \frac{-u_0 u_\beta i_\beta}{u_{\alpha\beta} M_{0\alpha\beta}} + \frac{u_{\alpha\beta} i_0}{u_{0\alpha\beta}} \quad (\text{III.54})$$

Si no existe tensión de secuencia cero, la componente r de intensidad,  $i_r$ , se hace proporcional a la intensidad de neutro:

$$i_r = i_0 = \frac{i_n}{\sqrt{3}} \quad (\text{III.55})$$

En este caso de  $u_0=0$ , el eje r coincide con el de secuencia cero, y la compensación de la potencia imaginaria instantánea del eje q o, lo que es lo mismo, la componente de la intensidad en el eje r,  $i_r$ , conlleva la



compensación de la componente de secuencia cero de la intensidad sin usar elementos almacenadores de energía.

Si existe tensión de secuencia cero, la intensidad de neutro no es proporcional a  $i_r$ . Teniendo en cuenta que la componente q de la intensidad está contenida en el plano  $\alpha\beta$ , para que el vector intensidad quede contenido en dicho plano, la suma vectorial de las componentes p y r de la misma debe estar también contenida en el plano  $\alpha\beta$ . Tanto la componente p como la componente r se pueden descomponer en dos componentes ortogonales: una contenida en el plano  $\alpha\beta$  y la otra en la dirección del eje de secuencia cero. Así, la componente p de la intensidad se puede expresar como:

$$\vec{i}_p = \vec{i}_{p\alpha\beta} + \vec{i}_{p0} \quad (\text{III.56})$$

donde  $\vec{i}_p$  es la forma vectorial de la componente p de la intensidad,  $\vec{i}_{p\alpha\beta}$  es la proyección de  $\vec{i}_p$  sobre el plano  $\alpha\beta$  e  $\vec{i}_{p0}$  es la proyección de  $\vec{i}_p$  sobre el eje de secuencia cero, ortogonal al plano  $\alpha\beta$ .

Del mismo modo:

$$\vec{i}_r = \vec{i}_{r\alpha\beta} + \vec{i}_{r0} \quad (\text{III.57})$$

donde  $\vec{i}_r$  es la forma vectorial de la componente r de la intensidad,  $\vec{i}_{r\alpha\beta}$  es la proyección de  $\vec{i}_r$  sobre el plano  $\alpha\beta$  e  $\vec{i}_{r0}$  es la proyección de  $\vec{i}_r$  sobre el eje de secuencia cero, ortogonal al plano  $\alpha\beta$ .

La condición de componente de secuencia cero de la intensidad nula quedará satisfecha cuando se cumpla, figura III.7:

$$\vec{i}_{p0} + \vec{i}_{r0} = 0 \quad (\text{III.58})$$

El ángulo formado por los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{u}_0$  es igual al formado por los vectores  $\vec{i}_p$  y  $\vec{i}_{p0}$ . Por tanto, el módulo de  $\vec{i}_{p0}$ ,  $i_{p0}$ , se puede expresar como:

$$i_{p0} = i_p \frac{u_0}{u} \quad (\text{III.59})$$

Sustituyendo (III.59) en (III.58), se tiene:

$$i_{r0} = -i_p \frac{u_0}{u} \quad (\text{III.60})$$

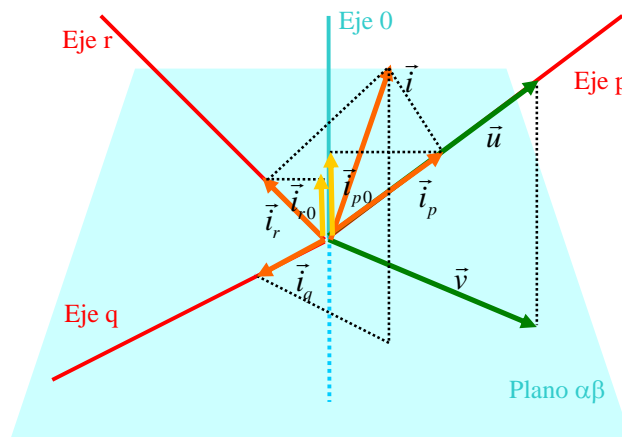


Figura III.7 Relación entre la intensidad  $i_r$  y la intensidad de neutro en sistemas pqr.

Pero lo que nos interesa es el valor de la componente r de la intensidad,  $i_r$ , que elimina la componente de secuencia cero de la intensidad y con ella la intensidad de neutro. Para eso es necesario expresar la componente de secuencia cero de  $i_r$ ,  $i_{r0}$ , en función de  $i_r$ . Así, el ángulo formado por  $\vec{i}_r$  e  $\vec{i}_{r0}$  es el mismo que el formado por los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ . Además, este ángulo es el complementario del que forman los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{u}_0$ :

$$i_{r0} = i_r \frac{v}{u} \quad (\text{III.61})$$

Igualando (III.60) y (III.61), se tiene que:

$$i_{r0} = i_r \frac{v}{u} = -i_p \frac{u_0}{u} \quad (\text{III.62})$$

de donde:

$$i_r = -\text{val}(i_p) \frac{u_0}{v} \quad (\text{III.63})$$

La notación val() significa valor numérico de la variable que se encuentra dentro del paréntesis. La intensidad de referencia del eje r  $i_r$  para eliminar la de neutro toma, pues, la siguiente expresión:

$$i_r = -\left(\frac{u_0}{u_{\alpha\beta}}\right) \text{val}(i_p) \quad (\text{III.64})$$

El valor de referencia de la potencia imaginaria instantánea en el eje r  $q_q(t)$  se puede expresar como:

$$q_q = -\left(\frac{u_0}{u_{\alpha\beta}}\right) \text{val}(p) \quad (\text{III.65})$$

A continuación se aborda el segundo objetivo de compensación, es decir, la reducción de la distorsión de las intensidades de fuente.

Como en las formulaciones anteriores, la tensión  $u_p$  y las componentes p y q de la intensidad se pueden dividir en dos partes: una parte constante e igual al valor promedio de la forma de onda que representa cada una y la otra variable con el tiempo con un promedio nulo. También como las formulaciones anteriores, y dado que el vector tensión se encuentra en la dirección del eje p, la componente de secuencia directa del armónico fundamental de la tensión se transforma en el valor promedio definido y las componentes de secuencia inversa y los armónicos de orden superior se transforman en la componente variable con el tiempo, [173].

De la misma forma, es posible aplicar este razonamiento a la potencia instantánea  $p(t)$  calculada como el producto de la tensión y de la componente p de la intensidad y a la potencia reactiva  $q_r(t)$  calculada como el producto entre tensión e intensidad  $i_q$ .

Así, la formulación p-q-r desarrolla dos estrategias de control según se compensen las componentes variables con el tiempo de las intensidades o de las potencias.

### A. Control por Intensidad de Referencia.

Esta estrategia consigue intensidades equilibradas y poco distorsionadas para cualesquiera condiciones de la tensión de excitación. Para ello, las componentes del eje p y del eje q de las intensidades de fuente  $i_{sp}$  e  $i_{sq}$  deben tomar directamente los valores constantes de las intensidades de carga en dichos ejes  $I_{Lp}$  e  $I_{Lq}$ . Así:

$$i_{sp} = I_{Lp} \quad (\text{III.66})$$

$$i_{sq} = I_{Lq} \quad (III.67)$$

Con ello la potencia instantánea toma la forma siguiente:

$$p(t) = I_p \left( U_p + \sum_{n=2,4,6}^{\infty} \sqrt{2} U_{pn} \text{sen}(n\omega t - \Phi_{sn}) \right) \quad (III.68)$$

donde  $U_{pn}$  es el valor eficaz del armónico  $n$  de la tensión y  $\Phi_{sn}$  su ángulo de fase.

Dado que la tensión presenta un término variable, ecuación (III.68), la potencia real instantánea después de la compensación contiene un término variable resultado del producto de la componente constante de la intensidad y dicho término variable de la tensión.

De acuerdo con (III.64), (III.66) y (III.67), la estrategia de control derivada de este planteamiento se expresa finalmente mediante la ecuación:

$$\begin{bmatrix} i_{cp} \\ i_{cq} \\ i_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{i}_{Lp} \\ i_{Lq} \\ i_{Lr} + \frac{u_0}{u_{\alpha\beta}} \text{val}(\tilde{i}_{Lp}) \end{bmatrix} \quad (III.69)$$

donde  $i_{cq}$  debe coincidir con el valor total de  $i_{Lq}$  de forma que compense tanto su parte constante como su parte variable con el tiempo.

En las tablas III.7II y III.8 se presentan los resultados obtenidos al aplicar la estrategia basada en el método de Control por Intensidad de Referencia de la formulación p-q-r, ecuación (III.69), a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores.

En la tabla III.7 se muestra el índice  $ITDD_{L1}$  (índice de distorsión de la fase 1) en porcentaje y el valor eficaz de la intensidad de neutro ( $RMS_{L4}$ ) en amperios para el sistema de intensidades de fuente obtenido aplicando (III.69) a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores.

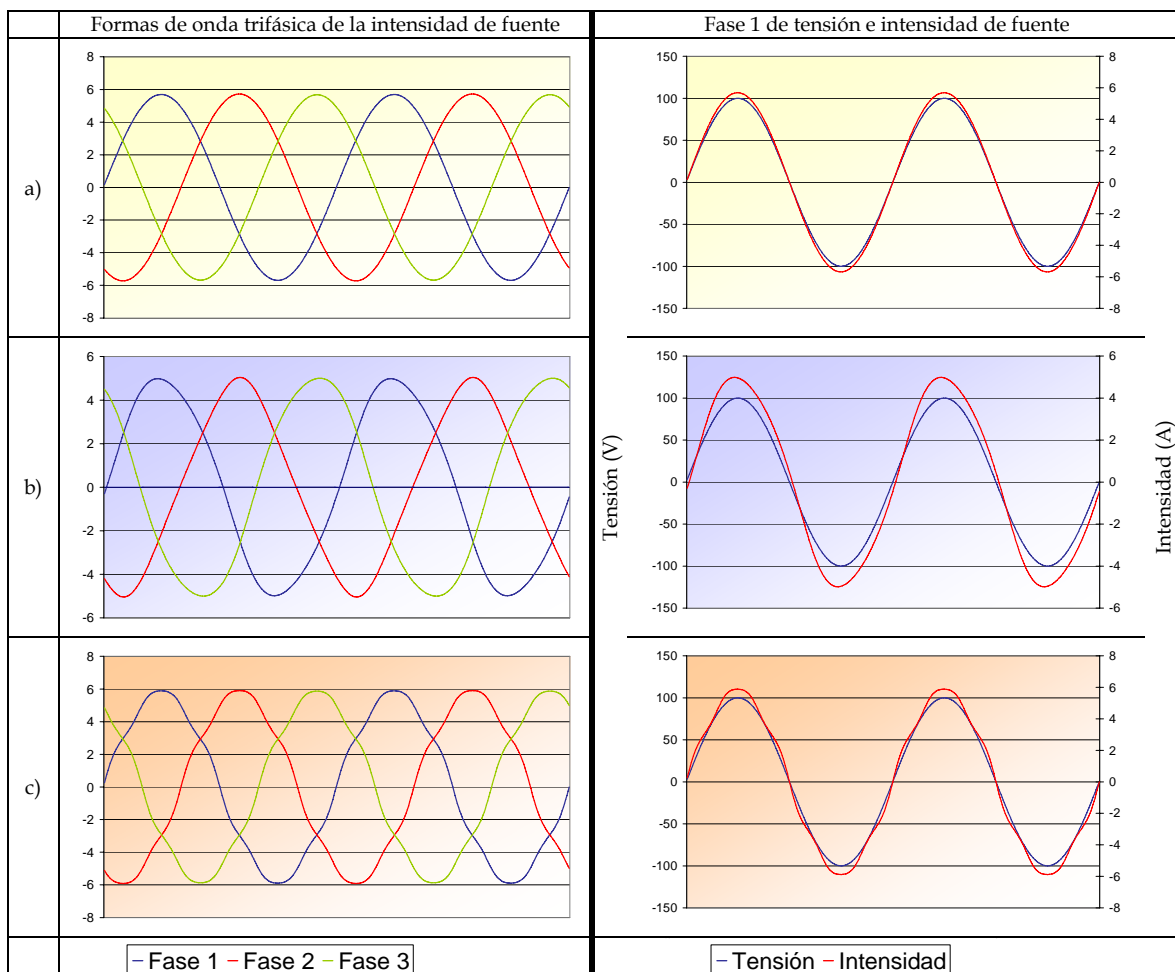
Esos dos índices se han determinado para los sistemas de intensidades mostrados en los gráficos de la primera columna de la tabla III.8 que representan las formas de onda trifásicas de las intensidades de fuente

obtenidas después de la compensación en cada uno de los casos estudiados: tensiones de alimentación equilibradas sinusoidales, no equilibradas sinusoidales y equilibradas no sinusoidales.

Tabla III.7 Resultados de la aplicación de la formulación p-q-r en su versión control por intensidad de referencia a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales

	ITDD <sub>L1</sub> (%)	RMS <sub>IL4</sub> (A)
a)	0	0
b)	5	0
c)	5	0

Tabla III.8 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada de la formulación p-q-r en su versión de control por intensidad de referencia a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



Como muestra la tabla III.7, la estrategia aplicada anula la intensidad de neutro en los tres casos estudiados, es decir, para cualesquiera condiciones de las tensiones de alimentación. Además, en el caso de tensiones equilibradas y sinusoidales, también es nula la distorsión de la intensidad de fuente después de la compensación. En los casos restantes, la intensidad de fuente presenta una pequeña distorsión. El índice de distorsión aplicado a la fase 1 toma un valor del 5% en ambos casos.

La primera columna de la tabla III.8 muestra las formas de onda trifásicas de las intensidades de fuente obtenidos en cada uno de los casos 1, 2 y 3. Se corroboran en estas gráficas las conclusiones deducidas de la tabla 3.VII: cuando las tensiones de alimentación son desequilibradas y/o no sinusoidales, las intensidades de fuente después de la compensación presentan una pequeña distorsión.

La segunda columna de la tabla III.8 presenta la fase 1 de la tensión y de la intensidad de fuente también en los tres casos estudiados y en ella se observa como ve que en los tres casos el factor de desplazamiento es la unidad.

## B. Control por Potencia de Referencia.

Esta estrategia plantea la compensación en términos de potencia. El objetivo es la obtención de una potencia instantánea constante en el lado de la fuente después de la compensación y la eliminación de la intensidad de neutro. Para ello, es necesario que el compensador genere una intensidad cuya componente p tome la siguiente expresión:

$$i_{cp}(t) = \frac{\tilde{p}(t)}{u_p} \quad (\text{III.70})$$

en la que  $\tilde{p}(t)$  representa la parte variable con el tiempo de la potencia instantánea consumida por la carga.

La intensidad de neutro se anula imponiendo a la componente r de la intensidad de fuente el valor obtenido en la ecuación (III.64). De esta forma, el valor de la componente r en la intensidad de compensación es el que se muestra en la tercera fila de la tabla III.9.

Por último para lograr una potencia instantánea de fuente constante, la intensidad de compensación del eje q  $i_{cq}$ , debe tomar el valor  $\frac{q_r}{u_p}$ , con lo que se elimina la potencia reactiva total del sistema, [169].

Tabla III.9 Estrategias de control en el método de Compensación por Potencia de Referencia.

Compensación Promedio	
$i_{cp}$	$\frac{\tilde{p}(t)}{u_p}$
$i_{cq}$	$\frac{q_r}{u_p}$
$i_{cr}$	$i_{Lr} + \frac{u_0}{u_{\alpha\beta}} \text{val}(\bar{i}_{Lp})$

La estrategia de control desarrollada mediante el método de Compensación por Potencia de Referencia se presenta a continuación:

$$\begin{bmatrix} i_{cp} \\ i_{cq} \\ i_{cr} \end{bmatrix} = \frac{1}{u_p} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_u \\ q_{Lr} \\ q_{Lq} + \frac{u_0}{u_{\alpha\beta}} \text{val}(\bar{p}_{Lu}) \end{bmatrix} \quad (\text{III.71})$$

En las tablas III.10 y III.1 se presentan los resultados obtenidos al aplicar la estrategia basada en el método de Control por Potencia de Referencia de la formulación p-q-r, ecuación (III.71), a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores.

Tabla III.10 Resultados de la aplicación de la formulación p-q-r en su versión control por potencia de referencia a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales

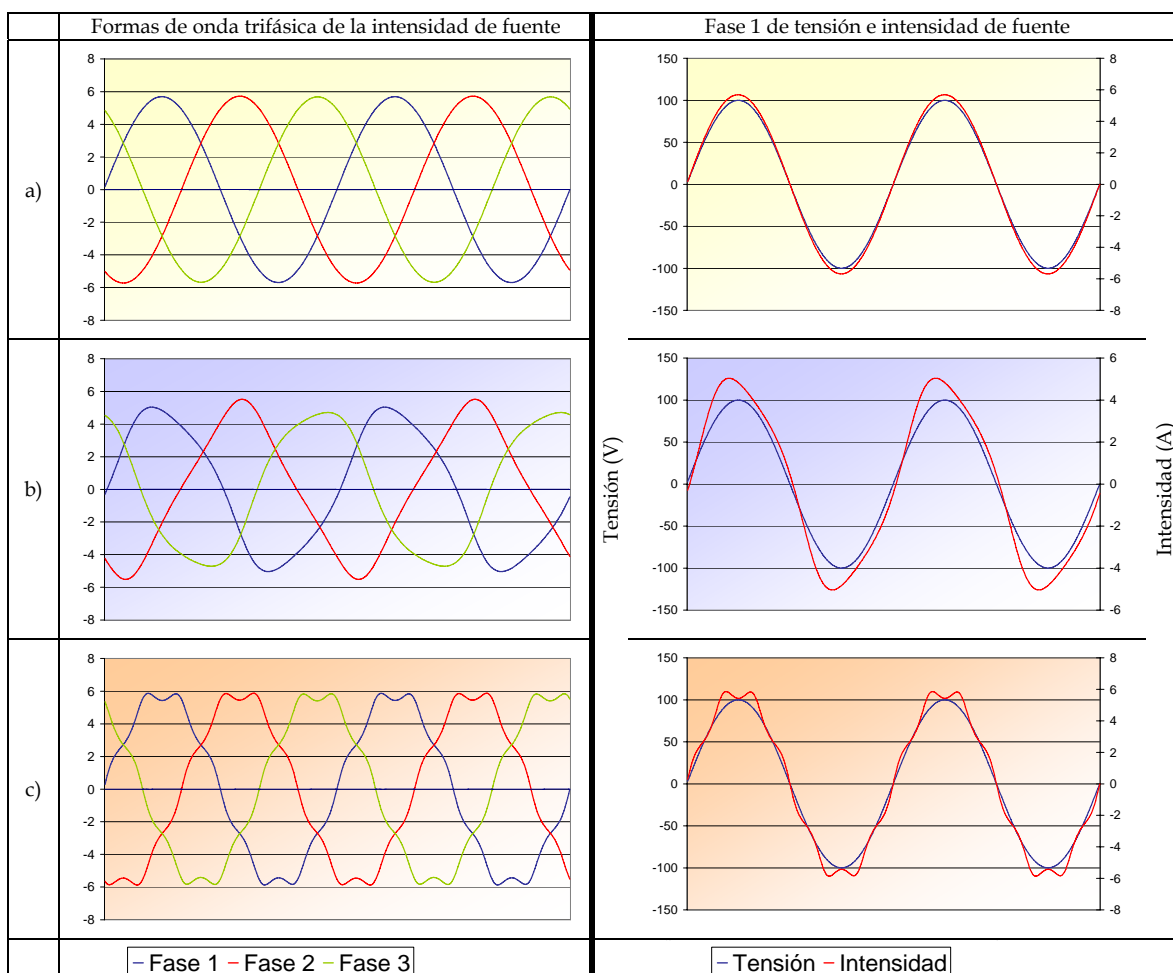
	ITDD <sub>L1</sub> (%)	RMS <sub>IL4</sub> (A)
a)	0	0
b)	10	0
c)	7	0

En la tabla III.10 se muestra el índice ITDD<sub>L1</sub> (índice de distorsión de la fase 1) en porcentaje y el valor eficaz de la intensidad de neutro (RMS<sub>L4</sub>) en amperios

para el sistema de intensidades de fuente obtenido aplicando (III.71) a la plataforma de simulación presentada en el capítulo I.

Esos dos índices se calculan, para los sistemas de intensidades mostrados en los gráficos de la primera columna de la tabla III.11 que representan las formas de onda trifásicas de las intensidades de fuente obtenidas después de la compensación en cada uno de los casos estudiados: tensiones de alimentación equilibradas sinusoidales, no equilibradas sinusoidales y equilibradas no sinusoidales.

Tabla III.11 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada de la formulación p-q-r en su versión de control por potencia de referencia a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales





La segunda columna de la tabla III.10 muestra que en los tres casos se elimina la intensidad de neutro y que solo en el caso 1 se consiguen intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales. Desde un punto de vista cuantitativo, la estrategia de control por potencia de referencia presenta unos valores para el índice de distorsión aplicado a la fase 1 de la intensidad de fuente,  $ITDD_{L1}$ , en los casos de tensiones de alimentación desequilibradas y sinusoidales y en el de tensiones de alimentación equilibradas y no sinusoidales, del 10% y 7%, respectivamente. Estos resultados se pueden observar en la primera columna de la tabla III.11 donde se aprecia que las formas de onda trifásicas de las intensidades de fuente después de la compensación no son sinusoidales en los casos 2 y 3.

Por otro lado, la segunda columna de la tabla III.11 muestra que, para cualesquiera condiciones de las tensiones de alimentación, se obtienen intensidades de fuente que presentan un factor de desplazamiento unidad.

Tanto con la aplicación del método de Control por Potencia de Referencia como del de Control por Intensidad de Referencia se disminuye considerablemente la distorsión de la intensidad de fuente después de la compensación, aunque los valores de  $ITDD_{L1}$  de la intensidad de fuente son algo menores en el caso de Control por Intensidad de Referencia que en el de Control por Potencia de Referencia. De cualquier forma, con ninguna de las dos estrategias se consiguen intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales si no lo son las tensiones aplicadas. No obstante, en ambos casos se elimina la intensidad de neutro sean cuales sean las condiciones de las tensiones de alimentación. Esto se debe a que la componente del eje r de la intensidad de compensación  $i_{cr}$  toma el valor correspondiente para que esto se cumpla.

En resumen, la formulación p-q-r divide la intensidad en tres componentes, de ellas solo una transporta potencia real instantánea. A partir de ahí, se consideran dos estrategias de compensación. En ambos se postula la compensación completa de la potencia imaginaria instantánea (a la que corresponden las dos componentes de la intensidad que no transportan potencia real instantánea). Respecto de la potencia real instantánea, la estrategia de Control por Potencia de Referencia compensa la parte variable de  $p(t)$ . La otra estrategia, de Compensación por Intensidad de Referencia, compensa directamente la parte variable de la componente de la intensidad que transporta la potencia real instantánea. Con ello, la potencia real instantánea que transporta la intensidad de fuente tiene como promedio la potencia activa consumida por la carga, y la potencia activa transferida por el compensador es nula.

### 3.4 Formulación p-q-r en coordenadas de fase.

La formulación p-q-r proporciona un desarrollo que permite expresar el vector tensión a través de sólo una componente. Esto permite que cada componente del vector intensidad se pueda controlar de forma independiente. No obstante, esta formulación se basa en una laboriosa transformación de coordenadas. En este apartado se va a desarrollar una formulación con las mismas características que la formulación p-q-r, pero en el marco de las coordenadas de fase.

El vector intensidad se va a descomponer en tres vectores perpendiculares entre sí: uno en la dirección del vector tensión  $\vec{e}_p$  (vector unitario, según la dirección y sentido de  $\vec{u}$ ), otro en la dirección del vector unitario  $\vec{e}_q$  (vector tensión ortogonal contenido en el plano 123) y otro en la dirección del vector unitario  $\vec{e}_r$ , perpendicular a los dos anteriores, figura III.8.

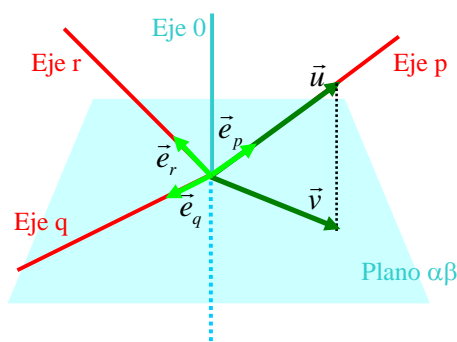


Figura III.8 Vectores unitarios

La componente del vector intensidad en la dirección del vector tensión se puede definir como su proyección en el mismo de la forma:

$$\vec{i}_p = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{u} \vec{e}_p = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{u} \frac{\vec{u}}{u} = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{u^2} \vec{u} \quad (\text{III.72})$$

El vector  $\vec{e}_q$  toma el valor:

$$\vec{e}_q = \frac{\vec{u}_q}{u_q} \quad (\text{III.73})$$

donde  $\vec{u}_q$  es el vector tensión ortogonal introducido en (II.73) del capítulo II, que viene representado por la siguiente expresión:

$$\vec{u}_q = \begin{bmatrix} u_{q1} \\ u_{q2} \\ u_{q3} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} u_3 - u_2 \\ u_1 - u_3 \\ u_2 - u_1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.74})$$

siendo  $u_q$  la norma del vector de su mismo nombre.

El vector tensión ortogonal es perpendicular tanto al vector tensión como al vector tensión de secuencia cero.

La componente del vector intensidad en la dirección de este nuevo vector tensión se define a partir de su proyección sobre  $\vec{u}_q$ :

$$\vec{i}_q = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_q}{u_q} \vec{e}_q = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_q}{u_q} \frac{\vec{u}_q}{u_q} = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_q}{u_q^2} \vec{u}_q \quad (\text{III.75})$$

El vector unitario,  $\vec{e}_r$ , se define a partir de los vectores unitarios anteriores,

$$\vec{e}_r = \frac{\vec{u}_r}{u_r} = \vec{e}_q \wedge \vec{e}_p = \frac{\vec{u}_q \wedge \vec{u}_p}{u_q u_p} \quad (\text{III.76})$$

donde  $\vec{u}_r$ , toma el siguiente valor:

$$\vec{u}_r = u_r \vec{e}_r = u_r \frac{\vec{u}_q \wedge \vec{u}_p}{u_q u_p} \quad (\text{III.77})$$

Este vector es, por su definición, perpendicular al vector tensión y al vector tensión ortogonal.

La componente del vector intensidad en la dirección de este nuevo vector se puede expresar, igual que en los casos anteriores, como la proyección de vector intensidad sobre  $\vec{u}_r$ , de la siguiente forma:

$$\vec{i}_r = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_r}{u_r} \vec{e}_r = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_r}{u_r} \frac{\vec{u}_r}{u_r} = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_r}{u_r^2} \vec{u}_r \quad (\text{III.78})$$

De (III.72), (III.75) y (III.78), el vector intensidad se puede expresar como la suma vectorial de las proyecciones del vector intensidad sobre los vectores unitarios de tensión, figura III.9, según la relación siguiente:

$$\vec{i} = i_p \vec{e}_p + i_q \vec{e}_q + i_r \vec{e}_r = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{u^2} \vec{u} + \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_q}{u_q^2} \vec{u}_q + \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_r}{u_r^2} \vec{u}_r \quad (\text{III.79})$$

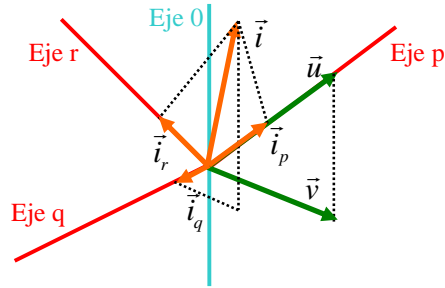


Figura III.9 Descomposición del vector intensidad

A continuación se definen los siguientes términos de potencia instantánea:

Potencia real instantánea:

$$p(t) = \vec{i} \cdot \vec{u} \quad (\text{III.80})$$

Potencia reactiva instantánea del eje r

$$q_r(t) = \vec{i} \cdot \vec{u}_q \quad (\text{III.81})$$

Potencia reactiva instantánea del eje q:

$$q_q(t) = -\vec{i} \cdot \vec{u}_r \quad (\text{III.82})$$

Esta definición de las dos componentes de la potencia reactiva instantánea hace que su vector asociado,  $\vec{q}$ , sea perpendicular a los vectores tensión e intensidad.

Teniendo en cuenta estas definiciones, el vector intensidad toma la expresión siguiente:

$$\vec{i} = \frac{p}{u^2} \vec{u} + \frac{q_r}{u_q^2} \vec{u}_q + \frac{-q_q}{u_r^2} \vec{u}_r \quad (\text{III.83})$$

Con el objetivo de mostrar que la formulación comprendida en (III.83) se corresponde con la formulación presentada por la teoría p-q-r, en lo que sigue

se obtendrá la expresión (III.83) en coordenadas pqr. En primer lugar, se expresará cada vector unitario en las coordenadas  $0\alpha\beta$  y luego se transformarán al sistema pqr. En el sistema  $0\alpha\beta$  los vectores unitarios toman las siguientes expresiones:

$$\bar{e}_u = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}} \begin{bmatrix} u_0 \\ u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}, \quad \bar{e}_q = \frac{1}{u_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} 0 \\ -u_\beta \\ u_\alpha \end{bmatrix}, \quad \bar{e}_r = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}} \left( \frac{1}{u_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} u_{\alpha\beta}^2 \\ -u_0 u_\alpha \\ -u_0 u_\beta \end{bmatrix} \right) \quad (III.84)$$

Esta transformación se ha realizado a partir de las relaciones de transformación de Clarke-Concordia, ecuación (III.40):

Por otro lado, se tiene que la norma de la proyección del vector tensión en el plano  $\alpha\beta$  toma un valor igual a la norma del vector tensión ortogonal:

$$u_{\alpha\beta}^2 = \frac{2}{3} (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_1 u_2 + u_1 u_3 + u_2 u_3) = u_q^2 \quad (III.85)$$

y que la norma del vector tensión es:

$$u_{0\alpha\beta}^2 = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 \quad (III.86)$$

A partir de los valores de los vectores unitarios de tensión en coordenadas  $0\alpha\beta$ , se puede definir el vector intensidad de la siguiente forma:

$$\bar{i} = \frac{p}{u_{0\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_0 \\ u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} + \frac{i_\beta u_\alpha - i_\alpha u_\beta}{u_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} 0 \\ -u_\beta \\ u_\alpha \end{bmatrix} + \frac{i_0 u_{\alpha\beta}^2 - i_\alpha u_\alpha u_0 - i_\beta u_\beta u_0}{u_{0\alpha\beta}^2 u_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_{\alpha\beta}^2 \\ -u_0 u_\alpha \\ -u_0 u_\beta \end{bmatrix} \quad (III.87)$$

Este vector intensidad se puede expresar ahora en coordenadas pqr a partir de la matriz de transformación presentada en (III.44) y que se vuelve a relacionar,

$$\begin{bmatrix} i_p \\ i_q \\ i_r \end{bmatrix} = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}} \begin{bmatrix} u_0 & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -\frac{u_{0\alpha\beta} u_\beta}{u_{\alpha\beta}} & \frac{u_{0\alpha\beta} u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} \\ u_{\alpha\beta} & -\frac{u_0 u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} & -\frac{u_0 u_\beta}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (III.88)$$

En lo que sigue, con ayuda de (III.88), se obtienen las componentes de intensidad de (III.87) en coordenadas pqr. Así para el primer término de (III.87), o componente p de la intensidad,  $\vec{i}_p$ :

$$i_{p[pqr]} = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}} \begin{bmatrix} u_0 & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -\frac{u_{0\alpha\beta}u_\beta}{u_{\alpha\beta}} & \frac{u_{0\alpha\beta}u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} \\ u_{\alpha\beta} & -\frac{u_0u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} & -\frac{u_0u_\beta}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} \frac{p}{u_{0\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_0 \\ u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \frac{p}{u_{0\alpha\beta}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.89})$$

La componente de intensidad en la dirección  $\vec{e}_q$  toma la siguiente expresión:

$$i_{q[pqr]} = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}} \begin{bmatrix} u_0 & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -\frac{u_{0\alpha\beta}u_\beta}{u_{\alpha\beta}} & \frac{u_{0\alpha\beta}u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} \\ u_{\alpha\beta} & -\frac{u_0u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} & -\frac{u_0u_\beta}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} \frac{q_r}{u_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} 0 \\ -u_\beta \\ u_\alpha \end{bmatrix} = \frac{q_r}{u_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.90})$$

La componente en la dirección  $\vec{e}_r$  se expresa como:

$$i_{r[pqr]} = -\frac{1}{u_{0\alpha\beta}} \begin{bmatrix} u_0 & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -\frac{u_{0\alpha\beta}u_\beta}{u_{\alpha\beta}} & \frac{u_{0\alpha\beta}u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} \\ u_{\alpha\beta} & -\frac{u_0u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} & -\frac{u_0u_\beta}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} \frac{q_q}{u_{0\alpha\beta}^2} \frac{1}{u_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} u_{\alpha\beta}^2 \\ -u_0u_\alpha \\ -u_0u_\beta \end{bmatrix} = -\frac{q_q}{u_{0\alpha\beta}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.91})$$

La agrupación de todas las componentes, permite obtener la expresión matricial de la intensidad:

$$\begin{bmatrix} i_p \\ i_q \\ i_r \end{bmatrix} = \frac{1}{u_p} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q_r \\ q_q \end{bmatrix} \quad (\text{III.92})$$

que es idéntica a (III.52).

En resumen, en este capítulo se han presentado las formulaciones de la potencia reactiva instantánea que basan su desarrollo en sistemas de coordenadas rotativos. Así, se obtuvo la transformación de Park para su utilización en el análisis de sistemas trifásicos de cuatro conductores. En coordenadas  $0dq$ , el vector intensidad se descompone, a su vez, en dos componentes mediante las cuales se determina la estrategia de compensación asociada a la formulación  $d-q$ . En sistemas equilibrados sinusoidales, el sistema rotativo gira a la misma velocidad que el vector tensión. En otro caso, la velocidad de giro del vector tensión está influida por los términos armónicos y de secuencia inversa.

Este hecho propicia el desarrollo de otra formulación distinta: el método  $i_d-i_q$ , desarrollado también en un sistema de coordenadas rotativo cuya velocidad angular es igual a la del vector tensión sin componente de secuencia cero, de forma que el eje  $d$  del sistema de coordenadas gira de forma solidaria con él. En este nuevo sistema de coordenadas, la componente  $q$  del vector tensión es nula. También esta formulación descompone el vector intensidad en dos partes determinadas por la estrategia de compensación.

El siguiente paso es la presentación de la formulación  $p-q-r$ , en la que uno de los ejes del sistema de referencia rotativo es solidario al vector tensión y no a su proyección sobre el plano  $\alpha\beta$  como en el caso de la formulación anterior. Ahora el vector tensión tiene una sola componente no nula y cada componente del vector intensidad se puede controlar de forma independiente de las demás.

El capítulo finaliza con la presentación de un enfoque alternativo en el que se demuestra que es posible obtener los mismos resultados que en la formulación  $p-q-r$  sin la necesidad de la doble transformación de coordenadas que conlleva aquella en su enfoque original. Para ello se definen tres vectores unitarios, uno en la dirección del vector tensión, otro en la dirección del vector tensión ortogonal y un tercero ortogonal a ambos. El vector intensidad se descompone en tres vectores (coincidentes con las componentes del vector intensidad en la formulación  $p-q-r$ ), cada uno en la dirección de uno de los vectores unitarios anteriores. En este nuevo marco se puede definir la estrategia de control correspondiente a cualquier objetivo de compensación.

# Capítulo IV

## **Estudio comparativo de las distintas formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea**

En los capítulos anteriores se han presentado las distintas formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea y los resultados obtenidos al aplicar las estrategias de control derivadas de las mismas a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores.

En la primera sección de este capítulo se presentan las similitudes y las diferencias existentes entre las distintas formulaciones. En general, los objetivos planteados por cada formulación en el momento de su desarrollo pueden conseguirse también a partir de las demás realizando ciertas modificaciones en el proceso de obtención de la estrategia de control. En la sección de relaciones entre las distintas formulaciones se constatan los rasgos que asemejan unas a otras.

En la segunda sección se agrupan las estrategias de control derivadas de las formulaciones más representativas de cada capítulo. Se presentan las formas de onda obtenidas en las simulaciones de aplicación de las mismas y, a partir de ellas, se calculan los índices presentados en el capítulo I que se tabulan y se muestran de forma gráfica. Todo ello permite la realización de un estudio



comparativo que constata las bondades de cada estrategia, en función del objetivo que persigue cada una de ellas y en qué grado es conseguido. Además de comparar el nivel de desequilibrio y distorsión que presentan las distintas formas de onda, se evalúa también la existencia o no de intensidad de neutro, el factor de desplazamiento, la potencia activa intercambiada por el compensador y la potencia nominal del compensador activo.

Por último se presentan los resultados obtenidos en la aplicación de las estrategias de control al sistema de compensación experimental presentado en el capítulo I. Se elabora asimismo un estudio comparativo de estos resultados en la misma línea que el realizado con los resultados de simulación.

## 4.1 Relaciones entre las distintas estrategias

En esta sección se presentan las similitudes y diferencias existentes entre las estrategias derivadas de las formulaciones presentadas en los capítulos anteriores. Se analiza la formulación p-q original frente a la p-q modificada, a la vectorial, a la d-q y a la p-q-r. Además, se demuestra que la formulación d-q y la p-q-r en su versión control por intensidad de referencia son, en realidad, la misma.

### 4.1.1 Formulación p-q y formulación p-q modificada

A continuación se presentan las similitudes y diferencias entre las estrategias de control derivadas de las formulaciones p-q y p-q modificada de la teoría de la potencia reactiva instantánea. Así, la formulación p-q presenta como objetivo de compensación en su origen la obtención de una potencia instantánea constante de fuente. Los resultados fueron satisfactorios en los sistemas trifásicos de tres conductores e incluso en sistemas de cuatro conductores con tensiones aplicadas equilibradas y sinusoidales. La estrategia de control que la representa es la mostrada en la ecuación (II.38), que se repite por comodidad en (IV.1):

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{u_0 u_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & u_0 u_\alpha & -u_0 u_\beta \\ 0 & u_0 u_\beta & u_0 u_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ \tilde{p}_{\alpha\beta} - P_0 \\ q_{\alpha\beta} \end{bmatrix} \quad \text{donde } u_{\alpha\beta}^2 = u_\alpha^2 + u_\beta^2 \quad (\text{IV.1})$$

Durante los años posteriores a la aparición de la formulación p-q original, los desarrollos para sistemas de cuatro conductores fueron gradualmente

imponiéndose a los tres, lo que hizo que fuera cobrando importancia el desarrollo de la formulación para sistemas de cuatro conductores, y con ello la problemática del dimensionado del conductor de neutro en cargas no lineales. El continuo interés por la eficiencia energética de instalaciones que incluían cargas electrónicas, llevaron al desarrollo de otras formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea como se ha mostrado a lo largo de este trabajo. En concreto se desarrolló la teoría p-q modificada, en la que el objetivo de compensación es el mismo que en la p-q (potencia instantánea constante después de la compensación), pero según un cálculo de la intensidad de compensación que se basa en un procedimiento matemático diferente. La estrategia de control que la representa es la mostrada en la ecuación (II.131), que se presenta de nuevo en (IV.2):

$$\begin{bmatrix} i_{c0} \\ i_{c\alpha} \\ i_{c\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_0 & 0 & u_\beta & -u_\alpha \\ u_\alpha & -u_\beta & 0 & u_0 \\ u_\beta & u_\alpha & -u_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}(t) \\ q_{L0}(t) \\ q_{L\alpha}(t) \\ q_{L\beta}(t) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.2})$$

A lo largo de las dos últimas décadas se han publicado algunos trabajos que comparan ambas formulaciones, [110], [113], [149]. A continuación se comparan brevemente las formulaciones en cuatro casos: cuando existen tanto componente de secuencia cero de tensión como de intensidad, cuando no existe componente de secuencia cero ni de tensión ni de intensidad, cuando sólo existe componente de secuencia cero de intensidad y cuando sólo existe componente de secuencia cero de tensión. En todos estos casos se analizan las relaciones entre las potencias definidas en cada una de las formulaciones y se explica el tratamiento que se le da a la componente de secuencia cero.

### **A. Caso de $u_0 \neq 0$ e $i_0 \neq 0$ .**

Este es el caso más general de un sistema trifásico de cuatro conductores en el que la intensidad de neutro no es nula y existe componente de secuencia cero de tensión.

Respecto del flujo de potencias basado en la formulación p-q, éste considera el circuito de secuencia cero como monofásico e independiente de los circuitos de las fases  $\alpha$  y  $\beta$ , de forma análoga al tratamiento que se realiza en el método de las componentes simétricas, donde la componente homopolar se considera, en un circuito monofásico independiente de aquellos de las secuencias directa e inversa.

En un circuito monofásico es posible definir la potencia activa instantánea como el producto de la tensión y de la intensidad instantánea. Si embargo, no es posible definir una potencia imaginaria instantánea. Por ello, en la teoría p-q se trata la intensidad de secuencia cero como intensidad activa y se considera que no existe intensidad reactiva de secuencia cero en el circuito correspondiente a la secuencia de fase cero.

La suma de las potencias reactivas instantáneas en los ejes  $\alpha$  y  $\beta$  es siempre cero. Esto significa que dichas potencias no contribuyen a la transferencia global de potencia en el circuito  $\alpha\beta$ . Sin embargo, la potencia reactiva del eje  $\alpha$  contribuye a la transferencia de energía en el circuito  $\alpha$  y la potencia reactiva del eje  $\beta$  contribuye a la transferencia de energía en el circuito  $\beta$ .

En la formulación p-q modificada, el flujo de potencias se trata de manera idéntica en los circuitos de las fases 0,  $\alpha$  y  $\beta$ . Esto implica que la intensidad de secuencia cero se puede dividir en una parte activa y otra reactiva. Sin embargo, la potencia reactiva instantánea en esta formulación, como en la original, no es efectivamente intercambiada entre fuente y carga sino que circula entre las distintas fases. O sea,  $q_0$ ,  $q_\alpha$  y  $q_\beta$  no contribuyen a la transferencia de energía entre fuente y carga.

Teniendo en cuenta las definiciones de los términos de potencia en cada formulación, la potencia de secuencia cero en la formulación p-q se expresa en función de los términos de potencia en la formulación p-q modificada de la siguiente forma (combinación de las ecuaciones (II.14) y (II.99)):

$$p_0 = \frac{u_0^2}{u_{0\alpha\beta}^2} p + \frac{u_0}{u_{0\alpha\beta}^2} (u_\beta q_\alpha - u_\alpha q_\beta) \quad (\text{IV.3})$$

La potencia real instantánea de los ejes  $\alpha\beta$  se expresa como, combinación de (II.14), (II.100) y (II.101):

$$p_{\alpha\beta} = \left(1 - \frac{u_0^2}{u_{0\alpha\beta}^2}\right) p - \frac{u_0}{u_{0\alpha\beta}^2} (u_\beta q_\alpha - u_\alpha q_\beta) \quad (\text{IV.4})$$

La potencia imaginaria instantánea de la formulación p-q se expresa en función de los términos de potencia de la formulación p-q modificada de la siguiente forma, combinación de (II.14), (II.100) y (II.101):

$$q_{\alpha\beta} = q_0 \quad (\text{IV.5})$$

Y, por último, también se cumple que:

$$p_0 + p_{\alpha\beta} = p \quad (\text{IV.6})$$

### B. Caso de $u_0=0$ e $i_0=0$ .

Estas características representan a un sistema trifásico de tres conductores en el que la tensión no tiene componente de secuencia cero. Así, sustituyendo  $u_0=i_0=0$  en las respectivas ecuaciones de transformación de cada teoría, (IV.3)-(IV.6), de la primera obtenemos  $p_0=0$  y de la segunda  $q_\alpha=q_\beta=0$ ,  $p_{\alpha\beta}=p$  y  $q_{\alpha\beta}=q_0$ . Con ello, la matriz de transformación de la formulación p-q modificada quedaría:

$$\begin{bmatrix} p_{\alpha\beta} \\ q_{\alpha\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_\alpha & u_\beta \\ -u_\beta & u_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{IV.7})$$

que es idéntica a la presentada por la formulación p-q original.

De esta forma, la formulación p-q original es igual que la p-q modificada en un sistema trifásico de tres conductores sin tensión de secuencia cero.

### C. Caso de $u_0=0$ e $i_0 \neq 0$ .

Estas condiciones representan a un sistema trifásico de cuatro conductores en el que la intensidad de neutro es no nula. En este caso, la restricción de  $u_0=0$  hace que  $p_0=0$ , así que no hay diferencia entre el flujo de potencias de las dos formulaciones y por tanto, las matrices de transformación de ambas formulaciones quedan expresadas como en el caso en que las componentes de secuencia cero de tensión e intensidad son nulas. Esto implica que  $i_{\alpha p}$  e  $i_{\alpha q}$  en la formulación p-q son idénticas a las definidas por la formulación p-q modificada. De igual forma ocurre con las componentes de intensidad en el eje  $\beta$ .

A pesar de todas esas semejanzas entre las dos formulaciones, la interpretación de  $i_0$  es diferente en cada una de ellas. Como  $u_0=0$ ,  $p_0$  es siempre cero sea cual sea  $i_0$ . La formulación p-q establece que  $i_0$  es simplemente la intensidad instantánea en el circuito de secuencia cero. Por otro lado, la formulación p-q modificada divide  $i_0$  en  $i_{0p}$  e  $i_{0q}$ . Como  $u_0=0$ ,  $i_{0p}$  también lo es, con lo que  $i_0=i_{0q}$ . Por ello, esta formulación mantiene que en estas condiciones  $i_0$  es una intensidad reactiva instantánea.

### D. Caso de $u_0 \neq 0$ e $i_0 = 0$ .

Estas condiciones representan a un sistema trifásico de tres conductores en el que la tensión comprende una componente de secuencia cero. En este caso, según la formulación p-q, si  $i_0 = 0$ ,  $p_0 = 0$  y  $p_{\alpha\beta}$  y  $q_{\alpha\beta}$  son, respectivamente, la potencia instantánea total y la potencia imaginaria instantánea total. Este hecho es consecuencia de que esta formulación trata el circuito de secuencia cero como un circuito independiente de los demás. En cambio, la formulación p-q modificada divide la componente de secuencia cero de la intensidad en dos partes: una activa y otra reactiva. En este caso, su suma es nula:

$$i_0 = i_{0p} + i_{0q} = 0 \quad (\text{IV.8})$$

Pero no tienen que ser nulas cada una de esas componentes por separado:

$$i_{0p} = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}^2} u_0 (u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta) = -i_{0q} \quad (\text{IV.9})$$

Así, aunque en sistemas de tres conductores no puede existir intensidad de neutro, en la formulación p-q modificada se consideran dos componentes de secuencia cero de la intensidad (una activa y otra reactiva) en sistemas en que la tensión presente una componente de secuencia cero no nula, con la condición de que se anulen entre sí.

#### 4.1.2 Formulación p-q y formulación vectorial

Se analiza en esta sección la estrategia de control derivada de la formulación vectorial, estableciendo las similitudes y diferencias con aquella derivada de la estrategia de compensación de la formulación p-q.

La estrategia de compensación derivada de la formulación vectorial se desarrolló en la sección 2.1.3 del capítulo II, conceptualmente se resume en la relación vectorial siguiente:

$$\vec{i}_c = \vec{i}_L - \frac{P}{V^2} \vec{v} \quad (\text{IV.10})$$

En esta formulación se define la componente de secuencia cero del vector tensión como:

$$v_0(t) = \frac{u_1 + u_2 + u_3}{\sqrt{3}} \quad (\text{IV.11})$$

que es equivalente a la componente de secuencia cero definida en la formulación p-q.

Por tanto, la potencia real instantánea requerida por la carga se divide, según la formulación vectorial, en dos componentes: potencia real instantánea de secuencia cero (equivalente a la  $p_0(t)$  en la formulación p-q) y potencia real instantánea sin componente de secuencia cero,  $p_v(t)$ , (equivalente a la  $p_{\alpha\beta}(t)$  en la formulación p-q):

$$\vec{u} \cdot \vec{i}(t) = p(t) = \vec{v}_0(t) \cdot \vec{i}(t) + \vec{v}(t) \cdot \vec{i}(t) = p_0(t) + p_v(t) \quad (\text{IV.12})$$

Por otro lado, la formulación vectorial define una potencia imaginaria instantánea como el producto escalar del vector intensidad y el vector tensión ortogonal. El vector tensión ortogonal en coordenadas  $0\alpha\beta$  toma la expresión:

$$\vec{u}_q = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -u_\beta \\ u_\alpha \end{bmatrix} \quad (\text{IV.13})$$

La potencia imaginaria instantánea definida por la formulación vectorial, trasladada al sistema  $0\alpha\beta$ , toma la siguiente expresión:

$$q(t) = \vec{i}^t \cdot \vec{u}_q = \begin{bmatrix} i_0 & i_\alpha & i_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -u_\beta \\ u_\alpha \end{bmatrix} = i_\beta u_\alpha - i_\alpha u_\beta \quad (\text{IV.14})$$

que coincide con la potencia imaginaria instantánea definida en la formulación p-q.

### 4.1.3 Formulación p-q y formulación d-q

A continuación se presenta un resumen de las similitudes entre las formulaciones p-q y d-q de la teoría de la potencia reactiva instantánea.

La formulación d-q se desarrolla en un sistema de referencia rotativo que se obtiene mediante una transformación de coordenadas adicional a la que caracteriza la formulación p-q (de coordenadas de fase a coordenadas  $0\alpha\beta$ ). O sea, una vez se tienen los vectores tensión e intensidad en el sistema  $0\alpha\beta$ , se realiza una transformación de dichas magnitudes al sistema  $0dq$  que rota respecto del anterior. El valor de la velocidad de giro determina distintas estrategias de compensación.

- Si se considera una velocidad constante se obtienen los resultados presentados en la primera parte del capítulo III denominada genéricamente formulación d-q. Su estrategia de control viene dada por:

$$\begin{bmatrix} i_{c1} \\ i_{c2} \\ i_{c3} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta-120) & -\text{sen}(\theta-120) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta+120) & -\text{sen}(\theta+120) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0(t) \\ \tilde{i}_d(t) \\ \tilde{i}_q(t) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.15})$$

- Si se considera que la velocidad de giro varía de forma que el eje d se mantiene siempre en la misma dirección que la proyección del vector tensión sobre el plano  $\alpha\beta$  se obtienen los resultados presentados en el capítulo III denominado método  $i_d-i_q$ . Su estrategia de control viene representada por:

$$\begin{bmatrix} i_{c0} \\ i_{c\alpha} \\ i_{c\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{u_\alpha^2 + u_\beta^2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -u_\beta & u_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L0} \\ \tilde{i}_{Ld} \\ i_{Lq} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.16})$$

Las dos formulaciones, p-q y d-q persiguen la eliminación de la intensidad de neutro. A parte de esto, cada formulación hace un planteamiento distinto: la teoría p-q desarrolla una estrategia de control basada en la compensación de potencias con el objetivo de conseguir que la potencia instantánea tome un valor constante; la formulación d-q desarrolla una estrategia de control basada en la compensación de componentes de la intensidad con el objetivo de conseguir una intensidad de fuente equilibrada y sinusoidal.

#### 4.1.4 Formulación d-q y formulación p-q-r

La formulación p-q-r efectúa una ulterior transformación de coordenadas a aquella definida en el método  $i_d-i_q$ . En las formulaciones p-q y d-q y en el método  $i_d-i_q$  el eje de secuencia cero es común y se trata de forma diferente a los otros dos ejes del sistema. Por otro lado, la formulación p-q-r hace coincidir uno de los ejes con el vector tensión. Esto permite que la expresión de dicho vector en el nuevo sistema de coordenadas p-q-r sólo tenga una componente distinta de cero. El segundo eje de este nuevo sistema de coordenadas está contenido en el plano  $\alpha\beta$  y es perpendicular a p. Así, este segundo eje de la formulación p-q-r coincide con el eje q del método  $i_d-i_q$ . El tercer eje de la formulación p-q-r es perpendicular a p y a q. Esta teoría presenta dos estrategias de control diferenciadas:

- Control por Intensidad de Referencia:

$$\begin{bmatrix} i_{cp} \\ i_{cq} \\ i_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{i}_{Lp} \\ i_{Lq} \\ i_{Lr} + \frac{\tilde{i}_{Lp} u_0}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.17})$$

- Control por Potencia de Referencia:

$$\begin{bmatrix} i_{cp} \\ i_{cq} \\ i_{cr} \end{bmatrix} = \frac{1}{u_p} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p} \\ q_{Lr} \\ q_{Lq} + \frac{u_0}{u_{\alpha\beta}} \text{val}(\bar{p}_{Lu}) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.18})$$

Respecto de la estrategia derivada del método de control por intensidad de referencia, se impone una intensidad de fuente igual a la proyección del vector intensidad de carga sobre el vector tensión. Con esto, se compensa la componente q de la intensidad. Además, se anula la componente de secuencia cero de la intensidad de fuente a través de una relación que haga que la componente r de la intensidad de compensación tome el valor conveniente, ya determinado en el capítulo III:

$$i_r = -\text{val}(i_p) \frac{u_0}{v} \quad (\text{IV.19})$$



Este objetivo de compensación es equivalente al que impone el método  $i_d$ - $i_q$ : la intensidad de fuente debe ser igual a la proyección del vector intensidad de carga sobre el vector tensión sin componente de secuencia cero. Así, la estrategia de compensación derivada del método  $i_d$ - $i_q$  es, ecuación (III.39):

$$\begin{bmatrix} i_{C0} \\ i_{C\alpha} \\ i_{C\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{u_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} u_{\alpha\beta} & 0 & 0 \\ 0 & u_\alpha & -u_\beta \\ 0 & u_\beta & u_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L0} \\ \tilde{i}_{Ld} \\ i_{Lq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{L0} \\ \frac{\tilde{i}_{Ld}u_\alpha - i_{Lq}u_\beta}{u_{\alpha\beta}} \\ \frac{\tilde{i}_{Ld}u_\beta + i_{Lq}u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} \quad (IV.20)$$

Si se transforma esta expresión al sistema de coordenadas pqr se obtiene el siguiente resultado:

$$\begin{bmatrix} i_{Cp} \\ i_{Cq} \\ i_{Cr} \end{bmatrix} = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}} \begin{bmatrix} u_0 & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -\frac{u_{0\alpha\beta}u_\beta}{u_{\alpha\beta}} & \frac{u_{0\alpha\beta}u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} \\ u_{\alpha\beta} & -\frac{u_0u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} & -\frac{u_0u_\beta}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L0} \\ \frac{\tilde{i}_{Ld}u_\alpha - i_{Lq}u_\beta}{u_{\alpha\beta}} \\ \frac{\tilde{i}_{Ld}u_\beta + i_{Lq}u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{u_0i_0 + \tilde{i}_{Ld}u_{\alpha\beta}}{u_{0\alpha\beta}} \\ i_q \\ \frac{u_{\alpha\beta}i_0 - \tilde{i}_{Ld}u_0}{u_{0\alpha\beta}} \end{bmatrix} \quad (IV.21)$$

Por otro lado, según el balance de potencias:

$$u_{0\alpha\beta}i_p = u_0i_0 + u_{\alpha\beta}i_d = u_0i_0 + u_{\alpha\beta}\bar{i}_d + u_{\alpha\beta}\tilde{i}_d = u_{0\alpha\beta}\bar{i}_p + u_{0\alpha\beta}\tilde{i}_p \quad (IV.22)$$

Si se tiene en cuenta que las partes constantes de las componentes d y p de la intensidad contienen al armónico fundamental de secuencia directa de la intensidad, se tiene que:

$$u_{0\alpha\beta}\bar{i}_p = u_{\alpha\beta}\bar{i}_d \quad (IV.23)$$

Sustituyendo (IV.22) y (IV.23) en (IV.21), la intensidad de compensación del método  $i_d$ - $i_q$  en coordenadas pqr toma la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} i_{Cp} \\ i_{Cq} \\ i_{Cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{u_0 i_0 + \tilde{i}_{Ld} u_{\alpha\beta}}{u_{0\alpha\beta}} \\ i_q \\ \frac{u_{\alpha\beta} i_0 - \tilde{i}_{Ld} u_0}{u_{0\alpha\beta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{i}_{Lp} \\ i_{Lq} \\ \frac{u_{\alpha\beta} i_0 - \tilde{i}_{Ld} u_0}{u_{0\alpha\beta}} + \frac{u_0}{u_{\alpha\beta}} \bar{i}_p \end{bmatrix} \quad (IV.24)$$

Para finalizar este análisis, se va a comprobar que el primer término de la componente r en la ecuación (IV.24) no es otra que  $i_{Lr}$ . En efecto, la componente de secuencia cero de la intensidad se puede expresar de la forma:

$$i_0 = i_{r0} + i_{p0} \quad (IV.25)$$

Sabiendo que el ángulo que forma  $i_r$  con  $i_{r0}$  es igual al que forma el vector tensión con el vector tensión sin secuencia cero y el que forma  $i_p$  con  $i_{p0}$  igual al que forma el vector tensión con el vector tensión de secuencia cero, se tiene que:

$$i_{r0} = \frac{u_{\alpha\beta}}{u_{0\alpha\beta}} i_r = i_0 - i_{p0} = i_0 - i_p \frac{u_0}{u_{0\alpha\beta}} \quad (IV.26)$$

De donde:

$$i_r = \frac{i_0 u_{0\alpha\beta} - i_p u_0}{u_{\alpha\beta}} \quad (IV.27)$$

Con eso, la ecuación (IV.24) toma la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} i_{Cp} \\ i_{Cq} \\ i_{Cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{u_0 i_0 + \tilde{i}_{Ld} u_{\alpha\beta}}{u_{0\alpha\beta}} \\ i_q \\ \frac{u_{\alpha\beta} i_0 - \tilde{i}_{Ld} u_0}{u_{0\alpha\beta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{i}_{Lp} \\ i_{Lq} \\ i_{Lr} + \frac{u_0}{u_{\alpha\beta}} \bar{i}_p \end{bmatrix} \quad (IV.28)$$

Así, la intensidad de compensación correspondiente al método  $i_d$ - $i_q$  en coordenadas pqr toma un valor exactamente igual al presentado por la formulación p-q-r en su versión de control por intensidad de referencia, ecuación (III.69).

#### 4.1.5 Formulación p-q y formulación p-q-r

A continuación se analiza la estrategia de control derivada de la formulación p-q-r en su versión de control por potencia de referencia y se compara con la estrategia derivada de la formulación p-q, llegándose a la conclusión de que ambas son la misma.

Así, en ambos casos se quiere compensar la parte variable con el tiempo de la potencia real instantánea definida como el producto escalar de los vectores tensión e intensidad (una en el sistema pqr y la otra en el  $0\alpha\beta$ ). Asimismo, en ambas se pretende anular, además, la componente de secuencia cero de la intensidad de fuente. En el caso de la formulación p-q esto se hace de forma explícita y en el caso de la formulación p-q-r se logra imponiendo el valor adecuado a la componente r de la intensidad de compensación, (IV.19). De hecho, la estrategia de control derivada de la formulación p-q es la siguiente, ecuación (IV.1):

$$\begin{bmatrix} i_{C0} \\ i_{C\alpha} \\ i_{C\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{u_0 u_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & u_0 u_\alpha & -u_0 u_\beta \\ 0 & u_0 u_\beta & u_0 u_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{L0} \\ \tilde{P}_{L\alpha\beta} - P_{L0} \\ q_{L\alpha\beta} \end{bmatrix} \quad (IV.29)$$

La intensidad de fuente toma entonces la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} i_{S0} \\ i_{S\alpha} \\ i_{S\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{L0} \\ i_{L\alpha} \\ i_{L\beta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{C0} \\ i_{C\alpha} \\ i_{C\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{u_0 u_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} u_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & u_0 u_\alpha & -u_0 u_\beta \\ 0 & u_0 u_\beta & u_0 u_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ P_L \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{P_L u_\alpha}{u_{\alpha\beta}^2} \\ \frac{P_L u_\beta}{u_{\alpha\beta}^2} \end{bmatrix} \quad (IV.30)$$

La transformación a componentes pqr de esta intensidad proporciona la relación:

$$\begin{bmatrix} i_{Sp} \\ i_{Sq} \\ i_{Sr} \end{bmatrix} = \frac{1}{u_{0\alpha\beta}} \begin{bmatrix} u_0 & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -\frac{u_{0\alpha\beta}u_\beta}{u_{\alpha\beta}} & \frac{u_{0\alpha\beta}u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} \\ u_{\alpha\beta} & -\frac{u_0u_\alpha}{u_{\alpha\beta}} & -\frac{u_0u_\beta}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{P_L u_\alpha}{u_{\alpha\beta}^2} \\ \frac{P_L u_\beta}{u_{\alpha\beta}^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{P_L}{u_{0\alpha\beta}} \\ 0 \\ -\frac{P_L u_0}{u_{\alpha\beta} u_{0\alpha\beta}} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.31})$$

Y la intensidad de compensación la expresión:

$$\begin{bmatrix} i_{Cp} \\ i_{Cq} \\ i_{Cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{Lp} \\ i_{Lq} \\ i_{Lr} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{Sp} \\ i_{Sq} \\ i_{Sr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\tilde{p}_L}{u_{0\alpha\beta}} \\ \frac{q_{Lr}}{u_{0\alpha\beta}} \\ \frac{q_{Lq} + \frac{\tilde{p}_L u_0}{u_{\alpha\beta}}}{u_{0\alpha\beta}} \end{bmatrix} = \frac{1}{u_p} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_L \\ q_{Lr} \\ q_{Lq} + \frac{\tilde{p}_L u_0}{u_{\alpha\beta}} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.32})$$

que coincide con la estrategia de compensación presentada en la ecuación (IV.18) que a su vez representa el método de control por potencia de referencia de la formulación p-q-r.

## 4.2 Análisis comparativo de los resultados obtenidos en la aplicación de las distintas estrategias de compensación

Este estudio comparativo se divide en dos partes. Por un lado se analizan los resultados obtenidos al aplicar las estrategias de compensación derivadas de las formulaciones más representativas de la teoría de la potencia reactiva instantánea a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores mediante la plataforma de simulación presentada en el capítulo I. Por otro lado, se analizan los resultados obtenidos aplicando estas estrategias al prototipo experimental presentado también en el capítulo I.

La tabla IV.1 presenta a modo de resumen las estrategias de control deducidas de las formulaciones más representativas de la teoría de la potencia reactiva instantánea, que son las que se utilizan en este estudio comparativo. A lo largo de este capítulo E1 hace referencia a la estrategia de control derivada de la formulación p-q según su desarrollo original, E2 a la derivada de la p-q modificada, E3 a la del método  $i_d$ - $i_q$ , E4 a la de la

formulación p-q-r control por potencia de referencia y E5 a la estrategia de control derivada de la formulación vectorial.

Tabla IV.1 Estrategias de control derivadas de las formulaciones más representativas de la teoría de la potencia reactiva instantánea.

	Estrategia de control	Intensidad de neutro
E1. Formulación p-q	$\begin{bmatrix} i_{c0} \\ i_{c\alpha} \\ i_{c\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{e_0 e_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} e_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & e_0 e_\alpha & -e_0 e_\beta \\ 0 & e_0 e_\beta & e_0 e_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{L0}(t) \\ \tilde{p}_{L\alpha\beta}(t) - P_{L0} \\ q_{L\alpha\beta}(t) \end{bmatrix}$	$i_N(t) = 0$
E2. Formulación p-q modificada	$\begin{bmatrix} i_{c0} \\ i_{c\alpha} \\ i_{c\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{e_0^2 e_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} e_0 & 0 & e_\beta & -e_\alpha \\ e_\alpha & -e_\beta & 0 & e_0 \\ e_\beta & e_\alpha & -e_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}(t) \\ q_{L0}(t) \\ q_{L\alpha}(t) \\ q_{L\beta}(t) \end{bmatrix}$	$i_N(t) \neq 0$
E3. Método $i_d$ - $i_q$ o formulación p-q-r control por intensidad de referencia	$\begin{bmatrix} i_{c0} \\ i_{c\alpha} \\ i_{c\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{u_\alpha^2 + u_\beta^2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & u_\alpha & u_\beta \\ 0 & -u_\beta & u_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L0} \\ \tilde{i}_{Ld} \\ i_{Lq} \end{bmatrix}$	$i_N(t) = 0$
E4. Formulación p-q-r, control por potencia de referencia	$\begin{bmatrix} i_{cp} \\ i_{cq} \\ i_{cr} \end{bmatrix} = \frac{1}{e_p} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_u \\ q_{Lr} \\ q_{Lq} + \frac{e_0}{e_{\alpha\beta}} \text{val}(\tilde{p}_{Lu}) \end{bmatrix}$	$i_N(t) = 0$
E5. Formulación vectorial	$\vec{i}_c = \vec{i} - \frac{P_L}{V^2} \vec{v}$	$i_N(t) = 0$

En cada una de ellas, además de las formas de onda, se presentan los índices de calidad de la potencia eléctrica definidos en el capítulo I calculados para los resultados obtenidos: índice de distorsión monofásico (tanto por uno), intensidad de neutro (A), índice trifásico de distorsión de demanda total, (tanto por uno), índice trifásico de distorsión de demanda total ponderado, (tanto por uno) e índice de desequilibrio total (tanto por uno).

Estos índices se presentan para su visualización, en formato de barras distinguiendo los resultados obtenidos en cada uno de los casos estudiados. También se presentan estos índices en forma de tablas.

Esta parte del estudio basada en el cálculo de unos índices determinados para valorar la distorsión armónica se realiza tanto para los resultados de simulación como para los resultados experimentales.

## 4.2.1 Resultados de simulación del estudio comparativo

### 4.2.1.1 Presentación de las formas de onda

La tabla IV.2 muestra las formas de onda trifásicas de la intensidad de fuente para cada uno de los casos estudiados: caso 1 de tensiones de fuente equilibradas y sinusoidales, caso 2 de tensiones de fuente desequilibradas y sinusoidales y caso 3 de tensiones de fuente equilibradas y no sinusoidales. La primera fila presenta la forma de onda de las tensiones en cada uno de los casos. La segunda fila presenta la forma de onda de las intensidades trifásicas suministradas por la fuente antes de la compensación (intensidad consumida por la carga).

Se observa en el primer caso la influencia del desequilibrio en la intensidad de carga, en el segundo caso el desequilibrio de la intensidad se debe tanto a la asimetría de la carga como al desequilibrio de la tensión de alimentación. En el tercer caso los dos fenómenos simultáneos que refleja la intensidad de carga son su desequilibrio y la distorsión de la tensión de alimentación.

A continuación, todas las filas presentan las formas de onda de la intensidad trifásica de fuente después de la compensación aplicando las siguientes estrategias en cada uno de los casos: formulación p-q, formulación p-q modificada, método  $i_d$ - $i_q$  o formulación p-q-r en su variante de control por intensidad de referencia, formulación p-q-r en su variante de control por potencia de referencia y formulación vectorial de la potencia reactiva instantánea.

La tabla IV.2 muestra que todas las formulaciones consiguen intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales en el caso de que las tensiones también lo sean. En el caso 2, sólo la formulación vectorial consigue intensidades de fuente sinusoidales aunque no equilibradas. Las demás estrategias, aunque disminuyen en gran parte la distorsión de las intensidades de fuente, no consiguen que sean sinusoidales. De cualquier forma, la estrategia derivada de la formulación p-q-r versión control por intensidad de referencia o del método  $i_d$ - $i_q$  es la que obtiene la forma de onda con el menor grado de distorsión.

Tabla IV.2 Formas de onda trifásicas de tensiones e intensidades de fuente antes y después de la compensación aplicando las estrategias presentadas en la tabla 4.I, tensiones en voltios, intensidades en amperios. Se presentan dos periodos en el eje de abscisas

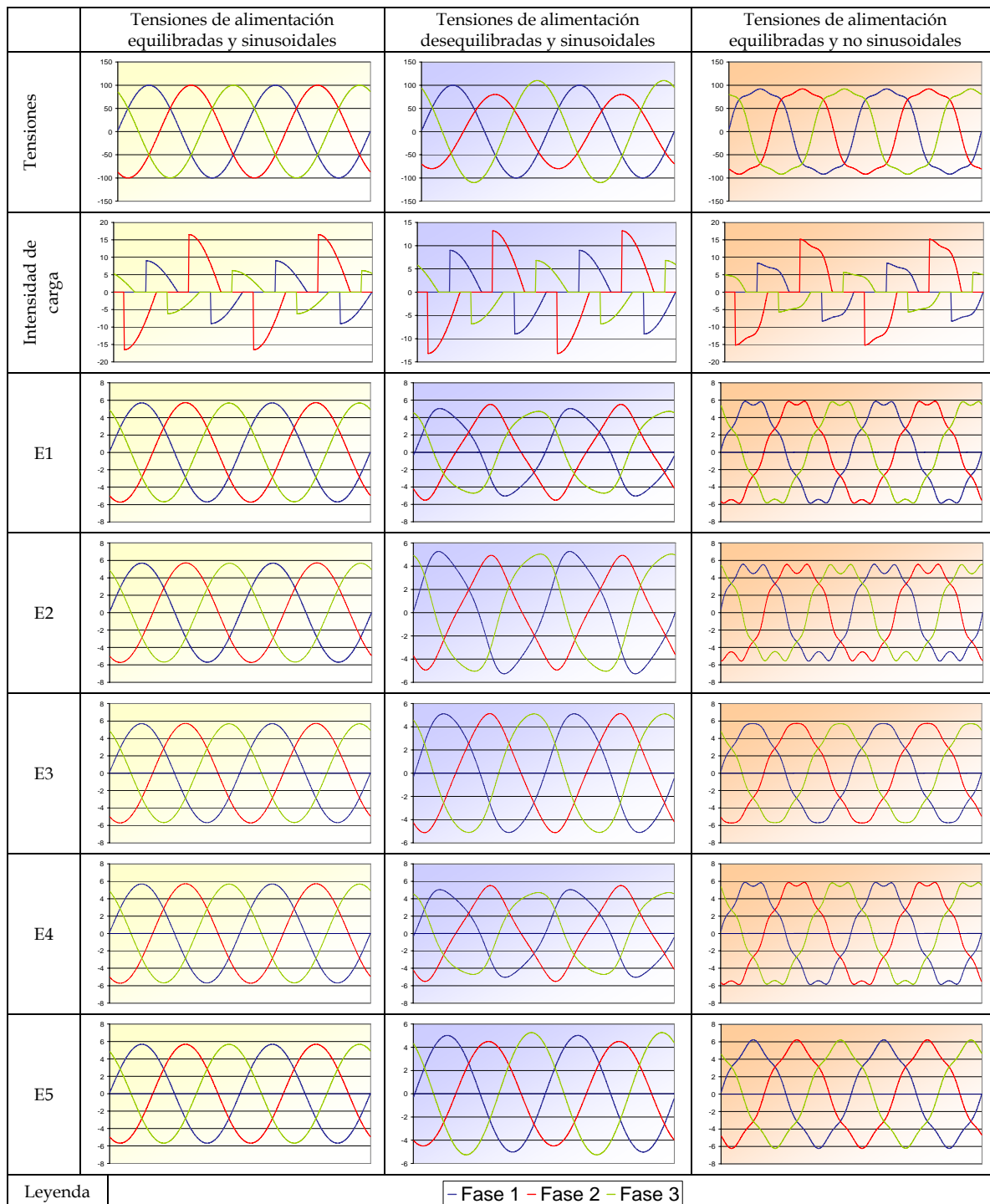
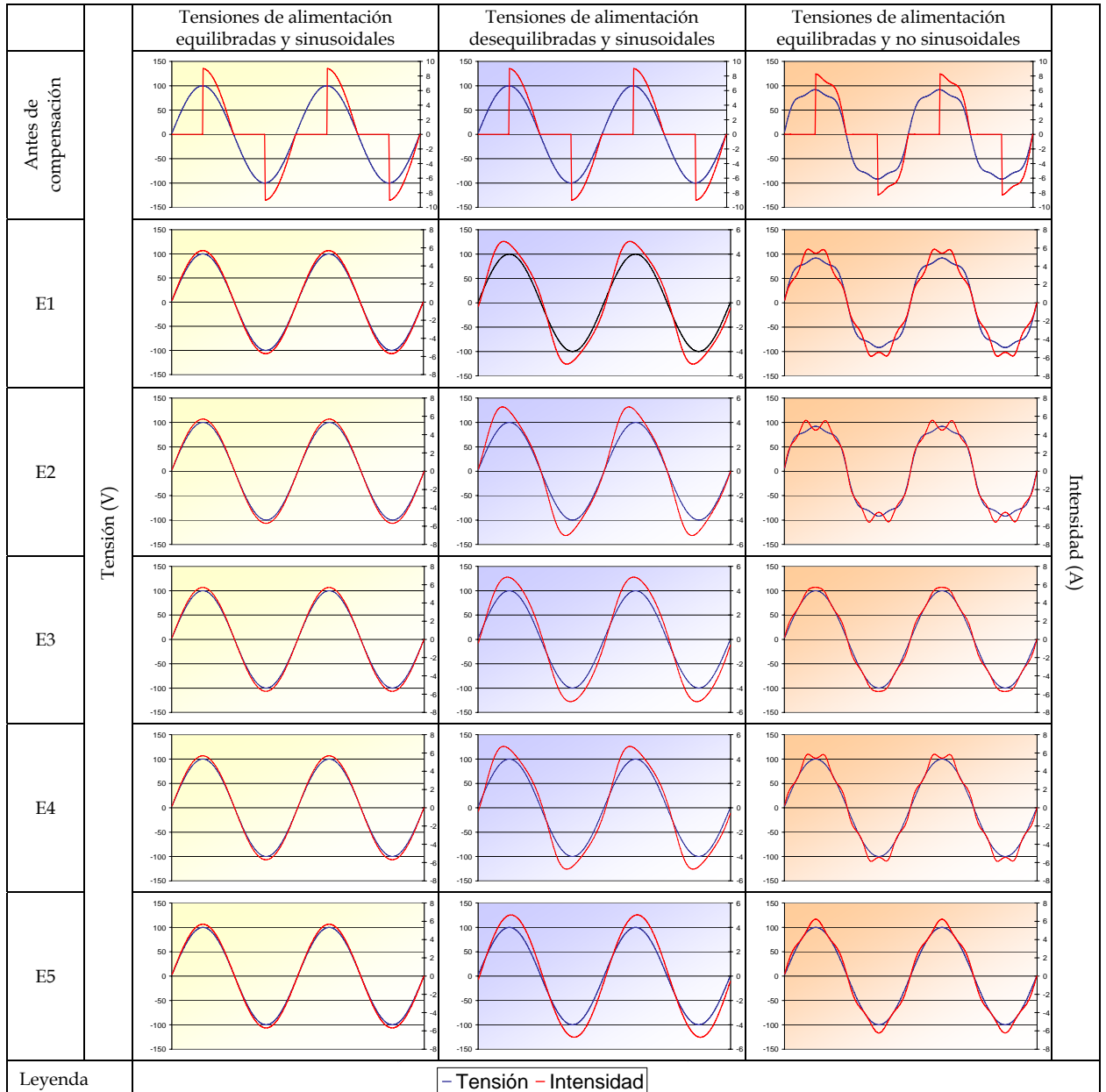


Tabla IV.3 Formas de onda de una fase de la tensión y la intensidad de fuente antes y después de la compensación aplicando las estrategias presentadas en la tabla 4.I, tensiones en voltios, intensidades en amperios. Se presentan dos periodos en el eje de abscisas



La tabla IV.3 presenta las formas de onda de la fase 1 de la tensión y de la intensidad de fuente obtenidas al aplicar las estrategias de control derivadas de las formulaciones más representativas de la teoría de la potencia reactiva instantánea. Como se observa en esta tabla, todas las estrategias consiguen



que el factor de desplazamiento sea la unidad para cualesquiera condiciones en las tensiones de alimentación.

También se observa en las tablas IV.2 y IV.3 que los resultados obtenidos por las estrategias de control derivadas de las formulaciones p-q y p-q-r en su versión de control por potencia de referencia son idénticas, como ya quedó demostrado teóricamente en la sección 4.1.5.

#### 4.2.1.2 Presentación de los índices de distorsión y asimetría

Esta sección presenta los índices de calidad de la potencia calculados sobre las formas de onda presentadas en el apartado anterior. Primero se presentan de forma gráfica y a continuación de forma tabular.

La gráfica IV.1 muestra el valor eficaz de la intensidad de neutro para cada uno de los casos estudiados y cada una de las estrategias aplicadas. La única estrategia que no consigue eliminar la intensidad de neutro es la derivada de la formulación p-q modificada en el caso de que las tensiones de alimentación tengan una componente de secuencia cero no nula, casos 2 y 3 de tensiones desequilibradas y/o no sinusoidales.

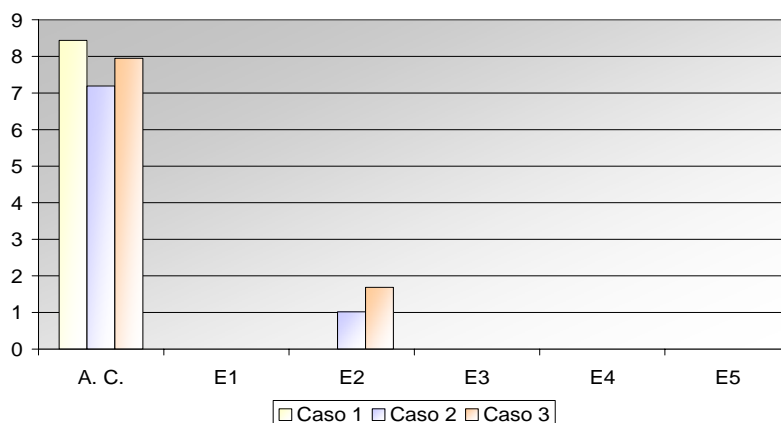


Figura IV.1 Valor eficaz de la intensidad de neutro (A) antes y después de la compensación aplicando las estrategias presentadas en la tabla IV.1

La gráfica IV.2 presenta el índice de distorsión de la fase 1 de la intensidad de fuente, antes y después de la compensación, según las distintas estrategias y para cada uno de los casos. Se muestra que todas las formulaciones consiguen intensidades sinusoidales en el caso de tensiones equilibradas y sinusoidales. En el caso de tensiones desequilibradas y sinusoidales, la estrategia derivada de la formulación vectorial consigue un índice nulo, o sea intensidades de

fuentes sinusoidales después de la compensación. No sucede lo mismo en el caso de tensiones de fuente equilibradas y no sinusoidales, en el que ninguna estrategia consigue un valor nulo del índice de distorsión.

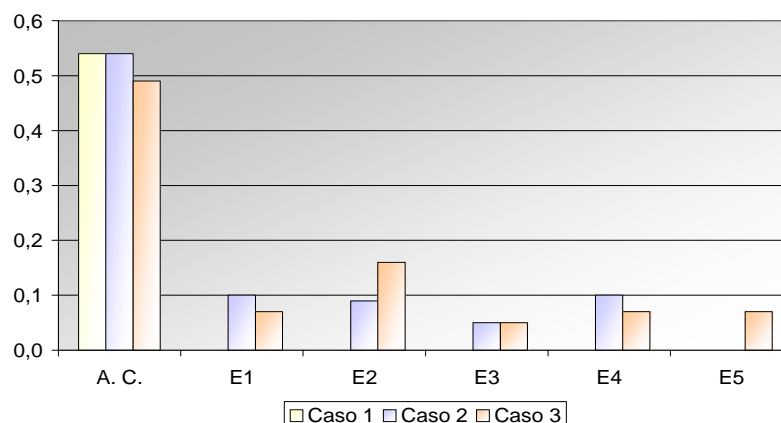


Figura IV.2 Índice de distorsión de la fase 1 de la intensidad de fuente (tanto por uno) antes y después de la compensación aplicando las estrategias presentadas en la tabla IV.1

La gráfica IV.3 presenta el índice trifásico de distorsión de demanda total de la intensidad de fuente antes y después de la compensación para los tres casos estudiados y todas las estrategias aplicadas. Este índice tiene en cuenta, además de la distorsión de las tres fases, el valor eficaz de la intensidad de neutro, lo que supone que sea mayor que el monofásico en los casos en que la estrategia no consigue eliminar la intensidad de neutro. Todas las estrategias consiguen un valor nulo de este índice para el caso de tensiones equilibradas y sinusoidales y solo la obtenida de la formulación vectorial consigue anular el índice en el caso de tensiones desequilibradas y sinusoidales. En el caso de tensiones equilibradas no sinusoidales ninguna estrategia consigue un valor nulo del índice de distorsión trifásico de demanda total. El valor de este índice es igual al del índice de distorsión monofásico en todos los casos y para todas las estrategias, excepto para aquellas que no consiguen eliminar la intensidad de neutro en los casos en que esto sucede, esto es la formulación p-q modificada en el caso de tensiones desequilibradas y/o no sinusoidales.

La gráfica IV.4 presenta el índice trifásico de distorsión de demanda global ponderado, en el que los índices de distorsión monofásicos de cada fase están ponderados según la potencia aparente que transporta cada fase. Los valores de este índice deben coincidir con los del anterior en sistemas equilibrados y sinusoidales, en el que la transferencia de potencia se realiza de forma simétrica. En sistemas desequilibrados, este índice tomará un valor distinto del índice de distorsión de demanda total, ya que ahora se le otorga un peso mayor a la distorsión de aquellas fases que transportan una potencia mayor. En la gráfica IV.4 se observa que, en el caso particular que nos ocupa, el

índice ponderado es menor que el no ponderado correspondiente. Teniendo en cuenta que la distorsión de la intensidad de neutro es mayor que el de las intensidades de fase y que la fase de neutro es la que menos potencia aparente transporta, la variación del índice ponderado respecto del no ponderado en las estrategias que no anulan la intensidad de neutro es menor que en los demás casos.

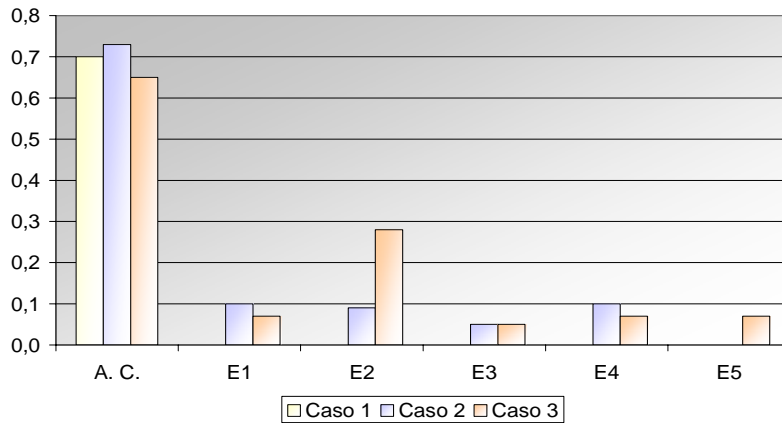


Figura IV.3 Índice trifásico de distorsión de demanda total de la intensidad de fuente (tanto por uno) antes y después de la compensación aplicando las estrategias presentadas en la tabla IV.1

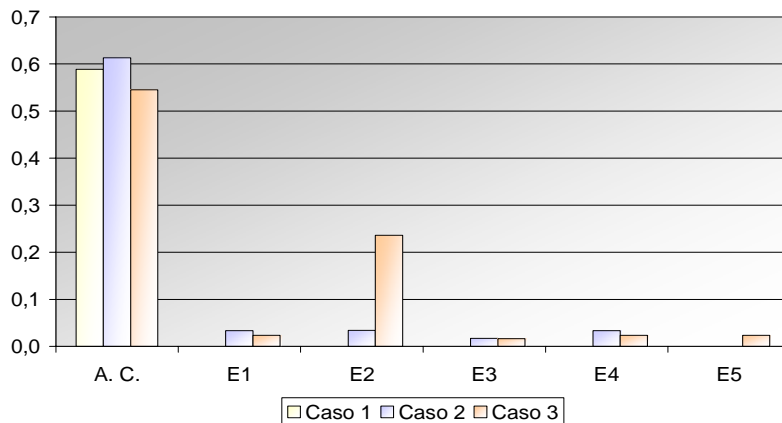


Figura IV.4 Índice trifásico de distorsión de demanda total ponderado de la intensidad de fuente (tanto por uno) antes y después de la compensación aplicando las estrategias presentadas en la tabla IV.1

La gráfica IV.5 presenta el índice de desequilibrio total de la intensidad de fuente antes y después de la compensación para cada uno de los casos estudiados y cada una de las estrategias aplicadas. En ella se observa que todas las estrategias consiguen intensidades de fuente equilibradas en el caso de que lo sean las tensiones aplicadas, excepto la obtenida a partir de la formulación p-q modificada que presenta un valor del índice de desequilibrio

no nulo en el caso de tensiones de fuente equilibradas no sinusoidales. Por otra parte, ninguna de las estrategias consigue intensidades equilibradas si no lo son las tensiones.

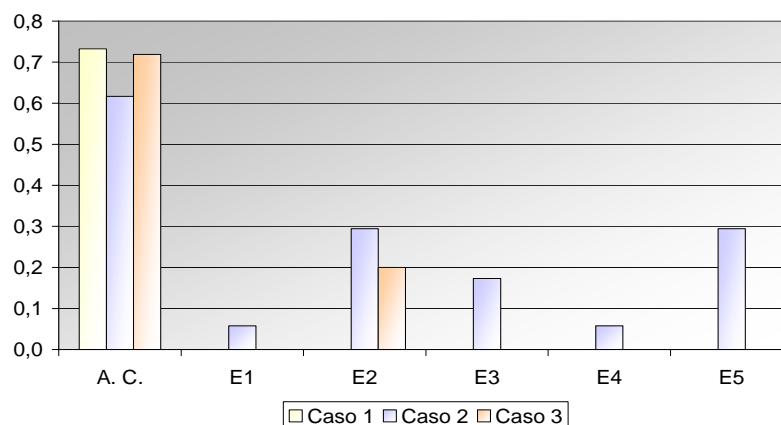


Figura IV.5 Índice de desequilibrio global de la intensidad de fuente (tanto por uno) antes y después de la compensación aplicando las estrategias presentadas en la tabla IV.1

A continuación, se presentan los índices y parámetros que entran en juego en este estudio comparativo de forma tabular.

La tabla IV.4 presenta un resumen de las cantidades estudiadas para el caso 1 de tensiones equilibradas y sinusoidales y las estrategias presentadas en la tabla IV.1. En ella se puede observar que todas las estrategias consiguen eliminar la intensidad de neutro. Todas consiguen intensidades de fuente sinusoidales y equilibradas. Por otra parte, la potencia activa intercambiada por el compensador es nula para todas las estrategias estudiadas y las intensidades de fuente están en fase con las tensiones o con su componente fundamental de secuencia directa. Además, el factor de potencia es la unidad después de la compensación con todas las estrategias de control. En resumen, todas las estrategias consiguen los mismos resultados en este caso de tensiones equilibradas y sinusoidales.

La tabla IV.5 presenta un resumen de los parámetros analizados para el caso 2 de tensiones desequilibradas sinusoidales y las estrategias presentadas en la tabla IV.1. En ella se puede observar que, en este caso, sólo la estrategia derivada de la formulación vectorial consigue obtener intensidades de fuente sinusoidales aunque no equilibradas. Excepto ésta, ninguna consigue intensidades sinusoidales a pesar de que las tensiones sí lo son. No obstante, todas reducen el valor de los índices de distorsión a niveles por debajo del 10%. Como en otros casos, la estrategia derivada del método  $i_d$ - $i_q$  tampoco consigue potencia activa nula intercambiada por el compensador. Por otra parte, todas las estrategias estudiadas eliminan la intensidad de neutro

excepto la derivada de la formulación p-q modificada. Por último, el factor de desplazamiento es la unidad en cualquiera de las estrategias. En resumen, sólo la estrategia derivada de la formulación vectorial consigue intensidades de fuente sinusoidales en fase con las tensiones y una potencia activa intercambiada por el compensador nula. También se comprueba en esta tabla que los índices obtenidos aplicando las estrategias derivadas de la formulación p-q (E1) y de la formulación p-q-r en su versión de control por potencia de referencia (E4) toman los mismos valores.

Tabla IV.4 Resultados del estudio comparativo de las estrategias mostradas en la tabla IV.1 en el caso 1 de tensiones equilibradas y sinusoidales

	ITDD <sub>1F</sub>	RMS <sub>4F</sub> (A)	ITDD <sub>3F</sub>	ITDDW <sub>3F</sub>	TUD	Col	FP	p(t)	P <sub>comp</sub>
AC	0,54	8,43	0,70	0,59	0,73	Sí	<1	≠cte	0
E1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	Sí	1	=cte	0
E2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	Sí	1	=cte	0
E3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	Sí	1	=cte	0
E4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	Sí	1	=cte	0
E5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	Sí	1	=cte	0

Col: factor de desplazamiento unidad

p(t): potencia instantánea de fuente después de la compensación

P<sub>comp</sub>: potencia activa intercambiada por el compensador

Tabla IV.5 Variables de la comparativa de las estrategias mostradas en la tabla IV.1 en el caso 2 de tensiones desequilibradas y sinusoidales

	ITDD <sub>1F</sub>	RMS <sub>4F</sub> (A)	ITDD <sub>3F</sub>	ITDDW <sub>3F</sub>	TUD	Col	FP	p(t)	P <sub>comp</sub>
AC	0,54	7,19	0,73	0,61	0,67	Sí	<1	≠cte	0
E1	0,10	0,00	0,10	0,03	0,06	Sí	~1	=cte	0
E2	0,09	1,02	0,09	0,03	0,29	Sí	~1	=cte	0
E3	0,05	0,00	0,05	0,02	0,17	Sí	~1	≠cte	≠0
E4	0,10	0,00	0,10	0,03	0,06	Sí	~1	≠cte	0
E5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,29	Sí	~1	≠cte	0

La tabla IV.6 presenta un resumen de los parámetros analizados para el caso 3 de tensiones equilibradas y no sinusoidales y las estrategias presentadas en la tabla IV.1. En este caso ninguna estrategia consigue intensidades de fuente sinusoidales aunque todas ellas consiguen valores de distorsión por debajo del 28%, frente al 65% de la intensidad de fuente antes de la compensación. Asimismo, la obtenida a partir de la formulación p-q modificada sigue sin eliminar la intensidad de neutro y la derivada de la formulación d-q no consigue un intercambio nulo de potencia activa en el compensador. Como

en los casos anteriores, los valores de los índices obtenidos aplicando las estrategias derivadas de la formulación p-q y de la formulación p-q-r en su versión de control por potencia de referencia son iguales.

Tabla IV.6 Variables de la comparativa de las estrategias mostradas en la tabla IV.1 en el caso 3 de tensiones equilibradas y no sinusoidales

	ITDD1F	RMS4F (A)	ITDD3F	ITDDW3F	TUD	Col	FP	p(t)	P <sub>comp</sub>
AC	0,49	7,95	0,65	0,55	0,75	Sí	<1	≠cte	0
E1	0,07	0,00	0,07	0,02	0,00	Sí	~1	=cte	0
E2	0,16	1,69	0,28	0,24	0,20	Sí	~1	=cte	0
E3	0,05	0,00	0,05	0,02	0,00	Sí	~1	≠cte	≠0
E4	0,07	0,00	0,07	0,02	0,00	Sí	~1	≠cte	0
E5	0,07	0,00	0,07	0,02	0,00	Sí	~1	≠cte	0

Por último, la tabla IV.7 presenta las potencias aparentes del compensador en cada uno de los casos y cada una de las estrategias. En el caso de intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales, la capacidad necesaria del compensador es la misma cualquiera que sea la estrategia aplicada. Todas ellas parten del mismo sistema de tensiones e intensidades y obtienen el mismo sistema de intensidades después de la compensación. En los otros dos casos, la potencia aparente necesaria para el compensador varía de la aplicación de una estrategia a otra, aunque son del mismo orden en la aplicación de todas ellas. También se observa que la potencia aparente para la aplicación de la estrategia derivada de la formulación p-q (E1) y para la derivada de la p-q-r en su versión de control por potencia de referencia (E4) son iguales en los tres casos.

Tabla IV.7 Potencia aparente del compensador.

	Tensiones de alimentación equilibradas y sinusoidales	Tensiones de alimentación desequilibradas y sinusoidales	Tensiones de alimentación equilibradas y no sinusoidales
E1	948	777	990
E2	948	798	982
E3	948	782	989
E4	948	777	990
E5	948	796	987

En resumen, se puede afirmar que ninguna estrategia consigue simultáneamente intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales en fase con las tensiones y con una potencia activa intercambiada por el compensador nula cuando las tensiones aplicadas son no sinusoidales.

Si las tensiones son sinusoidales, las intensidades obtenidas aplicando la estrategia de control derivada de la formulación vectorial sí son sinusoidales, el factor de desplazamiento es la unidad y la potencia activa intercambiada por el compensador también es nula. Además, son equilibradas si lo son las tensiones de alimentación.

Por último, las simulaciones realizadas corroboran el resultado teórico presentado dónde se afirma que las formulaciones p-q y p-q-r en su variante de control por potencia de referencia son equivalentes.

## **4.2.2 Resultados experimentales**

### **4.2.2.1 Compensación de una carga constituida por tres reguladores monofásicos conectados en estrella**

Con el objetivo de estudiar la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores se utiliza una carga versátil del laboratorio formada por tres reguladores monofásicos con ramas inductivas conectados en estrella con neutro accesible, figura IV.6. Los parámetros del sistema son: 3 ramas con 2 SCRs modelo MSS 40-800 (800 V, 55 A) en antiparalelo, con ramas snubber de  $C_s = 1 \mu\text{F}$  y  $R_s = 1\text{k}\Omega$ , y ramas RL (52.2  $\Omega$ /fase y 150 mH/fase). Los ángulos de disparo de cada fase son 63°, 63° y 63°.

En la Figura IV.7 se muestran detalles de la carga de laboratorio para este caso práctico. En la foto de la izquierda del esquema se muestra la fuente que alimenta a los SCR, en la de la derecha un elemento regulador. Asimismo, en la figura IV.8 se muestra una vista del equipo inversor utilizado.

La interface de interconexión entre el convertidor PWM del compensador y la red está constituida por una inductancia de 17 mH. La intensidad de referencia se determina a partir de los valores de las tensiones de alimentación y de las intensidades de carga. Esta señal de referencia y la de compensación real son las entradas de un comparador, que produce las señales de disparo de los IGBTs. Para el cálculo de la intensidad de referencia se tiene en cuenta también la tensión del lado de continua del inversor, que modifica ligeramente la estrategia de control de forma que se mantenga la tensión del condensador en su valor de referencia. Aquí se ha utilizado un control PI del error (diferencia entre la tensión de referencia y la real del condensador) al final de cada periodo. El resultado es el valor de la potencia consumida por el compensador. Este valor modifica el de las potencias que entran a formar parte de las expresiones de las intensidades de referencia

calculadas según cada estrategia. Además de estas señales, para seguir el funcionamiento del sistema igualmente se capturan las intensidades de fuente.

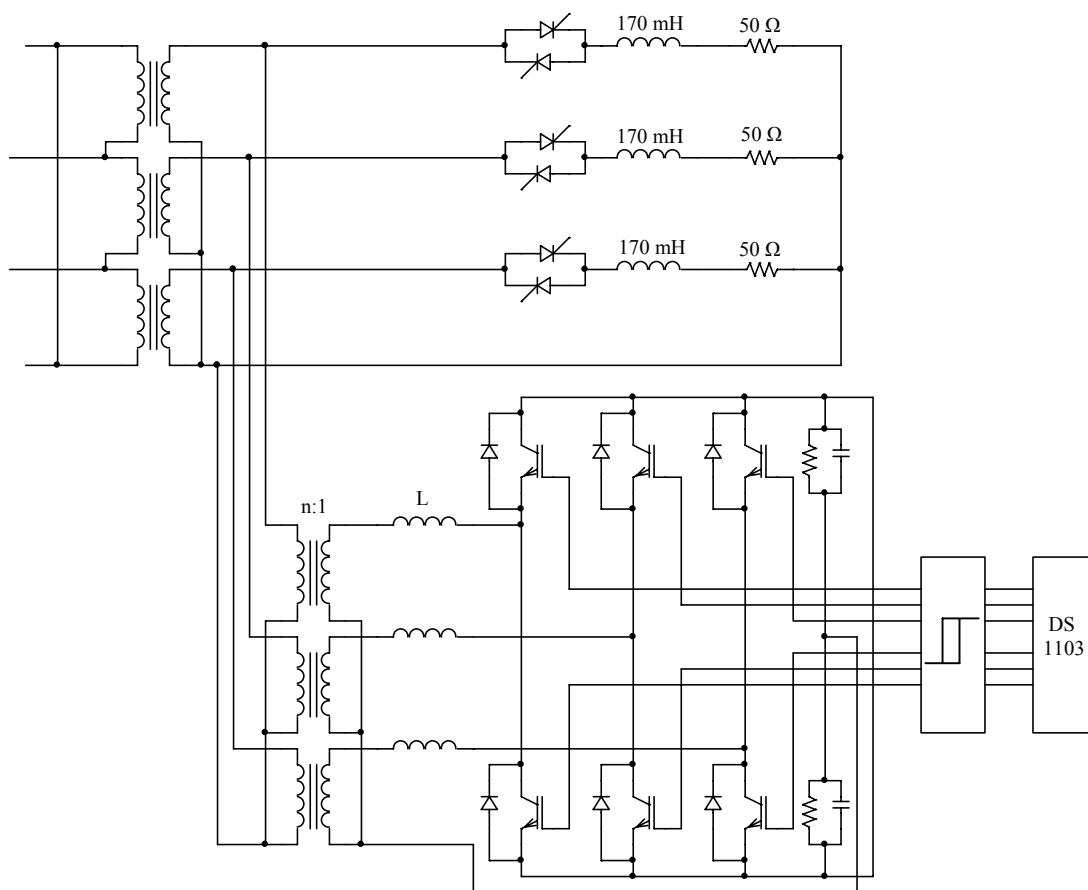


Figura IV.6 Esquema del montaje de una carga formada por tres reguladores monofásicos conectados en estrella compensada.

Se estudia el sistema antes y después de la compensación en dos casos diferentes:

- Caso 1. Se toman como tensiones de fuente directamente las tensiones de red.
- Caso 2. Las tensiones de alimentación proceden de una fuente trifásica donde se puede forzar cierto desequilibrio. La distorsión presentada por ellas será la misma que la de las tensiones de red.





Figura IV.7 Detalle de la carga compuesta por los reguladores

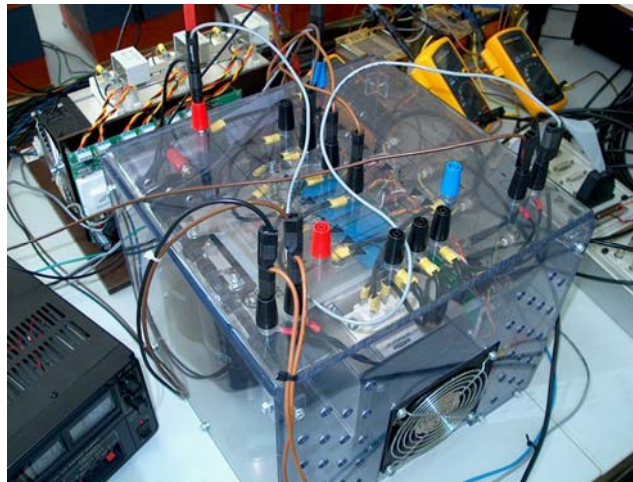


Figura IV.8 Detalle del equipo inversor

Las estrategias empleadas para el cálculo de las intensidades de compensación de referencia se presentan en la tabla IV.1

La tabla IV.8 muestra las formas de onda correspondientes a la tensión trifásica de alimentación (fila 1) y las formas de onda de la intensidad requerida por la carga (fila 2) en el caso de tensiones de red. La intensidad corresponde a la carga no lineal formada por los tres reguladores monofásicos conectados en estrella. La tabla IV.9 muestra las formas de onda trifásicas de tensión e intensidad requerida por la carga en el caso 2 de tensiones desequilibradas.

Tabla IV.8 Formas de onda trifásicas de tensiones e intensidades de carga para el caso de tensiones de red en la compensación de una carga formada por tres reguladores monofásicos, 120 V reales/cuadrícula vertical, 1 A real/cuadrícula vertical

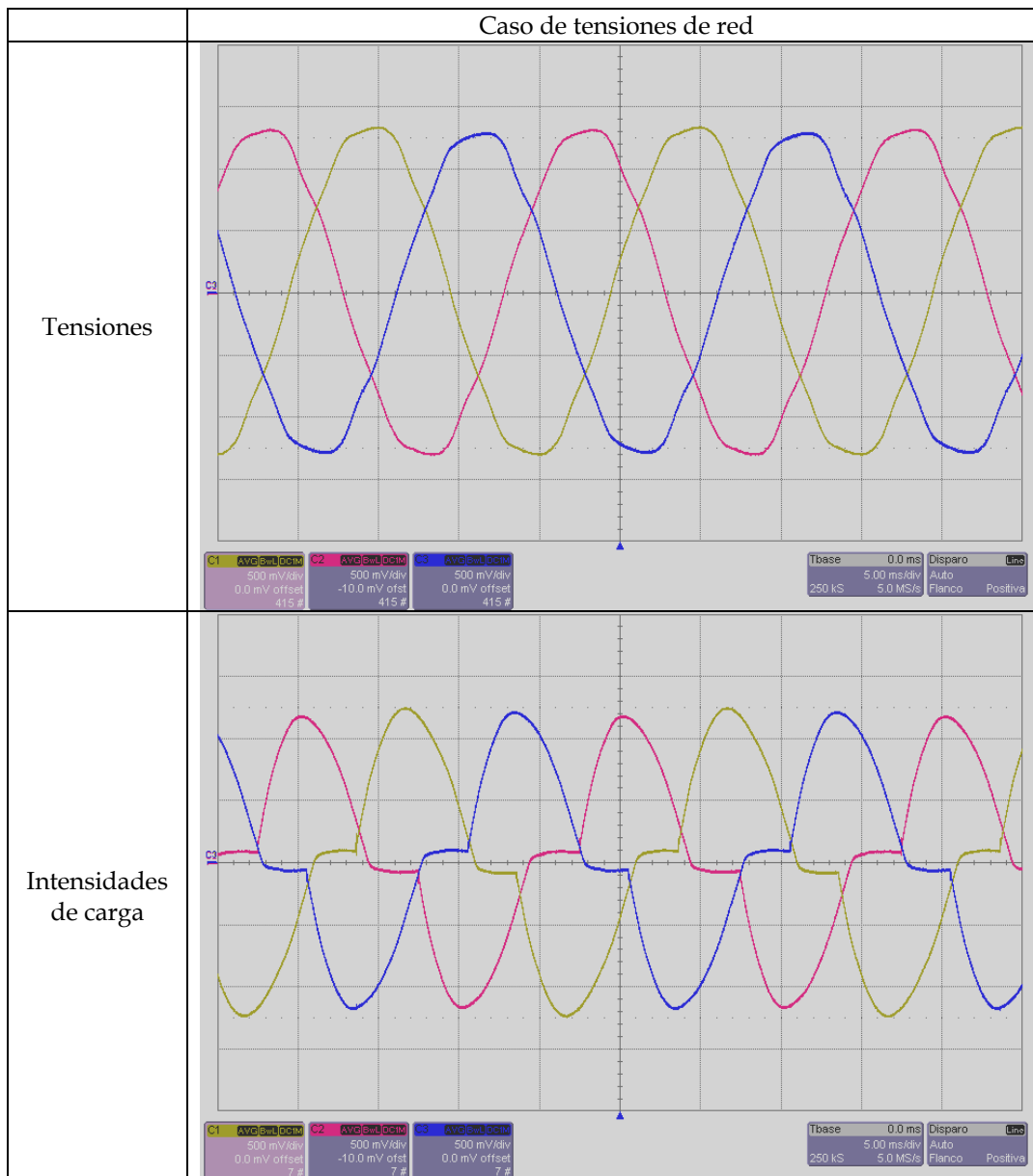
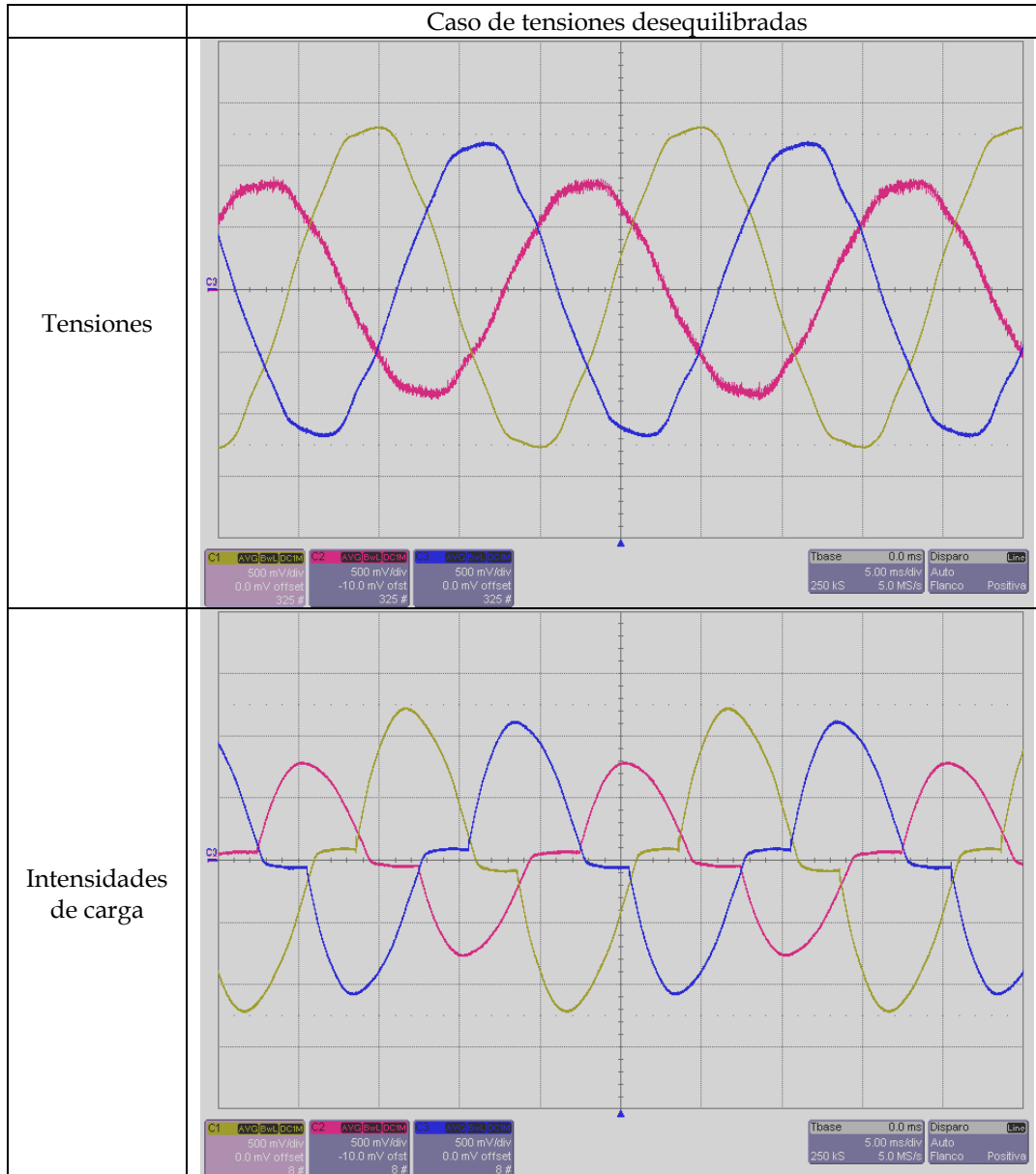


Tabla IV.9 Formas de onda trifásicas de tensiones e intensidades de carga para el caso de tensiones desequilibradas en la compensación de una carga formada por tres reguladores monofásicos, 240 V reales/V medido, 2 A reales/V medido



La tabla IV.10 muestra las formas de onda trifásicas correspondientes a las intensidades de fuente después de la compensación según las distintas estrategias estudiadas: formulación p-q o formulación p-q-r en su versión de control por potencia de referencia (que son equivalentes), formulación p-q modificada, método  $i_d-i_q$  o formulación p-q-r en su variante de control por intensidad de referencia (que son equivalentes) y formulación vectorial.

Tabla IV.10 Formas de onda trifásica de intensidades de fuente después de la compensación para los dos casos estudiados en la compensación de una carga formada por tres reguladores monofásicos, 1 A/cuadro vertical.

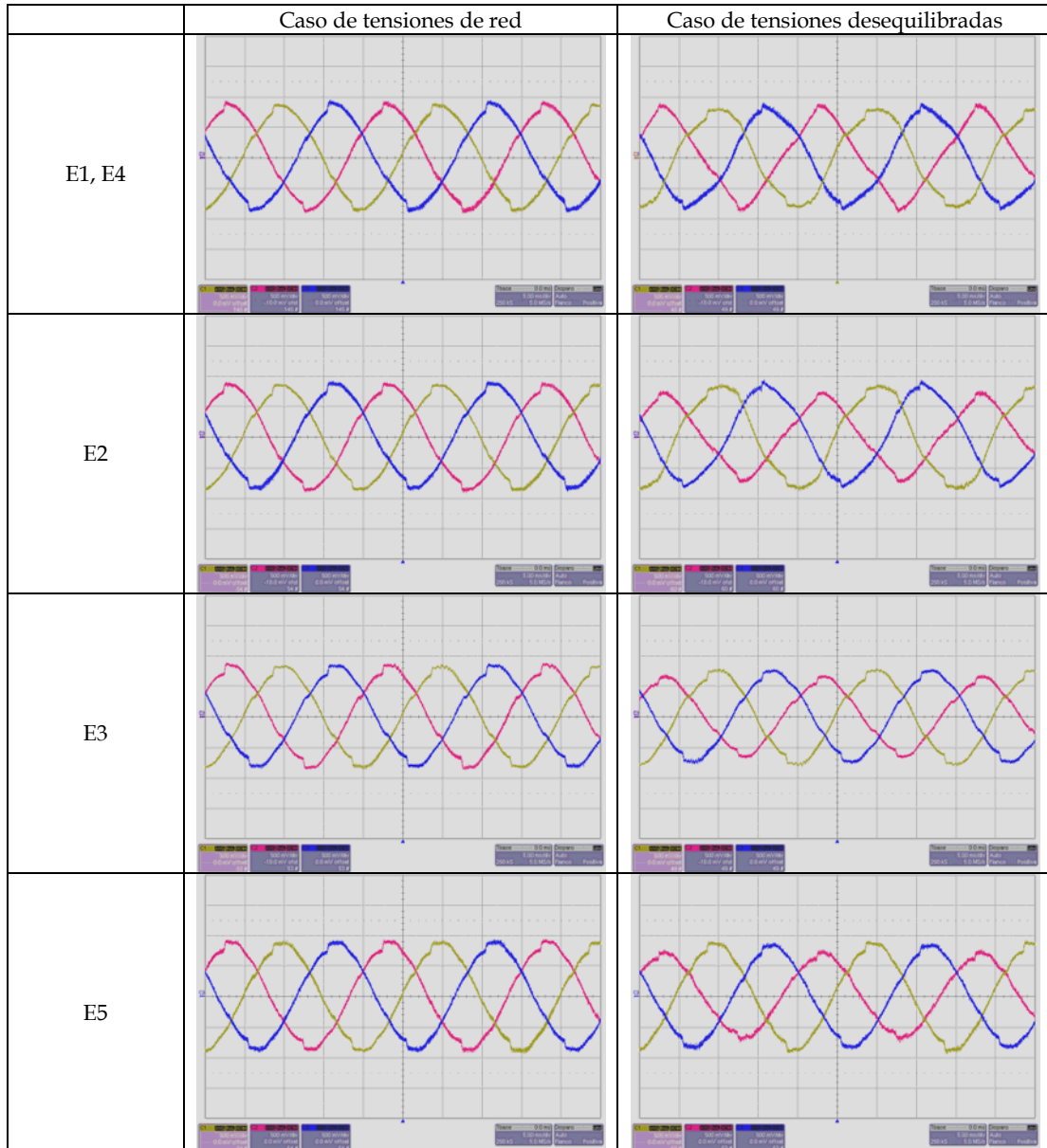
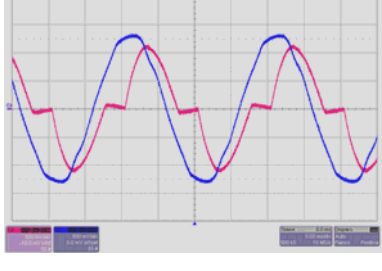
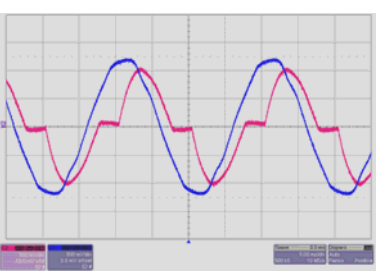
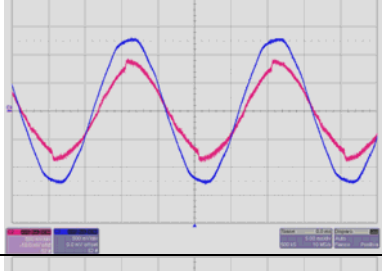
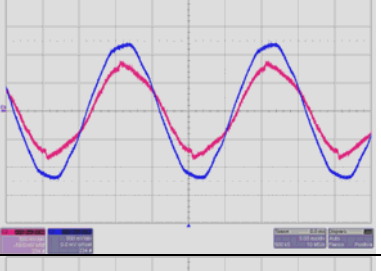
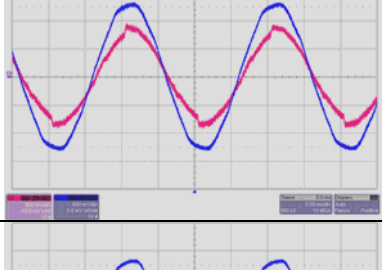
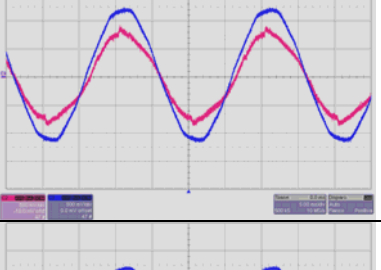
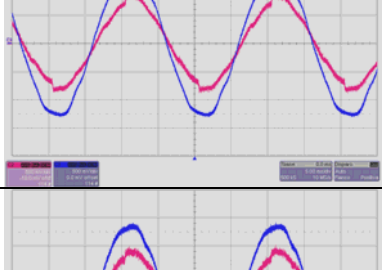
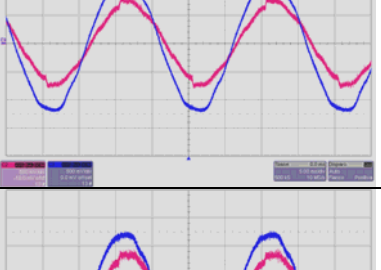
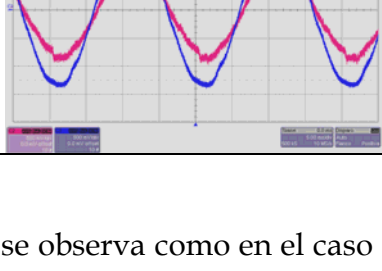



Tabla IV.11 Formas de onda de la fase 1 de la tensión y la intensidad de fuente antes y después de la compensación para los dos casos estudiados en la compensación de una carga formada por tres reguladores monofásicos, 120 V/cuadro vertical, 1 A/cuadro vertical

	Caso de tensiones de red	Caso de tensiones desequilibradas
Fase 1 de tensión e intensidad de carga		
Fase 1 de tensión e intensidad de fuente después de compensación con E1, E4		
Fase 1 de tensión e intensidad de fuente después de compensación con E2		
Fase 1 de tensión e intensidad de fuente después de compensación con E3		
Fase 1 de tensión e intensidad de fuente después de compensación con E5		

En la tabla IV.10 se observa como en el caso 1 de tensiones suministradas por la red, todas las estrategias consiguen intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales eliminando la intensidad de neutro. Sin embargo, esa tabla

muestra que en el caso 2 de tensiones desequilibradas y sinusoidales, los resultados obtenidos por cada estrategia son diferentes: todas las formas de onda trifásicas de intensidad presentadas en este caso son muy similares a las obtenidas en simulación en el caso 2 (tensiones de fuente desequilibradas y sinusoidales). Así pues, las conclusiones expuestas en el caso de simulación quedan comprobadas experimentalmente para el caso 2.

Ahora bien, se observa cierto rizado en todas las formas de onda de intensidad de fuente después de la compensación. Esto se debe al efecto del módulo de control PWM. Este módulo de seguimiento de la señal de referencia tiene un tiempo de respuesta finito. Como además la frecuencia de muestreo viene determinada por la de conmutación de los IGBTs del inversor, el control PWM presenta un error de seguimiento de la señal de referencia debido a la anchura de la banda de histéresis. Esto provoca ese rizado inevitable, que hace que los índices de distorsión tomen valores no nulos. Otra consecuencia del rizado es la aparición de una intensidad de neutro, incluso con la aplicación de aquellas estrategias que sí eliminan esa intensidad.

Además hay que considerar que las tensiones aplicadas en los dos casos se toman de la red (en el segundo caso se desequilibran) y que las tensiones de red no son exactamente sinusoidales, sino que presentan cierta distorsión.

Por todo ello, se comprueba que el control PWM enmascara en parte las características particulares correspondientes a cada una de las formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea.

La tabla IV.11 muestra para los dos casos estudiados la fase 1 de la tensión y la intensidad de fuente antes de la compensación (primera fila) y después de la compensación aplicando cada estrategia (filas 2 a 6). En esta tabla se puede observar que, aunque antes de la compensación la intensidad está retrasada respecto de la tensión (fila 1 de la tabla IV.11), después de la compensación según cualquiera de las estrategias, el factor de desplazamiento es la unidad (filas 2 a 6 de la tabla IV.11).

Por otro lado, en la tabla IV.12 se muestran los valores eficaces de las formas de onda de tensión e intensidad de fuente antes y después de la compensación aplicando las cinco estrategias estudiadas en los dos casos analizados. Asimismo se muestran los valores del índice total de distorsión monofásico para las mismas formas de onda.

Tabla IV.12 Parámetros de tensiones e intensidades de fuente antes de la compensación para la compensación de una carga formada por tres reguladores monofásicos

	Caso de tensiones de red			Caso de tensiones desequilibradas	
		RMS	ITTD <sub>1φ</sub>	RMS	ITTD <sub>1φ</sub>
Tensión	Fase 1	224,60	0,02	204,12	0,02
	Fase 2	227,65	0,02	147,35	0,09
	Fase 3	228,75	0,02	224,08	0,02
Intensidad de carga	Fase 1	1,37	0,28	1,25	0,28
	Fase 2	1,32	0,32	0,90	0,31
	Fase 3	1,46	0,26	1,44	0,26
	Neutro	1,12	0,99	1,03	0,90
Intensidades de fuente con E1, E4	Fase 1	1,09	0,08	1,04	0,07
	Fase 2	1,09	0,08	1,00	0,16
	Fase 3	1,09	0,08	1,07	0,13
	Neutro	0,21	1,00	0,19	0,97
Intensidades de fuente con E2	Fase 1	1,10	0,08	1,06	0,07
	Fase 2	1,11	0,09	0,86	0,15
	Fase 3	1,11	0,07	1,11	0,13
	Neutro	0,21	0,99	0,43	0,42
Intensidades de fuente con E3	Fase 1	1,05	0,09	0,94	0,07
	Fase 2	1,05	0,09	0,82	0,11
	Fase 3	1,06	0,09	0,99	0,10
	Neutro	0,22	1,00	0,20	0,98
Intensidades de fuente con E5	Fase 1	1,13	0,09	1,07	0,08
	Fase 2	1,13	0,09	0,89	0,10
	Fase 3	1,14	0,09	1,14	0,08
	Neutro	0,23	1,00	0,21	0,95

El primer grupo de filas (1 a 3) corresponde a los datos de las tres fases de la tensión. En el primer caso se observa cierta diferencia entre los valores eficaces de las tensiones de las tres fases aunque se puede decir que corresponden a tensiones equilibradas. Se observa además que el valor del índice de distorsión monofásico de todas las fases es del 2%.

También se constata cierta diferencia entre los valores eficaces de las intensidades de fuente antes de la compensación en el caso de tensiones de red, que desaparece al aplicar cualquier estrategia de las estudiadas. El valor eficaz de la intensidad de neutro es no nulo después de la compensación (del orden de 0,22 A aplicando cualquiera de las estrategias), lo que significa una disminución del 80%. Teniendo en cuenta que aplicando estas estrategias de

compensación a un sistema de simulación en el que la intensidad inyectada al sistema es exactamente la de referencia, el valor eficaz de la intensidad de neutro es nulo, los valores obtenidos en el estudio experimental se debe al efecto del control PWM: la intensidad de compensación inyectada por el filtro no es exactamente igual a la de referencia sino que presenta un rizado debido al control por banda de histéresis.

Con relación al índice de distorsión monofásico, se muestra en la tabla IV.12 que los correspondientes a todas las fases de las intensidades antes de la compensación están en torno al 30%. Después de la compensación en el caso 1 se dan valores de distorsión monofásica alrededor del 8-9%. Esto se debe principalmente a dos razones:

- La tensión de red no es completamente sinusoidal, o lo que es lo mismo, su índice de distorsión monofásico no es nulo, tabla IV.12.
- La influencia del control PWM.

En el segundo caso se observa un índice de distorsión de las tensiones aplicadas del 2% en las fases 1 y 3 y del 9% en la fase 2. Esta diferencia se debe al efecto del autotransformador usado para desequilibrar las tensiones, que se hace mayor conforme menor es el valor eficaz de la tensión.

En el caso 2 la diferencia entre los valores eficaces de las intensidades de fuente es mayor que en el caso 1 debido al desequilibrio forzado en las tensiones de alimentación. La intensidad de fuente correspondiente a la aplicación de la estrategia de compensación obtenida a partir de la formulación p-q, E1, (o de la p-q-r según el control por potencia de referencia, E4) es la que presenta una diferencia menor entre los valores eficaces de las distintas fases. El método  $i_d-i_q$  presenta una diferencia algo mayor. Las dos estrategias que obtienen intensidades de fuente con mayor diferencia en el valor eficaz de cada una de sus fases son las obtenidas a partir de las formulaciones p-q modificada y vectorial. Respecto de los valores eficaces de la intensidad de neutro, en todos los casos son del orden de 0,2 A menos en el caso de la formulación p-q modificada, con cuya aplicación la intensidad de neutro toma un valor eficaz después de la aplicación de 0,43 A.

En el caso 2, de tensiones desequilibradas, los valores del índice de distorsión monofásico de las intensidades de fuente dependen de la estrategia aplicada: los valores más altos se obtienen al aplicar las estrategias derivadas de las formulaciones p-q y p-q modificada (en torno al 14%), algo más bajos son los correspondientes a la formulación p-q-r o método  $i_d-i_q$  y a la formulación vectorial (en torno al 10%). Hay que destacar que el valor del índice de distorsión monofásica de la intensidad de neutro después de la compensación aplicando la estrategia de control derivada de la p-q modificada es del 42%



(la mitad del mismo índice antes de la compensación o después aplicando cualquiera de las demás estrategias). Luego esta estrategia no elimina la intensidad de neutro pero sí disminuye su distorsión.

Los índices globales de distorsión, tanto ponderados como no ponderados y de desequilibrio para la compensación de la carga formada por los reguladores para el caso 1 se presentan en la tabla IV.13. Los mismos índices para el caso 2 se presentan en la tabla IV.14.

En la tabla IV.13 se muestran unos valores muy similares para todas las estrategias ensayadas en el caso de que la tensión de alimentación sea directamente la tensión de red. El valor eficaz de la intensidad de fuente antes de la compensación es de 1,53 A y toma valores del orden de 1,10 A después. Respecto del índice trifásico de distorsión de demanda total, todas las estrategias proporcionan valores del mismo orden, un 71% menor que el valor antes de la compensación. Lo mismo sucede con el índice trifásico de distorsión de demanda total ponderado, que es algo menor que el no ponderado al aplicar cualquiera de las estrategias. Por último, el índice de desequilibrio disminuye con la compensación un 78%.

Tabla IV.13 Índices globales de distorsión y desequilibrio de una carga formada por tres reguladores monofásicos en el caso de tensiones de red

	$I_e$	$TDD_{3\phi}$	$TDDW_{3\phi}$	TU
Tensión	227,06	0,03		0,09
Intensidad de carga	1,53	0,49	0,42	0,37
Intensidades de fuente con E1, E4	1,10	0,14	0,11	0,08
Intensidades de fuente con E2	1,11	0,14	0,11	0,06
Intensidades de fuente con E3	1,06	0,15	0,13	0,08
Intensidades de fuente con E5	1,14	0,14	0,12	0,08

En el caso de que las tensiones de alimentación formen un sistema desequilibrado, los índices de calidad aplicados a las formas de onda trifásicas de intensidad de fuente obtenidas por cada estrategia toman valores sustancialmente diferentes, tabla IV.14. Las estrategias de control derivadas de la formulación p-q, del método  $i_d-i_q$  y de la formulación vectorial obtienen valores eficaces trifásicos de las intensidades muy similares, pero es la intensidad obtenida a partir de la formulación p-q modificada la que presenta un valor menor. El índice trifásico de distorsión de demanda total presenta valores similares en la aplicación de todas las estrategias, así como el índice trifásico de distorsión de demanda total ponderado, que también resulta siempre algo menor que el anterior. Por último, respecto del índice de desequilibrio, todas las estrategias lo disminuyen alrededor de un 25%, (de

un 47% a un 34%) excepto la estrategia derivada de la teoría p-q, que permite obtener un valor del índice de desequilibrio del 16%).

Tabla IV.14 Índices globales de distorsión y desequilibrio de una carga formada por tres reguladores monofásicos en el caso de tensiones distorsionadas

	$I_e$	$TDD_{3\phi}$	$TDDW_{3\phi}$	TU
Tensión	198,87	0,06		0,47
Intensidad de carga	1,35	0,47	0,40	0,47
Intensidades de fuente con E1, E4	1,04	0,16	0,11	0,16
Intensidades de fuente con E2	1,05	0,15	0,11	0,34
Intensidades de fuente con E3	0,93	0,15	0,13	0,31
Intensidades de fuente con E5	1,05	0,14	0,11	0,39

#### 4.2.2.2 Compensación de una carga constituida por tres rectificadores monofásicos conectados en estrella

En este caso, se compensa una carga no lineal trifásica equilibrada compuesta por tres rectificadores monofásicos ac/dc, con ramas capacitivas en el lado dc, conectados en estrella con neutro accesible y alimentados a través de líneas inductivas. Los parámetros del sistema son: 3 ramas con bobinas de  $L=150$  mH en serie con 1 puente de diodos con ramas RC paralelas en el lado dc ( $R=1\text{k}\Omega/\text{fase}$  y  $C=2,2\text{ mF}/\text{fase}$ ).

En la figura IV.9 se muestra un esquema del montaje implementado en el laboratorio para el presente caso práctico. En la Figura IV.10 se presenta un detalle de la carga utilizada (los puentes rectificadores). El equipo de compensación es el mismo que el ya mostrado en la foto de la figura IV.8.

Se estudia el sistema antes y después de la compensación en dos casos diferentes:

- Caso 1. La carga es alimentada con la tensión de red.
- Caso 2. Las tensiones de alimentación proceden de una fuente trifásica donde se puede forzar cierto desequilibrio. La distorsión presentada es aquella que presenta la red.

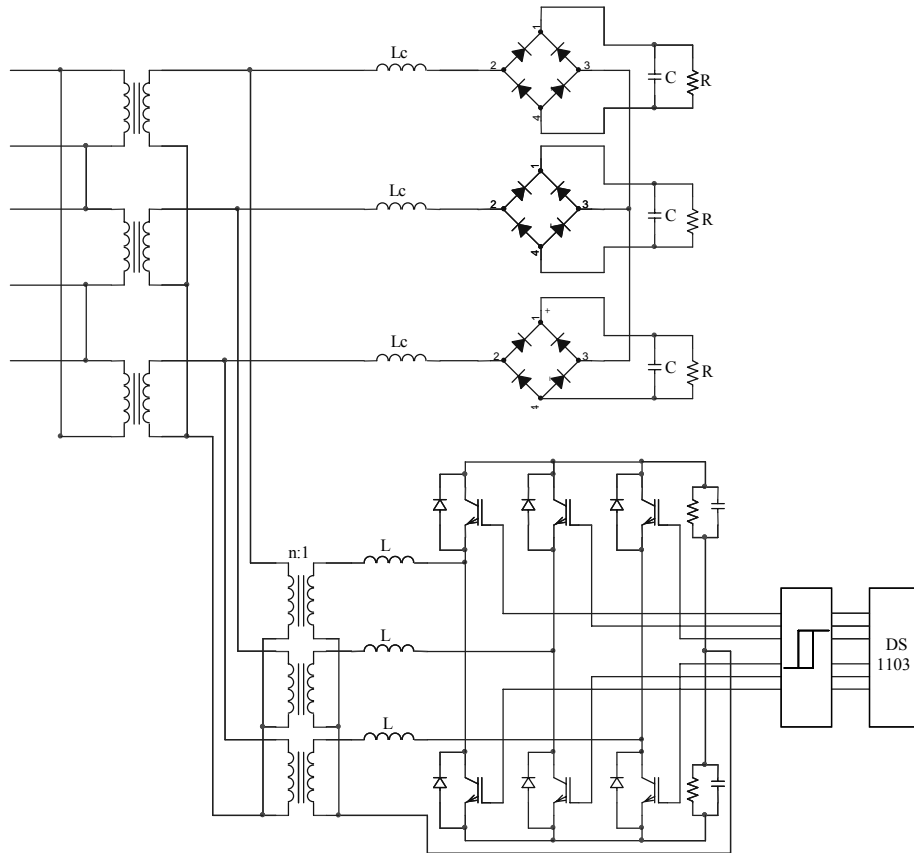


Figura IV.9 Esquema del sistema de potencia compensado en el caso de una carga formada por tres rectificadores monofásicos conectados en estrella.

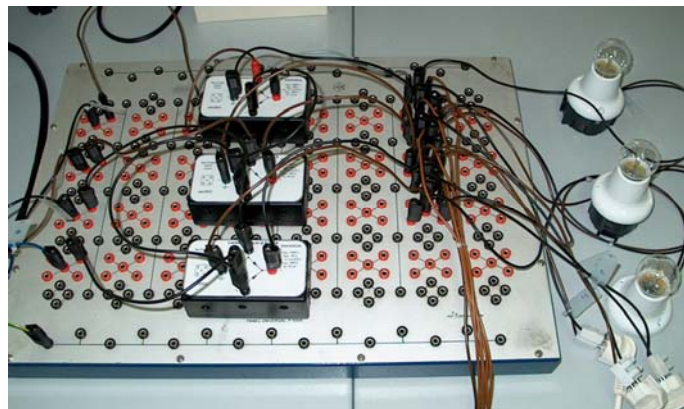


Figura V.9 Detalle de la carga constituida por los rectificadores

La tabla IV.15 muestra las formas de onda correspondientes a la tensión trifásica de alimentación (fila 1) y las formas de onda de las intensidades requeridas por la carga (fila 2) en el caso de tensiones de red. Las intensidades corresponden a la carga no lineal formada por los tres

rectificadores monofásicos conectados en estrella. La tabla IV.16 muestra las formas de onda trifásicas de tensión e intensidad requerida por la carga en el caso 2 de tensiones desequilibradas.

Tabla IV.15 Formas de onda trifásicas de tensiones e intensidades de carga para el caso de tensiones de red en la compensación de una carga formada por tres rectificadores monofásicos, 120 V reales/cuadrícula vertical, 1 A reales/cuadrícula vertical

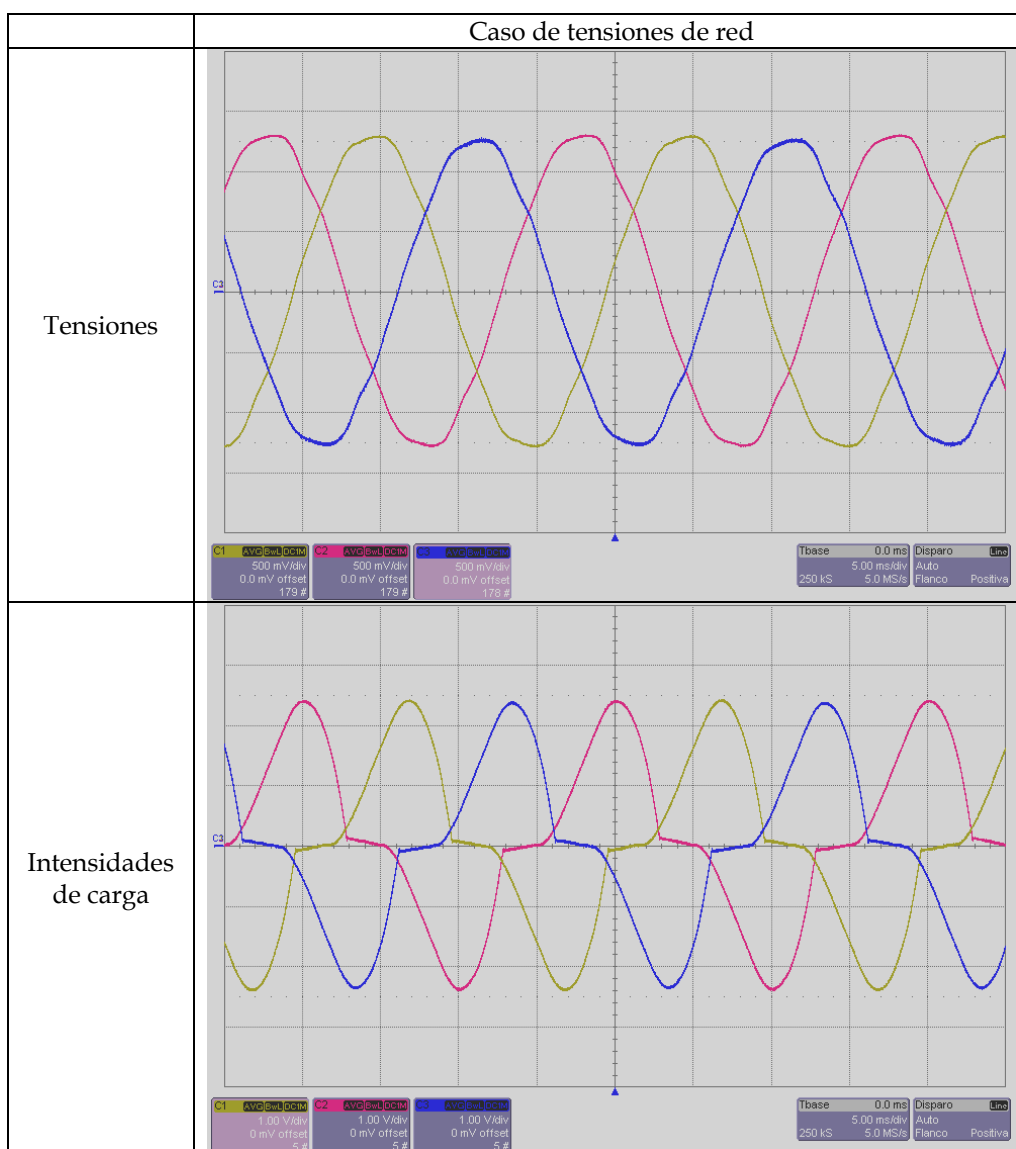
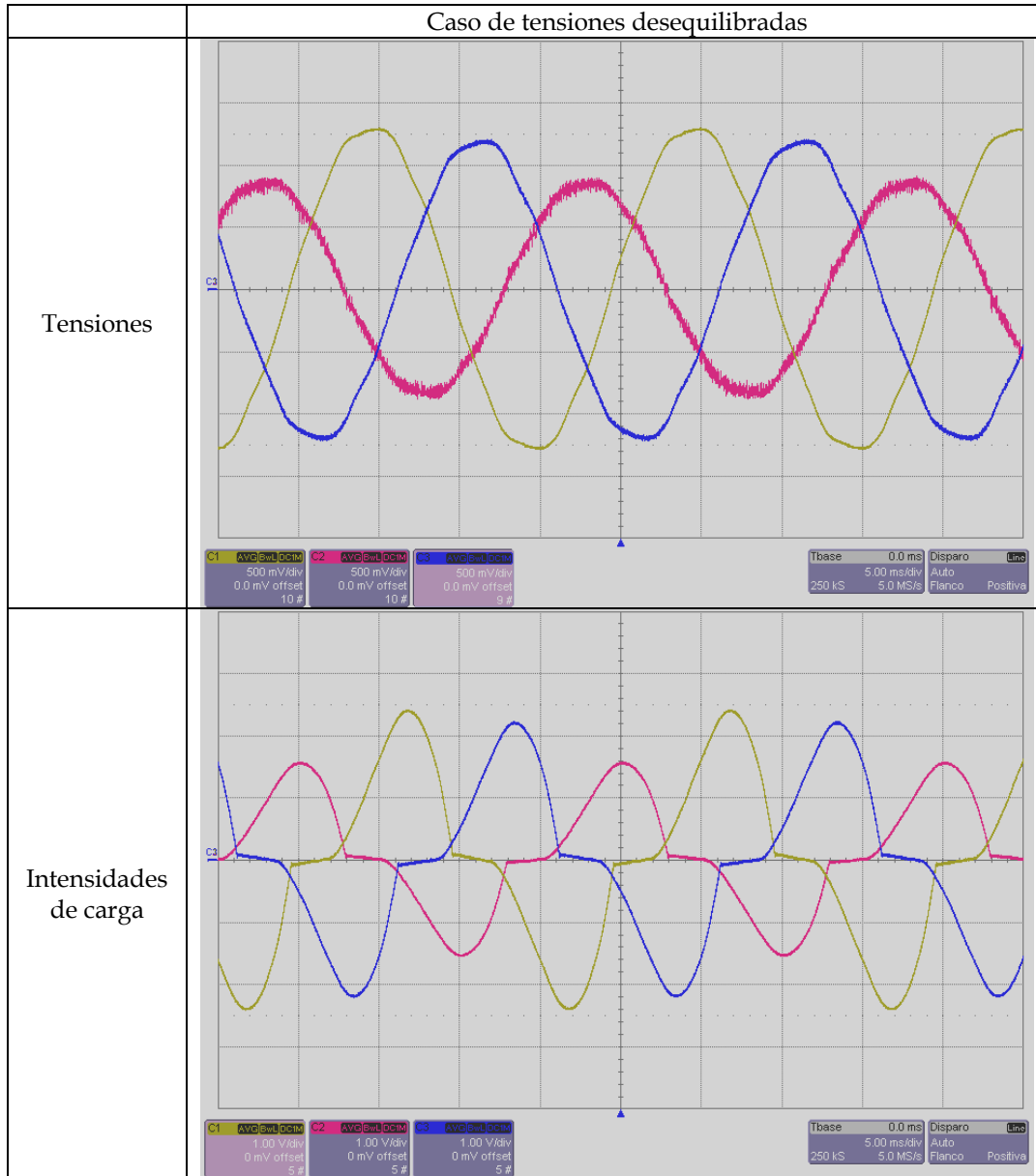
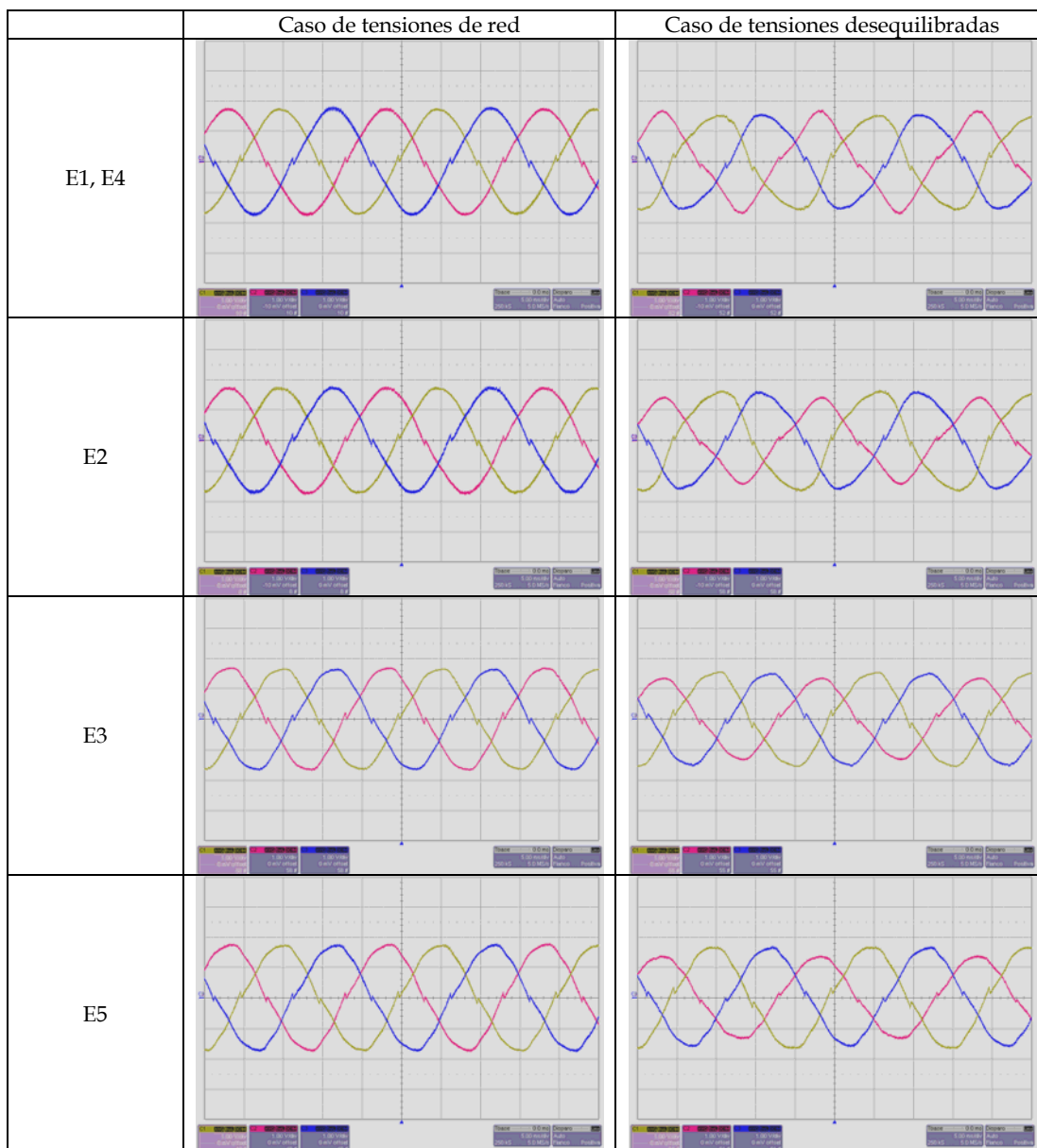


Tabla IV.16 Formas de onda trifásicas de tensiones e intensidades de carga para el caso de tensiones de red en la compensación de una carga formada por tres rectificadores monofásicos, 240 V reales/V medido, 2 A reales/V medido



La tabla IV.17 muestra las formas de onda trifásicas correspondientes a las intensidades de fuente después de la compensación según las distintas estrategias estudiadas: formulación p-q o formulación p-q-r en su versión de control por potencia de referencia (que son equivalentes), formulación p-q modificada, método  $i_d$ - $i_q$  o formulación p-q-r en su variante de control por intensidad de referencia (que son equivalentes) y formulación vectorial.

Tabla IV.17 Formas de onda tridimensionales de intensidades de fuente después de la compensación para los dos casos estudiados en la compensación de una carga formada por tres rectificadores monofásicos conectados en estrella.



La tabla muestra para el caso 1 que todas las estrategias consiguen intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales y eliminar la intensidad de neutro.

Sin embargo, en el caso 2 de tensiones desequilibradas y sinusoidales, los resultados obtenidos por cada estrategia son diferentes, dependen de la

estrategia de compensación aplicada. Además, todas las formas de onda presentan un rizado característico del control PWM.

Tabla IV.18 Formas de onda de la fase 1 de la tensión y la intensidad de fuente antes y después de la compensación para los dos casos estudiados en la compensación de una carga formada por tres rectificadores monofásicos conectados en estrella

	Caso de tensiones de red	Caso de tensiones desequilibradas
Fase 1 de tensión e intensidad de carga		
Fase 1 de tensión e intensidad de fuente después de compensación con E1, E4		
Fase 1 de tensión e intensidad de fuente después de compensación con E2		
Fase 1 de tensión e intensidad de fuente después de compensación con E3		
Fase 1 de tensión e intensidad de fuente después de compensación con E5		

La tabla IV.18 muestra para los dos casos estudiados la fase 1 de la tensión y la intensidad de fuente antes de la compensación (primera fila) y después de la compensación aplicando cada una de las estrategias (filas 2 a 6). En esta tabla se puede comprobar que, aunque antes de la compensación la intensidad está retrasada respecto de la tensión (fila 1 de la tabla IV.18), después de la compensación para cualquiera de las estrategias, el factor de desplazamiento es la unidad (filas 2 a 6 de la tabla IV.18).

Tabla IV.19 Parámetros de tensiones e intensidades de fuente antes de la compensación para la compensación de una carga formada por tres rectificadores monofásicos.

	Caso de tensiones de red			Caso de tensiones desequilibradas	
		RMS	IITD	RMS	IITD
Tensión	Fase 1	221,71	0,02	202,54	0,02
	Fase 2	224,89	0,02	146,65	0,08
	Fase 3	226,13	0,02	226,39	0,02
Intensidad de carga	Fase 1	2,64	0,34	2,42	0,34
	Fase 2	2,67	0,34	1,75	0,34
	Fase 3	2,71	0,33	2,72	0,33
	Neutro	2,61	1,00	2,39	0,93
Intensidades de fuente con E1, E4	Fase 1	2,29	0,08	2,08	0,09
	Fase 2	2,30	0,08	2,04	0,16
	Fase 3	2,31	0,07	2,14	0,12
	Neutro	0,45	1,00	0,40	0,99
Intensidades de fuente con E2	Fase 1	2,28	0,08	2,13	0,08
	Fase 2	2,30	0,08	1,73	0,16
	Fase 3	2,30	0,06	2,26	0,12
	Neutro	0,44	0,99	0,89	0,41
Intensidades de fuente con E3	Fase 1	2,21	0,08	1,99	0,08
	Fase 2	2,23	0,09	1,75	0,10
	Fase 3	2,24	0,09	2,09	0,09
	Neutro	0,51	1,00	0,44	0,99
Intensidades de fuente con E5	Fase 1	2,32	0,08	2,14	0,08
	Fase 2	2,32	0,08	1,82	0,08
	Fase 3	2,34	0,08	2,28	0,08
	Neutro	0,48	1,00	0,42	0,98

Por otra parte, la tabla IV.19 muestra los valores eficaces de las formas de onda de tensión e intensidad de fuente antes y después de la compensación aplicando las cinco estrategias estudiadas en los dos casos analizados. Asimismo muestra los valores del índice de distorsión monofásico para las mismas formas de onda.



El valor eficaz trifásico de la intensidad de fuente y los índices trifásicos de distorsión de demanda total, tanto ponderados como no ponderados, además del índice de desequilibrio para la compensación de la carga formada por los rectificadores aplicando directamente las tensiones de red se muestran en la tabla IV.20. Los mismos índices para el caso de tensiones desequilibradas se muestran en la tabla IV.21.

Tabla IV.20 Índices globales de distorsión y desequilibrio de una carga formada por tres rectificadores monofásicos en el caso de tensiones de red.

Tensión	$I_e$	$TDD_{3\phi}$	$TDDW_{3\phi}$	TU
Tensión	224,29	0,03		0,08
Intensidad de carga	3,07	0,57	0,50	0,45
Intensidades de fuente con E1, E4	2,31	0,13	0,12	0,08
Intensidades de fuente con E2	2,31	0,13	0,11	0,06
Intensidades de fuente con E3	2,25	0,16	0,14	0,08
Intensidades de fuente con E5	2,34	0,14	0,12	0,08

Tabla IV.21 Índices globales de distorsión y desequilibrio de una carga formada por tres rectificadores monofásicos en el caso de tensiones desequilibradas

Tensión	$I_e$	$TDD_{3\phi}$	$TDDW_{3\phi}$	TU
Tensión	199,34	0,05		0,45
Intensidad de carga	2,71	0,56	0,48	0,47
Intensidades de fuente con E1, E4	2,10	0,17	0,12	0,14
Intensidades de fuente con E2	2,12	0,15	0,11	0,34
Intensidades de fuente con E3	1,97	0,16	0,13	0,29
Intensidades de fuente con E5	2,10	0,14	0,12	0,37

Las conclusiones de la compensación de la carga constituida por los rectificadores son cualitativamente las mismas que las de la compensación de la carga constituida por los reguladores.

En resumen, todas las estrategias de control estudiadas son capaces de lograr intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales, cuyo factor de desplazamiento respecto de las tensiones de alimentación es nulo, lo mismo que la potencia activa intercambiada por el compensador, y una potencia instantánea suministrada por la fuente constante si las tensiones aplicadas son equilibradas y sinusoidales.

La tabla IV.22 presenta de forma resumida los objetivos alcanzados por las distintas estrategias en cada uno de los casos estudiados en este capítulo:

tensiones equilibradas sinusoidales, desequilibradas sinusoidales y equilibradas no sinusoidales. En ella se observa como ninguna estrategia consigue intensidades equilibradas sinusoidales, si no lo son las tensiones aplicadas.

Otra conclusión proporcionada por la aplicación de las distintas estrategias al prototipo experimental es que el control PWM enmascara en parte las características individuales presentadas por las estrategias derivadas de cada una de las formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea.

Tabla IV.22 Objetivos de compensación alcanzados por cada estrategia en cada caso estudiado

	<b>Tensiones equilibradas y sinusoidales</b>	<b>Tensiones desequilibradas y sinusoidales</b>	<b>Tensiones equilibradas y no sinusoidales</b>
p-q o p-q-r CPR	$P_S=cte$ $f_{dp}=1$ $i_s$ equilibradas $i_s$ sinusoidales $i_n$ nula $P_C=0$ $FD=0$	$P_S=cte$ $f_{dp}\sim 1$ $i_s$ desequilibradas $i_s$ no sinusoidales $i_n$ nula $P_C=0$ $FD=0$	$P_S=cte$ $f_{dp}\sim 1$ $i_s$ equilibradas $i_s$ no sinusoidales $i_n$ nula $P_C=0$ $FD=0$
p-q modificada	$P_S=cte$ $f_{dp}=1$ $i_s$ equilibradas $i_s$ sinusoidales $i_n$ nula $P_C=0$ $FD=0$	$P_S=cte$ $f_{dp}\sim 1$ $i_s$ desequilibradas $i_s$ no sinusoidales $i_n$ no nula $P_C=0$ $FD=0$	$P_S=cte$ $f_{dp}\sim 1$ $i_s$ desequilibradas $i_s$ no sinusoidales $i_n$ no nula $P_C=0$ $FD=0$
d-q o p-q-r CIR	$P_S=cte$ $f_{dp}=1$ $i_s$ equilibradas $i_s$ sinusoidales $i_n$ nula $P_C=0$ $FD=0$	$P_S\neq cte$ $f_{dp}\sim 1$ $i_s$ desequilibradas $i_s$ no sinusoidales $i_n$ nula $P_C\neq 0$ $FD=0$	$P_S\neq cte$ $f_{dp}\sim 1$ $i_s$ equilibradas $i_s$ no sinusoidales $i_n$ nula $P_C\neq 0$ $FD=0$
Vectorial	$P_S=cte$ $f_{dp}=1$ $i_s$ equilibradas $i_s$ sinusoidales $i_n$ nula $P_C=0$ $FD=0$	$P_S\neq cte$ $f_{dp}\sim 1$ $i_s$ desequilibradas $i_s$ sinusoidales $i_n$ nula $P_C=0$ $FD=0$	$P_S\neq cte$ $f_{dp}\sim 1$ $i_s$ equilibradas $i_s$ no sinusoidales $i_n$ nula $P_C=0$ $FD=0$

CPR: Control por potencia de referencia

CIR: Control por intensidad de referencia



# Capítulo V

## **Aplicación de la teoría de la potencia reactiva instantánea a la compensación de cargas trifásicas no lineales con filtros activos de potencia**

Las distintas formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea presentadas en los capítulos anteriores, han sido desarrolladas según los objetivos de compensación contemplados en su momento por los autores que propusieron cada una de ellas. En este capítulo se proponen otros enfoques que consiguen, dentro del marco de las distintas formulaciones, otros objetivos de compensación alternativos a los presentados por las formulaciones analizadas y que logran estrategias de compensación distintas de las establecidas en su propuesta inicial.

Los tres objetivos de compensación analizados en este capítulo son, [122], [196], [198]:

- Potencia de fuente constante.
- Factor de potencia unidad.
- Intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales.

En el caso de un sistema trifásico alimentado por tensiones equilibradas y sinusoidales, los tres objetivos son equivalentes. En otras condiciones de las tensiones de alimentación, es necesario elegir uno de los tres objetivos, que

será el que logre la estrategia seleccionada. En general, esta estrategia no logrará alcanzar el resto de los objetivos.

Las estrategias presentadas en los capítulos II y III se han desarrollado en coordenadas  $0\alpha\beta$ , en coordenadas de fase y en coordenadas rotativas. Si se considera que para modificar las estrategias en los sistemas rotativos es necesario retroceder al sistema  $0\alpha\beta$  del que parten, el planteamiento presentado para las estrategias en el sistema  $0\alpha\beta$  es extensible también a las desarrolladas en sistemas rotativos. Por otro lado, se pueden modificar, directamente, las estrategias presentadas en coordenadas de fase. De esta forma, en este capítulo se analizan de modo específico las modificaciones necesarias en la formulación original y en la formulación vectorial de la teoría de la potencia reactiva instantánea para lograr esos otros objetivos de compensación distintos de los planteados en su desarrollo original con cualquier sistema de tensiones de excitación

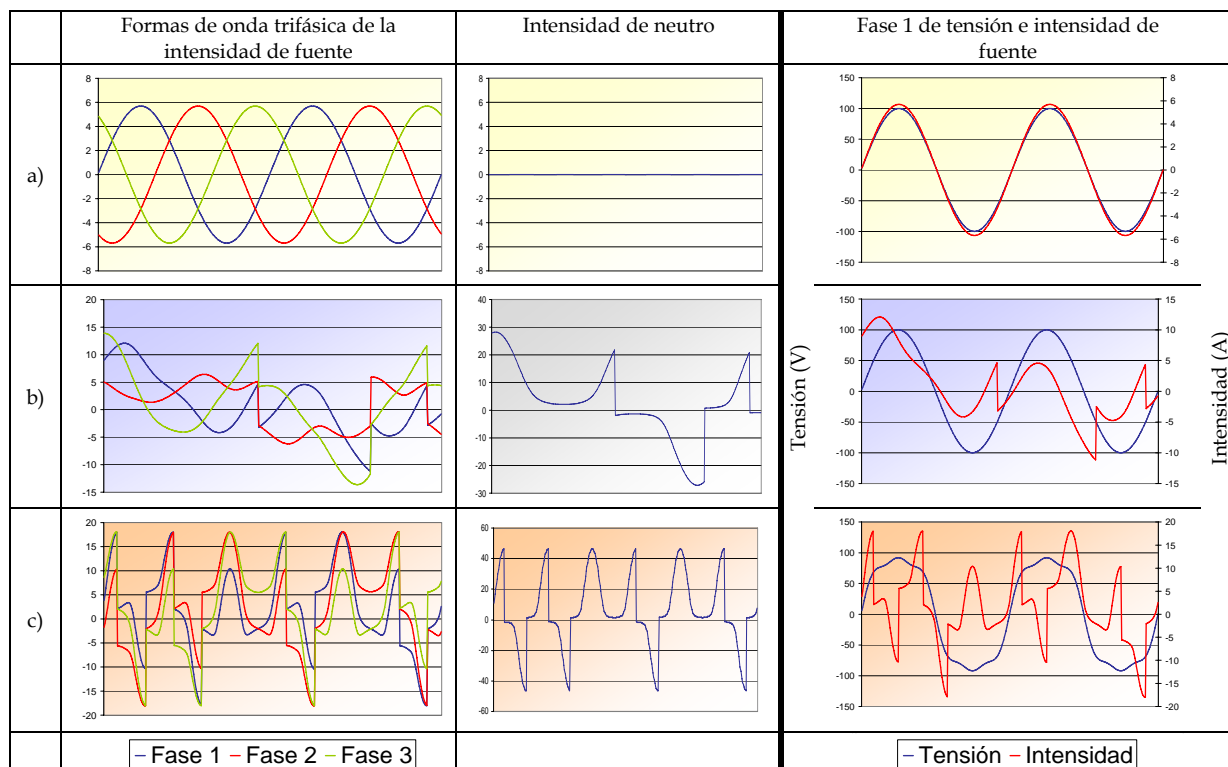
## 5.1 Formulación p-q

El objetivo de compensación seguido por los autores de la formulación p-q en su desarrollo inicial era la obtención de potencia de fuente constante. Así, la primera estrategia presentada por Akagi, Kanazawa y Nabae, [107], fue la siguiente:

$$\begin{bmatrix} i_{c0} \\ i_{c\alpha} \\ i_{c\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{e_0 e_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} e_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & e_0 e_\alpha & -e_0 e_\beta \\ 0 & e_0 e_\beta & e_0 e_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_{L0}(t) \\ \tilde{p}_{L\alpha\beta}(t) \\ q_{L\alpha\beta}(t) \end{bmatrix} \quad (V.1)$$

Los resultados de la aplicación de esta estrategia a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores para distintas condiciones de las tensiones de alimentación se presentan en la tabla V.1, donde se puede observar cómo esta estrategia no consigue eliminar la intensidad de neutro (segunda columna de la tabla), no consigue que las condiciones de simetría de la intensidad de fuente sean las mismas que las de la tensión de alimentación (tercera columna) y tampoco consigue intensidad de fuente sinusoidal (primera columna).

Tabla V.1 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada de la formulación p-q a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



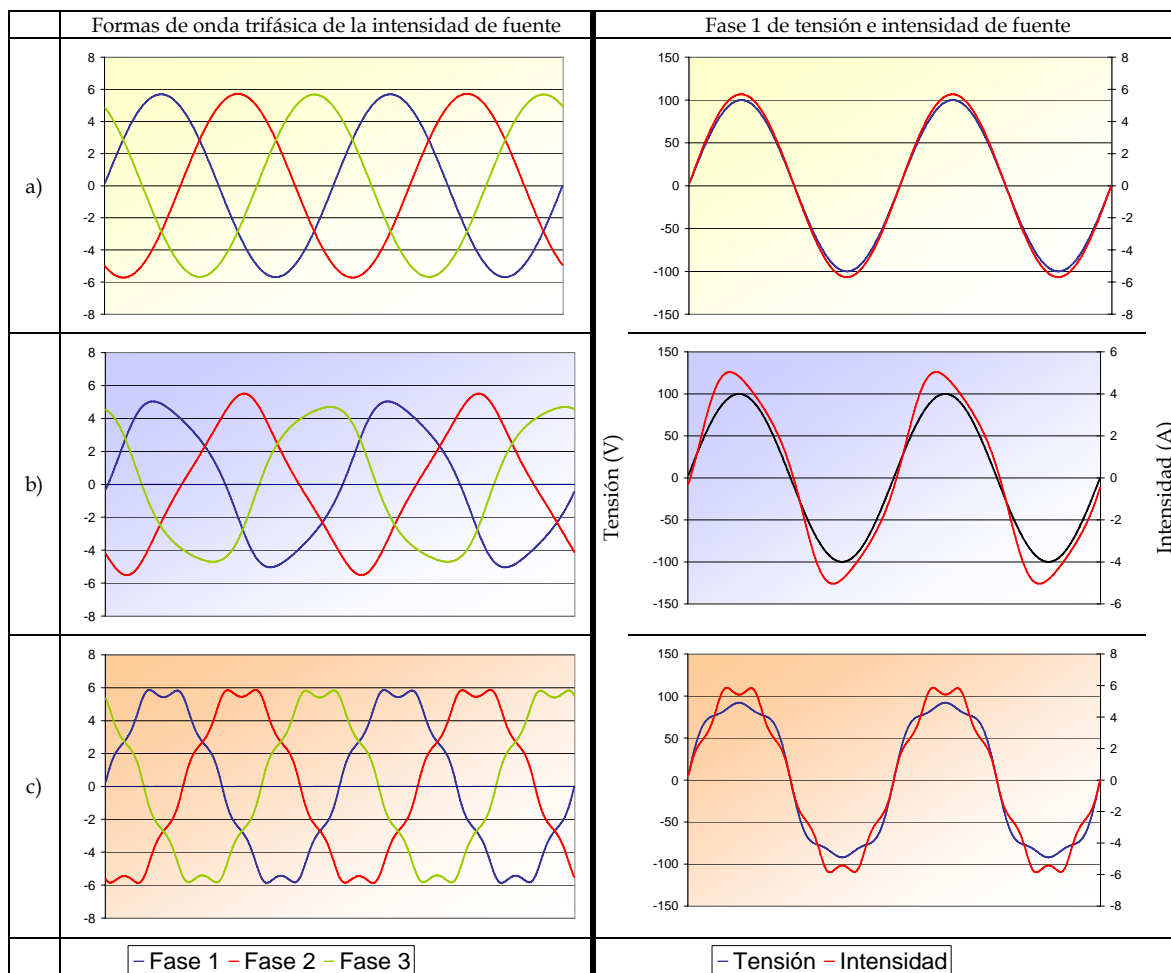
Los mismos autores propusieron una mejora de la estrategia para que pudiera eliminar la intensidad de neutro, sección 2.1.1 del capítulo II:

$$\begin{bmatrix} i_{c0} \\ i_{c\alpha} \\ i_{c\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{e_0 e_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} e_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & e_0 e_\alpha & -e_0 e_\beta \\ 0 & e_0 e_\beta & e_0 e_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{L0}(t) \\ \tilde{p}_{L\alpha\beta}(t) - P_0 \\ q_{L\alpha\beta}(t) \end{bmatrix} \quad (V.2)$$

Los resultados de aplicar esta estrategia a la compensación se presentan en la tabla V.2, donde se puede observar que, además de eliminar la intensidad de neutro, esta estrategia disminuye considerablemente la distorsión de la intensidad de fuente, que además presenta un factor de desplazamiento unidad.

Tabla V.2 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada de la formulación p-q eliminando la intensidad de neutro a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, 0,04 s en el eje de abscisas.

a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



En lo que sigue se analizan las modificaciones que se deben introducir en la estrategia de control derivada de la formulación p-q para obtener otros objetivos de compensación.

### 7.1.1 Factor de potencia unidad.

Un sistema de potencia con factor de potencia unidad, presenta unas intensidades con las mismas características de simetría y distorsión que las tensiones aplicadas. Es decir, la fuente suministra unas intensidades proporcionales a las tensiones. En general, para esta situación, la fuente

suministra la potencia activa requerida por la carga, aunque la potencia instantánea después de la compensación no es constante, [199].

La intensidad de fuente se expresa de la siguiente forma:

$$\vec{i}_s = G_f \vec{u} \quad (V.3)$$

donde  $G_f$  representa la conductancia equivalente del sistema. Su valor se obtiene al imponer la restricción de que  $i_s$  transporte la potencia activa consumida por la carga, lo que significa que la potencia media transferida por el compensador es nula:

$$\int_T p_c(t) = \int_T \vec{u} \cdot \vec{i}_c = \int_T p_L(t) - p_s(t) = \int_T \vec{u} \cdot \vec{i}_L - G_f \int_T \vec{u} \cdot \vec{u} = 0 \quad (V.4)$$

de donde:

$$G_f = \frac{\int_T \vec{u} \cdot \vec{i}_L}{\int_T \vec{u} \cdot \vec{u}} = \frac{P}{U^2} \quad (V.5)$$

$P$  hace referencia a la potencia activa total consumida por la carga y  $U^2$  representa el cuadrado del promedio de la norma del vector de tensiones. Por tanto:

$$\vec{i}_s = \frac{P}{U^2} \vec{u} \quad (V.6)$$

que en coordenadas  $0\alpha\beta$  se expresa como:

$$\vec{i}_s = \frac{P}{U^2} \begin{bmatrix} e_0 \\ e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} \quad (V.7)$$

donde:

$$U^2 = \int_T e_0^2 + e_\alpha^2 + e_\beta^2 \quad (V.8)$$

La potencia instantánea de secuencia cero,  $p_{s0}(t)$ , toma el siguiente valor:



$$p_{s0}(t) = \frac{P}{U^2} e_0^2 \quad (\text{V.9})$$

La potencia instantánea de coordenadas  $\alpha\beta$ ,  $p_{s\alpha\beta}(t)$ , es:

$$p_{s\alpha\beta}(t) = \frac{P}{U^2} (e_\alpha^2 + e_\beta^2) \quad (\text{V.10})$$

Y la potencia imaginaria instantánea,  $q_{s\alpha\beta}(t)$ , es nula:

$$q_{s\alpha\beta}(t) = \frac{P}{U^2} (e_\alpha e_\beta - e_\beta e_\alpha) = 0 \quad (\text{V.11})$$

De esta forma, las intensidades de compensación necesarias para lograr un factor de potencia unidad quedan en la forma:

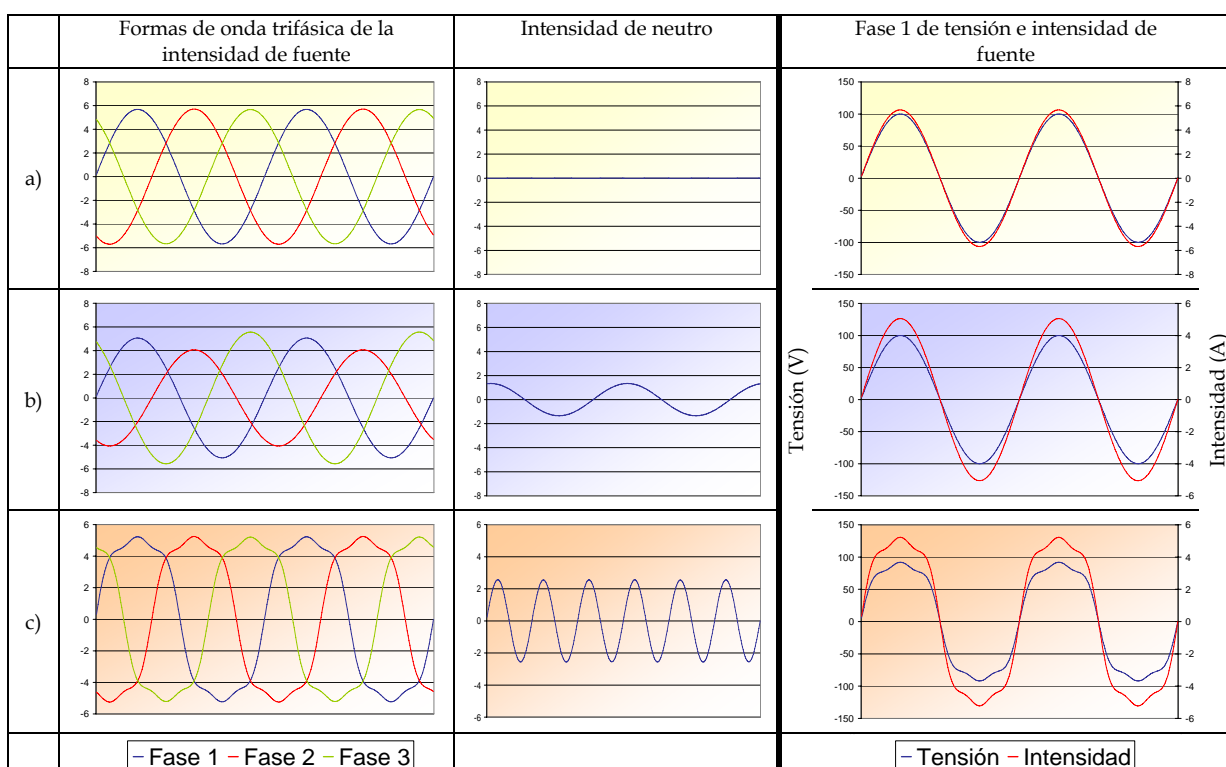
$$\begin{bmatrix} i_{C0} \\ i_{C\alpha} \\ i_{C\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{L0} \\ i_{L\alpha} \\ i_{L\beta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{S0} \\ i_{S\alpha} \\ i_{S\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{e_0 e_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} e_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & e_0 e_\alpha & -e_0 e_\beta \\ 0 & e_0 e_\beta & e_0 e_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{L0}(t) - \frac{P_L}{U^2} e_0^2 \\ p_{L\alpha\beta}(t) - \frac{P_L}{U^2} e_{\alpha\beta}^2 \\ q_{L\alpha\beta}(t) \end{bmatrix} \quad (\text{V.12})$$

Los resultados de aplicar esta nueva estrategia a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores se muestran en la tabla V.3 donde se puede comprobar que la intensidad presenta las mismas condiciones de distorsión y asimetría que la tensión aplicada (tercera columna de la tabla V.3) y que no se consigue anular la intensidad de neutro (segunda columna de la tabla V.3). Las intensidades de fuente se pueden observar en la primera columna de la tabla V.3.

Una forma de solventar el problema de la compensación de la intensidad de neutro es buscar una estrategia alternativa imponiendo la compensación de la componente de secuencia cero de la intensidad de carga y ajustando la potencia transportada por la intensidad  $\alpha\beta$  de compensación para que la potencia activa total intercambiada por el compensador sea nula. En este nuevo caso, la estrategia queda de la forma:

$$\begin{bmatrix} i_{c0} \\ i_{c\alpha} \\ i_{c\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{e_0 e_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} e_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & e_0 e_\alpha & -e_0 e_\beta \\ 0 & e_0 e_\beta & e_0 e_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{L0}(t) \\ p_{L\alpha\beta}(t) - \frac{P}{U^2} e_{\alpha\beta}^2 - \frac{P}{U^2} e_0^2 \\ q_{L\alpha\beta}(t) \end{bmatrix} \quad (V.13)$$

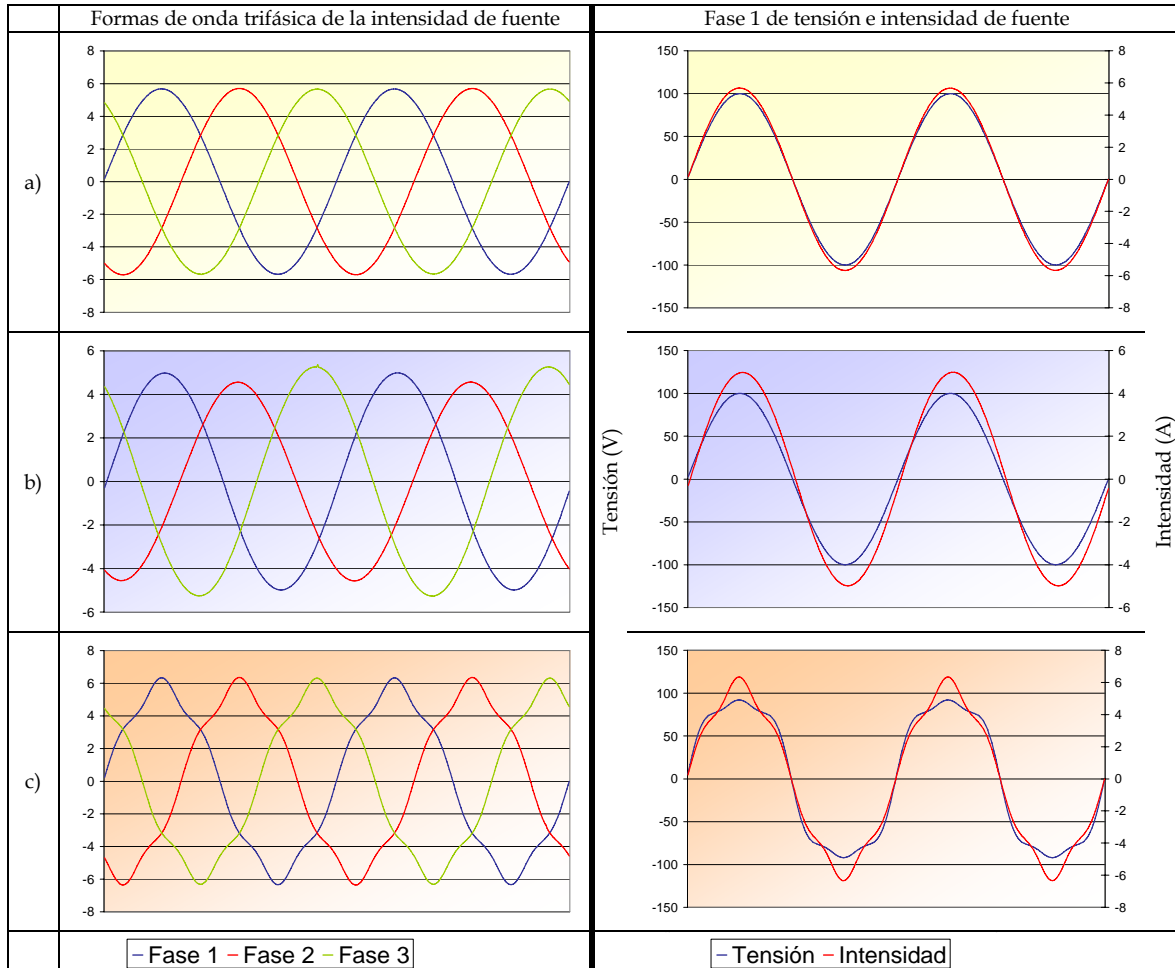
Tabla V.3 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada de la formulación p-q en su versión factor de potencia unidad a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



En los nuevos resultados mostrados en la tabla V.4 se puede ver que ahora sí se consigue eliminar la intensidad de neutro, aunque la intensidad no presenta exactamente las mismas condiciones de simetría y distorsión que la tensión de alimentación (segunda columna de la tabla V.4).

Esta estrategia de control consigue factor de potencia unidad y, solo en el caso de que las tensiones de alimentación sean equilibradas y sinusoidales, consigue además potencia instantánea constante. En otras condiciones de tensiones de alimentación no tiene porqué producirse esta segunda condición.

Tabla V.4 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada de la formulación p-q en su versión factor de potencia unidad eliminando la intensidad de neutro a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



### 7.1.2 Intensidad de fuente sinusoidal.

La compensación de la carga en los sistemas eléctricos de potencia ha hecho conveniente la introducción de un nuevo objetivo de compensación basado en un caso de referencia ideal. Este caso estará constituido por una fuente ideal que alimenta a una carga ideal.

Las compañías eléctricas producen normalmente la potencia eléctrica en forma de tensiones equilibradas y sinusoidales. Así, se toma esta configuración como aquella de alimentación de referencia. Por otro lado, una

carga resistiva, equilibrada lineal se considera como carga de referencia. Una fuente de referencia alimentando a una carga de referencia presenta intensidades equilibradas y sinusoidales, [161],[199]. Cualquier situación que produzca una no conformidad con respecto a estas condiciones supone una merma de calidad. De esta forma, los sistemas eléctricos deben perseguir la obtención de intensidades sinusoidales, equilibradas, de secuencia directa en fase con la componente fundamental de secuencia directa de la tensión. Esto se deberá cumplir para cualesquiera condiciones dadas en las tensiones de alimentación y para cualquier tipo de carga. Este sistema configura las condiciones ideales de referencia para las intensidades de fuente y son las intensidades que definen el tercer objetivo de compensación planteado.

Si las tensiones son equilibradas y sinusoidales, basta con que las intensidades de fuente sean proporcionales a las tensiones de alimentación para que se cumpla el objetivo fijado. La constante de proporcionalidad se establece de forma que la fuente proporcione la potencia activa requerida por la carga mientras que el compensador transfiera una potencia activa nula. De esta forma la intensidad de fuente debe cumplir la siguiente condición:

$$\vec{i}_s = \frac{P}{U^2} \vec{u} \quad (\text{V.14})$$

La estrategia de control derivada de esta condición es análoga a la obtenida en primer lugar en el apartado anterior correspondiente al objetivo de compensación factor de potencia unidad, ecuaciones (V.3)-(V.12).

En el caso de que las tensiones presenten componente de secuencia cero, esta estrategia no elimina la intensidad de neutro. Por tanto, para obtener intensidades sinusoidales y eliminar la intensidad de neutro, el vector de intensidades de fuente debe ser proporcional al vector tensión sin componente de secuencia cero como queda definido en el capítulo II, ecuaciones (II.62)-(II.66).

A partir del vector tensión de secuencia cero,  $\vec{v}_0$ , y del vector tensión sin componente de secuencia cero,  $\vec{v}$ , la intensidad de fuente toma la forma:

$$\vec{i}_s = \frac{P}{V^2} \vec{v} \quad (\text{V.15})$$

donde  $V^2$  representa el cuadrado del promedio de la norma del vector  $\vec{v}$ .

Todo esto viene a significar que, cuando las tensiones de alimentación son equilibradas y sinusoidales, esta estrategia de control alcanza los tres objetivos estudiados: potencia instantánea constante, factor de potencia unidad e intensidades de fuente sinusoidales. Elimina, además, la intensidad de neutro y presenta una potencia activa intercambiada por el compensador nula.

Por el contrario, si las tensiones de alimentación son no sinusoidales, no bastará con la condición anterior para conseguir intensidades sinusoidales, sino que la intensidad de fuente debe ser proporcional a la componente fundamental del vector tensión sin componente de secuencia cero,  $\vec{v}_1$ . No obstante, piénsense que, aunque se obtengan las intensidades sinusoidales, equilibradas y de secuencia directa como dicta el caso ideal de referencia, no tienen porqué alcanzarse los otros dos objetivos (potencia constante y factor de potencia unidad). Calculando de nuevo la constante de proporcionalidad de la misma forma que en los casos anteriores, se obtiene que:

$$\vec{i}_s = \frac{P}{V_1^2} \vec{v}_1 \quad (\text{V.16})$$

donde  $V_1^2$  representa el cuadrado del promedio de la norma de la componente fundamental del vector tensión modificado  $\vec{v}_1$ , [179], [185].

Si las tensiones son, además, desequilibradas, la intensidad de fuente debe venir dada según la siguiente expresión:

$$\vec{i}_s = \frac{P}{V_1^{+2}} \vec{v}_1^+ \quad (\text{V.17})$$

donde  $V_1^{+2}$  representa el cuadrado del promedio de la norma de la componente fundamental de secuencia directa del vector tensión,  $\vec{v}_1^+$ .

En este caso, el vector intensidad de fuente es proporcional a la componente fundamental de secuencia directa del vector tensión modificado y el valor de la constante de proporcionalidad garantiza que la potencia activa intercambiada por el compensador sea nula.

Esta intensidad de fuente en el sistema  $0\alpha\beta$  toma la siguiente forma:

$$\vec{i}_s = \frac{P}{V_1^{+2}} \begin{bmatrix} 0 \\ e_{1\alpha}^+ \\ e_{1\beta}^+ \end{bmatrix} \quad (\text{V.18})$$

con:

$$V_1^{+2} = \int_T e_{1\alpha}^{+2} + e_{1\beta}^{+2} \quad (\text{V.19})$$

Este vector de intensidades de fuente genera el siguiente valor de la potencia instantánea de secuencia cero:

$$p_{s0}(t) = 0 \quad (\text{V.20})$$

la potencia instantánea  $\alpha\beta$ :

$$p_{s\alpha\beta}(t) = \frac{P}{V_1^{+2}} (e_\alpha e_{\alpha 1}^+ + e_\beta e_{\beta 1}^+) \quad (\text{V.21})$$

y la potencia imaginaria instantánea:

$$q_{s\alpha\beta}(t) = \frac{P}{V_1^{+2}} (e_\alpha e_{\beta 1}^+ - e_\beta e_{\alpha 1}^+) \quad (\text{V.22})$$

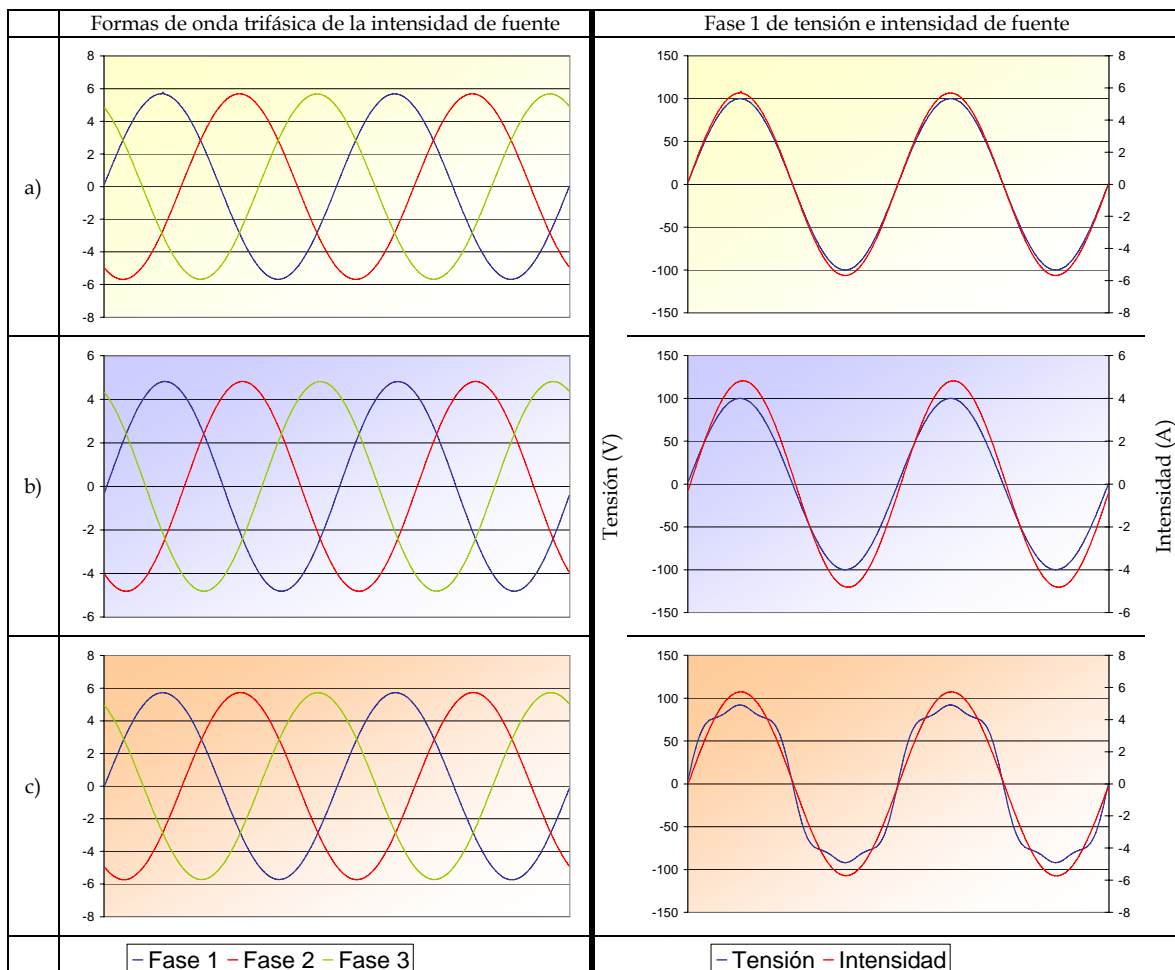
Con estos valores de potencias instantáneas en el lado de la fuente, la estrategia de control que consigue de obtener intensidades de fuente sinusoidales y equilibradas eliminando la intensidad de neutro y con una potencia activa intercambiada por el compensador nula. La expresión de la intensidad de compensación queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} i_{c0} \\ i_{c\alpha} \\ i_{c\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{e_0 e_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} e_{\alpha\beta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & e_0 e_\alpha & -e_0 e_\beta \\ 0 & e_0 e_\beta & e_0 e_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{L0}(t) \\ p_{L\alpha\beta}(t) - \frac{P_{Lu}}{U_1^{+2}} (e_\alpha e_{\alpha 1}^+ + e_\beta e_{\beta 1}^+) \\ q_{L\alpha\beta}(t) - \frac{P_{Lu}}{U_1^{+2}} (e_\alpha e_{\beta 1}^+ - e_\beta e_{\alpha 1}^+) \end{bmatrix} \quad (\text{V.23})$$

Se observa que en este caso se imponen condiciones, además de a los términos de las potencias reales instantáneas  $p_0(t)$  y  $p_{\alpha\beta}(t)$ , al término de la potencia imaginaria instantánea  $q_{\alpha\beta}(t)$ . Este hecho constata que, en este caso, la intensidad de fuente no coincide con la intensidad activa de Fryze, porque

no se trata de la intensidad de valor eficaz mínimo. La intensidad activa de valor eficaz mínimo propuesta por Fryze tiene forma sinusoidal en el caso de que las tensiones de alimentación sean sinusoidales y equilibradas. En cualquier otro caso, presenta las mismas asimetrías y distorsiones que las tensiones. Por ello, para que la intensidad de fuente sea sinusoidal tiene que tomar un valor distinto al de valor eficaz mínimo. Esto es, su valor eficaz será algo mayor. Y esto implica tener que imponer restricciones a la potencia imaginaria instantánea además de a las potencias instantáneas reales como ocurría en las secciones anteriores.

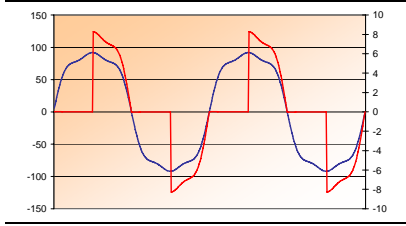
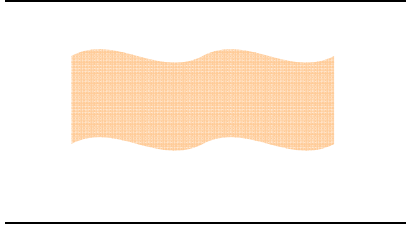
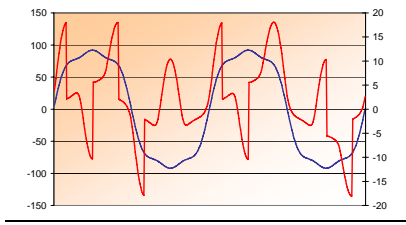
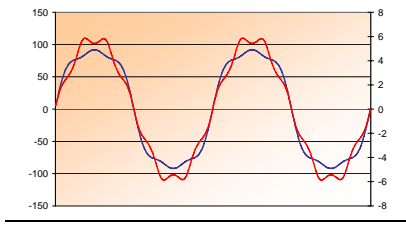
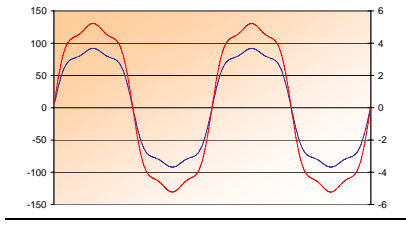
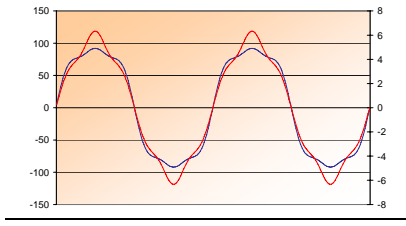
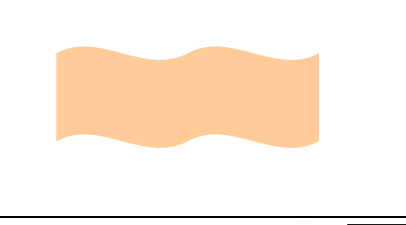
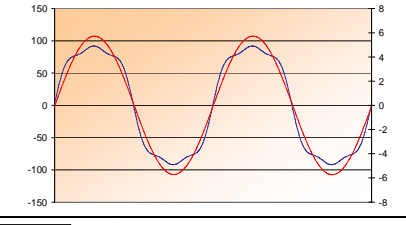
Tabla V.5 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada de la formulación p-q en su versión intensidad de fuente sinusoidal a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



El método seguido para obtener la componente fundamental de secuencia directa necesaria en esta última estrategia se detalla en el apartado 5.2 del presente capítulo.

Los resultados de esta nueva estrategia se muestran en la tabla V.5 en la que se puede comprobar cómo las intensidades de fuente son sinusoidales y equilibradas, su factor de desplazamiento es la unidad y se anula la intensidad de neutro para cualesquiera condiciones en las tensiones de alimentación.

Tabla V.6 Formas de onda de la intensidad de fuente fase 1 frente a la tensión de alimentación en el caso de tensiones equilibradas no sinusoidales aplicando los distintos objetivos de compensación

	Sin eliminar la intensidad de neutro	Eliminando la intensidad de neutro
Antes de compensación		
Después de compensación con la estrategia de potencia constante		
Después de compensación con la estrategia de factor de potencia unidad		
Después de compensación con la estrategia de intensidad de fuente sinusoidal		
Leyenda	— Tensión — Intensidad	

Los resultados de todas las estrategias de control presentadas a lo largo del apartado 5.1 correspondientes al caso de tensiones equilibradas no sinusoidales se muestran en las tablas V.6 y V.7. La tabla V.6 muestra las



formas de onda de la fase 1 de la tensión y la intensidad de fuente antes de la compensación, fila 1, y después de la compensación, filas 2 a 4. Así, el gráfico de la primera fila muestra una intensidad de carga fuertemente no lineal. La segunda fila presenta el resultado de aplicar la primera estrategia estudiada (de potencia constante eliminando o no la intensidad de neutro). Esta estrategia consigue potencia instantánea de fuente constante, como muestran además la primera y segunda filas de la tabla V.7. En el caso de no eliminar la intensidad de neutro, la de fase presenta un alto nivel de distorsión y un factor de potencia bajo (0,67). La incorporación de la condición de eliminar la intensidad de neutro hace que el nivel de distorsión de la intensidad disminuya considerablemente aunque la señal no llegue a ser sinusoidal pura. El factor de potencia toma, asimismo, un valor muy próximo a la unidad.

Los gráficos de la tercera fila de la tabla V.6 y las filas 3 y 4 de la tabla V.7 presentan los resultados para la estrategia de control de factor de potencia unidad. Se observa cómo en el caso de no eliminar la intensidad de neutro, la intensidad tiene exactamente las mismas características de distorsión y asimetría que la tensión. En el caso de anularse la intensidad de neutro las formas de onda de tensión e intensidad son distintas. En el primer caso el factor de potencia del sistema es la unidad y en el segundo es algo menor que uno. En ambos casos la potencia instantánea de la fuente después de la compensación no es constante.

Tabla V.7 Resumen de resultados obtenidos con las distintas estrategias derivadas de la formulación p-q.

	Intensidad de neutro	Potencia de fuente	Factor de potencia	Intensidad de fuente
<b>p-q original</b>	$i_n(t) \neq 0$	$p_s(t)=cte$	0,67	No sinusoidal
<b>p-q sin intensidad de neutro</b>	$i_n(t) =0$	$p_s(t)=cte$	0,99	No sinusoidal
<b>p-q con factor de potencia unidad</b>	$i_n(t) \neq 0$	$p_s(t) \neq cte$	1	No sinusoidal
<b>p-q con factor de potencia unidad sin intensidad de neutro</b>	$i_n(t) =0$	$p_s(t) \neq cte$	0,99	No sinusoidal
<b>p-q con intensidad sinusoidal</b>	$i_n(t) =0$	$p_s(t) \neq cte$	0,99	Sinusoidal

Por fin, el gráfico de la última fila de la tabla V.6 y el de la última fila de la tabla V.7 presentan los resultados de la última estrategia de control desarrollada, aquella que tiene como objetivo que las intensidades de fuente del sistema permanezcan sinusoidales y equilibradas sean cuales sean las condiciones de las tensiones de alimentación y las características de la carga que alimentan. En el gráfico se puede observar como la estrategia logra su objetivo alcanzando, además, un factor de potencia muy cercano a la unidad. De cualquier forma, la potencia instantánea no es constante después de la compensación.

## 5.2 Formulación vectorial

En el capítulo II del presente trabajo se presentó la formulación vectorial, [134], [188]. En el desarrollo de la misma se proponían dos estrategias de compensación:

- Aquélla que persigue la obtención de factor de potencia unidad y donde la intensidad de compensación viene dada por:

$$\vec{i}_c = \vec{i} - \frac{P}{U^2} \vec{u} \quad (\text{V.24})$$

- Aquélla que podría denominarse de factor de potencia unidad eliminando la intensidad de neutro, donde la intensidad de compensación viene dada por:

$$\vec{i}_c = \vec{i} - \frac{P}{V^2} \vec{v} \quad (\text{V.25})$$

En el caso de tensiones de alimentación equilibradas y sinusoidales, estas dos estrategias son equivalentes y equivalentes asimismo a las estrategias de compensación de potencia constante e intensidad de fuente sinusoidal.

Cuando en el marco de esta formulación se persigue la obtención de intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales, [161], [179], la estrategia de control presentada en (V.25) debe ser modificada. En efecto, una intensidad de fuente proporcional a una tensión de alimentación desequilibrada y/o no sinusoidal no será equilibrada y sinusoidal sino que presentará las mismas características que la tensión. La formulación vectorial de la teoría de la potencia reactiva instantánea plantea que en este caso la intensidad de fuente no será proporcional a la tensión de alimentación sino a la componente fundamental de secuencia directa de la tensión. De esta forma:

1. Tensiones de alimentación desequilibradas y sinusoidales.

Si las tensiones  $\vec{u}$  son sinusoidales y desequilibradas, las intensidades de referencia deben ser proporcionales a la componente de secuencia directa de dicha tensión:

$$\vec{i}_s = \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} = G_e \begin{bmatrix} v_1^+ \\ v_2^+ \\ v_3^+ \end{bmatrix} = G_e \vec{v}^+ \quad (\text{V.26})$$

donde  $\vec{v}^+$  representa el vector trifásico de las componentes de secuencia directa de las tensiones de fuente.

La potencia transferida por el compensador es:

$$p_c(t) = p_L(t) - p_s(t) \quad (\text{V.27})$$

O, lo que es lo mismo:

$$\vec{u} \vec{i}_c = \vec{u} \vec{i}_L - \vec{u} \vec{i}_s \quad (\text{V.28})$$

Teniendo en cuenta que, como en los casos anteriores, el valor promedio de la potencia intercambiada por el compensador debe ser nula, se debe cumplir que:

$$\frac{1}{T} \int \vec{u} \vec{i}_c dt = 0 = \frac{1}{T} \int \vec{u} \vec{i}_L dt - \frac{1}{T} \int \vec{u} G_e \vec{v}^+ dt \quad (\text{V.29})$$

donde:

$$G_e = \frac{P}{V^{+2}} \quad (\text{V.30})$$

En la ecuación (V.30),  $V^{+2}$  representa el cuadrado del valor eficaz de la componente simétrica de secuencia directa de la tensión  $\vec{v}$ .

$$V^{+2} = \frac{1}{T} \int (v_1^{+2} + v_2^{+2} + v_3^{+2}) dt \quad (\text{V.31})$$

La potencia instantánea proporcionada por la fuente, en este caso, es:

$$p_s(t) = \vec{u} G_e \vec{v}^+ = \frac{P}{V^{+2}} (u_1 v_1^+ + u_2 v_2^+ + u_3 v_3^+) \quad (\text{V.32})$$

El diagrama de la figura V.1 muestra el esquema del procedimiento usado para obtener la componente simétrica de secuencia directa correspondiente a cada una de las fases  $\vec{v}_1^+$ ,  $\vec{v}_2^+$  y  $\vec{v}_3^+$ .

El bloque identificado por  $-T/3$  representa un retraso de la tercera parte del periodo de la onda, el bloque identificado por  $T/3$  un adelanto de la misma magnitud y el bloque identificado por  $1/3$  una ganancia de ese valor.

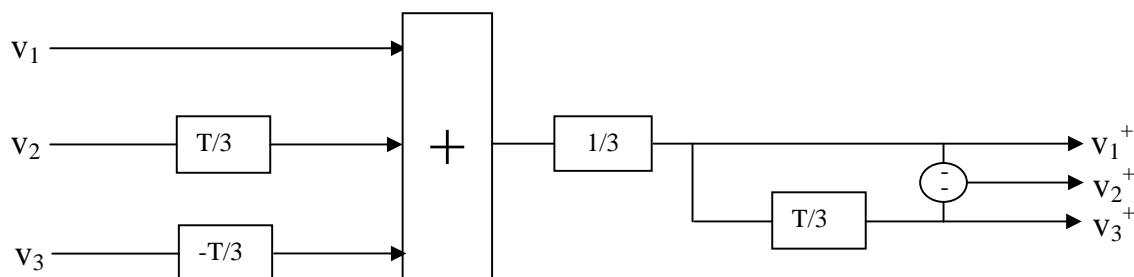


Figura V.1 Esquema usado para obtener la componente simétrica de secuencia directa.

Por otra parte, si las tensiones  $\vec{u}$  son equilibradas y no sinusoidales, las intensidades de referencia son:

$$\vec{i}_s = \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} = G_e \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \\ v_{31} \end{bmatrix} = G_e \vec{v}_1 \quad (\text{V.33})$$

donde  $\vec{v}_1$  representa el armónico fundamental de la tensión trifásica. La potencia del compensador es:

$$p_c(t) = p_L(t) - p_s(t) \quad (\text{V.34})$$

Para que el valor promedio de la potencia intercambiada por el compensador sea nula, se debe cumplir que:

$$\frac{1}{T} \int \vec{u} \vec{i}_c dt = 0 = \frac{1}{T} \int \vec{u} \vec{i}_L dt - \frac{1}{T} \int \vec{u} \vec{i}_s dt = \frac{1}{T} \int \vec{u} \vec{i}_L dt - \frac{1}{T} \int \vec{u} G_e \vec{v}_1 dt \quad (\text{V.35})$$

donde:

$$G_e = \frac{P}{V_1^2} \quad (\text{V.36})$$

y  $V_1^2$  representa el cuadrado del valor eficaz del armónico fundamental de tensión.

$$V_1^2 = \frac{1}{T} \int (v_{11}^2 + v_{21}^2 + v_{31}^2) dt \quad (\text{V.37})$$

La potencia instantánea de la fuente resulta en este caso:

$$p_s(t) = \vec{u} G_e \vec{v}_1 = \frac{P_L}{V_1^2} (u_1 v_{11} + u_2 v_{21} + u_3 v_{31}) \quad (\text{V.38})$$

La componente fundamental de una forma de onda se puede extraer mediante un filtro paso banda. Normalmente este sistema introduce desfases no deseados. Por tanto, se ha propuesto un procedimiento de cálculo de la componente fundamental de una señal incorporando sólo filtros paso bajo. El procedimiento se basa en que una forma de onda periódica se puede expresar en serie de Fourier de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \vec{u}_1(t) = & U_0 + U_{11} \text{sen} \omega t + U_{12} \cos \omega t + U_{21} \text{sen} 2\omega t + U_{22} \cos 2\omega t + \dots + \\ & + U_{n1} \text{sen} n\omega t + U_{n2} \cos n\omega t \end{aligned} \quad (\text{V.39})$$

donde  $\omega$  es la pulsación correspondiente a la frecuencia fundamental del sistema.

Si se supone que la señal no incluye componente continua, la expresión (V.39) queda de la forma:

$$\begin{aligned} \vec{u}_1(t) = & U_{11} \text{sen} \omega t + U_{12} \cos \omega t + U_{21} \text{sen} 2\omega t + U_{22} \cos 2\omega t + \dots + \\ & + U_{n1} \text{sen} n\omega t + U_{n2} \cos n\omega t \end{aligned} \quad (\text{V.40})$$

Con la multiplicación de esta expresión por el  $\text{sen} \omega t$ , se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \vec{u}_1(t) \text{sen} \omega t = & U_1 \text{sen} \varphi_1 \left( \frac{1}{2} - \frac{\cos 2\omega t}{2} \right) + U_1 \cos \varphi_1 \text{sen} \omega t \cos \omega t + \\ & + U_2 \text{sen} \varphi_2 \text{sen} \omega t \text{sen} 2\omega t + U_2 \cos \varphi_2 \text{sen} \omega t \cos 2\omega t + \dots + \\ & + U_n \text{sen} \varphi_n \text{sen} \omega t \text{sen} n\omega t + U_n \cos \varphi_n \text{sen} \omega t \cos n\omega t \end{aligned} \quad (\text{V.41})$$

que presenta un término constante ( $U_1 \text{sen} \varphi_1 / 2$ ) y los restantes términos senoides de distintas frecuencias.

Asimismo, multiplicando  $u_1(t)$  por el  $\cos \omega t$  se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \bar{u}(t)\cos\omega t &= U_1\text{sen}\varphi_1 \cos\omega t\text{sen}\omega t + U_1 \cos\varphi_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{\cos 2\omega t}{2}\right) + \\ &+ U_2\text{sen}\varphi_2 \cos\omega t\text{sen}2\omega t + U_{22} \cos\varphi_2 \cos\omega t \cos 2\omega t + \dots + \\ &+ U_n\text{sen}\varphi_n \cos\omega t\text{sen}n\omega t + U_n \cos\varphi_n \cos\omega t \cos n\omega t \end{aligned} \quad (\text{V.42})$$

que presenta un término constante ( $U_1\cos\varphi_1/2$ ) y los demás términos senoides de distintas frecuencias.

Si se supone que  $u_1(t)$  es la tensión de la fase 1 del sistema de potencia, el procedimiento descrito permite calcular su componente fundamental con el uso de filtros paso bajo, figura V.2, [188]. Las correspondientes a las otras dos fases se obtendrían de la misma forma.

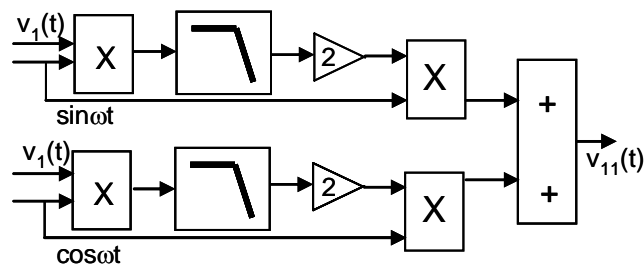


Figura V.2 Procedimiento de cálculo de la componente fundamental de la fase 1 e la tensión.

Por último, en el caso de tensiones desequilibradas y no sinusoidales, la estrategia de control es:

$$\vec{i}_s = \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} = G_e \begin{bmatrix} v_{11}^+ \\ v_{21}^+ \\ v_{31}^+ \end{bmatrix} = G_e \vec{v}_1^+ \quad (\text{V.43})$$

donde:

$$G_e = \frac{P}{V_1^{+2}} \quad (\text{V.44})$$

En este caso, se determina la componente fundamental de secuencia directa de la tensión de fuente. Para ello, se utiliza un procedimiento que es una combinación de los presentados para los casos de tensiones desequilibradas y sinusoidales y equilibradas y no sinusoidales, y que se esquematiza en la figura V.3. En ella, primero se calcula una señal de fase 1 modificada teniendo en cuenta los valores de las otras dos fases, se calcula la componente fundamental de esta nueva señal, y a continuación se generan las otras dos

fases multiplicando la salida del bloque de ganancia por senos y cosenos desfasados 120° y 240°, respectivamente.

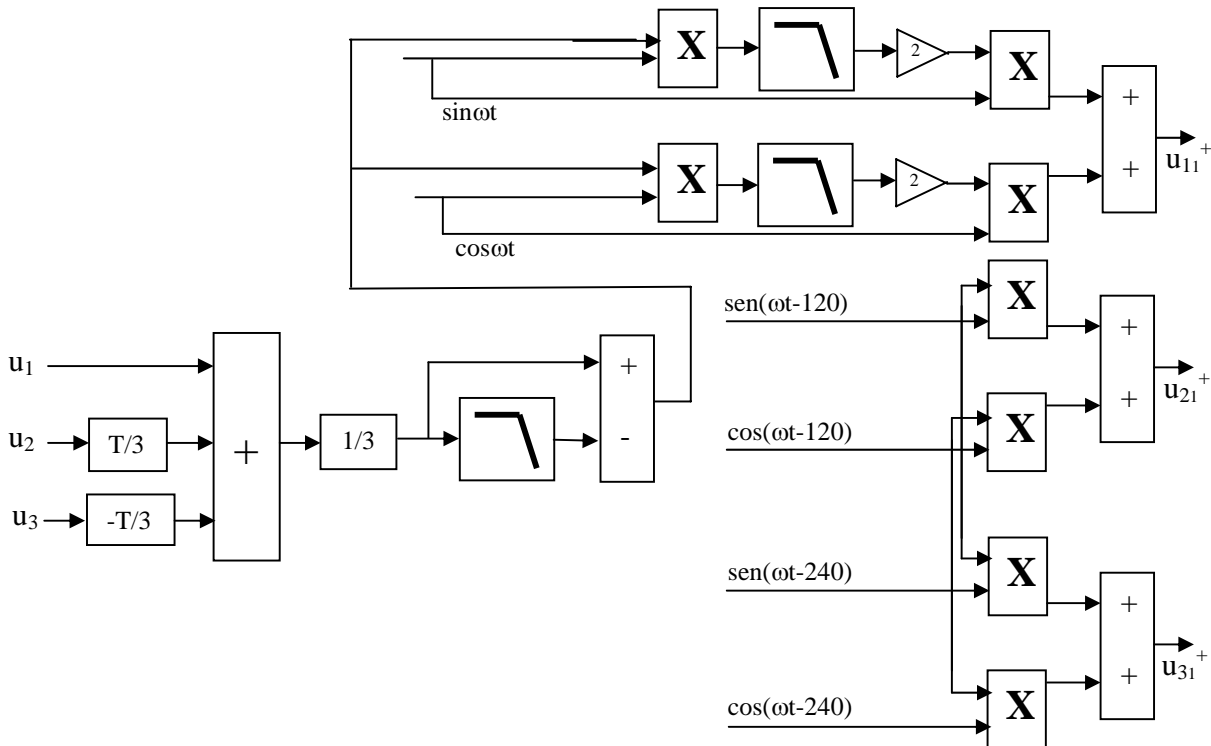


Figura V.3 Procedimiento de cálculo de la componente fundamental de secuencia directa de la tensión de fuente.

En resumen, la estrategia de control para obtener intensidades de fuente equilibrada y sinusoidales toma las siguientes expresiones dependiendo de las tensiones de alimentación:

1. Tensiones equilibradas y sinusoidales:

$$\vec{i}_c = \vec{i} - G_e \vec{v} \quad (V.45)$$

2. Tensiones desequilibradas y sinusoidales:

$$\vec{i}_c = \vec{i} - G_e \vec{v}^+ \quad (V.46)$$

3. Tensiones equilibradas y no sinusoidales:

$$\vec{i}_c = \vec{i} - G_e \vec{v}_1 \quad (V.47)$$

4. Tensiones desequilibradas y no sinusoidales:

$$\vec{i}_c = \vec{i} - G_e \vec{v}_1^+ \quad (V.48)$$

Aplicando esta estrategia de control a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores se obtiene los resultados mostrados en las tablas V.8 y V.9.

En la tabla V.8 se muestra el índice  $ITDD_{L1}$  (índice de distorsión de la fase 1) en porcentaje y el valor eficaz de la intensidad de neutro ( $RMS_{IL4}$ ) en amperios para los sistemas de intensidades de fuente presentados en la primera columna de la tabla V.9.

Se muestra en la tabla V.8 que los dos índices son nulos para los tres casos.

Tabla V.8 Resultados de la aplicación de la formulación vectorial a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales

	$ITDD_{L1}$ (%)	$RMS_{IL4}$ (A)
<b>Caso 1</b>	0	0
<b>Caso 2</b>	0	0
<b>Caso 3</b>	0	0

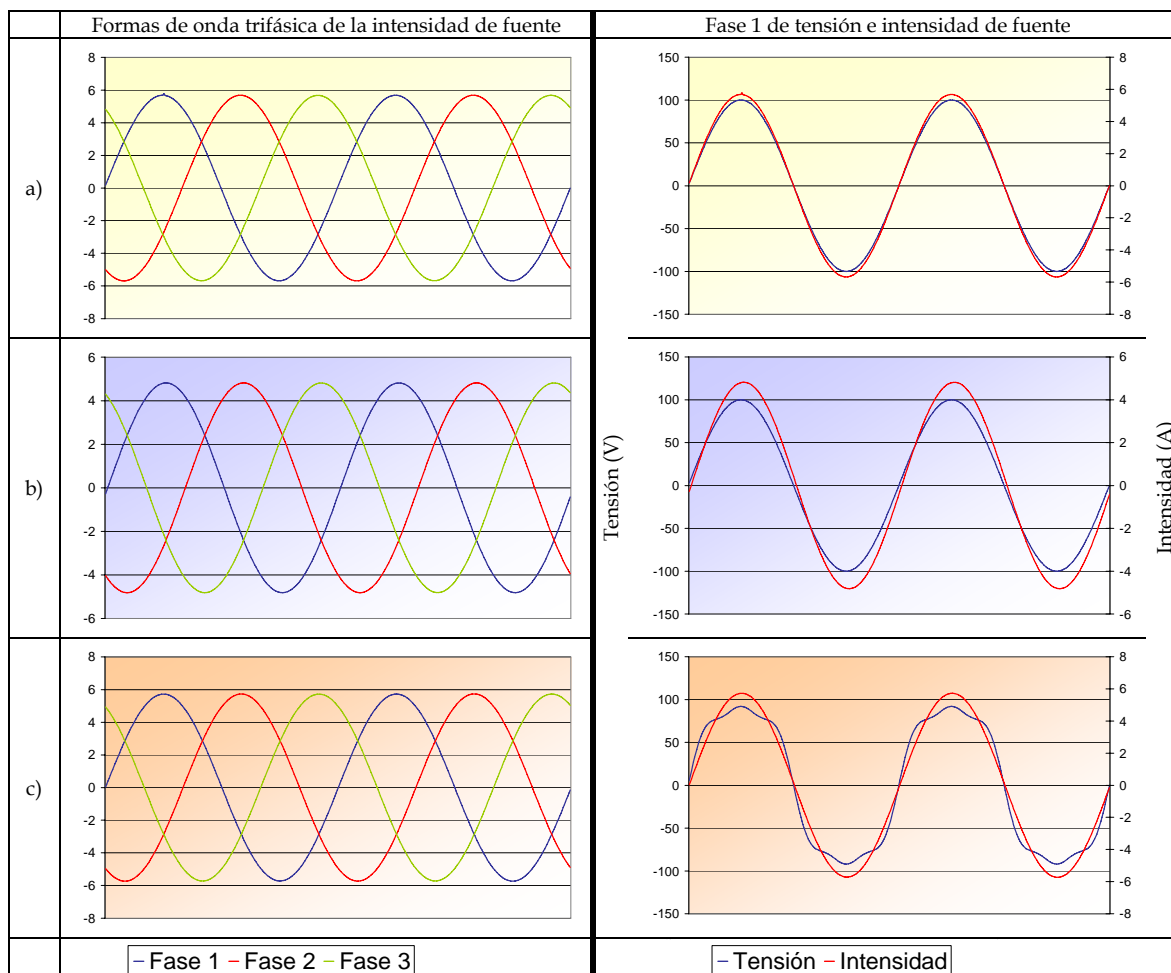
La primera columna de la tabla V.9 muestra el sistema de intensidades de fuente obtenido en cada uno de los casos 1, 2 y 3. En ella se observa que en los tres casos se han conseguido intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales con la consiguiente eliminación de la intensidad de neutro.

La segunda columna de la tabla V.9 presenta la fase 1 de la tensión y de la intensidad de fuente también en los tres casos estudiados. En ella se observa que en los tres casos el factor de desplazamiento es la unidad.

Por tanto, en todos los casos, es decir, en condiciones cualesquiera de carga y tensión de alimentación, esta teoría permite obtener intensidades de fuente equilibradas, sinusoidales y factor de desplazamiento unidad. Además las intensidades de fuente transportan solo la potencia activa requerida por la carga (esta última característica del sistema de intensidades se ha demostrado en apartados anteriores).



Tabla V.9 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada de la formulación vectorial a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores, 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



## 5.3 Resultados experimentales

### 5.3.1 Compensación de una carga formada por tres reguladores monofásicos conectados en estrella

En este apartado se presentan los resultados de aplicar la estrategia global desarrollada en este capítulo tanto en el marco de la formulación p-q como en el de la formulación vectorial a la compensación de una carga formada por tres reguladores monofásicos en serie con tres impedancias inductivas y conectados en estrella, con el neutro accesible.

La tabla V.10 presenta las formas de onda trifásicas de tensiones e intensidades antes de la compensación. la tabla V.11 muestra las correspondientes a la intensidad de fuente después de la compensación aplicando la estrategia de control de intensidad de fuente equilibrada y sinusoidal. En ellas se muestran unas formas de onda no lineales antes de la compensación, que además presentan el efecto del desequilibrio de las tensiones en el caso 2. Después de la compensación las formas de onda trifásicas de la intensidad de fuente correspondiente a ambos casos son sinusoidales y equilibradas como muestra la tabla V.11.

La tabla V.12 muestra para los dos casos estudiados la fase 1 de la tensión y la intensidad de fuente antes de la compensación (primera fila) y después de la compensación aplicando la estrategia de control de intensidad de fuente equilibrada y sinusoidal (segunda fila). En esta tabla se puede comprobar que, aunque antes de la compensación el factor de desplazamiento toma un valor distinto de uno, éste alcanza el valor de la unidad después de la compensación.

Tabla V.10 Formas de onda trifásicas de tensiones e intensidades de carga para los dos casos estudiados para la compensación de una carga formada por un regulador trifásico

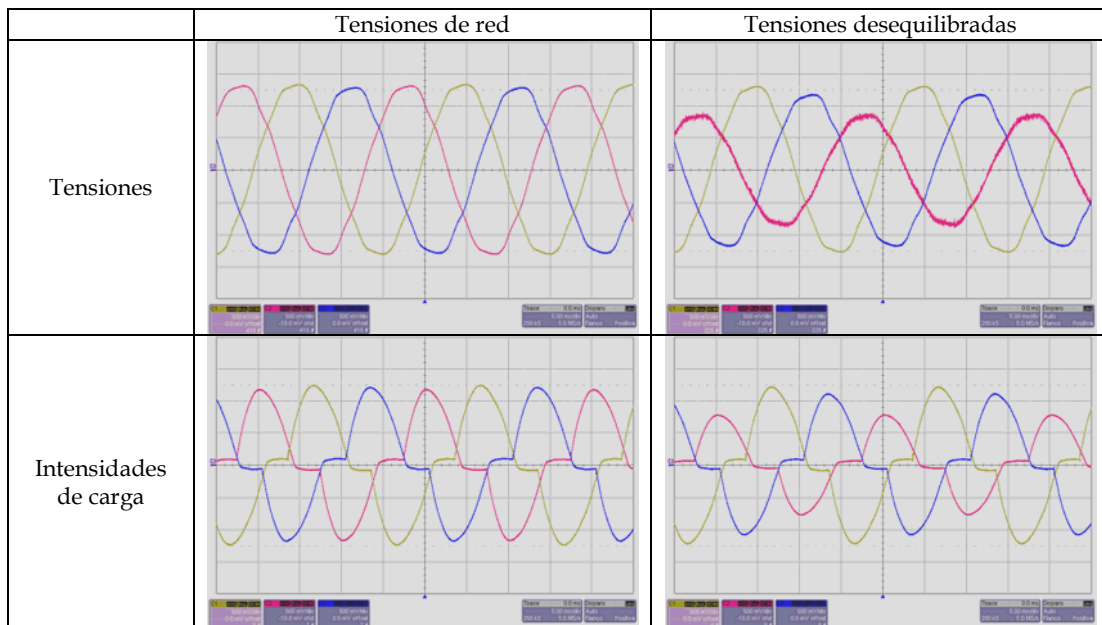


Tabla V.11 Formas de onda trifásicas de la intensidad de fuente después de la compensación para los dos casos estudiados para la compensación de una carga formada por un regulador trifásico

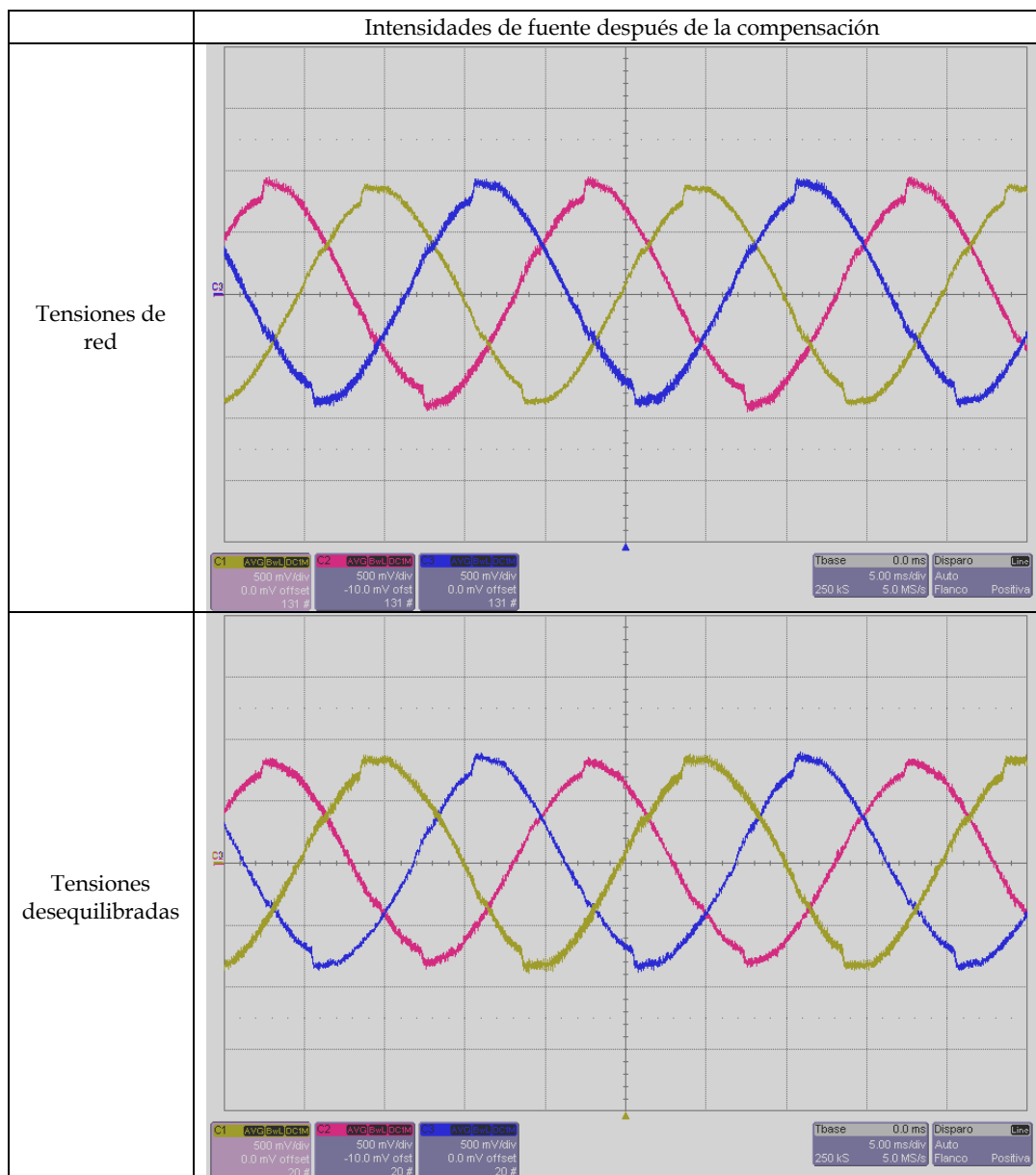
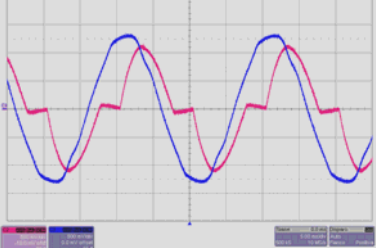
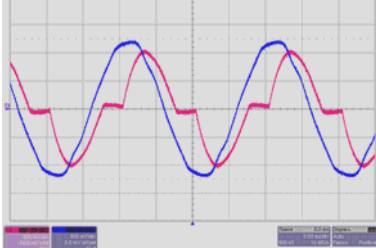
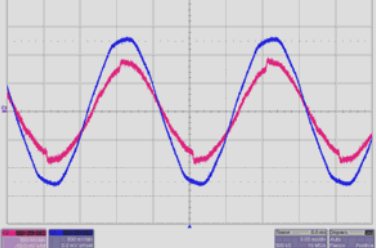
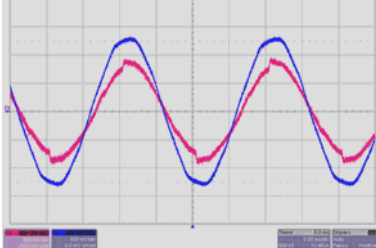


Tabla V.12 Formas de onda de la fase 1 de la tensión y la intensidad de fuente antes y después de la compensación para los dos casos estudiados en la compensación de un regulador trifásico

	Tensiones de red	Tensiones desequilibradas
Fase 1 de tensión e intensidad de carga		
Fase 1 de tensión e intensidad de fuente después de compensación con la estrategia de control global		

Asimismo, en la tabla V.13 se muestran los valores eficaces de las formas de onda de tensión e intensidad de fuente antes y después de la compensación aplicando la estrategia de control de intensidad de fuente equilibrada y sinusoidal en los dos casos analizados. Asimismo se muestran los valores del índice total de distorsión monofásico para las mismas formas de onda.

El primer grupo de filas (1 a 3) corresponde a los datos de las tres fases de la tensión. En ellas se muestra que aún en el caso 1 de tensiones de red, existe cierto desequilibrio entre fases. De cualquier forma, en el segundo caso se ha provocado un alto grado de desequilibrio mediante el uso de una fuente de alimentación trifásica variable. Por otro lado, el valor del índice de distorsión monofásico de todas las fases es del 2% en las tres fases de los casos excepto el correspondiente a la fase dos del caso 2 que es del 9%. Esta diferencia se debe a que el efecto del autotransformador usado para desequilibrar las tensiones es mayor conforme menor es el valor eficaz de la tensión.

También se observa cierta diferencia entre los valores eficaces de las intensidades de fuente antes de la compensación en el caso 1, que desaparece después de la compensación. El valor eficaz de la intensidad de neutro es no nulo después de la compensación (0,23 A). No obstante, disminuye un 80%. El hecho de que no se logre eliminar completamente la intensidad de neutro se debe al control PWM: la intensidad de compensación inyectada por el filtro no es capaz de seguir instantáneamente la forma de la intensidad de

referencia, lo que hace que las intensidades de fase y neutro presenten cierto rizado.

Tabla V.13 Parámetros de tensiones e intensidades de fuente antes de la compensación para la compensación de un regulador trifásico

		Tensiones de red		Tensiones desequilibradas	
		RMS	IITD	RMS	IITD
Tensión	Fase 1	224,60	0,02	204,12	0,02
	Fase 2	227,65	0,02	147,35	0,09
	Fase 3	228,75	0,02	224,08	0,02
Intensidad de carga	Fase 1	1,37	0,28	1,25	0,28
	Fase 2	1,32	0,32	0,90	0,31
	Fase 3	1,46	0,26	1,44	0,26
	Neutro	1,12	0,99	1,03	0,90
Intensidades de fuente con estrategia de control global	Fase 1	1,11	0,09	1,06	0,08
	Fase 2	1,10	0,09	1,03	0,06
	Fase 3	1,11	0,08	1,08	0,08
	Neutro	0,23	1,00	0,19	0,98

En el caso 2 la diferencia entre los valores eficaces de las intensidades de fuente es mayor que en el caso 1 debido al desequilibrio forzado en las tensiones de alimentación. Los valores eficaces de las tres fases de la intensidad de fuente después de la compensación corresponden a intensidades aproximadamente equilibradas. Las pequeñas diferencias entre las mismas, el valor eficaz no nulo de la intensidad de neutro, así como el valor de los índices monofásicos de distorsión de las intensidades de fase (menor en este caso que en cualquiera de los estudiados en los capítulos anteriores) se explica por el efecto del control PWM.

Los índices globales de distorsión, tanto ponderados como no ponderados y de desequilibrio para la compensación de la carga formada por los reguladores aplicando directamente las tensiones de red se muestran en la tabla V.14. Los mismos índices para el caso de tensiones desequilibradas se muestran en la tabla V.15.

Tabla V.14 Índices globales de distorsión y desequilibrio de un regulador trifásico en el caso de tensiones de red

	$I_e$	$TDD_{3\phi}$	$TDDW_{3\phi}$	UTUD
Tensión	227,06	0,03		0,09
Intensidad de carga	1,53	0,49	0,42	0,37
Intensidades de fuente con estrategia de control global	1,11	0,14	0,12	0,08

Tabla V.15 Índices globales de distorsión y desequilibrio de un regulador trifásico en el caso de tensiones desequilibradas.

	$I_e$	$TDD_{3\phi}$	$TDDW_{3\phi}$	UTUD
Tensión	198,87	0,06		0,47
Intensidad de carga	1,35	0,47	0,40	0,47
Intensidades de fuente con estrategia de control global	1,06	0,13	0,11	0,13

En la tabla V.14 se muestra una reducción del 28% en el valor eficaz trifásico de la intensidad de fuente y del 71% en el valor del índice trifásico de distorsión de demanda total de dicha intensidad. Lo mismo sucede con el índice trifásico de distorsión de demanda total ponderado, que es algo menor que el no ponderado antes y después de la compensación. Por último, el índice de desequilibrio disminuye con la compensación un 78%.

En el caso de que las tensiones de alimentación formen un sistema desequilibrado, se obtiene una reducción del 22% en el valor eficaz trifásico después de la compensación, una reducción del 72% en el índice trifásico de distorsión de demanda total (ponderado o no) y una disminución del 72% en el valor del índice total de desequilibrio.

### 5.3.2 Compensación de una carga formada por tres rectificadores monofásicos conectados en estrella

En este apartado se presentan los resultados de aplicar la estrategia de intensidad de fuente equilibrada y sinusoidal presentada en este capítulo tanto en el marco de la formulación p-q como en el de la formulación vectorial a la compensación de una carga formada por tres rectificadores monofásicos con una carga capacitiva en el lado de continua conectados en estrella. Están alimentados por líneas inductivas y presentan el neutro accesible.

La tabla V.16 muestra las formas de onda correspondientes a la tensión trifásica de alimentación (fila 1) y a la intensidad de fuente antes de la compensación (fila 2). Se puede observar que se trata de una carga no lineal que, en el caso 2 presenta además intensidades desequilibradas.

La tabla V.17 muestra, para los dos casos estudiados, la fase 1 de la tensión y la intensidad de fuente antes de la compensación (primera fila) y después de la compensación aplicando la estrategia de control de intensidad de fuente equilibrada y sinusoidal (segunda fila). En esta tabla se puede comprobar

que, aunque antes de la compensación la intensidad está retrasada respecto de la tensión, después de la compensación su factor de desplazamiento es la unidad.

Tabla V.16 Formas de onda trifásicas de tensiones e intensidades de carga para los dos casos estudiados en la compensación de un rectificador trifásico

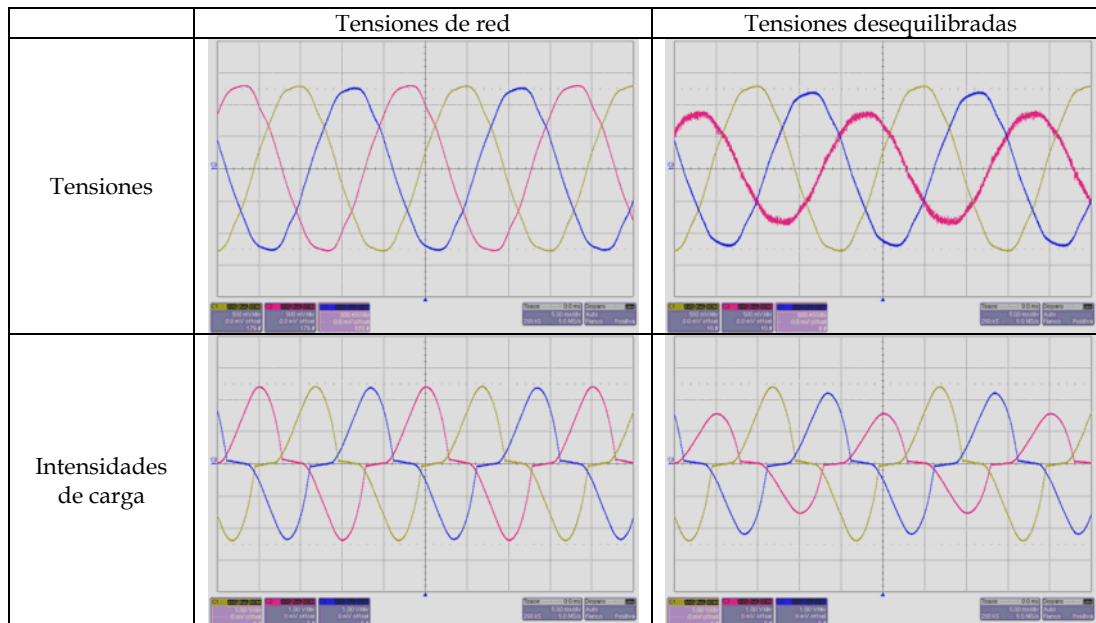
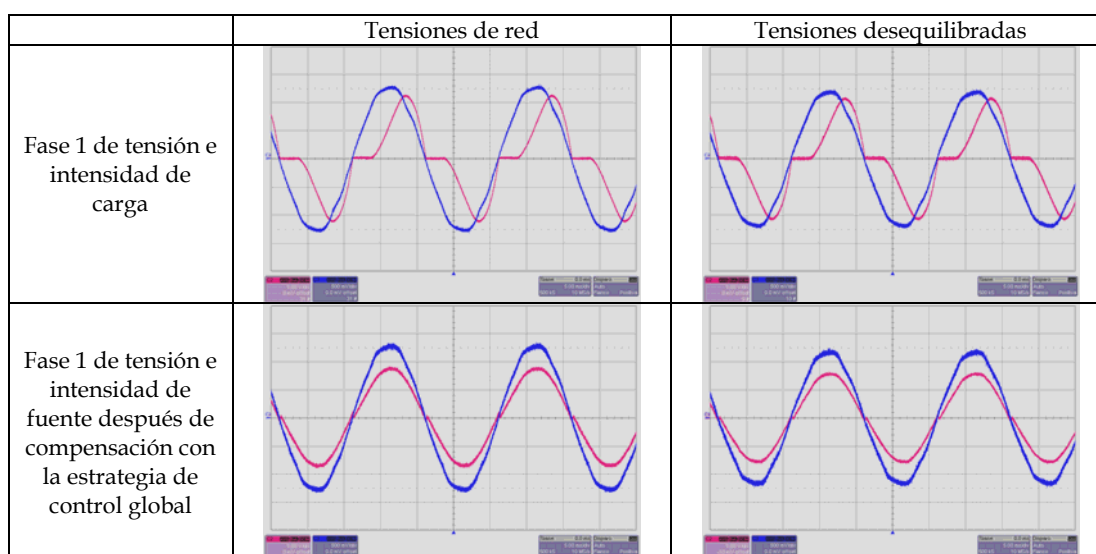
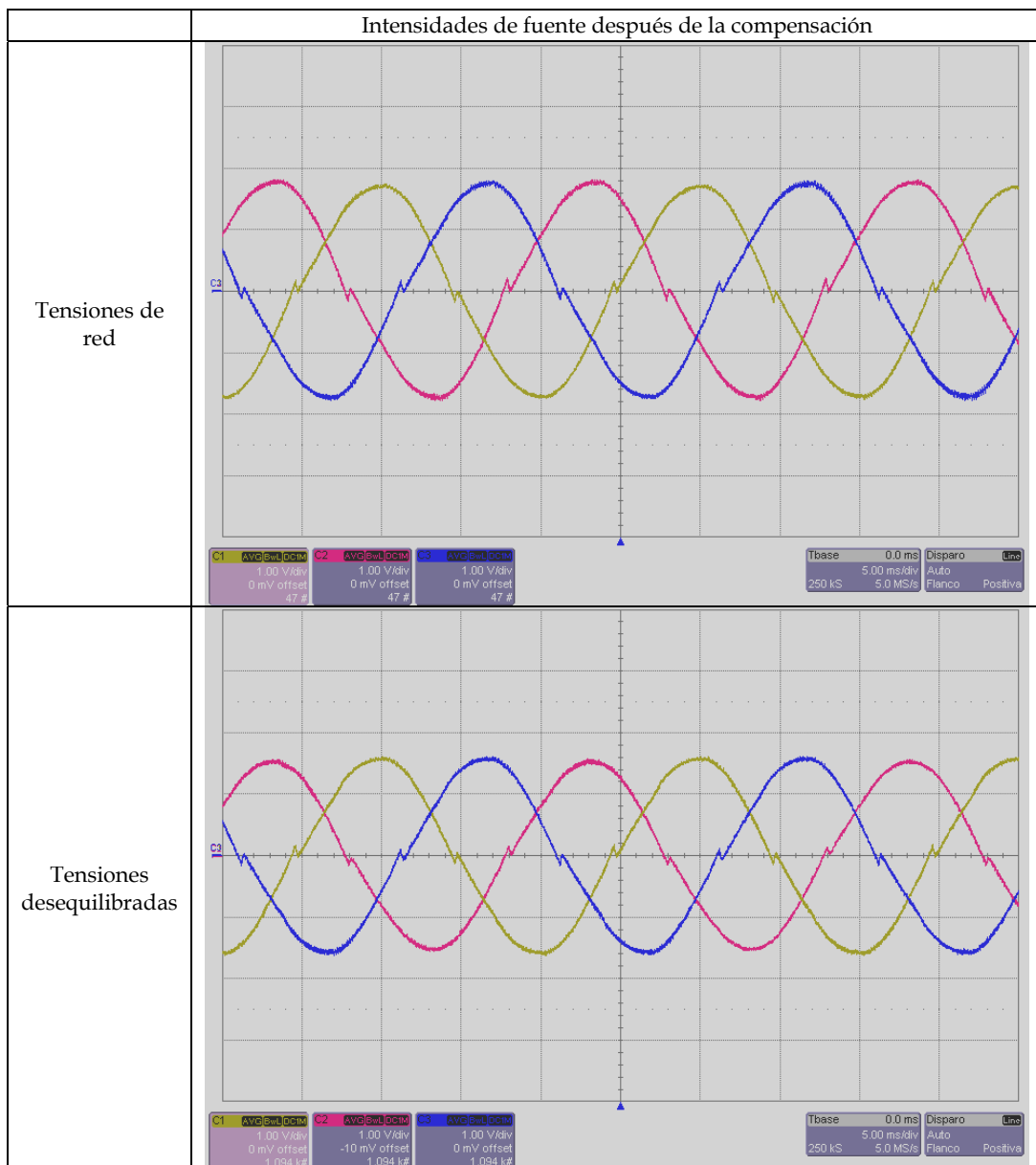


Tabla V.17 Formas de onda de la fase 1 de la tensión y la intensidad de fuente antes y después de la compensación para los dos casos estudiados en la compensación de un rectificador trifásico



Por último, la tabla V.18 presenta las formas de onda de la intensidad de fuente después de la compensación aplicando la estrategia global. Se observa que las formas de onda trifásicas de la intensidad de fuente correspondiente a ambos casos son sinusoidales y equilibradas.

Tabla V.18 Formas de onda trifásicas de la intensidad de fuente después de la compensación para los dos casos estudiados en la compensación de un rectificador trifásico





Asimismo, la tabla V.19 muestra los valores eficaces de las formas de onda de tensión e intensidad de fuente antes y después de la compensación. También muestra los valores del índice de distorsión monofásico para esas formas de onda.

Tabla V.19 Parámetros de tensiones e intensidades de fuente antes y después de la compensación de un rectificador trifásico

		Tensiones de red		Tensiones desequilibradas	
		RMS	ITTD	RMS	ITTD
Tensión	Fase 1	221,71	0,02	202,54	0,02
	Fase 2	224,89	0,02	146,65	0,08
	Fase 3	226,13	0,02	226,39	0,02
Intensidad de carga	Fase 1	2,64	0,34	2,42	0,34
	Fase 2	2,67	0,34	1,75	0,34
	Fase 3	2,71	0,33	2,72	0,33
	Neutro	2,61	1,00	2,39	0,93
Intensidades de fuente con estrategia de control global	Fase 1	2,35	0,08	2,13	0,08
	Fase 2	2,34	0,08	2,09	0,06
	Fase 3	2,35	0,07	2,14	0,08
	Neutro	0,49	1,00	0,40	0,99

El valor eficaz trifásico de la intensidad de fuente, los índices trifásicos de distorsión de demanda total, tanto ponderados como no ponderados, y el índice total de desequilibrio para la compensación de la carga formada por los rectificadores se muestran en la tabla V.20 aplicando directamente las tensiones de red. Los mismos índices para el caso de aplicar tensiones desequilibradas se muestran en la tabla V.21.

Tabla V.20 Índices globales de distorsión y desequilibrio de un rectificador trifásico en el caso de tensiones de red.

	$I_c$	$TDD_{3\phi}$	$TDDW_{3\phi}$	UTUD
Tensión	224,29	0,03		0,08
Intensidad de carga	3,07	0,57	0,50	0,45
Intensidades de fuente con estrategia de control global	2,36	0,14	0,12	0,08

Tabla V.21 Índices globales de distorsión y desequilibrio de un rectificador trifásico en el caso de tensiones desequilibradas

	$I_c$	$TDD_{3\phi}$	$TDDW_{3\phi}$	UTUD
Tensión	199,34	0,05		0,45
Intensidad de carga	2,71	0,56	0,48	0,47
Intensidades de fuente con estrategia de control global	2,13	0,13	0,11	0,06

Las conclusiones de la compensación de la carga formada por los rectificadores son cualitativamente iguales que las establecidas para la compensación de la carga constituida por los reguladores. La diferencia más significativa es que los valores eficaces de las intensidades de fuente son mayores en la compensación de la carga formada por los rectificadores que en la constituida por los reguladores.

En resumen, esta estrategia de control obtiene intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales, con un factor de desplazamiento unitario y con una potencia activa intercambiada por el compensador nula, cualesquiera que sean las condiciones de las tensiones de alimentación. Asimismo, como ya ha quedado establecido, el control PWM enmascara parte de las propiedades características de las estrategias derivada de cada una de las formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea.



# Capítulo VI

## Formulación de la potencia reactiva instantánea en sistemas polifásicos

A lo largo de las últimas décadas se han desarrollado varias formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea. En algunas de ellas las componentes de secuencia cero reciben un tratamiento distinto que el resto del sistema. Éstas se han agrupado en este trabajo en la primera sección del capítulo II donde se ha presentado cada una de las formulaciones más relevantes que se encuadran dentro de este grupo y que están desarrolladas en un sistema de coordenadas “fijo” o “no rotativo”. La formulación p-q modificada, presentada en la segunda sección del capítulo II también se desarrolla en un sistema “fijo”, pero ésta no somete a ningún tratamiento diferenciado a la componente de secuencia cero. Las formulaciones presentadas en el capítulo III tienen el nexo común de estar desarrolladas en sistemas de coordenadas rotativos de forma solidaria o no con el vector tensión del sistema de potencia. Pero todas y cada una de las formulaciones desarrolladas hasta el momento limitan su alcance al caso de sistemas trifásicos de tres o cuatro conductores.

En este capítulo se presenta una nueva propuesta de la teoría de la potencia reactiva instantánea que se puede aplicar a los sistemas polifásicos de  $n$  conductores para  $n \geq 2$ . En esta nueva formulación, que se denomina tensorial,

el vector intensidad se descompone en dos componentes ortogonales, la intensidad activa instantánea que transporta toda la potencia real instantánea y la intensidad reactiva instantánea que transporta toda la potencia imaginaria instantánea. La suma de ambas será la intensidad total requerida por la carga. Se trata ésta de una formulación global que comprende cualquiera de las formulaciones presentadas a lo largo de este trabajo para sistemas trifásicos dependiendo de la descomposición que se realice del vector intensidad. Así, en este capítulo se obtendrán en el marco de esta nueva formulación las ecuaciones correspondientes a las formulaciones presentadas en los capítulos anteriores: la formulación vectorial, la formulación p-q original y modificada y la formulación p-q-r.

En el desarrollo de esta formulación aplicable a sistemas polifásicos se utilizan ciertas herramientas matemáticas como son el producto diádico de dos vectores o el producto exterior. La potencia imaginaria instantánea adopta la forma de un tensor hemisimétrico, que se introduce por primera vez en el estudio de los sistemas eléctricos de potencia en 1986.

La definición de potencia imaginaria instantánea presentada por Akagi y desarrollada en el capítulo II de este trabajo, solo es aplicable a sistemas trifásicos. Basada en una transformación de coordenadas entre dos sistemas trifásicos, esta definición de potencia no puede ser extendida a sistemas polifásicos. La nueva definición de potencia reactiva instantánea presentada en la formulación p-q modificada o las correspondientes a las formulaciones basadas en sistemas rotatorios tampoco proporcionan una expresión de la potencia imaginaria instantánea extrapolable a sistemas polifásicos. Este capítulo desarrolla una formulación de la teoría de la potencia reactiva instantánea basada en la descomposición de la intensidad en dos componentes, que se puede utilizar en sistemas polifásicos.

## 6.1 Formulación tensorial de la teoría de la potencia reactiva instantánea.

Sea un sistema polifásico cualquiera donde  $\vec{u}$  define un vector de tensiones aplicadas:

$$\vec{u} = [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_n]^T \quad (\text{VI.1})$$

e  $\vec{i}$  un vector de intensidades requeridas:

$$\vec{i} = [i_1 \quad i_2 \quad \dots \quad i_n]^T \quad (\text{VI.2})$$

Además se define la potencia real instantánea consumida por la carga como el producto escalar de los vectores tensión e intensidad:

$$p(t) = \vec{u}^T(t) \cdot \vec{i}(t) \quad (\text{VI.3})$$

y la potencia imaginaria instantánea como un tensor hemisimétrico de orden  $n$ ,  $\mathbf{q}(t)$ . Este tensor hemisimétrico se calcula como el producto exterior de los vectores intensidad y tensión de la siguiente forma:

$$\mathbf{q}(t) = \vec{i}(t) \wedge \vec{u}(t) \quad (\text{VI.4})$$

El producto exterior de los vectores intensidad y tensión se define como la diferencia de los siguientes productos diádicos:  $(\vec{i} \otimes \vec{u})$  y  $(\vec{u} \otimes \vec{i})$ , de la manera siguiente:

$$\mathbf{q}(t) = \vec{i}(t) \wedge \vec{u}(t) = (\vec{i} \otimes \vec{u}) - (\vec{u} \otimes \vec{i}) \quad (\text{VI.5})$$

El producto diádico del vector intensidad por el vector tensión viene dado por:

$$\vec{i} \otimes \vec{u} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \dots \\ i_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \dots & u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 u_1 & i_1 u_2 & \dots & i_1 u_n \\ i_2 u_1 & i_2 u_2 & \dots & i_2 u_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ i_n u_1 & i_n u_2 & \dots & i_n u_n \end{bmatrix} \quad (\text{VI.6})$$

y el del vector tensión por el vector intensidad como:

$$\vec{u} \otimes \vec{i} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 i_1 & u_1 i_2 & \dots & u_1 i_n \\ u_2 i_1 & u_2 i_2 & \dots & u_2 i_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_n i_1 & u_n i_2 & \dots & u_n i_n \end{bmatrix} \quad (\text{VI.7})$$

Así, la potencia imaginaria instantánea toma la siguiente forma:

$$\mathbf{q} = \vec{i} \wedge \vec{u} = \begin{bmatrix} i_1 u_1 & i_1 u_2 & \dots & i_1 u_n \\ i_2 u_1 & i_2 u_2 & \dots & i_2 u_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ i_n u_1 & i_n u_2 & \dots & i_n u_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_1 i_1 & u_1 i_2 & \dots & u_1 i_n \\ u_2 i_1 & u_2 i_2 & \dots & u_2 i_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_n i_1 & u_n i_2 & \dots & u_n i_n \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & i_1 u_2 - u_1 i_2 & \dots & i_1 u_n - u_1 i_n \\ u_1 i_2 - i_1 u_2 & 0 & \dots & i_2 u_n - u_2 i_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_1 i_n - i_1 u_n & u_2 i_n - i_2 u_n & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.8})$$

En el caso de sistemas trifásicos, aplicando esta definición de potencia imaginaria instantánea, se obtiene el tensor hemisimétrico siguiente:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 0 & i_1 u_2 - u_1 i_2 & i_1 u_3 - u_1 i_3 \\ u_1 i_2 - i_1 u_2 & 0 & i_2 u_3 - u_2 i_3 \\ u_1 i_3 - i_1 u_3 & u_2 i_3 - i_2 u_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.9})$$

El tensor simétrico de orden tres tiene tres elementos no nulos que se pueden expresar en forma de vector haciendo coincidir el elemento 23 del tensor con el primero del vector, el elemento 13 del tensor con el segundo del vector y el elemento 12 del tensor con el tercero del vector. Así, la potencia imaginaria instantánea en sistemas trifásicos se puede expresar como:

$$\mathbf{q} \equiv \vec{q} = \begin{bmatrix} u_2 i_3 - i_2 u_3 \\ i_1 u_3 - u_1 i_3 \\ u_1 i_2 - i_1 u_2 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.10})$$

Este vector es equivalente al vector potencia reactiva instantánea definido en la formulación p-q modificada presentada en el capítulo II.

Con las definiciones de tensión, intensidad, potencia real instantánea y potencia imaginaria instantánea presentadas en (VI.1)-(VI.10), es posible descomponer el vector intensidad requerida por la carga en dos componentes ortogonales. Para ello, se define, en primer lugar, la intensidad activa instantánea,  $\vec{i}_p$ , de forma proporcional a la tensión aplicada de la siguiente forma:

$$\vec{i}_p = \frac{p(t)}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} \quad (\text{VI.11})$$

que se puede expresar también como:

$$\vec{i}_p = \frac{(\vec{u} \otimes \vec{i})}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} \quad (\text{VI.12})$$

ya que para ambas expresiones, se cumple que:

$$\begin{aligned} \vec{i}_p &= \frac{p(t)}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} = \frac{(u_1 i_1 + u_2 i_2 + \dots + u_n i_n)}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_n \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \begin{bmatrix} u_1 i_1 u_1 + u_1 i_2 u_2 + \dots + u_1 i_n u_n \\ u_2 i_1 u_1 + u_2 i_2 u_2 + \dots + u_2 i_n u_n \\ \dots \\ u_n i_1 u_1 + u_n i_2 u_2 + \dots + u_n i_n u_n \end{bmatrix} = \frac{(\vec{u} \otimes \vec{i})}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} \end{aligned} \quad (\text{VI.13})$$

Por otro lado, el vector intensidad se puede expresar en la forma:

$$\begin{aligned} \vec{i} &= \frac{(\vec{i} \otimes \vec{u})}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} = \frac{1}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \begin{bmatrix} i_1 u_1 & i_1 u_2 & \dots & i_1 u_n \\ i_2 u_1 & i_2 u_2 & \dots & i_2 u_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ i_n u_1 & i_n u_2 & \dots & i_n u_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_n \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2} \begin{bmatrix} i_1 u_1^2 + i_1 u_2^2 + \dots + i_1 u_n^2 \\ i_2 u_1^2 + i_2 u_2^2 + \dots + i_2 u_n^2 \\ \dots \\ i_n u_1^2 + i_n u_2^2 + \dots + i_n u_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \dots \\ i_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{VI.14})$$

Se define, así, el vector intensidad reactiva instantánea,  $\vec{i}_q$ , como:

$$\begin{aligned} \vec{i}_q &= \frac{\mathbf{q}(t) \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \frac{(\vec{i} \wedge \vec{u}) \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \frac{[(\vec{i} \otimes \vec{u}) - (\vec{u} \otimes \vec{i})] \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \\ &= \frac{1}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \begin{bmatrix} 0 & i_1 u_2 - u_1 i_2 & \dots & i_1 u_n - u_1 i_n \\ i_2 u_1 - u_2 i_1 & 0 & \dots & i_2 u_n - u_2 i_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ i_n u_1 - u_n i_1 & i_n u_2 - u_n i_2 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{VI.15})$$



De las definiciones (VI.12) y (VI.15) y teniendo en cuenta (VI.14), sigue:

$$\begin{aligned}
 \vec{i} &= \frac{(\vec{i} \otimes \vec{u}) \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \frac{[(\vec{u} \otimes \vec{i}) + (\vec{i} \otimes \vec{u}) - (\vec{u} \otimes \vec{i})] \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \\
 &= \frac{(\vec{u} \otimes \vec{i}) \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} + \frac{[(\vec{i} \otimes \vec{u}) - (\vec{u} \otimes \vec{i})] \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \\
 &= \frac{(\vec{u} \otimes \vec{i}) \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} + \frac{(\vec{i} \wedge \vec{u}) \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \frac{p(t) \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} + \frac{q(t) \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \vec{i}_p + \vec{i}_q
 \end{aligned} \tag{VI.16}$$

Así, el vector intensidad se divide en dos componentes: una intensidad activa instantánea,  $\vec{i}_p$ , que transporta la potencia real instantánea y una intensidad reactiva instantánea,  $\vec{i}_q$ , que transporta la potencia imaginaria instantánea. Estas componentes de intensidad vienen expresadas en función de  $p(t)$ , potencia real instantánea (escalar), y  $\mathbf{q}(t)$ , tensor de potencia reactiva instantánea (un tensor hemisimétrico de orden n).

A partir de la descomposición del vector intensidad expresada anteriormente, se establece una primera estrategia de control correspondiente a la compensación instantánea. El compensador suministra la intensidad reactiva instantánea y la fuente la intensidad real instantánea:

$$\vec{i}_c = \vec{i}_q \tag{VI.17}$$

Esta es la denominada compensación instantánea, donde la potencia instantánea intercambiada por el compensador es nula.

Otra estrategia de control es la compensación que consigue potencia instantánea constante en el lado de la fuente. En este caso, la intensidad de fuente,  $\vec{i}_s(t)$ , toma la siguiente forma:

$$\vec{i}_s(t) = \frac{P}{u^2(t)} \vec{u} \tag{VI.18}$$

donde P representa el valor promedio de la potencia real instantánea.

En el marco de la compensación promedio, se puede establecer la estrategia de control que consigue factor de potencia unidad. La intensidad de fuente toma ahora el siguiente valor:

$$\vec{i}_s(t) = \frac{P}{U^2} \vec{u} \tag{VI.19}$$

siendo  $U$  la norma media del vector tensión, definido de la siguiente forma:

$$U^2 = \frac{1}{T} \int (u_1^2(t) + u_2^2(2) + \dots + u_n^2(t)) dt \quad (\text{VI.20})$$

La potencia real instantánea intercambiada por el compensador es entonces:

$$p_c(t) = \vec{u} \cdot (\vec{i} - \vec{i}_s) = \vec{u} \cdot \vec{i}_c = p(t) - \frac{P}{U^2} u^2 \quad (\text{VI.21})$$

que tiene un valor promedio igual a cero.

## 6.2 Particularización de la formulación tensorial a sistemas trifásicos

En un sistema trifásico como el representado en la figura VI.1, el producto exterior de los vectores intensidad y tensión queda especificado en la expresión siguiente:

$$\begin{aligned} \vec{i} \otimes \vec{u} - \vec{u} \otimes \vec{i} &= \vec{i} \wedge \vec{u} = \begin{bmatrix} i_1 u_1 & i_1 u_2 & i_1 u_3 \\ i_2 u_1 & i_2 u_2 & i_2 u_3 \\ i_3 u_1 & i_3 u_2 & i_3 u_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_1 i_1 & u_1 i_2 & u_1 i_3 \\ u_2 i_1 & u_2 i_2 & u_2 i_3 \\ u_3 i_1 & u_3 i_2 & u_3 i_3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & i_1 u_2 - u_1 i_2 & i_1 u_3 - u_1 i_3 \\ i_2 u_1 - u_2 i_1 & 0 & i_2 u_3 - u_2 i_3 \\ i_3 u_1 - u_3 i_1 & i_3 u_2 - u_3 i_2 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{VI.22})$$

Por lo que la intensidad reactiva instantánea viene expresada en la forma:

$$\begin{aligned} \vec{i}_q(t) &= \frac{[(\vec{i} \otimes \vec{u}) - (\vec{u} \otimes \vec{i})] \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \\ &= \frac{1}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \begin{bmatrix} 0 & i_1 u_2 - u_1 i_2 & i_1 u_3 - u_1 i_3 \\ i_2 u_1 - u_2 i_1 & 0 & i_2 u_3 - u_2 i_3 \\ i_3 u_1 - u_3 i_1 & i_3 u_2 - u_3 i_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \begin{bmatrix} i_1 u_2 u_2 - u_1 i_2 u_2 + i_1 u_3 u_3 - u_1 i_3 u_3 \\ i_2 u_1 u_1 - u_2 i_1 u_1 + i_2 u_3 u_3 - u_2 i_3 u_3 \\ i_3 u_1 u_1 - u_3 i_1 u_1 + i_3 u_2 u_2 - u_3 i_2 u_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \begin{bmatrix} (i_1 u_2 - u_1 i_2) u_2 + (i_1 u_3 - u_1 i_3) u_3 \\ (i_2 u_1 - u_2 i_1) u_1 + (i_2 u_3 - u_2 i_3) u_3 \\ (i_3 u_1 - u_3 i_1) u_1 + (i_3 u_2 - u_3 i_2) u_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{VI.23})$$

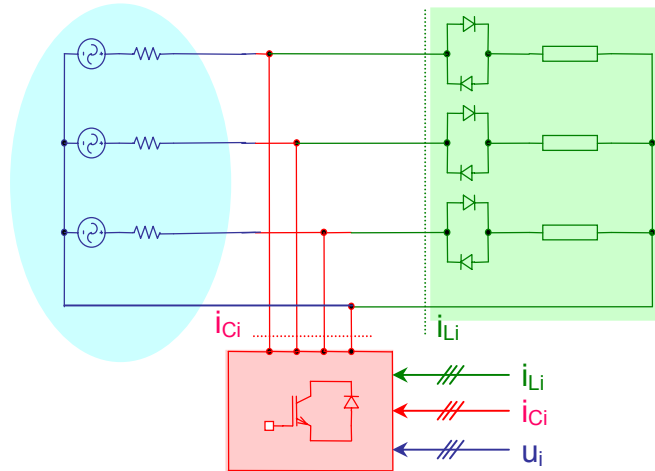


Figura VI.1 Compensación de sistemas trifásicos no lineales de cuatro conductores

En un sistema trifásico, el vector intensidad se expresa como:

$$\vec{i}(t) = \vec{i}_p(t) + \vec{i}_q(t) = \frac{p(t)}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} + \frac{1}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \begin{bmatrix} i_1 u_2 u_2 - u_1 i_2 u_2 + i_1 u_3 u_3 - u_1 i_3 u_3 \\ i_2 u_1 u_1 - u_2 i_1 u_1 + i_2 u_3 u_3 - u_2 i_3 u_3 \\ i_3 u_1 u_1 - u_3 i_1 u_1 + i_3 u_2 u_2 - u_3 i_2 u_3 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.24})$$

Según se presentó en el capítulo II, la formulación p-q modificada de la teoría de la potencia reactiva instantánea en el caso de un sistema trifásico establece que, ecuación (II.132):

$$\vec{i}_q = \vec{i} - \vec{i}_p = \frac{(\vec{u} \wedge \vec{i}) \wedge \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \frac{1}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \begin{bmatrix} (i_1 u_2 - u_1 i_2) u_2 + (i_1 u_3 - u_1 i_3) u_3 \\ (i_2 u_1 - u_2 i_1) u_1 + (i_2 u_3 - u_2 i_3) u_3 \\ (i_3 u_1 - u_3 i_1) u_1 + (i_3 u_2 - u_3 i_2) u_2 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.25})$$

idéntica a la expresión de  $\vec{i}_q(t)$  en la ecuación (VI.23).

### 6.3 Dos enfoques en la formulación tensorial de la teoría de la potencia reactiva instantánea

En la aplicación a sistemas trifásicos de la teoría tensorial se pueden seguir dos enfoques diferentes:

- El primero es el seguido por la formulación p-q, d-q y vectorial en el que se le da un tratamiento independiente a la componente de secuencia cero.
- El segundo enfoque le da un tratamiento global a los vectores tensión e intensidad, sin distinguir las componentes de secuencia cero. Este enfoque es el que se sigue en las formulaciones p-q modificada y p-q-r.

En este apartado se introducen ambos enfoques en el desarrollo propuesto para la formulación tensorial de la teoría de la potencia reactiva instantánea. A continuación se particularizan los resultados obtenidos a sistemas trifásicos para poder compararlos con las expresiones correspondientes a las teorías desarrolladas en las secciones anteriores, en concreto la teoría p-q original en el caso del primer enfoque y la teoría p-q-r en el caso del segundo enfoque.

### 6.3.1 Derivación de la formulación p-q original

Adoptando este primer enfoque (seguido por la teoría p-q), el vector tensión se divide en dos componentes ortogonales, la componente de secuencia cero,  $\vec{v}_0$ , y el vector tensión sin componente de secuencia cero,  $\vec{v}$ . El vector tensión de secuencia cero se definió en el capítulo II, ecuación (II.58), en la forma:

$$\vec{v}_0 = \left[ \frac{v_0}{\sqrt{n}} \quad \frac{v_0}{\sqrt{n}} \quad \dots \quad \frac{v_0}{\sqrt{n}} \right]^T \quad (\text{VI.26})$$

donde:

$$\sqrt{nv_0} = u_1 + u_2 + \dots + u_n \quad (\text{VI.27})$$

El vector tensión sin componente de secuencia cero,  $\vec{v}$ , es:

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} u_1 - v_0 / \sqrt{n} \\ u_2 - v_0 / \sqrt{n} \\ \dots \\ u_n - v_0 / \sqrt{n} \end{bmatrix} \quad (\text{VI.28})$$

El vector de tensión de secuencia cero,  $\vec{v}_0$ , es perpendicular al vector de tensión sin componente de secuencia cero,  $\vec{v}$ :

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot \vec{v}_0 &= \begin{bmatrix} u_1 - v_0 / \sqrt{n} & u_2 - v_0 / \sqrt{n} & \dots & u_n - v_0 / \sqrt{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_0 / \sqrt{n} \\ v_0 / \sqrt{n} \\ \dots \\ v_0 / \sqrt{n} \end{bmatrix} = \\ &= (u_1 + u_2 + \dots + u_n) \frac{v_0}{\sqrt{n}} - n \frac{v_0^2}{n} = 0 \end{aligned} \quad (\text{VI.29})$$

Por lo tanto, se cumple que:

$$u^2 = v^2 + v_0^2 \quad (\text{VI.30})$$

donde  $u$  representa la norma instantánea del vector tensión,  $v_0$  la norma del vector tensión de secuencia cero y  $v$  la norma del vector tensión sin componente de secuencia cero.

Además:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{v} \quad (\text{VI.31})$$

y:

$$\vec{u} \cdot \vec{v}_0 = \vec{v}_0 \cdot \vec{v}_0 \quad (\text{VI.32})$$

De la misma forma quedó definido el vector intensidad de secuencia cero de la intensidad como:

$$\vec{i}_0 = \left[ \frac{i_0}{\sqrt{n}} \quad \frac{i_0}{\sqrt{n}} \quad \dots \quad \frac{i_0}{\sqrt{n}} \right]^T \quad (\text{VI.33})$$

donde:

$$\sqrt{n}i_0 = i_1 + i_2 + \dots + i_n \quad (\text{VI.34})$$

El vector intensidad sin componente de secuencia cero,  $\vec{i}_v$ , es:

$$\vec{i}_v = \vec{i} - \vec{i}_0 \quad (\text{VI.35})$$

Este vector intensidad se puede expresar de la forma:

$$\vec{i}_v = \frac{\vec{i}_v \otimes \vec{v}}{\vec{v} \cdot \vec{v}} \vec{v} = \frac{\vec{v} \otimes \vec{i}_v}{\vec{v} \cdot \vec{v}} \vec{v} + \frac{\vec{i}_v \wedge \vec{v}}{\vec{v} \cdot \vec{v}} \vec{v} = \vec{i}_{vp} + \vec{i}_{vq} \quad (\text{VI.36})$$

Desarrollando la expresión correspondiente a  $\vec{i}_{vp}$  en (VI.36), se tiene que:

$$\begin{aligned} \vec{i}_{vp} &= \frac{\vec{v} \otimes \vec{i}_v}{\vec{v} \cdot \vec{v}} \vec{v} = \frac{1}{\vec{v} \cdot \vec{v}} \begin{bmatrix} v_1 i_{v1} & v_1 i_{v2} & \dots & v_1 i_{vn} \\ v_2 i_{v1} & v_2 i_{v2} & \dots & v_2 i_{vn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_n i_{v1} & v_n i_{v2} & \dots & v_n i_{vn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_n \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{\vec{v} \cdot \vec{v}} \begin{bmatrix} v_1 v_1 i_{v1} + v_1 v_2 i_{v2} + \dots + v_1 v_n i_{vn} \\ v_2 v_1 i_{v1} + v_2 v_2 i_{v2} + \dots + v_2 v_n i_{vn} \\ \dots \\ v_n v_1 i_{v1} + v_n v_2 i_{v2} + \dots + v_n v_n i_{vn} \end{bmatrix} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{i}_v}{\vec{v} \cdot \vec{v}} \vec{v} = \frac{p_v(t)}{\vec{v} \cdot \vec{v}} \vec{v} \end{aligned} \quad (\text{VI.37})$$

donde:

$$p_v = \vec{i}_v \cdot \vec{v} \quad (\text{VI.38})$$

Asimismo, desarrollando la expresión correspondiente a  $\vec{i}_{vq}$  en (VI.36), se llega a la siguiente expresión:

$$\vec{i}_{vq} = \frac{1}{v^2} \begin{bmatrix} i_{v1} (v_2^2 + \dots + v_n^2) - v_1 (i_{v2} v_2 + i_{v3} v_3 + \dots + i_{vn} v_n) \\ i_{v2} (v_1^2 + \dots + v_n^2) - v_2 (i_{v1} v_1 + i_{v3} v_3 + \dots + i_{vn} v_n) \\ \dots \\ i_{vn} (v_1^2 + \dots + v_{(n-1)}^2) - v_n (i_{v1} v_1 + i_{v2} v_2 + \dots + i_{v(n-1)} v_{(n-1)}) \end{bmatrix} \quad (\text{VI.39})$$

A partir de las relaciones precedentes, se puede comprobar que el vector intensidad de secuencia cero y el vector intensidad sin componente de secuencia cero,  $\vec{i}_v$ , son ortogonales:

$$\vec{i}_v \cdot \vec{i}_0 = (\vec{i} - \vec{i}_0) \cdot \vec{i}_0 = i_0^2 - i_0^2 = 0 \quad (\text{VI.40})$$

Asimismo, la componente de secuencia cero es ortogonal al vector intensidad en la dirección del vector  $\vec{v}$ ,  $\vec{i}_{vp}$ :

$$\vec{i}_{vp} \cdot \vec{i}_0 = \frac{p_v}{v^2} \vec{v} \cdot \vec{i}_0 = 0 \quad (\text{VI.41})$$

ya que el vector intensidad de secuencia cero es ortogonal al vector tensión sin componente de secuencia cero.

Por otro lado, el vector intensidad ortogonal,  $\vec{i}_{vq}$ , es ortogonal a la componente de secuencia cero de la intensidad:

$$\begin{aligned} \vec{i}_0 \cdot \vec{i}_{vq} &= \frac{1}{v^2 \sqrt{n}} [i_0 \quad i_0 \quad \dots \quad i_0] \begin{bmatrix} i_{v1}(v_2^2 + \dots + v_n^2) - v_1(i_{v2}v_2 + i_{v3}v_3 + \dots + i_{vn}v_n) \\ i_{v2}(v_1^2 + \dots + v_n^2) - v_2(i_{v1}v_1 + i_{v3}v_3 + \dots + i_{vn}v_n) \\ \dots \\ i_{vn}(v_1^2 + \dots + v_{(n-1)}^2) - v_n(i_{v1}v_1 + i_{v2}v_2 + \dots + i_{v(n-1)}v_{(n-1)}) \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{v^2 \sqrt{n}} [(i_{v1}v^2 i_0 - v_1 i_0 p_v) + (i_{v2}v^2 i_0 - v_2 i_0 p_v) + \dots + (i_{vn}v^2 i_0 - v_n i_0 p_v)] = 0 \end{aligned} \quad (\text{VI.42})$$

Y las componentes sin secuencia cero de la intensidad, en la dirección de  $\vec{v}$  y en dirección ortogonal, son ortogonales entre sí:

$$\begin{aligned} \vec{i}_{vp} \cdot \vec{i}_{vq} &= \\ &= \frac{p_v}{v^4} [v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_n] \begin{bmatrix} i_{v1}(v_2^2 + \dots + v_n^2) - v_1(i_{v2}v_2 + i_{v3}v_3 + \dots + i_{vn}v_n) \\ i_{v2}(v_1^2 + \dots + v_n^2) - v_2(i_{v1}v_1 + i_{v3}v_3 + \dots + i_{vn}v_n) \\ \dots \\ i_{vn}(v_1^2 + \dots + v_{(n-1)}^2) - v_n(i_{v1}v_1 + i_{v2}v_2 + \dots + i_{v(n-1)}v_{(n-1)}) \end{bmatrix} = \\ &= [v_1 i_{v1} v^2 - v_1^2 p_v + v_2 i_{v2} v^2 - v_2^2 p_v + \dots + v_n i_{vn} v^2 - v_n^2 p_v] = \frac{p_v}{v^4} [v^2 p_v - v^2 p_v] = 0 \end{aligned} \quad (\text{VI.43})$$

De (VI.35) y (VI.39) se obtiene finalmente una expresión del vector intensidad:

$$\vec{i} = \vec{i}_0 + \vec{i}_v = \vec{i}_0 + \frac{p_v}{v^2} \vec{v} + \frac{1}{v^2} \begin{bmatrix} i_{v1}(v_2^2 + \dots + v_n^2) - v_1(i_{v2}v_2 + i_{v3}v_3 \dots + i_{vn}v_n) \\ i_{v2}(v_1^2 + \dots + v_n^2) - v_2(i_{v1}v_1 + i_{v3}v_3 \dots + i_{vn}v_n) \\ \dots \\ i_{vn}(v_1^2 + \dots + v_{n-1}^2) - v_n(i_{v1}v_1 + i_{v2}v_2 \dots + i_{v(n-1)}v_{n-1}) \end{bmatrix} \quad (\text{VI.44})$$

La ecuación (VI.44) queda, en un sistema trifásico, como:

$$\vec{i} = \vec{i}_0 + \vec{i}_v = \vec{i}_0 + \frac{P_v}{v^2} \vec{v} + \frac{1}{v^2} \begin{bmatrix} i_{v1}v^2 - v_1P_v \\ i_{v2}v^2 - v_2P_v \\ i_{v3}v^2 - v_3P_v \end{bmatrix} \quad (\text{VI.45})$$

La aplicación a la ecuación (VI.45) de la transformación de coordenadas de fase a coordenadas  $0\alpha\beta$ , proporciona la siguiente expresión para el vector intensidad:

$$\vec{i} = \vec{i}_0 + \vec{i}_v = \vec{i}_0 + \frac{P_{\alpha\beta}}{u_{\alpha\beta}^2} \vec{u}_{\alpha\beta} + \frac{1}{u_{\alpha\beta}^2} \begin{bmatrix} 0 \\ (i_{\alpha}u_{\beta} - i_{\beta}u_{\alpha})u_{\beta} \\ (i_{\beta}u_{\alpha} - i_{\alpha}u_{\beta})u_{\alpha} \end{bmatrix} = \vec{i}_0 + \frac{P_{\alpha\beta}}{u_{\alpha\beta}^2} \vec{u}_{\alpha\beta} + \frac{q}{u_{\alpha\beta}^2} \vec{u}_{-\beta\alpha} \quad (\text{VI.46})$$

Como se puede observar, la expresión (VI.46) es idéntica a la obtenida en la formulación p-q de la teoría de la potencia reactiva instantánea según la distribución vectorial de la figura VI.2, ya presentada en el capítulo II, figura II.6.

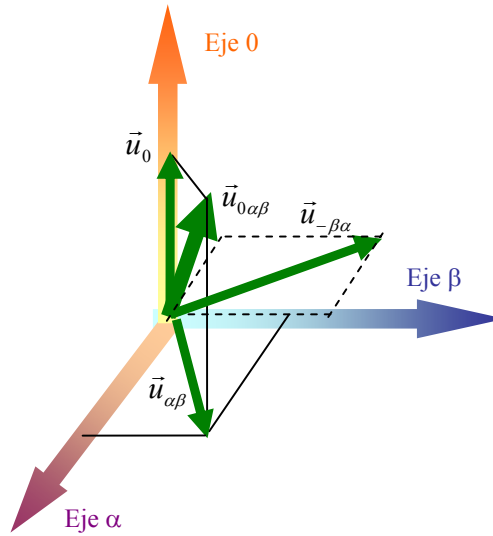


Figura VI.2 Vectores tensión en el sistema de coordenadas  $0\alpha\beta$

### 6.3.2 Derivación de la formulación p-q-r

En esta sección se va a establecer una descomposición del vector intensidad diferente de la desarrollada en la sección anterior. Así, se define una componente p en la dirección del vector tensión, otra componente q en la dirección de un vector tensión  $\vec{u}_q$  perpendicular al vector tensión  $\vec{u}$  y a su



componente de secuencia cero; y una tercera componente, r, que será perpendicular a las dos anteriores.

La componente p de la intensidad,  $\vec{i}_p$ , se calcula como la proyección del vector intensidad,  $\vec{i}$ , sobre el vector tensión,  $\vec{u}$ :

$$\vec{i}_p = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{u} \frac{\vec{u}}{u} = \frac{p(t)}{u^2} \vec{u} \quad (\text{VI.47})$$

Teniendo en cuenta la expresión de esta componente de la intensidad, se puede decir que:

$$\vec{i} = \vec{i}_p + \vec{i}_{qr} \quad (\text{VI.48})$$

Esta ecuación (VI.48) define un vector intensidad  $\vec{i}_{qr}$  como la diferencia vectorial entre el vector intensidad y su proyección sobre el vector tensión.

Se define a continuación un vector tensión  $\vec{u}_q$ , perpendicular al vector tensión y al vector componente de secuencia cero del mismo, al que se le denomina vector ortogonal de tensión, [110]:

$$\vec{u}_q = \frac{1}{\sqrt{n}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & -1 \\ -1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_n \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{n}} \begin{bmatrix} u_2 - u_n \\ u_3 - u_1 \\ \dots \\ u_1 - u_{n-1} \end{bmatrix} \quad (\text{VI.49})$$

Efectivamente, el vector  $\vec{u}_q$  es ortogonal al vector tensión:

$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{u}_q &= \frac{1}{\sqrt{n}} [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_n]^t \begin{bmatrix} u_2 - u_n \\ u_3 - u_1 \\ \dots \\ u_1 - u_{n-1} \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{n}} \begin{bmatrix} u_1(u_2 - u_n) + u_2(u_3 - u_1) + \\ \dots + u_n(u_1 - u_{n-1}) \end{bmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (\text{VI.50})$$

y de la misma manera también es ortogonal al vector tensión de secuencia cero:

$$\vec{v}_0 \cdot \vec{u}_q = 0 \quad (\text{VI.51})$$

Por otra parte, se demuestra que:

$$\vec{i}_{qr} \cdot \vec{u}_q = (\vec{i} - \vec{i}_p) \cdot \vec{u}_q = \vec{i} \cdot \vec{u}_q \quad (\text{VI.52})$$

Esto significa que la proyección del vector intensidad sobre el vector tensión ortogonal coincide con la proyección sobre el mismo de la componente del vector intensidad  $\vec{i}_{qr}$ . Por tanto, el vector tensión es perpendicular tanto al vector tensión ortogonal como al vector intensidad  $\vec{i}_{qr}$ . Por ello, el vector intensidad  $\vec{i}_{qr}$  se puede descomponer en dos componentes ortogonales: una en la dirección del vector ortogonal de tensión,  $\vec{u}_q$ , y otra perpendicular a la misma mediante la expresión:

$$\begin{aligned} \vec{i}_{qr} &= \frac{\vec{i}_{qr} \otimes \vec{u}_q}{\vec{u}_q \cdot \vec{u}_q} \vec{u}_q = \frac{\vec{u}_q \otimes \vec{i}_{qr}}{\vec{u}_q \cdot \vec{u}_q} \vec{u}_q + \frac{\vec{i}_{qr} \wedge \vec{u}_q}{\vec{u}_q \cdot \vec{u}_q} \vec{u}_q = \\ &= \frac{\vec{u}_q \cdot \vec{i}_{qr}}{u_q^2} \vec{u}_q + \frac{1}{u_q^2} \begin{bmatrix} i_{qr1} u_q^2 - u_{q1} (\vec{i}_{qr} \cdot \vec{u}_q) \\ i_{qr2} u_q^2 - u_{q2} (\vec{i}_{qr} \cdot \vec{u}_q) \\ \dots \\ i_{qrn} u_q^2 - u_{qn} (\vec{i}_{qr} \cdot \vec{u}_q) \end{bmatrix} = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_q}{u_q^2} \vec{u}_q + \vec{i}_r = \vec{i}_q + \vec{i}_r \end{aligned} \quad (\text{VI.53})$$

Según las definiciones previas, las componentes de la intensidad  $\vec{i}_q$  e  $\vec{i}_r$  son ortogonales:

$$\begin{aligned} \vec{i}_q \cdot \vec{i}_r &= \frac{\vec{u}_q \cdot \vec{i}_{qr}}{u_q^4} \left[ u_{q1} i_{qr1} u_q^2 - u_{q1}^2 (\vec{i}_{qr} \cdot \vec{u}_q) + u_{q2} i_{qr2} u_q^2 - u_{q2}^2 (\vec{i}_{qr} \cdot \vec{u}_q) + \dots \right] = \\ &= \frac{\vec{u}_q \cdot \vec{i}_{qr}}{u_q^4} \left[ u_q^2 (\vec{u}_q \cdot \vec{i}_{qr}) - u_q^2 (\vec{u}_q \cdot \vec{i}_{qr}) \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{VI.54})$$

La componente  $\vec{i}_q$  es ortogonal a  $\vec{i}_p$ :

$$\vec{i}_p \cdot \vec{i}_q = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{u^2} \frac{\vec{u}_q \cdot \vec{i}_{qr}}{u_q^2} \vec{u} \cdot \vec{u}_q = 0 \quad (\text{VI.55})$$

La componente  $\vec{i}_r$  también es ortogonal a  $\vec{i}_p$ :

$$\vec{i}_p \cdot \vec{i}_r = \vec{i}_p \cdot (\vec{i} - \vec{i}_p - \vec{i}_q) = i_p^2 - i_p^2 - 0 = 0 \quad (\text{VI.56})$$

Por otra parte, se comprueba que la componente  $\vec{i}_{qr}$ , suma de  $\vec{i}_q$  e  $\vec{i}_r$  es ortogonal al vector tensión:

$$\vec{u} \cdot \vec{i}_{qr} = \vec{u} \cdot (\vec{i} - \vec{i}_p) = \vec{u} \cdot \vec{i} - \frac{\vec{u} \cdot \vec{i}}{u^2} (\vec{u} \cdot \vec{u}) = \vec{u} \cdot \vec{i} - \frac{\vec{u} \cdot \vec{i}}{u^2} u^2 = 0 \quad (\text{VI.57})$$

En resumen, la intensidad se expresa como la suma de tres componentes ortogonales entre sí:

$$\vec{i} = \vec{i}_p + \vec{i}_q + \vec{i}_r = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{u^2} \vec{u} + \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_q}{u_q^2} \vec{u}_q + \frac{1}{u_q} \begin{bmatrix} i_{qr1} u_q^2 - u_{q1} (\vec{i}_{qr} \cdot \vec{u}_q) \\ i_{qr2} u_q^2 - u_{q2} (\vec{i}_{qr} \cdot \vec{u}_q) \\ \dots \\ i_{qrn} u_q^2 - u_{qn} (\vec{i}_{qr} \cdot \vec{u}_q) \end{bmatrix} \quad (\text{VI.58})$$

que, en el caso de un sistema trifásico, se puede expresar en la forma:

$$\vec{i} = \vec{i}_p + \vec{i}_q + \vec{i}_r = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{u^2} \vec{u} + \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_q}{u_q^2} \vec{u}_q + \frac{1}{u_q} \begin{bmatrix} (i_1 - i_{p1}) u_q^2 - u_{q1} (\vec{i} \cdot \vec{u}_q) \\ (i_2 - i_{p2}) u_q^2 - u_{q2} (\vec{i} \cdot \vec{u}_q) \\ (i_3 - i_{p3}) u_q^2 - u_{q3} (\vec{i} \cdot \vec{u}_q) \end{bmatrix} \quad (\text{VI.59})$$

La componente p de la intensidad corresponde exactamente a la definida en la formulación p-q-r en coordenadas de fase. De la misma forma sucede con la componente q.

Por último, también la componente r de la intensidad es idéntica a la definida en la formulación p-q-r en coordenadas de fase. En efecto, de la formulación p-q-r en coordenadas de fase, desarrollada en la última sección del capítulo III, se define el vector unitario  $\vec{e}_r$  como:

$$\vec{e}_r = \frac{\vec{u}_r}{u_r} = \begin{bmatrix} u_{r1} \\ u_{r2} \\ u_{r3} \end{bmatrix} = \frac{\vec{u}_q \wedge \vec{u}}{uu_q} = \frac{1}{uu_q} \begin{bmatrix} u^2 - u_1 (u_1 + u_2 + u_3) \\ u^2 - u_2 (u_1 + u_2 + u_3) \\ u^2 - u_3 (u_1 + u_2 + u_3) \end{bmatrix} \quad (\text{VI.60})$$

donde la norma del vector  $\vec{u}_r$  es igual a la norma del vector  $\vec{u}$  por la norma del vector tensión ortogonal  $\vec{u}_q$ ,  $u_r = u \cdot u_q$ .

Por otra parte, en la formulación p-q-r en coordenadas de fase se define el vector intensidad como, ecuación (III.79):

$$\vec{i} = i_p \vec{e}_p + i_q \vec{e}_q + i_r \vec{e}_r = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{u^2} \vec{u} + \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_q}{u_q^2} \vec{u}_q + \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}_r}{u_r^2} \vec{u}_r \quad (\text{VI.61})$$

Los términos primero y segundo del segundo miembro de la ecuación (VI.61) son iguales que los de la ecuación (VI.59). Por tanto, también lo serán los correspondientes a la componente de la intensidad en el eje r. Así, el desarrollo realizado en esta sección es equivalente a la formulación p-q-r presentada en el capítulo III.

A modo de conclusión, en este capítulo se ha propuesto una formulación de la teoría de la potencia reactiva instantánea aplicable a sistemas polifásicos. Asimismo se ha particularizado para sistemas trifásicos y se han obtenido las expresiones de potencias e intensidades definidas en las distintas formulaciones desarrolladas a lo largo de las últimas décadas.



# Capítulo VII

## Discusión y conclusiones

En este capítulo final, se resumen las aportaciones más significativas de la presente Tesis Doctoral. Se presentan una serie de puntos a modo de conclusiones y finalmente se proponen posibles líneas de trabajo que se abren en la investigación sobre el diseño y control de acondicionadores activos de potencia, o en temas adyacentes, a partir de los resultados obtenidos. Así, se relacionan las siguientes contribuciones:

- Se han propuesto una serie de índices digitales para caracterizar el desequilibrio y la distorsión de un sistema eléctrico de potencia. Estos índices son los que han sido utilizados en esta tesis para efectuar el análisis comparativo de las distintas estrategias de compensación realizado en este trabajo.
- Se ha efectuado un desarrollo de la formulación p-q original en el marco vectorial. Esto es, sin la necesidad de aplicar las matrices de transformación del sistema de coordenadas de fase al sistema de coordenadas  $0\alpha\beta$ . También se ha propuesto un desarrollo alternativo a la formulación p-q modificada en coordenadas de fase que, una vez aplicada en la compensación de la carga, consigue eliminar la intensidad de neutro aunque la tensión aplicada presente una componente de secuencia cero no nula. Además, se ha demostrado que

la teoría p-q modificada en coordenadas de fase y en coordenadas  $0\alpha\beta$  son la misma.

- Se ha efectuado un desarrollo que permite prescindir de las transformaciones de coordenadas en la formulación p-q-r y que, cuando se aplica a la compensación de la carga, facilita su extensión a las distintas estrategias de compensación.
- Se han puesto de manifiesto las relaciones entre las distintas formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea. Además, se han aplicado las estrategias de control derivadas de cada una de ellas a la compensación de distintas cargas no lineales y asimétricas para sistemas de cuatro conductores. Los resultados obtenidos se han utilizado para realizar un estudio comparativo de los mismos tanto a nivel de simulación como a nivel experimental.
- Se ha planteado el problema de la compensación y se ha demostrado que cualquier objetivo de compensación se puede alcanzar en el marco de todas las formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea. Así, a partir de la formulación p-q original se han obtenido tres estrategias de compensación, la propuesta inicialmente por sus autores que obtiene potencia instantánea constante en el lado de la fuente y otras dos distintas de aquella. La primera permite obtener un factor de potencia unidad y la segunda intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales. También se han presentado en este capítulo tres estrategias equivalentes en el sistema de coordenadas de fase derivadas de la formulación vectorial.
- Se han propuesto una nueva formulación de la teoría de la potencia reactiva instantánea para a sistemas polifásicos. Se trata de una formulación global que comprende cualquiera de las formulaciones presentadas para sistemas trifásicos.

## **8.1 Conclusiones**

Esta tesis se enmarca dentro del estudio de la calidad de la potencia eléctrica y, más concretamente, en el diseño y control de acondicionadores activos de potencia. De los tres parámetros a definir en el diseño de un APLC: obtención de la señal de referencia del control, el método de control implementado y la etapa de potencia utilizada, esta tesis realiza un estudio completo del primero de ellos. Así:

- Se ha realizado un estudio exhaustivo de distintas formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea aparecidas en las últimas décadas, como marco para la obtención de la intensidad de compensación de referencia de los filtros activos de potencia.
  - o En el segundo capítulo, se ha presentado la formulación original o teoría p-q desarrollando la estrategia de control correspondiente a la misma según los objetivos de compensación establecidos por sus autores. Se ha hecho un estudio de los términos de potencia en ella definidos y, por último, se ha propuesto una formulación equivalente sin la necesidad de usar matrices de transformación. Además, se ha presentado la formulación en el entorno de la llamada teoría p-q modificada, en cuyo marco de referencia se presenta una alternativa a la misma que sí consigue eliminar la intensidad de neutro para cualesquiera tensiones de alimentación.
  - o El tercer capítulo se centra en las formulaciones basadas en los sistemas rotativos: la transformación de Park o teoría d-q y el método  $i_d-i_q$  a ella asociado y por último la teoría p-q-r que da un paso más que dicho método introduciendo una coordenada de transformación adicional. En este capítulo se han establecido las estrategias de control derivadas de cada una de las formulaciones estudiadas y se ha propuesto un desarrollo equivalente al presentado por la teoría p-q-r sin necesidad de realizar ninguna transformación de coordenadas.
- Con el objetivo de comparar las distintas formulaciones estudiadas, se diseñó una plataforma de simulación en el entorno Matlab-Simulink con la ayuda de la herramienta SimPowerSystem a la que se han aplicado las distintas estrategias de control y de la que se han obtenido resultados, formas de onda de intensidades y tensiones, comparables entre sí. Por otra parte, se definieron una serie de índices originales y apropiados con los que es posible establecer la supremacía de unas formulaciones sobre las demás.
- De esta forma, en este trabajo se han estudiado las formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea existentes hasta el momento, se han comparado los resultados proporcionados por cada una de ellas en la compensación de cargas trifásicas no lineales con cualesquiera condiciones en las tensiones de alimentación. Se han establecido, además, cuáles de ellas son susceptibles de alcanzar objetivos de compensación más generales de los planteados por los autores de la



misma en su concepción primera, siendo sometidas a las modificaciones correspondientes.

- Se han ensayado las estrategias obtenidas de las distintas estrategias en un sistema experimental desarrollado a tal efecto. Los resultados obtenidos se han analizado con la ayuda de los mismos índices definidos para comparar los resultados obtenidos en la plataforma de simulación. Las conclusiones son las mismas en ambos casos: todas las formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea publicadas hasta el momento consiguen potencia constante, factor de potencia unidad e intensidades de fuente sinusoidales en el caso de que las tensiones de alimentación sean equilibradas y sinusoidales. Ninguna de ellas obtiene intensidades de fuente sinusoidales si no lo son las tensiones de alimentación. También se comprueba que con pequeñas modificaciones en sus estrategias de control, tanto la teoría p-q como la formulación vectorial consiguen intensidades de fuente equilibradas y sinusoidales para cualesquiera condiciones de las tensiones de alimentación. Finalmente, y como conclusión de la aplicación de las estrategias a un prototipo experimental, se puede constatar que el control PWM de seguimiento de la señal de referencia para el filtro activo de potencia enmascara en muchas situaciones las diferencias establecidas de forma teórica y de simulación entre las distintas formulaciones.
- Por último, en el presente trabajo se han estudiado también los sistemas de potencia polifásicos y se ha desarrollado la formulación tensorial de la teoría de la potencia reactiva instantánea que consigue expresar la potencia real instantánea, la potencia imaginaria instantánea y las intensidades activa y reactiva instantáneas en función de los vectores tensión e intensidad en sistemas polifásicos, con un número de hilos mayor o igual que 2. A partir del desarrollo de esta nueva formulación es posible obtener las expresiones de cada una de las formulaciones analizadas en este trabajo para sistemas trifásicos.

## **8.2 Trabajos futuros.**

- Esta Tesis Doctoral presenta un amplio recorrido sobre el cálculo de las intensidades de compensación de referencia en acondicionadores activos de potencia paralelo. Dentro del mismo, y concretamente en el prototipo experimental utilizado, es posible establecer otras alternativas de trabajo que permitan disminuir el contenidos en

armónicos de alta frecuencia debidos a la conmutación de la señal de compensación inyectada en el sistema. Se comentan a continuación:

- Respecto de la etapa de potencia del APLC, se ha usado un inversor trifásico con 6 IGBTs. Se puede usar otra topología como sería la utilización de un convertidor multinivel.
  - También es posible profundizar en el control utilizado. Se ha implementado un control de tipo bang-bang que es posible mejorar.
- De la misma manera, en el seno del grupo de investigación GEYER (Grupo de Electrotecnia y Electrónica de la Rábida) se sigue trabajando en el diseño de acondicionadores de potencia serie y serie-paralelo, buscando una especialización funcional de cada topología con cada tipo de carga.



# Anexo 1

## Prototipo experimental

En este anexo se describe la plataforma experimental que se ha utilizado para el conjunto de pruebas realizadas para el acondicionamiento de cargas no lineales y desequilibradas mediante filtros activos de potencia.

El transformador de distribución que alimenta el edificio en el que se encuentra el laboratorio en el que se desarrollan los experimentos tiene una potencia nominal de 160 kVA, y su configuración es Dyn11, con neutro accesible. La tensión de línea de la red de alimentación es 400 V. Todo el sistema constituido por carga y APLC está conectado a la red a través de un autotransformador que facilita el desequilibrio de la tensión de alimentación.

Se presentan a continuación las cargas no lineales que van a ser compensadas por medio de acondicionadores activos paralelos en los experimentos presentados en este anexo, detallándose las características de sus principales componentes. Se ha utilizado una primera carga formada por tres reguladores monofásicos conectados en estrella y ramas inductivas con el neutro accesible y una segunda carga formada por tres rectificadores monofásicos conectados en estrella con neutro accesible. Cada regulador monofásico está compuesto por dos SCRs en antiparalelo y una rama RL. Los rectificadores están constituidos por puentes de diodos, y ramas RC. En la Figura A1.1 se muestran los esquemas de las cargas utilizadas.

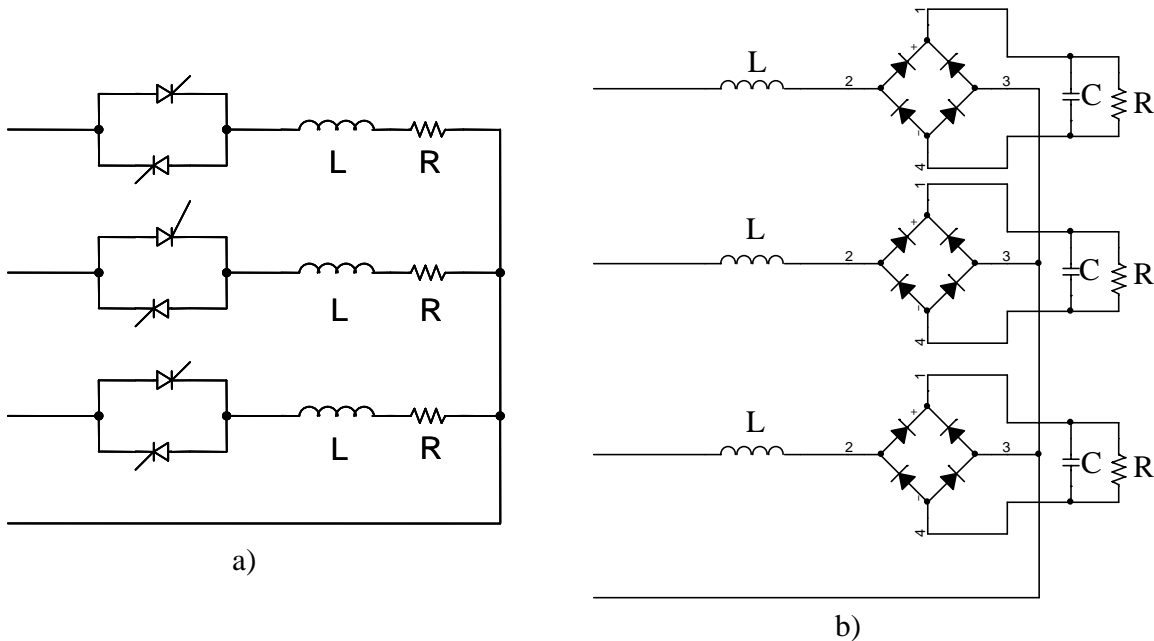


Figura A1.1 Esquemas de las cargas utilizadas.

Para facilitar el montaje de los reguladores (figura A1.1a), en el laboratorio se construyeron módulos que incluyen 2 SCR's en antiparalelo, figura A1.2, y la correspondiente rama RC en paralelo o Snubber (para evitar sobretensiones en el disparo). A continuación se indican los parámetros principales de los módulos utilizados.

- 2 SCR's en antiparalelo de Semikron, modelo MSS 40-800, 800 V, 55 A.
- Ramas Snubber, para evitar sobretensiones en el disparo, de capacidad  $C_s = 1 \mu\text{F}$ , 250 V, y resistencia  $R_S = 1\text{k}\Omega$ , 15 W.
- Módulos de disparo de los SCR de United Automation Ltd, modelo FC11AL, con alimentación y sincronización a 18 Vac, y control del ángulo de encendido con una salida de 0,5 Vdc.
- Potenciómetros de control del ángulo de disparo de valor  $R_{\text{max}} = 4\text{k}\Omega$  y 0,25 W.
- La alimentación de los módulos de disparo se tiene con un autotransformador trifásico variable, con salida de 0-400 V de tensión de fase y 5 A.

En la Figura A1.2 se muestran algunos detalles de los elementos instalados. Arriba, a la izquierda, una fuente trifásica permite alimentar los disparadores de los SCR's y sincronizar sus disparos. Arriba, a la derecha, el módulo de disparo. Debajo, a la izquierda, el módulo construido con los 2 SCR's en

antiparalelo y la rama Snubber. Debajo, a la derecha, el dispositivo de Semikron que incluye los 2 SRCs.

Por otra parte, se han utilizado puentes de diodos monofásicos (modelos KBPC 2510 de Semikrom) para construir la carga constituida por los rectificadores no controlados (Figura A1.1b). La Figura A1.3 muestra una imagen del módulo construido en el laboratorio para facilitar el montaje de esta carga. Las características principales del puente son:  $V_{RRM}=1000\text{ V}$ ,  $I_{RRM}=25\text{ A}$ ,  $V_F=1,1\text{ a }12,5\text{ V}$ ,  $I_{FSM}=300\text{ A}$ ,  $I_R=10\text{ }\mu\text{A}$ .

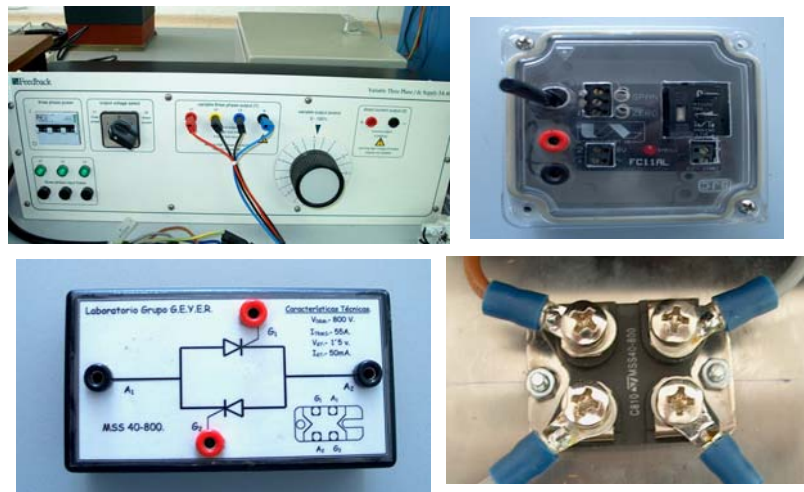


Figura A1.2 Detalles de los SCRs utilizados: alimentación del bloque de disparo, módulo de disparo, SCRs en antiparalelo.



Figura A1.3 Puente monofásico de diodos.

En cuanto a las ramas RL y RC, se dispone de condensadores fijos, y resistencias e inductancias, de valores:

Resistencias comerciales de 220 V y 1000 W, con valores de R de 52,2 y 104,8  $\Omega$ .

Inductancias que soportan  $V_{FN} = 220 \text{ V}$  e  $I_{FN} = 10 \text{ A}$ , con valores de  $L$  de 1, 0,5, 0,35, 0,25, 0,2 y 0,17 H.

Para el control es necesario medir las tensiones e intensidades de la carga, las intensidades de compensación, y las tensiones de los condensadores del lado dc del inversor. Para poder contrastar la bondad del control, también hay que medir las intensidades de alimentación.

Para realizar las medidas que utilizan los bloques de control y medida, así como otras adicionales que pudieran interesar, se han utilizado sensores de efecto Hall, cuyas características son:

- Sensor de tensión AC/DC LEM LV 25-600, con alimentación  $-15 \text{ V} / 0 \text{ (GND)} / +15 \text{ V}$ . Configurado para medir en la escala 0-600 V (máximo 900 V), la salida es de 25 mA.
- Sensor de intensidad AD/DC LEM LA-35 NP, con aislamiento galvánico, alimentación  $-15 \text{ V} / 0 \text{ (GND)} / +15 \text{ V}$ . Configurado para medir la escala 0-7 A (máximo 14 A), la salida es de 35 mA máximo.

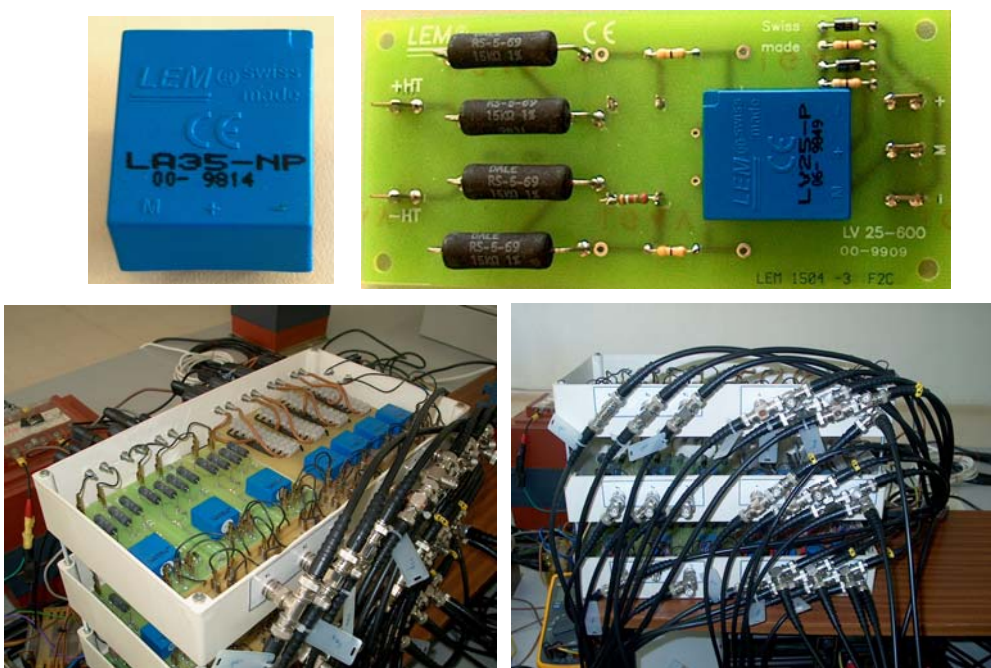


Figura A1.4 Arriba, izquierda: sensor de intensidad; arriba, derecha: sensor de tensión; abajo, torre de sensores, con entradas y salidas de tipo BNC.

En la Figura A1.4 se muestran los sensores de intensidad y tensión utilizados. En el montaje realizado, se han dispuesto 9 sensores de tensión y 12 de intensidad sobre una torre, accesibles a través de conectores BNC, para facilitar la realización de distintos ensayos.

Respecto del acondicionador activo de potencia, se distinguen los componentes de la etapa de control y de su etapa de potencia.

La etapa de control se ha desarrollado sobre un PC en el que se ha instalado el software dSpace. Aquel incluye una tarjeta DSP, para adquisición de datos (para recoger las medidas de los sensores) y salida de señales para actuar sobre la etapa de potencia del acondicionador. Incluye además un microprocesador que permite ejecutar el programa de control (el programa se realiza en Matlab/Simulink, se convierte a ejecutable con el software de dSpace, y se supervisa on-line con el software ControlDesk).

A continuación se indican las principales características de los componentes citados.

Las características principales del PC utilizado son: microprocesador Pentium II de 400 MHz, con 128 MB de memoria RAM, 10 GB de disco duro y sistema operativo Windows 98. Esta configuración es suficiente para soportar el software de dSpace utilizado, versión 3.0, que necesita como requerimientos mínimos un procesador Pentium o equivalente, 128 MB de RAM, 200 MB de espacio libre en el disco duro, y sistema operativo Windows 9x o superior.

El hardware del paquete dSpace se presenta en las figuras A1.5 y A1.6. Se dispone de una tarjeta de adquisición y salida de datos modelo DS1103 PCC Controller Board, que incluye un microprocesador PowerPC 604e de 400 MHz dedicado a ejecutar el programa de control, figura A1.5, y un interface de entrada/salida, mostrado en la Figura A1.6.

Las principales características de la tarjeta DS1103 son:

- 4 entradas analógicas de 16 bits, con tiempo de muestreo de 4  $\mu$ s
- 4 entradas analógicas de 12 bits, con tiempo de muestreo de 800 ns rango de tensión de entrada de  $\pm 10$ V
- 8 salidas analógicas de 14 bits con tiempo de actualización de 6  $\mu$ s rango de tensión de salida de  $\pm 10$ V
- 6 canales de entrada digital
- Filtro de ruido digital de frecuencia de entrada máxima de 1.65MHz
- 4 canales digitales de entrada/salida de 8 bits



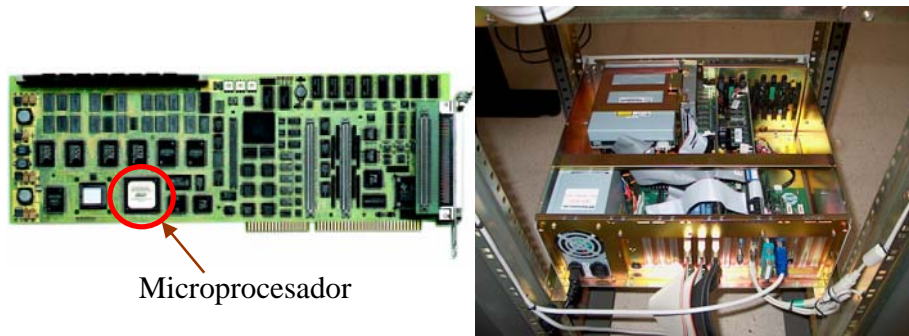


Figura A1.5 Tarjeta de adquisición de datos DS1103 PPC Controller Board, y detalle de su instalación en el PC.



Figura A1.6 Interface I/O entre el sistema de potencia y el PC, y detalle de su instalación.

En la tabla A1.I se muestra el tiempo que se tarda en la conversión AD de entrada, en la cesión de los datos adquiridos al programa de control, y en la conversión DA de salida. Sumando a estos tiempos el que tarda en ejecutarse el propio programa de control, se tiene el tiempo total mínimo del bucle de control, lo que determina la frecuencia máxima para la ejecución en tiempo real del control.

Tabla A1.I Tiempos de ejecución que presenta la tarjeta de control en las distintas tareas

Tiempos de ejecución	1 canal	Todos los canales
Entrada Analógica de 16 bit	4 $\mu$ s	18,3 $\mu$ s
Entrada Analógica de 12 bit	0,8 $\mu$ s	2,7 $\mu$ s
Salida Analógica	6 $\mu$ s	48 $\mu$ s
Interface con Encoder	0,8 $\mu$ s	11,7 $\mu$ s
Entrada/Salida Digital	(0,2/0,2 $\mu$ s)	(0,5/2 $\mu$ s)

En los casos prácticos presentados en esta tesis, el programa de control utiliza, en el caso trifásico, un mínimo de 7 entradas (las 3 tensiones de la carga, las 3 intensidades de la carga y la tensión del condensador del lado dc del inversor de potencia). También se leen las 4 intensidades de fuente (3 de línea, 1 de neutro) y las 3 intensidades de compensación, para contrastar los resultados obtenidos tras la compensación del sistema.

En cuanto al interface I/O de comunicación entre el sistema de potencia y la tarjeta indicada, figura A1.6, se cuenta con distintos puertos de entrada y salida, tanto digitales como analógicos, por lo que serían posibles distintas configuraciones al realizar los ensayos. Se ha hecho uso de las entradas y salidas analógicas, accesibles a través de conectores BNC. Esto facilita el montaje experimental, ya que, por un lado, las salidas o lecturas de los sensores de tensión e intensidad instalados pueden conectarse a las entradas de la tarjeta con cables BNC, y las salidas del bloque de control también pueden llevarse mediante este tipo de cableado a la etapa de potencia utilizada.

Con el software dSpace, se habilita en Matlab/Simulink la herramienta SystemBuild, con la que construir un ejecutable a partir de un fichero \*.mdl de Simulink. El archivo de control se realiza en Simulink con ayuda de las librerías de dSpace, se convierte a C, se compila, y se pasa a ejecutable. El resultado es un fichero con extensión \*.ppc que puede ejecutarse en el microprocesador incluido en la tarjeta de control descrita anteriormente.

La opción Build de Simulink parte de los ficheros de definición del hardware instalado, construye un fichero \*.c a partir del fichero \*.mdl de Simulink, y con ayuda de un programa compilador de C, se construye un programa que se ejecuta en el microprocesador de la tarjeta el programa ejecutable resultante.

Por otra parte, el software ControlDesk, además de facilitar la ejecución de los distintos programas ejecutables sobre el microprocesador de la tarjeta del dSpace, permite diseñar un panel gráfico de instrumentos de control para interaccionar de forma on-line con el experimento que esté desarrollándose.

Este software permite además registrar las formas de onda mostradas en el panel de instrumentación, lo que facilitará la documentación de los distintos casos prácticos desarrollados en este trabajo.

Una vez analizado cómo se realiza el control del acondicionador, se describe la etapa de potencia utilizada. Del paquete DSpace se obtiene la señal de referencia de la intensidad de compensación en forma analógica y salidas

BNC. Estas señales se introducen como entrada a un comparador desarrollado como primera etapa de control del acondicionador y que se puede visualizar en la figura A1.7. La otra entrada de esta etapa es la señal real de compensación generada por el filtro. Cada circuito comparador resta las intensidades de salida y de referencia y como resultado genera tres señales de error de tipo TTL (0-5 V). Estos son las señales de disparo de cada uno de los transistores de cada rama de IGBTs del inversor.

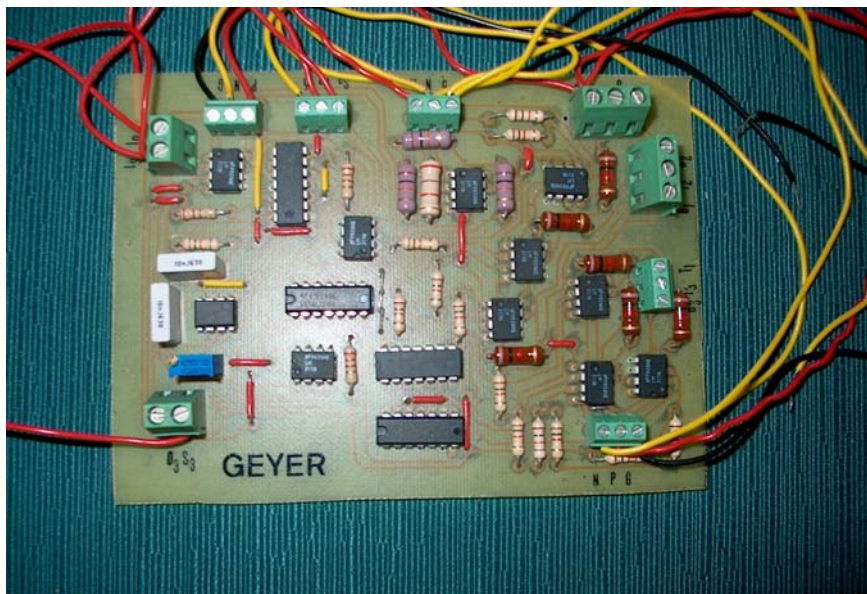


Figura A1.7 Comparador.

Este comparador permite disminuir hasta la mitad el tiempo de ejecución del control respecto del tiempo que sería necesario realizando el módulo PWM vía software mediante DSpace.

Como convertidor de potencia, se contó con un inversor trifásico según una configuración en puente de 6 IGBTs, que también puede ser utilizado como inversor monofásico en medio puente o en puente completo utilizando una o dos ramas de IGBTs. En la Figura A1.8 se muestra una imagen del inversor, que incluye los drivers de adaptación de las señales de disparo generadas por el control a las puertas de los IGBTs, el circuito inversor, con el bloque disipador y las protecciones necesarias, y los condensadores para mantener la tensión continua en el lado dc.



Figura A1.8 Inversor de potencia trifásico de Semikron, detalles.

El inversor de potencia utilizado es el modelo SKM50GB123 de Semikron, y sus principales características técnicas son:

- Módulos de potencia de IGBTs SKM 50 GB 123 D; señales de conmutación ON/OFF, +15V/-15V; frecuencia de conmutación nominal, 20 kHz; tensiones e intensidades nominales,  $V_N = 480 \text{ V}$ ,  $I_N = 30 \text{ A}$ ; temperatura máxima de trabajo,  $T_{max} = 125^\circ\text{C}$ .
- Drivers de disparo SKHI 22 de 160 mA; alimentación de los drivers de 0/+15 Vdc; disparo de los drivers, lógica CMOS (0V-off, +15V-on), a través de conectores BNC; señal de error de los drivers, lógica CMOS inversa.
- Snubbers de  $0,22 \mu\text{F}$  y  $1600 \text{ Vac}$ .
- 2 condensadores, en el lado dc, electrolíticos, de  $2200 \mu\text{F}$ ,  $400 \text{ V}$ ,  $19,1 \text{ A}$  a  $40^\circ\text{C}$ , y  $8,5 \text{ A}$  a  $85^\circ\text{C}$ ; rectificador trifásico de alimentación de los condensadores SKD 51/14; resistencias de descarga de  $22 \text{ k}\Omega$ ,  $13 \text{ W}$ ,  $V_{max} = 534 \text{ V}$

- Relé de temperatura del disipador con histéresis, ON a 50°C, OFF a 70°C; sensor de temperatura de los IGBTs, 10 mV/°C, 2.947 V a 20°C; alimentación del ventilador del disipador, 220 V.

Finalmente, la conexión del inversor de potencia en paralelo con la carga se realiza a través de transformadores, de modo que las tensiones de los condensadores no sean demasiado elevadas para lograr pendientes adecuadas en las intensidades de compensación. En cuanto a la etapa de filtrado pasivo, está compuesta únicamente por una inductancia que suaviza la intensidad a inyectar en el sistema.

Los transformadores y los elementos del filtro pasivo son iguales para cada fase, siendo sus valores característicos los siguientes:

Reactancia de salida del inversor,  $L_s = 17 \text{ mH}$ ,  $3.7 \Omega$ .

Transformador de aislamiento y adaptación de tensiones, 4.5 kVA, 230/460 V (relación 1.9644:1), 50 Hz, parámetros de los ensayos:  $R_0 = 3052 \Omega$ ,  $L_0 = 7.35 \text{ H}$ ,  $R_{CC} = 1\Omega$ ,  $L_{CC} = 3 \text{ mH}$ .

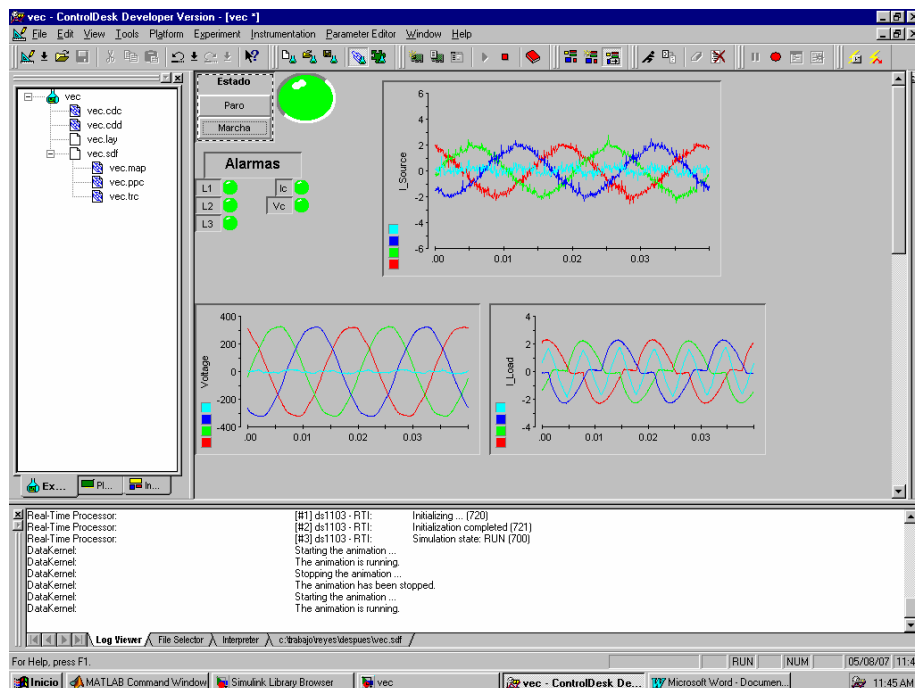


Figura A1.9 Interface de ControlDesk

Una vez implementado en Simulink el programa de control comentado, figura A1.9, se convierte a ejecutable y corre en tiempo real sobre el prototipo experimental instalado en el laboratorio, compensando la carga de interés. La supervisión on-line del experimento se lleva a cabo desde ControlDesk,

según se describió anteriormente. Se han incluido, un botón para la conexión/desconexión del acondicionador de potencia, distintos indicadores del estado del sistema, y gráficas para seguir las distintas formas de onda de interés, figura A1.9.

Para estudiar los casos prácticos, se utilizaron distintos equipos de medida. Por un lado, el propio sistema de adquisición de datos y control que permite registrar las señales medidas y trasladarlas a Matlab donde se pueden calcular los índices de calidad de la potencia eléctrica que se estime oportuno.

Por otro lado, en el laboratorio se utilizó con un osciloscopio trifásico de 4 canales que permite visualizar y capturar las señales instantáneas de una forma fácil y práctica, y ofreciendo distintos colores para los diferentes canales. Para la visualización de las intensidades se han usado las señales en tensión de que se sirven los sensores para realizar las medidas. Las curvas mostradas como resultados experimentales han sido capturadas de este osciloscopio.

Los programas de cálculo de la intensidad de referencia se desarrollaron en Simulink, y la herramienta Build permitió construir el programa a ejecutar en el microprocesador incorporado en la tarjeta DS1103 de dSpace. A lo largo de los capítulos anteriores se han descrito las estrategias empleadas en dicho cálculo utilizados en la simulación del sistema. A continuación se detalla cómo adaptar estos programas de control al sistema experimental implementado.

En la Figura A1.10 se presenta el esquema de bloques construido en Simulink para el control de un acondicionador activo paralelo trifásico. El bloque 1 obtiene la intensidad de compensación de referencia, y toma distintas formas según la estrategia de control seguida. Dos de las entradas vectoriales al bloque son las tensiones e intensidades de la carga, obtenidas a través de 6 entradas de la tarjeta, según el esquema de bloques de la Zona 1 de la Figura A1.10.

La última entrada del bloque de estimación de la intensidad de compensación es una señal de error que va a permitir corregir la admitancia equivalente estimada de modo que la tensión del condensador se mantenga constante.

La señal de error en cuestión se calcula con los bloques marcados como Zona 3. Una tensión de referencia es comparada con la tensión del condensador medida, y la diferencia es escalada e introducida en el bloque 1. La señal de corrección indicada se le resta al valor de la admitancia equivalente obtenida.

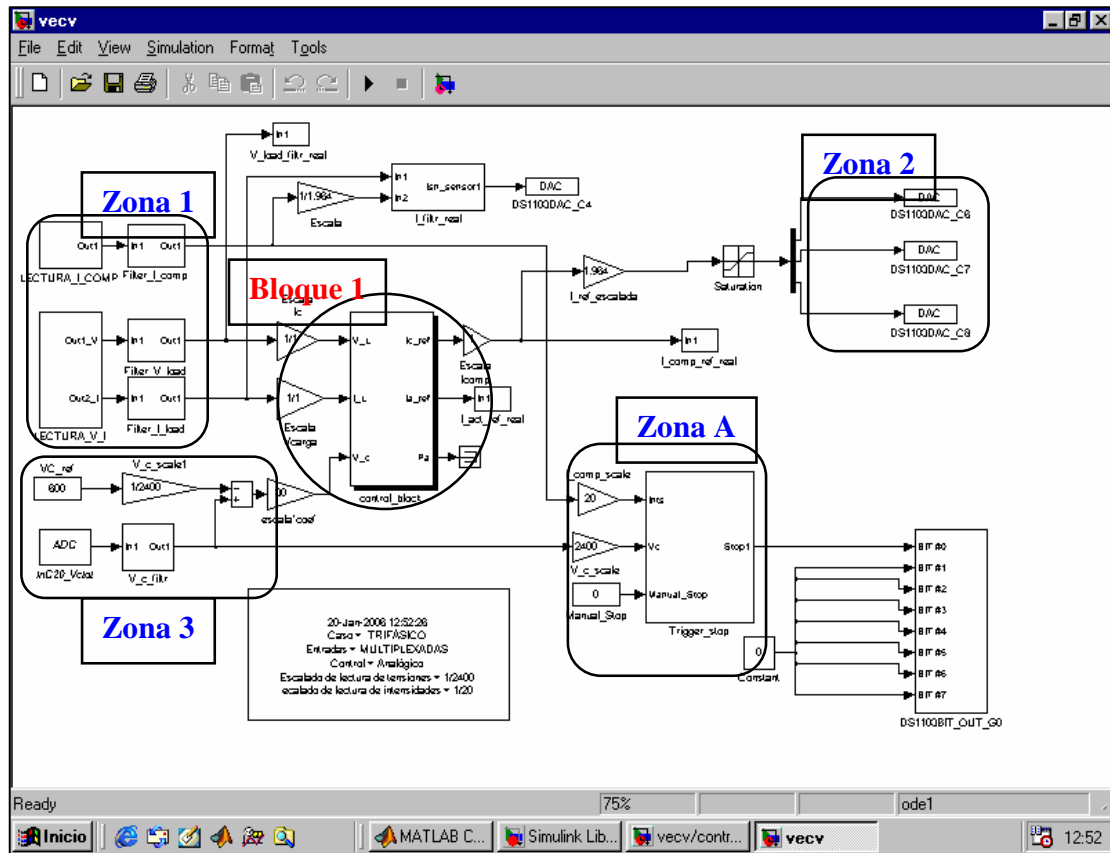


Figura A1.10 Programa de control de un acondicionador activo trifásico.

En el programa de control diseñado se ha añadido un bloque de seguridad, resaltado como Zona A en la Figura A1.10, para anular el disparo de los IGBTs en caso de que algunas señales excedan unos límites fijados, en particular la tensión del condensador del lado dc del inversor de potencia (que no debe superar los 700 V) y la intensidad de compensación aportada por el inversor de potencia (que se limita a 16 A). La intensidad de compensación medida por el sensor es multiplicada por un factor de 20 antes de entrar en el bloque, para compensar el escalado del sensor (1/2) y la conversión de los 0÷10 V de entrada a señal 0÷1 en Simulink (1/10), y obtener el valor real. Análogamente, la tensión del condensador se multiplica por 2400 (escalado del sensor = 1/240, lectura = 1/10). La última entrada es una constante cuyo valor se podrá variar desde ControlDesk para forzar manualmente la habilitación o anulación de los disparos, es decir, se podrá dar la orden de conexión o desconexión del acondicionador activo cambiando de forma on-line el valor de esta constante a 0 ó 1. El diseño del bloque se muestra en la Figura A1.10. Una puerta AND hace que la salida esté a cero si lo están las tres señales de entrada ( $I < I_{max}$ ,  $V < V_{max}$ , y  $Manual\_Stop = 0$ ) y a 1 si alguna de esas condiciones no se cumple. La primera entrada a este bloque de seguridad es un vector de tres señales multiplexadas.





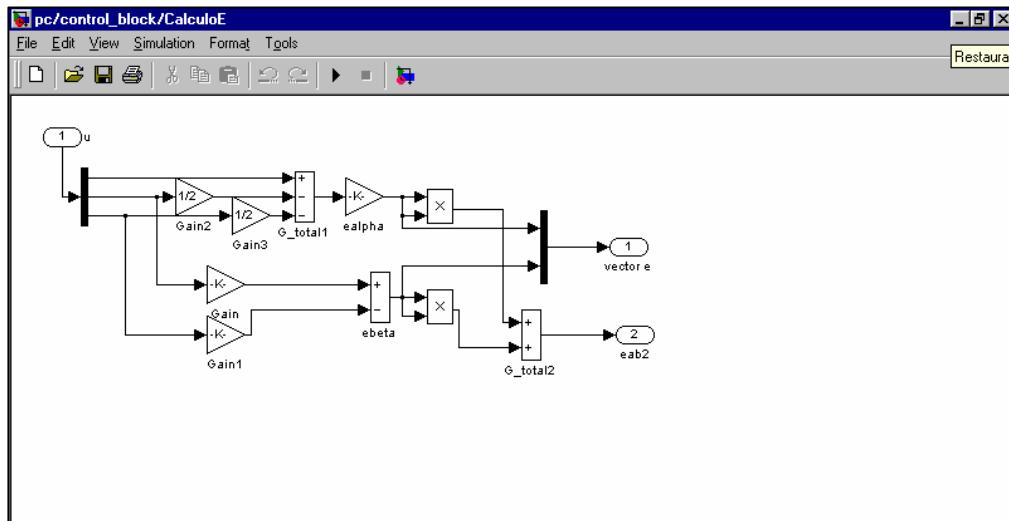


Figura A1.12 Detalle de la intensidad de compensación de referencia según la teoría p-q. Transformación de coordenadas 123 a  $0\alpha\beta$ .

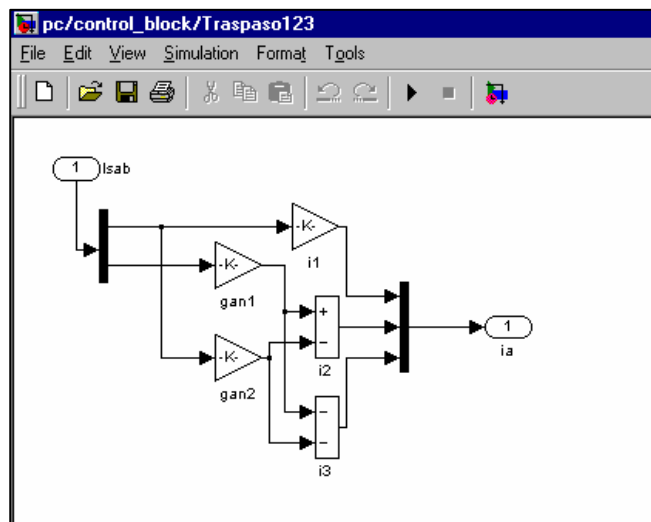


Figura A1.13 Detalle de la intensidad de compensación de referencia según la teoría p-q. Transformación de coordenadas  $0\alpha\beta$  a 123.

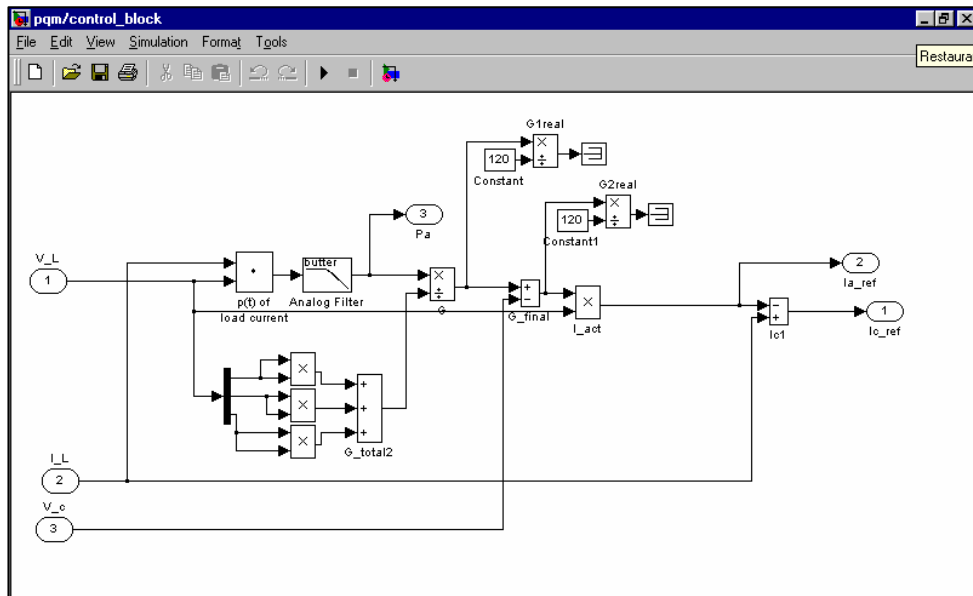


Figura A1.14 Diagrama principal de cálculo de la intensidad de compensación de referencia según la teoría p-q modificada.

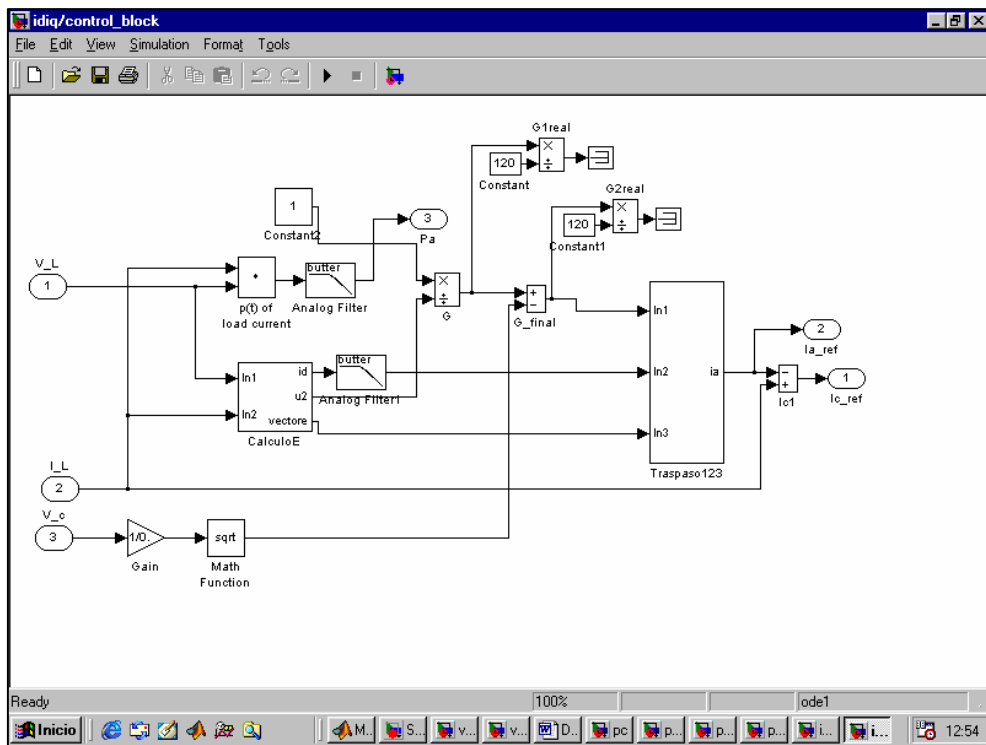


Figura A1.15 Diagrama principal de cálculo de la intensidad de compensación de referencia según el método  $i_p-i_q$ .

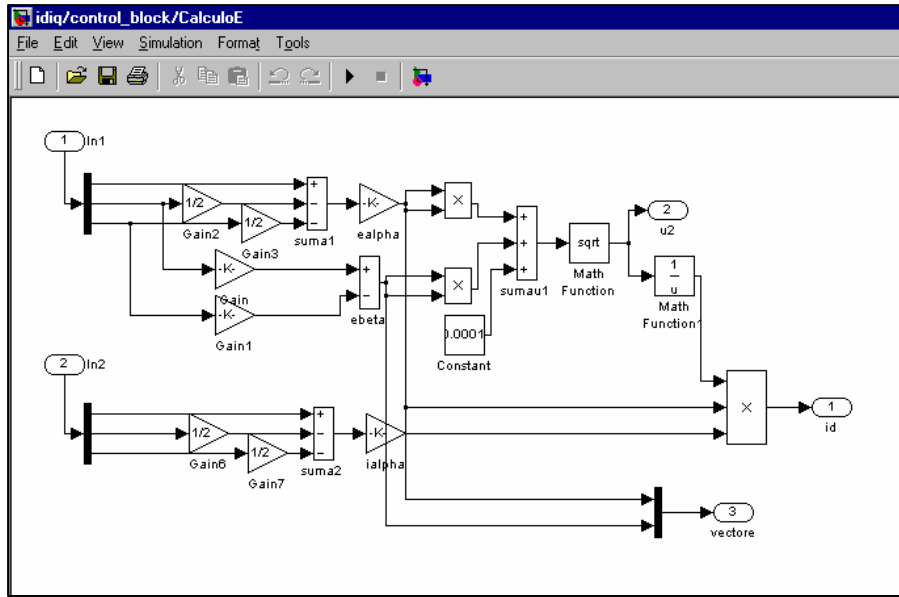


Figura A1.16 Detalle de la intensidad de compensación de referencia según el método  $i_d$ - $i_q$ . Transformación de sistema 123 al 0dq.

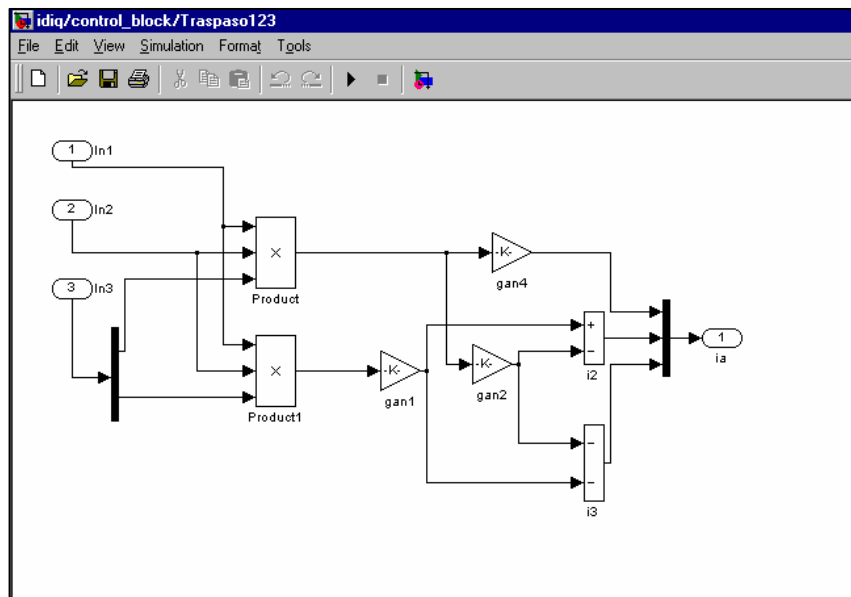


Figura A1.17 Detalle de cálculo de la intensidad de compensación de referencia según el método  $i_d$ - $i_q$ . Transformación de sistema 0dq al 123.

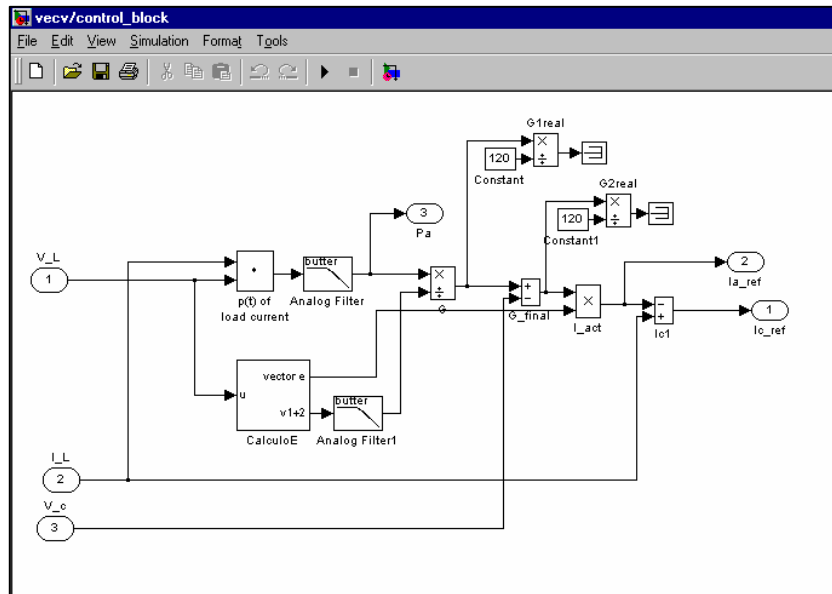


Figura A1.18 Diagrama principal de cálculo de la intensidad de compensación de referencia según la teoría vectorial en su versión de factor de potencia unidad.

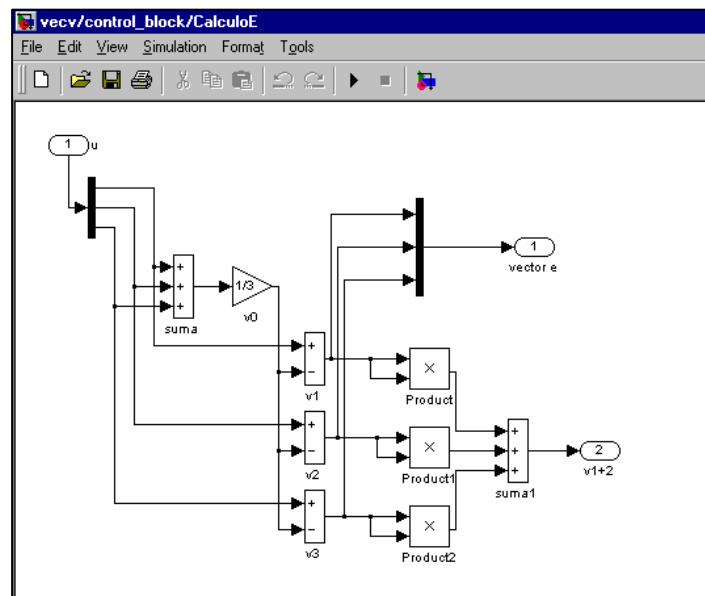


Figura A1.19 Detalle de cálculo de la intensidad de compensación de referencia según la teoría vectorial en su versión de factor de potencia unidad. Cálculo del vector tensión sin componente de secuencia cero.

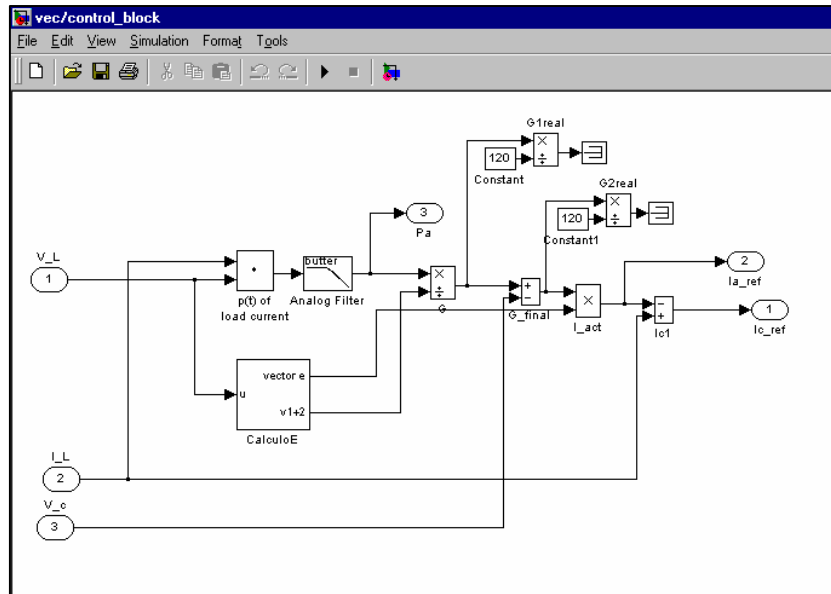


Figura A1.20 Diagrama principal de cálculo de la intensidad de compensación de referencia según la teoría vectorial en su versión de intensidad sinusoidal.

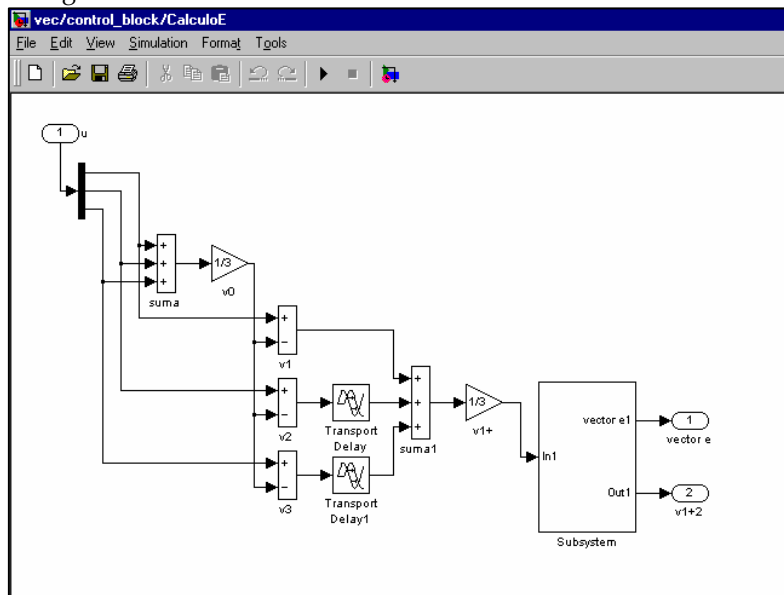


Figura A1.21 Detalle de cálculo de la intensidad de compensación de referencia según la teoría vectorial en su versión de intensidad sinusoidal. Cálculo de la componente de secuencia directa de la tensión.

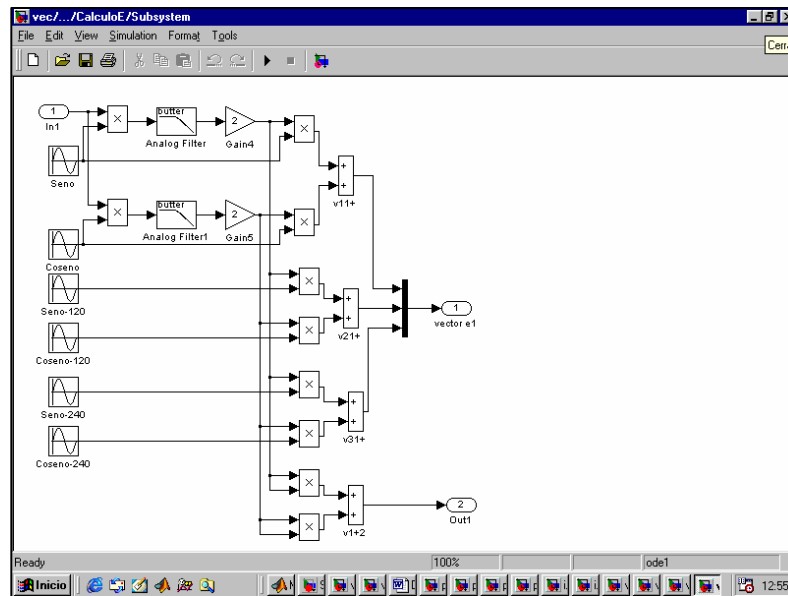


Figura A1.22 Detalle de cálculo de la intensidad de compensación de referencia según la teoría vectorial en su versión de intensidad sinusoidal. Cálculo de la componente fundamental de la tensión.



## Anexo 2

### Otras formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea

En este anexo se recogen otras formulaciones de la teoría de la potencia reactiva instantánea que han tenido alguna significación en algún momento determinado y que, sin embargo, no se han considerado en los capítulos de esta Tesis. La razón es, como se pone de manifiesto en este anexo, que realmente, en lo que a su aplicación a la compensación con APF se refiere, quedan representadas por aquellas formulaciones que sí se han considerado.

Así, en la primera sección de este anexo se estudia la formulación en coordenadas polares presentada por Nabae et al., [131]-[132], y se pone de manifiesto que no propone una aportación mayor que la formulación p-q original. Del mismo modo, en la segunda sección del anexo se presenta la formulación de los vectores de Park de la potencia reactiva instantánea, presentada por Ferrero et al., [114], [126]. En este caso se presentan dos enfoques, uno para sistemas trifásicos de tres conductores, [114], para el que se muestra que establece un desarrollo análogo a la formulación p-q original, y otro enfoque para sistemas trifásicos de cuatro conductores, [126], para el que se muestra una correspondencia con la formulación p-q modificada. Por último, en la última sección de este anexo se presenta el método FBD desarrollado por Depenbrock, [182]. En este caso, la estrategia es equivalente a la desarrollada en la formulación vectorial sin imponer el criterio de eliminación de la intensidad de neutro.



## A2.1 Formulación en coordenadas polares

Esta formulación, [132], propone una nueva estrategia de control cuyo desarrollo está basado en un sistema de coordenadas que gira de forma solidaria con el vector tensión. En este marco, cada vector se caracteriza en su forma polar. Así, el vector trifásico de tensión se expresa como:

$$\vec{u} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( u_1 + u_2 e^{j\frac{2\pi}{3}} + u_3 e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = u(t) e^{j\theta(t)} \quad (1)$$

y el de intensidad como:

$$\vec{i} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_1 + i_2 e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_3 e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = i(t) e^{j(\theta(t)+\phi(t))} \quad (2)$$

donde  $u_1, u_2, u_3$  son las tensiones de fase instantáneas e  $i_1, i_2, i_3$  las intensidades instantáneas.

Si las tensiones son equilibradas y sinusoidales, la velocidad de giro de los vectores tensión e intensidad son constantes e igual para ambos. En caso de que las tensiones de fuente sean no sinusoidales, la velocidad de giro de estos vectores es variable en régimen permanente debido a las componentes armónicas, ya no hay una sola frecuencia angular, sino una por cada armónico presente en cada forma de onda (de la tensión y/o de la intensidad). Como los vectores tensión e intensidad no tienen en general las mismas componentes armónicas, el ángulo  $\phi(t)$  que forman es también variable con el tiempo y se define de forma instantánea en el plano formado por dichos vectores. En circuitos trifásicos equilibrados y sinusoidales  $\vec{u}(t)$ ,  $\vec{i}(t)$  y  $\phi(t)$  son constantes, así como  $\dot{\theta}(t)$  (velocidad de giro de los vectores), figura A2.1.

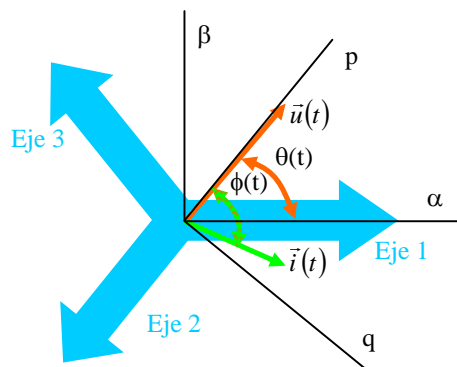


Figura A2.1 Definición del plano que contiene los vectores tensión e intensidad y del ángulo  $\phi(t)$

En sistemas trifásicos de tres conductores, se define un sistema de coordenadas en el que uno de los ejes,  $p$ , coincide con el vector tensión en el plano que contiene los vectores tensión e intensidad. El otro eje,  $q$ , será perpendicular al primero y estará también contenido en el mismo plano. En este nuevo sistema, el vector tensión tiene una sola componente no nula y el vector intensidad se puede descomponer en dos componentes,  $i_p$ :

$$i_p(t) = i(t) \cos\phi(t) = \bar{i}_p + \tilde{i}_p \quad (3)$$

e  $i_q$ :

$$i_q(t) = i(t) \sen\phi(t) = \bar{i}_q + \tilde{i}_q \quad (4)$$

donde  $\bar{i}_p$  es la intensidad activa derivada de la componente fundamental de secuencia directa de la intensidad  $i_p$ ,  $\tilde{i}_p$  es la intensidad activa originada por los armónicos y asimetrías de la misma,  $\bar{i}_q$  es la intensidad reactiva derivada de la componente fundamental de secuencia directa de la intensidad  $i_q$ , e  $\tilde{i}_q$  la componente reactiva originada por los armónicos y asimetrías de la misma.

A partir de estas magnitudes se define la potencia activa instantánea  $p(t)$  como:

$$p(t) = u(t)i(t) \cos\phi(t) = \bar{p} + \tilde{p} \quad (5)$$

y la potencia reactiva instantánea  $q(t)$  como:

$$q(t) = u(t)i(t) \sen\phi(t) = \bar{q} + \tilde{q} \quad (6)$$

donde  $\bar{p}$ ,  $\tilde{p}$ ,  $\bar{q}$  y  $\tilde{q}$  tienen significados análogos a los de las intensidades.

Se define la potencia compleja del sistema como:

$$\mathbf{u}(\mathbf{t})\mathbf{i}(\mathbf{t})e^{j\phi(t)} = u(t)i(t)(\cos\phi(t) + j\sen\phi(t)) = p(t) + jq(t) \quad (7)$$

cuya amplitud o potencia aparente instantánea es:

$$u(t)i(t) = \sqrt{p^2(t) + q^2(t)} \quad (8)$$

De la misma forma, se define el factor de potencia instantáneo como:

$$fdp = \frac{p(t)}{s(t)} \quad (9)$$

Según la figura A2.1, la potencia activa instantánea se puede expresar en el sistema donde están  $\alpha, \beta$  como:

$$\begin{aligned} p(t) &= p_\alpha + p_\beta = u_\alpha i_{p\alpha} + u_\beta i_{p\beta} = u(t) \cos\theta(t) i(t) \cos\theta(t) \cos\phi(t) + \\ &+ u(t) \operatorname{sen}\theta(t) i(t) \operatorname{sen}\theta(t) \cos\phi(t) = u(t) i(t) \cos\phi(t) \cos^2\theta(t) + \\ &+ u(t) i(t) \cos\phi(t) \operatorname{sen}^2\theta(t) = u(t) i(t) \cos\phi(t) \end{aligned} \quad (10)$$

La potencia reactiva instantánea se expresa también en el sistema donde está  $\alpha$  y  $\beta$ :

$$\begin{aligned} q(t) &= u_\alpha i_{\alpha q} + u_\beta i_{\beta q} = u(t) \cos\theta(t) i(t) \operatorname{sen}\theta(t) \operatorname{sen}\phi(t) - \\ &- u(t) \operatorname{sen}\theta(t) i(t) \cos\theta(t) \operatorname{sen}\phi(t) = u(t) i(t) \operatorname{sen}\phi(t) \cos\theta(t) \operatorname{sen}\theta(t) - \\ &- u(t) i(t) \cos\phi(t) \operatorname{sen}\theta(t) \cos\theta(t) = \frac{1}{2} u(t) i(t) \operatorname{sen}\phi(t) \operatorname{sen}2\theta(t) - \\ &- \frac{1}{2} u(t) i(t) \operatorname{sen}\phi(t) \operatorname{sen}2\theta(t) = \frac{q}{2} - \frac{q}{2} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

En esta ecuación se observa que la potencia reactiva instantánea intercambiada entre fuente y carga es nula y que la potencia reactiva instantánea calculada en (6), representa el doble de la amplitud o valor máximo de cada componente ( $\alpha, \beta$ ) de la potencia reactiva instantánea,  $q(t)$ . Efectivamente,  $q(t)/2$  representa la amplitud de la potencia reactiva instantánea en cada fase  $\alpha$  y  $\beta$ , siendo la velocidad de rotación de cada una de ellas el doble de la de la tensión o la intensidad. La suma de ambas componentes es nula. Eso significa que la potencia reactiva instantánea de cada fase individual circula entre las fases  $\alpha$  y  $\beta$  y no contribuye al flujo de potencia instantánea de la fuente a la carga.

La potencia real instantánea definida en la formulación p-q original para sistemas trifásicos de tres conductores es:

$$p_{\alpha\beta} = u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta = \vec{u} \cdot \vec{i} = \|\vec{u}\| \|\vec{i}\| \cos\left(\overline{\vec{u}, \vec{i}}\right) \quad (12)$$

que es igual a la potencia activa definida en este enfoque.

La intensidad en este nuevo enfoque viene dada por la expresión:

$$\begin{aligned}\vec{i} &= \vec{i}_\alpha + \vec{i}_\beta = (i \cos \phi \cos \theta + i \operatorname{sen} \phi \cos (90 - \theta)) + (i \cos \phi \operatorname{sen} \theta - i \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} (90 - \theta)) = \\ &= (i \cos \phi \cos \theta + i \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \theta) + (i \cos \phi \operatorname{sen} \theta - i \operatorname{sen} \phi \cos \theta)\end{aligned}\quad (13)$$

Del mismo modo, si se considera que la potencia imaginaria instantánea definida en la formulación p-q es:

$$q_{\alpha\beta} = u_\beta i_\alpha - u_\alpha i_\beta \quad (14)$$

Y se aplica esta definición a (13), se tiene que:

$$\begin{aligned}q_{\alpha\beta} &= u \operatorname{sen} \theta (i \cos \phi \cos \theta + i \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \theta) - u \cos \theta (i \cos \phi \operatorname{sen} \theta - i \operatorname{sen} \phi \cos \theta) = \\ &= u i \operatorname{sen} \phi = q\end{aligned}\quad (15)$$

Se muestra, pues, que la potencia reactiva instantánea definida según este enfoque es equivalente a la potencia imaginaria instantánea  $q_{\alpha\beta}(t)$  definida en la formulación p-q original, así como que la potencia  $p(t) = p_{\alpha\beta}(t)$ . De la misma forma, las intensidades activa y reactiva instantáneas definidas a partir de ambas formulaciones también son las mismas. Se puede definir la componente activa instantánea de la intensidad en la formulación p-q original como:

$$\begin{aligned}\vec{i}_p &= i_\alpha \cos \theta + i_\beta \operatorname{sen} \theta = \\ &= (i \cos \phi \cos \theta + i \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \theta) \cos \theta + (i \cos \phi \operatorname{sen} \theta - i \operatorname{sen} \phi \cos \theta) \operatorname{sen} \theta = i \cos \phi\end{aligned}\quad (16)$$

Y la intensidad reactiva instantánea en esa misma formulación como:

$$\begin{aligned}\vec{i}_q &= i_\alpha \operatorname{sen} \theta - i_\beta \cos \theta = \\ &= (i \cos \phi \cos \theta + i \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \theta) \operatorname{sen} \theta - (i \cos \phi \operatorname{sen} \theta - i \operatorname{sen} \phi \cos \theta) \cos \theta = i \operatorname{sen} \phi\end{aligned}\quad (17)$$

expresiones idénticas a las intensidades activa y reactiva del presente enfoque presentadas en (3) y (4).

Hasta ahora, el desarrollo se ha realizado para sistemas trifásicos de tres conductores. A continuación se va a analizar al caso de sistemas de cuatro conductores. En estos sistemas, además de las componentes  $\alpha$  y  $\beta$ , se define una componente de secuencia de fase cero de la siguiente forma:

$$i_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_1 + i_2 + i_3) \quad (18)$$

A partir de esta componente se define el vector de secuencia cero como:

$$\vec{i}_0 = [i_{10} \quad i_{20} \quad i_{30}]^T \quad (19)$$

donde se cumple que:

$$\frac{i_0}{\sqrt{3}} = i_{10} = i_{20} = i_{30} \quad (20)$$

Y por tanto:

$$i_n = i_1 + i_2 + i_3 = i_0 \sqrt{3} \quad (21)$$

La intensidad se descompone en dos vectores:

$$\vec{i} = \vec{i}_0 + \vec{i}' \quad (22)$$

Y como:

$$i_{10} + i_{20} + i_{30} = 3 \frac{i_0}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} i_0 = i_1 + i_2 + i_3 \quad (23)$$

se tiene que:

$$i_1' + i_2' + i_3' = 0 \quad (24)$$

El vector  $\vec{i}'$  se puede expresar como:

$$\vec{i}' = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_1' + i_2' e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_3' e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \quad (25)$$

de donde se deduce que la expresión en forma polar del vector intensidad coincide con la del vector intensidad sin componente de secuencia cero:

$$\begin{aligned}\vec{i} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_{10} + i_1' + (i_{20} + i_2') e^{j\frac{2\pi}{3}} + (i_{30} + i_3') e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = \\ &= \sqrt{2} i_0 \left( 1 + e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) + \vec{i}' = \vec{i}'\end{aligned}\quad (26)$$

Así, el vector intensidad instantánea de un sistema trifásico de cuatro conductores con componente de secuencia cero es igual al vector intensidad instantánea del sistema de tres conductores, independiente de la componente de secuencia cero. El razonamiento anterior y los términos de potencia definidos siguen siendo válidos en este caso, aunque ahora aparece además la potencia instantánea de secuencia cero definida como  $p_0(t) = u(t)i_0(t)$ , exactamente igual que la definida en la formulación p-q original.

## A2.2 Formulación de los vectores de Park de la teoría de la potencia reactiva instantánea

En esta sección se presenta la formulación de Park de la teoría de la potencia reactiva instantánea. Esta formulación basa su desarrollo en la aplicación de un caso particular de la transformación de Park, transformación de Clark-Concordia, a la descripción de sistemas trifásicos, tanto de tres conductores, [114], como de cuatro conductores, [126].

En esta formulación se expresa el vector tensión,  $\vec{u}$ , en coordenadas 0dq como:

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} u_0 \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}\quad (27)$$

O sea, se usa la matriz de transformación del sistema de coordenadas de fase al sistema de coordenadas  $0\alpha\beta$  para transformar el vector tensión en coordenadas de fase a coordenadas que se denotan por 0dq y que son idénticas a las coordenadas  $0\alpha\beta$ . Así,  $u_0(\text{Park}) = u_0(\text{p-q})$ ,  $u_d(\text{Park}) = u_\alpha(\text{p-q})$ ,  $u_q(\text{Park}) = u_\beta(\text{p-q})$ .

Si no se tiene en cuenta la componente de secuencia cero, el vector tensión,  $\vec{u}$ , se puede expresar mediante el denominado vector de Park de tensión de la siguiente forma:

$$\vec{u} = u_d + ju_q \quad (28)$$

Además,  $\vec{u}$  se puede descomponer en una serie compleja de Fourier, de forma que cada componente armónica está formada por dos vectores de distinta amplitud girando a la misma velocidad pero en sentido opuesto. El vector está compuesto por la suma de todas sus componentes armónicas. Su norma se calcula de la siguiente forma:

$$u = \sqrt{u^2(t)} = \sqrt{\vec{u}(t) \cdot \vec{u}^*(t)} = \sqrt{\sum_k u_k^2 + \sum_{k \neq h} \vec{u}_k \cdot \vec{u}_h^* e^{j(k-h)\omega t}} = \sqrt{\sum_k u_k^2} \quad (29)$$

Introduciendo el operador complejo  $\alpha = e^{j2\pi/3}$ , el vector tensión de Park se obtiene también de la forma:

$$\vec{u} = \sqrt{\frac{2}{3}} (u_1 + \alpha u_2 + \alpha^2 u_3) \quad (30)$$

La potencia instantánea  $p(t)$  se obtiene en coordenadas de fase mediante la expresión:

$$p(t) = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (31)$$

O en coordenadas de Park como:

$$p(t) = \begin{bmatrix} u_0 & u_d & u_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (32)$$

Si se introducen los vectores de Park de tensión e intensidad, y se extrapolan las definiciones de sistemas monofásicos, se definen las potencias compleja, activa y reactiva instantáneas como:

- ❖ Potencia compleja:  $\vec{a}_p(t) = \vec{u}(t) \cdot \vec{i}(t)$ .
- ❖ Potencia real de Park:  $p_p(t) = \text{Re}[\vec{a}_p(t)] = u_d i_d + u_q i_q$ .

- ❖ Potencia imaginaria de Park:  $q_p(t) = \text{Im}[\bar{a}_p(t)] = u_q i_d - u_d i_q$ .
- ❖ Potencia de secuencia cero:  $p_0(t) = u_0 i_0$

Las potencias real e imaginaria de Park y la de secuencia cero coinciden exactamente con las potencias real e imaginaria y de secuencia cero definidas en la formulación p-q original.

A continuación se analizan las potencias definidas arriba y se comparan con las definiciones de potencia en sistemas trifásicos. Así se expresa la potencia compleja como:

$$\bar{a}_p(t) = p_p(t) + jq_p(t) \quad (33)$$

Si se considera la potencia de secuencia cero definida como:

$$p_0(t) = u_0 i_0 \quad (34)$$

se tiene que:

$$p(t) = p_p(t) + p_0(t) \quad (35)$$

La potencia real de Park representa la potencia instantánea en un sistema trifásico si no hay ni tensión ni intensidad de secuencia cero. La potencia imaginaria es una cantidad característica de los sistemas polifásicos.

Tomando valores medios:

$$\bar{A}_p = P_p + jQ_p = \frac{1}{T} \int \bar{u}(t) \cdot \bar{i}(t) dt \quad (36)$$

donde  $P_p$  es la potencia activa sin componente de secuencia cero y  $P = P_p + P_0$  es la potencia activa total. Se demuestra, [114], que si las tensiones e intensidades son equilibradas y sinusoidales de secuencia directa,  $Q$  es igual a la potencia reactiva transferida por la carga y si son equilibradas y sinusoidales de secuencia inversa es igual al opuesto de la energía reactiva transferida por el sistema.

Se define además la potencia aparente como:

$$S = U \cdot I \quad (37)$$



Y el factor de potencia trifásico como:

$$\lambda = \frac{P_p}{S} \quad (38)$$

Si se tiene en cuenta la amplitud de  $A_p$ , definida como  $A_p = \sqrt{P_p + Q_p}$ , y el término de potencia  $D_p$  calculado como la diferencia cuadrática de  $S$  y  $A_p$ , la potencia aparente se puede redefinir como:

$$S^2 = P_p^2 + Q_p^2 + D_p^2 \quad (39)$$

Respecto de la compensación, se pueden obtener distintos objetivos de compensación. Si, por ejemplo, se quiere conseguir factor de potencia unidad, es necesaria, aunque no suficiente, la compensación de la potencia imaginaria instantánea que, además puede realizarse sin el uso de elementos almacenadores de energía. Para lograr factor de potencia unidad es necesario, además, la compensación de una parte de la potencia real instantánea. Así, se calcula la componente activa del vector intensidad y se compensa el resto. La componente activa de la intensidad fue definida por Fryze como:

$$\vec{i}_a = \frac{P_p}{U^2} \vec{u} \quad (40)$$

Por lo tanto:

$$\vec{i}_x = \vec{i} - \vec{i}_a \quad (41)$$

De esta forma, compensando  $\vec{i}_x$ , el factor de potencia toma un valor unidad. Igualmente, se puede imponer a este enfoque un objetivo de compensación de potencia constante, mediante el que se alcanzan los mismos resultados que en la formulación p-q original.

Así, la formulación de los vectores de Park de la teoría de la potencia reactiva instantánea presenta un desarrollo equivalente al de la formulación p-q original y al de la vectorial, asimilándose a una u otra dependiendo del objetivo de compensación considerado.

### A2.2.1 Vector de Park generalizado aplicado a la compensación de cargas no lineales en sistemas de cuatro conductores

En este apartado se generalizan las definiciones aportadas en la sección A2.2 a sistemas de cuatro conductores, [114], [126].

El espacio 0dq es un espacio vectorial normalizado en el que la norma de un vector se define como el valor absoluto de la raíz cuadrada del valor cuadrático medio de sus componentes:

$$\|\vec{w}\| = \sqrt{w_0^2 + w_d^2 + w_q^2} \quad (42)$$

Es posible, también, definir el producto escalar entre dos vectores como:

$$(\vec{w}_1, \vec{w}_2) = w_{10}w_{20} + w_{1d}w_{2d} + w_{1q}w_{2q} \quad (43)$$

de donde es inmediato probar que:

$$(\vec{w}, \vec{w}) = \|\vec{w}\|^2 \quad (44)$$

Los vectores de Park generalizados de tensión e intensidad se definen de la siguiente forma:

$$\vec{u}(t) = u_0(t)\vec{z}_0 + u_d(t)\vec{z}_d + u_q(t)\vec{z}_q \quad (45)$$

$$\vec{i}(t) = i_0(t)\vec{z}_0 + i_d(t)\vec{z}_d + i_q(t)\vec{z}_q \quad (46)$$

que para funciones periódicas describen una trayectoria cerrada en el plano 0dq para funciones periódicas.

En el aspecto energético, la potencia instantánea que fluye en el sistema se obtiene como:

$$p(t) = \vec{u}(t) \cdot \vec{i}(t) = u_0i_0 + u_d i_d + u_q i_q \quad (47)$$

Para generalizar las demás conclusiones obtenidas para sistemas de tres conductores a los de cuatro hay que introducir un álgebra adecuada.

Se define un espacio vectorial con los vectores unitarios  $\vec{z}_s, \vec{z}_d, \vec{z}_q, \vec{z}_0$  tal que  $\vec{z}_s$  se comporta como un escalar y el conjunto formado por los tres restantes

como un espacio tridimensional. Un elemento de este espacio se puede expresar de la siguiente forma:

$$\bar{n} = n_s \bar{z}_s + n_0 \bar{z}_0 + n_d \bar{z}_d + n_q \bar{z}_q \quad (48)$$

Se definen las operaciones suma, producto y producto por un escalar con sus respectivas propiedades y el elemento conjugado como:

$$\underline{n} = n_s \bar{z}_s - n_0 \bar{z}_0 - n_d \bar{z}_d - n_q \bar{z}_q \quad (49)$$

de forma que se cumple que:

$$\bar{n} \cdot \underline{n} = (n_s^2 + n_0^2 + n_d^2 + n_q^2) \bar{z}_s \quad (50)$$

También se puede definir la operación inversa como:

$$\bar{n}^{-1} = \frac{\underline{n}}{n_s^2 + n_0^2 + n_d^2 + n_q^2} \quad (51)$$

de donde:

$$\bar{n} \cdot \bar{n}^{-1} = \frac{\bar{n} \cdot \underline{n}}{n_s^2 + n_0^2 + n_d^2 + n_q^2} = \frac{n_s^2 + n_0^2 + n_d^2 + n_q^2}{n_s^2 + n_0^2 + n_d^2 + n_q^2} \bar{z}_s = 1 \quad (52)$$

Se puede, pues, definir el vector de Park generalizado como:

$$\bar{w} = 0 \bar{z}_s + w_0 \bar{z}_0 + w_d \bar{z}_d + w_q \bar{z}_q \quad (53)$$

Que aplicado al vector tensión proporciona la siguiente expresión para el mismo:

$$\bar{u} = u_0 \bar{z}_0 + u_d \bar{z}_d + u_q \bar{z}_q \quad (54)$$

Y al vector intensidad:

$$\bar{i} = i_0 \bar{z}_0 + i_d \bar{z}_d + i_q \bar{z}_q \quad (55)$$

A continuación se representan los términos de potencia. Para ello se define la potencia instantánea generalizada como extensión de la potencia compleja de la forma que se presenta a continuación:

$$\bar{a}(t) = \bar{v}(t) \cdot \bar{i}(t) = a_s(t)\bar{z}_s + a_0(t)\bar{z}_0 + a_d(t)\bar{z}_d + a_q(t)\bar{z}_q \quad (56)$$

donde:

$$a_s(t) = u_0(t)i_0(t) + u_d(t)i_d(t) + u_q(t)i_q(t) \quad (57)$$

Además:

$$a_d(t) = u_0(t)i_q(t) - u_q(t)i_0(t) \quad (58)$$

y:

$$a_q(t) = u_d(t)i_0(t) + u_0(t)i_d(t) \quad (59)$$

Por último, se tiene que:

$$a_0(t) = u_q(t)i_d(t) + u_d(t)i_q(t) \quad (60)$$

La componente escalar de  $\bar{a}(t)$  representa la potencia instantánea que fluye por el sistema trifásico.

Las otras componentes no transportan potencia instantánea y se pueden considerar como componentes instantáneamente intercambiadas entre las fases d, q y 0 sin afectar al flujo de potencia instantánea. En particular,  $a_0(t)$  es la potencia imaginaria de Park.

Si se considera como objetivo de compensación la minimización de las pérdidas, es necesario anular las tres componentes de la potencia compleja instantánea. De hecho, suponiendo constantes las resistencias de línea con el mismo valor  $R$  para los conductores de las tres fases, las pérdidas instantáneas de la línea vienen dadas por:

$$p(t) = R\bar{i}(t) \cdot \bar{i}(t) \quad (61)$$

donde  $\bar{i}(t)$  es el vector de Park de intensidad generalizado.

Suponiendo que se inyecta una intensidad de compensación cuyo vector de Park generalizado es  $\bar{i}_c(t)$ , las pérdidas se hacen mínimas, minimizando la función:

$$F(t) = [\bar{i}(t) - \bar{i}_c(t)] \cdot [\bar{i}(t) - \bar{i}_c(t)] \quad (62)$$

bajo la siguiente restricción:

$$a_{cs}(t) = u_d(t)i_{cd}(t) + u_q(t)i_{cq}(t) + u_0(t)i_{c0}(t) \quad (63)$$

requerida para asegurar que la intensidad de compensación no afecte a la potencia instantánea.

Esta minimización se puede obtener aplicando el método de los multiplicadores de Lagrange y conduce a la siguiente intensidad de compensación:

$$\bar{i}_c(t) = \bar{i}(t) - \frac{a_s(t)}{\|\bar{u}(t)\|^2} \bar{u}(t) \quad (64)$$

La potencia instantánea compleja generalizada requerida por el compensador es:

$$\begin{aligned} \bar{a}_c(t) &= \bar{u}(t) \cdot \bar{i}_c(t) = \bar{u}(t) \cdot \left[ \bar{i}(t) - \frac{a_s(t)}{\|\bar{u}\|^2} \bar{u}(t) \right] = \bar{a}(t) - a_s(t) = \\ &= a_d(t)\bar{z}_d + a_q(t)\bar{z}_q + a_0(t)\bar{z}_0 \end{aligned} \quad (65)$$

Esta ecuación prueba que las pérdidas se pueden minimizar anulando la potencia imaginaria instantánea junto con las componentes  $a_d(t)$  y  $a_q(t)$ , extendiendo a los sistemas de cuatro conductores el concepto de potencia reactiva.

Por otra parte, nótese que cuando  $u_0(t)$  e  $i_0(t)$  son nulos, todas las cantidades definidas coinciden numéricamente con las definidas en sistemas de tres conductores.

Por último, se observa que la estrategia presentada en (65) es exactamente la misma que la derivada de la formulación p-q modificada en su versión de compensación instantánea, ya que se cumple que:

$$\begin{aligned} p &= a_s \\ q_0 &= -a_0 \\ q_\alpha &= -a_d \\ q_\beta &= -a_q \end{aligned} \quad (66)$$

haciendo referencia los términos del primer miembro de las ecuaciones (66) a la formulación p-q modificada y los del segundo miembro a la formulación de los vectores de Park.

### A2.3 El método FBD

Este método establece un análisis de la potencia eléctrica en sistemas polifásicos donde el conductor de neutro es considerado como un conductor más. Así, un sistema trifásico con conductor de neutro será tratado como un sistema de cuatro conductores, [181]. De esa forma, se pretende encontrar una estrategia de control para la compensación de cargas trifásicas que sea independiente del carácter de los conductores. Entre todos los objetivos de compensación que se pueden imponer, en el método FBD destaca el de factor de potencia unidad. La estrategia de compensación se desarrolla en coordenadas de fase para un sistema polifásico de n conductores y calcula la intensidad de referencia como diferencia entre la intensidad de carga y la que debe suministrar la fuente según el objetivo de compensación. Así, se define un sistema de n coordenadas ortogonales en que los vectores unitarios cumplen las relaciones:

$$\begin{aligned} z_{\mu} \cdot e_{\eta} &= 0 \quad \text{si } \mu \neq \eta \quad \mu, \eta = 1, 2, \dots, n \\ z_{\mu} \cdot e_{\eta} &= 1 \quad \text{si } \mu = \eta \quad \mu, \eta = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (67)$$

Las intensidades por los n terminales siempre suman cero y se pueden definir de la forma:

$$\vec{i}(t) = \sum_{\eta=1}^n i_{\eta}(t) \cdot e_{\eta}(t) \quad \text{donde} \quad \sum_{\eta=1}^n i_{\eta}(t) = 0 \quad (68)$$

Las tensiones de línea se pueden expresar como:

$$\vec{u}(t) = \sum_{\eta=1}^n u_{\eta}(t) \cdot e_{\eta}(t) \quad \text{donde} \quad \sum_{\eta=1}^n u_{\eta}(t) = 0 \quad (69)$$

Se define un neutro virtual que se toma como referencia de las tensiones de fase  $u_{\eta 0}$ . Este conjunto de n tensiones es el único, correspondiente a un conjunto de intensidades, que suma cero. Estas tensiones de fase se pueden calcular fácilmente a partir de las tensiones de línea:

$$u_{\eta r} = u_{\eta 0} - u_{r0} \quad (70)$$

De esta forma:

$$u_{r0} = \frac{1}{N} \sum_{\eta=1}^N u_{\eta r}(t) \quad (71)$$

La tensión de componentes  $u_{v0}$  se puede representar por un vector:

$$\vec{u}_v(t) = \sum_{v=1}^N u_{v0}(t)e_v, \quad \sum_{v=1}^N u_{v0}(t) = 0 \quad (72)$$

De la misma forma, se definen los valores colectivos de tensión e intensidad como:

$$\begin{aligned} u_{\Sigma 0}^2(t) &= \vec{u}_0(t) \cdot \vec{u}_0(t) \\ i_{\Sigma}^2(t) &= \vec{i}(t) \cdot \vec{i}(t) \end{aligned} \quad (73)$$

Y el valor colectivo de la potencia instantánea como:

$$p_{\Sigma}(t) = \vec{u}_0(t) \cdot \vec{i}(t) \quad (74)$$

En condiciones periódicas, los cuadrados de los valores colectivos de tensión e intensidad se definen como:

$$I_{\Sigma}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i_{\Sigma}^2(\tau) d\tau = \overline{\vec{i}(t) \cdot \vec{i}(t)} \quad (75)$$

$$U_{\Sigma 0}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T u_{\Sigma 0}^2(\tau) d\tau = \overline{\vec{u}_0(t) \cdot \vec{u}_0(t)} \quad (76)$$

Y el de la potencia instantánea como:

$$P_{\Sigma} = \frac{1}{T} \int_0^T p_{\Sigma}(\tau) d\tau = \overline{\vec{u}_0(t) \cdot \vec{i}(t)} \quad (77)$$

Las definiciones establecidas para los valores colectivos de tensión, intensidad y potencia permiten expresar la intensidad activa de Fryze y Buchholz para sistemas de n terminales de la siguiente forma:

$$\vec{i}_a(t) = G_a \vec{u}_0(t); \quad G_a = \frac{\overline{\vec{u}_0(t) \cdot \vec{i}(t)}}{\overline{\vec{u}_0(t) \cdot \vec{u}_0(t)}} = \frac{P_{\Sigma}}{U_{\Sigma 0}^2} \quad (78)$$

donde  $G_a$  es constante en condiciones periódicas y con tensiones aplicadas equilibradas y sinusoidales. Conocido el valor de la conductancia equivalente,  $G_a$ , se puede calcular la intensidad activa instantánea,  $\vec{i}_a(t)$ , y con ella, la intensidad no activa,  $\vec{i}_n(t)$ , como:

$$\vec{i}_n(t) = \vec{i}(t) - \vec{i}_a(t) = \vec{i}(t) - G_a \vec{u}_0(t) = \vec{i}(t) - \frac{P_\Sigma}{U_{\Sigma 0}^2} \vec{u}_0(t) \quad (79)$$

La intensidad no activa no contribuye al transporte de potencia activa colectiva y se puede compensar instantáneamente con un compensador adecuado bajo determinadas condiciones. Después de cada variación de la carga o la fuente que hagan variar el valor de  $P_\Sigma$ , éste debería ser calculado de nuevo, lo que llevaría a tener que calcular de nuevo  $G_a$ . Este cálculo requeriría un periodo y, por tanto, no se puede realizar compensación instantánea.

Las tablas A2.1 y A2.2 presentan los resultados de compensar la intensidad no activa,  $\vec{i}_n(t)$ .

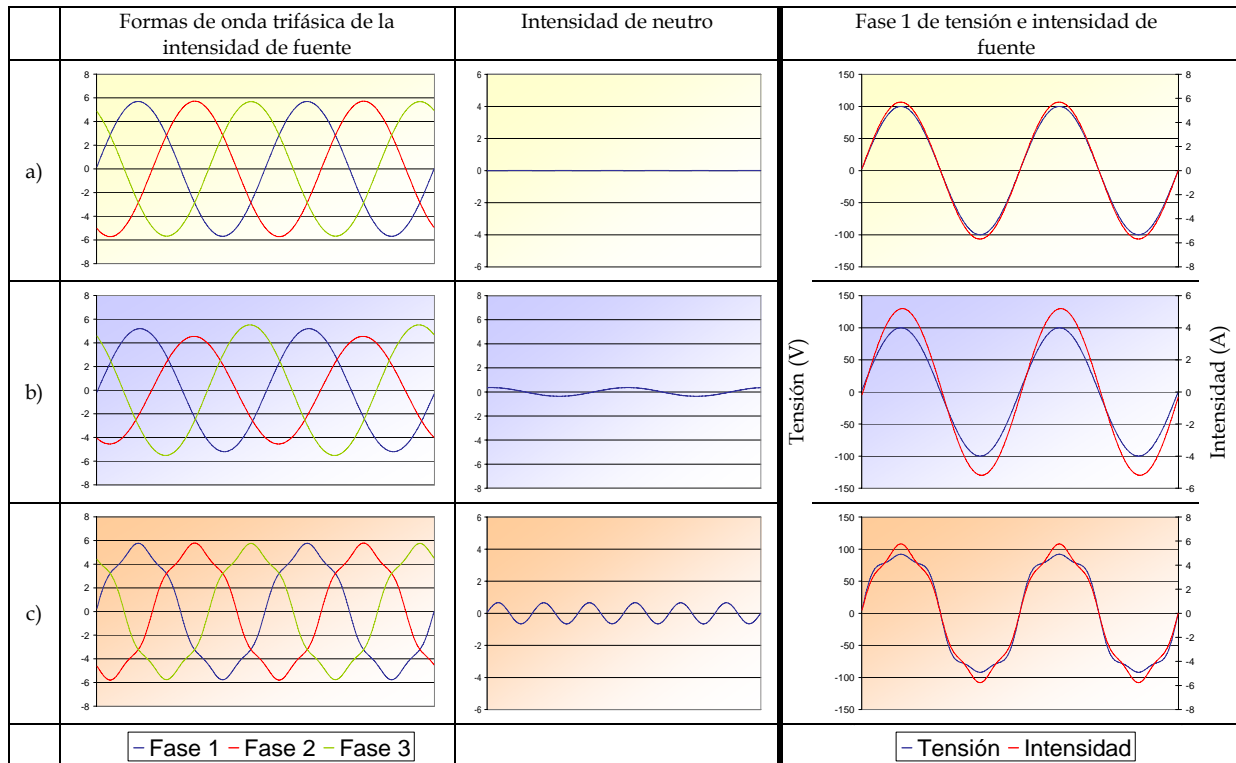
Tabla A2.1. Resultados de la aplicación del método FBD a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales

	ITDD <sub>L1</sub> (%)	RMS <sub>IL4</sub> (A)
<b>a)</b>	0	0
<b>b)</b>	0	0,26
<b>c)</b>	8	0,46

Como se puede comprobar en la tabla A2.2, el método FDB consigue intensidades de fuente sinusoidales siempre que las tensiones de alimentación lo sean. Por otro lado, si éstas son desequilibradas, también lo serán las intensidades de fuente, primera columna de la tabla A2.2. En ambos casos se compensa la reactiva: la tercera columna de la tabla A2.2 muestra un factor de desplazamiento nulo, pero solo consigue esta estrategia eliminar la intensidad de neutro en el caso de intensidades equilibradas y sinusoidales, segunda columna de la tabla A2.2. Así, esta estrategia consigue factor de potencia unidad.



Tabla A2.2 Formas de onda obtenidas después de la compensación al aplicar la estrategia de control derivada del método FDB en su versión de compensación de la intensidad no activa a la compensación de cargas trifásicas no lineales en sistemas de cuatro conductores. 0,04 s en el eje de abscisas. a) tensiones equilibradas y sinusoidales, b) tensiones desequilibradas y sinusoidales, c) tensiones equilibradas y no sinusoidales



## Referencias

- [1] C. Liew. "Excessive Neutral Currents in Three-Phase Fluorescent Lighting Circuits". IEEE Transactions on Industrial Applications, Vol. 25, July/August 1989, pp. 776-782.
- [2] T. M. Gruz. "A Survey of Neutral Currents in Three-Phase Computer power Systems". IEEE Transactions on Industrial Applications, Vol. 26, July/August 1990, pp. 719-725.
- [3] Cesar Pumar, Raúl González, Pedro M. Martínez, Eduardo Villar, José Luis Gutiérrez, José Luis Iribarren, José Ángel Zabala, Salvador Martínez, Vicente Feliu. "Mejora de la Calidad e Inmunidad de equipos mediante filtros activos de alta frecuencia". Revista Energía, Julio/Agosto de 1995, pp. 56-60.
- [4] R.C. Dugan, M.F. McGranaghan, H.W. Beaty, "Electrical Power Systems Quality", Editorial McGraw-Hill, 1996.
- [5] P. J. A. Ling, C. J. Eldridge. "System-Wide Harmonic Correction a Hibryd Approach". Power Quality/Power Value Proceedings, September 1997, pp. 91-98.
- [6] J. Barros, R.I. Diego, "On the Use of the Hanning Window for Harmonic Analysis in the Standard Framework", IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 21, No. 1, Jan 2006 pp. 538-539

- [7] A. Moreno-Muñoz. "Power quality: mitigation technologies in a distributed environment". Díaz de Santos, 2007, ISBN: 978-1-84628-771-8
- [8] H. Akagi, A. Nabae, S. Atoh. "Control Strategy of Active Power Filters Using Multiple Voltage-Source PWM Converters". IEEE Trans. Ind. Applicat., vol.IA-22, No. 3, May/June 1986, pp. 460-465.
- [9] M. Takeda, K. Ikeda, A. Teramoto, T. Aritsuka. "Harmonic Current Compensation with Active Filter". in Conf. Rec. IEEE/PESC pp 1174-1179 April 1988.
- [10] G. Choe, M. Park. "Analysis and Control of Active Power Filter with Optimized Injection". IEEE Trans. on Power Electronics, vol. 4, No. 4, October 1989.
- [11] W. M. Grady, M. J. Samotyj, A. H. Noyola. "Survey of Active Power Line Conditioning Methodologies". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5, No. 3, Julio 1990, pp. 1536-1542.
- [12] F. Peng, H. Akagi, A. Nabae. "A Study of Active Power Filters Using Quad-Series Voltage-Source PWM Converters for Harmonic Compensation", IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 5, No. 1, January 1990, pp. 9-15.
- [13] H. Akagi. "Trends in Active Power Line Conditioners". Proceedings of the IECON, San Diego, Noviembre 1992, pp. 19-24.
- [14] R. M. Duke, S. D. Round. "The Steady-State Performance of a Controlled Current Active Filter". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 8, No. 3, April 1993, pp. 140-146.
- [15] Hirofumi Akagi. "Trends in Active Power Line Conditioners". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 9, No. 3, May 1994, pp. 263-268.
- [16] H. L. Jou, J. C. Wu, H. Y. Chu. "New Single-Phase Active Power Filter". IEE Proc. Electr. Power Appl., Vol. 141, No.3, May 1994, pp. 129-134.
- [17] Manuel Román Lumbreras. "Compensación de Armónicos: Filtros Activos de Potencia". Revista de Automática e Instrumentación, No. 246, Septiembre 1994, pp. 59-61.

- 
- [18] David A. Torrey, Adel M.A.M. Al-Zamel. "Single-Phase Active Power Filters for Multiple Nonlinear Loads". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 10, No. 3, May 1995, pp. 263-272.
- [19] Hirofumi Akagi. "New Trends in Active Filters for Power Conditioning". IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 32, No. 6, November/December 1996, pp. 1312-1322.
- [20] L. Gengyin, Chen Zhiye, Wang Xinwei, Yang Yihan. "Stability Analysis and Parameter Optimization Design of DC Voltage Control System for an Active Power Filter". Proceedings de ICEE'96, Vol. II, pp. 839-843.
- [21] Yasuhiro Komatsu, Takao Kawabata. "A Control Method of Active Power Filter in Unsymmetrical Voltage System". 7<sup>a</sup> ICHQP, October-1996, Las Vegas, USA.
- [22] A. Salem Nia, S. Saadate. "Digital Controlled Active Filter Suppressing Particular Harmonics: Numerical Simulation and Experimentation". Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Harmonics and Quality of Power, ICHQP, 16-18 October 1996, Las Vegas, New York, USA, pp. 632-636.
- [23] J. S. Tepper, J. W. Dixon, D. Venegas, L. Morán. "A Simple Frequency-Independent Method for Calculating the Reactive and Harmonic Current in a Nonlinear Load". IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 6, December 1996, pp. 647-654.
- [24] J. C. Wu, H. L. Jou. "Simplified Control Method for the Single-Phase Active Power Filter". IEE Proc. Electr. Power Applications, Vol. 143, No. 3, May 1996, pp. 219-224.
- [25] Javier García González, Francisco Pérez Hidalgo, Juan Ramón Heredia Delarubia. "El Filtro Activo de Potencia: Diseño Óptimo para la Eliminación de Armónicos y Reactiva". Actas de las 5<sup>as</sup> Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica, Julio de 1997, Salamanca, España, pp. 245-250.
- [26] G. Superti Furga, E. Tironi, G. Ubezio. "Shunt Active Filter for Four Wire Low-Voltage Systems: Theoretical Operating Limits and Measures for Performance Improvement". ETEP, Vol. 7, No. 1, January/February 1997, pp. 41-48.

- [27] P. Verdelho, G. D. Marques. "An Active Power Filter and Unbalanced Current Compensator". IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 44, No. 3, June 1997, pp. 321-328.
- [28] M. A. Rahman, T. S. Radwan, A. M. Osheiba, A. E. Lashine. "Analysis of Current Controllers for Voltage-Source Inverter". IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol 44, No. 4, August 1997, pp. 477-485.
- [29] Fang Zheng Peng. "Application Issues of Active Power Filters". IEEE Industry Applications Magazine, September/October 1998, pp. 21-30.
- [30] B. Singh, K. Al-Haddad and A. Chandra. "Active Power Filter for Harmonic and Reactive Power Compensation in Three-Phase, Four-Wire Systems Supplying Non-Linear Loads". ETEP Vol. 8, No. 2, March/April 1998, pp. 139-145.
- [31] T. Tanaka, N. Koshio, H. Akagi, A. Nabae. "Reducing Supply Current Harmonics". IEEE Industry Applications Magazine, Vol. 4, Issue 5, Sept./Oct. 1998, pp. 31-37.
- [32] Thierry Thomas, Kevork Haddad, Geza Joos, Alain Jaafari. "Design and Performance of Active Power Filters". IEEE Industry Applications Magazine, September/October 1998, pp. 38-46.
- [33] Sami Valiviita, Seppo J. Ovaska. "Delayless Method to Generate Current Reference for Active Filters". IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 45, No. 4, August 1998, pp. 559-567.
- [34] Antonio Abellán, Jose Manuel Benavent, Juan Antonio Martínez. "Filtro Shunt Activo de Potencia Trifásico con Control UPF de Altas Prestaciones en Situaciones Desequilibradas y no Senoidales de Carga y Alimentación". Actas en CD-ROM del Seminario Anual de Automática y Electrónica Industrial, SAAEI'99.
- [35] S. P. Litrán, J. C. Montaña, P. Salmerón, F. J. Alcántara, J. R. Vázquez. "Control de un Filtro Activo de Potencia para Compensación en Sistemas Trifásicos de Cuatro Conductores". Proceedings de las Jornadas de Engenharia Electrotécnica Luso-Espanhola, Lisboa, Portugal, Julio 1999, Ed. Edinova-Edicoes da Universidade Nova de Lisboa, Vol. IV, pp. 203-209.
- [36] S. P. Litrán, P. R. Salmerón, J. C. Montaña, F. J. Alcántara, J. R. Vázquez. "Diseño del Circuito de Control de un Filtro Activo de Potencia para

- Sistemas Trifásicos a Cuatro Conductores". Actas del Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación, SAAEI 99, Madrid, Septiembre 1999, Ed. Universidad Pontificia Comillas, pp. 131-134.
- [37] F. Barrero, F. Yeves, S. Martínez, P.M. Martínez. "Active Power Filters for Line Conditioning: A Critical Evaluation". IEEE Transactions on Power Delivery, Enero 2000.
- [38] U. Kriegler. "Active Filters-Basic Principles". PCIM 2000, 6th Power Quality Conference, Vol. 1, Nuremberg, Junio 2000.
- [39] David Nedeljkovic, Janez Nastran, Vanja Ambrozic. "Load Symmetrization in Supply Systems with Distorted Line Voltage". Proceedings of 10<sup>th</sup> Mediterranean Electrotechnical Conference, Melecon 2000, Vol. III, pp. 966-969.
- [40] Don A. G. Pedder, Andrew D. Brown, J. Neil Ross, Alan C. Williams. "A Parallel-Connected Active Filter for the Reduction of Supply Current Distortion". IEEE Transactions on Industrial Applications, Vol. 47, No. 5, October 2000, pp. 1108-1117.
- [41] V. Moreno, J. Barros, E. Pérez, A. Pigazo, R. Diego. "Nuevo Método de Control para la Cancelación Activa de Armónicos de Corriente en Cargas Monofásicas". Actas en CD-ROM de la XI Reunión de Grupos de Investigación en Ingeniería Eléctrica, Badajoz 2001.
- [42] P. Rodríguez, R. Pindado, J. Bergas. "Alternative Topology For Three-Phase Four-Wire PWM Converters Applied to a Shunt Active Power Filter.", IEEE Proceedings of IECON 2002, Sevilla, pp. 1-6. ISBN/ISSN: 0-7803-7475-4
- [43] L. Gyugyi, E. Strycula. "Active AC Power Filters". Conference Record of IEEE-IAS Annual Meeting, 1976, pp. 529-535.
- [44] H. Choe, M. H. Park. "Analysis, Control of Active Power Filter with Optimized Injection". Proceedings of IEEE PESC'86, 1986, pp. 401-409.
- [45] K. Sen, A. E. Emanuel. "Unity Power-Factor Single-Phase Power Conditioning". Proceedings of IEEE PESC'87, 1987, pp. 516-524.

- [46] C. Chen, D. M. Divan. "Simple Topologies for Single-Phase AC Line Conditioning". Conference records of IEEE-IAS Annual Meeting, 1991, pp. 911-917.
- [47] D. A. Torrey, A. M. A. M. Al-Zamel. "Single-Phase Active Power Filters for Múltiple Nonlinear Loads". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 10, May 1995, pp. 263-272.
- [48] F. Z. Peng, H. Akagi, A. Nabae. "A Novel Harmonic Power Filter". 19th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC '88, pp. 1151 -1159.
- [49] H. Fujita, H. Akagi. "A Practical Approach to Harmonic Compensation in Power Systems -Series Connections of Passive and Active Filters-". IEEE/IAS Ann. Meet. Conf. Rec., 1990, pp. 1107-1112.
- [50] A. Campos, G. Joos, P. Ziogas, J. Lindsay. "Analysis and Design of a Series Voltage Compensator for Three-Phase Umbalanced Sources". IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 39, No. 2, Abril 1992, pp. 159-167.
- [51] M. Aredes, E. H. Watanabe. "New Control Algorithms for Series and Shunt Three-Phase Four-Wire Active Power Filters". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, No. 3, Julio 1995, pp. 1649-1656.
- [52] H. Akagi, H. Fujita. "A New Power Line Conditioner for Harmonic Compensation in Power Systems". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, No. 3, Julio 1995, pp. 1570-1575.
- [53] S. Bhattacharya, D. Divan. "Synchronous Frame Based Controller Implementation for a Hybrid Series Active Filter System". Conference Records of the IEEE-IAS Annual Meeting, 1995, pp. 2531-2540.
- [54] Lin, C. E. Lin, W. F. Su, S. L. Lu, C. L. Chen, C. L. Huang. "Operation Strategy of Hybrid Harmonic Filter in Demand-Side System". Conference Records of the IEEE-IAS Annual Meeting, 1995, pp. 1862-1866.
- [55] F. Z. Peng, J. S. Lai. "Application Considerations and Compensation Characteristics of Shunt Active and Series Active Filters in Powers Systems". Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Harmonics and Quality of Power, ICHQP'96, October 1996, Las Vegas, NV, USA, pp. 12-20.

- 
- [56] T. Tanaka, K. Wada, H. Akagi. "A Control Scheme for Suppressing Voltage Oscillation on the AC Side of a Series Active Filter". Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Harmonics and Quality of Power, ICHQP'96, October 1996, Las Vegas, NV, USA, pp. 153-636.
- [57] J. W. Dixon, G. Venegas, L. A. Morán. "A Series Active Power Filter Based on a Sinusoidal Current-Controlled Voltage-Source Inverter". IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 44, No. 5, October 1997, pp. 612-620.
- [58] A. Mariscotti. "Low Frequency Conducted Disturbances Compensation Using a Hybrid Filter System". Proceedings de IEEE ISIE'97, Guimaraes, Portugal, Vol. II, pp. 405-411.
- [59] P. Mattavelli, P. Tenti. "Design Aspects of Hybrid Compensation Systems". ETEP Vol. 8, No. 5, September/October 1998, pp. 375-381.
- [60] Q. Wang, W. Yao, J. Liu, Z. Wang. "Voltage Type Harmonic Source and Series Active Power Filter Adopting New Control Approach". IECON'99, 25th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Proc. Vol. 2, pp 843-848, 1999.
- [61] H. Akagi. "Active and Hybrid Filters for Power Conditioning". Proceedings of the 2000 IEEE International Symposium on Industrial Electronics, ISIE 2000, Cholula, Puebla, México, Vol. 1, pp. TU26 -TU36.
- [62] L. Morán, I. Pastorini, J. Dixon, R. Wallace. "Series active power filter compensates current harmonics and voltage unbalance simultaneously". IEE Proc. Gener. Transm. Distrib., Vol. 147, No. 1, January 2000.
- [63] D. Rivas, L. Moran. J. Dixon, J. Espinoza. "Improving Passive Filter Compensation Performance with Active Techniques". Proceedings of the Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power, 2000, Vol. 1, pp. 232-238.
- [64] I Candela, P Rodriguez, J Bergas "Harmonic currents filtering with shunt hybrid filter.", 8<sup>o</sup> Congresso Luso Espanol de Engenharia Electrotecnica, 2003. Vol. 4, pp. 71-76. ISBN/ISSN: 972-8822-00-6.
- [65] Serge Bernard and Gerard Trochain. "Second Generation of High Power Active Harmonic Conditioner Based on The Current Injection Mode". Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Harmonics and



- Quality of Power, ICHQP, 16-18 October 1996, New York, USA, pp. 225-234.
- [66] L. A. Morán, L. Fernández, J. W. Dixon, R. Wallace. "A Simple and Low-Cost Control Strategy for Active Power Filters Connected in Cascade". IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 44, No. 5, October 1997, pp. 621-629.
- [67] H. Akagi. "The State-of-The-Art of Power Electronics in Japan". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 13, No. 2, March 1998, pp. 345-356.
- [68] Ji Yanchao, Wang Fei. "100 kVAr Generalized Active Power Filter". Thirty-Third Industry Applications Conference, 1998, Vol. 3, 1998, pp. 2354-2359.
- [69] J. M. Carrasco, M. Perales, E. Galván, L. G. Franquelo. "Acondicionador Activo de Potencia Paralelo basado en un Control mediante DSP". Actas del SAEI'99, Madrid, Septiembre 1999, pp. 37-40.
- [70] A. Chandra, B. Singh, B. N. Singh, K. Al-Haddad. "An Improved Control Algorithm of Shunt Active Filter for Voltage Regulation, Harmonic Elimination, Power-Factor Correction, and Balancing of Nonlinear". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 15, No. 3, May 2000, pp. 495-507.
- [71] B. Singh, B. N. Singh, A. Chandra, K. Al-Haddad. "DSP-Based Implementation of an Improved Control Algorithm of a Three-Phase Active Filter for Compensation of Unbalanced Non-Linear Loads". ETEP Vol. 10, No. 1, January/February 2000, pp. 29-35.
- [72] D. Li, Q. Chen, Z. Jia, C. Zhang, « A high-Power Active Filtering System with Fundamental Magnetic Flux Compensation», IEEE Trans. On Power Delivery, Vol. 21, No. 2, April 2006, pp: 823-830
- [73] Y. Qin, S. Du. « A DSP Based Active Power Filter for Line Interactive UPS ». Proceedings of the IEEE IECON'95, 1995, pp. 884-888.
- [74] J. C. Wu, H. L. Jou. « A New UPS Scheme Provides Harmonic Suppression, Input Power Factor Correction ». IEEE Transactions on Industry Electronic, December 1995, Vol. 42, pp. 629-635.

- 
- [75] F. Barrero, F. Yeves, S. Martínez, F. Mur, P.M. Martínez. "Universal and Reconfigurable to UPS Active Power Filters for Line Conditioning". IEEE Transactions on Power Delivery, Enero 2004.
- [76] K. Hayafume, T. Ueshiba, E. Masada, Y. Ogiwara. "Microcomputer Controlled Active Power Filter". Proceedings of the IEEE IECON'84, 1984, pp. 1221-1226.
- [77] Z. Li, H. Jin, G. Joos. « Control of Active Filters Using Digital Signal Processors ». Proceedings of the IEEE IECON'95, 1995, pp. 651-655.
- [78] H. L. Jou. « Performance Comparison of the Three-Phase Active Power Filter Algorithms ». Proceedings of Inst. Elect. Eng - Generation, Transmission, Distribution, November 1995, Vol. 142, No. 6, pp. 646-652.
- [79] S. Saetieo, R. Devaraj, D. A. Torrey. "The Design, Implementation of a Three-Phase Active Power Filter Based on Sliding Mode Control". IEEE Transactions on Industry Applications, September/October 1995, Vol. 31, pp. 993-1000.
- [80] L. Gyugyi, C. D. Schauder, S. L. Williams, T. R. Rietman, D. R. Torgerson, A. Edris. "Operation of the Unified power Flow Controller (UPFC) Under Practical Constraints". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, No. 2, April 1995, pp. 1085-1097.
- [81] H. Fujita, H. Akagi. "An Approach to Harmonic Current-Free AC/DC Power Conversion for Large Industrial Loads: The Integration of a Series Active Filter with a Double-Series Diode Rectifier". IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 33, No. 5, Sept/Oct 1997, pp. 1233-1240.
- [82] M. Aredes, K. Heumann, E. H. Watanabe. "An Universal Active Power Line Conditioner". IEEE Trans. On Power Delivery, Vol. 13, No. 2, April 1998, pp. 545-551.
- [83] H. Fujita, H. Akagi. "The Unified Power Quality Conditioner: The Integration of Series and Shunt-Active Filters". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 13, No. 2, Marzo 1998, pp. 315-322.
- [84] F. Kamran, T. G. Habetler. "Combined Deadbeat Control of a Series-Parallel Converter Combination Used as a Universal Power Filter". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 13, No. 1, January 1998, pp. 160-168.

- [85] C. D. Schauder, L. Gyugyi, M. R. Lund, D. M. Hamai, T. R. Rietman, D. R. Torgerson, A. Edris. "Operation of the Unified power Flow Controller (UPFC) Under Practical Constraints". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 13, No. 2, April 1998, pp. 630-639.
- [86] H. Fujita, Y. Watanabe, H. Akagi. "Control and Analysis of a Unified Power Flow Controller". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 14, No. 6, November 1999, pp. 1021-1027.
- [87] Y. Chen, B. Mwinyiwiwa, Z. Wolanski, B. Ooi. "Unified power flow controller (UPFC) based on chopper stabilized diode-clamped multilevel converters". IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 15, No. 2, March 2000.
- [88] H. Fujita, T. Yamasaki, H. Akagi. "A Hybrid Active Filter for Damping of Harmonic Resonance in Industrial Power Systems". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 15, No. 2, March 2000, pp. 215-222.
- [89] J. Prieto, P. Salmerón. "Combinación de filtros activos serie-paralelo para la compensación de cargas trifásicas". X Reunión de GIIE, Santander, Actas, CD Rom, Marzo 2000.
- [90] J. Prieto, P. Salmerón. "Control Design of an Active Conditioner for Three-phase Load Compensation". PCIM 2000, 6th Power Quality Conference, Vol. 1, Nuremberg, Junio 2000.
- [91] J. Prieto, P. Salmerón. "Compensación de una Carga Trifásica mediante el uso de un Acondicionador Activo de Potencia". 7as Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica, Madrid, Julio 2001.
- [92] J. Prieto, P. Salmerón, J. R. Vázquez. "Control Implementation of a Three-Phase Load Compensation Active Conditioner". EPE 2001, 9th European Conference on Power Electronics and Applications, Graz, Austria 2001.
- [93] B. Singh, V. Verma, "An Improved Hybrid Filter for Compensation of Current and Voltage Harmonics for Varying Rectifier Loads", International Journal of Electrical Power & Energy Systems Volume 29, Issue 4, May 2007, Pages 312-321

- 
- [94] J. W. Dixon, S. Tepper, L. Moran. "Analysis and Evaluation of Different Modulation Techniques for Active Power Filters". Conference Proceedings of the Ninth Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, APEC 1994, Vol. 2, pp. 894-900.
- [95] J. Dixon, S. Tepper, L. Moran. "Practical Evaluation of Different Modulation Techniques for Current-Controlled Voltage Source Inverters". IEE Proceedings-Electric Power Applications, Vol, 143, Issue 4, July 1996, pp. 301-306.
- [96] J. Dixon, J. Contardo, L. Moran. "DC Link Fuzzy Control for an Active Power Filter, Sensing the Line Current Only". 28th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC 1997, Vol. 2, pp. 1109 -1114.
- [97] David Nedeljkovic, Janez Nastran, Danijel Voneina, Vanja Ambrozic. "Synchronization of Active power Filter Current Reference to the Network". IEEE Transactions on Industrial Applications, Vol. 46, No. 2, April 1999, pp. 333-339.
- [98] Enrique Romero Cadaval, Maria Isabel Milanés Montero, Fermín Barrero González. "Estrategias de Operación para un Corrector de Corriente". Actas de la XI Reunión de Grupos de Investigación en Ingeniería Eléctrica, Badajoz-2001.
- [99] Enrique Romero Cadaval, Maria Isabel Milanés Montero, Fermín Barrero González. "Control de Corrector de Corriente mediante Sincronización con Tensión". Actas de la XI Reunión de Grupos de Investigación en Ingeniería Eléctrica, Badajoz-2001.
- [100] M.S. Erlicki, A. Emanuel-Eigeles, New Aspects of Power Factor Improvements Part I - Theoretical Basis, IEEE Trans. on Industry and General Applications, vol. IGA-4, July/Aug. 1968, pp. 441-446.
- [101] H. Sasaki, T. Machida, A New Method to Eliminate AC Harmonic by Magnetic Compensation - Consideration on Basic Design, IEEE Trans. on Power Apparatus and Syst., vol. 90, no. 5, 1970, pp. 2009-2019.
- [102] L. Gyugyi, B.R. Pelly, Static Power Frequency Changers: Theory, Performance and Application, John Wiley & Sons, New York 1976
- [103] L. Gyugyi, E.C. Strycula, Active ac Power Filters, in Proc. IEEE Ind. Appl. Ann. Meeting, 1976, vol. 19-C, pp. 529-535.

- [104] F. Harashima, H. Inaba, K. Tsuboi, A Closed-Loop Control System for the REduction of Reactive Power Required by Electronic Converters, IEEE Trans. IECl, 1976, vol. 23, no. 2, pp. 162-166.
- [105] C.H. Page, Reactive Power in Non Sinusoidal Situations, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. IM-29, pp. 420-423, Aug. 1980
- [106] I. Takahashi, A. Nabae, Universal Reactive Power Compensator, IEEE Industry Application Society Annual Meeting Conference Record, 1980, pp. 858-863.
- [107] Hirofumi Akagi, Yoshihira Kanazawa, Akira Nabae. "Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices without Energy Storage Components". IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-20, No. 3, May/June 1984, pp. 625-630.
- [108] L. S. Czarnecki "Orthogonal Decomposition of the Currents in a 3-Phase Nonlinear Asymmetrical Circuit with a Nonsinusoidal Voltage Source". IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 37, No. 1, March 1985, pp. 30-34.
- [109] X. Dai et al, Definition and Properties of Reactive Quantity in Non Sinusoidal Non Linear Systems, in Proc. 2nd Int. Conf. Harmonics in Power Systems, Winnipeg, MB, Canada, 1986, pp. 381-388.
- [110] Takahashi, I, Analysis of Instantaneous Current and Power using Space Switching Functions, Conference Records IEEE/PESC, 1988, pp. 42-49.
- [111] Tatsuhito Nakajima, Minoru Tamura, and Eisuke Masada. "Compensation of Non-Stationary Harmonics Using Active Power Filter with Prony's Spectral estimation". Proceedings del IEEE PESC'88, April 1988, pp. 1160-1167.
- [112] O'Kelly, "Introduction to generalized electrical machines theory", McGraw Hill, 1968
- [113] S. Bhattacharya, D.M. Divan, B. Banerjec, "Synchronous Frame Harmonic Isolator using Active Series Filter", 4th European Power Eelctronics Conference, 1991, pp. 30-35
- [114] Alessandro Ferrero, Gabrio Superti-Furga, A New Approach to the Definition of Power Componentes in Three-Phase Systems Ander

- 
- Nonsinusoidal Conditions, IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement, Vol.40, No 3, June 1991, pp. 568-577.
- [115] Satoshi Ogasawara, Jin Takagaki, Hirofumi Akagi, and Akira Nabae. "A Novel Control Scheme of a Parallel Current-Controlled PWM Inverter". IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 28, No. 5, September/October, 1992, pp. 1023-1030.
- [116] J.L. Willems, A New Interpretation of the Akagi-Nabae Power Components for Nonsinusoidal Three-Phase Situations, IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. 41, No. 4, August, 1992.
- [117] H. Akagi, A. Nabae. "The p-q Theory in Three-Phase Systems Under Nonsinusoidal Conditions". European Transactions on Electrical Power Engineering, January/February 1993, Vol. 3, No. 1, pp. 27-31.
- [118] M. Depenbrock, The FBD-method, a generally applicable tool for analysing power relations, IEEE Trans. Power Syst., Vol. 8, pp: 381-386, May 1993.
- [119] C. A. Quinn, H. Mohan, H. Mehta. "A Four-Wire, Current Controlled Converter Provides Harmonic Neutralization in Three-Phase, Four-Wire Systems". Proceedings of the IEEE APEC'93, 1993, pp. 841-846.
- [120] P. Salmerón, "Análisis y Simulación de las Componentes Instantáneas de Intensidad en Sistemas Polifásicos con Cargas no Lineales y Tensiones no Senoidales", Universidad de Sevilla, Octubre 1993
- [121] E.H. Watanabe, M. Aredes, New Concepts of Instantaneous Active and Reactive Powers in Electrical Systems with Generic Loads, IEEE Trans on Power Delivery, Vol. 8, No. 2, April 1993
- [122] A. Cavallini, G. C. Montanari. "Compensation Strategies for Shunt Active-Filter Control". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 9, No. 6, November 1994, pp. 587-593.
- [123] C. L. Chen, C. E. Lin, C. L. Huang. "An Active Filter for Unbalanced Three-Phase System Using Synchronous Detection Method". Proceedings of the IEEE PESC'94, 1994, pp. 1451-1455.
- [124] Hidefumi Shiahama, Yoshimi Sakurai, Yasuo Matsuda, Yukio Ishigaki, Katsuji Murai. "Instantaneous Control Method with a GTO Converter for Active and Reactive Powers in Superconducting Magnetic Energy

- Storage". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 9, No. 1, January 1994, pp. 1-6.
- [125] A. Nabae and H. Nakano, S. Togasawa, An Instantaneous Distortion Current Compensator Without Any Coordinate Transformation, Proc. IEEJ International Power Electronics Conference (IPEC, Yokohama), pp 1651-1655, 1995.
- [126] L. Cristaldi, A. Ferrero, Mathematical Foundations of the Instantaneous Power Concepts: An Algebraic Approach, ETEP Vol. 6, No. 5, Sept/Oct 1996.
- [127] J.S. Czarnecki, Power Theory of Electrical Circuits with Quasi-Periodic Waveforms of Voltajes and Currents, ETEP Vol. 6, No. 5, Sept/Oct 1996.
- [128] A. Horn, L. A. Pittorino, J. H. R. Enslin. "Evaluation of Active Power Filter Control Algorithms under Non-Sinusoidal and Unbalanced Conditions". Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Harmonics and Quality of Power, ICHQP, 16-18 October 1996, Las Vegas, New York, USA, pp. 217-224.
- [129] C. Y. Hsu, H. Y. Wu. "A New Single-Phase Active Power Filter with Reduced Energy Storage Capacity". Proceedings of IEE Electrical Power Applications, January 1996, Vol. 143, No. 1, pp. 25-30.
- [130] G.Y. Li, Definition of Generalized Instantaneous Reactive Power in dqo Coordinates and its Compensation, in Proc. Chinese Soc. Elect. Eng., vol. 16, May 1996, pp. 176-179.
- [131] A. Nabae and H. Nakano, S. Togasawa, A New Definition of Instantaneous Active-Reactive Current and Power Based on Instantaneous Space Vectors on Polar Coordinates in Three-Phase Circuits, IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 11, No. 3, July 1996, pp. 1238-1243.
- [132] A Nabae, L. Y. Cao, T. Tanaka, An Universal Theory of Instantaneous Active-Reactive Current and Power Including Zero-Sequence Component, Proceedings of IEEE International Conference on Harmonic and Quality of Power, October 1996, pp. 90-95.H.
- [133] F.Z. Peng and J.-S. Lai, Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-Phase Power Systems, IEEE Trans. Inst. Meas., Vol. 45, no. 1, Feb. 1996, pp. 293-297.

- 
- [134] P. Salmerón, J.C. Montaño, Instantaneous Power Components in Polyphase Systems Under Nonsinusoidal Conditions, IEE Proc.-Sci. Meas. Tech., Vol.143, No.2, March 1996.
- [135] P. Salmerón, J.C. Montaño, Active Filters Simulation to Correct the Power Factor using Pspice, Proceedings of MELECON 1996, pp. 1543-1546
- [136] J.L. Willems, Mathematical Foundations of the Instantaneous Power Concepts: A Geometrical Approach, ETEP Vol. 6, No. 5, Sept/Oct 1996.
- [137] Hirofumi Akagi. "Control Strategy and Site Selection of a Shunt Active Filter for Damping of Harmonic Propagation in Power Distribution Systems". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 12, No. 1, January 1997, pp. 354-363.
- [138] M. Aredes, J. Häfner, K. Heumann. "Three-Phase Four-Wire Shunt Active Filter Control Strategies". IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 12, No. 2, March 1997, pp. 311-318.
- [139] J. A. Lambert, E. A. A. Coelho, J. B. Vieria Jr., L. C. de Freitas, V. J. Farias. "A Control Strategy for Imposition of Sinusoidal Input Current in a Parallel Active Power Filter". Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics, ISIE'97, Guimaraes, Portugal, Vol. II, pp. 417-421.
- [140] H. Kim, H. Akagi, The Instantaneous Power Theory Based on Mapping Matrices in Three-Phase Four-Wire Systems, Princ. of the Power Conversion Conference, 1997, Vol I, pp: 361-366.
- [141] Yasuhiro Komatsu, Takao Kawabata, Characteristics of Three Phase Active Power Filter Using Extensión pq Theory, Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics, Portugal 1997, Vol.II, pp. 302-307.
- [142] Yasuhiro Komatsu, Takao Kawabata, Experimental Comparison of pq and Extension pq Method for Active Power Filter, Proceedings of EPE conference, 1997, pp. 2729-2734.
- [143] D. Butt, M. Sumner, J. C. Clare. "A Novel Control Technique for High Power Active Shunt Filters". Proceedings of 8<sup>th</sup> International Power



- Electronics and Motion Control Conference, PEMC'98, 8-10 September 1998, Vol. 5, pp. 19-24.
- [144] B. R. Lin, H. H. Lu, M. T. Yang. "Performance Comparison of Current Controller of Voltage Source Inverter for Shunt Active Power Filter Using Simplified Control Method". Proceedings of 8<sup>th</sup> International Power Electronics and Motion Control Conference, PEMC'98, 8-10 September 1998, Vol. 7, pp. 125-130.
- [145] J. C. Montaña, P. Salmerón. "Instantaneous and Full Compensation in Three-Phase Systems". IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 13, No. 10, October 1998.
- [146] Fang Zheng Peng, George W. Ott Jr., Donald J. Adams. "Harmonic and Reactive Power Consideration Based on the Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-Phase Four-Wire Systems". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 13, No. 6, November 1998, pp. 1174-1181.
- [147] Bhim Singh, Kamal Al-Haddad, Ambrish Chandra. "A New Control Approach to Three-Phase Active Filter for Harmonics and Reactive Power Compensation". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, No. 1, February 1998, pp. 133-138.
- [148] V. Soares, P. Verdelho. "Instantaneous Active and Reactive Current  $i_d$ - $i_q$  Calculator Suitable to Active Power Filters". Proceedings of 8<sup>th</sup> International Power Electronics and Motion Control Conference, PEMC'98, 8-10 September 1998, Vol. 7, pp. 111-114.
- [149] H. Akagi, S. Ogasawara, H. Kim, The Theory of Instantaneous Power in Three-Phase Four-Wire Systems: A Comprehensive Approach, Conf.Rec.of IEEE IAC, Vol.1,1999,pp. 431-439.
- [150] J. Barros, V. M. Moreno, E. Pérez. "Aplicación del filtrado de Kalman para la implementación del algoritmo de control en equipos de cancelación activa de armónicos". 6as Jornadas Luso-Españolas de Ingeniería Eléctrica, vol. 3, pp. 141-148. Julio 1999.
- [151] J. Barros, V. M. Moreno, E. Pérez. "Comparación de métodos de control en equipos de compensación activa de corrientes armónicas". ANDESCON99 -I Conferencia Internacional del Área Andina del IEEE. pp. 519-523. Septiembre 1999.

- 
- [152] J. Barros, V. M. Moreno, E. Pérez. "A DSP implementation of Kalman filter control algorithm for real-time harmonic compensation in power systems". ICSPAT'99. Noviembre 1999.
- [153] H. Kim, Hirofumi Akagi, The Instantaneous Power Theory on the Rotating p-q-r Reference Frames, PEDS'99, July 1999, Hong Kong.
- [154] M. Sonnenschein, M. Weinhold. "Comparison of Time-Domain and Frequency-Domain Control Schemes for Shunt Active Filters". ETEP Vol. 9, No. 1, January/February 1999, pp. 5-16.
- [155] B. Zhang. "The Method based on a Generalized  $dq_k$  Coordinate Transform for Current Detection of an Active Power Filter and Power System". Proceedings of the 30<sup>th</sup> Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1999, Vol. 1, pp. 242-247.
- [156] Ali Dastfan, Victor J. Gosbell, Don Platt. "Control of a New Active Filter Using 3-D Vector Control". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 15, No. 1, January 2000, pp. 5-12.
- [157] A. Ferrero, L. Giuliani, J.L. Willems, A New Space-Vector Transformation for Four-Conductor Systems, ETEP Vol. 10, No. 3, May/June 2000, pp. 139-145.
- [158] A. Gosh and A. Joshi, A new approach to load balancing and power factor correction in power distribution system, Power Delivery, IEEE Transactions on, Volume: 15, Issue: 1, Jan. 2000, pp. 417-422.
- [159] J.C. Montaña, P. Salmerón, J. Prieto, Principles of Instantaneous Compensation in Three-Phase Circuits with Active Power Filters, Proceedings of PCIM, 2000
- [160] J. C. Montaña, P. Salmerón, "Different Approaches for Compensation in Three-Phase Four-Wire Circuits with Active Power Filters", Proceedings of 10<sup>th</sup> Mediterranean Electrotechnical Conference, 2000, Vol. 3, pp. 920-932
- [161] F.Z. Peng and L.M. Tolbert, Compensation of Non-Active Current in Power Systems -Definitions from Compensation Standpoint-, Power Engineering Society Summer Meeting, 2000. IEEE, Vol. 2, pp. 983-987.

- [162] Shin-Kuan Chen, Gary W. Chang. "A New Instantaneous Power Theory-Based Three-Phase Active Power Filter". 2000 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, Vol. 4, pp. 2687-2692.
- [163] Vasco Soares, Pedro Verdelho, An Instantaneous Active and Reactive Current Component Method for Active Filters, IEEE Transaction on Power Electronics, Vol.15, No 4, July 2000, pp. 660-669.
- [164] Depenbrock, M., Variation Power, Variation Currents: Physical Background and Compensation Rules, ETEP Vol. 11 (2001) No. 5, P. 309 - 316.
- [165] Ferrero, A.; Leva, S.; Morando, A. P., An Approach to the Non-Active Power Concept in Terms of the Poynting-Park Vector, ETEP Vol. 11 (2001) No. 5, P. 291 - 300.
- [166] M.K. Mishra, A. Joshi, A. Gosh, Unified Shunt Compensator Algorithm Based on Generalized Instantaneous Reactive Power Theory, Proc. IEE-Generation Transm. Distrib. 148 (6), 2001, pp. 583-589.
- [167] Morando, A. P., A Thermodynamic Approach to the Instantaneous Non-Active Power, ETEP Vol. 11 (2001) No. 6, P. 357 - 364.
- [168] Staudt, V.; Wrede, H., On the Compensation of Non-active Current Components of Three-phase Loads with Quickly Changing Unsymmetry, ETEP Vol. 11 (2001) No. 5, P. 301 - 308.
- [169] H. Kim, F. Blaabjerg, B. Bak-Jensen, J. Choi, Novel Instantaneous Power Compensation Theory in Three-Phase Systems, EPE 2001, Graz, Proc. CD-Rom, 2001.
- [170] Kim, F. Blaabjerg, B. Bak-Jensen and J. Choi, Instantaneous Power Compensation in Three-Phase Systems by Using p-q-r Theory, Conference Records of IEEE/PESC'01, June 2001.
- [171] H. Kim, F. Blaabjerg, B. Bak-Jensen, Unified Definition of the Powers in Single-Phase Systems and Three-Phase Systems, EPE 2001, Graz, Proc. CD-Rom, 2001.
- [172] Hyosung Kim, Frede Blaabjerg, Birgitte Bak-Jensen, Spectral Analysis of Instantaneous Powers in Single-Phase and Three-Phase Systems Using p-q-r Theory, IEEE Transaction on Power Electronics, Vol.17, No 5, September 2002, pp. 711-720.

- 
- [173] H. Kim, F. Blaaberg, B. Bak-Jensen, J. Choi, Instantaneous Power Compensation in Three-Phase Systems by Using p-q-r Theory, IEEE Trans. On Power Electronics, Vol. 17, No. 5, Sep 2002, pp. 701-710.
- [174] G. W. Chang, S. K. Chen, M. Chu. "An Efficient a-b-c Reference Frame-Based Compensation Strategy for Three-Phase Active Power Filter Control". Electric Power Systems Research, 2002, Vol. 60, pp. 161-166.
- [175] A. Ghosh, G. Ledwich, "Power Quality Enhancement Using Custom Power Devices", KLUVER ACADEMIC PUBLISHERS, Boston, Dordrecht, London, 2002
- [176] J.C. Montañó, P. Salmerón. "Strategies of Instantaneous Compensation for Three-Phase Four-Wire Circuits". IEEE Trans. On Power Delivery, Vol 17, No. 4, Octubre 2002. Pp. 1079-1084.
- [177] V. Moreno, A. Pigazo, R. I. Diego, J. Barros, E. Pérez. "Predictive algorithm to obtain the reference current in shunt active power filter". 2nd IASTED International Conference on Power and Energy Systems (EuroPES), pp. 306-310. Junio 2002.
- [178] V. Moreno, A. Pigazo, R. I. Diego. "Reference estimation technique for active power filters using a digital Kalman algorithm". IEEE ICHQP02 - 10th International Conference on Harmonics and Quality of Power, vol. 2, pp. 490-494. Octubre 2002.
- [179] P. Salmerón, J.C. Montañó, J. R. Vázquez, J. Prieto and A. Pérez, "Practical Application of the Instantaneous Power Theory in the Compensation of Four-Wire Three-Phase Systems", Industrial Electronic Society, IEEE 2002 28th Annual Conference, Volumen 1, pp 650-655.
- [180] J. Barros, E. Pérez. "An adaptive method for determining the reference compensating current in single-phase shunt active power filters". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 18, n. 4, pp. 1578-1580. Octubre 2003.
- [181] V. Cardenas, L. Moran, A. Bahamondes, J. Dixon, Comparative analysis of real time reference generation techniques for four-wire shunt active power filters, 34th Annual Conference on Power Electronics Specialist, 2003. PESC '03. Vol.2, pp: 791-796.

- [182] M. Depenbrock, V. Staudt, H. Wrede, A Theoretical Investigation of Original and Modified Instantaneous Power Theory Applied to Four-Wire Systems, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 39, No. 4, July/August 2003, pp. 1160-1167.
- [183] P. Salmerón Revuelta, R. S. Herrera, "Application of the Instantaneous Power Theories in Load Compensation with Active Power Filters", European Conference on Power Electronic 2003.
- [184] V. Moreno, A. Pigazo, R. I. Diego. "Reference current estimation under distorted line voltage for control of shunt active power filters". IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 19, n. 4, pp. 988-994. Julio 2004.
- [185] P. Salmerón, J.C. Montaña, J. R. Vázquez, J. Prieto and A. Pérez, Compensation in Nonsinusoidal, Unbalanced Three-Phase, Four-Wire Systems With Active Power-Line Conditioner, IEEE Trans. On Power Delivery Vol.19, No. 4 October-2004, pp. 1968-1974.
- [186] L.S. Czarnecki, On Some Misinterpretations of the Instantaneous Reactive Power p-q Theory, IEEE Trans. On Power Elec., Vol. 19, No. 3, May 2004, pp. 828-836.
- [187] X. Dai, G. Liu, R. Gretsch, Generalized Theory of Instantaneous Reactive Quantity for Multiphase Power System, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 19, No. 3, July 2004, pp. 965-972.
- [188] P. Salmeron, J.C. Montaña, J.R. Vázquez, J. Prieto and A. Pérez, "Compensation in Non-Sinusoidal, Unbalanced Three-Phase Four-Wire Systems with Active Power Line Conditioner", IEEE Trans on Power Delivery, Vol 19, No 4, October 2004
- [189] Vázquez, J.R., Tesis doctoral: Diseño de un Acondicionador Activo de Potencia Mediante Redes Neuronales Artificiales, Universidad de Huelva, diciembre 2004
- [190] G.W. Chang, T.C. Shee, "A Novel Reference Compensation Current Strategy for Shunt Active Power Filter Control", IEEE Transaction on Power Delivery, 2004, Vol. 19, No. 4, pp. 1751-1758.
- [191] V. Moreno, A. Pigazo, R.I. Diego, "Referente Current Estimation Under Distorted Line Voltage for Control of Shunt Active Power Filters", IEEE Transaction on Power Electronics, Vol. 19, No. 4, July 2004, pp. 988-994.

- 
- [192] Akagi H, "Active Harmonic Filters"; Proceedings of the IEEE Vol.93 No.12, dec 2005, pp. 2128-2141. T.C. Green, J.H. Marks, "Control Techniques for Active Power Filters", IEE- Proc. Elect. Power Appl., Vol 152, No. 1, April 2005.P.
- [193] T.C. Green, J.H. Marks, "Control Techniques for Active Power Filters", IEE- Proc. Elect. Power Appl., Vol 152, No. 1, April 2005
- [194] H. Li, F. Zhuo, Z. Wang, W. Lei, L. Wu, "A Novel Time-Domain Current-Detection Algorithm for Shunt Active Power Filters", IEEE Trans on Power Systems, vol. 20, No. 2, 2005, pp: 644-651
- [195] L.H. Tey, P.L. So, Y.C. Chu, "Improvement of Power Quality Using Adaptive Shunt Active Filter", IEEE Transaction on Power Delivery, 2005, Vol. 20, No. 2, pp. 1558-1568.
- [196] G.W. Chang, "A New Approach for Optimal Shunt Active Power Filter Control Considering Alternative Performance Indices", IEEE Transaction on Power Delivery, 2006, Vol. 21, No. 1, pp. 406-413.
- [197] E.E. El-kholy, A. El-Sabbe, A. El-Hefnawy, H. M. Mharous, "Three-phase active power filter based on current controlled voltage source invertir", International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Volume 28, Issue 8, October 2006, Pages 537-547
- [198] W.R. Ryckaert, K. De Gussemé, D.M. Van de Sype, L. Vandeveld, J.A. Melkebeek, "Damping potential of single-phase bidirectional rectifiers with resistive harmonic behaviour", IEE Proc.-Electric. Power Appl., Vol. 153, No. 1, Jan 2006, pp: 68-74
- [199] P. Salmerón, R.S. Herrera, "Distorted and Unbalanced Systems Compensation within Instantaneous Reactive Power Framework" IEEE Trans. On Power Del. Vol. 25, No. 3 July 2006, pp. 1655-1662
- [200] J. Tlustý, P. Santarius, V. Valouch, J. Skramlík, "Optimal control of shunt active power filters in multibus industrial power systems for harmonic voltage mitigation", Mathematics and Computers in Simulation, Volume 71, Issues 4-6, 19 June 2006, Pages 369-376
- [201] T. Kilié, S. Milun, G. Petrovié, "Design and implementation of predictive filtering system for current reference generation of active power filter", International Journal of Electrical Power & Energy Systems Volume 29, Issue 2, February 2007, Pages 106-112

- [202] L. Marconi, F. Ronchi, A. Tilli, "Robust nonlinear control of shunt active filters for harmonic current compensation", *Automatica*, Volume 43, Issue 2, February 2007, Pages 252-263
- [203] R. Griñó, R. Cardoner, R. Costa-Castelló, E. Fossas, "Digital Repetitive Control of a Three-Phase Four-Wire Shunt Active Filter", *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, Vol. 54, No. 3, June 2007, pp. 1495-1503
- [204] G.T. Heydt, W.T. Jewel, 1998 "Pitfall of electric power quality indices", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 13, No. 2.
- [205] Task Force on Probabilistic Aspects of Harmonics, 1998, "Time-varying harmonics: Part I-Characterizing measured data", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 13, No 3
- [206] L.I. Eguíluz, M. Mañana, P. Lara, 1999 "Revisión crítica de las definiciones de potencia en redes trifásicas. Nueva propuesta que refleja el rendimiento en el transporte", *6as Jornadas Luso-Espanholas de Engenharia Electrotécnica*, Vol. 3, pp 385-390.
- [207] R. Sasdelli, G. Del Gobbo, G. Iuculano, 2000 "Quality management for electricity as a processed material". *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 49, No. 2.
- [208] Task Force on Probabilistic Aspects of Harmonics, 2002, "Time-varying harmonics: Part II-Harmonic summation and propagation", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 17, No 1
- [209] A. Dell'Aquila, M. Marinelli, V.G. Monopoli, P.Zanchetta, "New Power-Quality Assessment Criteria for Suply Systems Under Unbalanced and Nonsinusoidal Conditions", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 19, No. 3, July 2004.