

О. ЧЕРНЯК, І. БАГАЄВ, О. КАТРИЧ, О. ТЕСЛОВ, О. КОСИЧЕНКО, В. ШЕВЧЕНКО

ВИЗНАЧЕННЯ МІНІМАЛЬНОЇ КІЛЬКОСТІ ПЕРІОДІВ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ІНДЕКСІВ СТАЛОГО РОЗВИТКУ КРАЇН ЄС МЕТОДАМИ ПОРЯДКОВИХ СТАТИСТИК

Предметом дослідження є процес оцінювання індексів сталого розвитку країн Європейського Союзу. **Мета роботи** – розроблення методики визначення мінімальної кількості періодів, за які необхідно й достатньо оцінювати індекси сталого розвитку держав. У статті визначено такі **завдання**: розроблення методики визначення закону розподілу випадкових величин індексів сталого розвитку; установлення мінімальної кількості періодів для оцінювання індексів сталого розвитку країн ЄС. Використовуються **методи** параметричних і порядкових статистик. **Досягнуті результати**. Розглянуто параметричні та непараметричні методи статистики, їх переваги та недоліки. Проаналізовано методи оцінювання функції розподілу за малими вибірками, зокрема методи прямокутних вкладів і зменшення невизначеності. Приділено особливу увагу проблемі зміни закону розсіювання показників якості в разі зміни умов технології. Запропоновано графоаналітичний метод ідентифікації закону розподілу випадкових величин за малою кількістю статистичної інформації. Для цього застосовували теорії порядкових статистик. Розроблено покрокову методику ідентифікації закону розподілу випадкових величин із використанням десяти впорядкованих значень. Запропоновано математичні сподівання порядкових статистик для трьох законів розподілу. Розроблено методику визначення кількості періодів для оцінювання індексів сталого розвитку країн з використанням порядкових статистик. Дослідження ґрунтується на аналізі статистичних показників за останні десять років і впорядкуванні їх за зростанням. Для вибору відповідних законів розподілу застосовано математичні сподівання порядкових статистик. З огляду на обмеженість інформації під час роботи з малими вибірками запропоновано методику, що дає змогу отримати максимальну кількість відомостей з доступної інформації. Розроблений підхід дозволяє брати до уваги невизначеність явища, що вивчається, і приймати обґрунтовані рішення на основі статистичного аналізу. **Висновки**. На підставі знання закону розподілу запропоновано методику визначення мінімальної кількості періодів оцінювання індексів сталого розвитку країн Європейського Союзу. Апробація методики на реальних чисельних відомостях підтвердила, що мінімальна кількість періодів дорівнює семи за умови, що закон розподілу відповідає нормальному закону.

Ключові слова: закон розподілу; кількість періодів оцінювання; статистична інформація; ідентифікація; математичне сподівання; порядкові статистики; дисперсія; індекси сталого розвитку.

Вступ

Для забезпечення прогресу в розвитку людства, зважаючи на потреби населення, необхідно встановлювати цілі, що охоплюють соціальні перспективи, економічний розвиток і відповідальне ставлення до довкілля. Зазначені три напрями містяться в стандартах, які розробляються, і на глобальному рівні втілені в Цілях сталого розвитку (ЦСР), спрямованих на подолання бідності, збереження екології та поліпшення життя й перспектив кожної людини в суспільстві. У ЦСР, прийнятих країнами-членами ООН 2015 р. на період до 2030 р., визначено підвищення якості життя людей, зокрема поліпшення їх здоров'я, розширення доступу до інтернету, покращення житлових умов та інші позитивні критерії.

Одним із ключових аспектів для досягнення ЦСР є фінансування проєктів і програм. Країни мають збільшити свої інвестиції в розвиток,

зосереджуючись на чутливих регіонах та вразливих групах населення. Для цього важливо пропонувати новаторські фінансові механізми, залучати приватний сектор і сприяти партнерству з міжнародними фінансовими установами. Також важливим кроком є покращення ефективності використання ресурсів. Необхідно впроваджувати енергоефективні технології, зменшувати викиди парникових газів, розвивати використання відновлюваних джерел енергії та дотримуватися збалансованого підходу до використання природних ресурсів.

Водночас для оцінювання прогресу в досягненні цілей та ефективності впровадження стратегій сталого розвитку, фінансових та економічних механізмів, соціальних проєктів і програм необхідно мати показники та кваліметричні методи для оцінювання змін. Кваліметричні методи мають брати до уваги різноманіття індикаторів і бути універсальними засобами для оцінювання загального рівня змін щодо досягнення ЦСР.

Важливим завданням є визначення оптимальної кількості статистичної інформації. У соціально-економічних системах, до яких належать ЦСР, статистичною інформацією є числові значення індексів сталого розвитку (ІСР) протягом певного часу, за який існують спостереження. Оскільки країни публікують індекси сталого розвитку щорічно, то важливо знайти мінімальний період (кількість років), за який необхідно брати статистичні числові значення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У роботах [1–4] розглядаються кваліметричні методи отримання оцінок у досягненні ЦСР. У студіях [1–3] автори використовують статистичну інформацію з відкритих джерел для побудови загальної системи оцінювання ІСР та розробляють модель оцінювання прогресу в досягненні ЦСР для міст різного розміру, порівнюючи їх стабільність за різних умов. Учені пропонують статистичні методи, основані на дослідженні ІСР на рівні міст у Китаї, що можуть бути застосовані в інших країнах з відповідними обмеженнями. Зі свого боку, автори роботи [4] розробили методологію оцінювання стабільності промислового водного циклу, основу на розрахунку індикаторів та індексів з метою створення простого й ефективного інструменту для оцінювання якості водних ресурсів.

Дослідники [5, 6] запропонували метод оцінювання сталого розвитку, що ґрунтується на розробленій моделі зрілості окремих громад або регіонів. Цей метод містить систему, основу на аналізуванні територіального контексту, оцінюванні зрілості та застосуванні тематичного дослідження. Оцінюванню підлягають плани, програми та ініціативи, необхідні для визначення цілей і стратегій покращення, охоплюючи всі аспекти сталого розвитку. Це дає змогу управляти сталим розвитком на місцевому рівні, а громадам визначати стратегії сталого розвитку, де оцінка зрілості відіграє ключову роль, поєднуючи нинішню ситуацію з покращенням у майбутньому. Запропоновану модель можна використовувати як інструмент самооцінювання, дорожню карту для вдосконалення поведінки у сфері сталого розвитку, а також як інструмент бенчмаркінгу для оцінювання та порівняння стандартів і найкращих практик серед організацій та ланцюгів постачання.

Автори [7–10] досліджують питання розроблення кваліметричних підходів до оцінювання об'єктів різної природи. Вони запропонували методи кваліметричного оцінювання якості виробничих та освітніх процесів, ризиків отримання продукції низької якості на виробництві за допомогою функції щільності ймовірності випадкової величини.

Кваліметричні методи – це математичний апарат, тісно пов'язаний із теоріями ймовірностей та математичної статистики. З їх розвитком кваліметричні методи набули широкого застосування в розв'язанні різних прикладних задач незалежно від галузі економіки та сфери діяльності людини. Розв'язання будь-яких задач кваліметричними методами можливе з допомогою двох груп методів – параметричних і непараметричних статистик. Водночас не можна однозначно віддати перевагу одній із груп методів, тому що кожна має переваги й недоліки та залежать здебільшого від кількості наявної статистичної інформації.

Непараметричні статистики не вимагають знання закону розподілу досліджуваної випадкової величини, а використовують тільки вибіркові значення з генеральної сукупності наявних значень випадкових величин. У зв'язку з цим такі методи застосовують для розв'язання задач оцінювання показників якості на виробництві, у соціальних системах або інших, де існує значна кількість статистичної інформації. Параметричні статистики в розв'язанні практичних задач не потребують значної кількості статистичної інформації завдяки припущенню про знання закону розподілу випадкових величин. Тому залежно від двох чинників – кількості статистичної інформації та знання закону розподілу випадкових величин – визначається група методів для ефективного розв'язання практичних задач.

Найуспішнішими є дослідження, пов'язані з вивченням законів розподілу, проведені в машинобудівній галузі. Це пов'язано з високою точністю та значною кількістю статистичної інформації. Для визначення закону розподілу існує кілька підходів. Перший ґрунтується на математичному аналізі, в основі якого лежить підбір відповідної функції для опису емпіричного розподілу. Другий підхід оснований на тому, що кожному теоретичному закону розподілу відповідають умови функціонування технологічних процесів. Цей підхід досліджено в роботі [11].

Ще один практичний метод для визначення закону розподілу – графічний. Його впровадження

пропонується для інженерних розрахунків, коли не потрібна значна точність. Цей метод простий і зручний у цехових умовах, але має невелику точність [12]. Існують також методи оцінювання функції розподілу за малою вибіркою [13]. Один із них – метод, оснований на використанні ймовірнісних аркушів [14], на які нанесено спеціальну координатну сітку. Для кожного класу розподілу пропонується одна форма ймовірнісного аркуша із чітко визначеними шкалами по осях координат. В основу побудови графіків на ймовірнісному аркуші покладено один із принципів теорії порядкових статистик.

Іншими вченими розроблено декілька методів, що дають змогу визначати або будувати потрібну функцію розподілу досліджуваного параметра технічного виробу за малою вибіркою, а саме: метод прямокутних внесків [15], метод зменшення невизначеності [16] і метод апіорно-емпіричних функцій [17]. Останній метод є найефективнішим серед розглянутих, однак він потребує, щоб була відома апіорна інформація про передбачуваний вид шуканої функції розподілу, що не завжди можливо. Крім того, у деяких випадках апіорна інформація про вид шуканої функції достатньою мірою сумнівна або взагалі відсутня.

Одне з основних питань математичної статистики – якою має бути мінімально необхідна інформація для отримання потрібного достовірного результату. Зокрема мова піде про кількість зразків, поставлених на випробування за інших рівних умов. Якщо мати на увазі під умовами відсутність будь-яких обмежень щодо точності кінцевого результату статистичного аналізу, то відповідь на поставлене запитання надано в роботах [18, 19]. Дослідження щодо малих вибірок пов'язані з іменами О. Колмогорова, Дж. Неймана та А. Вальда. Так, М. Колмогоров установив критерій достатності статистики за обмеженого числа спостережень. Дж. Нейман створив новий напрям у статистиці, основне положення якого сформульовано так: "Завдання статистики – виявляти загальний характер поведінки об'єкта в умовах невизначеності".

Така позиція цілком узгоджується з обмеженою можливістю робити надто конкретні висновки в разі малих вибірок. Ідеї Дж. Неймана лягли в основу теорії рішень – апарату прийняття гіпотези за явної неповноти інформації. А. Вальд розробив розділ статистики, названий послідовним аналізом. Необхідний обсяг вибірки визначається безпосередньо в процесі

випробувань. Теоретично послідовна процедура вимагає для ухвалення рішення менший обсяг вибірки, ніж за заздалегідь фіксованого обсягу. Але в разі малої вибірки дискретність параметра може позначитися негативно. Тому до такого висновку необхідно підходити з обережністю.

Метою роботи є розроблення методики визначення мінімальної кількості періодів, за які необхідно й достатньо оцінювати індекси сталого розвитку держав.

Математичний апарат

Для визначення кількості періодів, упродовж яких братимуть до уваги числові значення ІСР, необхідно знати їх закон розподілу протягом певного часового періоду як випадкових величин. Числові значення ІСР, отримані за конкретний час спостереження, є інформацією, важливою для вирішення практичних завдань з управління соціально-економічними системами. Під інформацією розуміємо відтворення кількості періодів, за який прийматимемо оцінку показників ІСР. Тоді правомірним є твердження, що під час розв'язання практичних задач статистичними методами здійснюється вилучення інформації з обмеженого часового періоду, результат якого поширюється на показники всього процесу чи явища.

В умовах обмеженої інформації зазвичай оперують малою вибіркою, під якою розуміють незначну кількість спостережень над випадковою величиною, що описує досліджуване явище. До визначення малої вибірки можна підходити з інформаційних позицій. Оскільки, як зазначалося, випадкова вибірка несе інформацію про явище, що вивчається, то статистичне опрацювання є ніщо інше, як отримання інформації з вибірки.

Правильність та ефективність розв'язання практичних задач статистичними методами визначається обсягом інформації про функціонування досліджуваного процесу, яку можна поділити на консервативну й оперативну. До консервативної інформації належить знання закону розподілу та знаходження ефективних статистичних оцінок його параметрів, а до оперативної – обсяг вибірки. Під інформацією в цьому разі будемо розуміти відображення випадковою вибіркою досліджуваного явища, тому можна сказати, що під час статистичного аналізу відбувається вилучення інформації з вибірки. В умовах обмеженої інформації необхідно розробити

нові методи, що дають змогу ефективно використовувати статистичну інформацію. Основою для розроблення таких методів може стати теорія порядкових статистик.

Розглянемо сутність порядкових статистик. Якщо x_1, \dots, x_n – вибірка обсягом n (n – сукупність незалежних і однаково розподілених випадкових величин) із генеральної сукупності, що має розподіл $F(x)$, то $x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(n)}$ – відповідні упорядковані величини, які називаються порядковими статистиками з $F(x)$. Якщо для звичайної вибірки ентропія відмінна від нуля, то для порядкових статистик вона дорівнює нулю за рахунок упорядкування $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$. Отже, упорядкування величин x_i дає додаткову інформацію про процес без зміни обсягу вибірки. Це робить застосування порядкових статистик ефективнішим під час розв'язання практичних задач. Зауважимо, що додаткову інформацію отримують здебільшого завдяки ускладненню залежностей, що описують статистичні оцінки, і наявного взаємозв'язку порядкових статистик між собою.

Нехай ϵ вибірка обсягу n . Пронумеруємо вибіркові значення за зростанням їх величини: $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$. Зокрема найменшим значенням буде тоді $x_{(1)}$. Отримане після перенумерації i -те значення $x_{(i)}$ називається i -ю порядковою статистикою. У цьому сенсі медіана та квантілі є порядковими статистиками (медіана, наприклад, дорівнює $\frac{1}{2}(n+1)$ -му спостереженню, або середньому значенню $\frac{1}{2}n$ -го та $\frac{1}{2}(n+1)$ -го спостережень). Порядковими статистиками є також найменше ($i=1$) і найбільше ($i=n$) значення у вибірці. Різниця $R = x_{(n)} - x_{(1)}$ називається розмахом вибірки (вбірковим розмахом).

Дія з упорядкування вибірки називається ранжуванням. Вибірка, що містить одні й ті самі елементи, може бути реалізована в досліді $n!$ різними способами залежно від порядку проходження елементів. Якщо дослід виконано правильно, всі можливі реалізації однаково ймовірні та серед них з імовірністю $1/n!$ може виявитися вибірка, ранжована вже в процесі формування. Ця ймовірність

дуже мала навіть для невеликих обсягів вибірки. Звідси випливає, що операція впорядкування перетворює ранжовану вибірку на унікальний об'єкт.

Ранжована вибірка має ентропію, що дорівнює нулю. Тобто зменшення ентропії відбувається в процесі впорядкування. Ентропія зменшується внаслідок надходження інформації, до того ж зменшення і дорівнює кількості інформації, що надійшла. Звідси випливає, що в процесі впорядкування вибірка наповнюється незначною кількістю інформації. Ця інформація може бути корисно застосована, зокрема для отримання оцінок досліджуваного об'єкта оцінювання.

Ідентифікація закону розподілу випадкових величин

Пропонується метод ідентифікації законів розподілу випадкових величин дійсних значень ІСР. З огляду на властивості порядкових статистик, за заданого обсягу вибірки n можна на осі абсцис нанести значення їх математичних сподівань $M(Y_{(i)})$, а на осі ординат – вибіркові впорядковані результати, що наведено на рис. 1.

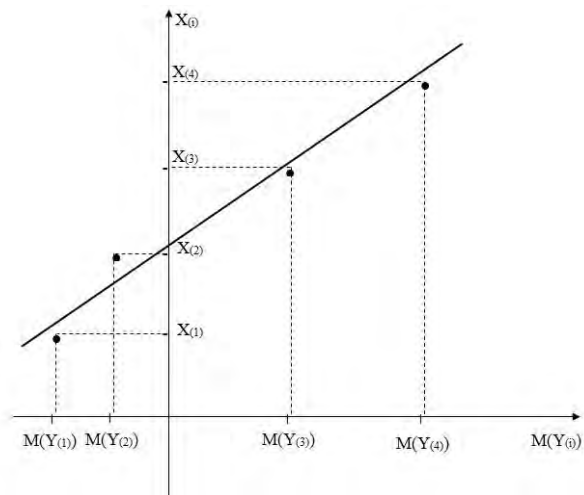


Рис. 1. Графічний вигляд методу ідентифікації закону розподілу

Прийнявши, що $M(X_{(i)}) = x_{(i)}$, знаходимо за способом найменших квадратів ту пряму, яка апроксимує ці точки, тобто таку пряму, щоб сума квадратів відхилень була мінімальна:

$$L = \sum_{i=1}^n (x_{(i)} - \mu - \sigma M(Y_{(i)}))^2. \quad (1)$$

У цьому разі параметри отримують оцінки [3]:

$$\tilde{\mu} = \frac{A_2 S_1 - A_1 S_2}{n A_2 - A_1^2}; \quad \tilde{\sigma} = \frac{n S_2 - A_1 S_1}{n A_2 - A_1^2}, \quad (2)$$

де
$$A_1 = \sum_{i=1}^n M(Y_{(i)}), \quad (3)$$

$$A_2 = \sum_{i=1}^n \left[M(Y_{(i)}) \right]^2, \quad (4)$$

$$S_1 = \sum_{i=1}^n x_{(i)}, \quad (5)$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^n x_{(i)} \cdot M(Y_{(i)}). \quad (6)$$

У праці [20] опубліковано таблиці математичних сподівань порядкових статистик (табл. 1) різних розподілів (нормального розподілу; рівної ймовірності; трикутника), що найчастіше трапляються під час розв'язання прикладних задач статистичними методами.

Методика ідентифікації закону розподілу випадкових величин полягає в тому, що для конкретного закону розподілу за фіксованого n знаходимо L , використовуючи формулу (1). Потім знаходимо L для інших законів розподілу за фіксованого значення n . Після цього порівнюємо всі знайдені L за величиною. Те значення L , що дало найменше значення за умови заданого розподілу, і дасть відповідь, який це розподіл.

Отже, використовуючи теорію порядкових статистик, можна розв'язати задачу ідентифікації закону розподілу випадкових величин за наявності незначної кількості статистичної інформації.

Таблиця 1. Математичні сподівання порядкових статистик [20]

Порядкові статистики	Математичні сподівання порядкових статистик для законів розподілу випадкових величин		
	Рівномірний	Нормальний	Трикутника
$M(Y_{(1)})$	0,090909	-1,53875	-0,3089
$M(Y_{(2)})$	0,181818	-1,00136	-0,21332
$M(Y_{(3)})$	0,272727	-0,65606	-0,14148
$M(Y_{(4)})$	0,363636	-0,37576	-0,08099
$M(Y_{(5)})$	0,454545	-0,12267	-0,02637
$M(Y_{(6)})$	0,545455	0,122667	0,026373
$M(Y_{(7)})$	0,636364	0,375764	0,080991
$M(Y_{(8)})$	0,727273	0,656059	0,141475
$M(Y_{(9)})$	0,818182	1,001357	0,213317
$M(Y_{(10)})$	0,909091	1,538752	0,308895

Скористаємося чисельним прикладом для розроблення й апробації методики ідентифікації закону розподілу випадкових величин за малою кількістю періодів оцінювання ІСР країн ЄС методами порядкових статистик. Вихідні показники індексів сталого розвитку за останні десять років подано в табл. 2.

Таблиця 2. Вихідні показники індексів сталого розвитку за останні десять років [21]

Держави ЄС	Показники індексів сталого розвитку									
	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Austria	7,5	7,8	8,2	7,8	7,1	6,72	6,1	7,23	6,9	7,05
Belgium	16,4	16,1	16,2	16,1	15,6	15,42	15,09	16,2	16,01	16,03
Bulgaria	31,2	31	30,6	30,2	29,6	30,84	30,12	32,93	32,41	33,05
Croatia	28,4	28	27,7	27,1	26,5	27,43	26,43	29,56	29,01	29,67
Czech Republic	15,5	15,3	15,1	14,9	14,1	13,61	13,07	14,22	13,92	13,48
Denmark	13	12,8	12	11,6	10,9	9,32	8,92	9,84	9,62	9,73
Estonia	27,6	27,1	26,2	25,4	24,6	23,21	22,06	23,59	23,06	22,74
Finland	13	12,9	12,4	12	11,5	11,02	10,59	11,36	10,94	10,83
France	9,9	10,8	12,3	12,6	12,8	12,52	12,37	13,59	13,12	14,21
Germany	12,1	11,6	11,2	10,8	10,4	9,74	8,54	10,42	10,03	8,81
Greece	23,6	23,3	22,4	22	21,5	20,81	19,23	20,94	20,31	20,93
Hungary	22,1	21,6	21,9	22,2	22,4	22,7	23,22	25,96	25,01	25,44
Ireland	12,2	11,8	11,3	10,8	10,4	9,7	8,91	9,86	9,4	10,13
Italy	21,1	20,8	20,6	20,2	19,8	19,51	18,66	20,42	20,15	20,32
Latvia	25,5	24,7	23,6	22,9	21,3	20,24	19,84	20,91	20,22	19,94
Lithuania	28	27,1	25,8	24,9	23,8	22,96	21,92	23,09	22,9	22,36
Luxembourg	8	8,1	8,3	8,4	8,2	7,94	7,36	8,56	8,4	8,25
Malta	24,3	24	24,3	24	23,6	23,21	22,03	23,54	23,09	23,37

Продовження таблиці 2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Netherlands	9,1	9,2	9	8,8	8,4	7,51	7,04	8,14	7,79	8,21
Poland	23,8	23,5	23,3	23	22,2	21,74	20,65	22,45	22,02	21,89
Portugal	19	18,7	17,6	17,2	16,6	16,13	15,38	17,01	16,5	15,71
Romania	28,4	28,1	28	27,6	26,3	26,66	26,9	29,33	28,89	29,03
Slovenia	23,1	23,5	23,3	23,1	22,4	22,16	21,54	23,07	22,49	22,08
Norway	13,6	13,1	13,5	13	12,6	12,2	11,8	10,8	11,62	11,05
Switzerland	7,1	6,9	7,0	6,5	6,2	6	5,8	5,5	6,07	5,82
Turkey	26,5	27,2	27,1	27	26,8	27,2	28,3	29,4	32,54	32,01
Spain	18,6	18,5	18,2	17,9	17,2	16,61	15,36	17,39	16,9	15,81
Slovakia	15	14,6	14,1	13,7	13	12,83	12,15	14,01	13,66	13,06
Sweden	13,9	13,6	13,2	12,6	12,1	11,63	10,73	11,69	11,04	10,8

На початковому етапі для визначення мінімальної кількості періодів оцінювання ІСР країн ЄС необхідно висунути гіпотезу щодо їх закону розподілу як випадкової величини. На початковому етапі це можна зробити візуально, якщо проаналізувати часовий ряд розподілу показників ІСР за останні десять років, зображений на рис. 2.

На рис. 2 видно, що закон розподілу належить до класу двопараметричних симетричних законів розподілу. Тому обмежимо процес ідентифікації

серед трьох законів розподілу такого класу, а саме нормального, рівномірного та закону трикутника. Крім цього, на рисунку видно, що розподілу показників індексів сталого розвитку відповідають показники всіх країн. Тому для визначення мінімальної кількості періодів з метою оцінювання достатньо використовувати ці показники на прикладі однієї країни. У нашому випадку для апробації методики застосовуватимемо показники індексів сталого розвитку країни Австрія.

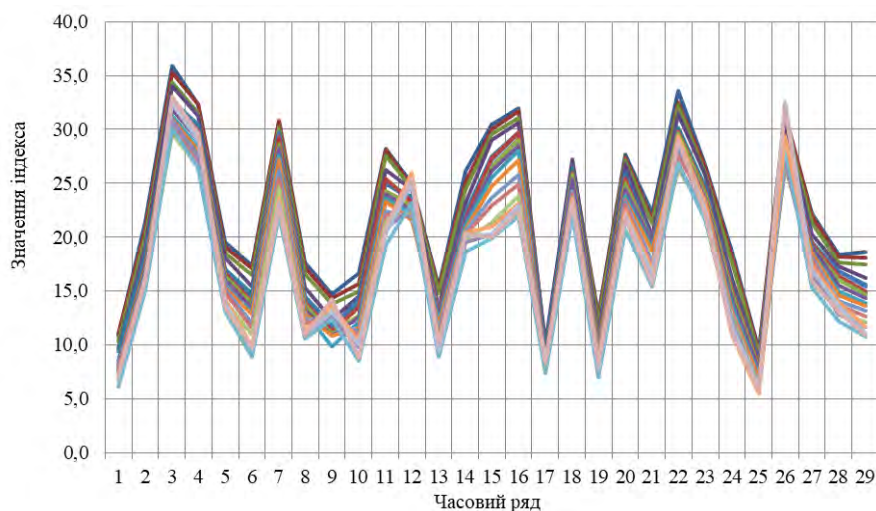


Рис. 2. Часовий ряд розподілу показників ІСР за останні десять років

Пропонується методика ідентифікації закону розподілу показників ІСР за останні десять років, що передбачає декілька кроків.

Крок 1. Збір інформації щодо показників ІСР об'єкта, який вивчається. У табл. 1 подано вихідні показники індексів сталого розвитку за останні десять років. Числа подано в їх одиницях оцінювання.

Крок 2. Упорядковуємо всі значення за зростанням. Отже, отримуємо впорядковану статистику.

Крок 3. З роботи [20] обираємо моменти порядкових статистик для передбачуваних законів розподілу, що, можливо, найточніше описують розподіли випадкових чисел. Таблиця математичних сподівань порядкових статистик для трьох законів подана в табл. 3 [20].

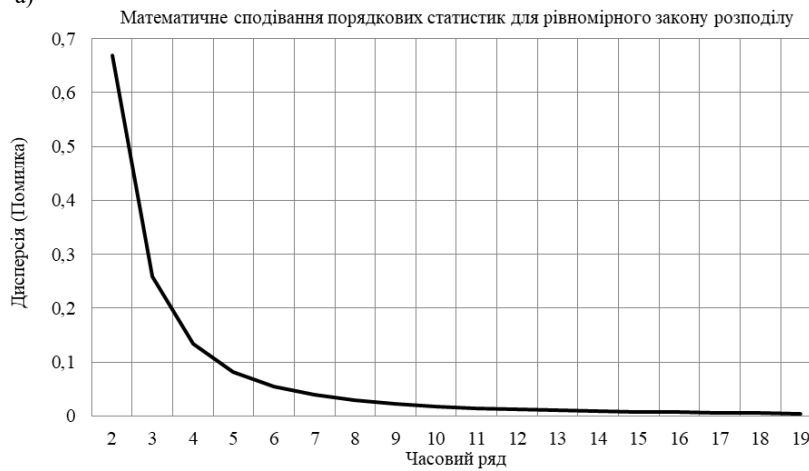
На рис. 3 зображено математичні сподівання порядкових статистик для трьох законів розподілу в графічному вигляді.

Таблиця 3. Таблиця математичних сподівань порядкових статистик для трьох законів розподілу

Математичні сподівання порядкових статистик для законів розподілу			
n	Рівномірний	Нормальний	Трикутника
2	0,571	0,670	0,531
3	0,276	0,258	0,241
4	0,180	0,135	0,151
5	0,133	0,082	0,108
6	0,106	0,055	0,083
7	0,088	0,040	0,067
8	0,075	0,030	0,056
9	0,065	0,023	0,047
10	0,058	0,019	0,041



а)



б)



в)

Рис. 3. Математичні сподівання порядкових статистик для трьох законів розподілу: а) нормального; б) рівномірного; в) трикутного

Крок 4. Для кожної країни ЄС за формулами (3)–(6) розраховуємо оцінки параметрів. Результати додаємо в табл. 4 для кожного із законів розподілу.

Крок 5. Для кожного закону розподілу визначаємо значення L за формулою (1). Найменше значення L відповідатиме тому чи іншому закону розподілу. Результати розрахунків для трьох законів розподілу подано в табл. 4.

Таблиця 4. Оцінки параметрів для трьох законів розподілу

Закон розподілу	A1	A2	S1	S2	μ	σ	L
Рівномірний	5	25	72,4	37,67	7,21	0,06	3,167
Нормальний	0	7,91	72,4	5,09	7,24	0,64	0,086
Трикутний	0	0,34	72,4	1,05	7,24	3,11	0,103

Відповідно до табл. 4 найменше значення L відповідає нормальному закону розподілу.

Визначення мінімальної кількості періодів для оцінювання ІСР країн ЄС

Знаючи закон розподілу випадкових величин оцінювання ІСР, визначаємо мінімальну кількість періодів для оцінювання. Для цього необхідно провести нормування значень випадкової величини та перевести всі значення в безрозмірну величину. Після нормування потрібно визначити дисперсію нормованих значень.

На прикладі показників індексів сталого розвитку країни Австрія значення дисперсії дорівнювало: $D = 0,085$. Порівнюємо це значення з табл. 3, де видно, що воно за законом рівномірне.

Для визначення мінімальної кількості періодів оцінювання індексів сталого розвитку необхідно порівняти показник дисперсії випадкових нормованих величин із дисперсією нормального закону розподілу (табл. 3). Ці значення мають бути максимально близькими. У нашому випадку

найбільш близьким значенням математичного сподівання порядкових статистик до нормального закону розподілу є значення 0,088, що відповідає $n = 7$. Це означає, що для надійної оцінки показників індексів сталого розвитку мінімальна кількість періодів оцінювання має відповідати семи рокам.

Пропозиції для подальших досліджень

У статті розглядаються симетричні закони розподілу випадкових величин, але деякі закони, що можуть характеризувати різні показники індексів сталого розвитку, можуть відрізнятися від симетричних. Наприклад, закон Вейбулла–Гнеденка, чи біноміальний, або гіпергеометричний закон розподілу. Тому завданням подальших досліджень може бути знаходження математичних сподівань для інших, несиметричних законів розподілу випадкових величин.

Висновки

Подано графоаналітичний метод ідентифікації закону розподілу випадкових величин за незначною кількістю статистичної інформації. Для цього застосовували теорії порядкових статистик. Розроблено покрокову методику ідентифікації закону розподілу випадкових величин із використанням десяти упорядкованих значень. Запропоновано математичні сподівання порядкових статистик для трьох законів розподілу.

На підставі знання закону розподілу подано методику визначення мінімальної кількості періодів оцінювання ІСР країн ЄС. Апробація методики на реальних чисельних показниках підтвердила, що мінімальна кількість періодів дорівнює семи за умови, що закон розподілу відповідає нормальному закону.

Список літератури

1. Liu Y., Huang B., Guo, H. A big data approach to assess progress towards Sustainable Development Goals for cities of varying sizes. *Commun Earth Environ.* 2023. №4 (66). DOI: <https://doi.org/10.1038/s43247-023-00730-8>
2. Xu Z., Chau S. N., Chen X. Assessing progress towards sustainable development over space and time. *Nature.* № 577. 2020. P. 74–78. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41586-019-1846-3>
3. Yali L. et al. Evenness is important in assessing progress towards sustainable development goals, *National Science Review.* 2021. Vol. 8. Is. 8. DOI: <https://doi.org/10.1093/nsr/nwaa238>

4. Sabia G., Mattioli D., Langone M., Petta L. Methodology for a preliminary assessment of water use sustainability in industries at sub-basin level. *Journal of Environmental Management*. 2023. Vol. 343. P. 118–163. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2023.118163>
5. Toniolo S., Pieretto C., Camana D. Improving sustainability in communities: Linking the local scale to the concept of sustainable development. *Environmental Impact Assessment Review*. 2023. Vol. 101, P. 107–126. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eiar.2023.107126>
6. Correia E. Garrido-Azevedo S., Carvalho H. Supply Chain Sustainability: A Model to Assess the Maturity Level. *Systems*. 2023. № 11(2):98. DOI: <https://doi.org/10.3390/systems11020098>
7. Trishch R., Nechuviter O., Dyadyura K., Vasilevskyi O., Tsykhanovska I., Yakovlev M. Qualimetric method of assessing risks of low quality products. *MM Science Journal*. 2021. P. 4769–4774. DOI: https://doi.org/10.17973/MMSJ.2021_10_2021030
8. Ginevičius R., Trišč R., Remeikienė R., Zielińska A., Strikaitė-Latušinskaja G. Evaluation of the condition of social processes based on qualimetric methods: The COVID-19 case. *Journal of International Studies*. 2022. №15 (1). P. 230–249. DOI: <https://doi.org/10.14254/2071-8330.2022/15-1/15>
9. Trisch R., Gorbenko E., Dotsenko N., Kim N., Kiporenko G. Development of qualimetric approaches to the processes of quality management system at enterprises according to international standards of the ISO 9000 series. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2016. №4 (3-82). P. 18–24. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.75503>
10. Трищ Р. М., Кіпоренко Г. С., Кім Н. І., Денисенко А. М. Оцінювання ризиків функціонування системи управління якістю (ДСТУ ISO 9001:2015) вищих навчальних заходів. *Системи управління, навігації та зв'язку. Запобігання та ліквідація надзвичайних ситуацій*. 2016. № 2(38). С. 133–136
11. Fisher R. A. On the mathematical foundations of theoretical statistics. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*. 1922. № 222. P.309-368
12. Neyman J. Outline of a Theory of Statistical Estimation Based on the Classical Theory of Probability. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*. 1937. № 236. P. 333–380. DOI: <https://doi.org/10.1098/rsta.1937.0005>
13. Anderson T. W, Stanley L. S. The Statistical Analysis of Data. Palo Alto, CA: Scientific Press. USA. 1986. 628 p.
14. Lehmann E. L., Joseph P. Testing Statistical Hypotheses. Springer Cham, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-70578-7>
15. Jakobsson U., Westergren A. Statistical methods for assessing agreement for ordinal data. *Scandinavian Journal of Caring Sciences*. 2005. №19. P. 427–431. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1471-6712.2005.00368.x>
16. Moffat R. J. Using Uncertainty Analysis in the Planning of an Experiment. *ASME*. June 1985. № 107(2). P. 173–178. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3242452>
17. Robbins H. E. An Empirical Bayes Approach to Statistics. In: Kotz, S., Johnson, N.L. (eds) Breakthroughs in Statistics. Springer Series in Statistics. Springer: New York, 1992. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0919-5_26
18. Steiner S. H., MacKay R. J. Statistical engineering. Quality Press, 2005. 319 p.
19. Wald A. Sequential analysis. Courier Corporation, 2004. p. 212 p.
20. David H. Order statistics. John Wiley and sons, 1970. 272 p.
21. Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). URL: <https://www.oecd.org/> (дата звернення: 28.02.2024).

References

1. Liu, Y., Huang, B., Guo, H. (2023), "A big data approach to assess progress towards Sustainable Development Goals for cities of varying sizes", *Commun Earth Environ*, No. 4 (66). DOI: <https://doi.org/10.1038/s43247-023-00730-8>
2. Xu, Z., Chau, S.N., Chen, X. (2020), "Assessing progress towards sustainable development over space and time", *Nature*, No. 577, P. 74–78. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41586-019-1846-3>
3. Yali Liu et al. (2021), "Evenness is important in assessing progress towards sustainable development goals", *National Science Review*, Volume 8, Issue 8. DOI: <https://doi.org/10.1093/nsr/nwaa238>
4. Sabia, G., Mattioli, D., Langone, M., Petta, L. (2023), "Methodology for a preliminary assessment of water use sustainability in industries at sub-basin level", *Journal of Environmental Management*, Vol. 343, P. 118–163, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2023.118163>
5. Toniolo, S., Pieretto, C., Camana, D. (2023), "Improving sustainability in communities: Linking the local scale to the concept of sustainable development", *Environmental Impact Assessment Review*, Vol. 101, P. 107–126. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eiar.2023.107126>
6. Correia, E., Garrido-Azevedo, S., Carvalho, H. (2023), "Supply Chain Sustainability: A Model to Assess the Maturity Level", *Systems*, No. 11(2):98. DOI: <https://doi.org/10.3390/systems11020098>

7. Trishch, R., Nechuiviter, O., Dyadyura, K., Vasilevskiy, O., Tsykhanovska, I., Yakovlev, M. (2021), "Qualimetric method of assessing risks of low quality products", *MM Science Journal*, 2021-October, P. 4769–4774. DOI: https://doi.org/10.17973/MMSJ.2021_10_2021030
8. Ginevičius, R., Trišč, R., Remeikienė, R., Zielińska, A., Strikaitė-Latušinskaja, G. (2022), "Evaluation of the condition of social processes based on qualimetric methods: The COVID-19 case", *Journal of International Studies*, No. 15(1), P. 230–249. DOI: <https://doi.org/10.14254/2071-8330.2022/15-1/15>
9. Trisch, R., Gorbenko, E., Dotsenko, N., Kim, N., Kiporenko, H. (2016), "Development of qualimetric approaches to the processes of quality management system at enterprises according to international standards of the ISO 9000 series", *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, No. 4 (3-82), P. 18–24. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.75503>
10. Trishch, R., Kiporenko, G., Kim, N., Denysenko, A. (2016), "Risk assessment of the quality management system (SSTC ISO 9001:2015) of higher education institutions" ["Otsiniuvannia ryzykiv funktsionuvannia systemy upravlinnia yakistiu (DSTU ISO 9001:2015) vyshchykh navchalnykh zakhodiv"]. *Control, navigation and communication systems*, No. 2 (38), P. 133–136.
11. Fisher, R. (1922), "On the mathematical foundations of theoretical statistics", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, No. 222, P. 309–368.
12. Neyman, J. (1937), "Outline of a Theory of Statistical Estimation Based on the Classical Theory of Probability", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, No. 236, P. 333–380. DOI: <https://doi.org/10.1098/rsta.1937.0005>
13. Anderson, T., Sclove, S. (1986), *The Statistical Analysis of Data*, Palo Alto, CA: Scientific Press, USA, 628 p.
14. Lehmann, E., Joseph, P. (2022), *Testing Statistical Hypotheses*, Springer Cham. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-70578-7>
15. Jakobsson, U., Westergren, A. (2005), "Statistical methods for assessing agreement for ordinal data", *Scandinavian Journal of Caring Sciences*, No. 19, P. 427–431. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1471-6712.2005.00368.x>
16. Moffat, R. J. (June 1985), "Using Uncertainty Analysis in the Planning of an Experiment", *ASME*, No. 107(2), P. 173–178. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3242452>
17. Robbins, H. (1992), *An Empirical Bayes Approach to Statistics*, In: Kotz, S., Johnson, N. (eds) Breakthroughs in Statistics, Springer Series in Statistics, Springer, New York, NY. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0919-5_26
18. Steiner, S., MacKay, R. (2005), *Statistical engineering*, Quality Press. 319 p.
19. Wald, A. (2004), *Sequential analysis*, Courier Corporation. 212 p.
20. David, H. (1970), *Order statistics*, John Wiley and sons, 272 p.
21. Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), available at: <https://www.oecd.org/> (last accessed: 28.02.2024).

Надійшла 05.03.2024

Відомості про авторів / About the Authors

Черняк Олена Миколаївна – кандидат технічних наук, доцент, Українська інженерно-педагогічна академія, доцент кафедри автоматизації, метрології та енергоефективних технологій, Харків, Україна; e-mail: olena-cherniak@ukr.net; ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-6167-8809>

Багаєв Ігор Олександрович – Навчально-науковий інститут "Українська інженерно-педагогічна академія" Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, аспірант кафедри автоматизації, метрології та енергоефективних технологій, Харків, Україна; e-mail: i.a.bagayev@gmail.com; ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9101-5114>

Катрич Олег Олександрович – кандидат технічних наук, Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського "Харківський авіаційний інститут", докторант кафедри мехатроніки та електротехніки, Харків, Україна; e-mail: o.katrich@kernel.ua; ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0003-9140-4632>

Теслов Олександр Анатолійович – Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського "Харківський авіаційний інститут", аспірант кафедри мехатроніки та електротехніки, Харків, Україна; e-mail: vyatcheslav.shevchenko@khai.edu; ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3673-9117>

Косиченко Ольга Миколаївна – Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського "Харківський авіаційний інститут", старший викладач кафедри мехатроніки та електротехніки, Харків, Україна; e-mail: o.kosyuchenko@khai.edu; ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3673-9117>

Шевченко Вячеслав Петрович – Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського "Харківський авіаційний інститут", аспірант кафедри мехатроніки та електротехніки, Харків, Україна; e-mail: vyatcheslav.shevchenko@khai.edu; ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0002-2044-2909>

Cherniak Olena – PhD (Engineering Sciences), Associate Professor, Educational and Scientific Institute "Ukrainian Engineering Pedagogics Academy" V. N. Karazin Kharkiv National University, Associate Professor at the Department of Automation, Metrology and Energy Efficient Technologies, Kharkiv, Ukraine.

Bahaiev Ihor – Educational and Scientific Institute "Ukrainian Engineering Pedagogics Academy" V. N. Karazin Kharkiv National University, Postgraduate Student at the Department of Automation, Metrology and Energy Efficient Technologies, Kharkiv, Ukraine.

Katrych Oleh – PhD (Engineering Sciences), National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute", Doctoral Candidates at the Department of Mechatronics and Electrical Engineering, Kharkiv, Ukraine.

Teslov Oleksandr – National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute", Postgraduate Student at the Department of Mechatronics and Electrical Engineering, Kharkiv, Ukraine.

Kosychenko Olha – National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute", Senior Lecturer at the Department of Mechatronics and Electrical Engineering, Kharkiv, Ukraine.

Shevchenko Viacheslav – National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute", Postgraduate Student at the Department of Mechatronics and Electrical Engineering, Kharkiv, Ukraine.

DETERMINATION OF THE MINIMUM NUMBER OF PERIODS FOR ASSESSING THE SUSTAINABLE DEVELOPMENT INDICES OF THE EU COUNTRIES USING THE METHODS OF ORDINAL STATISTICS

The **subject matter** of the article is the process of assessing the sustainable development indices of the European Union countries. The **goal** of the article is to develop a methodology for determining the number of periods for which it is necessary and sufficient to assess the sustainable development indices of states. The article results the following **task**: to develop a methodology for determining the law of distribution of random variables of sustainable development indices. Determination of the minimum number of periods for assessing the sustainable development indices of the European Union countries. **Methods** used: parametric and ordinal statistics. The following **results** are obtained: parametric and non-parametric methods of statistics, their advantages and disadvantages are considered. Various methods of estimating the distribution function for small samples, in particular the method of rectangular contributions and the method of uncertainty reduction are analysed. Particular attention is paid to the problem of changing the law of scattering of quality indicators when changing the conditions of technology. A graph-analytical method for identifying the law of distribution of random variables based on a small amount of statistical information is proposed. For this purpose, the theory of ordinal statistics was used. A step-by-step methodology for identifying the law of distribution of random variables using 10 ordered values has been developed. The mathematical expectations of ordinal statistics for three distribution laws are proposed. A methodology for determining the number of periods for assessing the indices of sustainable development of countries using ordinal statistics is developed. The study is based on the analysis of statistical data for the last ten years and their ordering in ascending order. The mathematical expectations of ordinal statistics are used to select appropriate distribution laws. Given the limited information available when working with small samples, the article proposes a methodology that allows obtaining the maximum amount of information from the available data. The developed approach makes it possible to take into account the uncertainty of the phenomenon under study and make informed decisions based on statistical analysis. **Conclusions**: based on the knowledge of the law of distribution, a methodology for determining the minimum number of periods for assessing the sustainable development indices of the European Union countries is proposed. Testing of the methodology on real numerical data has confirmed that the minimum number of periods is seven, provided that the distribution law follows the normal law.

Keywords: law of distribution; quantity of assessment periods; statistical information; identification; mathematical expectation; ordinal statistics; dispersion; index of sustainable development.

Бібліографічні описи / Bibliographic descriptions

Черняк О. М., Багаєв І. О., Катрич О. О., Теслов О. А., Косиченко О. М., Шевченко В. П. Визначення мінімальної кількості періодів для оцінювання індексів сталого розвитку країн ЄС методами порядкових статистик. *Сучасний стан наукових досліджень та технологій в промисловості*. 2024. № 1 (27). С. 215–225. DOI: <https://doi.org/10.30837/ITSSI.2024.27.215>

Cherniak, O., Bahaiev, I., Katrych, O., Teslov, O., Kosychenko, O., Shevchenko, V. (2024), "Determination of the minimum number of periods for assessing the sustainable development indices of the EU countries using the methods of ordinal statistics", *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*, No. 1 (27), P. 215–225. DOI: <https://doi.org/10.30837/ITSSI.2024.27.215>