



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA  
Departamento de Ingeniería de Materiales y Fabricación

**Análisis de la influencia de las tolerancias  
geométricas en el comportamiento del conjunto  
eje-chumacera mediante análisis numérico del  
contacto mecánico**

Julio Carrero-Blanco Martínez-Hombre

2015



# TESIS DOCTORAL

Análisis de la influencia de las tolerancias  
geométricas en el comportamiento del conjunto eje-  
chumacera mediante análisis numérico del contacto  
mecánico

por  
Julio Carrero-Blanco Martínez-Hombre  
Ingeniero Naval y Oceánico

Presentada en la  
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES

Para la obtención del

GRADO DE DOCTOR

por la  
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA



Departamento de Ingeniería de Materiales y Fabricación

Cartagena, Julio de 2015





**CONFORMIDAD DE SOLICITUD DE AUTORIZACIÓN DE DEPÓSITO DE  
TESIS DOCTORAL POR EL/LA DIRECTOR/A DE LA TESIS**

D. Manuel Estrems Amestoy Director/a de la Tesis doctoral “Análisis de la influencia de las tolerancias geométricas en el comportamiento del conjunto eje-chumacera mediante análisis numérico del contacto mecánico”.

**INFORMA:**

Que la referida Tesis Doctoral, ha sido realizada por D/D<sup>a</sup> Julio Carrero-Blanco Martínez-Hombre, dentro del programa de doctorado Tecnologías Industriales, dando mi conformidad para que sea presentada ante la Comisión de Doctorado para ser autorizado su depósito.

La rama de conocimiento en la que esta tesis ha sido desarrollada es:

- Ciencias
- Ciencias Sociales y Jurídicas
- Ingeniería y Arquitectura

En Cartagena, a 14 de Julio de 2015

EL/LA DIRECTOR/A DE LA TESIS

Fdo.:

*Manuel Estrems Amestoy*



Fdo.: *Horacio Sánchez Peirasa*

**COMISIÓN DE DOCTORADO**



**CONFORMIDAD DE DEPÓSITO DE TESIS DOCTORAL  
POR LA COMISIÓN ACADÉMICA DEL PROGRAMA**

D. Juan Suardíaz Muro, Presidente de la Comisión Académica del Programa Tecnologías Industriales.

**INFORMA:**

Que la Tesis Doctoral titulada, “Análisis de la influencia de las tolerancias geométricas en el comportamiento del conjunto eje-chumacera mediante análisis numérico del contacto mecánico”, ha sido realizada, dentro del mencionado programa de doctorado, por D/D<sup>a</sup>. Julio Carrero-Blanco Martínez-Hombre, bajo la dirección y supervisión del Dr. Manuel Estrems Amestoy y el Dr. Horacio Sánchez Reinoso.

En reunión de la Comisión Académica de fecha 17/07/2015, visto que en la misma se acreditan los indicios de calidad correspondientes y la autorización del Director de la misma, se acordó dar la conformidad, con la finalidad de que sea autorizado su depósito por la Comisión de Doctorado.

La Rama de conocimiento por la que esta tesis ha sido desarrollada es:

- Ciencias
- Ciencias Sociales y Jurídicas
- Ingeniería y Arquitectura

En Cartagena, a 20 de 07 de 2015

EL PRESIDENTE DE LA COMISIÓN ACADÉMICA DEL PROGRAMA

Fdo: Juan Suardíaz Muro

**COMISIÓN DE DOCTORADO**

## **Agradecimientos**

Quisiera expresar mi especial agradecimiento a los directores de la tesis, profesores Dr. Manuel Estrems Amestoy y Dr. Horacio Sánchez Reinoso por su inestimable apoyo durante la elaboración de la misma, y por guiarme en estos mis primeros pasos como investigador.

Asimismo, agradezco la colaboración en la elaboración de la tesis, al Departamento de Ingeniería de Materiales y Fabricación, de la E.T.S.I. Industriales de la Universidad Politécnica de Cartagena.

También quisiera agradecer a mi familia, y en especial a mi mujer Pilar, el apoyo anímico, su comprensión y paciencia durante la elaboración y redacción de la tesis.

## Resumen

La línea del eje de la hélice o propulsor de un vehículo sumergible o submarino, tiene como función principal la de transmitir la potencia de la maquinaria propulsora a la hélice o propulsor. El correcto ajuste y mecanizado del eje y los soportes de apoyo del mismo, llamados chumaceras, alargarían el periodo útil de funcionamiento, disminuyendo el riesgo de fallo por fatiga superficial o picadura.

En la presente Tesis Doctoral, se estudia y analiza el mejor ajuste del eje del propulsor de un vehículo sumergible a su chumacera, por medio del estudio de la geometría de contacto entre dichos elementos, i.e. sus tensiones subsuperficiales en dicha zona. Para realizar este estudio, se ha aplicado un método semianalítico basado en las normas de la cuadratura de los principales valores de Cauchy, el método de la secante, y un método numérico para la determinación del mapa tensional de las superficies en contacto entre eje y chumacera. Asumiendo que existen imperfecciones de micras en el mecanizado de las superficies en contacto, son estos una posible causa de daños subsuperficiales que favorecen fallos por picaduras (pitting), o formación y el crecimiento de las grietas por fatiga. Estos fallos afectarán no solo al buen rendimiento propulsivo, sino también a las condiciones de estanqueidad con los consiguientes riesgos que ello suponen para la integridad del buque. Los resultados permiten establecer los criterios de diseño en función de los módulos de Young, y la importancia de un correcto mecanizado, y ajuste posterior del sistema eje-chumacera, mejorando por tanto la fiabilidad de dichos elementos.

El efecto del arrastre de lubricante mediante el giro del eje, cuando este no sea concéntrico axialmente con la chumacera, y bajo condiciones hidrodinámicas del lubricante ha sido objeto de estudio de esta Tesis. Para conseguir este objetivo se ha desarrollado un método que resuelve la relación de la viscosidad dinámica del lubricante, y el gradiente de presiones, en función del ángulo de desalineamiento del eje con respecto a la chumacera.

Por otro lado, la chumacera debe estar lo suficientemente apretada por los tornillos que sujetan las dos partes que la componen. Es por ello necesario estudiar la influencia que tienen los pares de apriete en los tornillos de unión de las dos piezas que forman la chumacera sobre la calidad del mecanizado interior. Para ello, se ha desarrollado un método que permita calcular de una forma directa el reparto de cargas en la superficie de contacto eje-chumacera, usando una formulación matricial basada en condiciones de Kuhn Tücker, y los multiplicadores de Lagrange, para la minimización de la energía de deformación.



Los valores teóricos de deformación obtenidos, se han validado en primer lugar, con respecto a los resultados obtenidos mediante el uso del Método de los Elementos Finitos (MEF), y mediante ensayos experimentales. En estos ensayos, se han obtenido resultados de la rugosidad y redondez a partir del medidor de formas compacto y los datos recogidos de un proyector de perfiles, referente a todas las operaciones de mandrinado en las chumaceras bajo distintas condiciones de operación.

Finalmente, los métodos anteriormente descritos, relacionados con el reparto de cargas de contacto y el efecto del régimen hidrodinámico, se han aplicado de forma integrada a un ejemplo práctico, con el fin de demostrar la utilidad en el uso conjunto de estos métodos, no existente en la actualidad tanto en el ámbito del diseño de estos elementos como en el desarrollo de nuevos procedimientos de mantenimiento predictivo enfocados al sector naval. Para ello, inicialmente se ha partido de unos valores fijados con anterioridad, y que normalmente pueden venir impuestos en el diseño previo del sistema propulsor.

Julio de 2015,  
Cartagena

## **Abstract**

The line of the shaft of a submersible vehicle has the function of transmitting the power from the propulsion machinery to the helix. The correct setting and machining of the shaft and the supports, so called bearings, can help to extend their life cycle, thus reducing the risk of surface fatigue failure or pitting.

The research work presented in this Thesis, analyzes the best attachment of the propeller shaft of a submersible to his bearing, by studying the contact geometry and the subsurface stresses in the contact area between those elements. For this study, a semi-analytical method based on the quadrature rules of the Cauchy Principal Values, the secant method and a numerical method for determining the tension map, have been applied to the study of the contact surfaces between shaft and bearing. Throughout this study, it is assumed that precision errors in the order of microns when machining the contact surfaces may appear. Those errors can produce subsurface damage, which possibly linked to the pitting and fatigue cracksgrowth. Such failures not only will influence on the proper propulsive performance, but also on the watertightness conditions, which are related to the risk of ship integrity loss. The obtained results let us to set a design criteria, which account for the Young's module and the importance of an adequate machining and further adjustment of clearances on the shaft-bearing system, thus improving the reliability of such elements.

In addition, the deformation stresses produced by the hydrodynamic dragging of the lubricant over the rotational axis has been assessed by the determination of a mathematical integration model, which poses an alternative methodology, which helps to establish new criteria for the design of the above mentioned elements.

Furthermore, the influence of tightening torque and machining variables, on roundness and surface roughness of the bearing, has been studied by means of a method that directly calculate the load distribution on the contact line between bearing and shaft. This method is based on a matrix formulation based on the Kuhn Tucker conditions and Lagrange multipliers, which minimizes the strain energy.

The theoretical strain values obtained by the above methods have been firstly validated with respect to the results obtained by Finite Element Method (FEM) and by additional experimental tests. As a result, measures of roughness and roundness were obtained by different metrological methods for different boring operations carried out on the bearings.

Finally, the methods described above related to the distribution of contact loads and the effect of hydrodynamic regime have been integrated and jointly applied to a practical example. It is noted that the use of this integrated methodology can serve as a new predictive maintenance procedure within the naval sector. In order to overcome this objective, a set of design values has been previously defined for the propeller system.

July 2015,  
Cartagena

## Índice general

Capítulo 1. Introducción .....	1
1.1 Objetivos de la tesis .....	8
1.2 Lubricación .....	11
1.2.1 Curva de Stribeck.....	12
1.2.2 Regímenes de lubricación .....	16
1.2.3 Lubricación límite.....	20
1.2.4 Lubricación mixta .....	21
1.2.5 Lubricación Elastohidrodinámica (EHD) .....	21
1.2.6 Lubricación hidrodinámica .....	23
1.3 Viscosidad .....	27
1.4 Contacto mecánico. Teoría Hertziana .....	29
1.5 Mandrinado .....	33
Capítulo 2. Método semianalítico para mecánica del contacto entre eje y chumacera de un vehículo sumergible.....	43
2.1 Consideraciones iniciales.....	44
2.2 Metodología propuesta .....	45
2.2.1 Cuadratura del Valor Principal de Cauchy. ....	47
2.2.2 Cuadratura de Legendre .....	48
2.2.3 Método de la secante .....	48
2.2.4 Método numérico para la determinación del mapa tensional.....	48
2.3 Planteamiento del problema .....	49
2.4 Deducción de ecuaciones a emplear en la metodología .....	56
2.5 Resultados y discusión. ....	62
2.6 Recapitulación.....	78
Capítulo 3. Método para determinar las tensiones debidas al régimen hidrodinámico .....	81
3.1 Deducción de ecuaciones a emplear en la metodología .....	82
3.2 Planteamiento del problema .....	89
3.3 Resultados y discusión. ....	90
3.4 Recapitulación.....	93
Capítulo 4. Influencia de los pares de apriete en las tolerancias de redondez .....	95
4.1 Consideraciones iniciales.....	99

4.2 Fases del trabajo .....	101
4.3 Realización del Modelo en el MEF .....	102
4.3.1 Geometría .....	102
4.3.2 Plano de simetría y división .....	103
4.3.3 Contactos .....	105
4.3.4 Malla del modelo .....	105
4.3.5 Condiciones de apoyo .....	107
4.3.6 Materiales .....	108
4.3.7 Cargas.....	108
4.3.8 Tiempo de resolución.....	111
4.4 Método de análisis del reparto de cargas puntuales de contacto en áreas discretizadas.....	111
4.4.1 Descripción .....	113
4.4.2 Sinopsis del Método de análisis del reparto de cargas puntuales de contacto en áreas discretizadas.....	116
4.4.3 Ensamblaje de las matrices de desplazamientos .....	117
4.4.4 Formulación matricial para la obtención del reparto de cargas.....	118
4.4.5 Ventajas del Método de análisis del reparto de cargas.....	120
4.5 Desarrollo experimental del Análisis de rugosidad y redondez en operaciones de mandrinado de chumaceras o componentes bi-pieza.....	120
4.5.1 Pieza-tocho .....	121
4.5.1.1 Taladrado inicial de agujeros .....	121
4.5.1.2 Operación de mandrinado y registro de datos .....	124
4.6 Resultados de los Métodos de Aplicación de Cargas, MEF y experimental en taller. ....	125
4.6.1 Resultados del Método de Aplicación de Cargas .....	126
4.6.2 Resultados MEF .....	133
4.6.3 Resultados de rugosidad y redondez experimentales .....	139
4.6.3.1 Parámetros de operación en chumaceras o componentes bi-pieza.....	139
4.6.3.2 Estudio de rugosidad en chumaceras o componentes bi-piezas.....	142
4.6.3.3 Estudio de redondez en componentes bi-piezas.....	147
4.7 Recapitulación.....	151

Capítulo 5. Aplicación integrada de la metodología desarrollada .....	153
Capítulo 6. Conclusiones y trabajos futuros.....	169
6.1 Conclusiones.....	169
6.2 Desarrollos futuros .....	173
Apéndice A. Plano cotas chumacera ensayada laboratorio.....	175
Apéndice B. Desarrollo de la ecuación de pretensión de los pernos....	177
Apéndice C. Secuencia de operaciones para la fabricación de chumaceras o componentes bi-piezas. Descripción Máquina-herramienta.....	181
C.2 Máquina-herramienta .....	183
C.2.1. Descripciónmáquina-herramienta .....	183
C.2.2. Montaje de cabezal y herramienta de mandrinado.....	185
Apéndice D. Medición de esfuerzos y metrología.....	189
Apéndice E. Nomenclatura y expresiones usadas en operaciones de mandrinado.....	201
Apéndice F. Reparto de cargas en sistemas hiperestáticos de sujeción de piezas (Chumaceras o componentes bi-pieza) .....	205
F.1 Rigidez de una viga empotrada en un extremo.....	205
F.2 Reparto de cargas entre dos puntos de contacto.....	206
F.3 Reparto de carga entre varios puntos de contacto.....	208
F.4 Métodos de minimización de la energíade deformación .....	208
F.4.1 Método de las condiciones de Kuhn-Tücker .....	208
F.4.2 Método de los Multiplicadores de Lagrange.....	210
F.5 Método Matricial para la determinación del reparto de carga .	212
Bibliografía .....	215
Biografía del Autor .....	225

## Índice de figuras

Figura 1.1. Disposición de las chumaceras. ....	2
Figura 1.2. Transporte de la colosal Djehouitihetep, bajo relieve de el-Bersheh.....	11
Figura 1.3. Fricción para cojinetes como función de la velocidad de rotación y para diferentes cargas (Stribeck, 1902). ....	14
Figura 1.4. Representación de la Curva de Stribeck por Gumbel y Hersey. ....	15
Figura 1.5. Valores orientativos del coeficiente de fricción para los distintos regímenes (Widman y Linares, 2005, basado en Hamrock, 1991).....	17
Figura 1.6. Regímenes de lubricación dados en la curva de Stribeck. (Mang y Dresel. Lubricants and lubrication. Weinheim 2007).....	18
Figura 1.7. Capa adsorbida en régimen de lubricación límite. ....	20
Figura 1.8. Equilibrio en un elemento diferencial en lubricación hidrodinámica. ....	26
Figura 1.9. Superficie plana deslizándose debajo de otra fija inclinada y separada por el lubricante. Efecto cuña. ....	27
Figura 1.10. Tensión cortante en la película lubricante.....	28
Figura 1.11. Contacto puntual bola-bola con los parámetros característicos de funcionamiento.....	30
Figura 1.12. Esquema de contacto lineal.....	32
Figura 1.13. Reloj comparador o comparador de cuadrante.....	34
Figura 1.14. Medición de la redondez.....	35
Figura 1.15. Formas de medición de redondez: con mesa giratoria o con palpador giratorio. ....	35
Figura 1.16. Efecto de la función de compensación de excentricidad....	36
Figura 1.17. Efecto de la configuración del filtro en el perfil. ....	37
Figura 1.18. Inclinación contra el error elíptico.....	37
Figura 1.19. Rugosidad superficial. Perfil transversal.....	39
Figura 1.20. Línea media $m$ . ....	40
Figura 1.21. Línea media aritmética del perfil o línea central.....	40
Figura 1.22. Valor de rugosidad $R_a$ media aritmética del perfil.....	41
Figura 1.23. Longitud portante del perfil $\eta_p$ .....	41
Figura 2.1. Diagrama de bloques del procedimiento empleado.....	46
Figura 2.2. Cálculo estático de la carga de diseño.....	52

Figura 2.3. Distribución $6\sigma$ campana gaussiana. ....	54
Figura 2.4. Reacciones debidas al peso de conjunto eje-propulsor.....	54
Figura 2.5. Sección transversal del semiespacio elástico. ....	57
Figura 2.6. Eje-chumacera. Detalle del contacto circular con radio equivalente. ....	58
Figura 2.7. Eje-chumacera. Detalle de desplazamientos en la región de contacto. ....	61
Figura 2.8. Valores de semiancho "a" [mm] con respecto a la holgura "h" [mm].....	63
Figura 2.9. Distribución de presiones del Perfil circular. Comparación con Hertz para holgura de 4mm.....	64
Figura 2.10. Distribución de presiones del Perfil circular. Comparación con Hertz para holgura de 0.0078 mm. ....	64
Figura 2.11. Mallado del modelo eje-chumacera para holgura de 4 mm... ..	65
Figura 2.12. Sistema Eje-chumacera. Detalle de tensiones en la región de contacto para holgura de 4 mm.....	66
Figura 2.13. Mallado del modelo eje-chumacera. Holgura de 0.0078mm.....	67
Figura 2.14. Sistema Eje-chumacera. Detalle de tensiones en la región de contacto para holgura de 0.0078 mm. ....	67
Figura 2.15. Curvas de distribución de presiones adimensionalizadas para diferentes holguras. ....	69
Figura 2.16. Distribución de presiones. Perfil circular. Comparación con Hertz. $\varnothing 460H16/h16$ (Holgura grande).....	70
Figura 2.17. Distribución de presiones. Perfil circular. Comparación con Hertz. $\varnothing 460H11/h11$ (Holgura valores intermedios).....	71
Figura 2.18. Distribución de presiones. Perfil circular. Comparación con Hertz. $\varnothing 460H4/h4$ (Holgura pequeña). ....	71
Figura 2.19. Curvas de distribución de presiones para diferentes semianchos de contacto "a" [ $\varnothing 460H16$ ]. ....	75
Figura 2.20. Curvas de distribución de presiones para diferentes semianchos de contacto "a" [ $\varnothing 460H4$ ]. ....	75
Figura 2.21. Líneas de contorno. Mapa Tensional. Arriba: Método de Hertz / Abajo: Método Aproximado con contacto tipo placa. ....	76
Figura 2.22. Mapa tensional. Método Aproximado con contacto tipo placa o interno bi-cilíndrico. ....	77
Figura 2.23. Distribuciones normales de las tensiones equivalentes subsuperficiales cortantes para IT4, IT11 y IT16. ....	78



Figura 3.1. Superficie plana deslizándose debajo de otra fija inclinada y separada por el lubricante. Problema tratado como bidimensional. ....	82
Figura 3.2. Problema bidimensional. Dimensiones consideradas.....	86
Figura 3.3. Gráfica de la pérdida de potencia en función de la holgura. Expresión propuesta.....	91
Figura 3.4. Gráfica de la pérdida de potencia en función de la holgura. Expresión dada en Mecánica de fluidos.....	91
Figura 3.5. Gráfica comparativa de la potencia disipada adimensionalizada en función de la holgura.....	92
Figura 3.6. Gráfica de la evolución de la potencia disipada en función de h para una holgura de 4mm. ....	93
Figura 4.1. Modelo de chumacera bi-pieza ensayada.....	96
Figura 4.2. Zonas de contacto consideradas.....	99
Figura 4.3. Fases de trabajo .....	102
Figura 4.4. División por planos de simetría modelo MEF.....	103
Figura 4.5. División por planos de simetría modelo método aplicación cargas. Vista en planta. ....	104
Figura 4.6. División por planos de simetría modelo método aplicación cargas. Vista isométrica.....	104
Figura 4.7. Tipos de contacto en ANSYS.....	105
Figura 4.8. Tipo de elemento Solid 186. ....	106
Figura 4.9. Tipo de elemento Solid 187. ....	106
Figura 4.10. Vista del mallado de la chumacera completa. ....	107
Figura 4.11. Vista del mallado de la pieza inferior de la chumacera... ..	107
Figura 4.12. Restricciones y carga correspondiente al apriete de 2 Nm.....	108
Figura 4.13. Representación de esfuerzos en apriete de un tornillo. ..	109
Figura 4.14. Contacto cabeza tornillo y pieza. ....	110
Figura 4.15. Características de la rosca del tornillo de M5. ....	110
Figura 4.16. Distribución de los puntos de localización de las 24 subáreas discretizadas. ....	114
Figura 4.17. Pieza de acero F1115. (Con un diámetro de 21 mm). ....	121
Figura 4.18. Taladro manual MAHESSA. ....	121
Figura 4.19. Taladro automático OPTIMUM. (a) Vista general. (b) Vista de la broca y la pieza a taladrar. ....	122
Figura 4.20. Corte de pieza sólida en tres piezas independientes.....	122

Figura 4.21. Corte de piezas independientes para la fabricación de las chumaceras o componentes bi-piezas. ....	123
Figura 4.22. Materiales empleados para el roscado de los agujeros taladrados. ....	123
Figura 4.23. Apriete con llave dinamométrica. ....	124
Figura 4.24. (a) Fijación de pieza en la bancada. (b) Mandrinadora trabajando en operaciones de desbaste. ....	125
Figura 4.25. Esquema de conexionado para la correcta adquisición de datos. ....	125
Figura 4.26. Fuerza unitaria aplicada a una subárea. ....	126
Figura 4.27. Ejemplo de Path entre dos puntos. ....	127
Figura 4.28. Disposición de los resultados de los vectores de fuerzas para el caso de par de apriete de 2 Nm. ....	130
Figura 4.29. Representación gráfica del vector de fuerzas para el par de apriete de 2 Nm. ....	131
Figura 4.30. Representación gráfica del vector de fuerzas para el par de apriete de 5 Nm. ....	131
Figura 4.31. Representación gráfica del vector de fuerzas para el par de apriete de 12 Nm. ....	132
Figura 4.32. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa para el par de apriete de 2 Nm. ....	133
Figura 4.33. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa para el par de apriete de 5 Nm. ....	133
Figura 4.34. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa para el par de apriete de 12 Nm. ....	134
Figura 4.35. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa en zona próxima mandrinado con el par de apriete de 2 Nm. ....	135
Figura 4.36. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa en zona próxima mandrinado con el par de apriete de 5 Nm. ....	135
Figura 4.37. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa en zona próxima mandrinado con el par de apriete de 12 Nm. ...	136
Figura 4.38. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa para el par de apriete de 12 Nm. ....	135
Figura 4.39. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa en zona próxima mandrinado con el par de apriete de 2 Nm. ....	136
Figura 4.40. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa en zona próxima mandrinado con el par de apriete de 5 Nm. ....	136
Figura 4.41. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa en zona próxima mandrinado con el par de apriete de 12 Nm. ....	137

Figura 4.42. (a) Par a 1.000 rpm con apriete de 2 Nm, (b) Par a 1.000 rpm con apriete de 5 Nm, (c) Par a 1.000 rpm con apriete de 12 Nm.	141
Figura 4.43. Redondez en pieza sólida mandrinada medida a tres profundidades distintas. ....	142
Figura 4.44. Perfil de rugosidad en función de la longitud de medición para chumaceras o componente bi-pieza con par de apriete de 2 Nm.	144
Figura 4.45. Perfil de rugosidad en función de la longitud de medición para componente bi-pieza con par de apriete de 5 Nm. ....	145
Figura 4.46. Perfil de rugosidad en función de la longitud de medición para componente bi-pieza con par de apriete de 12 Nm. ....	146
Figura 4.47. Zonas donde se ha medido la rugosidad en componentes bi-pieza mandrinadas. ....	146
Figura 4.48. Redondez en componentes bi-pieza medida a tres profundidades distintas. ....	148
Figura 4.49. Redondez en componentes bi-pieza medida a tres profundidades ....	149
Figura 4.50. Influencia del apriete en la redondez en una chumacera o componente bi-pieza. ....	150
Figura 4.51. Deslizamientos en la chumacera o componente bi-pieza.	150
Figura 5.1. Reacciones debidas al peso de conjunto eje-propulsor. ....	155
Figura 5.2. Resultados (parte) de la carga por unidad de longitud, para IT4. ....	159
Figura 5.3. Resultados (parte) de la presión generada en función de la holgura y el semiancho de contacto. ....	159
Figura 5.4. Gráfica de resultados de la Tensión máxima subsuperficial en función del semiancho de contacto. ....	161
Figura 5.5. Gráfica de resultados de la Tensión máxima subsuperficial en función del semiancho de contacto. ....	164
Figura 5.6. Gráfica de resultados de la Tensión máxima subsuperficial en función del semiancho de contacto. ....	164
Figura 5.7. Gráfica de resultados de la Tensión máxima subsuperficial en función del semiancho de contacto. ....	165
Figura 5.8. Gráfica comparativa de resultados de la Tensión máxima subsuperficial en función de la longitud de la chumacera y los IT. ....	166
Figura 5.9. Gráfica comparativa de resultados de la Tensión máxima subsuperficial en función de la longitud de la chumacera y los IT. ....	166

Figura 5.10. Potencia disipada [W], en función de la longitud de la chumacera y los IT. ....	167
Figura B.1. Representación de esfuerzos en apriete de un tornillo. ....	177
Figura B.2. Elemento diferencial de un anillo circular. ....	179
Figura C.1. Operaciones de taladrado con diferentes brocas.....	181
Figura C.2. Taladrado y roscado de agujeros.....	181
Figura C.3. Mandrinado de agujeros interiores en las chumaceras. ....	182
Figura C.4. Mandrinado de agujeros interiores en las chumaceras. ....	183
Figura C.5. Máquina de mandrinar. ....	183
Figura C.6. Control de contorneado SINUMERIK 820M. ....	184
Figura C.7. Proceso de montaje de la herramienta de mandrinar.....	186
Figura C.8. Cabezal de mandrinar utilizado en todas las operaciones de mandrinado.....	187
Figura D.1. Dinamómetro medidor de par.....	189
Figura D.2. Amplificador 5015A.....	190
Figura D.3. Hoja de cálculo Excel empleada en la obtención de datos.....	191
Figura D.4. NI USB-6008.....	192
Figura D.5. Proyector de perfiles. ....	193
Figura D.6. Medición de redondez con proyector de perfiles. ....	194
Figura D.7. Medidor de formas Mitutoyo RA-120.....	195
Figura D.8. Medición de la redondez con Mitutoyo RA-120.....	196
Figura D.9. Excentricidad debida al error de redondez. ....	197
Figura D.10. Inclinación debida al error elíptico requerida. ....	197
Figura D.11. Rugosímetro Hommel Wave. ....	198
Figura E.1. Parámetros de mandrinado.....	202
Figura E.2. Parámetros de mandrinado.....	203
Figura F.1. Evolución de la rigidez conjunta en función de la localización del punto.....	205
Figura F.2. Sistema de dos cuerpos elásticos con un punto en contacto.....	206

## Índice de tablas

Tabla 1.1. Evaluación de redondez del perfil medido. ....	38
Tabla 1.2. Valores de rugosidad. ....	42
Tabla 1.3. Relación entre tolerancias y rugosidad.....	42
Tabla 2.3. Situaciones de estudio analizadas para diferentes holguras.	53
Tabla 2.4. Situaciones de estudio analizados para $\phi$ eje460H16/h16. ..	55
Tabla 2.5. Situaciones de estudio analizados para $\phi$ eje460H11/h11. ..	55
Tabla 2.6. Situaciones de estudio analizados para $\phi$ eje460H4/h4. ....	56
Tabla 2.7. Diferencia entre los 3 métodos estudiados.....	61
Tabla 2.8. Diferencia entre MEF, Hertz y método propuesto para las holguras de 0.0078 mm y 4 mm. ....	68
Tabla 2.9. Valores de semiancho "a" para las 40 situaciones de estudio de IT4 $\phi$ 460H4/h4. ....	72
Tabla 2.10. Valores de semiancho "a" para las 40 situaciones de estudio de IT11 $\phi$ 460H11/h11. ....	73
Tabla 2.11. Valores de semiancho "a" para las 40 situaciones de estudio de IT16 $\phi$ 460H16/h16 .....	74
Tabla 3.1. Situaciones de estudio analizadas para diferentes holguras.	90
Tabla 3.2. Resultados para los 10 casos de holguras propuestas.....	90
Tabla 4.1. Características dimensionales de un tornillo de M5. ....	111
Tabla 4.2. Relación de Fuerzas para pares de apriete de un tornillo de M5.....	111
Tabla 4.6. Parámetros de corte en mandrinados de componentes bi-pieza para distintos pares de apriete en operaciones de desbaste (D).	141
Tabla 4.7. Par de corte, Fuerza de corte, y Energía específica de corte en componentes bi-piezas para distintos pares de apriete. ....	142
Tabla 4.8. Rugosidades medias en componentes bi-piezas mandrinadas a diferentes pares de apriete. ....	147
Tabla 4.9. Redondez en chumaceras o componentes bi-pieza mandrinados. ....	147
Tabla 5.1. Datos de partida del ejemplo ilustrativo. ....	155
Tabla 5.2. Cálculo del diámetro mínimo del Eje.....	156
Tabla 5.3. Cálculo estático para la carga de diseño. ....	157
Tabla 5.4. Valores de carga de diseño en función de longitud de la chumacera. ....	157
Tabla 5.5. Grados de tolerancia de los IT4 a 11 para $400 < D < 500$ mm.....	154

Tabla 5.6. Media y desviación estándar en las tolerancias IT4, 6, 9, y 11.....	155
Tabla 5.7. Resultados obtenidos de semianchos de contacto y tensión subsuperficiales para las tolerancias de IT4.....	160
Tabla 5.8. Resultados obtenidos de semianchos de contacto y tensión subsuperficiales para las tolerancias de IT6.....	161
Tabla 5.9. Resultados obtenidos de semianchos de contacto y tensión subsuperficiales para las tolerancias de IT9.....	162
Tabla 5.10. Resultados obtenidos de semianchos de contacto y tensión subsuperficiales para las tolerancias de IT11.....	163
Tabla 5.11. Resultados obtenidos de las tensiones subsuperficiales en función del grado de IT y la longitud de la chumacera.....	165
Tabla 5.12. Resultados obtenidos de la Potencia disipada debida a la lubricación hidrodinámica en función del grado de IT y la longitud de la chumacera. ....	166
Tabla D.1. Métodos para generar la redondez.....	199

---

## Nomenclatura

---

### Capítulo 2

$\eta$	Viscosidad dinámica del lubricante
$\Delta u$	Diferencia velocidad deslizamiento entre las dos superficies
$P$	Carga normal aplicada
$p$	Presión debida a la carga por unidad
$S$	Parámetro de lubricación. N° de Sommerfeld
$f$	Coefficiente fricción
$h$	Espesor de película. Separación entre superficies
$\sigma$	Rugosidad equivalente superficies
$\lambda$	Parámetro de Tallian
$F$	Fuerza tangencial
$\mu$	Viscosidad dinámica del lubricante
$r$	Radio del eje
$c$	Holgura
$N$	Revoluciones giro eje (rps)
$U$	Velocidad relativa superficies
$t$	Tiempo
$\tau$	Tensión de cizalla
$x$	Dirección eje horizontal paralelo plano
$y$	Dirección eje vertical paralelo plano
$z$	Dirección eje. Profundidad plano
$A$	Área
$\gamma$	Velocidad cizalla
$\nu$	Viscosidad cinemática lubricante
$\rho$	Densidad fluido
$R_1$	Radio eje 1
$R_2$	Radio eje 2
$L$	Longitud
$E_1$	Módulo de Young 1
$E_2$	Módulo de Young 2
$E'$	Módulo reducido de Young
$a$	Semiancho de contacto
$p_0$	Presión contacto máximo
$W$	Carga
$\nu_1$	Módulos de Poisson 1
$\nu_2$	Módulos de Poisson 2
$U$	Energía total de deformación
$\delta_1$	Flechas puntos de contacto 1
$\delta_2$	Flechas puntos de contacto 2
$K$	Desplazamiento específico
$F$	Fuerza aplicada viga
$\zeta$	Coordenadas locales
$\lambda$	Multiplicador de Lagrange
$m$	Línea media
$R_a$	Rugosidad media aritmética

$R_Y$	Altura máxima perfil
$R_Z$	Altura media
$R_q$	Desviación media cuadrática

### Capítulo 3

$a$	Semiancho de contacto
$a_0$	Semiancho de contacto de Hertz
$a_{Nk}$	Coeficientes de la función de aproximación
$c_i$	Coeficientes de Gauss
$dk$	Coeficientes de la función de aproximación
$p(x)$	Distribución de presiones en deformación plana
$p_{max}$	Presión máxima
$p_0$	Presión máxima de Hertz
$P$	Presión total
$P_0$	Carga predeterminada de diseño
$F(x)$	Fuerza total
$\varnothing$	Diámetro en mm
$E$	Módulo de Young
$\nu$	Coeficiente de Poisson
$x$	Variación de la posición en el eje X
$s$	Distancia de actuación de la carga sobre el semiespacio elástico
$U_z(x)$	Variación de la geometría de la superficie contacto
$R$	Radio equivalente entre eje y chumacera
$R_1$	Radio eje
$R_2$	Radio chumacera
$t$	Variable adimensional
$\delta$	Diferencia de radios en la zona de contacto
$U_1$	Desplazamiento vertical eje
$U_2$	Desplazamiento vertical chumacera
$V_1$	Desplazamiento horizontal eje
$V_2$	Desplazamiento horizontal chumacera
$Q(f; c)$	Integral de Valores Principales de Cauchy
$\tau_{max}$	Tensión cortante máxima
$\tau_0$	Tensión cortante máxima para contacto hertziano
$\tau_{a0}$	Tensión cortante máxima subsuperficial
$z$	Distancia de actuación sobre el espesor de la chumacera

### Capítulo 4

$F$	Fuerza fricción fluido
$h_1$	Altura fluido medida en un extremo
$h_2$	Altura fluido medida en un extremo
$U$	Velocidad placa móvil
$\mu$	Viscosidad dinámica
$L$	Longitud zona entre bloques



$S$	Nº Característico del cojinete (chumacera)
$r$	Radio del muñón
$c$	Holgura radial
$\eta$	Viscosidad absoluta
$N$	Velocidad relativa entre eje y cojinete
$P$	Carga por unidad de área proyectada
$\tau$	Tensión de cortadura
$F_c$	Fuerza cortante

## Capítulo 5

$v_c$	Velocidad corte
$D_c$	Diámetro
$N$	Nº revoluciones
$F$	Avance
$f_z$	Avance por diente
$v_f$	Velocidad penetración
$Q$	Volumen viruta
$A$	Ancho pasada
$a_p$	Profundidad corte
$kr$	Ángulo posición
$F_c$	Fuerza corte
$A_c$	Área viruta indeformada
$\dot{Z}$	Volumen material eliminado
$P_r$	Potencia requerida
$ks$	Constante proporcionalidad
$P_c$	Potencia neta
$M_c$	Par corte
$E$	Módulo elasticidad
$Q$	Fuerza tangencial
$N$	Nº Roscas
$M_T$	Momento torsor
$R_1$	Radio exterior rosca
$R_2$	Radio exterior rosca
$A$	Ángulo fuerza
$D$	Diámetro nominal
$P$	Paso
$H$	Altura diente
$a_c$	Espesor viruta indeformada
$Q$	Tasa arranque viruta
$D$	Desbaste

## Capítulo 6

$N$	Coefficiente de Poisson
$D_{min}$	Diámetro mínimo
$K$	Coefficiente dado en el Reglamento DNV

TF	Tensión de fluencia del material.
N°	Número r.p.m.
P.eje	Peso eje
P.helice	Peso hélice
M.eje	Momento fuerzas al eje
M.helice	Momento fuerzas a la hélice
$M$	Cantidad promedio
$\Sigma$	Desviación estándar
$p(x)$	Distribución de presiones en deformación plana
$a$	Semiancho de contacto
$E$	Módulo de Young
$\tau_{a0}$	Tensión cortante máxima subsuperficial

---

## CAPÍTULO

# 1

## Introducción

En un sistema de propulsión de un submarino convencional, existen elementos fundamentales, tales como el propulsor o hélice, el motor eléctrico principal (MEP), y la línea del eje con sus elementos de apoyo. La línea del eje del propulsor, es esencialmente el elemento de enlace entre el propulsor y el MEP, y tiene como función principal la de transmitir la potencia que le llega de la maquinaria propulsora. El sistema de propulsión, está formado por los elementos necesarios para convertir el movimiento de rotación del MEP, en la potencia de empuje necesaria para lograr la propulsión del buque <sup>[1,2]</sup>.

El correcto funcionamiento del eje del sistema de transmisión de potencia de un submarino convencional, generalmente se fundamenta, en el uso de dos soportes para su apoyo. Según se observa en la Figura 1.1, el primero atraviesa el casco resistente del submarino alojado en un tubo, o también conocido como bocina, que evita la entrada de agua e impurezas gracias a un componente comúnmente llamado prensaestopas. De manera similar, el segundo se encuentra situado en

la zona posterior del tanque de lastre, situado en la zona de unión entre el eje y la hélice. Estos soportes están constituidos por unos elementos llamados chumaceras, que alojan en su interior los cojinetes de apoyo o de alivio, sobre los que gira el eje transmisor.

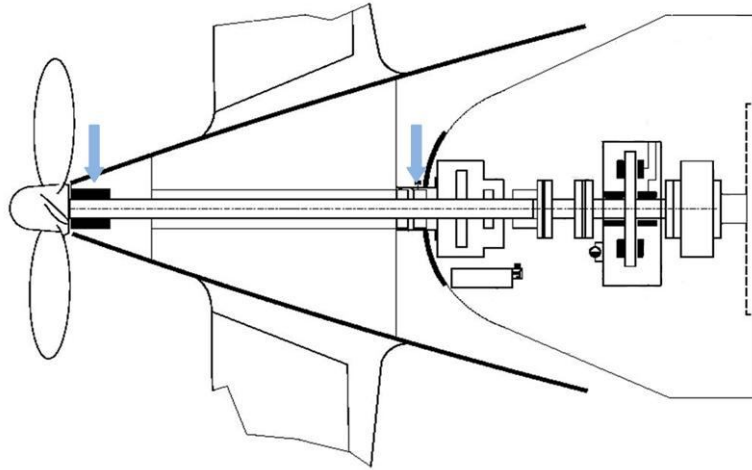


Figura 1.1. Disposición de las chumaceras.

Para un adecuado funcionamiento del buque, el sistema eje-chumacera debe cumplir con las siguientes funciones:

- Transmitir la potencia desde el MEP al propulsor (hélice).
- Evitar en la medida de lo posible, la formación de vibraciones.
- Soportar el peso del propulsor.
- Transmitir el empuje desarrollado por el propulsor al casco.
- Resistir la carga de operaciones transitorias (por ejemplo: cambios de marcha, maniobras a alta velocidad, cavitación, etc.).

El eje, por lo general, está sometido a importantes esfuerzos axiales, de torsión, pares vibratorios, y fluctuaciones en las cargas hidrodinámicas, que pueden generar problemas de fatiga. Las consecuencias de un fallo en la instalación propulsora, pueden llegar a ser muy graves, desde el punto de vista de la integridad del buque como elemento estanco. Además, este puede suponer un incremento del coste de reparación de los propios equipos implicados, tales como ejes (o sus camisas), chumaceras, bocinas, etc., requiriendo el posterior ajuste de toda la instalación propulsora [2].

Uno de los principales problemas que pueden aparecer en estos sistemas, es la desalineación del eje del propulsor con la chumacera, es decir, la pérdida de coaxialidad de ambos elementos, produciendo una zona de contacto, añadiendo imprecisión en el apoyo. Existen tres modos de fallo provocados por falta de coaxialidad entre eje y chumacera, el paralelo ó diametral, el angular ó axial, y el combinado

de los dos anteriores. Como consecuencia de estos fallos, pueden producirse los siguientes efectos:

- Gran fricción y desgaste en las zonas de contacto entre la chumacera y el eje, llegando en ocasiones a producir daños o indentaciones, que pueden agravar el problema produciendo mayor desalineamiento.
- Sobrecargas en las zonas de contacto.
- Atascamientos y desgastes abrasivos en el interior de la chumacera.
- Cuando las presiones en las zonas de contacto son muy altas, puede llegar a producir una pérdida de comportamiento de lubricación hidrodinámica en la zona de contacto afectada, llegando a alcanzar las condiciones de lubricación elastohidrodinámica o límite [3].
- Generación de altas temperaturas que afectan al rendimiento.
- Vibraciones no consideradas tanto en el diseño de los soportes como de las máquinas acopladas.
- Disminución de la vida útil.
- Mayor consumo de combustible.
- Posible fallo del sistema.

Dentro de las condiciones anteriormente descritas, si se considera que se produce una desalineación angular y existe el contacto eje-chumacera, el problema se puede describir mediante la teoría de contacto hertziano [4]. Esta teoría ha sido tradicionalmente utilizada para estudiar la deformación plástica de materiales dúctiles inicialmente, para después extenderse a materiales duros y frágiles, incluso tenaces [5, 6], mediante la carga de deformación que se produce a través de un contacto esférico. Aunque los modelos de contacto elástico entre dos materiales, han sido desarrollados y aplicados por distintos investigadores ampliamente [4, 7, 8], su aplicación no se puede considerar válida en aquellos casos en los que el semiancho de contacto entre eje-chumacera es del orden de magnitud del radio, debido a que las aproximaciones de Rudolph Hertz, se formularon para aquellos casos en los que el radio se encuentra en un orden de magnitud menor. Posteriormente, surgieron distintas metodologías como las propuestas por Lawn [9,10], donde se aborda el estudio de la indentación hertziana para contactos esféricos con materiales duros.

En cuanto al desarrollo de las ecuaciones basadas en el contacto Hertziano, que estudian y analizan el mejor ajuste entre superficies

cilíndricas, cabe destacar los trabajos de Ciavarella y Decuzzi <sup>[11]</sup>; y de To y He <sup>[12]</sup>, que aun respondiendo bien a la teoría de Hertz para zonas de contacto pequeñas y holguras grandes, presentan deficiencias para su adaptación al estudio de contacto entre eje y chumacera, donde las zonas de contacto son relativamente grandes y las holguras son muy estrechas.

Una alternativa a los estudios anteriores es la utilización del método de elementos finitos (MEF). Dentro de este enfoque, las discretizaciones necesarias dentro de la zona de contacto, fueron mejoradas mediante el uso de herramientas de mallado automático, y métodos de descomposición de dominios en el estudio de pequeñas deformaciones realizados por Belgacem *et al.* <sup>[13,14]</sup>. Ambos trabajos utilizan una variante de la técnica de descomposición en el dominio no conforme. Bajo este enfoque, el problema de aproximación resulta adecuado para obtener una solución discreta. Posteriormente, Hild and Laborde<sup>[15]</sup> propusieron un análisis de errores para comprobar la precisión de los métodos de desigualdad variacional, y la formulación mixta equivalente, resultando el segundo, más favorable que el primero con la reducción del error hasta la mitad.

Dentro del enfoque de grandes deformaciones, donde el deslizamiento de los nodos o elementos de contacto sobre los elementos del otro cuerpo en contacto está permitido, cabe destacar el trabajo de Simo *et al.* <sup>[16]</sup>, que propusieron una formulación basada en segmentos de contacto dentro del contexto de una interpolación bilineal para el campo de desplazamientos. Posteriormente, Papadopoulos y Taylor <sup>[17]</sup>, introdujeron la formulación de penalización mixta para aproximar las inecuaciones variacionales para obtener una solución estática en problemas de contacto con grandes deformaciones. Más recientemente, bajo el enfoque de la formulación Mortar, que combina métodos de elementos finitos que usan espacios de funciones polinomiales aproximantes de diferente grado, o uniones con mallas que no comparten con los elementos adyacentes los nodos o caras, también llamadas mallas no conformes, para la resolución de problemas de contacto no lineal, realizándose distintos estudios<sup>[18,19,20]</sup>. Además, los trabajos relacionados con el MEF han ido evolucionando a medida que ha aumentado la capacidad de computación de los ordenadores, llegando a solucionar problemas cada más complejos donde se desarrollan modelos de fricción acoplados termo-mecánicamente, como los realizados por Hübner y Wolhlmuth <sup>[21]</sup> y Temizer <sup>[22]</sup>. En un trabajo más reciente, Sitzmann *et al.* <sup>[23]</sup> profundizan en la necesidad de combinar distintos modelos para considerar el efecto de la rugosidad mediante el estudio de leyes de contacto constitutivas en términos de

multiplicadores de Lagrange. Los resultados teóricos de este trabajo muestran muy buena concordancia con los obtenidos experimentalmente.

Por otro lado los sistemas eje-cojinete, como los utilizados en los sistemas eje-chumacera de los submarinos, han sido objeto de investigación en la última década. Entre estos cabe destacar el estudio realizado por Albers *et al.* [24], donde se analizó la influencia de distintos parámetros en el comportamiento del sistema de contacto friccional mediante el MEF y el modelado de rugosidades mediante un algoritmo de optimización. En la misma línea, Rezaei *et al.* [25] implementaron una formulación mixta Lagrangiana–Euleriana, y la ecuación de Archard para determinar la evolución local del desgaste y su influencia en las simulaciones realizadas en problemas de contacto entre eje y cojinete. Esta evolución local en cada nodo de contacto, fue añadida en el remallado adaptativo del MEF. Los resultados obtenidos por el MEF, resultaron muy próximos a los obtenidos experimentalmente. Aguirrebeitia *et al.* [26] construyeron un modelo de elementos finitos multiparamétrico, para verificar la validez de los resultados de un modelo teórico, para obtener la capacidad de carga estática de guías de cojinete de cuatro contactos. Más recientemente, Lostado-Lorza *et al.* [27], presentaron una metodología para mejorar el diseño y optimización de rodamientos de rodillos cónicos, en base a la combinación del MEF, con técnicas de regresión basadas en el Descubrimiento del Conocimiento en Base de Datos (KDD), para predecir la relación de contacto en función de las cargas de operación.

Aunque los resultados presentados en estos últimos trabajos son bastante precisos, y pese a haberse reducido el número de simulaciones con el uso de las técnicas de regresión anteriormente mencionadas, uno de los principales inconvenientes del MEF es el gran coste computacional que requiere, y los problemas de convergencia que pueden aparecer, siendo preferible el uso de métodos semianalíticos por su fácil implementación, reducido tiempo de cálculo, y precisión de los resultados. Estrems *et. al.* [28, 29, 30] desarrollaron estos métodos para la obtención de la distribución de presiones entre pieza y sistemas de sujeción o amarre en procesos de mecanizado. Los métodos semianalíticos proponen la resolución de las ecuaciones integrales de la expresión de la distribución de presiones mediante el uso de polinomios de aproximación de Chebyshev; el método de cuadratura Gaussiana para el cálculo del valor de la presión total de apriete entre pieza y elemento de sujeción; y el método de la Secante para la obtención del semi-ancho de contacto para distintas geometrías de apoyo (cilíndrica y esférica).

Además, el problema se complica cuando el área de contacto es muy ancha, es decir, el semiancho de contacto es del orden de magnitud del radio, donde las aproximaciones de Rudolph Hertz, no son válidas en la mayoría de casos. Una alternativa al MEF, es el uso de métodos semianalíticos, donde se estudia el contacto entre los elementos de fijación, y la pieza en procesos de mecanizado, para distintas geometrías de apoyo y apriete con perfiles geométricos compuestos por tramos curvos y rectos. En estos trabajos, se presentaron unos resultados muy próximos a los obtenidos por la teoría de Hertz y a los del MEF, pero presentando un coste computacional muy reducido [31, 32].

Mediante la implementación de estos métodos semianalíticos se obtiene como resultado, la distribución de presiones en la superficie, en la región próxima al punto de contacto entre el eje y su chumacera. El estado tensional en la subsuperficie de la zona de contacto, depende principalmente de la holgura entre el eje y la chumacera, así como del nivel de rugosidad alcanzado en su mecanizado. Si las tensiones máximas alcanzadas superan la tensión de fatiga admisible, se originaría una grieta subsuperficial que posteriormente se podría prolongar hasta la superficie produciendo un desprendimiento de material, llamado pitting, y por consiguiente, producirse el fallo catastrófico del sistema de propulsión. Las normas usadas por las diferentes Sociedades de Clasificación (*Lloyds Register of Shipping*, *Bureau Veritas*, *Det Norske Veritas*, *Germanischer Lloyds*, y *American Bureau*) [33, 34, 35, 36, 37] proponen expresiones empíricas para determinar el radio del eje y su chumacera. Estas expresiones están basadas en parámetros tales como la potencia transmitida al eje, las revoluciones por minuto, y la resistencia a la tracción mínima del material, entre otros. Sin embargo, no tienen en cuenta la posibilidad de la aparición de tensiones subsuperficiales en la zona de contacto. De igual manera, existen otras normas de uso industrial, basadas en estudios empíricos como las que compañías GWJ Technology o Motion & Control NSK Global, que recogen en informes [38,39] que regulan el estudio y cálculo de los ejes y soportes, así como la vida a fatiga superficial, basados en normas como la DIN 743 "*Shaft and axles, calculation of load capacity*", DIN 7190: 2001-02 "*Interference fits - Calculation and design rules*", ISO 281 (ed. Abril 2003), "*Rodamientos-Cargas dinámicas y vida nominal*" con la que se pueden calcular hasta 11 tipos diferentes de soportes. Estas se basan en una formulación sencilla que permite una aproximación válida con fines de diseño, pero insuficiente si se quiere abordar de forma eficaz el problema tratado en este trabajo.

Por otro lado, las chumaceras son componentes mecánicos constituidos por dos piezas unidas mediante tornillos con un apriete determinado,



que debe ser especialmente seleccionado para cumplir con unas tolerancias de redondez <sup>[40]</sup> necesarias para evitar el fenómeno de pitting anteriormente expuesto. Asimismo, la rugosidad superficial de las superficies en contacto juega un papel muy importante <sup>[41, 42]</sup>. Ha de notarse que este fenómeno no sólo depende de los factores anteriores, sino de otros relacionados con el lubricante y su régimen de lubricación <sup>[43]</sup> (viscosidad, comportamiento viscosidad-presión y temperatura), así como de las condiciones de funcionamiento del sistema de transmisión de potencia (velocidad, cargas, deslizamientos, etc.) que afectan de manera significativa a su vida útil.

Por lo tanto, el proceso de fabricación y el montaje de las chumaceras mediante unión por tornillos deben ser cuidadosamente estudiados con el fin de prevenir el fallo del sistema de transmisión de potencia. En primer lugar, la selección de un par de apriete adecuado, proporcionará la precisión dimensional y la tolerancia geométrica adecuada previa, al mecanizado en acabado final mediante mandrinado de la superficie del alojamiento de la chumacera.

Cuando el par de apriete no es suficientemente alto, aparece un deslizamiento entre las partes que afecta a la tolerancia de redondez. En un estudio experimental realizado sobre el análisis de fuerzas de corte en operaciones de mandrinado de componentes bi-pieza <sup>[44]</sup> se observó que si se aumenta excesivamente dicho par, el contacto entre las dos piezas que forman la chumacera se hace menos uniforme, presentando disminuciones de las presiones locales en las zonas del alojamiento interior cercanas a las caras exteriores y aumentando en la zona interior o central, correspondiente al eje de simetría, empeorando la redondez de las mismas. También se estudió el efecto de la calidad superficial observándose que la mayor carga ejercida por el filo durante el mecanizado posterior a la unión de las dos piezas debe evitarse en la interfase existente entre las dos piezas, ya que la rugosidad aumentaba en dicha zona.

Las normas desarrolladas por las Sociedades de Clasificación no establecen los valores que determinan los límites admisibles en el rango superior, de los pares de apriete de los tornillos que fijan la unión de las dos piezas que conforman la chumacera, que podrían ser decisivos en el proceso de mecanizado para conseguir una mejor tolerancia de redondez y un buen acabado superficial.

Finalmente, otro de los aspectos importantes a considerar es la influencia de la holgura entre eje y chumacera, cuando el eje de la chumacera se encuentra desalineado axialmente, y el efecto de la lubricación hidrodinámica <sup>[45]</sup> necesaria para el correcto funcionamiento

del sistema mecánico formado por eje-cojinete-chumacera. Existe numerosa literatura relacionada con las presiones y tensiones relacionadas con la lubricación hidrodinámica y no hidrodinámica. El primer investigador que contribuyó al entendimiento del principio de lubricación hidrodinámica mediante estudios experimentales fue Beauchamp Tower [46, 47]. Posteriormente, los estudios realizados por Greenwood [48,49], Hook [50], Weber y Saalfeld [51]; y Dowson *et al.* [52], condujeron a poder diferenciar exactamente qué elementos de máquinas trabajan bajo condiciones de lubricación hidrodinámica y cuáles no. Existen ecuaciones que determinan la tensión teórica que se produce durante el movimiento del eje respecto a la chumacera en lubricación hidrodinámica [53], en función de la holgura entre eje y chumacera en el caso de que estos no sean concéntricos, pero no se ha encontrado ninguna expresión que la determine en función del ángulo de inclinación del eje, cuando éste se encuentre desalineado axialmente. La influencia de esta relación puede ser crucial, ya que el diseño de la holgura que debe existir en el conjunto eje-chumacera debe ser seleccionada adecuadamente, para que la presión ejercida mediante el uso cojinetes permita un régimen de lubricación hidrodinámico.

Debido a que existen una serie de variables y características geométricas que definen el conjunto eje-chumacera para establecer los requerimientos de tolerancia, en esta Tesis Doctoral, se desarrolla una metodología rápida y eficiente en cuanto a número de cálculos y sencillez de implementación, para realizar un estudio local de las tensiones de contacto en apoyos entre el eje de cola y su chumacera en un submarino, ya sea para índices de tolerancia altos, compatible con el modelo de Hertz, como para índices de tolerancia bajos, que requieren un ajuste y mecanizado con mayor precisión, pudiéndose sustituir por métodos que requieren de mayor coste computacional de resolución en las complejas ecuaciones planteadas, como el caso del MEF que a su vez pueden plantear problemas de convergencia. Por otra parte, también en este trabajo, se posibilita estimar las tensiones producidas por el arrastre del lubricante en base al ángulo formado entre el eje y la chumacera, y por último, la determinación del par de apriete para el mandrinado que determina el acabado superficial en redondez y rugosidad de la chumacera bi-pieza.

## 1.1 Objetivos de la tesis

La presente Tesis Doctoral se ha desarrollado para dar solución a las necesidades planteadas en el punto anterior tales como el estudio de las tensiones subsuperficiales en la zona de contacto eje-chumacera, el estudio del efecto del par de apriete, y las variables de mecanizado en la

redondez y rugosidad de las superficies de la chumacera, así como la formulación de las expresiones que determinen las tensiones producidas por el arrastre de lubricante mediante el giro del eje. Estos trabajos planteados pretenden dar una mayor profundidad, y proporcionar unas reglas más rigurosas, que las hasta ahora formuladas por las normas internacionales anteriormente citadas, para el diseño del conjunto eje-chumacera. Para dar respuesta a los planteamientos anteriores, esta Tesis Doctoral pretende desarrollar una serie de metodologías que permitan alcanzar los siguientes objetivos:

- Estudiar y analizar el mejor ajuste del eje de un vehículo sumergible a su chumacera, aunque la metodología propuesta en este punto, sería válida para cualquier buque, por medio del estudio de la geometría de contacto entre dichos elementos. Mediante un método semianalítico basado en las normas de la cuadratura de los principales valores de Cauchy y el método de la secante se obtendrá el valor del semiancho de contacto entre eje y chumacera y la distribución de presiones que satisfaga la condición de carga total y las restricciones geométricas. A partir de estos valores y el desarrollo de un método numérico, se obtendrá la representación de un mapa tensional basado en los modelos de contacto de Johnson <sup>[4]</sup> aplicado a las superficies del eje y la chumacera para determinar, por medio de la selección de los valores máximos, la curva de tensión máxima en la chumacera.
- Desarrollar una metodología de optimización del diseño del eje y la chumacera a partir de la curva de tensión máxima para determinar las tolerancias de forma que garanticen una vida a fatiga superficial infinita del eje. Además, este estudio permitirá analizar la evolución máxima del desgaste producido y su efecto sobre la estanqueidad y vida de los componentes, disminuyendo los costes posteriores en tareas de mantenimiento consistentes en el ajuste de tolerancias para compensar los errores producidos por un desgaste excesivo.
- Definir las expresiones que determinen las tensiones producidas por el arrastre de lubricante mediante el giro del eje, cuando este no sea concéntrico axialmente con la chumacera y bajo condiciones hidrodinámicas del lubricante, que sean función del ángulo que forman los dos componentes. Para conseguir este objetivo se desarrollará un método de integración que resuelva la relación de la viscosidad dinámica del lubricante y el gradiente de

presiones en función del ángulo de desalineamiento del eje con respecto a la chumacera.

- La deformación sufrida por la chumacera tras realizar el apriete de sus dos partes y las fuerzas de corte que intervienen en el mecanizado de su alojamiento interior es un factor determinante a la hora de obtener un ajuste de tolerancias entre esta y el eje, de forma que asegure un funcionamiento óptimo del sistema de transmisión de potencia. Para ello se propone el desarrollo de un método que permita calcular de una forma directa el reparto de cargas en la línea de contacto eje-chumacera. Para ello se propondrá una formulación matricial basada en condiciones de Kuhn Tücker y los multiplicadores de Lagrange para la minimización de la energía de deformación. La distribución de cargas permitirá definir las estrategias que conduzcan a una adecuada selección del par de apriete que asegure el sistema más estable posible. Además se podrá conocer la tolerancia de redondez obtenida durante el proceso de unión entre las dos piezas que componen la chumacera a partir de las deformaciones estructurales calculadas mediante el MEF, una vez introducidos los valores de fuerza de contacto proporcionados por el método matricial anteriormente descrito.
- Los valores teóricos de deformación obtenidos anteriormente serán validados mediante ensayos experimentales. Estos ensayos se realizarán bajo distintas condiciones de mecanizado variando tanto los parámetros como el par de apriete. La idea es llegar a conocer si un aumento excesivamente del par de apriete hace menos uniforme el contacto entre las dos piezas que forman la chumacera, presentando disminuciones de las presiones locales en las zonas del alojamiento interior cercanas a las caras exteriores y aumentando en la zona interior o central dando lugar a un peor valor de la tolerancia geométrica de redondez. También el estudio experimental proporcionará información sobre el efecto de la entrada del filo de corte en el proceso de mecanizado de la cavidad interior de la chumacera y su influencia sobre la calidad superficial en la zona de unión de las dos piezas. En caso de no obtenerse una tolerancia geométrica adecuada o una calidad final en el proceso de fabricación del sistema eje-chumacera se verá amenazado el correcto funcionamiento del sistema de propulsión del submarino.

## 1.2 Lubricación

La tribología, que proviene de la palabra griega del griego τριβή (tribo, rozamiento) y λόγος (logos, razón ó conocimiento), que se define, según el Diccionario de la Real Academia Española de la Lengua, como la técnica que estudia el rozamiento entre los cuerpos sólidos es la ciencia que estudia los fenómenos de lubricación, fricción y desgaste cuando dos superficies en contacto, se mueven una respecto a la otra.

Grandes logros de la humanidad, están muy relacionados con la tribología, en concreto con la lubricación. El progreso científico y técnico ha estado inseparablemente unido a la lubricación, ante la aparición de nuevos mecanismos, el aumento de las exigencias de funcionamiento, y los innumerables problemas relacionados con la fricción y el desgaste que han jalonado el devenir de la misma.

La primera gran revolución de la historia, coincide con el nacimiento de la agricultura en el neolítico, hace aproximadamente 10000 años. Se ha documentado el uso de lubricantes en la construcción por parte de egipcios y asirios en la antigüedad, alrededor del 3.000 a.C. En las pinturas de El Bersheh en Egipto (1.880 a.C.), Figura 1.2, se puede observar el transporte de una gran estatua por parte de esclavos, y como se vertía ya entonces, un líquido que hacía de lubricante en los raíles sobre los que se desliza la estatua.

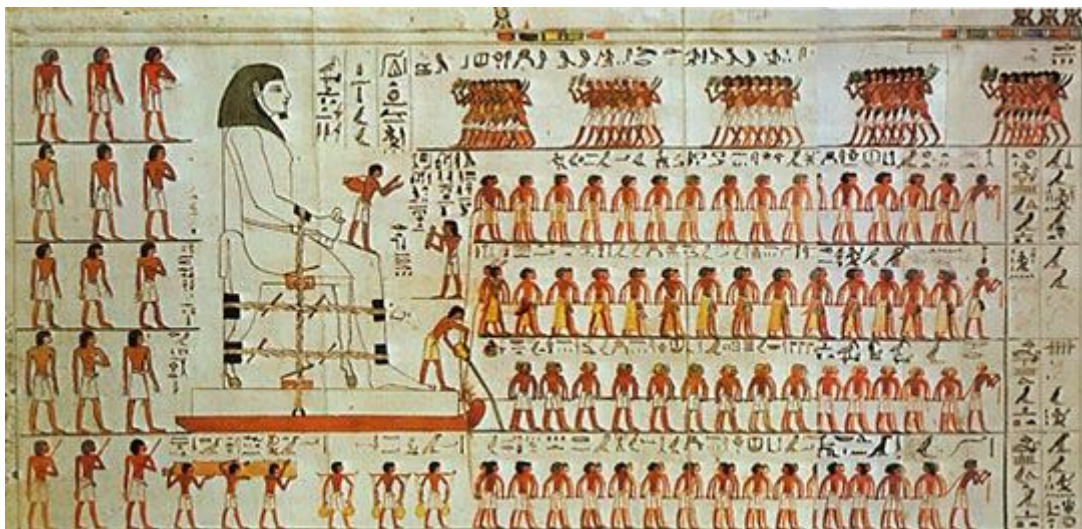


Figura 1.2. Transporte de la colosal Djehouitihetep, bajorrelieve de el-Bersheh.

En el imperio romano, se usaban lubricantes de origen animal para el engrase de los cojinetes de los carros. La lubricación seca o por grasa ha sido estudiada a lo largo de los siglos, destacando a Leonardo da Vinci (1508), Amontons (1699), Euler (1748), y Coulomb (1809) entre otros.

En cambio, en el caso de lubricación de superficies que requieren altas velocidades, en los que se precisa de una película hidrodinámica, no se desarrollan hasta la denominada Revolución Industrial. Esto indujo al avance significativo en el estudio teórico del lubricante, sobre todo el aceite. Autores como Von Pauli (1849), Hirn (1854) y Petroff (1883) le dieron un impulso a este campo. Posteriormente, fueron otros los autores que sentaron las bases en el estudio de la lubricación Hidrodinámica, estos fueron Beauchamp Tower (1885) <sup>[46, 47]</sup> y Osborne Reynolds (1886) <sup>[54]</sup>. El primero fue quien observó las enormes presiones generadas en la película de lubricación de los cojinetes tras ensayar el cojinete mientras practicaba un orificio en la parte superior para introducir nuevo aceite, comprobando que no podía taponarlo y que brotaba con mucha fuerza. Reynolds en cambio, desarrolló las ecuaciones del análisis matemático en una cuña de aceite, que le valió para obtener la ecuación de la hidrodinámica, que lleva su nombre. Los resultados obtenidos por Tower, le llevaron a pensar que debía existir una ley definida que relacionase, la presión del fluido, el coeficiente de fricción, y la velocidad relativa, obteniendo la famosa ecuación diferencial. Reynolds propuso que el lubricante se adhería a las dos superficies y era impulsado por la superficie en movimiento hacia un espacio en forma de cuña con estrechamiento progresivo, lo que daba origen a una presión en el fluido suficiente para soportar la elevada carga en el cojinete. Estos estudios fueron continuados por Greenwood <sup>[48,49]</sup>, Hook <sup>[50]</sup>, Weber y Saalfeld <sup>[51]</sup>, y Dowson *et al.* <sup>[52]</sup>, condujeron a poder diferenciar exactamente qué elementos de máquinas trabajan bajo condiciones de lubricación hidrodinámica y cuáles no.

### 1.2.1 Curva de Stribeck

A la misma vez que Beauchamp Tower realizaba su estudio que sentaron las bases relativas a la distribución de presión en cojinetes, y Osborne Reynolds, desarrollaba la teoría sobre la lubricación total de película, conocida como Teoría Hidrodinámica, en EEUU se desarrollaban investigaciones en las que las leyes de Amontons sobre el rozamiento seco, se confirmadas por los ensayos del norteamericano Robert Henry Thurston (1879).

Thurston desarrolló uno de los primeros dispositivos para el ensayo de lubricantes, que permitía la obtención directa del coeficiente de fricción <sup>[55]</sup>, obteniendo unas conclusiones cercanas a las que, años más tarde, publicaría Richard Stribeck (1861- 1950) en sus "*Kugellager für beliebige Belastungen*" (1901) <sup>[56]</sup>, y "*Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager*" (1902) <sup>[57]</sup> en *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure* <sup>[58]</sup>. Tanto Thurston como Stribeck, coinciden en que el

coeficiente de fricción decrecía al aumentar la carga hasta alcanzar un mínimo. Después, aumentaba rápidamente la fricción de forma casi asintótica. Sus estudios tuvieron continuación en su alumno Kingsbury, que trató de seleccionar materiales que minimizaran la fricción <sup>[58]</sup>. El punto mínimo de fricción representa la transición a régimen hidrodinámico, estudiado inicialmente por Gustave Adolph Hirn (1815-1890) y revelando resultados contradictorios a los planteados en rozamiento no lubricado por Leonardo da Vinci (1452-1519) y Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) al referir una relación no lineal entre fricción y presión de contacto así como una reducción de la misma al aumentar la velocidad. Si bien investigaciones recientes <sup>[55]</sup>, refieren que el profesor Adolf Martens (1850-1914) del por entonces denominado Real Instituto Prusiano de Estudios Técnicos adelantó en 14 años los resultados de R. Stribeck, aún hoy en día las curvas que representan la relación entre coeficiente de fricción y velocidad reciben el nombre de Curvas de Stribeck. El mínimo de fricción hallado por Thurston fue el primer paso hacia unas curvas fricción-velocidad (o fricción-carga). Para superficies en movimiento relativo, los diferentes regímenes de lubricación se pueden distinguir a partir de la curva de Stribeck (1902). Esta gráfica representa el coeficiente de fricción, como función del producto de la viscosidad absoluta ( $\eta$ ), y la velocidad de rotación en revoluciones por segundo (N), dividido por la carga (W). Dicha curva tiene un mínimo, lo que permite identificar diferentes mecanismos de lubricación.

La curva original de Stribeck <sup>[59]</sup>, representa la fricción para cojinetes como función de la velocidad de rotación, y para diferentes cargas (Stribeck, 1902), tal y como puede verse en la Figura 1.3. Su método es aún muy empleado en la actualidad, ya que las medidas de fricción son muy exactas. Hoy en día, la mayor parte de los tipos de cojinetes y rodamientos analizados por Stribeck, ya no se utilizan.

El gran hallazgo de estos trabajos fue la representación gráfica fricción-velocidad para cada nivel de carga, que permitía encontrar un punto de mínima fricción para distintas aplicaciones. Esta curva supuso, la forma más útil y gráfica, de mostrar los distintos regímenes de lubricación en el funcionamiento de cualquier máquina.

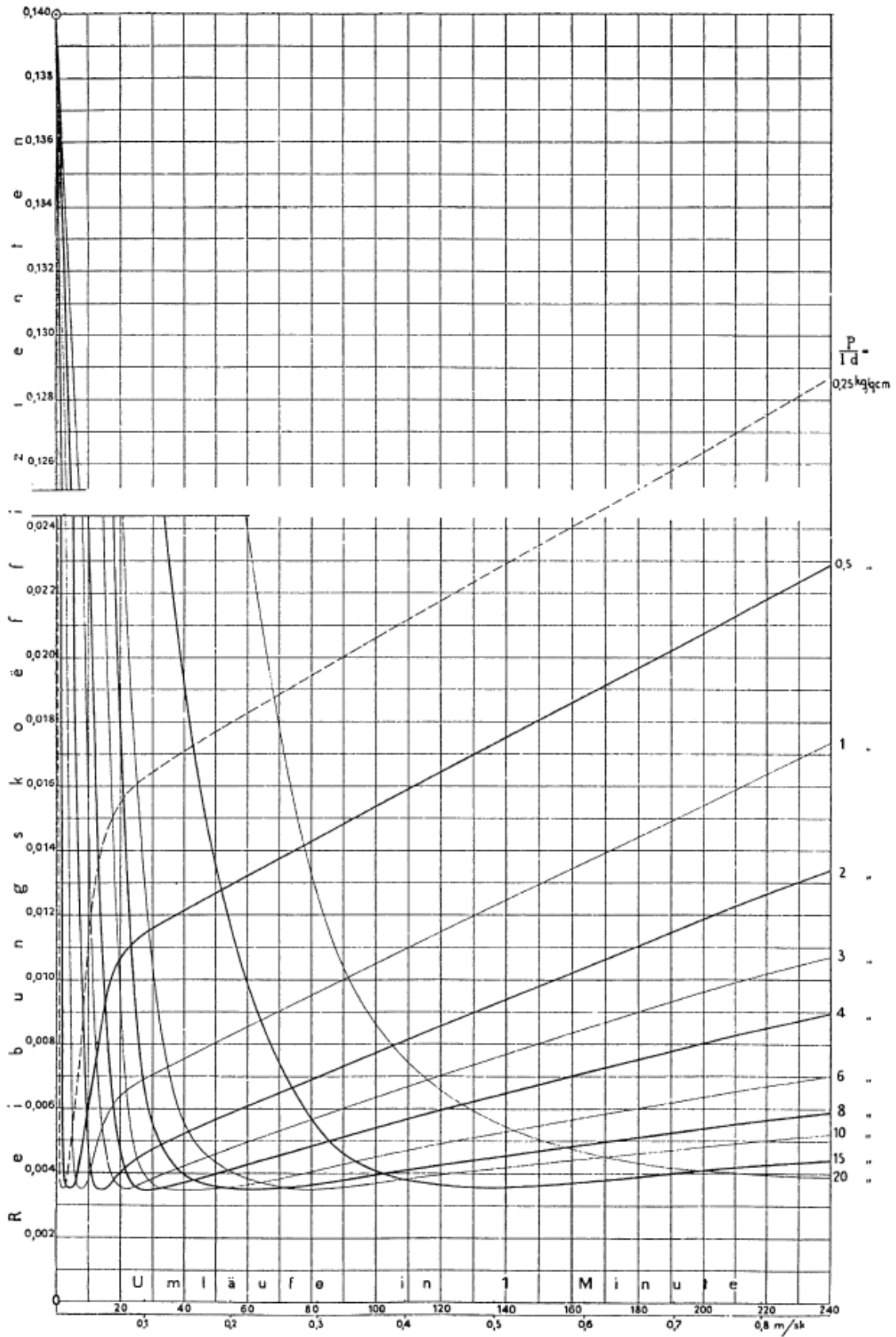


Figura 1.3. Fricción para cojinetes como función de la velocidad de rotación y para diferentes cargas (Stribeck, 1902).



Las curvas originales de Stribeck no incluían en el eje de abscisas la influencia de la viscosidad. Hoy en día, la representación moderna de la llamada "curva de Stribeck" es algo diferente de la original [60].

Ludwig Gümbel y Mayo Hersey (1914) mostraron por separado, que era más eficaz, representar en la curva de Stribeck, el eje de abscisas con la velocidad adimensionalizada ( $\eta \cdot \Delta u / P$ ) (Figura 1.4). Este parámetro incluye la viscosidad del lubricante ( $\eta$ ), la diferencia de velocidad entre las dos superficies ( $\Delta u$ ), y la carga normal aplicada ( $P$ ). De esta manera, se manejaban también la influencia de la viscosidad del aceite, la velocidad y la carga del contacto. La importancia de las curvas de Stribeck reside, entre otros factores, en su interpretación de la transición a un régimen de lubricación, el hidrodinámico, donde el coeficiente de fricción, se mantiene dentro de unos valores relativamente bajos y razonablemente estables frente a la velocidad.

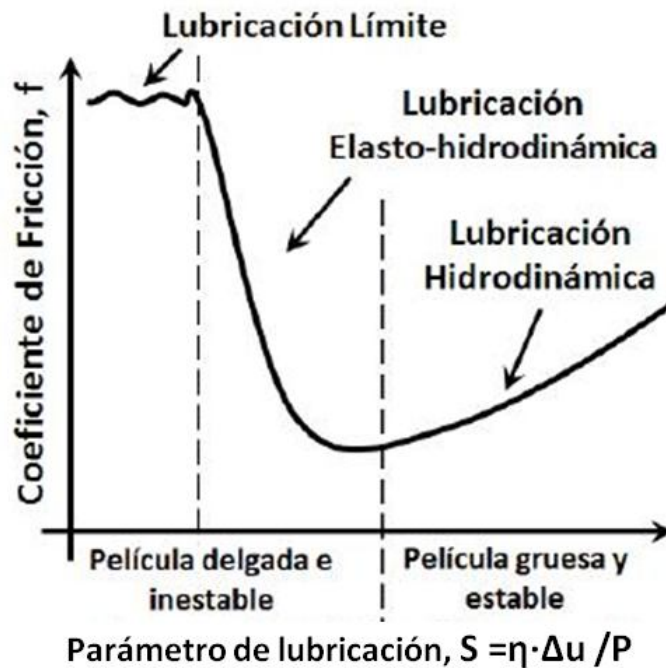


Figura 1.4. Representación de la Curva de Stribeck por Gümbel y Hersey.

Dependiendo del espesor de la película de lubricante (desde el rango de los nanómetros hasta algunas decenas de milímetros), se pueden diferenciar distintos modos o regímenes de lubricación. Estos regímenes pueden establecerse a partir de la curva de Stribeck.

La fricción se encuentra definida por la *American Society for Testing and Materials* (ASTM), en su estándar G40, como la fuerza de resistencia tangencial a la intercara de dos cuerpos cuando, bajo la acción de una fuerza externa, uno de los cuerpos se mueve o tiende a moverse respecto al otro.

### 1.2.2 Regímenes de lubricación

Tal y como ya se apuntó en el apartado anterior, los lubricantes tienen como función principal, modificar el contacto entre dos cuerpos, i.e. introducir una película de material con baja resistencia a la cizalla entre dos superficies en contacto y con un movimiento relativo, evitando así, el contacto directo entre las mismas, consiguiendo que la fricción debida al deslizamiento sea absorbida por el lubricante. Por tanto, la separación debida al lubricante, denominada comúnmente como espesor de película  $h$ , reduce la fricción debida al contacto, y reduce la posibilidad de la aparición prematura de fallos mecánicos principalmente, pero además, realiza las funciones de refrigeración, evacuación de impurezas, contribución a la estanqueidad, y protección contra la corrosión química [61, 62].

En términos generales, existen dos regímenes de lubricación, la lubricación "hidrodinámica" y la "no hidrodinámica" [3]. A su vez, la lubricación no hidrodinámica se puede dividir en:

- Lubricación elastohidrodinámica ( $h_{min}/\sigma > B$ ): el fluido realiza una lubricación completa, y no existe contactos entre las superficies. Toda la carga es soportada por el lubricante y la fricción es baja.
- Lubricación mixta ( $A < h_{min}/\sigma < B$ ): Es una situación intermedia entre la elastohidrodinámica y la límite, en donde ocurren contactos ocasionales que coexisten con otras zonas con suficiente espesor de película para que no haya contacto entre sólidos. Parte de la carga es soportada por las asperezas y partes por las superficies. En la zona cercana al paso a elastohidrodinámica se produce el mínimo del coeficiente de fricción.
- Lubricación límite ( $h_{min}/\sigma < A$ ): la película de lubricante es mínima, en muchos casos menor, que la altura de las rugosidades de las superficies en contacto, y por tanto, se producen contactos entre las superficies originando microsoldaduras debido a que toda la carga es soportada por las asperezas.

Los valores A y B no son exactos, según sea la fuente consultada difieren ligeramente, ya sea por la aplicación, o por el tipo de contacto en concreto sobre el que se emplee esta clasificación. Los valores A y B normalmente son números enteros, caracterizándose por ser B, el valor de 1, y A un valor entre 2 y 3.5 [63].

Los cambios de régimen se manifiestan en las tasas de desgaste, aparte de en las variaciones en la fricción. En los regímenes de mayor espesor

de película, las zonas de deslaminación y de fisuración. Debido a la poca adherencia de las asperezas. De esta manera, la zona de contacto se desmorona por la conservación de los materiales. En la Figura 1.5, se muestra la magnitud del coeficiente de fricción en función de las condiciones de lubricación (ver los materiales).

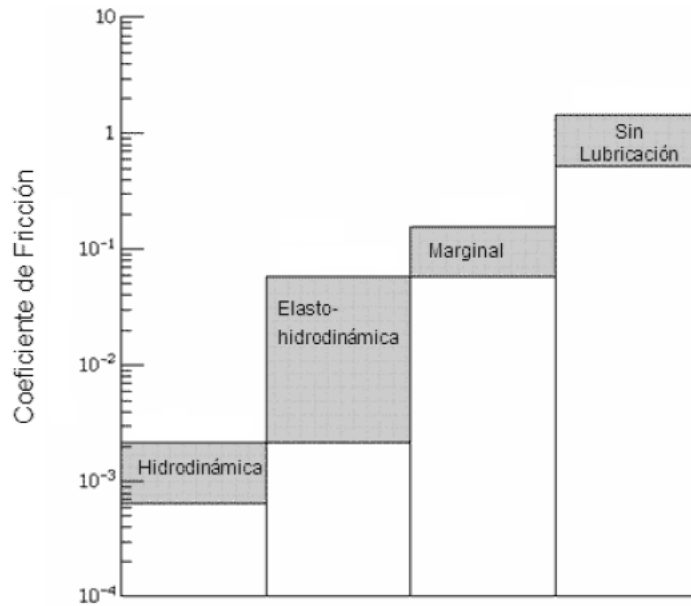


Diagrama de barras que muestra los coeficientes de fricción para varias condiciones de lubricación

Figura 1.5 Coeficiente de fricción en función de las condiciones de lubricación (Widman y Hamrock, 1997).

En la Figura 1.6, se muestran los diagramas de lubricación no lubricada y lubricada. El diagrama de lubricación no lubricada muestra un triángulo de fricción que se desmenuza ante el contacto. En ella, se muestra la característica de un contacto mecánico. En el diagrama de lubricación, aparece el valor del coeficiente de fricción  $f$ , que es la relación entre la fuerza tangencial  $F$ , necesaria para mantener un contacto relativo entre las superficies, y la carga normal  $P$  aplicada sobre el contacto:

$$f = \frac{F}{P} \quad (1.1)$$

El coeficiente de fricción  $f$  se define como el cociente entre la fuerza tangencial  $F$  (Sommerfeld), definido como la fuerza tangencial necesaria para mantener el contacto, y la carga normal  $P$  aplicada sobre el contacto:

$$S = \frac{\mu \cdot \Delta u}{P} \quad (1.2)$$

Siendo  $\mu$  el coeficiente de fricción lubricada, y  $\Delta u$  la diferencia de velocidades entre las superficies.

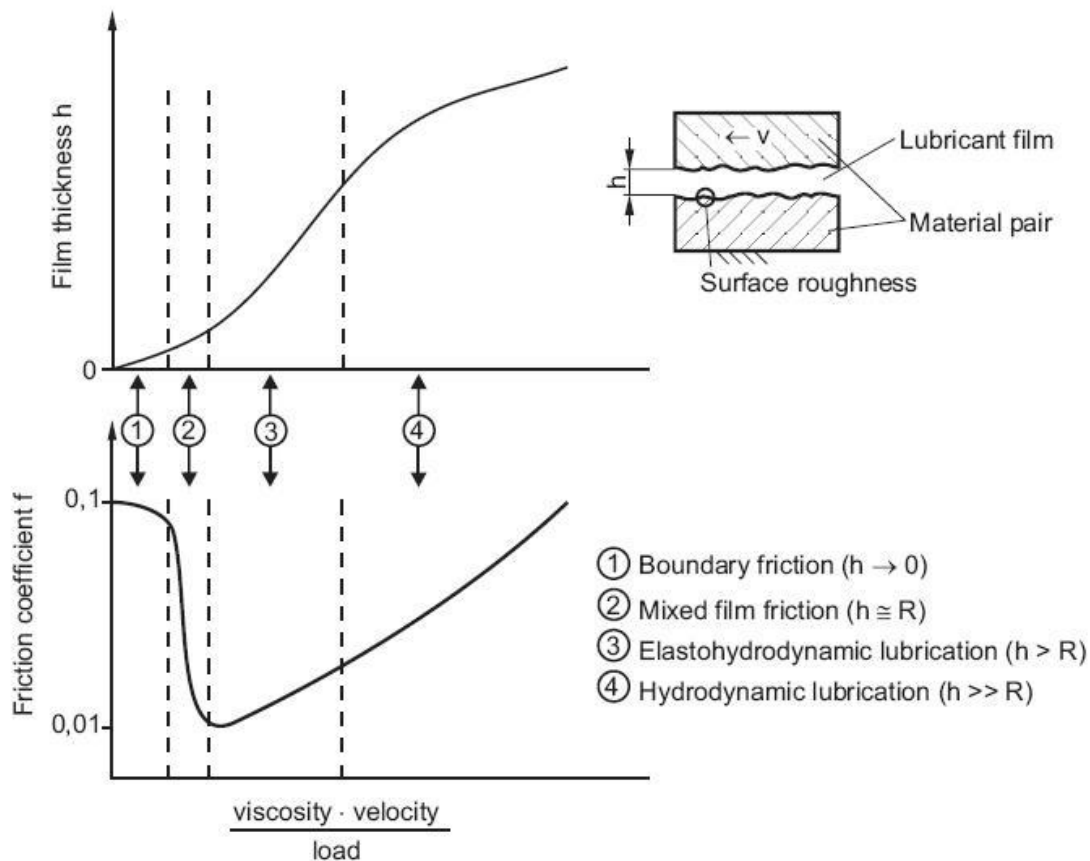


Figura 1.6. Regímenes de lubricación dados en la curva de Stribeck. (Mang y Dresel. Lubricants and lubrication. Weinheim 2007).

Por tanto, a partir de la curva de Stribeck (Figura 1.3), los regímenes de lubricación se identifican por un coeficiente adimensional, conocido como espesor específico de película o parámetro de Tallian ( $\lambda$ ) [64]. Este parámetro es adimensional, y relaciona el espesor de película ( $h$ ) con la rugosidad media de las superficies ( $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ ), estimándose el régimen de lubricación alcanzado. Que se produzca película completa, depende del espesor mínimo de película alcanzado ( $h_{min}$ ), y de la rugosidad equivalente de las superficies ( $\sigma$ ), definida como la media geométrica de la rugosidad RMS de las dos superficies [65, 66], tal y como se detallará en adelante en este capítulo.

$$\sigma = \sqrt{R_{q1}^2 + R_{q2}^2} \quad (1.3)$$

$$\lambda = \frac{h_{min}}{\sigma} = \frac{h_{min}}{\sqrt{R_{q1}^2 + R_{q2}^2}} \quad (1.4)$$

El número de Sommerfeld, engloba las variables que en el diseño de cojinetes, pueden ser especificadas por el diseñador:

- Viscosidad

- Carga por unidad de área proyectada de cojinete,  $P$
- Velocidad de rotación,  $N$
- Dimensiones del cojinete (chumacera) y del eje,  $r$ ,  $c$  (holgura radial) y  $L$  (longitud del cojinete).

Existen otras variables que no pueden ser controladas directamente en el diseño, como son:

- Coeficiente de rozamiento,  $\mu$
- Elevación de la temperatura,  $T$
- Flujo de lubricante,  $Q$
- Espesor mínimo de película,  $h_0$

Este método, es comúnmente aceptado, y permite calcular la potencia disipada, y diseñar el cojinete (chumacera), de manera que se obtenga la capacidad máxima de carga, necesitando para su resolución, el empleo de hasta 45 diagramas y seis tablas. Este método, basado en la ecuación de Reynolds (descrita a continuación), al no tener solución directa, necesitó de iteraciones para obtener el número de Sommerfeld, o modelos matemáticos de resolución más actuales, como los desarrollados en [67], realizando una aproximación numérica mediante el método de elementos finitos, combinado con diferentes técnicas de resolución de ecuaciones e inecuaciones variacionales no lineales. Por tanto, dada la complejidad de resolución para este tipo de ecuaciones, se pretende dar una herramienta sencilla que proporcione una solución aproximada que pueda implementarse en una hoja de cálculo, y que contemple un número mínimo de variables, como la desarrollada en [68]. El caso que se presenta en esta Tesis, existe una desalineación entre eje del propulsor con la chumacera, es decir, pérdida de coaxialidad de ambos elementos, produciendo una zona de contacto, añadiendo imprecisión en el apoyo, que además es la causa más común del aumento de vibraciones [69], por lo que se necesita tratar el problema de forma específica.

Además de este, existe otro método similar, desarrollado por M.D. Hersey, que se basa en el análisis dimensional, aplicado a cojinetes considerados infinitamente largos. Incorpora un factor de corrección desarrollado tras los experimentos de los hermanos McKee [70].

Tras esta breve introducción, se describirá con más detalle a continuación, los regímenes de lubricación existentes. Esta Tesis tiene como casos de estudio, una zona de lubricación de la chumacera considerada como hidrodinámica, y la zona de contacto  $2a$ , considerada límite.

### 1.2.3 Lubricación límite

Se produce normalmente, cuando la carga se incrementa, la velocidad decrece o exista un desajuste mecánico. En la curva de Stribeck (Figura 1.4), este fenómeno se representa en la izquierda de la curva. Las condiciones se asemejan a un contacto no lubricado, manifestándose muchos de los fenómenos del rozamiento seco. La lubricación límite (*boundary lubrication*) tiene las siguientes características [71]:

- El régimen tiene una alta complejidad, y está gobernado por la adsorción química o la cinética de las reacciones [72].

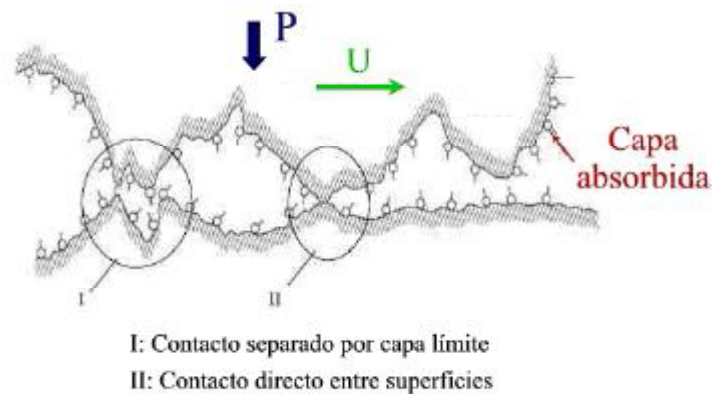


Figura 1.7. Capa adsorbida en régimen de lubricación límite.

- El aspecto más importante es la formación de una capa superficial de lubricante (Figura 1.7) que protege a los materiales del desgaste y de los daños en las superficies en contacto.
- La formación de estas películas se regula por la química entre el lubricante y las superficies.
- La efectividad en la minimización del desgaste se determina por algunas propiedades físicas de la película: el módulo elástico transversal, el espesor, la adhesión a las superficies, la cohesión del fluido, la temperatura de descomposición térmica o la solubilidad. Estas cualidades se suelen agrupar bajo la denominación de untuosidad (*oiliness* o *lubricity*).
- Las características viscosas del fluido juegan un papel secundario en este régimen de lubricación. Los aditivos mezclados en la base son fundamentales para proteger las superficies.

Los valores de coeficiente de fricción típicos en lubricación límite están comprendidos entre 0.3-1.

#### 1.2.4 Lubricación mixta

La zona de transición entre el régimen de lubricación límite, y el de lubricación elastohidrodinámica, ocupa una amplia zona de la curva de Stribeck, en la que se dan situaciones propias de la lubricación límite y elastohidrodinámica. Aunque existe el contacto sólido-sólido, con numerosos contactos entre las microasperezas de ambas superficies, también existe una película de lubricante en la mayor parte del área de contacto [72].

Por tanto, en la lubricación mixta coexisten las características de película límite, como son interacciones químicas entre el sólido y el fluido, con las propias de la zona elastohidrodinámica, como son las propiedades viscosas del aceite. La fuerza cortante es absorbida en este caso, tanto por la película de lubricante como por la superficie, lo que reduce notablemente la fricción y el desgaste con respecto a lubricación límite.

Según se incrementa la velocidad, o bien se reduce la carga, el coeficiente de fricción disminuye hasta alcanzar un mínimo. Aproximadamente en este mínimo se produce el cambio de régimen hacia la lubricación elastohidrodinámica, tal y como se observa en la curva de Stribeck.

#### 1.2.5 Lubricación Elastohidrodinámica (EHD)

Muchos de los contactos mecánicos lubricados presentes en sistemas de máquinas, se diseñan para poder trabajar en régimen de lubricación EHD, es decir, para trabajar altamente cargados y con áreas de contacto reducidas, provocando en algunos casos presiones que alcanzan en la zona de contacto, del orden del  $GPa$ , con movimientos relativos entre varios de sus componentes, y espesores de película del orden de 1 a  $3.5 \mu m$  [65], haciendo que los gradientes de velocidad de deslizamiento sean muy elevados. Cuando se alcanzan presiones tan elevadas, se provoca un incremento muy acusado de la viscosidad del lubricante, rigidizándolo hasta tal punto, que se pueden producir deformaciones elásticas de los sólidos que alcanza valores del orden del espesor de película.

Observando la curva de Stribeck, tras alcanzarse un mínimo de fricción, existe un espesor suficiente de película ( $\lambda \approx 3.5$ ) con el que se garantiza la lubricación necesaria para que no se encuentre en situación de lubricación mixta o límite, es decir, que no existan contactos entre los sólidos, formándose una película uniforme de lubricante entre las superficies, reduciendo el desgaste hasta niveles normales de trabajo.

De manera general, el aumento del Sommerfeld, supone un incremento del coeficiente de fricción. Esto no es siempre así, ya que si entran en juego otros efectos (calentamiento, reología,...), el coeficiente de fricción podría mantenerse estable, o incluso disminuir al aumentar la velocidad. En cambio, una disminución del Sommerfeld, disminuye la fricción hasta el mínimo, aunque esto implica aproximarse al régimen de lubricación mixta.

La frontera en la que se consideran diferentes regímenes o regiones de comportamiento, viene dado por la consideración de la deformación elástica de los sólidos, y el comportamiento piezoviscoso del lubricante.

Se considera el caso de régimen hidrodinámico cuando la deformación de los sólidos es despreciable y la viscosidad no se ve afectada por las bajas presiones de contacto. Es característico sobre todo en cojinetes, donde las presiones son del orden los de los Megapascales, mientras que el régimen elastohidrodinámico es típico en contactos altamente cargados como los engranajes o los rodamientos donde se pueden alcanzar presiones del orden de los Gigapascales, o cuando se producen contactos puntuales indebidos que generen dichas presiones altas y deformaciones en el material. En la lubricación elastohidrodinámica, se caracteriza por películas muy finas de lubricante, y áreas de contacto muy reducidas. Por otra parte, los contactos EHD, pueden clasificarse también en función de las condiciones de funcionamiento, carga, velocidad, radio de curvatura de contacto, etc., en estacionarios, cuando dichas condiciones no varían con el tiempo, y en transitorios, en caso de que si lo hagan.

En función de la geometría de los sólidos, se consideran dos tipos de contacto, simplificando la problemática posible, los de contacto lineal y los de contacto puntual <sup>[73]</sup>. En general, los lineales presuponen que los elementos de contacto se consideran infinitamente largos en una dirección del espacio, y que por tanto, el contacto tiene lugar en un área infinitamente larga. En los puntuales, el contacto tiene lugar en una región elíptica finita. Como caso particular de los contactos puntuales se encuentran los contactos de área circular, y en los cuales se centra el estudio presentado en esta Tesis Doctoral, considerándolo en régimen estacionario, pese a que los elementos de máquinas, suelen trabajar generalmente bajo condiciones transitorias, y aplicando una metodología nueva, que se contrasta con los resultados obtenidos con otros métodos comúnmente aceptados, tal y como se verá a lo largo del trabajo presentado.



### 1.2.6 Lubricación hidrodinámica

El primero en explicar el fenómeno de la fricción y en elaborar la teoría hidrodinámica del engrase, fue el destacado científico ruso, llamado Petrov (1883), y a quien se atribuye el análisis de un grupo de parámetros adimensionales que explican el comportamiento bajo carga de superficies en contacto. El método de análisis de Petrov actualmente pocas veces se emplea, pero es importante porque define grupos de parámetros adimensionales, y porque el coeficiente que predice esta ley resulta aceptable, aún cuando el eje no sea coaxial con el cojinete o chumacera. La expresión que se muestra a continuación, se conoce como la ley de Petrov <sup>[74]</sup>:

$$f = 2\pi^2 \frac{\mu N r}{P c} \quad (1.5)$$

donde,

f: Coeficiente de fricción.

P: Presión debida a la carga por unidad.

N: Revoluciones de giro del eje (rps).

r: radio del eje.

c: Holgura.

$\mu$ : Viscosidad dinámica.

Las cantidades " $\mu N/P$ " y " $r/c$ " son parámetros muy importantes en el estudio de la lubricación, y son adimensionales <sup>[70]</sup>. La primera cantidad actualmente se conoce como *número característico del cojinete*, y fundamental para los estudios posteriores realizados por Stribeck, y los hermanos McKee quienes describen en curvas, el comportamiento de la fricción según la velocidad de deslizamiento  $U$ , holgura del cojinete  $h$ , la viscosidad  $\mu$ , la velocidad rotacional del eje  $N$ , y la presión ejercida por la carga  $P$ . El número también es usado para obtener el número de Sommerfeld, como solución numérica a la ecuación de Reynolds que a continuación se expone, elaborada por Raimondi y Boyd, publicada en 1958 en tres artículos de Trans. ASLE, presentados a través de 45 diagramas y seis tablas <sup>[75]</sup>.

La Lubricación Hidrodinámica se caracteriza generalmente por tener dos superficies en movimiento relativo arrastrando un fluido viscoso a un espacio convergente en una zona del eje, que es capaz de generar una cuña de fluido a presión, capaz de la carga a la que se halla sometido el contacto.

Este régimen corresponde a la *zona 4* de la Figura 1.6, en donde se supone un valor alto de la relación  $\eta \cdot \Delta u/P$ , y al existir un espesor

suficiente de película (valores típicos de 5 a 500  $\mu\text{m}$ ) [76], no existe contacto sólido-sólido entre las superficies (cuyos acabados superficiales se encuentren en un orden de magnitud menor a 1 $\mu\text{m}$ ). El coeficiente de fricción es muy reducido en esta zona ( $\mu \approx 0,001$ ).

Las condiciones para que sea posible la formación de la película hidrodinámica son las siguientes:

- Que la holgura entre las superficies sea mayor que las rugosidades.
- Que las superficies tengan movimiento relativo.
- Que las superficies no sean paralelas
- Que el fluido sea viscoso y untoso.

Los factores que afectan el establecimiento de la Película Fluida o Hidrodinámica son:

- Viscosidad.
- Velocidad.
- Carga.
- Acabado Superficial.
- Diámetro, longitud y tolerancias.
- Alimentación del lubricante.

En el punto 1.3, se definirá la viscosidad dinámica como la relación existente entre el esfuerzo contante realizado (fuerza de fricción) y el gradiente de velocidad existente entre las superficies en movimiento.

En la Lubricación Hidrodinámica se parte de la Ecuación de Reynolds [77], se consideran los sólidos indeformables y la viscosidad del aceite a presión ambiente. La Teoría Hidrodinámica responde a una lubricación ideal, pero está demostrado que para cargas no muy elevadas es una buena aproximación al problema.

El trabajo de Reynolds constituye la base de la teoría matemática actual, dedicada a estudiar el fenómeno de lubricación hidrodinámica, siendo su gran aporte, la formulación de la ecuación diferencial asociada con éste régimen de lubricación [70], la cual puede ser escrita de la siguiente manera [77]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x} + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1.6)$$

donde,

h : Espesor de la película lubricante en el punto (x, y)

p : Presión de la película lubricante en el punto (x, y)

$\mu$  : Viscosidad dinámica del lubricante

U : Velocidad relativa de las superficies

t : Tiempo

La teoría hidrodinámica de Reynolds se fundamenta en aplicar una serie de hipótesis a las ecuaciones de Navier-Stokes [78, 79] de entre las que destacan las siguientes:

1. La película de fluido es muy delgada en comparación con los radios de curvatura del cojinete, por lo que el cojinete podía suponerse plano, despreciando dicho radio de curvatura.
2. El lubricante responde a la ley de Newton de movimiento de un fluido viscoso.
3. Se desprecian las fuerzas de inercia del lubricante, así como el peso y las fuerzas magnéticas.
4. Se supone que el fluido es incompresible. La densidad del fluido y su viscosidad se consideran constantes a lo largo del espesor de película.
5. La presión es constante en la dirección axial (espesor). Como el espesor de película es muy pequeño, la variación de presión dentro de ese espesor se considera despreciable. Esta consideración puede dejar de ser cierta cuando se tienen en cuenta las propiedades elásticas del fluido.
6. El flujo es laminar. Suponer que no se producen turbulencias resulta acertado salvo para cojinetes muy grandes y velocidades muy elevadas.
7. El fluido se adhiere a las superficies sólidas. Es decir, la velocidad de la capa de lubricante adyacente a cada superficie, coincide con la velocidad de ésta.
8. Las superficies son rígidas. No se deforman bajo la presión del contacto.

A partir del equilibrio en un elemento diferencial (Figura 1.8), de las que se obtienen las ecuaciones de Navier-Stokes, se pueden obtener las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \mu \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (1.8)$$

Que relacionan el gradiente de la presión ( $p$ ) con las segundas derivadas espaciales de las velocidades en las direcciones  $X$  e  $Y$  ( $u$ ,  $v$ ).

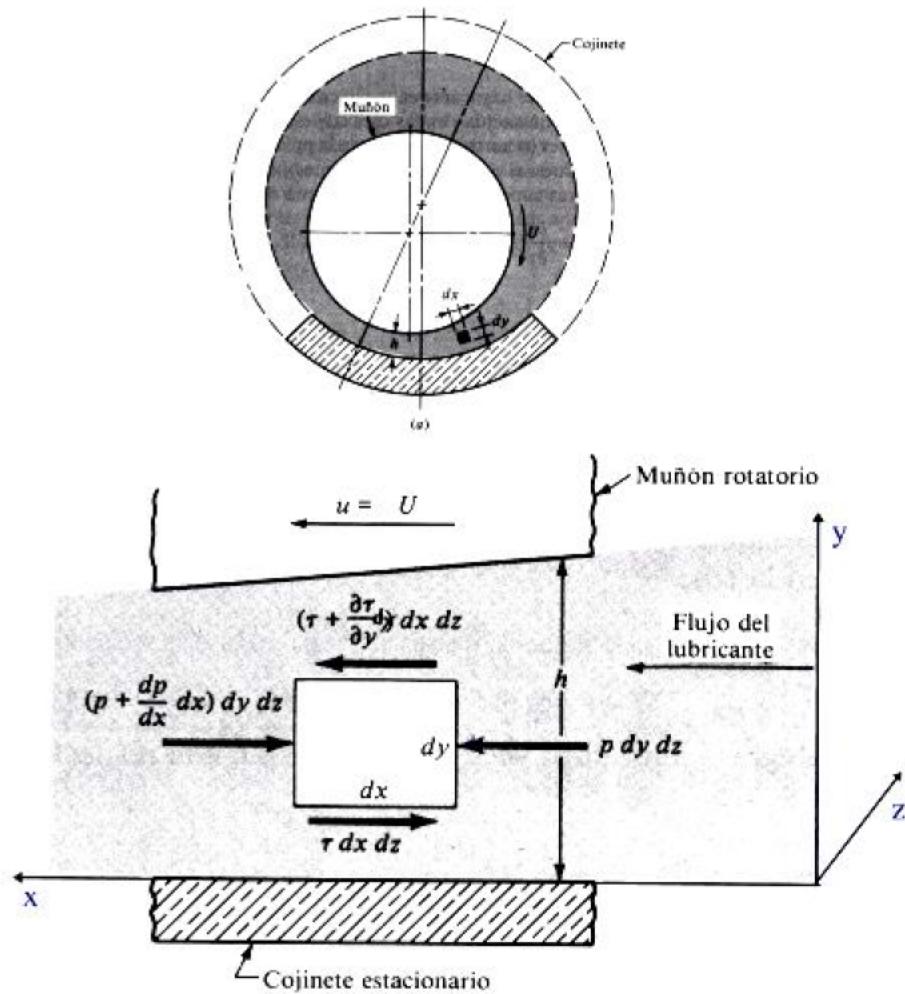


Figura 1.8 lif h in nica.

las hipótesis ante el flujo del fluido en un canal plano, la ecuación de Reynolds, la ecuación de Reynolds (1.8) es una dimensión [75]:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{dp}{dx} \right) = 6U \frac{dh}{dx} \quad (1.9)$$

Para la ecuación dada con la Mecánica de Fluidos [81], se puede derivar la ecuación de Reynolds, o sea, la relación que se deriva a la hélice, en relación con la ecuación de Reynolds, el gradiente de velocidades, y la ecuación de Reynolds, la ecuación de Reynolds, la ecuación de Reynolds en los ejes del plano  $xy$  considerado en la Figura 1.9.

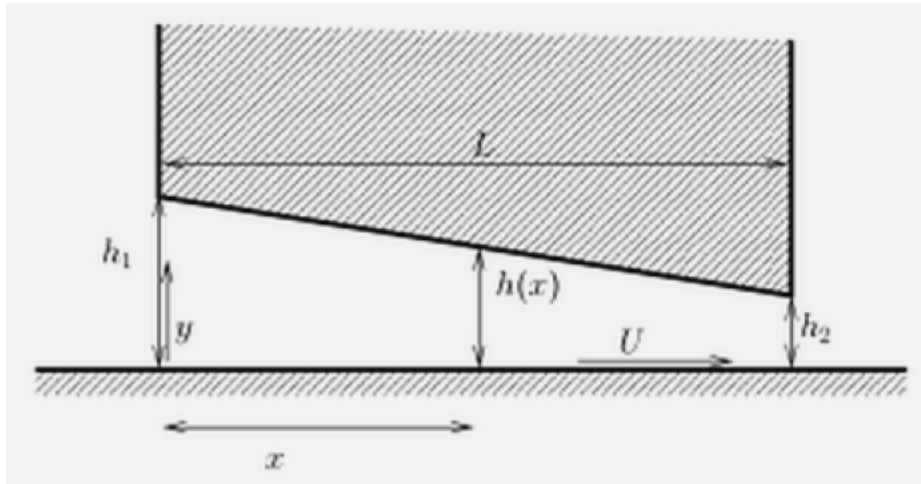


Figura 1.9 Ilustración de un lubricante en un contacto de tipo cuña.

La fuerza de fricción total sobre el conjunto placa-cilindro es el producto de la fuerza por el área [80], es:

$$F_f = \int_0^L \tau dx = -2\mu U \left( \frac{L}{h_1 - h_2} \right) \left( 2 \ln \frac{h_1}{h_2} - 3 \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \right) \quad (1.10)$$

donde:

$h_1$ : altura de la película de lubricante en el extremo izquierdo.

$h_2$ : altura de la película de lubricante en el extremo derecho.

$\mu$ : viscosidad dinámica del lubricante.

$L$ : longitud del contacto.

La longitud "L" es la longitud del contacto entre las superficies "h".

### 1.3 Viscosidad

Los líquidos que se encuentran en un estado de flujo laminar pueden ser clasificados en dos tipos: líquidos newtonianos y líquidos no newtonianos. Los líquidos newtonianos son aquellos que su viscosidad depende únicamente de la temperatura y no de la velocidad de deformación. Los líquidos no newtonianos son aquellos que su viscosidad depende también de la velocidad de deformación. Los líquidos no newtonianos pueden ser clasificados en tres tipos: líquidos pseudoplásticos, líquidos dilatantes y líquidos viscoelásticos [81, 82].

#### Viscosidad dinámica ( $\mu$ ):

La viscosidad dinámica es una propiedad de los fluidos que depende de la temperatura y de la naturaleza del fluido. Se define como la fuerza por unidad de área necesaria para mantener una capa de fluido en movimiento relativo a otra capa de fluido que está en reposo. La viscosidad dinámica se mide en unidades de fuerza por unidad de longitud por unidad de velocidad de deformación.

una velocidad  $U_1$  respecto a la superficie inferior. El fluido debe aplicar una fuerza  $F$  para vencer la fricción interna de las capas.

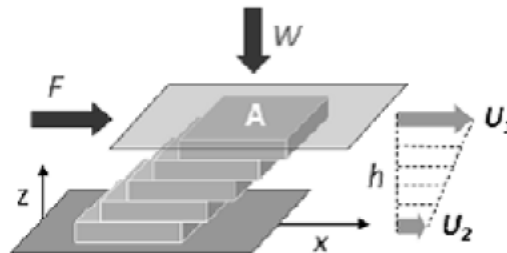


Figura 1.10. Diagrama de un fluido entre dos placas paralelas.

Definición: El esfuerzo cortante  $\tau$  (shear stress) se define como el esfuerzo interno por unidad de área que se aplica a una superficie  $A$ .

$$\tau = \frac{F}{A} \quad (1.11)$$

El gradiente de velocidad  $\gamma$  (shear rate) se define como la velocidad de deslizamiento ( $\Delta u$ ) entre las superficies ( $h$ ).

$$\gamma \approx \frac{\Delta u}{h} = \frac{U_1 - U_2}{h} \quad (1.12)$$

El coeficiente de viscosidad  $\eta$  (viscosity) se define como la relación entre  $\tau$  y  $\gamma$ . Esta definición se relaciona con la que hizo Newton de la viscosidad en 1687.

$$\tau = \eta \frac{\partial u}{\partial z} = \eta \gamma \quad (1.13)$$

Viscosidad cinemática ( $\nu$ ):

Se define como la viscosidad  $\eta$  dividida por la densidad ( $\rho$ ) del fluido:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (1.14)$$

La unidad de viscosidad cinemática en el sistema CGS es el centímetro cuadrado por segundo (cm<sup>2</sup>/s). En el sistema SI, la unidad es el metro cuadrado por segundo (m<sup>2</sup>/s). En el sistema CGS, la unidad de viscosidad es el poise (P) y por el gran poise (Gp), la unidad de viscosidad es el centipoise (cSt).

La viscosidad de un lubricante depende fuertemente de tres factores: temperatura, presión y velocidad de cizalla. En el Capítulo 3, se estudiará cómo el coeficiente de viscosidad de un lubricante, está relacionado como función de la presión y la velocidad de cizalla.

Cuando el lubricante no se ve afectado por los efectos de la velocidad de cizalla se conoce como comportamiento Newtoniano, por el contrario si la velocidad de cizalla afecta a la viscosidad el comportamiento es no-Newtoniano.

#### 1.4 Contacto mecánico. Teoría Hertziana

Rudolph Hertz propuso la teoría que permite conocer, el tamaño de la huella de contacto y el campo de presiones, mediante los ensayos de indentación, que consisten en la aplicación de una cierta carga  $P$  sobre la superficie del material ensayado, utilizando como elementos de contacto esferas de un material rígido. Este tipo de ensayos, también llamados Brinell, han sido tradicionalmente utilizados para estudiar la deformación plástica de materiales dúctiles, como los metales [83]. La teoría de Hertz surge a raíz de sus estudios sobre la influencia de las deformaciones elásticas de dos lentes en contacto en su diagrama de interferencias. Actualmente, también se ha extendido su utilización a materiales duros y frágiles, incluso a materiales cerámicos tenaces [84, 85]. En otro tipo de ensayos, en los que se usan elementos puntiagudos como materiales de contacto o impresores, como en los ensayos Vickers, o Knoop, por ejemplo, existe una mayor concentración de tensiones alrededor de la punta, provocando deformación plástica desde el inicio del contacto. Sin embargo, en los ensayos denominados de Hertz, existe siempre un cierto rango de cargas para el que la deformación es exclusivamente elástica. La teoría de Hertz permite simular cualquier tipo de contacto real, siempre y cuando el radio del impresor sea muy superior a la zona de contacto y se seleccione adecuadamente la carga aplicada al objeto, para de esa manera ejercer una determinada presión de contacto. Hertz basó su teoría apoyándose en las siguientes hipótesis:

- El área de contacto es considerablemente pequeña, en torno a 100 veces menor que el radio de curvatura del compresor. Esto hace que los cuerpos puedan considerarse como semiespacios infinitos.
- Las deformaciones obtenidas, son menores que el área de contacto entre las dos piezas.
- Se consideran las superficies completamente lisas.

El problema del contacto elástico entre dos cuerpos ha sido ampliamente tratado en la literatura [7, 85, 86, 87, 88], debido a su interés teórico y práctico. La solución analítica correspondiente al caso de superficies de revolución se debe a Hertz y data de 1882 [89, 90].

En general para la mayoría de los contactos posibles, dadas unas formas determinadas, se pueden reducir a dos casos, a un contacto entre una esfera y un plano (contacto puntual), y al contacto entre un cilindro y un plano (contacto lineal). El contacto puntual es típico en los rodamientos de bolas, y el lineal se suele dar en engranajes, por ejemplo.

A continuación, se va a presentar la teoría de contacto mecánico seco basada en la teoría de Hertz (1882).

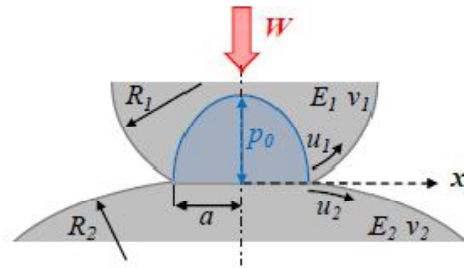


Figura 1.11. Contacto puntual bola-bola con los parámetros característicos de funcionamiento.

Según la teoría hertziana, en un contacto de tipo puntual-circular entre dos cuerpos sólidos (bola-bola o bola-plano) elásticos, cuando dos elementos mecánicos están en contacto con una fuerza normal determinada al plano considerado, que los comprime el uno contra el otro, y sin lubricante que evite su contacto físico (contacto seco), se produce una deformación elástica de las superficies que define un área de contacto, y un campo de presiones en el contacto, y de valor máximo  $p_0$ .

$$p_0 = \frac{3W}{2\pi a^2} \quad (1.15)$$

donde  $a$  es el radio de la huella circular, o área de contacto producida por la deformación elástica de los dos sólidos (en el caso bidimensional se denominará en adelante, semiancho de contacto). La distribución de presión tiene la forma de un semielipsoide para un dominio  $xy$  bidimensional:

$$p = p_0 \sqrt{\frac{x^2+y^2}{a^2}} \quad | \quad p(x, y) = p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2}} \quad (1.16)$$

Por otra parte, el valor del semiancho de contacto hertziano  $a$ , resulta a su vez dependiente de la carga, de las propiedades elásticas de los sólidos, y de la geometría del contacto según la siguiente expresión:



$$a = \sqrt[3]{\frac{3WR}{2E'}} \quad (1.17)$$

donde  $E'$  representa el módulo reducido de Young de los dos cuerpos:

$$E' = \frac{2}{\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}} \quad (1.18)$$

Siendo  $\nu_1$  y  $\nu_2$  los módulos de Poisson, y  $E_1$  y  $E_2$  los módulos elásticos de los cuerpos 1 y 2 respectivamente. El parámetro  $R$  representa el valor del radio equivalente definido como:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (1.19)$$

Con  $R_1$  y  $R_2$  los radios de curvatura de las superficies 1 y 2 respectivamente. El radio de curvatura  $R$  de una superficie depende de la dirección en la que realicemos la medida, pero en el caso de un contacto puntual, el radio equivalente en la dirección de rotación  $x$  y su eje perpendicular y son iguales, y por tanto,  $R_x=R_y$ .

El uso de las variables reducidas  $E'$  y  $R$ , permite establecer un problema con cualquier contacto seco puntual, y con distintos materiales, a uno equivalente más simple, de tipo contacto bola-plano ( $R_2=\infty$ ), con materiales homogéneos ( $E=E''$ ) [91]. De esta manera se logra una simplificación de las ecuaciones del problema.

En el contacto lineal (Figura 1.12), la geometría del área de contacto es un rectángulo de semiancho  $a$  y longitud  $L$  ( $L \gg a$ ,  $L \rightarrow \infty$ ). El valor del semiancho de contacto para la teoría hertziana se calcula a partir de la expresión (1.20).

$$a = \sqrt{\frac{8WR}{L\pi E'}} \quad (1.20)$$

Siendo  $W/L$  la carga por unidad de longitud.

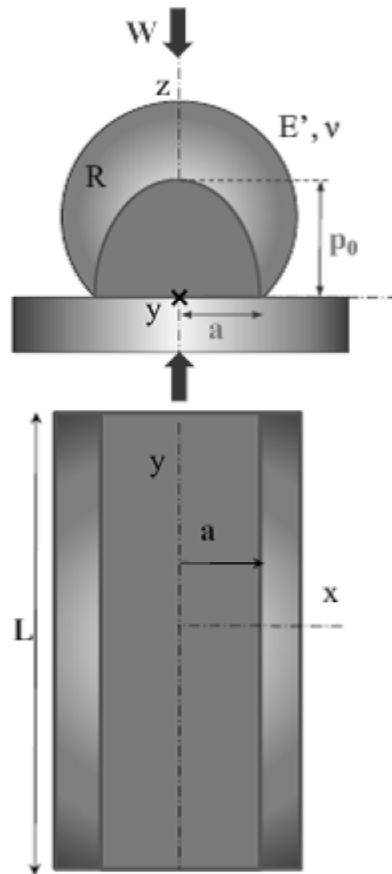


Figura 1.12 : u n c o lineal.

La presi3n,  $p$  responde a un valor de presi3n m3ximo  $p_0$ .

$$p(x) = p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \quad \text{con} \quad p_0 = \sqrt{\frac{WE'}{2L\pi R}} \quad (1.21)$$

$$p(x) = \frac{2P}{\pi a} \sqrt{a^2 - x^2} \quad (1.22)$$

$$p_0 = \sqrt{\frac{PE'}{\pi R}} \quad (1.23)$$

este caso igualmente, se considera el punto de contacto equivalente  $R$  como la curvatura  $R_1$  y  $R_2$  haciendo el radio de contacto equivalente  $R$ :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (1.24)$$

una funci3n de presi3n que depende de las superficies de contacto: Y un valor de presi3n m3ximo  $p_0$ .

$$\frac{1}{E} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{\nu_2^2}{E_2} \quad (1.25)$$

## 1.5 Mandrinado

El mandrinado se puede definir como un método u operación de mecanizado por el que se agrandan o mejoran agujeros de piezas ya realizados, obteniéndose una mejor precisión dimensional, y una menor rugosidad superficial [92, 93]. El mandrinado de piezas simétricas en rotación se suele realizar en un torno.

*Mandrinado de precisión:* Tiene como objeto terminar un agujero existente y mejorar tolerancia, posición y acabado superficial de alta calidad.

*Desbaste:* mecanizar un agujero existente enfocado hacia el arranque de metal con objeto de ampliar agujeros creados previamente con métodos como premecanizado, fundición, forja, oxicorte, etc, como preparación para el acabado. Tolerancia de agujero mayor o igual que IT9.

*Acabado:* mecanizar un agujero existente, y mejorar tolerancia y acabado superficial de alta calidad. Profundidad de corte reducida, normalmente inferior a 0.5 mm. Tolerancia de agujero entre IT6 y IT8.

*Fresado:* El fresado consiste principalmente en el corte del material que se mecaniza con una herramienta rotativa de varios filos, que se llaman dientes, labios o plaquitas de metal duro, que ejecuta movimientos en casi cualquier dirección de los tres ejes posibles en los que se puede desplazar la mesa donde va fijada la pieza que se mecaniza [68].

*Escariado:* Se llama escariado a un proceso de arranque de viruta o una operación de mecanizado que se realiza para conseguir un buen acabado superficial con ciertas tolerancias dimensionales, o bien simplemente para agrandar agujeros que han sido previamente taladrados con una broca a un diámetro un poco inferior [94].

Según el tipo de mandrinado a realizar, este se podrá realizar en diferentes tipos de máquinas de herramientas. La elección del tipo de herramienta está en función principalmente de las dimensiones y calidad del agujero, así como al material, forma y cantidad de piezas a mandrinar. Por otra parte, la limitación de las condiciones de corte en el mandrinado viene impuesta por la rigidez y el voladizo que pueda tener la herramienta, para evitar vibraciones excesivas que comprometan la calidad y precisión del agujero [95].

Sobre la máquina se han de tener además en cuenta aspectos como el tipo de acoplamiento del husillo, su velocidad (rpm), y su refrigeración, así como la estabilidad, potencia y el par necesarios.

l porta- r ancí nad u nandril  
 ec d s lo para el é o nado  
 c : de man rinar l 8].

tos de edición. Son aq llos que r las dimensiones  
 de it é omo los que pe estimar  
 d erminado u o i ad los que  
 i m nt tan peque s e s n visibles  
 s i o d sup f s e a pieza  
 mecánica.

emplo de ello e el reloj comparador le cuadrante, el  
 cual c i n e r ajos o j qu lifica el  
 vimiento del l usillo o vir ento circular de las  
 a é circulares pe m t obtener  
 a j ñ imas o a é límetro  
 (micras) [96, 97].

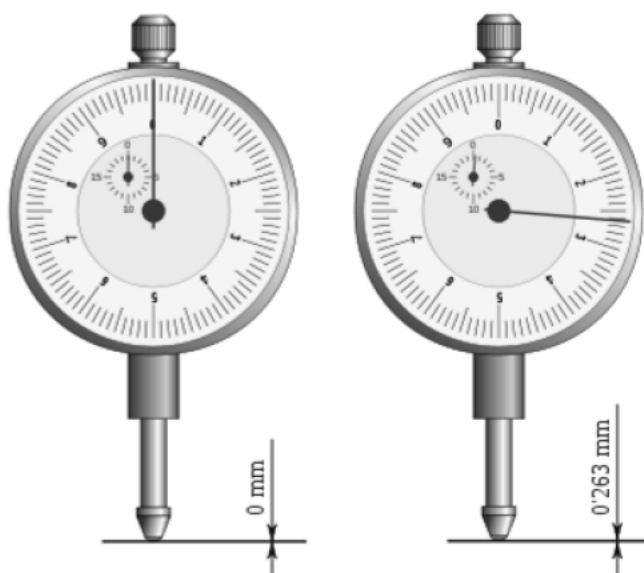


Figura 1.13 ad r d ante.

or medir l redondez E a Figura 1.14 ecia que para la  
 ec l línea circ en i é estar  
 cia for : írculos  
 c una i tencia d o de dimensión t [97, 98].

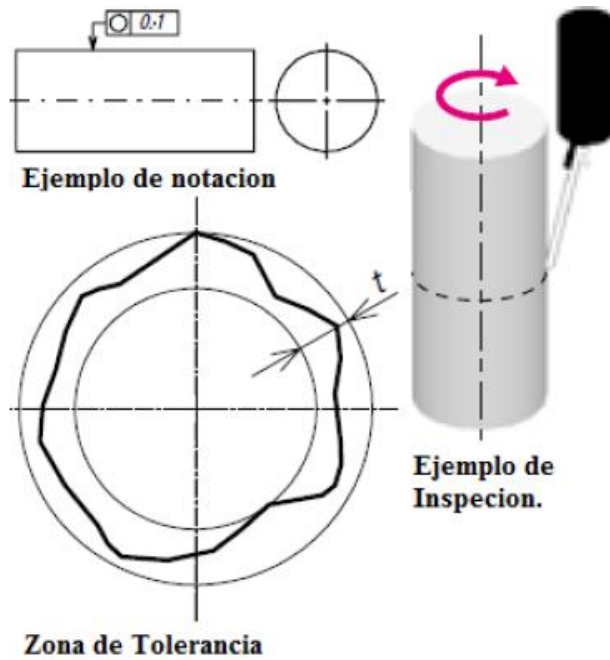


Figura 1.14. Medición de la redondez.

Instrumentos medidores de redondez. Para medir la redondez es necesario realizar una rotación, bien sea de la pieza o del palpador mediante el uso de un sensor de pequeñas deformaciones, el transformador diferencial de variación lineal (LVDT) que detecta los desplazamientos lineales. La determinación de la redondez se realiza entonces a partir de la evaluación de irregularidades características (ondulaciones y distancias pico-valle) y surgen en la pieza como consecuencia de las operaciones de mecanizado. Los instrumentos medidores de redondez son de dos tipos básicos, (ver Figura 1.15); de mesa giratoria, en los que gira la pieza, mientras el palpador permanece estacionario en contacto con ella, y de palpador giratorio, en el cual la pieza permanece estacionaria, mientras el palpador gira en torno a ella, contactándola en su superficie [96, 97].

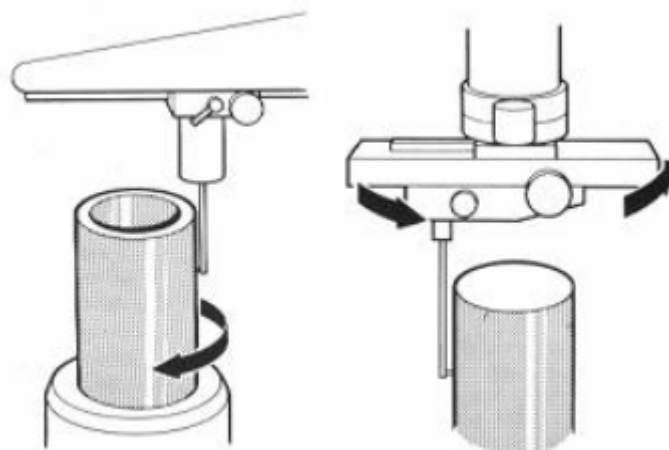


Figura 1.15. Formas de medición de redondez: con mesa giratoria o con palpador giratorio.

Ajuste antes de la medición de redondez. En la Figura 1.16, se observa una compensación del desplazamiento (excentricidad), entre el eje de la mesa giratoria del banco de pruebas y el de la pieza ensayada que produce como resultado una distorsión de la forma de medición y en consecuencia produce un error en el cálculo del valor de redondez. Cuanto mayor es la excentricidad, mayor es el error en la redondez calculada. Por lo tanto, la pieza ensayada debe estar centrada (ejes coincidentes) antes de la medición. Algunos verificadores de la redondez apoyan la medida exacta con una corrección en la función del *error del Limaçon*, que es la curva descrita por un punto de una circunferencia que, sin deslizarse, rueda alrededor de otra circunferencia de igual radio, también conocida como Caracol de Pascal, en honor de Etienne Pascal [99]. La eficacia de esta función se puede ver en el gráfico siguiente [97].

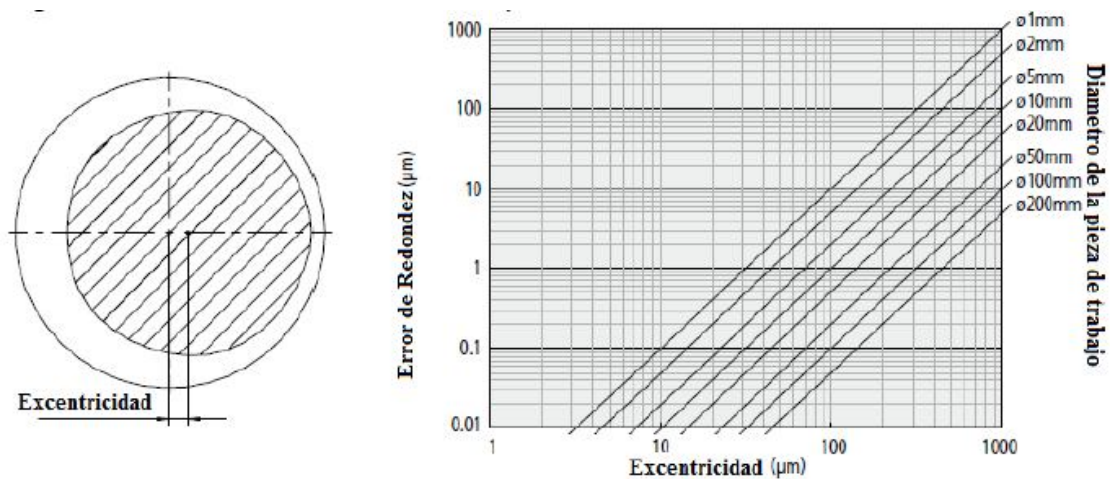


Figura 1.16. Efecto de la función de compensación de excentricidad.

Efecto de la configuración del filtro en el perfil medido. En la Figura 1.17, se observa que los valores de redondez medida se ven muy afectados por la variación del valor de corte del filtro. Es necesario configurar el filtro adecuado para la evaluación requerida.

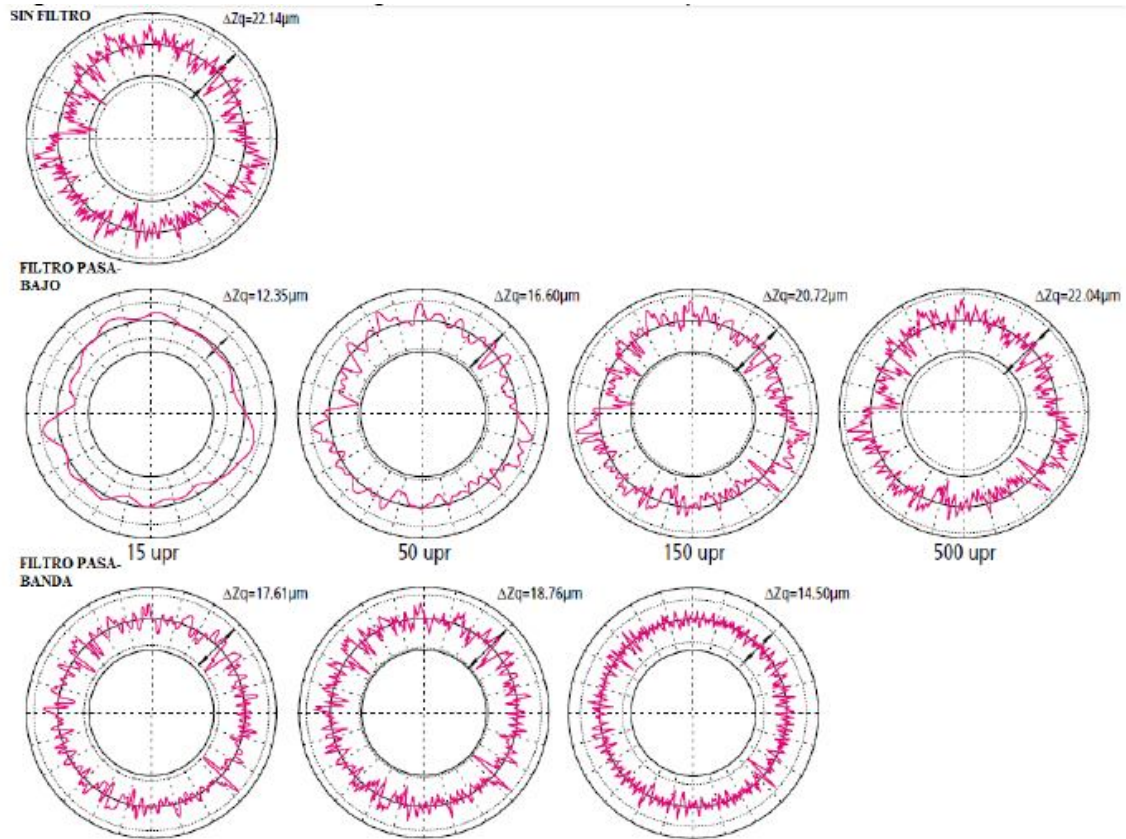


Figura 1.17. Efecto de la configuración del filtro en el perfil.

Nivelación. Cualquier inclinación del eje de un objeto con respecto al eje rotatorio del instrumento de medida causará un error elíptico (Ver Figura 1.18). La nivelación debe ser realizada de modo que estos ejes sean suficientemente paralelos [98].

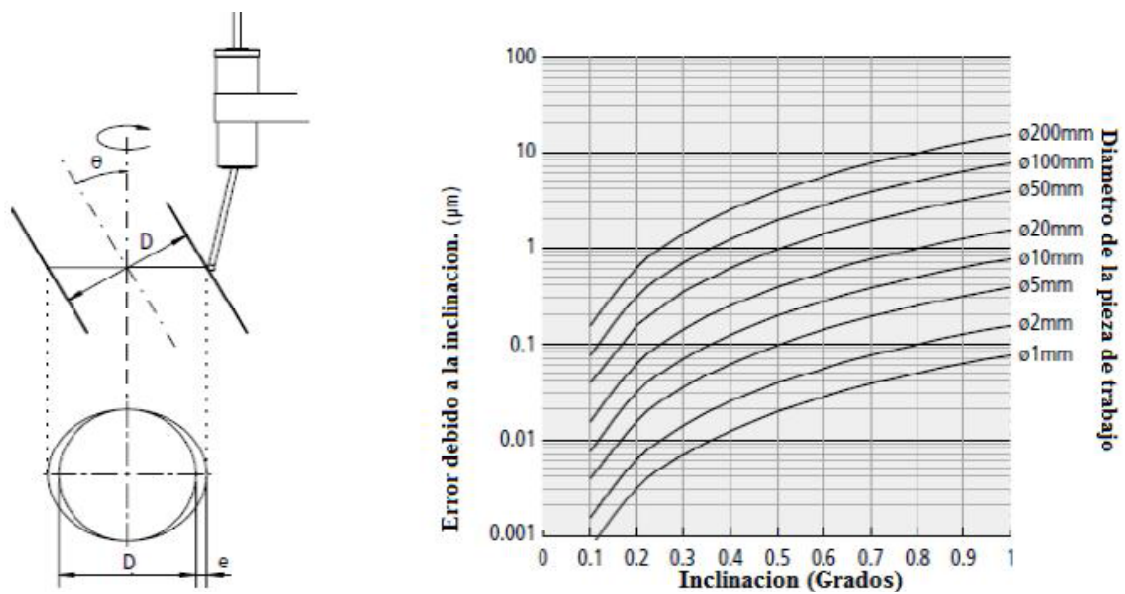


Figura 1.18. Inclinación contra el error elíptico.

Evaluación de redondez perfil medido. Los medidores de redondez, usan los datos de medición para generar círculos de referencia, cuyas

dimensiones definen el valor de redondez. Existen cuatro métodos para generar estos círculos, como se puede ver en la Tabla 1.1. Cada método tiene características individuales con respecto al resto, de modo que el método escogido debe ser el que mejor se acopla a la funcionalidad de la pieza ensayada [98].

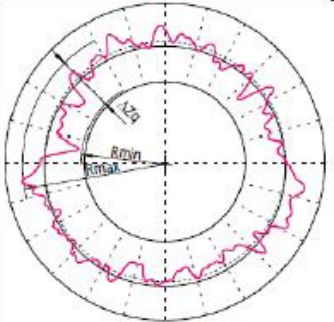
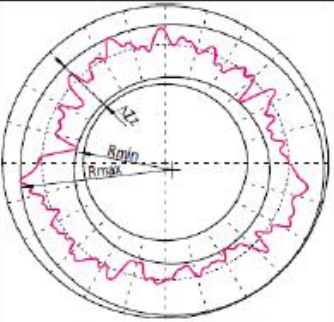
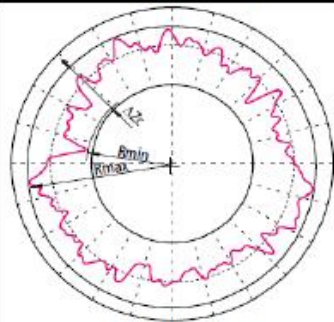
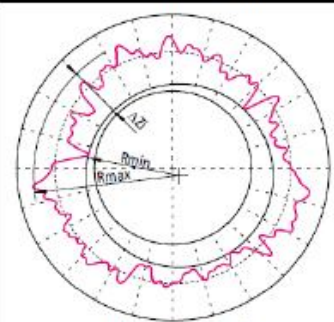
METODO.	GRAFICA.	CARACTERISTICAS.
<p>Círculo de mínimos cuadrados (LSC: Least Square Circle)</p>	 <p><math>\Delta Zq = Rmax - Rmin</math></p>	<p>Un círculo es ajustado al perfil medido, de modo que la suma de los cuadrados de los alejamientos de los datos del perfil desde este círculo es un mínimo. El valor de redondez es entonces definido, como la diferencia entre los máximos alejamientos del perfil desde este círculo (pico más alto a valle más bajo).</p>
<p>Círculo de zona mínima (MZC: Minimum Zone Circles)</p>	 <p><math>\Delta Zz = Rmax - Rmin</math></p>	<p>Dos círculos concéntricos son posicionados para encerrar el perfil medido tal que su diferencia radial es un mínimo. El valor de redondez es entonces definido como la separación radial de estos dos círculos</p>
<p>Mínimo círculo circunscrito (MCC: Minimum Circumscribed Circle)</p>	 <p><math>\Delta Zc = Rmax - Rmin</math></p>	<p>El círculo más pequeño que puede encerrar el perfil medido es creado. El valor de redondez es entonces definido como el máximo alejamiento del perfil desde este círculo. Este círculo es referido algunas veces como el círculo del anillo patrón.</p>
<p>Máximo círculo inscrito (MIC: Maximum inscribed Circle)</p>	 <p><math>\Delta Zi = Rmax - Rmin</math></p>	<p>El mayor círculo que puede ser encerrado por los datos del perfil es creado. El valor de redondez es entonces definido como el máximo alejamiento del perfil desde este círculo. Este círculo es referido algunas veces como el círculo del perno patrón.</p>

Tabla 1.1. Evaluación de redondez perfil medido.



-Rugosidad superficial: La rugosidad final de la pieza mecanizada, es muy importante porque incide en el buen funcionamiento, rendimiento y duración. Esta es el conjunto de las irregularidades superficiales, formadas por las crestas del perfil y sus valles adyacentes, de paso relativamente pequeño, correspondiente a las huellas dejadas en la superficie real tras su elaboración o mecanizado. El perfil  $z(x)$  de una superficie puede obtenerse mediante un rugosímetro, siendo  $z$  la altura de la cresta y el valle, y  $x$  la longitud explorada. A partir de este perfil se definen los siguientes parámetros que caracterizan la rugosidad superficial [100, 101].

-Perfil transversal: perfil resultante de la intersección de una superficie con el plano normal perpendicular a la dirección de las irregularidades.

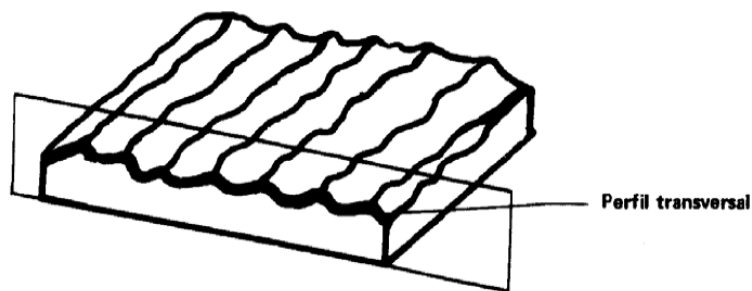


Figura 1.19. Rugosidad superficial. Perfil transversal.

-Longitud básica,  $L$ : Longitud de la línea de referencia utilizada para separar las irregularidades que forman la rugosidad superficial.

-Longitud de evaluación  $LN$ : longitud utilizada para determinar los valores de los parámetros de rugosidad superficial. Puede comprender una o más longitudes básicas.

-Desviación (diferencial del perfil,  $y$ ): distancia entre el punto del perfil y la línea de referencia siguiendo la dirección de la medida.

-Línea media de los mínimos cuadrados o línea media  $m$ : línea de referencia cuya forma es la del perfil geométrico y que divide al perfil de forma que dentro de la longitud básica, la suma de los cuadrados de las desviaciones (diferencias) a partir de esta línea es mínima.

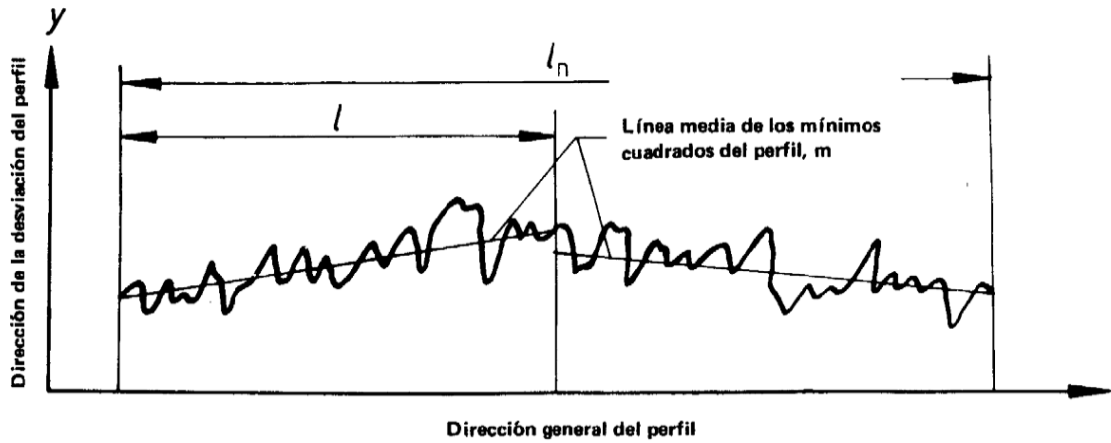


Figura 1.20. Línea media  $m$ .

-Línea media aritmética del perfil o línea central: Línea de referencia que tiene la forma del perfil geométrico paralela a la dirección general del perfil dentro de la longitud básica y que divide al perfil de tal forma que la suma de las áreas comprendidas entre ella y el perfil es igual. Determina gráficamente la línea media de mínimos cuadrados, cuando el perfil tiene una periodicidad perceptible es única.

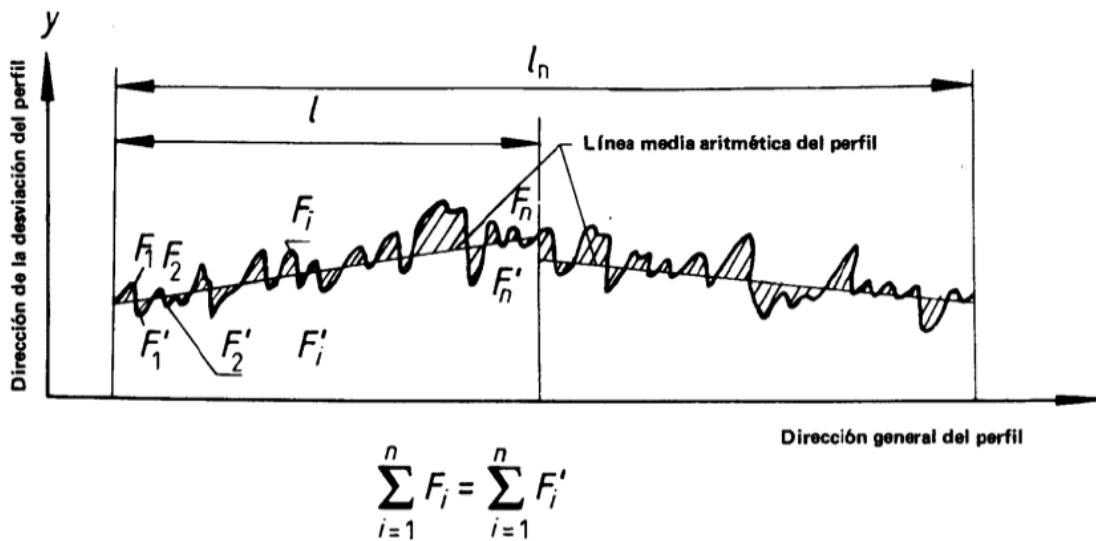


Figura 1.21. Línea media aritmética del perfil o línea central.

-Altura máxima del perfil,  $R_y$ : Distancia entre el pico de cresta más alto y el fondo del valle más profundo dentro de la longitud básica.

-Altura de las irregularidades en diez puntos,  $R_z$ : Media de los valores absolutos de las alturas de las cinco crestas  $y_p$  más altas y los cinco valles más profundos  $y_v$  dentro de la longitud básica.

$$R_z = \frac{\sum_{i=1}^5 |y_{pi}| + \sum_{i=5}^5 |y_{vi}|}{5} \quad (1.26)$$

-Valor de rugosidad  $R_a$  media aritmética del perfil: Media aritmética de los valores absolutos de las desviaciones del perfil, en los límites de la longitud básica  $L$ .

$$R_a = \frac{1}{l} \int_0^l |y(x)| dx \quad (1.27)$$

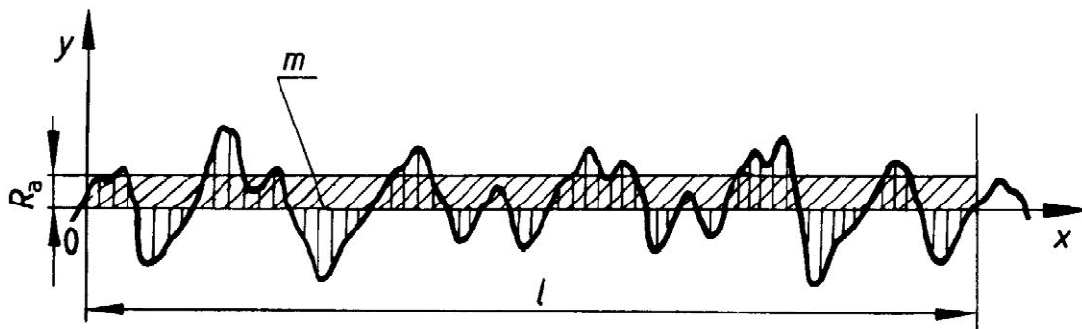


Figura 1.22. Valor de rugosidad  $R_a$  media aritmética del perfil.

-Desviación media cuadrática del perfil  $R_q$ : Valor medio cuadrático de las desviaciones del perfil, en los límites de la longitud básica, (valor utilizado con preferencia en normas americanas indicado en micropulgadas RMS ).

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{l} \int_0^l |y^2(x)| dx} \quad (1.28)$$

-Longitud portante del perfil  $\eta_p$ : Suma de las longitudes de segmentos obtenidos cortando las crestas por una línea paralela a la línea media, dentro de la longitud básica y a un nivel de corte dado.

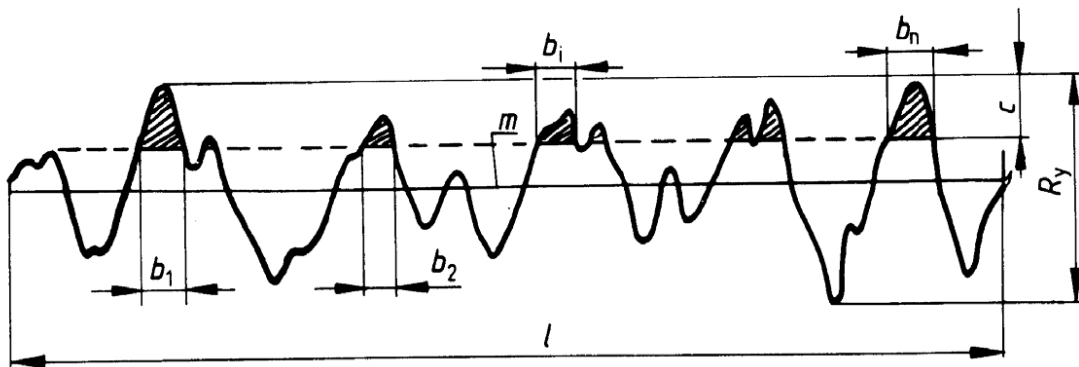


Figura 1.23. Longitud portante del perfil  $\eta_p$ .

Los valores de rugosidad  $R_a$  se indican por su valor nominal y su número de indicados en la Tabla 1.2.

Valor de rugosidad $R_a$ en $\mu\text{m}$	Clase de rugosidad
50	N12
25	N11
12,5	N10
6,3	N9
3,2	N8
1,6	N7
0,8	N6
0,4	N5
0,2	N4
0,1	N3
0,05	N2
0,025	N1

Tabla 1.2. Valor de rugosidad.

Superficies		Tolerancia ISO								
		IT6	IT7	IT8	IT9	IT10	IT11	IT12	IT13	IT14
		Rugosidad $R_a$								
Superficies cilíndricas con diámetro	> 3	0,2	0,3	0,5	0,8	1,2	2	3	5	8
	>3 a 10	0,3	0,5	0,8	1,2	2	3	5	8	12
	>18 a 80	0,5	0,8	1,2	2	3	5	8	12	20
	>80 a 250	0,8	1,2	2	3	5	8	12	20	30
	>250	1,2	2	3	5	8	12	20	30	50
Superficies planas		1,2	2	3	5	8	12	20	30	50

Tabla 1. Tolerancias y rugosidad.

CAPÍTULO

# 2

## **Método semianalítico para mecánica del contacto entre eje y chumacera de un vehículo sumergible**

En este capítulo se describe una metodología, que sirve para estudiar y analizar el mejor ajuste del eje del propulsor de un vehículo sumergible a su chumacera, cuando se produce contacto seco por medio del estudio de la geometría entre dichos elementos, i.e. cuando se considera que no existe lubricación hidrodinámica en una zona determinada entre las superficies, considerándose en cambio, lubricación límite. Para ello, como se verá a continuación, se ha aplicado un método semianalítico

basado en las normas de la cuadratura de los principales valores de Cauchy, el método de la secante, y un método numérico, obteniendo la representación de un mapa tensional, basado en los modelos estudiados por Johnson <sup>[4]</sup> aplicado a las superficies del eje y la chumacera.

## 2.1 Consideraciones iniciales

Tal y como ya se adelantó en el Capítulo 1, si las tensiones máximas alcanzadas superan la tensión de fatiga admisible, se originaría una grieta subsuperficial que posteriormente podría degenerar en el fenómeno conocido como pitting, y por consiguiente, producirse el fallo catastrófico del sistema de propulsión. Las normas usadas por las diferentes Sociedades de Clasificación (Lloyds Register of Shipping, Bureau Veritas, Det Norske Veritas, Germanischer Lloyds, y American Bureau) <sup>[33, 34, 35, 36, 37]</sup> proponen expresiones empíricas para determinar el radio del eje y su chumacera. Estas expresiones están basadas en parámetros tales como la potencia transmitida al eje, las revoluciones por minuto, y la resistencia a la tracción mínima del material, entre otros. Sin embargo, no tienen en cuenta la posibilidad de la aparición de tensiones subsuperficiales en la zona de contacto. Existen otras normas de uso industrial, que regulan el estudio y cálculo de los ejes y soportes, así como la vida a fatiga superficial, en concreto, las normas DIN 743 "*Shaft and axles, calculation of load capacity*", DIN 7190: 2001-02 "*Interference fits - Calculation and design rules*", ISO 281 (ed. Abril 2003), "Rodamientos-Cargas dinámicas y vida nominal" con la que se pueden calcular hasta 11 tipos diferentes de soportes. Esta última, permite calcular la vida del rodamiento en función de las cargas dinámicas con una probabilidad de supervivencia del 90% (o 10% de probabilidad de fallo). Mediante este tipo de normas, basadas en estudios empíricos, las empresas dedicadas a estos campos, realizan informes de corte técnico, que ayudan a calcular los valores aceptables en los cojinetes, como las compañías GWJ Technology, TBK, o Motion & Contro NSK Global <sup>[38, 39]</sup>. Incluso existen softwares como <sup>[102]</sup> usado para el estudio de la relación de aspecto óptima en conjuntos eje-cojinetes, para obtener la máxima capacidad de transferencia de carga, basado en elementos finitos <sup>[103]</sup>, y otros como <sup>[104]</sup>, que está realizado en base a dichas normas y otras como las normas DIN 3990 "*Cylindrical gear pairs*", ISO 6336: 2006 "*Calculation of load capacity of spur and helical gears*", ISO 23509 "*Bevel and hypoid gear geometry*", DIN 6892: "*Drive type fastenings without taper action*", DIN 5480: "*Splined connections with involute splines based on reference diameters*", DIN EN 13906-1-2002: "Muelles helicoidales cilíndricos fabricados de alambres

y barras. Cálculo y diseño”, DIN ISO 286: “Sistemas de tolerancia para los límites y ajustes”.

Estas son metodologías de tipo normativo, y están pensadas para ser utilizadas tanto por diseñadores, fabricantes, así como por los usuarios finales. Por esta razón, están basadas en una formulación sencilla que permite una aproximación al problema abordado con fines de diseño. De esta manera se puede tener de una manera rápida, una estimación de los principales parámetros de influencia. Aparte de la normativa de las Sociedades de Clasificación, las normas de carácter industrial, permiten la utilización de modelos más complejos para el cálculo de los factores, como puede ser el espesor de película, o la verificación de la resistencia utilizando directamente ensayos, siempre siguiendo las directrices de cálculo que exige la norma.

En general, a pesar de su aceptación e implantación por los diseñadores y fabricantes, en muchos casos, los resultados que arrojan las normas están, en términos de seguridad, sobredimensionados <sup>[105]</sup>.

Por este motivo, han surgido en los últimos años, metodologías enfocadas más al ámbito de la investigación, como Brandao *et al.* <sup>[106]</sup>, Conrado *et al.* <sup>[107]</sup>, y Ciavarella *et al.* <sup>[108]</sup>, que permiten mejorar las carencias que presentan las normas.

Con el objetivo de dar una visión global al problema del contacto mecánico superficial entre un eje y su chumacera, en este capítulo se expone una metodología nueva, de tal manera que se ha pretendido dar una respuesta encaminada a establecer los criterios de diseño en función de los módulos de Young, y la importancia de un correcto mecanizado, y el ajuste de holguras posterior del sistema eje-chumacera, mejorando por tanto la fiabilidad de dichos elementos.

En los siguientes apartados, se detalla el planteamiento seguido con los diferentes pasos que integran el cálculo y la manera en que se ha abordado el mismo.

## 2.2 Metodología propuesta

A continuación se presenta un diagrama de bloques, Figura 2.1, en el que se presentan las fases seguidas en este capítulo por el que se obtendrá, la distribución superficial de presión y un mapa tensional con la determinación de sus máximos. El método semianalítico propuesto será comparado con el Método de Hertz, y con los resultados obtenidos por el MEF, para distintos valores de holgura entre eje y chumacera, con el fin de comprobar su validez. Posteriormente, se obtendrá la curva de tensión máxima en la chumacera, que será de utilidad en la mejora de las tolerancias del eje y la chumacera. Finalmente, se determinará en

qué rangos se encuentra la presión máxima, y poder así garantizar una vida a fatiga superficial del eje, y conocer una evolución máxima del desgaste. Los resultados presentados en este capítulo, ofrecen la información necesaria para la mejora del diseño de dichos elementos, y comprender la importancia de un buen ajuste, de la elección de las dimensiones geométricas del sistema eje-chumacera, y de los materiales resistentes; así como el control del nivel de rugosidad a alcanzar en su proceso de fabricación por mecanizado.

La consecución de este objetivo, se apoya en la comparación de tres métodos: a) la teoría de Hertz, cuyas expresiones son conocidas; b) la planteada mediante contacto cilíndrico aproximándola a una parábola, basada en un trabajo presentado por Ciavarella [11]; y c) la del contacto basada en la separación mostrada en la ecuación (2.26), que representa un eje dentro de un cilindro, y se deduce de la Figura 2.7. Esta última no usa la aproximación parabólica, sino la expresión exacta de separación según la Figura 2.7. A esta solución, se la denomina en el presente trabajo como contacto tipo placa o interior bi-cilíndrico. El desarrollo de las expresiones de ambas teorías basadas en el contacto cilíndrico, se han expuesto en el apartado denominado "Deducción de ecuaciones".

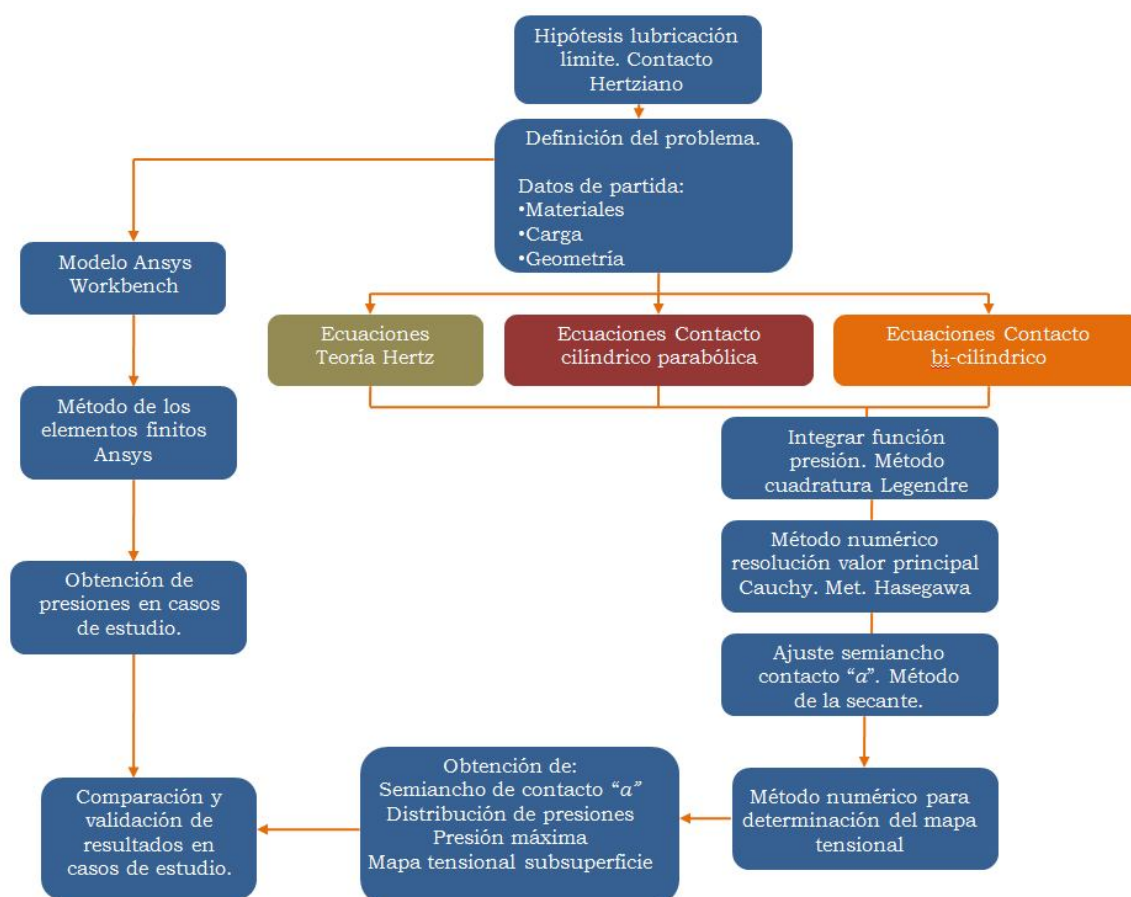


Figura 2.1. Diagrama de bloques del procedimiento empleado.



La metodología usada para obtener el semiancho de contacto "a", la distribución de presiones que satisfaga la condición de que la carga total sea  $P_0$ , y las restricciones geométricas junto con las ecuaciones de contacto expresadas en la ecuación (2.36), consta de distintas etapas. Por un lado, se necesita un método numérico para resolver el valor principal de Cauchy de la primera integral de la expresión (2.36), ya que su singularidad ( $x/a$ ) se encuentra dentro de los límites de integración. El método usado para esta integración fue elaborado por Hasegawa [109]. Por otro lado se necesita integrar la función de presión para obtener la fuerza total, lo cual se realizará mediante la cuadratura de Legendre. Como la fuerza total es un dato del problema, el ajuste del semiancho de contacto "a" para que la integral de la presión sea la fuerza total, se realizará mediante el método de la secante. Como resultado de la combinación de estos métodos se obtendrá el semiancho de contacto, y a partir de este, la distribución de presiones, la presión máxima y el mapa tensional en la subsuperficie.

### 2.2.1 Cuadratura del Valor Principal de Cauchy.

El método desarrollado se estructura siguiendo la secuencia que se expone a continuación, para poder resolver el problema planteado, y determinar la distribución de presiones sobre la chumacera.

En primer lugar, se calculan las integrales impropias mostradas en la expresión (2.36), que son del tipo de Valores Principales de Cauchy, suponiendo un semiancho de contacto "a", y aplicando el método automático de cuadratura desarrollado por Hasegawa *et al.* [109, 110]. Este método, permite aproximar integrales de Valor Principal de Cauchy del tipo mostrado en la ecuación (2.1).

$$Q(f:c) = \int_{-1}^1 \frac{f(t)}{t-c} \delta t \quad -1 < c < 1 \quad (2.1)$$

El cálculo de esta integral, se realiza aproximando la función  $f(t)$  mediante una suma de polinomios de Chebyshev, que permite eliminar la singularidad calculando los coeficientes mediante una metodología similar a la transformada rápida de Fourier, tal y como se describe en [28].

La fórmula de integración aproximada se puede expresar por lo tanto:

$$Q(f:c) \approx Q_N(f:c)$$

$$Q_N(f:c) = 2 \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} d_k / (1 - 4k^2) + f(c) \log \left( \frac{1-c}{1+c} \right) \quad (2.2)$$

donde la comilla superior  $\acute{}$  denota que el primer término del sumatorio está dividido por dos. Los coeficientes  $d_k$ , se calculan usando la siguiente relación recurrente:

$$d_{k+1} - 2cd_k + d_{k-1} = 2a_k^N, \quad k = N, N-1, \dots, 1. \quad (2.3)$$

donde los coeficientes  $a_k^N$ , pertenecientes a los polinomios de Chebyshev, se calculan mediante la siguiente fórmula:

$$a_k^N = \frac{2}{N} \sum_{j=0}^N f(\cos \pi j/N) \cos(\pi k j/N). \quad 0 \leq k \leq N. \quad (2.4)$$

### 2.2.2 Cuadratura de Legendre

El valor de la carga total  $P$ , que se ejerce en el contacto entre eje y la chumacera, se calcula integrando la distribución de presiones mediante la cuadratura de Legendre de 10 puntos, mostrada en la siguiente ecuación:

$$P = \int_{-a}^a p(x) dx \approx \sum_{i=1}^n c_i p(x_i) \quad (2.5)$$

### 2.2.3 Método de la secante

Una vez resuelta la ecuación (2.5), y poder por tanto resolver la ecuación (2.36), es necesario determinar tal y como se describe en [29], el semiancho de contacto " $a$ ", y la derivada de la superficie del elemento de fijación  $U_z(x)$ . Como lo que se pretende, es calcular el contacto para una carga  $P_0$  predeterminada por las condiciones de diseño establecidas para la propulsión del buque, el semiancho de contacto " $a$ ", que depende de la geometría y la fuerza total, se calcula mediante el método de la secante haciendo nula la función  $F(a)$ :

$$F(a) = \int_{-a}^a p(x, a) dx - P_0 = 0 \quad (2.6)$$

### 2.2.4 Método numérico para la determinación del mapa tensional

Finalmente, para obtener el mapa tensional en la subsuperficie debido al contacto entre la herramienta y la pieza, se ha utilizado el algoritmo desarrollado por Estrems *et al.* [30], basado en la discretización de una distribución de presiones como superposición de distribuciones triangulares, resolviéndose mediante las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_x = \frac{P_0}{\pi \cdot a} \left( (x-a)\theta_1 + (x+a)\theta_2 - 2x\theta - 2z \cdot \ln \frac{r_1 r_2}{r^2} \right) \quad (2.7)$$

$$\sigma_z = \frac{P_0}{\pi \cdot a} \left( (x-a)\theta_1 + (x+a)\theta_2 - 2x\theta \right) \quad (2.8)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{P_0 \cdot z}{\pi \cdot a} (\theta_1 + \theta_2 - 2\theta) \quad (2.9)$$

$$r_1 = \sqrt{(x-a)^2 + z^2}; \quad r_2 = \sqrt{(x+a)^2 + z^2}; \quad r^2 = x^2 + z^2 \quad (2.10)$$

$$\tan \theta_1 = \frac{z}{x-a}; \quad \tan \theta_2 = \frac{z}{x+a}; \quad ; \quad \tan \theta = \frac{z}{x}; \quad (2.11)$$

Una vez resueltas estas ecuaciones, se obtiene el valor de las tensiones en una matriz de puntos a partir de la cual, se obtiene la representación gráfica del mapa tensional, representando las líneas con idéntica tensión tangencial principal mediante interpolación. De este mapa se obtienen, asimismo, los valores máximos de la tensión tangencial y su localización. La representación gráfica de los mapas tensionales se ha realizado mediante el programa de ordenador Matlab© 2013, a partir de valores de la tensión cortante principal en una matriz de puntos.

### 2.3 Planteamiento del problema

Tal y como se ha explicado anteriormente, las consecuencias de un fallo en la instalación propulsora son muy graves, tanto desde el punto de vista de la integridad del buque como elemento estanco, como desde el punto de vista del coste de los propios equipos implicados (chumaceras, bocinas, reductoras, etc.), requiriendo la reparación del buque mediante su entrada en dique, para la alineación y taqueado completo de toda la instalación propulsora.

En contra de lo que pueda parecer a primera vista, una correcta alineación de ejes, no es aquella en la cual todos los cojinetes de apoyo de la instalación son colineales, sino aquella en la que los puntos de apoyo deben tener su posición bien definida y situada, pero además, es muy importante desde el punto de vista del diseñador, conocer cuáles son los valores óptimos en cuanto a la geometría y características de los materiales elegidos. Las Sociedades de Clasificación, mediante formulaciones empíricas, exigen la realización de los cálculos para la determinación de las dimensiones geométricas del eje y la chumacera, así como su alineación, mediante las cuales se determinen las posiciones adecuadas de los cojinetes, con el objetivo principal, de alcanzar valores aceptables tanto de los esfuerzos, como de su distribución, a lo largo de toda la línea de ejes. Pese a esto, los criterios de diseño, tanto de las geometrías adecuadas, como en la elección de material, deben sustentarse en unos valores críticos de tolerancias, que deben ser determinados con precisión mediante este método semianalítico. De este modo, se consigue disminuir el número de

operaciones realizadas, y simplificar el cálculo de las mismas, con respecto a otros modos de cálculo, como el MEF, permitiendo un ajuste lo más fino posible. Este ajuste, ayudará a mejorar la eficiencia mecánica, traduciéndose en una disminución de vibraciones que son, en definitiva, fuentes de ruido que transmiten al medio, su potencia sonora, y favoreciendo el alargamiento de su vida útil.

Por tanto, el caso se propone y que se va a estudiar, es un caso de deformación plana, en el que se va a determinar la influencia de la holgura conceptualmente, y de los índices de tolerancia en fabricación, en cuanto a la distribución de presiones de contacto del conjunto eje-chumacera.

Cuando se trabaja con ajustes finos, como suele ser el caso eje-chumacera, el semiancho de contacto es elevado, y por ello la aproximación parabólica de Hertz es insuficiente. Para superar este inconveniente, se ha realizado primero, una aproximación cilíndrica de contacto manteniendo el concepto de cilindro equivalente de Hertz y, yendo más allá, se ha realizado una aproximación a partir de la geometría de aproximación eje-agujero, que prescinde del concepto de cilindro equivalente. Este último, es el método semianalítico propuesto en este capítulo.

Para demostrar la utilidad del nuevo método, inicialmente se ha partido de unos valores fijados con anterioridad en el caso de un vehículo sumergible, asumiendo que el elemento de apoyo, la chumacera, es de un material que tiene un comportamiento linealmente elástico, (bronce al estaño CuSn12 con Módulo de Young de  $110 \text{ KN/mm}^2$  y coeficiente de Poisson  $\nu$  de 0.31), con un radio interior de partida, que variará en función del radio del eje del propulsor y de la holgura existente entre ambos, y una longitud de apoyo de 700 mm, y que el eje del propulsor, es de un material mucho más rígido (acero alta resistencia cuyo Módulo de Young es  $205 \text{ KN/mm}^2$ , y cuyo radio es 230 mm) (ver Tabla 2.1). Se estudiarán por un lado, la influencia de la holgura en el comportamiento mecánico del sistema, con 10 casos de estudio, partiendo de un valor inicial de holgura entre radios de 4 mm, disminuyendo progresivamente tal y como se muestra en la Tabla 2.3. Se obtendrán principalmente como resultados, los valores comparativos obtenidos al resolver dicho método, con la expresión propuesta en la Teoría de Hertz <sup>[4]</sup>, basada en un trabajo presentado por Ciavarella <sup>[11]</sup>, y la ecuación propuesta en este trabajo.

Además, se resolverán dos casos de semiancho de contacto (el de mayor y menor zona de contacto) realizados por el MEF, con el fin de demostrar que el método semianalítico presentado posee suficiente

precisión. Por otro lado, una vez demostrada la utilidad de este nuevo método, se resuelven tres casos basados en los Índices de Tolerancia (IT) según ISO 286-1988, tal y como se usan en estándares de diseño en ingeniería, siendo  $\varnothing 460H16/h16$  (chumacera/eje),  $\varnothing 460H11/h11$ , y  $\varnothing 460H4/h4$ , los casos que se han elegido, siendo el último, el más exigente en cuanto a tolerancias de fabricación, tal y como se puede ver en la Tabla 2.2. Los índices de tolerancia que no incluyen a piezas de gran precisión, se comprenden entre IT4 a IT18. El nivel de calidad en el acabado superficial, o nivel de tolerancia exigido, está directamente relacionado con las alturas del perfil de rugosidad, que están presentes en la superficie de la pieza tras el proceso de mecanizado. Estas, deberán ser menores que el valor de tolerancia al que se quiere llegar.

Con objeto de realizar un análisis representativo de las situaciones posibles que se podrían dar en los casos reales de fabricación, relativos a los valores de rugosidad que se pueden alcanzar para cada nivel de tolerancia estudiado, se han estimado aleatoriamente 40 situaciones posibles. Mediante la función distribución normal inversa en una hoja de cálculo, se han simulado las variaciones debidas, que se podrían dar como casos de incertidumbre en el mecanizado de las piezas a los que se ha hecho referencia, como efecto de la rugosidad encontrada en la superficie del material, aplicando una desviación estándar definida para cada caso, suponiendo que las 40 situaciones posibles se encuentran distribuidas normalmente, por lo que se establece una cantidad promedio igual a la inicial ( $\mu$ ) y una desviación estándar  $\sigma$ , de manera que si se le resta y se le suma a la cantidad promedio tres veces  $\sigma$ , se obtendrá el 99.74% del área bajo la curva de la distribución, tal y como se muestra en la Figura 2.3. Se ha partido de una carga de diseño inicial  $P_0$ , calculada a partir de las reacciones estáticas debidas al peso del propulsor y del eje, tal y como se muestra en la Figura 2.4, obteniendo una carga por metro lineal de 6190 Kg/m (ver Figura 2.2). El tipo de contacto es circular, y se corresponde con el resuelto por la Teoría de Hertz. Esta teoría, junto con el MEF, será utilizada como modelo de validación de los resultados obtenidos por el método semianalítico desarrollado en el presente capítulo.

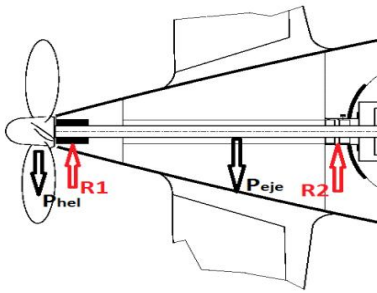
Propiedades	Unidad	Acero 80HLES	Bronce Al Estaño	
			CuSn10	CuSn12
Densidad	Kg/m <sup>3</sup>	7850	8700	8600
Carga Rotura	N/mm <sup>2</sup>	220	270	260-280
Límite Elástico	N/mm <sup>2</sup>	700	130	140-150
Módulo Elástico	KN/mm <sup>2</sup>	205	90-110	90-110

Tabla 2.1. Propiedades mecánicas materiales.

IT1	IT2	IT3	IT4	IT5	IT6	IT7	IT8	IT9	IT10	IT11	IT12	IT13	IT14	IT15	IT16	IT17	IT18
8	10	15	20	27	40	63	97	155	250	400	630	970	1550	2500	4000	6300	9700
Piezas de gran precisión			Piezas o elementos que han de ajustar								Superficies libres						

Tabla 2.2. Grado Tolerancia ( $\mu\text{m}$ ), para un Diámetro (mm.)  $400 < d \leq 500$ .

La tabla anterior, se basa en la norma UNE-EN-20286-1:1996 (ISO 286-1988), y no refleja los IT 01 y IT0, por ser estos de especial precisión, como los patrones. La razón por la que se han escogido estos 3 casos de índices de tolerancia, es porque el sistema eje-chumacera no se considera como elementos de gran precisión, pero en cambio, se ha optado en elegir dentro de las piezas que se han de ajustar, en su mismo rango, el menor, con un grado de calidad de  $20\mu\text{m}$ , y el mayor con  $400\mu\text{m}$ . Además, para poder comparar con los resultados obtenidos con las ecuaciones de Hertz <sup>[4]</sup> y Ciavarella <sup>[11]</sup>, también se ha escogido un grado de calidad bajo, IT16 con  $4000\mu\text{m}$  de tolerancia dimensional, considerado en otro rango de menor calidad, con los que nos aseguramos de tener resultados en un orden de magnitud que multiplica por 200, el valor más exigente de calidad. De esta manera, se dispondrá de resultados suficientes para discutir que la metodología propuesta, es adecuada y más exacta que las otras con las que se compara. Recordar que se valida además con el MEF.



P.helice: 4389 kg  
 P.eje: 5502 kg  
 Longitud eje: 6730 mm  
 Situacion Cojinete popa: 6105 mm  
 Situacion Cojinete proa: 0 mm  
 Situacion hélice: 6730 mm  
 Situación centro eje: 2204 mm  
 Diametro eje Chum. Pp: 460 mm  
 Long. Circule eje: 1445 mm  
 longitud chumacera: 700 mm  
 CDG eje según plano (aprox): 2204 mm

Helice a R1 d1: 625 mm  
 R1 a cdg Peje d2: 4526 mm  
 cdg Peje a R2 d3: 2204 mm

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M = 0$$

$$R1 + R2: 9891 \text{ Kg}$$

$$M.\text{eje (R1): } 24902052 \text{ kg}^*\text{mm}$$

$$M.\text{eje (R2): } 12126408 \text{ kg}^*\text{mm}$$

$$M.\text{hel (R1): } 2743125 \text{ kg}^*\text{mm}$$

$$M.\text{hel (R2): } 29537970 \text{ kg}^*\text{mm}$$

$$R1 + R2(d2 + d3): 27645177 \text{ kg}^*\text{mm}$$

$$R2 + R1(d2 + d3): 41664378 \text{ kg}^*\text{mm}$$

$$R1: 6190 \text{ Kg}$$

$$R2: 3701 \text{ Kg}$$

$$Po: 9 \text{ kg/mm}$$

Carga diseño

$$Po * \text{coef. Seg. (3): } 27 \text{ kg/mm}$$

Figura 2.2. Cálculo estático de la carga de diseño.

Casos	Holgura entre radios
1	4,000 mm
2	2,000 mm
3	1,000 mm
4	0,500 mm
5	0,250 mm
6	0,125 mm
7	0,063 mm
8	0,031 mm
9	0,016 mm
10	0,008 mm

Tabla 2.3. Situaciones de estudio analizadas para diferentes holguras.

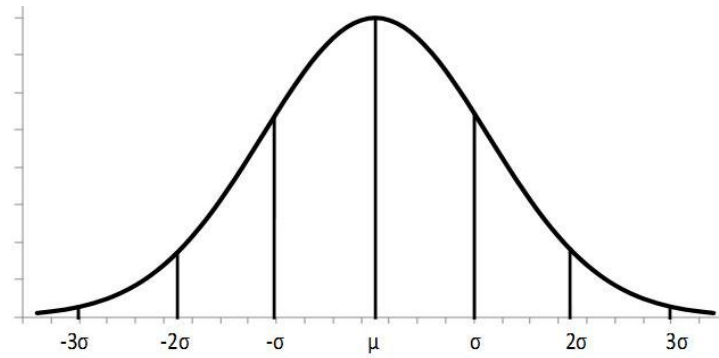


Figura 2.3. Distribución  $6\sigma$  campana gaussiana.

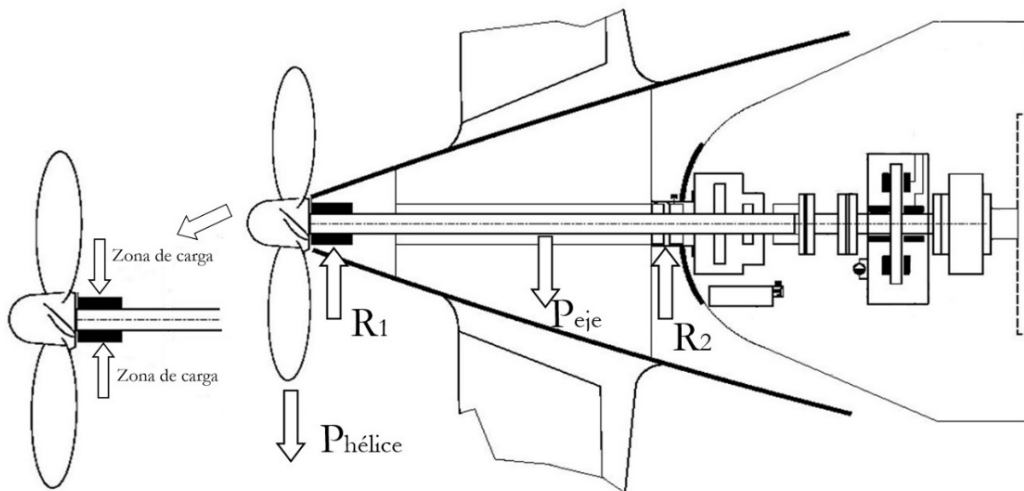


Figura 2.4. Reacciones debidas al peso de conjunto eje-propulsor.

En las Tablas 2.4, 2.5, y 2.6, aparecen los valores aleatorios geométricos de rugosidad empleados, para uno de los casos IT estudiados,  $\varnothing 460H16/h16$ ,  $\varnothing 460H11/h11$  y  $\varnothing 460H4/h4$ .



Casos	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]	Casos	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]
1	227,9476	231,8854	21	228,1735	232,0358
2	227,8924	231,8723	22	227,9287	231,8862
3	228,0344	232,0548	23	227,8320	232,0420
4	227,9605	231,8531	24	228,0340	231,9878
5	228,1972	232,0507	25	227,9558	232,0567
6	227,9596	232,0880	26	228,1126	232,0160
7	228,0388	231,8235	27	227,9894	232,0182
8	228,0437	232,0590	28	227,8893	231,9446
9	228,0346	231,9643	29	228,0375	231,8803
10	228,0617	232,0146	30	228,2948	231,9442
11	227,9243	231,9531	31	227,7928	232,0842
12	228,0082	232,0952	32	227,9742	232,0012
13	228,0827	232,0187	33	227,9871	232,1161
14	228,1145	232,0040	34	227,8811	231,8998
15	227,9036	231,9944	35	228,0738	231,9677
16	227,8970	231,9852	36	227,9947	231,9992
17	227,9061	231,9382	37	227,9568	232,0523
18	227,9242	232,0844	38	228,0500	232,0221
19	227,8404	231,7594	39	228,0903	232,1351
20	228,1012	232,0777	40	227,8271	232,0304

Tabla 2.4. Situaciones de estudio analizados para øeje460H16/h16.

Casos	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]	Casos	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]
1	229,9997	230,4066	21	229,9903	230,4088
2	230,0030	230,4020	22	229,9918	230,4067
3	230,0039	230,3919	23	229,9911	230,4147
4	230,0048	230,4096	24	230,0126	230,4052
5	230,0066	230,4065	25	229,9947	230,4012
6	230,0070	230,4009	26	229,9934	230,3891
7	229,9784	230,3961	27	230,0065	230,3952
8	230,0086	230,3923	28	230,0077	230,3986
9	230,0025	230,3928	29	230,0043	230,4008
10	229,9931	230,3983	30	229,9966	230,3952
11	229,9974	230,3930	31	229,9999	230,4077
12	229,9928	230,3967	32	229,9929	230,3981
13	230,0012	230,4011	33	230,0024	230,4126
14	229,9933	230,4032	34	230,0032	230,3991
15	229,9957	230,4015	35	229,9950	230,3984
16	229,9977	230,3964	36	230,0075	230,4193
17	229,9962	230,3920	37	229,9947	230,4020
18	230,0002	230,4129	38	230,0074	230,4021
19	229,9964	230,4089	39	229,9849	230,3942
20	229,9981	230,4090	40	230,0090	230,3890

Tabla 2.5. Situaciones de estudio analizados para øeje460H11/h11.

Casos	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]	Casos	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]
1	229,9900	230,0108	21	229,9886	230,0098
2	229,9907	230,0103	22	229,9904	230,0101
3	229,9899	230,0101	23	229,9914	230,0097
4	229,9905	230,0094	24	229,9912	230,0112
5	229,9903	230,0104	25	229,9902	230,0093
6	229,9898	230,0097	26	229,9901	230,0094
7	229,9905	230,0100	27	229,9905	230,0104
8	229,9907	230,0104	28	229,9902	230,0103
9	229,9899	230,0096	29	229,9900	230,0099
10	229,9901	230,0100	30	229,9890	230,0102
11	229,9898	230,0101	31	229,9894	230,0090
12	229,9904	230,0107	32	229,9891	230,0105
13	229,9901	230,0103	33	229,9899	230,0102
14	229,9902	230,0107	34	229,9908	230,0108
15	229,9901	230,0098	35	229,9893	230,0097
16	229,9897	230,0090	36	229,9901	230,0102
17	229,9898	230,0088	37	229,9889	230,0099
18	229,9910	230,0090	38	229,9905	230,0104
19	229,9905	230,0100	39	229,9892	230,0107
20	229,9897	230,0103	40	229,9904	230,0100

Tabla 2.6. Situaciones de estudio analizados para øeje460H4/h4.

Como consecuencia de la variación de los radios del conjunto eje-chumacera para cada uno de los casos de las Tablas 2.4, 2.5, y 2.6, se obtendrán distintas distribuciones de la presión de contacto para diferentes semianchos "a". Partiendo de la carga de diseño inicial  $P_0$ , y usando la metodología que se describe a continuación de este punto, se resuelven los problemas planteados de tolerancias en el diseño del eje de cola de un vehículo sumergible.

## 2.4 Deducción de ecuaciones a emplear en la metodología

Por tanto, partimos de las ecuaciones de la mecánica del contacto, para el problema bidimensional de una distribución de presiones  $p(x)$ , sobre un semiespacio elástico <sup>[4]</sup> (representado en la Figura 2.5). Donde "a" representa los semianchos de contacto,  $U_x$  y  $U_z$ , los desplazamientos tangencial y normal a la superficie, y  $p(x)$  y  $q(x)$  las distribuciones de presión normal y tangencial respectivamente.

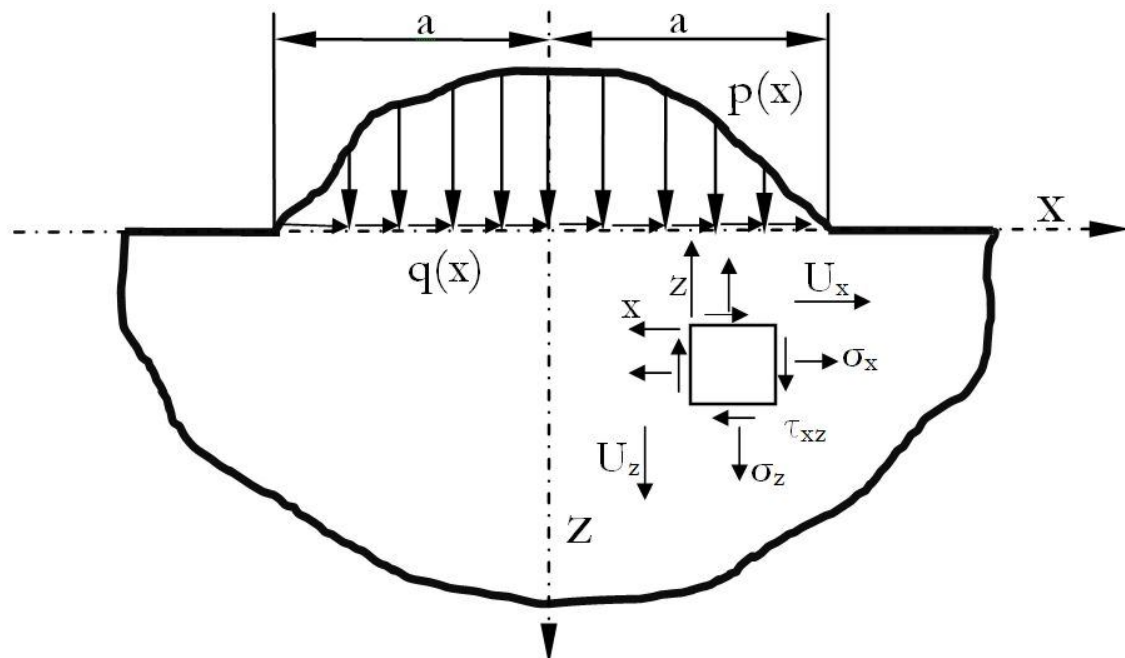


Figura 2.5. Sección transversal del semiespacio elástico.

En el caso particular de contacto entre apoyo del eje del propulsor y la chumacera, la fuerza de fricción es muy pequeña en comparación con las fuerzas de apriete normal, por lo que se puede despreciar la distribución de presiones tangencial  $q(x)$  y, debido a la alta rigidez del eje con respecto a la chumacera, se puede asumir que el desplazamiento normal del semiespacio elástico (chumacera),  $U_z(x)$  (siendo  $U'_z = dU_z/dx$ ), sigue la geometría del eje, es decir, se asumen las condiciones de contorno iniciales de clase II establecidas por Johnson [4] (ver Figura 2.6). Por lo tanto, las ecuaciones que rigen el contacto se reducen a:

$$\int_{-a}^a \frac{p(s)}{x-s} ds = \frac{\pi \cdot E}{2} U'_z(x) \quad (2.12)$$

### 1ª Solución basada en la teoría de Hertz para contacto cilíndrico.

Dentro de los límites de integración de estas ecuaciones acopladas, aparece un punto de singularidad cuando  $a = x$ , hecho por el que se denominan ecuaciones integrales singulares.

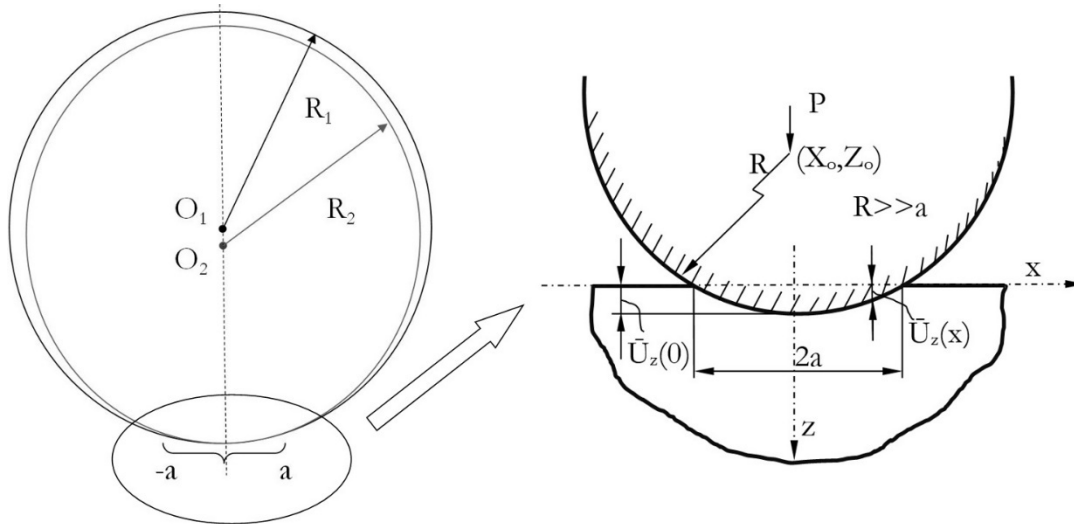


Figura 2.6. Eje-chumacera. Detalle del contacto circular con radio equivalente.

En el caso de parábola de contacto cilíndrico:

$$U_z(x) = U_o - \frac{x^2}{2 \cdot R} \quad (2.13)$$

$$U_z'(x) = -\frac{x}{R} \quad (2.14)$$

donde \$R\$, es el radio equivalente del cilindro en contacto con placa plana o interior bi-cilíndrico, y \$U\_z\$ tal y como se ha anotado anteriormente, es el desplazamiento en \$z\$ entre las dos superficies en contacto.

$$\text{si } x \ll \text{ entonces } \left\{ \tan \frac{x}{R_1} \approx \frac{x}{R_1} \right\} \text{ y } \left\{ \cos \frac{x}{R_1} \approx 1 \right\} \rightarrow U_z'(x) = -\frac{R_2 - R_1}{R_1^2} x$$

$$R_1 \approx R_2 \rightarrow U_z'(x) = -\frac{1}{R_{eq}} \cdot x$$

$$\text{Hipotesis radioequivalente} \equiv R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = \frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1}$$

La ecuación (2.12) se puede describir mediante los Valores Principales de Cauchy de primera clase, que pueden ser resueltos a través de la solución propuesta por Söhngen, 1954; o Mikhlin, 1948 [4], que se puede simplificar si la región cargada es simétrica, quedando esta expresada del siguiente modo:

$$p(x) = \frac{1}{\pi^2 \sqrt{a^2 - x^2}} \left( C + \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2 - s^2} \cdot \frac{\pi E}{2R} ds}{x - s} \right) \quad (2.15)$$

donde  $E$  es el módulo de Young equivalente, y " $a$ " es el semiancho de contacto.

Aplicando la condición de Boussinesq [111, 112], cuando la derivada  $U'_z(x)$  es finita en toda la zona de contacto, el valor de la presión cae gradualmente a 0 en los extremos de la misma. Aplicando esta condición ( $p(x) = 0$  para  $x = \pm a$ ), se obtiene la constante  $C$  de la expresión (2.15), y operando convenientemente, se llega a la expresión (2.31), que será fundamental para obtener la distribución de presiones a partir del semiancho de contacto " $a$ ", y la geometría del apoyo  $U'_z(x)$  en el desarrollo matemático que se describe a continuación.

$$p(a) = p(-a) = 0 \quad (2.16)$$

Para que el denominador común no sea infinito, haciendo un cambio de variable:

$$t = -s \quad (2.17)$$

$$t \cdot dt = -s \cdot ds \quad (2.18)$$

$$C = - \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2-s^2} \cdot \frac{\pi E}{2R}}{x-s} ds = \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2-t^2}}{x+t} \cdot \frac{\pi E}{2R} \cdot t dt \quad (2.19)$$

$P(x)$  es simétrica si  $U'_z(x)$  es antisimétrica.

Si se realiza este otro cambio de variable:

$$s = a \cdot t \quad (2.20)$$

$$s \cdot ds = a^2 \cdot t \cdot dt \quad (2.21)$$

la ecuación (2.19), queda expresada del siguiente modo:

$$C = \frac{\pi E}{2R} \int_{-1}^1 \frac{a^3 \cdot t \cdot \sqrt{1-t^2}}{a(1-t)} dt = \frac{\pi E}{2R} a^2 \int_{-1}^1 t \cdot \sqrt{\frac{1+t}{1-t}} dt \quad (2.22)$$

$$p(x) = \frac{Ea^2}{2\pi R \sqrt{a^2-x^2}} \left( \int_{-a}^a \frac{t \sqrt{1-t^2}}{\frac{x}{a}-t} dt + \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.23)$$

De igual manera, es necesario evaluar otra función antisimétrica. En el presente trabajo, se han desarrollado las ecuaciones que posteriormente se resuelven mediante los métodos propuestos.

## 2ª Solución sin aproximaciones parabólicas.

Si se utilizase la ecuación del cilindro sin aproximaciones parabólicas, se obtendría las siguientes ecuaciones:

$$(U_z - R)^2 + x^2 = R^2 \quad (2.24)$$

$$p(x) = \frac{E \cdot a^2}{2\pi\sqrt{a^2 - x^2}} \left( \int_{-1}^1 \frac{t\sqrt{1-t^2}}{\sqrt{R^2 - a^2 t^2}} dt - \int_{-1}^1 \frac{t\sqrt{1-t^2}}{(1-t)\sqrt{R^2 - a^2 t^2}} dt \right) \quad (2.25)$$

Al resolver dichas ecuaciones mediante la metodología propuesta, se obtienen resultados en los que las curvas de presión, se asemejan a las obtenidas por el método de Hertz, para semianchos de contacto pequeños ( $a \ll$ ) y holguras grandes ( $h \gg$ ), siendo "a" el semiancho de contacto, y "h" la holgura entre el eje y la chumacera. Este resultado es lógico debido a que el arco de una circunferencia se asemeja a una parábola, cuando el ángulo del sector es pequeño. La teoría de Hertz, establece como hipótesis de partida, que los cuerpos se comportan como sólidos elásticos semiinfinitos, sometidos a presiones distribuidas sobre la superficie circular de contacto, y donde el área de contacto es pequeña, en comparación con las dimensiones de los cuerpos. Es decir, el semiancho de contacto  $a$  es, como mucho, la centésima parte del radio del cilindro.

### 3º Solución por deducción geométrica en contacto tipo placa o contacto interior bi-cilíndrico.

En la Figura 2.7, se muestra en detalle la región de contacto tipo placa o interior bi-cilíndrico, para poder plantear las ecuaciones que conduzcan a la obtención de la expresión del método semianalítico expuesto en la subsección anterior, y que coincide con Hertz cuando "a" es muy pequeño.

Se hace necesario recordar, que la Teoría de Hertz, muestra una curva de distribución de presiones diferente cuando los valores de "a" no son tan bajos, es decir,  $a \approx R/100$ , sino que son del orden de magnitud del radio. En la Figura 2.7, los puntos 1 y 2 son los pertenecientes a los dos cuerpos que acaban estando en contacto, eje y chumacera, es decir, coinciden después de haber aplicado la presión. Por lo tanto, los ángulos " $\theta_1$ " y " $\theta_2$ " son los ángulos de posición de los puntos 1 y 2, respectivamente, cuando los sólidos sin deformar aún no han entrado en contacto. Por otro lado, " $U_1$ " y " $U_2$ " son los desplazamientos radiales de los puntos 1 y 2 respectivamente, y " $V_1$ " y " $V_2$ " son los desplazamientos tangenciales. Teniendo en cuenta la geometría descrita por esta Figura (2.7), y realizando un sumatorio de desplazamientos en sentido radial, se puede obtener el desplazamiento producido en la región de contacto a través de la ecuación (2.26).

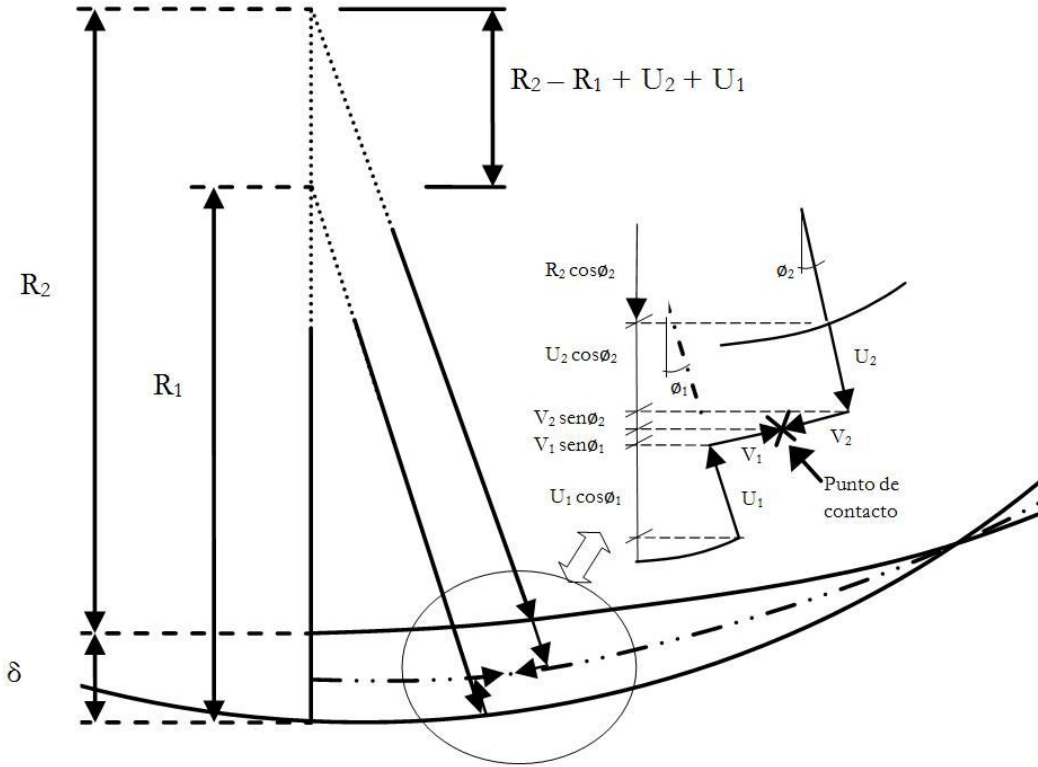


Figura 2.7. Eje-chumacera. Detalle de desplazamientos en la región de contacto.

$$R_2 \cos \phi_2 + U_2 \cos \phi_2 + V_2 \sin \phi_2 = R_2 + \delta - R_1(1 - \cos \phi_1) - U_1 \cos \phi_1 + V_1 \sin \phi_1 \quad (2.26)$$

si  $\left\{ \begin{array}{l} \phi_2 = \phi_1 = \phi \\ V_1 = V_2 = 0 \end{array} \right\}$  la ecuación queda expresada de la siguiente forma:

$$R_2(1 - \cos \phi) - R_1(1 - \cos \phi) + \delta - (U_1 + U_2) \cos \phi = 0 \quad (2.27)$$

$$U_2(x) = (R_2 - R_1) \left( \frac{1 - \cos \phi}{\cos \phi} \right) + \delta \quad (2.28)$$

Asumiendo que el eje puede considerarse rígido respecto a la chumacera, y despreciando " $\delta$ " por ser de un orden de magnitud muy inferior en comparación con la diferencia de radios, se tiene:

$$U_1 = 0 \quad x \text{ Circunferencial} \rightarrow x = R_2 \cdot \phi \quad (2.29)$$

$$U_2(x) = (R_2 - R_1) \left( \frac{1}{\cos \frac{x}{R_1}} - 1 \right) + \delta \quad (2.30)$$

Realizando la derivada, se obtiene la siguiente expresión:

$$U'(x) = (R_2 - R_1) \left( \frac{-\frac{1}{R_1} \sin \frac{x}{R_1}}{\cos^2 \left( \frac{x}{R_1} \right)} \right) = \frac{(R_2 - R_1)}{R_1} \left( \frac{-\sin \frac{x}{R_1}}{1 - \sin^2 \left( \frac{x}{R_1} \right)} \right) = \left( 1 - \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{\tan \frac{x}{R_1}}{\cos \frac{x}{R_2}} \quad (2.31)$$

$$U'(x) = \left( \frac{R_1}{R_2} - 1 \right) \frac{\tan \frac{x}{R_1}}{\cos \frac{x}{R_1}} \quad (2.32)$$

$$p(x) = \frac{E \cdot a^2}{2\pi\sqrt{a^2-x^2}} \left[ \int_{-1}^1 \frac{U'(t)\sqrt{1-t^2}}{t-1} dt + \int_{-1}^1 \frac{U'(t)\sqrt{1-t^2}}{t-\frac{x}{a}} dt \right] \quad (2.33)$$

Posteriormente, se introduce el siguiente cambio de variable:

$$ds = a \cdot dt \quad (2.34)$$

$$x - s = -a \left( t - \frac{x}{a} \right) \quad (2.35)$$

Finalmente, se obtiene la expresión que proporciona la distribución de presión de contacto, expresada en función de la restricción geométrica anteriormente descrita, y la elasticidad en la zona de contacto suponiendo un semiancho de contacto "a".

$$p(x) = \frac{E \cdot a \cdot \left( \frac{R_{chum}}{R_{eje}} - 1 \right)}{2\pi(1-\nu^2)\sqrt{a^2-x^2}} \left[ \int_{-1}^1 \frac{\tan\left(\frac{a \cdot t}{R_{eje}}\right)\sqrt{1-t^2}}{\cos\left(\frac{a \cdot t}{R_{eje}}\right) \cdot \left(t - \frac{x}{a}\right)} dt - \int_{-1}^1 \frac{\tan\left(\frac{a \cdot t}{R_{eje}}\right)\sqrt{1-t^2}}{\cos\left(\frac{a \cdot t}{R_{eje}}\right) \cdot (t-1)} dt \right] \quad (2.36)$$

La primera de las integrales arriba mostradas, se resuelve por Mikhlin, mientras que la segunda integral impropia se resuelve por aproximaciones, ya que el límite está en 1, donde el valor de la función se hace infinito.

## 2.5 Resultados y discusión.

Primeramente, con objeto de validar el método propuesto comparándolo con la teoría de Hertz, se mostrará en la Tabla 2.7, los resultados de tensión cortante máxima principal, para diferentes holguras entre el radio del eje y la chumacera, obtenidos mediante tres métodos, la teoría de Hertz, la de contacto cilíndrico [11], y la basada en contacto cilíndrico con expresión exacta de separación, denominada en este caso, de contacto tipo placa o contacto interior bi-cilíndrico. En dicha tabla, se muestran los valores obtenidos de semiancho de contacto "a", la diferencia porcentual entre el método basado en contacto tipo placa o interior bi-cilíndrico con Hertz, y el basado en contacto cilíndrico con Hertz, así como los valores adimensionales máximos de las tensiones tangenciales.



holgura (diferencia de radios) [mm]	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]	a (semiancho) met. Placa [mm]	a (semiancho) Hertz [mm]	a (semiancho) met. Cilind. [mm]	% Dif. Met. Aprox. Placa-Hertz	% Dif. Met. Aprox. Cilin.-Hertz	Tao-Placa	Tao-Hertz	Tao-Cilindrica
4,000	230,000	234,000	5,812	5,792	5,857	0,35%	1,12%	0,29392098	0,294239692	0,293905458
2,000	230,000	232,000	8,289	8,208	8,338	0,98%	1,56%	0,293937033	0,294239692	0,293905456
1,000	230,000	231,000	11,942	11,825	11,980	0,98%	1,29%	0,293970986	0,294239692	0,293905456
0,500	230,000	230,500	17,045	16,874	17,095	1,00%	1,29%	0,294038953	0,294239692	0,293905455
0,250	230,000	230,250	24,248	24,013	24,356	0,97%	1,41%	0,294175609	0,294239692	0,293905455
0,125	230,000	230,125	34,219	34,008	34,483	0,62%	1,38%	0,294443334	0,294239692	0,293905455
0,063	230,000	230,063	48,069	48,109	48,759	-0,08%	1,33%	0,294966348	0,294239692	0,293905455
0,031	230,000	230,031	67,128	68,075	68,990	-1,41%	1,33%	0,296009726	0,294239692	0,293905455
0,016	230,000	230,016	92,612	96,305	97,572	-3,99%	1,30%	0,297990503	0,294239692	0,293905455
0,008	230,000	230,008	125,189	136,213	138,009	-8,81%	1,30%	0,301669133	0,294239692	0,293905455

Tabla 2.7. Diferencia entre los 3 métodos estudiados.

Se puede observar, que los resultados ofrecidos por el método semianalítico con geometría tipo placa o interior bi-cilíndrico propuesto en este trabajo, se encuentran muy próximos a los obtenidos mediante la teoría de Hertz (por ejemplo: 0.35% de error en el cálculo del semiancho "a" para el caso de holgura de 4 mm) cuando las zonas de contacto son pequeñas y las holguras grandes. Se observa además que dicho error se incrementa significativamente a medida que disminuye la holgura. Por otro lado, el método basado en contacto cilíndrico, posee un error algo mayor para cualquier holgura propuesta con respecto a Hertz.

Además, la Figura 2.8, muestra gráficamente la variación del semiancho de contacto "a" con respecto la holgura "h", y en las Figuras 2.9 y 2.10, se representa la comparación de la distribución de presiones obtenida con respecto a la teoría de Hertz y el método propuesto en este trabajo, para los casos correspondientes a los dos extremos de los 10 casos propuestos (es decir,  $\varnothing_{\text{eje}}460$  con holgura máxima de 4 mm y mínima de 0.0078 mm). Se puede apreciar claramente, la similitud para el primero, y una clara diferencia para el segundo de los casos. En la Figura 2.10, se muestra una mayor diferencia cuando la holgura es pequeña.

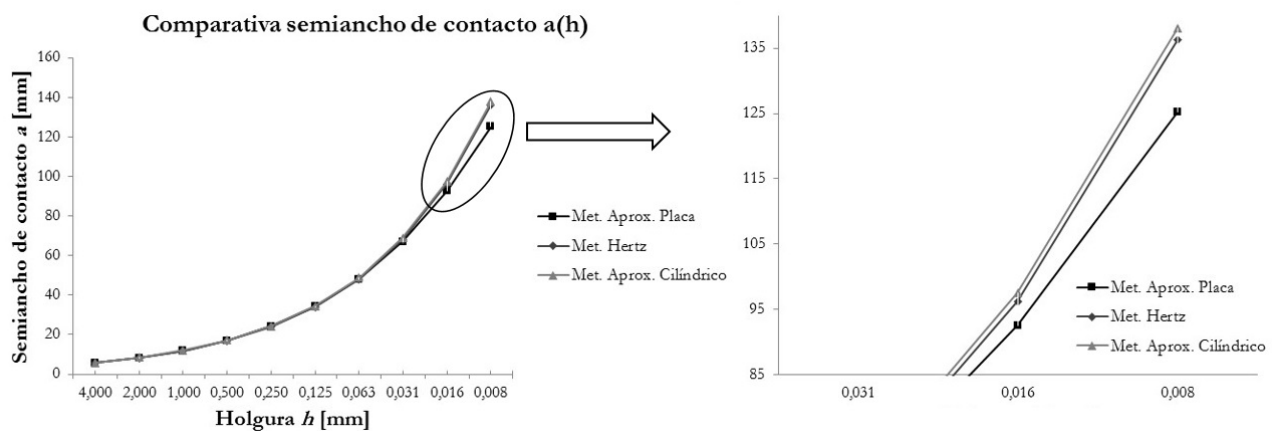


Figura 2.8. Valores de semiancho "a" [mm] con respecto a la holgura "h" [mm].

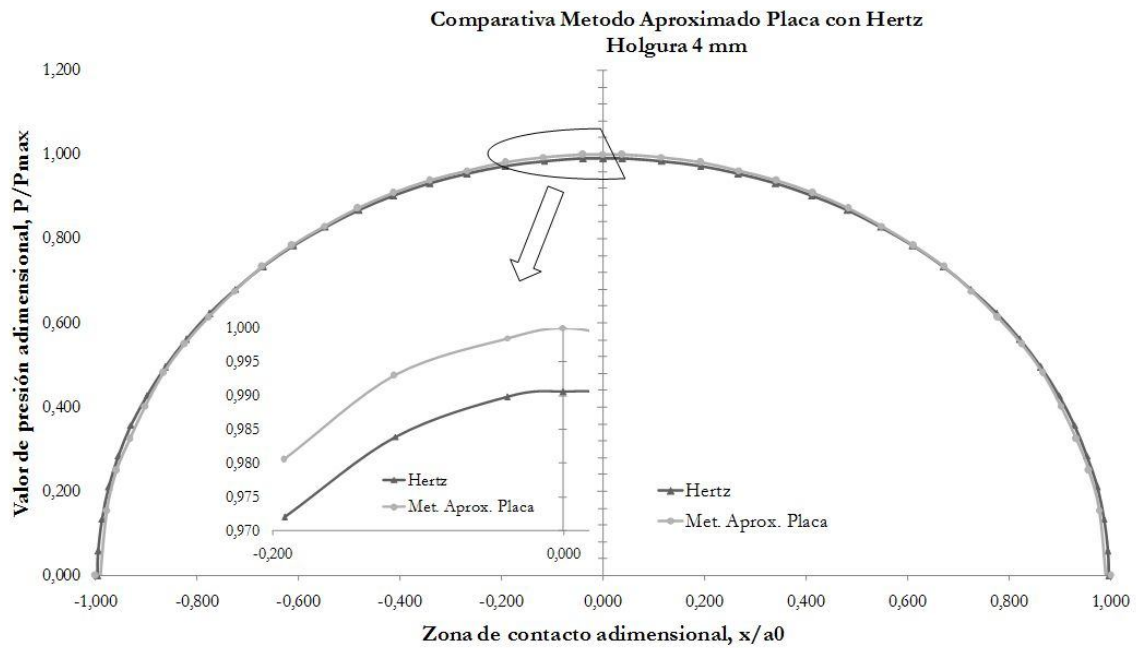


Figura 2.9. Distribución de presiones del Perfil circular. Comparación con Hertz para holgura de 4mm.

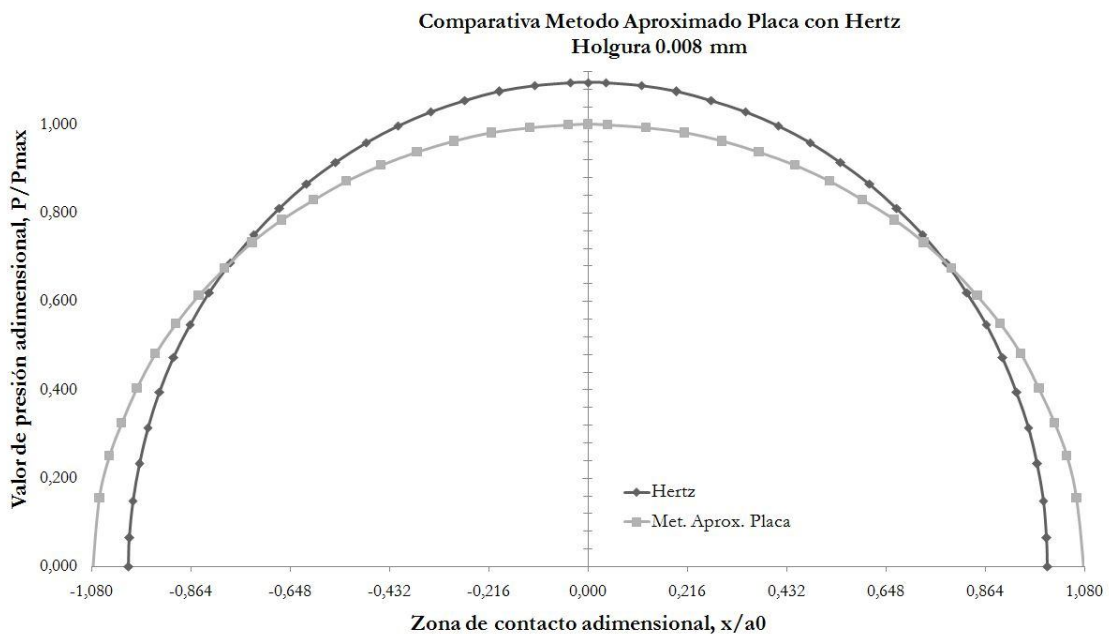


Figura 2.10. Distribución de presiones del Perfil circular. Comparación con Hertz para holgura de 0.0078 mm.

Por otro lado, debido a esta diferencia en el caso de  $h=0.0078$  mm, se ha considerado conveniente utilizar además el MEF con el fin de contrastar los resultados obtenidos mediante el método semianalítico con el contacto tipo placa o interior bi-cilíndrico propuesto. Para ello, se ha empleado el software ANSYS R14.5®, donde se han modelizado las piezas en 3D, dividiendo la chumacera en dos partes mediante el plano XZ, siguiendo con un mallado en cuadrículas de 10 mm de tamaño.

También se ha realizado para el caso de máxima holgura,  $h=4$  mm.

El contacto existente entre eje y chumacera, se ha modelado con el tipo de contacto *Bonded (multiple to multiple)*, para la zona de contacto de piezas; y el tipo *No separation (multiple to multiple)* para la zona de unión de las dos piezas que forman la chumacera (zonas de pieza superior e inferior). Los elementos que forman el "par de contacto" han sido del tipo *TARGE 170* para la superficie objeto, y *CONTA 174* para la superficie de contacto. En las Figuras 2.11 a 2.14, se puede observar, tanto el mallado a los modelos correspondientes a holgura 4 mm, y 0.0078 mm, así como el resultado de las tensiones principales máximas en los mismos casos, considerando un plano XY en la zona de contacto, así como la amplia extensión ocupada por el semiancho de contacto en la zona de máxima presión (representado por colores, siendo el rojo la máxima presión).

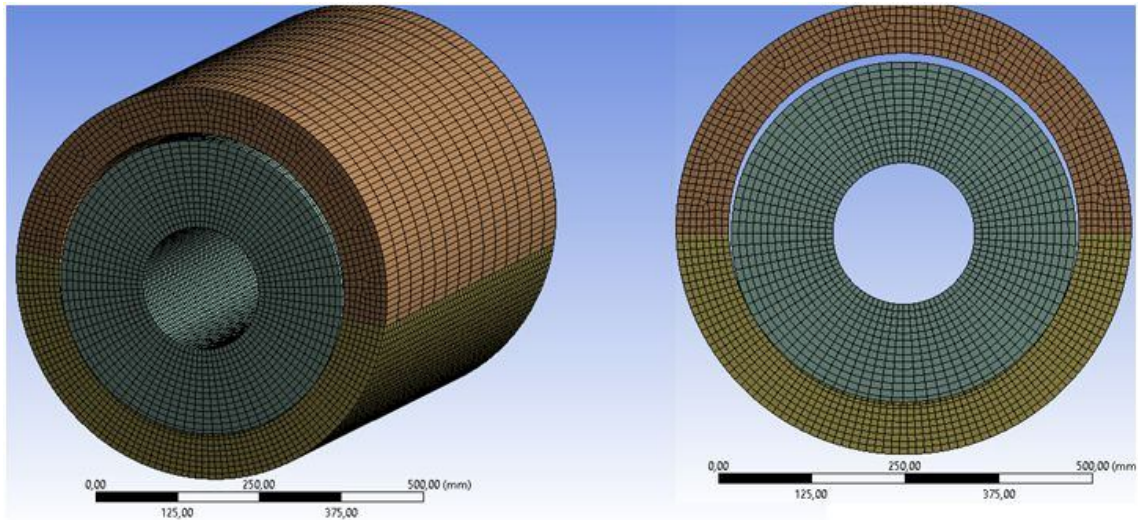


Figura 2.11. Mallado del modelo eje-chumacera para holgura de 4 mm.

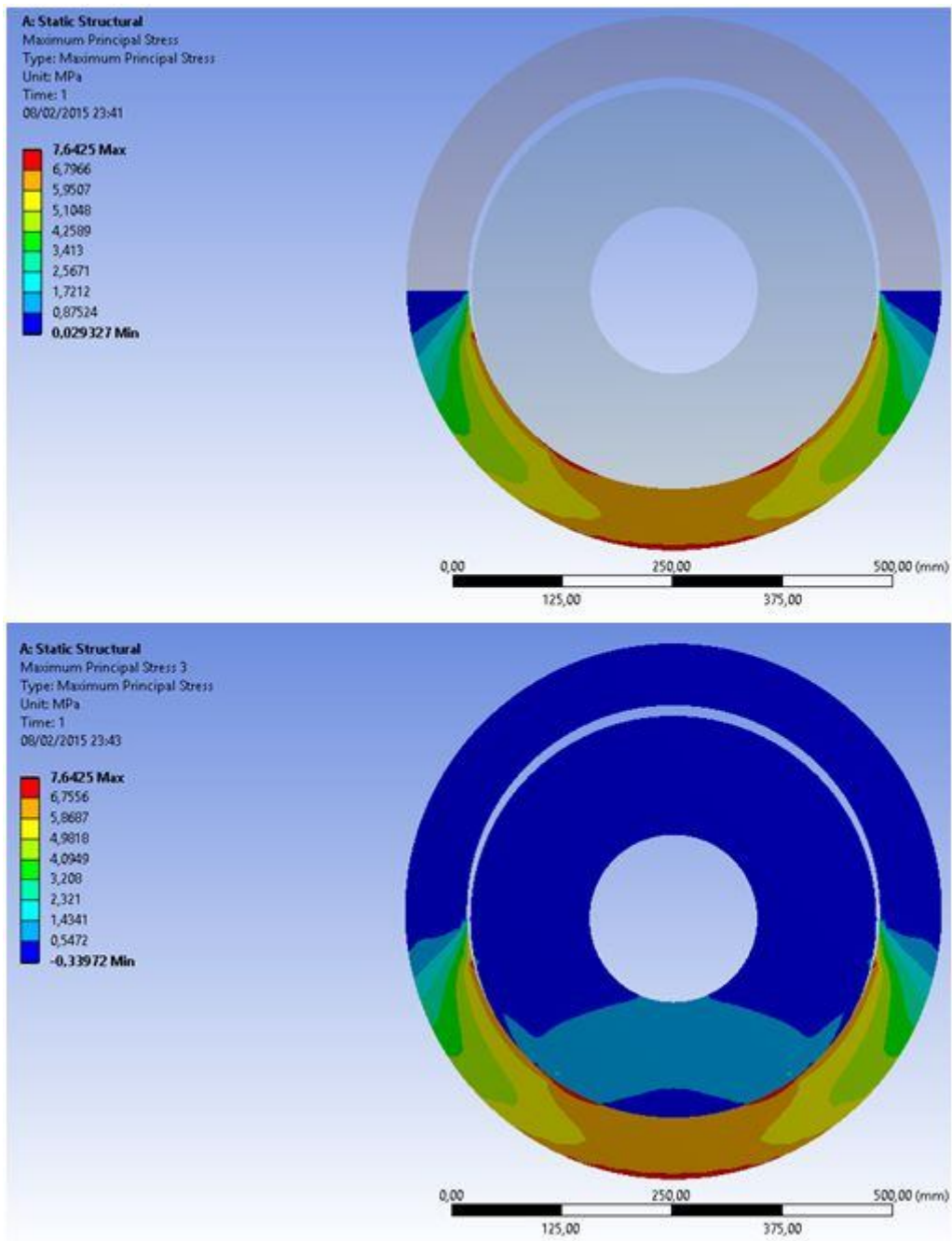


Figura 2.12. Sistema Eje-chumacera. Detalle de tensiones en la región de contacto para holgura de 4 mm.

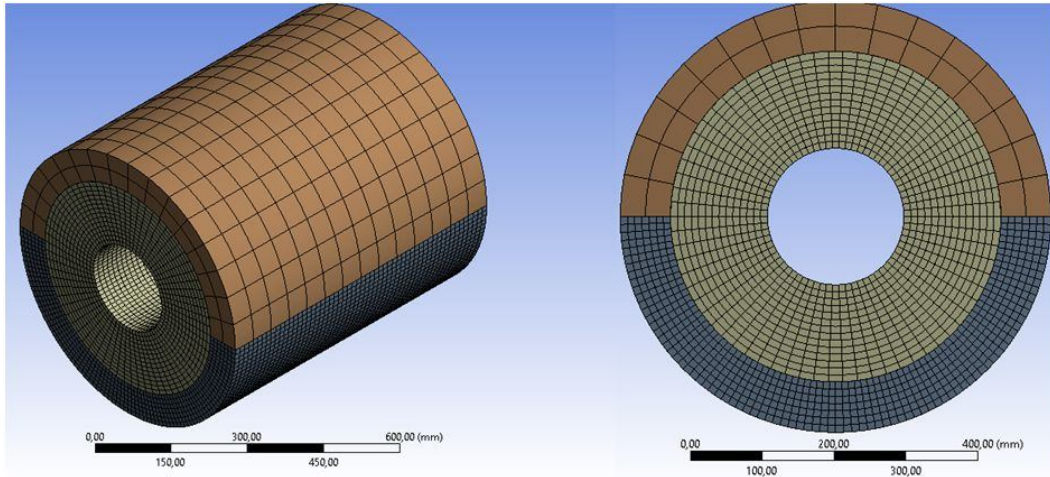


Figura 2.13. Mallado del modelo eje-chumacera. Holgura de 0.0078 mm.

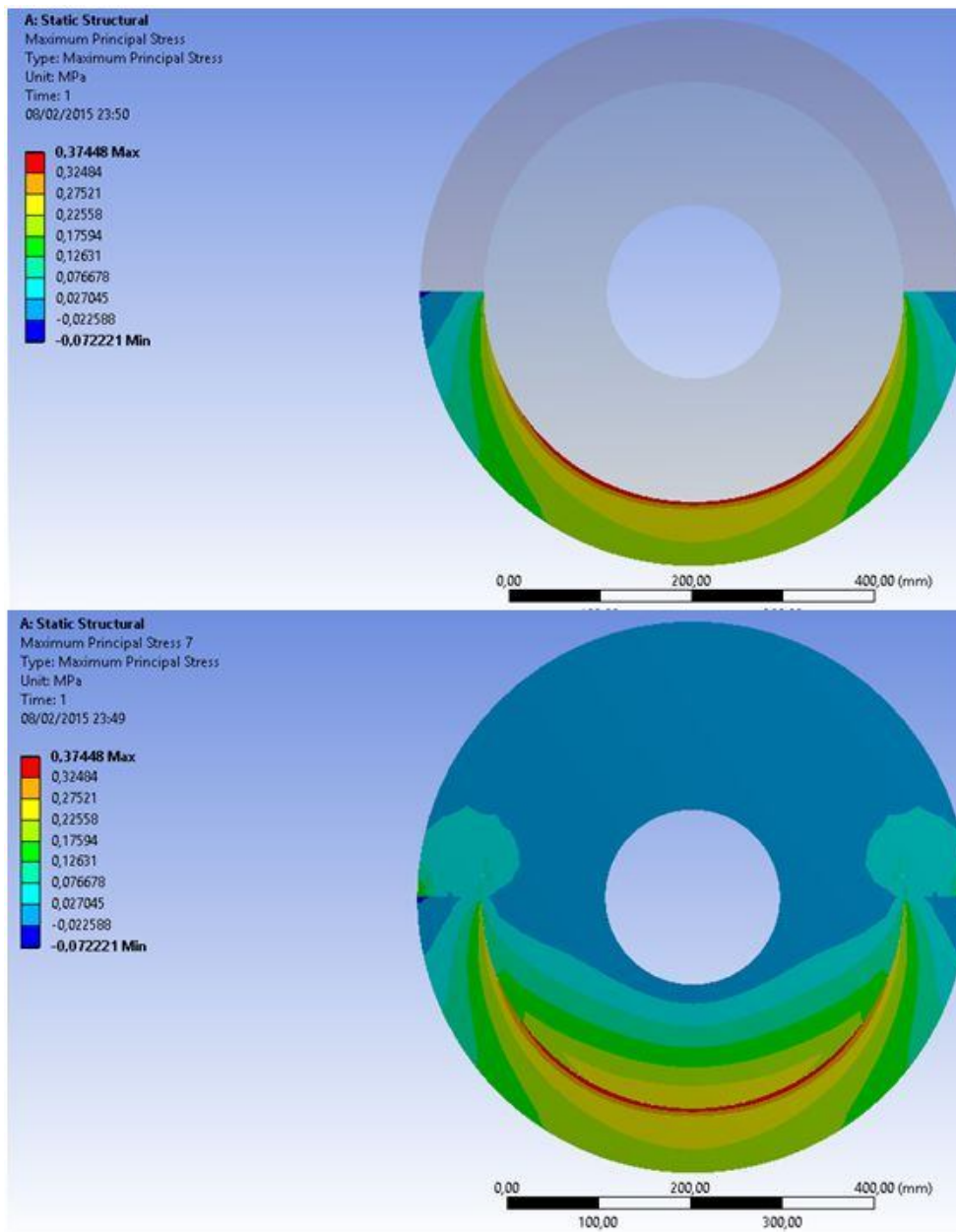


Figura 2.14. Sistema Eje-chumacera. Detalle de tensiones en la región de contacto para holgura de 0.0078 mm.

En la Tabla 2.8, se muestran los resultados comparativos del método propuesto, Hertz y el MEF para los dos casos de holgura anteriormente mencionados. Se observa que la diferencia entre el método propuesto y el MEF, se encuentra por debajo del 2% para la predicción de la tensión máxima.

holgura (diferencia de radios) [mm]	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]	a (semiancho) met. Placa [mm]	a (semiancho) Hertz [mm]	a (semiancho) MEF [mm]	P(x) [N/mm <sup>2</sup> ] Hertz	P(x) [N/mm <sup>2</sup> ] Placa	$\tau_{\text{ao-Placa}}$	$\tau_{\text{ao-Placa}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_{\text{ao-Hertz}}$	$\tau_{\text{ao-Hertz}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_{\text{ao-MEF}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
4	230,000	234,000	5,812	5,792	5,871	26,0163965	26,217881	0,29392098	7,70598529	0,29423969	7,65505649	7,6425
0,0078125	230,000	230,008	125,189	136,213	132,020	1,21579002	1,2576891	0,30166913	0,37940598	0,29423969	0,35773368	0,37448

Tabla 2.8. Diferencia entre MEF, Hertz y método propuesto para las holguras de 0.0078 mm y 4 mm.

Para poder comparar las curvas de presión obtenidas mediante los diferentes métodos estudiados, se ha adimensionalizado la presión total  $P$ , y la dimensión  $x$  con respecto a la referencia definida por los valores máximos de presión " $P_0$ " y semiancho de contacto " $a_0$ ", respectivamente. Estos, han sido obtenidos a partir de todos los valores aleatorios generados en cada caso de estudio. De esta forma, se ha obtenido la gráfica de la Figura 2.15, que representa  $(P/P_0)$  con respecto a  $(x/a_0)$  en cada uno de los 10 casos de holgura planteados en la Tabla 2.3. Se observa además, que el pico de presión en  $a=0$ , aumenta conforme disminuye el semiancho de contacto " $a$ ", y por tanto, la fuerza por unidad de longitud distribuida.

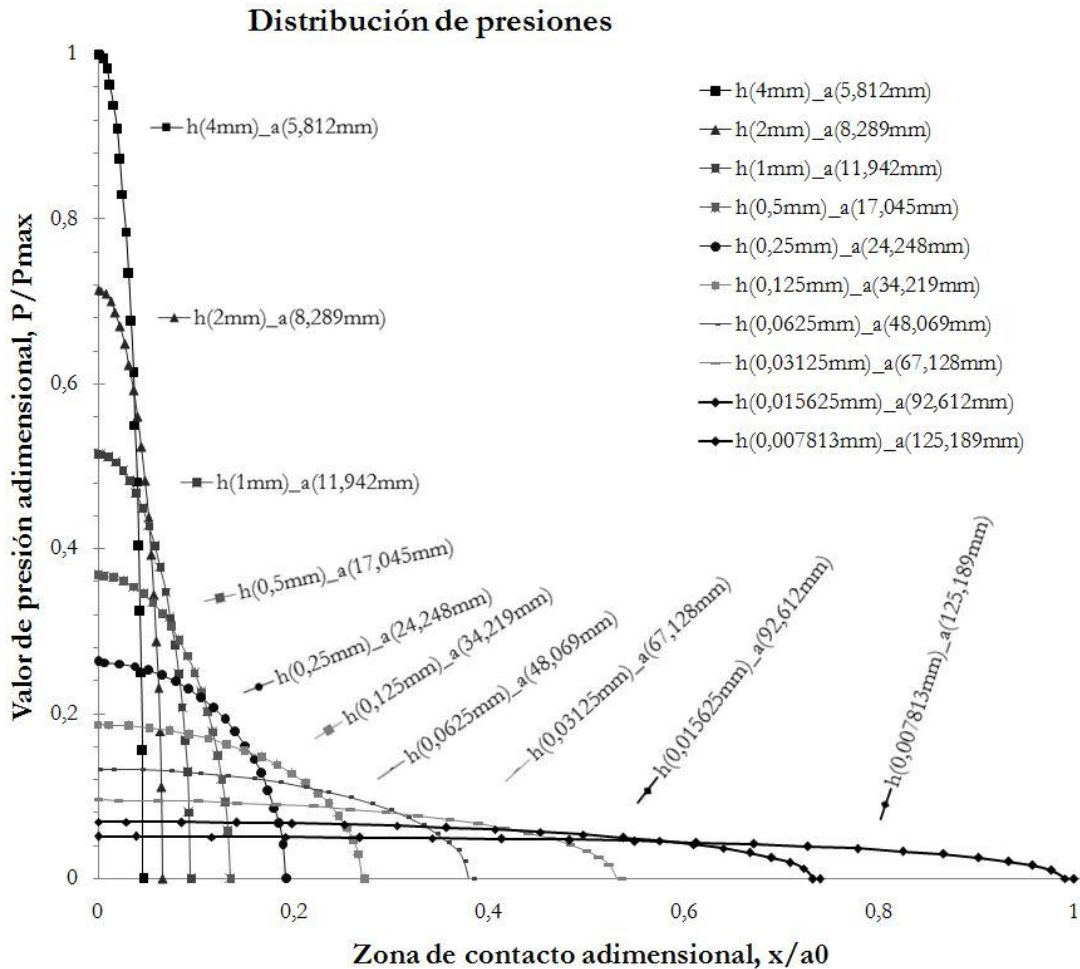


Figura 2.15. Curvas de distribución de presiones adimensionalizadas para diferentes holguras.

Una vez validada la idoneidad de este nuevo método, basado en un contacto tipo placa o interior bi-cilíndrico, se muestran los resultados del problema de ingeniería propuesto como ejemplo, relativo a los índices de tolerancia aplicados en el diseño. De igual manera, en las Figuras 2.16, 2.17, y 2.18, se representan tres casos correspondientes al extremo de menor exigencia ( $\varnothing 460H16/h16$ ), al intermedio ( $\varnothing 460H11/h11$ ), y al de mayor exigencia ( $\varnothing 460H4/h4$ ). El primer caso, IT16 (Ajustes de superficies libres), tiene un ancho de tolerancia de  $4000 \mu m$ , mientras que para IT11 dentro ya del nivel la tolerancia de piezas que se han de ajustar, la tolerancia es de  $400 \mu m$ , es decir 10 veces menor que la anterior, y por último, se exige una tolerancia de  $20 \mu m$ , para el caso de IT4, i.e., doscientas veces menor que en IT16.

Se puede observar de forma análoga a lo expuesto anteriormente con la diferencia de holguras, que el IT define una holgura determinada. La Figura 2.16, representa para el caso IT16, las curvas obtenidas mediante Hertz, y el método de aproximación propuesto de contacto tipo placa o interior bi-cilíndrico, del valor de presión adimensionalizada

$P/P_{\text{máx}}$  (donde  $P_{\text{máx}}$  es el valor de pico de presión máximo, que representa el área encerrada bajo las curvas de presión). La diferencia entre las dos gráficas, está en torno al 1.30% para todo el intervalo de contacto, alcanzando los valores más altos en los extremos, con una relación “ $a/R$ ” de 0.25, aumentando la diferencia conforme disminuye el índice de tolerancia. Para IT11, Figura 2.17, la diferencia es de 7.26% con un  $a/R$  de 0.83. Y en el caso de IT4, Figura 2.18, la diferencia es de 9.51% con un “ $a/R$ ” de 3.59. Lógicamente, como consecuencia de las hipótesis establecida por Hertz para elaborar su teoría, los errores o diferencias en los resultados entre ambos métodos, aumentan conforme aumenta la relación  $a/R$ , como sucede también en [11].

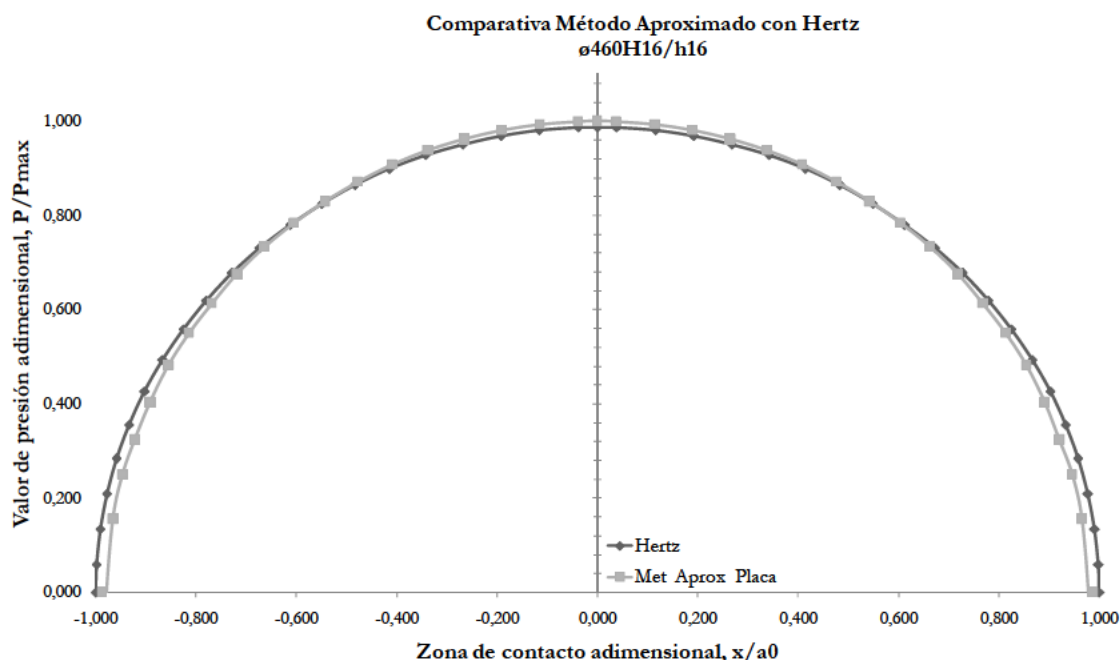


Figura 2.16. Distribución de presiones. Perfil circular. Comparación con Hertz.  $\phi 460H16/h16$  (Holgura grande).



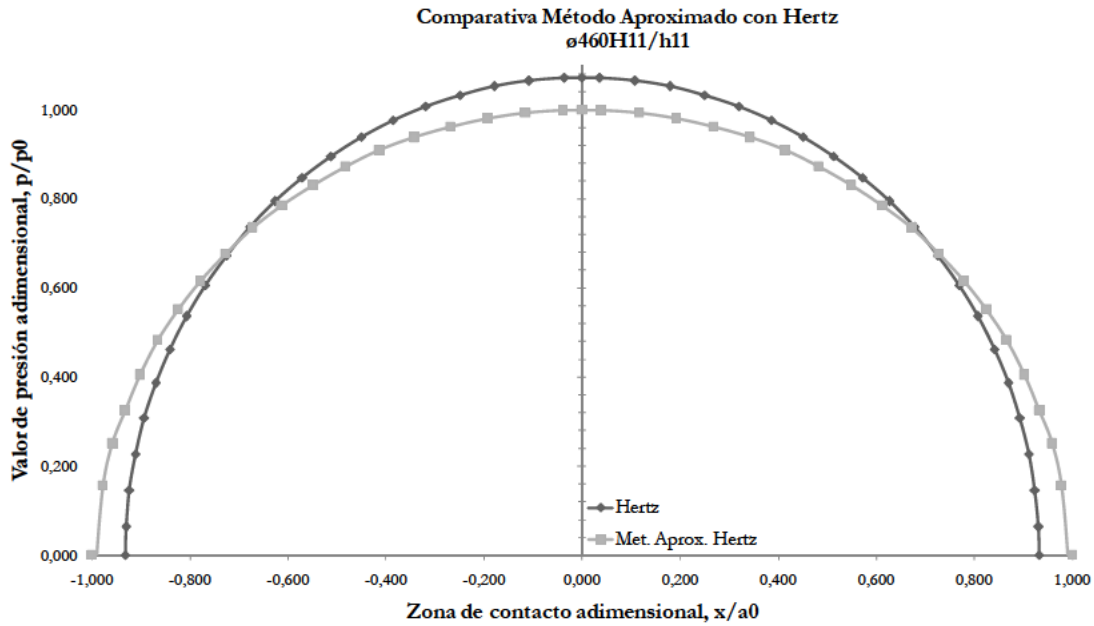


Figura 2.17. Distribución de presiones. Perfil circular. Comparación con Hertz.  $\phi 460H11/h11$  (Holgura valores intermedios).

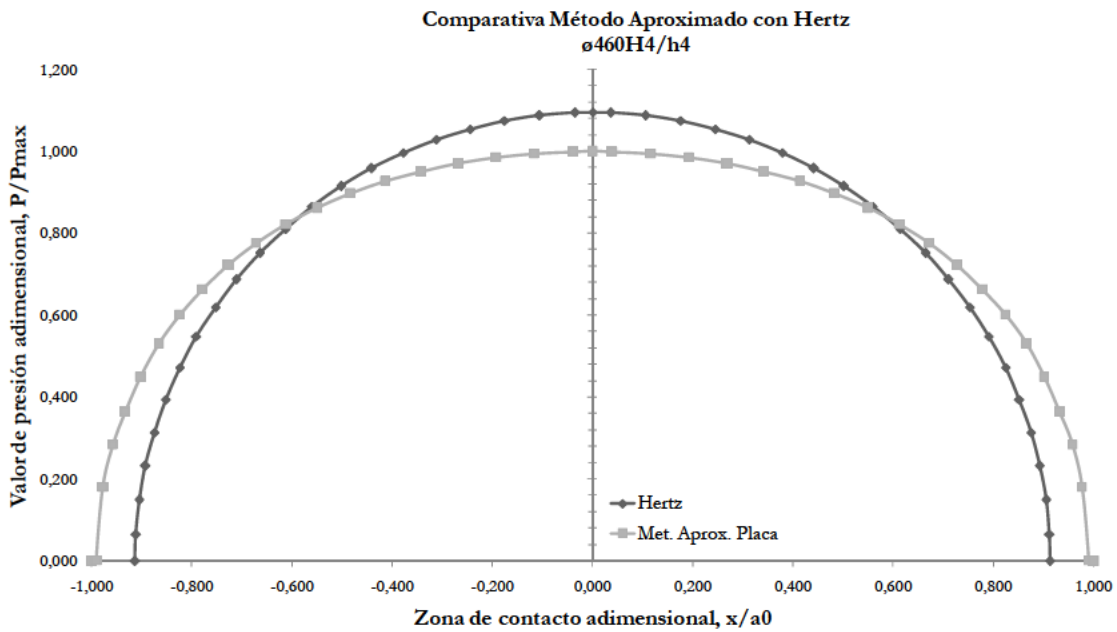


Figura 2.18. Distribución de presiones. Perfil circular. Comparación con Hertz.  $\phi 460H4/h4$  (Holgura pequeña).

En las Tablas 2.9, 2.10, y 2.11, se presentan los valores obtenidos de semiancho de contacto y los máximos de tensión tangencial adimensionalizada (tensión equivalente subsuperficial cortante), para los tres casos planteados, IT4  $\phi 460H4/h4$ , IT11  $\phi 460H11/h11$  y IT16  $\phi 460H16/h16$ , tanto para el método propuesto, como el basado en la teoría de Hertz. De forma análoga, se han calculado los 40 casos de holgura para cada IT propuesto. Se aprecia que la tensión máxima tangencial, mostrada adimensionalmente, varía en función de la holgura en el caso del método propuesto. En cambio, aplicando la teoría

de Hertz, el comportamiento es totalmente independiente con respecto a la variación de la holgura, con lo que pierde precisión cuando la holgura es mínima.

Casos	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]	a (semiancho) met. Aprox Placa [mm]	$\tau_{ao}$ . Met. Placa [adim]	a (semiancho) Hertz [mm]	Tao Hertz [adim]
1	229,9900	230,0108	81,1606	0,2972	83,3446	0,2942
2	229,9907	230,0103	83,5388	0,2974	86,0091	0,2942
3	229,9899	230,0101	82,4044	0,2973	84,7701	0,2942
4	229,9905	230,0094	85,0228	0,2976	87,6146	0,2942
5	229,9903	230,0104	82,5738	0,2973	84,9643	0,2942
6	229,9898	230,0097	83,0233	0,2974	85,4520	0,2942
7	229,9905	230,0100	83,7884	0,2974	86,2787	0,2942
8	229,9907	230,0104	83,3388	0,2974	85,7930	0,2942
9	229,9899	230,0096	83,3520	0,2974	85,8072	0,2942
10	229,9901	230,0100	82,8475	0,2974	85,2620	0,2942
11	229,9898	230,0101	82,1072	0,2973	84,4295	0,2942
12	229,9904	230,0107	82,2461	0,2973	84,5887	0,2942
13	229,9901	230,0103	82,3163	0,2973	84,6692	0,2942
14	229,9902	230,0107	81,7870	0,2973	84,0625	0,2942
15	229,9901	230,0098	83,4604	0,2974	85,9243	0,2942
16	229,9897	230,0090	84,0432	0,2975	86,5541	0,2942
17	229,9898	230,0088	84,7671	0,2975	87,3364	0,2942
18	229,9910	230,0090	86,9665	0,2977	89,8889	0,2942
19	229,9905	230,0100	83,6059	0,2974	86,0816	0,2942
20	229,9897	230,0103	81,7208	0,2973	83,9867	0,2942
21	229,9886	230,0098	80,6265	0,2971	82,7326	0,2942
22	229,9904	230,0101	83,2816	0,2974	85,7312	0,2942
23	229,9914	230,0097	86,2974	0,2977	89,1060	0,2942
24	229,9912	230,0112	82,7351	0,2973	85,1406	0,2942
25	229,9902	230,0093	84,4981	0,2975	87,0457	0,2942
26	229,9901	230,0094	84,2618	0,2975	86,7903	0,2942
27	229,9905	230,0104	83,0072	0,2974	85,4346	0,2942
28	229,9902	230,0103	82,6174	0,2973	85,0135	0,2942
29	229,9900	230,0099	82,9190	0,2974	85,3393	0,2942
30	229,9890	230,0102	80,4801	0,2971	82,5648	0,2942
31	229,9894	230,0090	83,4955	0,2974	85,9623	0,2942
32	229,9891	230,0105	80,3540	0,2971	82,4202	0,2942
33	229,9899	230,0102	82,2029	0,2973	84,5392	0,2942
34	229,9908	230,0108	82,7679	0,2973	85,1760	0,2942
35	229,9893	230,0097	82,0502	0,2973	84,3642	0,2942
36	229,9901	230,0102	82,5540	0,2973	84,9415	0,2942
37	229,9889	230,0099	80,9154	0,2972	83,0636	0,2942
38	229,9905	230,0104	82,9385	0,2974	85,3604	0,2942
39	229,9892	230,0107	80,1470	0,2971	82,1830	0,2942
40	229,9904	230,0100	83,4996	0,2974	85,9667	0,2942

Tabla 2.9. Valores de semiancho "a" para las 40 situaciones de estudio de IT4  $\phi 460H4/h4$ .

Casos	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]	a (semiancho) met. Aprox Placa [mm]	$\tau_{ao}$ . Met. Placa [adim]	a (semiancho) Hertz [mm]	Tao Hertz [adim]
1	229,8054	230,1976	19,3459	0,2941	19,1323	0,2942
2	229,8113	230,1977	19,5091	0,2941	19,2924	0,2942
3	229,7788	230,1875	18,9108	0,2941	18,7054	0,2942
4	229,7924	230,1957	19,0502	0,2941	18,8421	0,2942
5	229,8045	230,2129	18,9212	0,2941	18,7155	0,2942
6	229,8037	230,1905	19,4974	0,2941	19,2809	0,2942
7	229,7959	230,2128	18,7088	0,2941	18,5071	0,2942
8	229,7970	230,2028	18,9846	0,2941	18,7778	0,2942
9	229,8068	230,2054	19,1734	0,2941	18,9630	0,2942
10	229,7757	230,1922	18,7177	0,2941	18,5158	0,2942
11	229,7732	230,2093	18,2625	0,2941	18,0692	0,2942
12	229,8153	230,2020	19,5008	0,2941	19,2843	0,2942
13	229,8156	230,1882	19,9129	0,2941	19,6887	0,2942
14	229,8035	230,2015	19,1918	0,2941	18,9811	0,2942
15	229,8126	230,1968	19,5722	0,2941	19,3543	0,2942
16	229,8090	230,2018	19,3330	0,2941	19,1196	0,2942
17	229,7872	230,1989	18,8370	0,2941	18,6329	0,2942
18	229,7992	230,2113	18,8285	0,2941	18,6246	0,2942
19	229,8147	230,1913	19,7938	0,2941	19,5718	0,2942
20	229,8031	230,1937	19,3903	0,2941	19,1759	0,2942
21	229,7960	230,2072	18,8510	0,2941	18,6467	0,2942
22	229,7939	230,1943	19,1236	0,2941	18,9141	0,2942
23	229,8109	230,1855	19,8532	0,2941	19,6301	0,2942
24	229,7966	230,1896	19,3230	0,2941	19,1098	0,2942
25	229,7982	230,1935	19,2619	0,2941	19,0498	0,2942
26	229,7782	230,2001	18,5863	0,2941	18,3870	0,2942
27	229,7698	230,1844	18,7613	0,2941	18,5587	0,2942
28	229,8126	230,1917	19,7191	0,2941	19,4985	0,2942
29	229,7985	230,2067	18,9268	0,2941	18,7210	0,2942
30	229,7894	230,1879	19,1762	0,2941	18,9657	0,2942
31	229,7943	230,1960	19,0913	0,2941	18,8825	0,2942
32	229,7879	230,2253	18,2353	0,2941	18,0425	0,2942
33	229,8014	230,1992	19,1958	0,2941	18,9850	0,2942
34	229,7922	230,2078	18,7411	0,2941	18,5388	0,2942
35	229,8114	230,1977	19,5116	0,2941	19,2948	0,2942
36	229,7858	230,2034	18,6912	0,2941	18,4898	0,2942
37	229,7765	230,2011	18,5255	0,2941	18,3273	0,2942
38	229,8018	230,1939	19,3495	0,2941	19,1359	0,2942
39	229,8215	230,1957	19,8643	0,2941	19,6409	0,2942
40	229,8047	230,1924	19,4727	0,2941	19,2567	0,2942

Tabla 2.10. Valores de semiancho "a" para las 40 situaciones de estudio de IT11  $\varnothing 460H11/h11$ .

Casos	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]	a (semiancho) met. Aprox Placa [mm]	$\tau_{ao}$ . Met. Placa [adim]	a (semiancho) Hertz [mm]	Tao Hertz [adim]
1	227,9476	231,8854	5,8067	0,2939	5,7859	0,2942
2	227,8924	231,8723	5,7795	0,2939	5,7593	0,2942
3	228,0344	232,0548	5,7578	0,2939	5,7382	0,2942
4	227,9605	231,8531	5,8357	0,2939	5,8142	0,2942
5	228,1972	232,0507	5,8663	0,2939	5,8441	0,2942
6	227,9596	232,0880	5,6929	0,2939	5,6749	0,2942
7	228,0388	231,8235	5,9088	0,2939	5,8855	0,2942
8	228,0437	232,0590	5,7611	0,2939	5,7414	0,2942
9	228,0346	231,9643	5,8138	0,2939	5,7928	0,2942
10	228,0617	232,0146	5,7998	0,2939	5,7792	0,2942
11	227,9243	231,9531	5,7504	0,2939	5,7310	0,2942
12	228,0082	232,0952	5,7177	0,2939	5,6991	0,2942
13	228,0827	232,0187	5,8108	0,2939	5,7899	0,2942
14	228,1145	232,0040	5,8411	0,2939	5,8194	0,2942
15	227,9036	231,9944	5,7135	0,2939	5,6949	0,2942
16	227,8970	231,9852	5,7147	0,2939	5,6962	0,2942
17	227,9061	231,9382	5,7480	0,2939	5,7286	0,2942
18	227,9242	232,0844	5,6742	0,2939	5,6566	0,2942
19	227,8404	231,7594	5,8162	0,2939	5,7952	0,2942
20	228,1012	232,0777	5,7860	0,2939	5,7657	0,2942
21	228,1735	232,0358	5,8601	0,2939	5,8380	0,2942
22	227,9287	231,8862	5,7941	0,2939	5,7736	0,2942
23	227,8320	232,0420	5,6446	0,2939	5,6277	0,2942
24	228,0340	231,9878	5,7986	0,2939	5,7780	0,2942
25	227,9558	232,0567	5,7086	0,2939	5,6902	0,2942
26	228,1126	232,0160	5,8322	0,2939	5,8108	0,2942
27	227,9894	232,0182	5,7518	0,2939	5,7324	0,2942
28	227,8893	231,9446	5,7339	0,2939	5,7149	0,2942
29	228,0375	231,8803	5,8699	0,2939	5,8475	0,2942
30	228,2948	231,9442	6,0101	0,2939	5,9844	0,2942
31	227,7928	232,0842	5,6000	0,2939	5,5843	0,2942
32	227,9742	232,0012	5,7526	0,2939	5,7331	0,2942
33	227,9871	232,1161	5,6932	0,2939	5,6751	0,2942
34	227,8811	231,8998	5,7556	0,2939	5,7360	0,2942
35	228,0738	231,9677	5,8374	0,2939	5,8159	0,2942
36	227,9947	231,9992	5,7666	0,2939	5,7468	0,2942
37	227,9568	232,0523	5,7118	0,2939	5,6933	0,2942
38	228,0500	232,0221	5,7876	0,2939	5,7673	0,2942
39	228,0903	232,1351	5,7444	0,2939	5,7251	0,2942
40	227,8271	232,0304	5,6482	0,2939	5,6312	0,2942

Tabla 2.11. Valores de semiancho "a" para las 40 situaciones de estudio de IT16  $\varnothing 460H16/h16$ .

A continuación, las Figuras 2.19 y 2.20 presentan las curvas de distribución de presiones adimensionalizadas ( $P/P_0$ ), en función del semiancho de contacto "a" para los casos de estudio extremos,  $\varnothing 460H16/h16$ , y  $\varnothing 460H4/h4$ . Se aprecia, al igual que en la Figura 2.15, cómo aumenta el valor máximo del pico de presión en  $a=0$ .

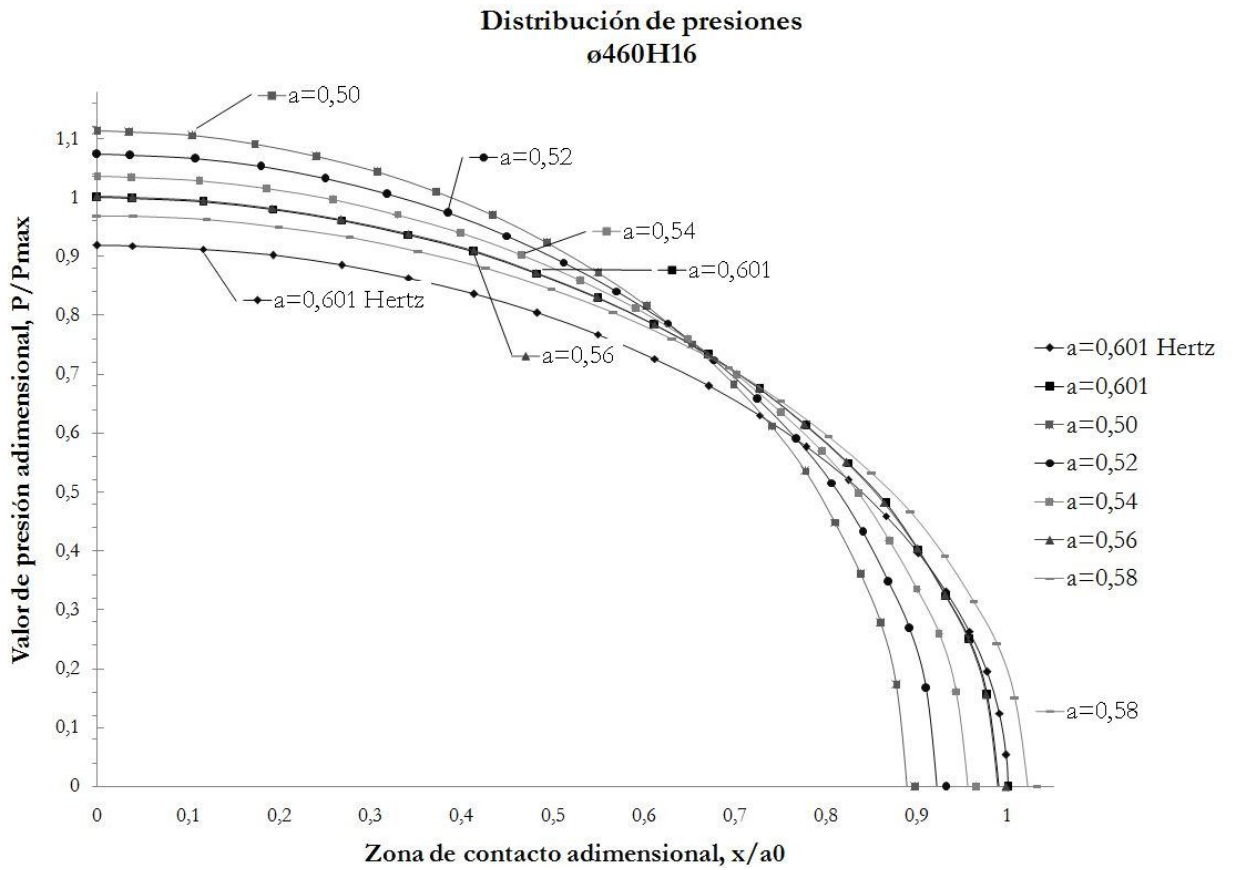


Figura 2.19. Curvas de distribución de presiones para diferentes semianchos de contacto "a" [ø460H16].

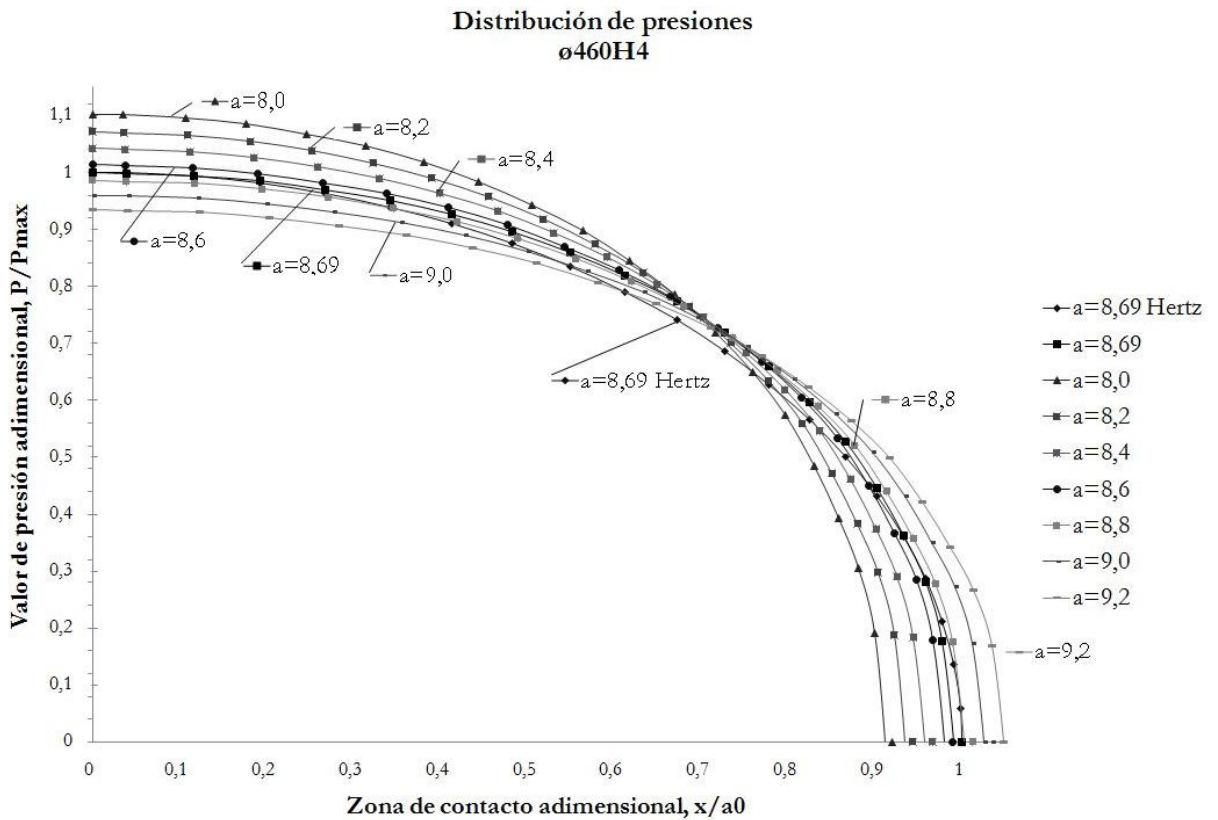


Figura 2.20. Curvas de distribución de presiones para diferentes semianchos de contacto "a" [ø460H4].

La Figura 2.21, representa las líneas de contorno del mapa de tensiones, de los resultados obtenidos por el método de Hertz, y el Método aproximado propuesto con contacto tipo placa o interior bi-cilíndrico, para el caso de holgura 0.0078 mm. Se ha escogido este caso, por ser el que mayor diferencia presenta entre ambos métodos, obtenido a partir del semiancho de contacto crítico. Esta representación permitiría establecer los valores máximos de tensión equivalente subsuperficial cortante, a partir de un espesor dado de chumacera, observándose que los valores máximos se encuentran distantes de la superficie. Aplicando el método de Hertz, la Tensión máxima tangencial tiene un valor adimensionalizado de 0.2942, y está localizado en semiancho de contacto adimensionalizado de  $x/a = 0$  y un espesor adimensionalizado de  $z/a = 0.76$ . Para el Método aproximado, la Tensión máxima tangencial tiene un valor adimensionalizado de 0.3017, y está localizado en  $x/a = 0$  y  $z/a = 0.84$ . La Figura 2.22, representa en 3D estas mismas líneas de tensión para el método aproximado con contacto tipo placa o interno bi-cilíndrico.

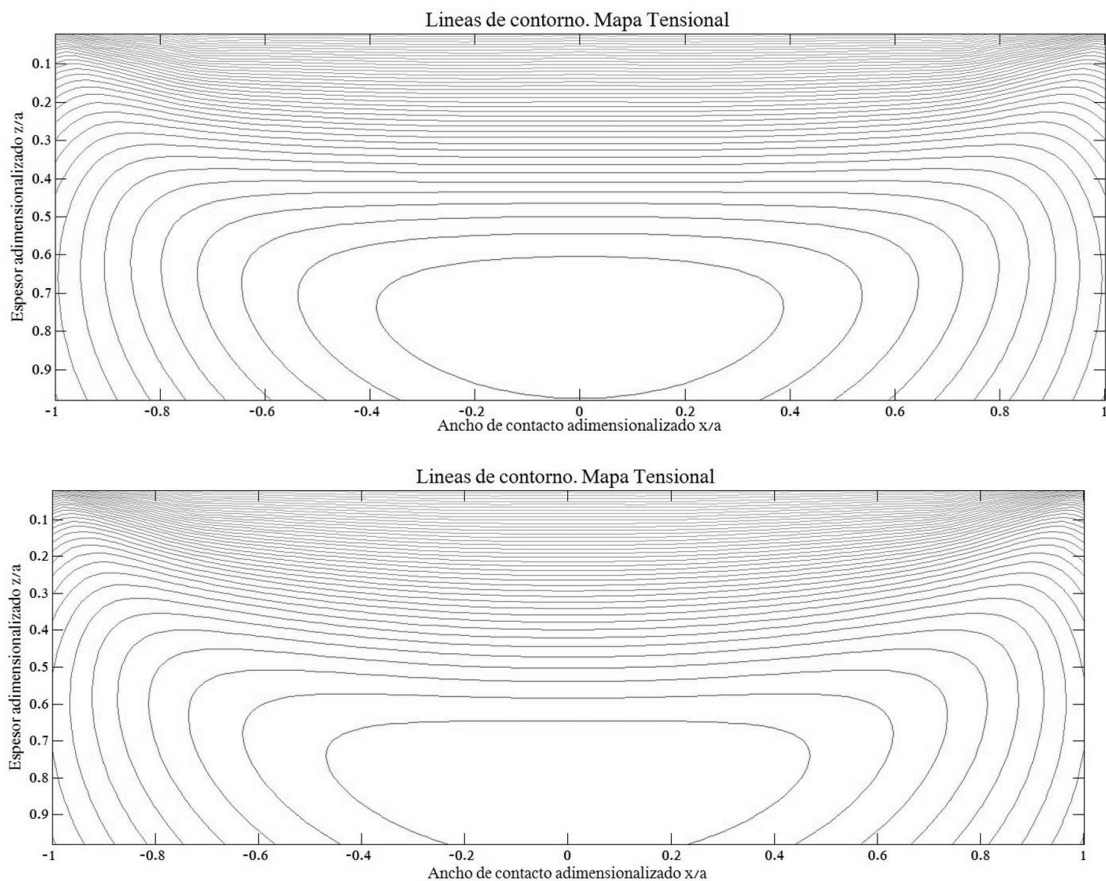


Figura 2.21. Líneas de contorno. Mapa Tensional. Arriba: Método de Hertz / Abajo: Método Aproximado con contacto tipo placa.

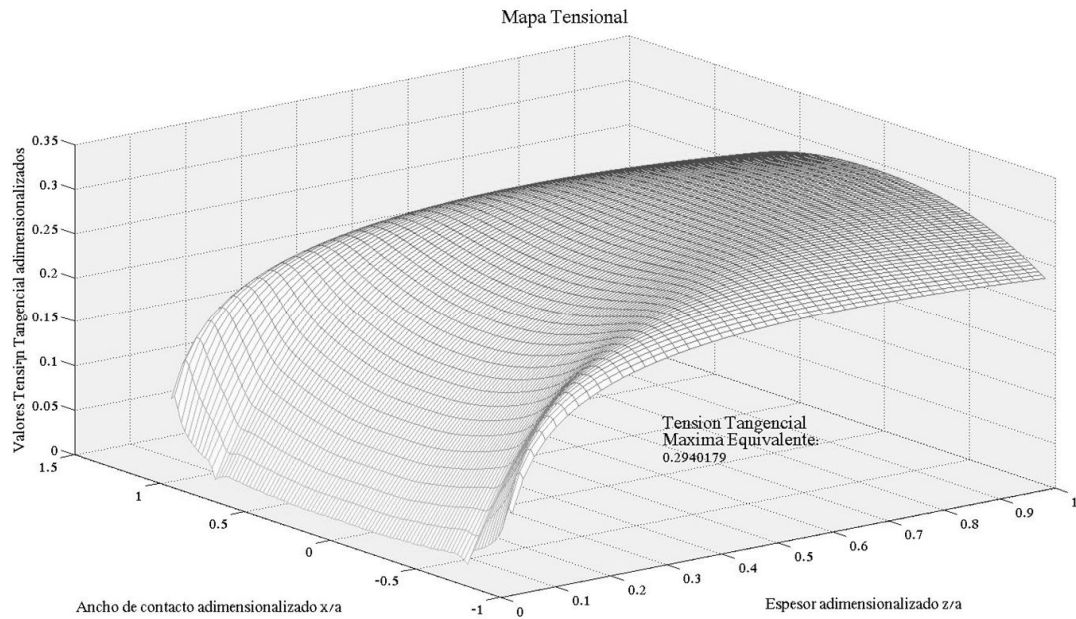


Figura 2.22. Mapa tensional. Método Aproximado con contacto tipo placa o interno bicilíndrico.

Por tanto, siguiendo el criterio de Tresca, con las tensiones tangenciales máximas obtenidas para todos los casos de estudio, se puede conocer si las geometrías de estudio, superan la tensión tangencial máxima permitida para dicho material. En este caso, se puede incurrir en un fallo del material, sobrepasando el límite elástico y produciendo daños permanentes en la chumacera o eje de cola del submarino. Un criterio ampliamente aceptado, establece como límite de resistencia a la fatiga aquel que toma la mitad del valor del límite de fluencia, expresado por:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_Y}{2} = S_e \quad (2.37)$$

Una vez que se han obtenido los resultados de los 40 casos de los 3 IT contemplados ( $\emptyset 460H16/h16$  (chumacera/eje),  $\emptyset 460H11/h11$  y  $\emptyset 460H4/h4$ ), mediante una hoja de cálculo, se pueden establecer la media, la desviación estándar y la distribución normal a dichos valores, pudiendo representar las curvas adimensionalizadas de distribución con el límite de resistencia establecido, cuyo valor es uno. Los valores que excedan a dicho valor, podrían incurrir en fallo por fatiga. En la Figura 2.23, se muestra el ejemplo que se acaba de describir:

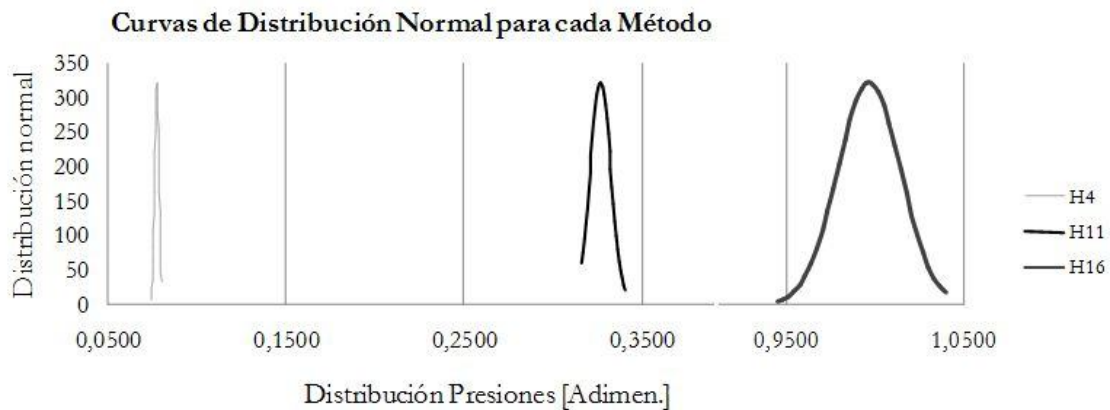


Figura 2.23. Distribuciones normales de las tensiones equivalentes subsuperficiales cortantes para IT4, IT11 y IT16.

Se aprecia por tanto que a mayor índice de tolerancia IT, los valores de tensión aumentan, necesitando mejorar las tolerancias de mecanizado para disminuir la holgura y, por lo tanto, evitar posibles daños subsuperficiales en la chumacera.

## 2.6 Recapitulación.

La metodología habitualmente empleada para resolver los casos de contacto, son los MEF, que además de utilizar algoritmos no lineales excesivamente complejos, precisan de unos grandes requerimientos en software y hardware. A pesar del alto potencial de los ordenadores actuales, debe emplearse un importante tiempo de preproceso, resolución, e interpretación de los resultados, que no siempre ofrecen la precisión y calidad final exigidas, pudiendo aparecer discontinuidades en la resolución de la función objetivo, dificultando su convergencia.

Por otro lado, la aproximación parabólica de Hertz, tiene el inconveniente de que al trabajar con ajustes finos, como suele ser el caso eje-chumacera, el ancho de contacto es elevado, y es por esto, una aproximación que aunque válida con cierto margen y comúnmente utilizada, insuficiente si se requieren resultados más precisos para los rangos con Índices de Tolerancia bajos.

Con el fin de ofrecer una alternativa al MEF, se ha utilizado un método que asumiendo ciertas simplificaciones, presenta la suficiente robustez y flexibilidad para resolver con la suficiente precisión, los problemas de contacto que aparecen habitualmente en el apoyo del eje en su chumacera, tanto para casos de holgura elevadas, en las que se asemejan a la aproximación parabólica de Hertz, o en los que las tolerancias exigen ajustes muy finos.

El método propuesto, se implementa en una hoja de cálculo, en el que se resuelven los casos planteados citados anteriormente, según las



holguras o índices de tolerancia, resolviéndose varios casos, que por un lado, estudian la influencia de la holgura en el comportamiento mecánico del sistema, y por otro lado, los basados en los Índices de Tolerancia (IT), que los relacionan con el nivel de calidad en el acabado superficial, es decir, directamente relacionado con las alturas del perfil de rugosidad, que están presentes en la superficie de la pieza tras el proceso de mecanizado.

Obteniendo mediante la aplicación del método propuesto, en base a la geometría y la carga de diseño inicial, el ancho de contacto, y las presiones debidas a este, así como las tensiones subsuperficiales, y su representación en un mapa tensional, permitiendo establecer los criterios geométricos y de materiales necesarios para su diseño óptimo. Este método, se ha validado comparándolo con el MEF, y con los resultados obtenidos de aplicar la teoría de Hertz, y la planteada mediante contacto cilíndrico aproximándola a una parábola.



CAPÍTULO

# 3

## **Método para determinar las tensiones debidas al régimen hidrodinámico**

Como complemento del capítulo anterior, en este se ofrece una solución para el cálculo de las tensiones debidas, al producirse el arrastre de lubricante mediante el giro del eje, cuando este no sea concéntrico axialmente con la chumacera, y bajo condiciones hidrodinámicas del lubricante, función del ángulo que forman los dos componentes.

Por lo tanto, en este capítulo, se ofrece un método sencillo de integración, que permita abordar por parte del diseñador, o usuario a través del mantenimiento y control, el valor de las tensiones debidas al rozamiento cuando existe desalineación entre el eje y la chumacera, usando como variable el ángulo del eje, pudiendo obtener, la potencia disipada debido a dicho rozamiento en función de la holgura. El hecho

en sí de que una de las variables, sea el ángulo de desalineación, es importante tal y como ya se adelantó en el Capítulo 1, porque la falta de accesibilidad a la zona de la chumacera, impediría en la mayoría de los casos, obtener los huelgos o altura de fluido en este caso, en los extremos de la chumacera, siendo útil por tanto, esta expresión que depende del ángulo.

### 3.1 Deducción de ecuaciones a emplear en la metodología

Tal y como ya se comentó en el Capítulo 1, la Lubricación Hidrodinámica se caracteriza normalmente por tener dos superficies en movimiento relativo arrastrando un fluido viscoso a un espacio convergente en una zona del eje, que es capaz de generar una cuña de fluido a presión, capaz de la carga a la que se halla sometido el contacto, Figura 3.1.

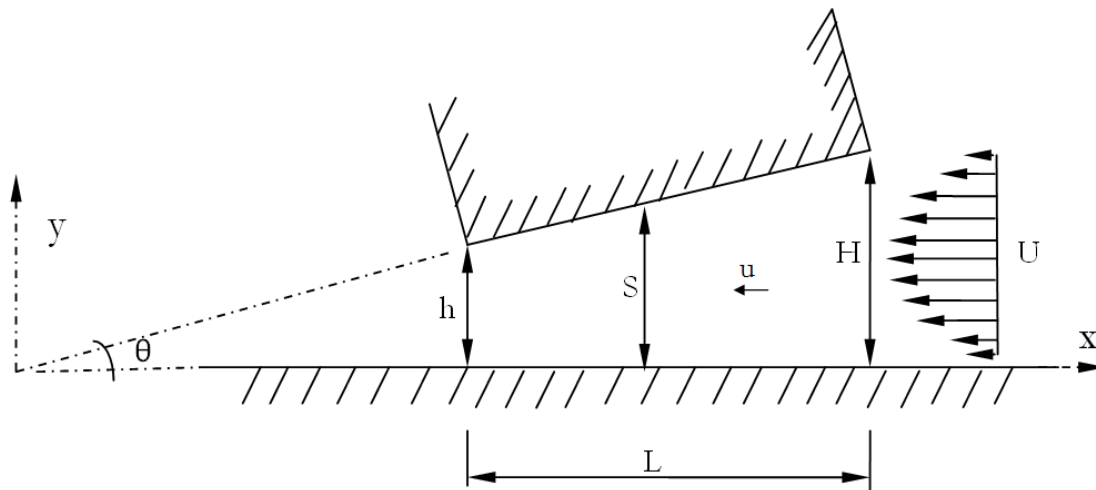


Figura 3.1. Superficie plana deslizándose debajo de otra fija inclinada y separada por el lubricante. Problema tratado como bidimensional.

Al margen de las condiciones para considerar lubricación hidrodinámica, como son:

- Que la holgura entre las superficies sea mayor que las rugosidades. Del orden de 0.00025 veces el diámetro del cojinete [113].
- Que las superficies tengan movimiento relativo.
- Que las superficies no sean paralelas
- Que el fluido sea viscoso y untoso.

Para comenzar, se plantearán algunas hipótesis de partida. Tal y como se muestra en la Figura 3.1, se puede tratar el caso como un problema bidimensional, dado que la anchura normal al papel en comparación al plano considerado XY es muy grande. Los ejes se toman fijos al bloque

superior, aunque su origen lo tomemos en el inferior, de esta forma la configuración es estacionaria.

El espesor de película de fluido es muy delgada en comparación con los radios de curvatura del cojinete, suponiendo plano el cojinete, despreciando dicho radio de curvatura.

El lubricante responde a la ley de Newton de movimiento de un fluido viscoso, y se desprecian las fuerzas de inercia del lubricante, así como el peso y las fuerzas magnéticas.

Se supone que el fluido es incompresible. La densidad del fluido y su viscosidad se consideran constantes a lo largo del espesor de película. En la lubricación perfecta, el parámetro fundamental del fluido es la viscosidad, mientras que en la lubricación límite o seca intervienen además otros parámetros como la estructura molecular, las propiedades químicas de los lubricantes, y la naturaleza de las superficies sólidas. Para el caso que tratamos, sólo estudiaremos la lubricación perfecta.

El cojinete y el eje se prolongan indefinidamente en la dirección "z" (Figura 3.1), lo que significa que el flujo del lubricante en esa dirección es nulo. La presión es constante en la dirección axial (espesor) o dirección "y", por lo tanto la presión solo depende de "x". Como el espesor de película es muy pequeño, la variación de presión dentro de ese espesor se considera despreciable. Esta consideración puede dejar de ser cierta cuando se tienen en cuenta las propiedades elásticas del fluido. Normalmente, cuando las superficies sólidas están bajo los efectos de presión muy elevados, o después de haberse originado arranques en los que las superficies han estado en contacto, la capa de fluido tiene espesores muy pequeños, de un orden de magnitud del tamaño molecular, y por tanto, las ecuaciones que rigen su comportamiento, fluidos considerados como medios continuos, ya no pueden ser usadas, dejando de considerarse lubricación hidrodinámica.

El flujo es laminar. Suponer que no se producen turbulencias resulta acertado salvo para cojinetes muy grandes y velocidades muy elevadas. La velocidad de una partícula del lubricante depende solamente de las coordenadas "x" e "y".

El fluido se adhiere a las superficies sólidas. Es decir, la velocidad de la capa de lubricante adyacente a cada superficie, coincide con la velocidad de ésta.

Las superficies son rígidas. No se deforman bajo la presión del contacto.

Una vez expuestas las hipótesis de partida, se plantean a continuación las ecuaciones que rigen el sistema planteado. Vamos a suponer una

superficie sólida plana horizontal, eje, y otra plana debajo de otra inclinada, tal como muestra la Figura 3.1. La longitud  $L$  de la zona entre bloques se supone mucho mayor que la separación entre los mismos, y un elemento lubricante de dimensiones  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  en el seno del fluido en el que calculamos los esfuerzos que actúan sobre sus caras. Sobre las caras derecha e izquierda del elemento, actúan fuerzas normales debidas a la presión, y sobre las caras superior e inferior, actúan fuerzas tangenciales debidas a la viscosidad y a la velocidad del fluido.

A partir del equilibrio en un elemento diferencial (Figura 1.8) de las que se obtienen las ecuaciones de Navier-Stokes, se pueden obtener las siguientes expresiones:

$$\Sigma F = \left( p + \frac{dp}{dx} dx \right) dydz + \tau dx dz - \left( \tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy \right) dx dz - p dy dz = 0 \quad (3.3)$$

Simplificando:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \mu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (3.5)$$

Que relacionan el gradiente de la presión ( $p$ ) con las segundas derivadas espaciales de las velocidades en las direcciones  $X$  e  $Y$  ( $u$ ,  $v$ ).

Por tratarse de un fluido newtoniano (fuerza tangencial proporcional al gradiente de velocidad en el seno del fluido, la constante de proporcionalidad es la viscosidad dinámica, medida en Pa·s).

$$\text{Tensión de cortadura} \quad \tau = -\mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.6)$$

sustituyendo:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \text{siendo "p" la presión en el eje x}$$

Manteniendo "x" constante e integrando la expresión anterior dos veces respecto a "y" se obtiene:

$$\mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot y + A \quad (3.7)$$

$$\mu \cdot u = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \cdot y^2 + A \cdot y + B \quad (3.8)$$

pudiendo ser las constantes de integración funciones de "x".

Las velocidades que aparecen en el campo fluido serán del orden de la placa móvil, U.

$$\text{condición de contorno: } u = v \Rightarrow y = \frac{H}{2}$$

entonces:

$$\mu \cdot u = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \left(\frac{H}{2}\right)^2 + A \cdot \frac{H}{2} + B \quad (3.9)$$

Aplicamos las ecuaciones de contorno:

Suponiendo que no existe deslizamiento entre el lubricante y las superficies del eje y la chumacera.

$$u = 0 \xrightarrow{\text{en}} y = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$u = v \xrightarrow{\text{en}} y = \frac{s}{2} \Rightarrow \mu \cdot u = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \left(\frac{s}{2}\right)^2 + A \cdot \frac{s}{2}$$

$$\Rightarrow A \cdot \frac{s}{2} = \mu \cdot u - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \left(\frac{s}{2}\right)^2 \quad (3.10)$$

$$\Rightarrow A = \frac{2 \cdot \mu \cdot u}{s} - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{s}{4} \quad (3.11)$$

por lo tanto:

$$\Rightarrow \mu \cdot u = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \cdot y^2 + \left(\frac{2 \cdot \mu \cdot v}{s} - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{s}{4}\right) \cdot y \quad (3.12)$$

$$\Rightarrow u = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{y^2}{\mu} + \frac{2 \cdot v}{s} \cdot y - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{s \cdot y}{4 \cdot \mu} \quad (3.13)$$

$$\Rightarrow u = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \left(\frac{y^2}{2 \cdot \mu} - \frac{s \cdot y}{4 \cdot \mu}\right) + \frac{2 \cdot v}{s} \cdot y \quad (3.14)$$

$$\Rightarrow u = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \left(\frac{2 \cdot y^2 - s \cdot y}{4 \cdot \mu}\right) + \frac{2 \cdot v \cdot y}{s} \quad (3.15)$$

Ecuación que establece la distribución de velocidad del lubricante en función de la coordenada "y" y del gradiente de presión en la dirección "x".

Se observa que la distribución de la velocidad en la dirección "y" se obtiene por superposición de una distribución parabólica y una distribución lineal.

Si "Q" es el flujo o caudal en la dirección "x", y siguiendo el proceso, se continúa con la siguiente integración para obtener el gasto volumétrico del fluido entre placas por unidad de longitud normal al plano:

$$Q = \int_0^s u \, dy \quad (3.16)$$

$$\Rightarrow Q = \int_0^s \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \left( \frac{2 \cdot y^2 - s \cdot y}{4 \cdot \mu} \right) + \frac{2 \cdot v \cdot y}{s} \right] dy \quad (3.17)$$

$$\Rightarrow Q = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{2 \cdot y^3}{6 \cdot \mu} \Big|_0^s - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{s \cdot y^2}{8 \cdot \mu} \Big|_0^s + \frac{v \cdot y^2}{s} \Big|_0^s \quad (3.18)$$

$$\Rightarrow Q = \frac{\partial p}{\partial x} \left( \frac{s^3}{6 \cdot \mu} - \frac{s^3}{8 \cdot \mu} \right) + v \cdot s \quad (3.19)$$

$$\Rightarrow Q = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{s^3}{24 \cdot \mu} + v \cdot s \quad (3.20)$$

$$\Rightarrow Q - v \cdot s = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{s^3}{24 \cdot \mu} \quad (3.21)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = 24 \cdot \mu \cdot \left( \frac{Q}{s^3} - \frac{v}{s^2} \right) \quad (3.22)$$

$$\Rightarrow P - P_o = 24 \cdot \mu \cdot \left( Q \int_0^x \frac{\partial x}{s^3} - v \int_0^x \frac{\partial x}{s^2} \right) \quad (3.23)$$

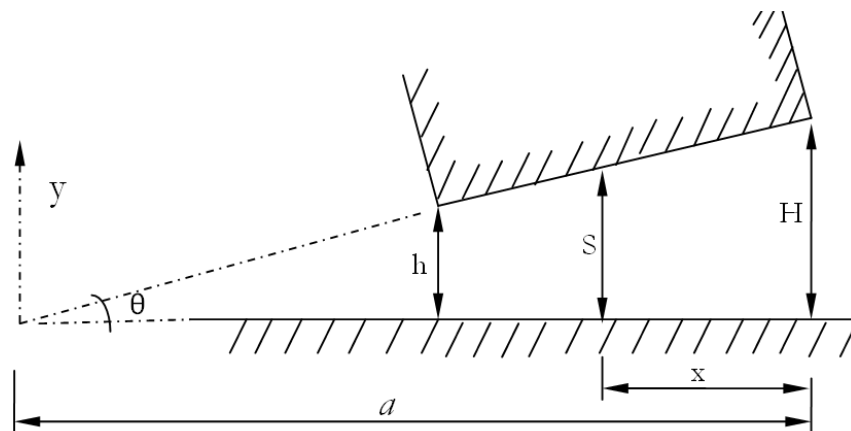


Figura 3.2. Problema bidimensional. Dimensiones consideradas.

De la Figura 3.2, se deduce:



$$\theta \approx \operatorname{tg} \theta = \frac{s}{a-x} \Rightarrow s = (a-x) \cdot \theta \quad (1) \int_0^x \frac{\partial x}{s^3} = \int_0^x \frac{\partial x}{(a-x)^3 \cdot \theta^3} = \frac{2 \cdot a \cdot x - x^2}{\theta^3 \cdot a^2 \cdot 2 \cdot (a-x)^2} \quad (3.24)$$

$$(2) \int_0^x \frac{\partial x}{s^2} = \int_0^x \frac{\partial x}{(a-x)^2 \cdot \theta^2} = \frac{x}{\theta^2 \cdot a \cdot (a-x)} \quad (3.25)$$

que introducido en la ecuación (3.23) permite obtener:

$$P = P_o + 24 \cdot \mu \cdot \left[ Q \cdot \left( \frac{2 \cdot a \cdot x - x^2}{\theta^3 \cdot a^2 \cdot 2 \cdot (a-x)^2} \right) - v \cdot \left( \frac{x}{\theta^2 \cdot a \cdot (a-x)} \right) \right] \quad (3.26)$$

$$P = P_o + \frac{24 \cdot \mu \cdot x}{\theta^2 \cdot a \cdot (a-x)} \cdot \left( \frac{2 \cdot a \cdot Q - x \cdot Q}{\theta \cdot a \cdot 2 \cdot (a-x)} - v \right) \quad (3.27)$$

$$P = P_o + \frac{24 \cdot \mu \cdot x}{\theta^2 \cdot a \cdot (a-x)} \cdot \left( \frac{Q}{\theta \cdot a \cdot 2 \cdot (a-x)} \cdot (2 \cdot a - x) - v \right) \quad (3.28)$$

Si  $P = P_o \xrightarrow{en} x = L$

$$Q = \frac{v \cdot \theta \cdot a \cdot 2 \cdot (a-L)}{2 \cdot a - L} \quad (3.29)$$

La ecuación (3.22) se puede expresar entonces como:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 24 \cdot \mu \cdot \left( \frac{Q}{s^3} - \frac{v}{s^2} \right) \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = 24 \cdot \mu \cdot \left( \frac{v \cdot \theta \cdot a \cdot 2 \cdot (a-L)}{(2 \cdot a - L) \cdot s^3} - \frac{v}{s^2} \right) \quad (3.30)$$

donde la tensión de cortadura en el plano:

$$\tau_o = -\mu \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_o \quad (3.31)$$

antes habíamos resuelto que:

$$u = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \left( \frac{2 \cdot y^2 - s \cdot y}{4 \cdot \mu} \right) + \frac{2 \cdot v \cdot y}{s} \quad (3.32)$$

$$\tau_o = -\mu \cdot \left( \frac{\partial \left( \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \left( \frac{2 \cdot y^2 - s \cdot y}{4 \cdot \mu} \right) + \frac{2 \cdot v \cdot y}{s} \right)}{\partial y} \right)_o \quad (3.33)$$

$$\tau_o = -\mu \cdot \left( \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{4 \cdot y}{4 \cdot \mu} - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{s}{4 \cdot \mu} + \frac{2 \cdot v}{s} \right) \quad (3.34)$$

$$\tau_o = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{s}{4} - \frac{2 \cdot v \cdot \mu}{s} \quad (3.35)$$

teniendo en cuenta:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= 24 \cdot \mu \cdot \left( \frac{v \cdot \theta \cdot a \cdot 2 \cdot (a-L)}{(2 \cdot a-L) \cdot s^3} - \frac{v}{s^2} \right) \\ \tau_o &= \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{s}{4} - \frac{2 \cdot v \cdot \mu}{s} \end{aligned} \right\} \quad (3.36)$$

$$\tau_o = 24 \cdot \mu \cdot \left( \frac{v \cdot \theta \cdot a \cdot 2 \cdot (a-L)}{(2 \cdot a-L) \cdot s^3} - \frac{v}{s^2} \right) \cdot \frac{s}{4} - \frac{2 \cdot v \cdot \mu}{s} \quad (3.38)$$

que puede desarrollarse como:

$$\tau_o = 12 \cdot \mu \cdot \frac{v \cdot \theta \cdot a \cdot (a-L)}{(2 \cdot a-L) \cdot s^2} - \frac{6 \cdot v \cdot \mu}{s} - \frac{2 \cdot v \cdot \mu}{s} \quad (3.39)$$

$$\tau_o = 12 \cdot \mu \cdot \frac{v \cdot \theta \cdot a \cdot (a-L)}{(2 \cdot a-L) \cdot s^2} - \frac{4 \cdot v \cdot \mu}{s} \quad (3.40)$$

$$\tau_o = \frac{v \cdot \mu}{s} \left( \frac{12 \cdot \theta \cdot a \cdot (a-L)}{(2 \cdot a-L) \cdot s} - 4 \right) \quad (3.41)$$

donde se utilizan las siguientes variables:

$$\theta = \frac{s}{a-x} = \frac{H}{a} = \frac{h}{a-L} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{H}{\theta} \\ s = (a-x) \cdot \theta \\ L = \frac{H-h}{\theta} \\ h = (a-L) \cdot \theta \end{cases}$$

$$\tau_o = \frac{v \cdot \mu}{(a-x) \cdot \theta} \left( \frac{12 \cdot \theta \cdot a \cdot (a-L)}{(2 \cdot a-L) \cdot (a-x) \cdot \theta} - 4 \right) = \frac{v \cdot \mu}{\theta} \left( \frac{12 \cdot \theta \cdot a \cdot (a-L)}{(2 \cdot a-L) \cdot (a-x)^2 \cdot \theta} - \frac{4}{(a-x)} \right) \quad (3.42)$$

$$\tau_o = \frac{v \cdot \mu}{\theta} \left( \frac{12 \cdot a \cdot h}{(2 \cdot a-L) \cdot (a-x)^2 \cdot \theta} - \frac{4}{(a-x)} \right) = \frac{v \cdot \mu}{\theta} \left( \frac{12}{\theta \cdot (a-x)^2} \cdot \frac{H \cdot h}{(2 \cdot a-L) \cdot \theta} - \frac{4}{(a-x)} \right) \quad (3.43)$$

$$\tau_o = \frac{v \cdot \mu}{\theta} \left( \frac{12}{\theta \cdot (a-x)^2} \cdot \frac{H \cdot h}{H+h} - \frac{4}{(a-x)} \right) \quad (3.44)$$

Finalmente se determina el esfuerzo cortante por unidad de anchura  $F_c$  (N/m).

$$F_c = \int_o^{a-L} \tau_o \partial x \quad (3.45)$$

$$F_c = \int_o^{a-L} \left( \frac{v \cdot \mu}{\theta} \left( \frac{12}{\theta \cdot (a-x)^2} \cdot \frac{H \cdot h}{H+h} - \frac{4}{(a-x)} \right) \right) \partial x \quad (3.46)$$

$$F_c = \frac{v \cdot \mu}{\theta} \int_{\frac{a-x=h}{\theta}}^{\frac{a-x=H}{\theta}} \left( \frac{12 \cdot H \cdot h}{\theta \cdot (H+h)} \cdot \frac{\partial(a-x)}{(a-x)^2} - 4 \frac{\partial(a-x)}{(a-x)} \right) \quad (3.47)$$

$$F_c = \frac{v \cdot \mu}{\theta} \left( \frac{12 \cdot (H-h)}{H+h} - 4 \log \frac{H}{h} \right) \quad (3.48)$$

### 3.2 Planteamiento del problema

El caso que se propone y se va a estudiar, es un caso usado en el capítulo anterior, en el que se va a determinar la influencia de la holgura conceptualmente, en cuanto a las fuerzas de fricción debidas al comportamiento hidrodinámico del fluido, y la potencia disipada debida a las mismas en el conjunto eje-chumacera.

Se estudiarán la influencia de la holgura en el comportamiento con los 10 casos de estudio del capítulo anterior, partiendo de un valor inicial de holgura entre radios de 4 mm, disminuyendo progresivamente tal y como se muestra en la Tabla 3.1, hasta un mínimo de 0.0078 mm. Se partirá de una "h" y "H" (Figura 3.1) supuestas para todos los casos, que serán proporcional a la holgura considerada para cada caso. Estas, como se puede observar en la Figura 3.1, son la altura de lubricante medida en el comienzo y final de la zona lubricada hidrodinámicamente, es decir, a partir de la zona no considerada como zona de contacto "a" como lubricación límite, obtenidos del capítulo anterior, según la Tabla 3.1. Esta, tendrá un valor estimado de 0.25 mm. Se obtendrán principalmente como resultados, los valores comparativos de la fuerza de fricción, y la potencia disipada o perdida por dicho rozamiento.

Como elemento lubricante, se usará un lubricante para chumaceras con una viscosidad supuesta de 0.96 N s/m<sup>2</sup>.

Casos	Holgura entre radios	a (met. Aprox Placa) [mm]
1	4,000 mm	5,812 mm
2	2,000 mm	8,289 mm
3	1,000 mm	11,942 mm
4	0,500 mm	17,045 mm
5	0,250 mm	24,248 mm
6	0,125 mm	34,219 mm
7	0,063 mm	48,069 mm
8	0,031 mm	67,128 mm
9	0,016 mm	92,612 mm
10	0,008 mm	125,189 mm

Tabla 3.1. Situaciones de estudio analizadas para diferentes holguras.

### 3.3 Resultados y discusión.

Primeramente, con objeto de validar la ecuación desarrollada y propuesta (3.48), se comparará con la ecuación mostrada en la bibliografía común de Mecánica de Fluidos (3.1) [80].

Para ello, a través de una hoja de cálculo (Excel), se resuelven las dos ecuaciones planteadas, en base a los parámetros planteados en el punto anterior, y se calcula la potencia disipada debida al rozamiento. Se presenta en la tabla siguiente, los resultados obtenidos para las 10 holguras consideradas:

Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]	holgura (diferencia de radios) [mm]	H Altura lubricante [μm]	h Altura lubricante [μm]	a Met. Aprox Placa [mm]	Fuerza Cortante [N/m]	Fuerza Cortante Total [N]	Pot. Dis. [W] Exp. Propuesta	Pot. Dis. [W] Exp. Mec. Fluidos
230,000	234,000	4,0000	4000,0000	3500,0000	5,812	2,7	3,8	11,4	11,6
230,000	232,000	2,0000	2000,0000	1500,0000	8,289	5,7	8,0	24,2	24,5
230,000	231,000	1,0000	1000,0000	900,0000	11,942	9,3	13,0	39,1	45,5
230,000	230,500	0,5000	500,0000	400,0000	17,045	19,4	27,2	81,8	94,6
230,000	230,250	0,2500	250,0000	240,0000	24,248	35,1	49,2	147,9	173,5
230,000	230,125	0,1250	125,0000	124,0000	34,219	68,1	95,4	286,9	336,6
230,000	230,063	0,0625	62,5000	62,4000	48,069	133,1	186,3	560,5	657,5
230,000	230,031	0,0313	31,2500	31,2400	67,128	258,5	361,8	1088,7	1277,0
230,000	230,016	0,0156	15,6250	15,6240	92,612	496,8	695,5	2092,5	2454,3
230,000	230,008	0,0078	7,8125	7,8124	125,189	942,1	1318,9	3968,5	4654,7

Tabla 3.2. Resultados para los 10 casos de holguras propuestas.

A continuación en las Figuras 3.3 y 3.4, se muestran las gráficas obtenidas de la pérdida de potencia, para las dos expresiones planteadas:



Figura 3.3. Gráfica de la pérdida de potencia en función de la holgura. Expresión propuesta.

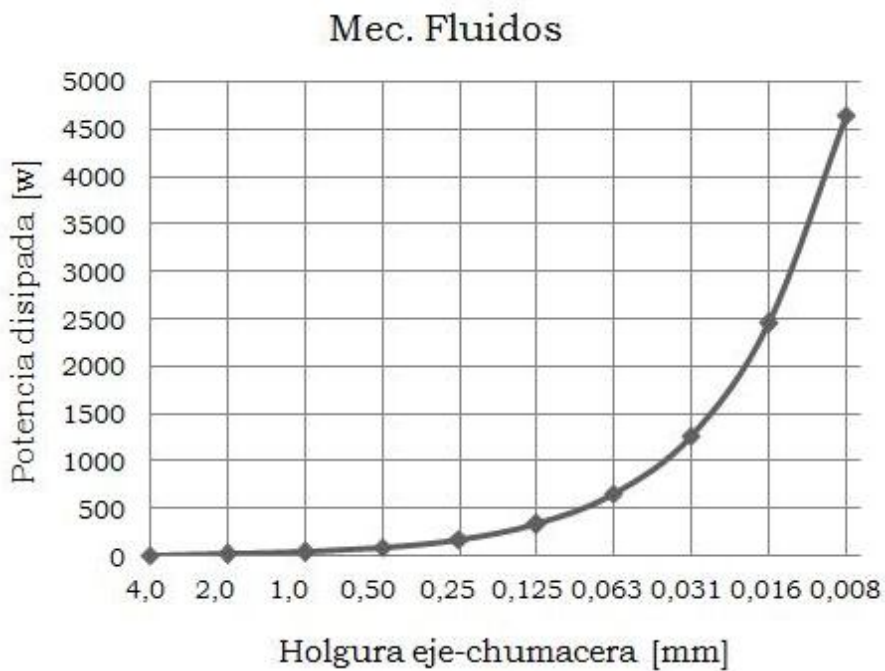


Figura 3.4. Gráfica de la pérdida de potencia en función de la holgura. Expresión dada en Mecánica de fluidos.

A continuación en la Figura 3.5, se presenta la gráfica comparativa, con los resultados de la potencia perdida adimensionalizados, para ambas expresiones:

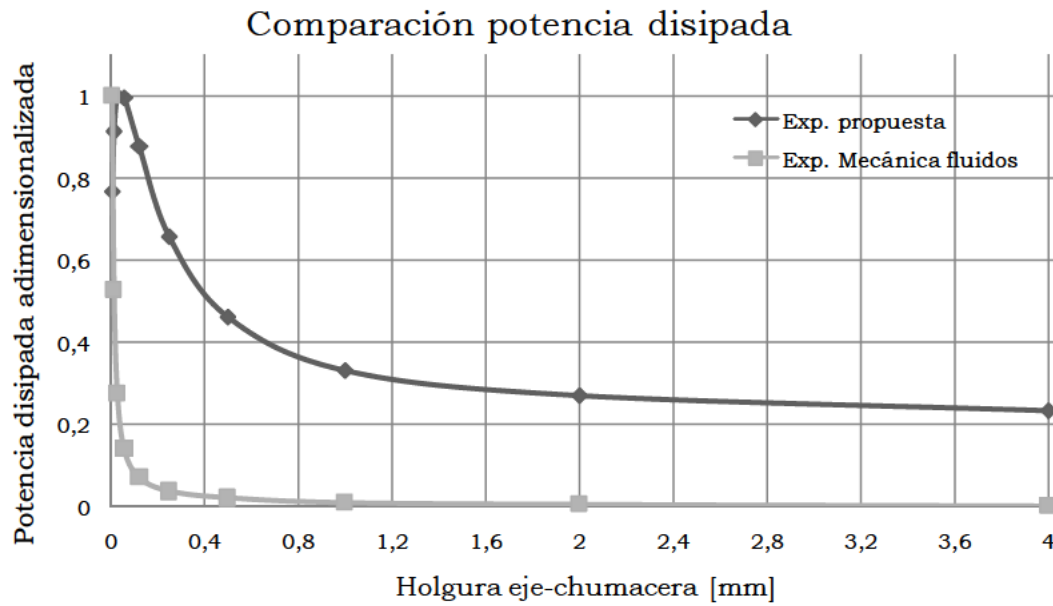


Figura 3.5. Gráfica comparativa de la potencia disipada adimensionalizada en función de la holgura.

Las gráficas revelan, que las expresiones comparadas, tienen perfiles similares en las curvas sobre la potencia disipada. Esto supone un buen índice de confianza en cuanto a la validez de la expresión propuesta, ya que en los casos de holguras mayores, la diferencia ronda el 2%.

Por otro lado, se observa que los valores en los que los casos de holgura menor, se incrementa de forma exponencial la pérdida de potencia debida al rozamiento. Esto en parte es debido a que la velocidad del lubricante en las paredes sea cero, y por tanto, conforme disminuya la altura del mismo, aumenta el rozamiento.

Para estudiar un poco mejor este efecto de pérdida de potencia, se ha escogido de los 10 casos, el que presenta mayor holgura, 4 mm, con el que se pueden variar de forma más patente, las diferencia de altura en los extremos del plano considerado, y observar, como influye la diferencia de alturas en dicha pérdida.

A continuación en la Figura 3.6, se muestra, la curva obtenida de la potencia disipada, en función de las alturas para el caso de holgura 4mm, usando la expresión propuesta.

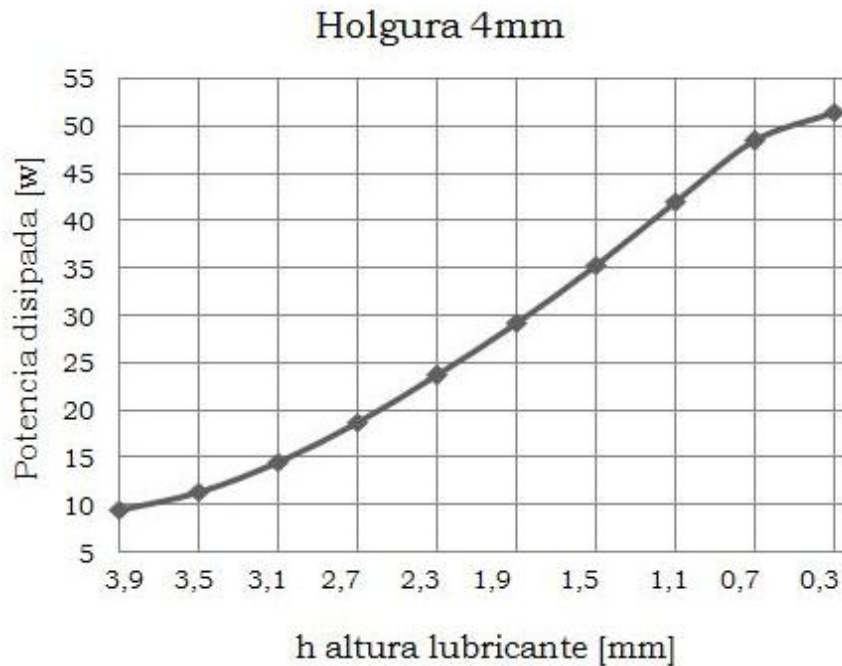


Figura 3.6. Gráfica de la evolución de la potencia disipada en función de h para una holgura de 4mm.

En la gráfica, se puede observar, que la potencia disipada sigue una función logística, o función exponencial de crecimiento limitado, que constituye un refinamiento de dicho modelo exponencial, para el crecimiento de la potencia en función de la altura de lubricante. En la zona de trabajo media, con respecto a los extremos, se puede observar que el crecimiento se asemeja a una función lineal, aumentando la potencia con el aumento de la diferencia entre alturas.

### 3.4 Recapitulación.

Para la obtención de la tensión cortante debida al arrastre de un eje en su chumacera, los cuales no se encuentran coaxialmente alineados entre sí, se ofrecen expresiones desarrolladas en el campo de la Mecánica de Fluidos, o en Lubricación, que por medio de las ecuaciones de Navier-Stokes, que relacionan el gradiente de la presión ( $p$ ) con las segundas derivadas espaciales de las velocidades en las direcciones del plano considerado, y utilizando la continuidad de fluido en un elemento diferencial, se obtiene la ecuación de Reynolds que permite conocer la fuerza de fricción, aunque dichas expresiones, no tienen en cuenta el ángulo de dicha falta de coaxialidad. Esto puede ser importante para hacer una estimación de dichas tensiones, una vez se encuentren montadas dichas componentes en el buque, como parte del sistema propulsivo.

Con el fin de ofrecer una alternativa a dichas expresiones, se ha desarrollado un método de integración, que permite obtener la pérdida

de potencia que es función de la viscosidad dinámica del lubricante, el gradiente de velocidades, y el ángulo de desalineamiento del eje con respecto a la chumacera.

Este método, se implementa en una hoja de cálculo, en el que se resuelven los mismos casos planteados en función de la holgura del capítulo anterior, obteniendo la pérdida de potencia a la hélice, como efecto del arrastre del lubricante durante el movimiento del eje. Además se comparan para un caso de holgura, la potencia disipada variando el ángulo de inclinación. Se ha validado comparando los resultados obtenidos, comparándolos con los propios de implementar la expresión de la mecánica de fluidos, a la misma hoja de cálculo.



CAPÍTULO

# 4

## **Influencia de los pares de apriete en las tolerancias de redondez**

En este capítulo se va a estudiar la influencia que tienen los pares de apriete en los tornillos de unión de las dos piezas que forman la chumacera, superior e inferior, tal y como se puede apreciar en la Figura 4.1, sobre la calidad del mecanizado interior. Para ello, se ha desarrollado un método que permita calcular de una forma directa el reparto de cargas en la superficie de contacto eje-chumacera, usando una formulación matricial basada en condiciones de Kuhn Tücker, y los multiplicadores de Lagrange, para la minimización de la energía de deformación.

Los valores teóricos de deformación obtenidos, se han validado en primer lugar, por los resultados obtenidos mediante el ensayo de la chumacera bi-pieza modelizada y calculada mediante el uso del MEF, sin usar otra metodología que el propio software de ANSYS®, y por último, de manera análoga que en el punto anterior, los valores teóricos de deformación obtenidos por el método propuesto, también se han validado mediante ensayos experimentales tal y como se explicará con más detalle más adelante.

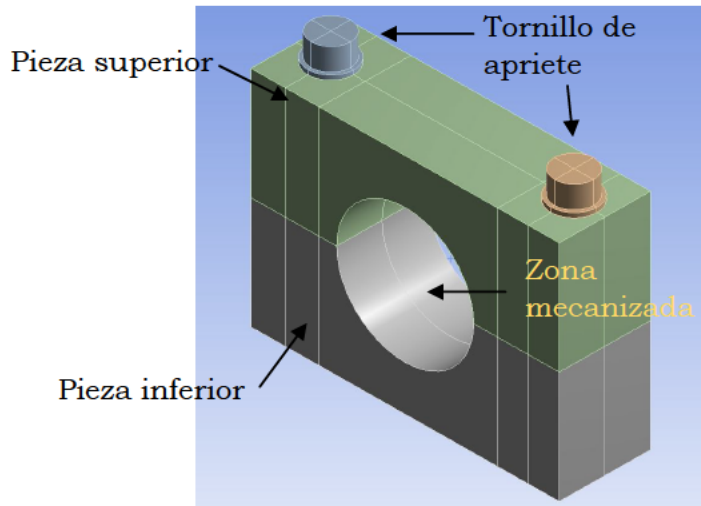


Figura 4.1. Modelo de chumacera bi-pieza ensayada.

Las chumaceras o componentes bi-pieza, abarcan una amplia serie de elementos mecánicos, constituidos por dos piezas unidas mediante tornillos con un apriete determinado, que debe ser especialmente seleccionado, para cumplir con unas tolerancias de forma muy estrechas, como son los cojinetes y bielas en los motores alternativos, o las chumaceras de los barcos, y de redondez [40] que afectan al régimen de lubricación, las vibraciones [43] y, por lo tanto, a la capacidad y rendimiento de motores y mecanismos, así como a su durabilidad por lo que suelen establecer límites muy estrechos.

Asimismo, la rugosidad superficial de las superficies en contacto juega un papel muy importante [40, 43]. Ha de notarse que este fenómeno no sólo depende de los factores anteriores, sino de otros relacionados con el lubricante y su régimen de lubricación [41] (viscosidad, comportamiento viscosidad-presión y temperatura), así como de las condiciones de funcionamiento del sistema de transmisión de potencia (velocidad, cargas, deslizamientos, etc.) que afectan de manera significativa a su vida útil.

Por lo tanto, el proceso de fabricación y el montaje de las chumaceras mediante unión por tornillos deben ser cuidadosamente estudiados con el fin de prevenir el fallo del sistema de transmisión de potencia. La

selección de un par de apriete adecuado, proporcionará la precisión dimensional y la tolerancia geométrica adecuada previa, al mecanizado en acabado final mediante mandrinado de la superficie del alojamiento de la chumacera. Cuando el par de apriete no es suficientemente alto, aparece un deslizamiento entre las partes que afecta a la tolerancia de redondez.

En el estudio teórico y analítico, realizado sobre el análisis de pares de apriete, en operaciones de mandrinado de chumaceras o componentes bi-pieza, como el de la Figura 4.1, se ha observado que si se aumenta excesivamente dicho par, el contacto entre las dos piezas que forman la chumacera se hace menos uniforme, presentando disminuciones de las presiones locales en las zonas del alojamiento interior cercanas a las caras exteriores, y aumentando en la zona interior o central, correspondiente al eje de simetría, empeorando la redondez de las mismas. También se ha estudiado el efecto de la calidad superficial observándose que la mayor carga ejercida por el filo durante el mecanizado posterior a la unión de las dos piezas debe evitarse en la interfase existente entre las dos piezas, ya que la rugosidad aumentaba en dicha zona.

Las normas desarrolladas por las Sociedades de Clasificación no establecen los valores que determinan los límites admisibles en el rango superior, de los pares de apriete de los tornillos que fijan la unión de las dos piezas que conforman la chumacera, que podrían ser decisivos en el proceso de mecanizado para conseguir una mejor tolerancia de redondez y un buen acabado superficial.

Para la consecución de estas tolerancias, en la presente tesis doctoral se ha realizado un estudio de la influencia de los pares de apriete aplicados a los tornillos de unión de las partes superior e inferior de la chumacera o componente bi-pieza, desarrollando modelos teóricos y analíticos y realizando estudios de optimización para mejorar la redondez en los componentes bi-pieza, a través del análisis mediante dos métodos numéricos y de elementos finitos y, un estudio metrológico, comparando los resultados de rugosidad y redondez, utilizando equipos de medida tales como un rugosímetro, un medidor de formas compacto y un proyector de perfiles.

Este capítulo se puede dividir en tres partes claramente diferenciadas:

- La deformación sufrida por la chumacera tras realizar el apriete de sus dos partes y las fuerzas de corte que intervienen en el mecanizado de su alojamiento interior es un factor determinante a la hora de obtener un ajuste de tolerancias entre esta y el eje, de forma que asegure un funcionamiento óptimo del sistema de

transmisión de potencia. Para ello se ha utilizado el desarrollo de un método que permita calcular de una forma directa el reparto de cargas en la superficie de contacto eje-chumacera (ver Figura 4.2). En base a esto, se ha usado una formulación matricial basada en condiciones de Kuhn Tücker y los multiplicadores de Lagrange para la minimización de la energía de deformación. La distribución de cargas permite definir las estrategias que conduzcan a una adecuada selección del par de apriete que asegure el sistema más estable posible. Además se puede conocer la tolerancia de redondez obtenida durante el proceso de unión entre las dos piezas que componen la chumacera a partir de las deformaciones estructurales calculadas mediante el MEF, ANSYS® 14.5, una vez introducidos los valores de fuerza de contacto proporcionados por el método matricial anteriormente descrito.

- Los valores teóricos de deformación obtenidos anteriormente, se han validado en primer lugar, por los resultados obtenidos mediante el ensayo de la chumacera bi-pieza modelizada y calculada mediante el uso del MEF, sin usar otra metodología que el propio software de ANSYS®.
- Por último de manera análoga que en el punto anterior, los valores teóricos de deformación obtenidos en el primer subapartado, se han validado mediante ensayos experimentales. Estos ensayos se han realizado bajo distintas condiciones de mecanizado variando tanto los parámetros como el par de apriete. La idea que subyace mediante el estudio, especialmente validado en el ensayo experimental, es llegar a probar que un aumento excesivo del par de apriete hace menos uniforme el contacto entre las dos piezas que forman la chumacera, presentando disminuciones de las presiones locales en las zonas del alojamiento interior cercanas a las caras exteriores y aumentando en la zona interior o central dando lugar a un peor valor de la tolerancia geométrica de redondez. También el estudio experimental proporciona información sobre el efecto de la entrada del filo de corte en el proceso de mecanizado de la cavidad interior de la chumacera y su influencia sobre la calidad superficial en la zona de unión de las dos piezas. En caso de no obtenerse una tolerancia geométrica adecuada o una calidad final en el proceso de fabricación del sistema eje-chumacera se puede ver amenazado el correcto funcionamiento del sistema de propulsión del submarino.

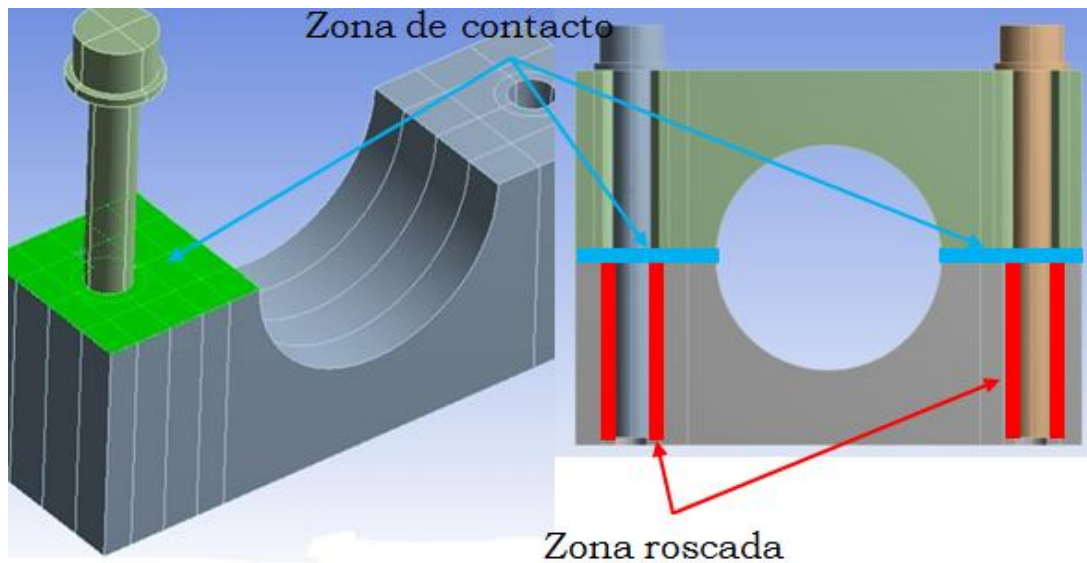


Figura 4.2. Zonas de contacto consideradas.

Para realizar el estudio, se ha diseñado y fabricado una chumacera bi-pieza sencilla en un acero común F1115, partiendo de un sólido de 50x100x20 mm en los que se realizan operaciones de mandrinado experimentales en tres componentes bi-pieza, para lo que se le practica un corte por la mitad, y se realizan los taladros necesarios para atornillar los tornillos de M5 sometidos a distintos pares de apriete, 2 Nm, 5 Nm y 12 Nm, de forma, que se consiguen tres chumaceras idénticas para ensayar. El mandrinado, permitirá obtener el par de fuerzas producido en las distintas operaciones cometidas, usando para ello un dinamómetro, y una tarjeta de adquisición de datos, además de poder comparar metrológicamente los resultados obtenidos y determinar las posibles causas de imperfección en redondez y rugosidad que afectan al acabado, validando los ensayos realizados con el MEF. Las piezas se han mandrinado en una maquina Soraluze con CNC SINUMERIK, probándose a diferentes velocidades de corte durante el mandrinado. La medición del par torsor, se ha realizado mediante un sensor Kistler 9275. Otras características del componente como diámetro, rugosidad superficial y redondez han sido convenientemente medidas en el laboratorio de metrología, utilizando distintos instrumentos de medida como son, un proyector de perfiles, un medidor de formas y un rugosímetro. Los resultados obtenidos del laboratorio de metrología, permitirán comprobar si los ensayos realizados mediante MEF son válidos.

#### 4.1 Consideraciones iniciales

Para realizar los ensayos de los modelos usados tanto con el MEF, como con el método de análisis del reparto de cargas puntuales de contacto

en áreas discretizadas, se deben tener en cuenta ciertas consideraciones durante el mecanizado. En la elección del tipo de operación de mecanizado, es decir, determinar si se realiza desbaste, mandrinado, mandrinado de precisión, escariado, fresado, o torneado se deben tener en cuenta varias consideraciones <sup>[114, 115]</sup>, como son:

1. Dimensiones y calidad del agujero (broca, profundidad, tolerancia, acabado superficial, posición y rectitud).
2. Material, forma y cantidad de piezas (maquinabilidad y rotura de viruta, simetría de la pieza, estabilidad que evite vibraciones innecesarias, tamaño del lote).
3. Parámetros de mecanizado (velocidad del husillo, depósito y cambiador de herramientas, evacuación de viruta, potencia y par de la máquina, acoplamiento del husillo, radio de la punta).

El tipo de portaherramientas depende de dos factores principalmente, la resistencia a flexión y la transmisión del par. Dependiendo del tipo de operación de mandrinado que se vaya a realizar, la elección del portaherramientas dependerá del factor de excentricidad, que debe ser mínimo. Este factor es crucial en operaciones de escariado. Por otro lado, la formación y evacuación de la viruta son puntos vitales en una operación de mandrinado, especialmente en agujeros ciegos. La formación de virutas demasiado cortas/gruesas, generalmente provocan fuerzas de corte excesivas que provocan desviación y vibración. Si la viruta es demasiado larga (viruta fibrosa), se puede acumular en el agujero y ocasionar deterioro del acabado superficial junto con atascos de viruta, que pueden provocar la rotura de la plaquita <sup>[68]</sup>. La consecución del tipo de viruta y su evacuación, depende directamente del tipo de corte que se ha seleccionado, la velocidad, avance y profundidad. Estos tres parámetros son los que determinan la vida útil de la herramienta (la plaquita), principalmente la velocidad de corte.

Cada uno de estos parámetros generan efectos diferentes, una profundidad de corte demasiado superficial provoca pérdida de control de viruta, vibraciones, y temperaturas excesivas, en cambio, una profundidad de corte demasiado profunda genera un consumo elevado de energía y tensiones elevadas en el corte que pueden romper la herramienta. El avance puede generar viruta larga y un rápido desgaste en incidencia si es demasiado bajo. Por la contra, un avance pesado producirá una pérdida del control sobre la viruta, generalmente virutas soldadas o aplastadas, una pérdida de calidad superficial, y favorecer a la formación a cráteres de desgaste con deformación plástica. Por último, la velocidad de corte demasiado baja puede provocar, filo de aportación y embotamiento del mismo. Si la velocidad es demasiado alta

puede producir un rápido desgaste en incidencia y al igual que el avance pesado, acabado superficial deficiente con posible formación de cráteres de desgaste con deformación plástica.

Otros parámetros que se tienen en cuenta en las operaciones de mandrinado, es el radio de la punta, que influye sobre el acabado superficial, la rotura de viruta y la resistencia de la plaquita. La elección del tipo de radio depende de la profundidad de corte y del avance. Un radio de punta grande es adecuado para conseguir profundidades de corte grandes, buena seguridad del filo y un incremento de la fuerza de corte radial. En cambio un radio de punta pequeño se usa para utilizar poca profundidad de corte y para reducir la vibración, aunque ello incrementa el riesgo de rotura de la herramienta.

Las expresiones usadas para el cálculo de los parámetros característicos de las operaciones de mandrinado <sup>[116, 117]</sup>, se definen en el Apéndice E.

## **4.2 Fases del trabajo**

Tal y como se expuso al comienzo de este capítulo, el trabajo contemplado en este, a partir de la definición del modelo que se va a estudiar, se podría dividir en tres fases principales. Una primera, en la que se desarrolla en método propuesto de minimización de la energía de deformación, y por los cuales se obtienen unos resultados, que dan pie a obtener conclusiones. Otra es el estudio y resolución del problema, usando el MEF, de forma que se pueda validar la metodología propuesta. Y la tercera, que tiene por objeto, obtener mediante el ensayo de varias probetas en el taller, una por cada caso estudiado, y posterior medición en el laboratorio de metrología, los resultados que validen las conclusiones a las que se ha llegado por medio, tanto de la metodología propuesta, como por el MEF. De esta manera, dichas fases se puede representar con el esquema de la Figura 4.3:

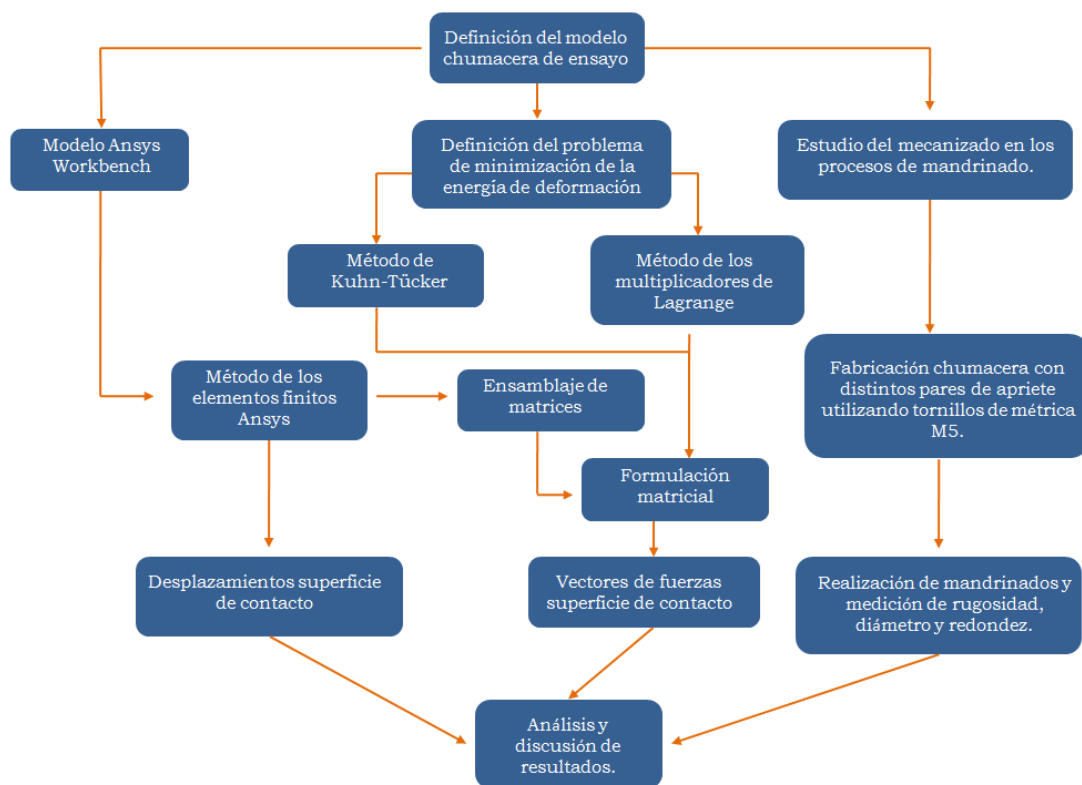


Figura 4.3. Fases de trabajo.

## 4.3 Realización del Modelo en el MEF

### 4.3.1 Geometría

Primeramente, se ha realizado el modelo para ensayar por el MEF. La geometría base de la pieza modelada en el software de elementos finitos ANSYS 14.5®, aunque difiere en el modo de subdividir por planos de simetría y división, como se verá posteriormente, del modelo que se ha usado para el método de distribución de cargas, siendo en sí, para ambos casos, la misma geometría y propiedades debidas al material usado que sirvió para realizar las piezas ensayadas del laboratorio, definidas en Apéndice 1, la cual ha sido modelada a través de la plataforma de diseño integrado ANSYS Workbench®.

Esto a su vez, tiene la ventaja frente a realizar el modelo a través un programa de diseño asistido CAD, e importarlo después, que permite un control de la geometría de los elementos finitos más preciso, aunque las posibles modificaciones de la geometría, sean menos ágiles que en un programa de diseño.

Una vez realizada la geometría, y dada la complejidad para realizar un modelo de los tornillos de M5 en ANSYS®, el siguiente paso es modelar los tornillos mediante el software de diseño CAD en 3D de SolidWorks®. Las dimensiones usadas, están definidas en la norma rosca métrica ISO-DIN 13-1.



### 4.3.2 Plano de simetría y división

Posteriormente para realizar un mallado más fino, se establecieron los planos de simetría y división del modelo en la zona de contacto entre la pieza superior, e inferior (Figuras 4.4, 4.5, 4.6).

Los planos de simetría y división de la pieza, se han establecido en función del caso de estudio para la zona de contacto. La subdivisión favorece el mallado de los medios continuos en formas más fáciles de analizar analíticamente. La simulación en el caso de elementos con condiciones de trabajo complejas, la evaluación de las condiciones de contorno pueden resultar poco reales, sin embargo, cuando este elemento es dividido en formas básicas, se logra mayor simplicidad en el análisis de estas condiciones a cambio de un aumento del número de cálculos a realizar de forma análoga, al efecto que proporciona el mallado. La división excesiva del modelo plantea el inconveniente de perder en parte, la agilidad que conlleva el pre-proceso, ya que es necesario crear pares de contactos entre todas las piezas subdivididas. Para el caso de estudio del comportamiento de la zona de contacto con el software de elementos finitos, se ha dividido la zona de contacto en 6 áreas principales, y 4 alrededor del tornillo, tal y como se ve en la Figura 4.4. Con dicha subdivisión, se han alcanzado resultados satisfactorios, resolviendo el modelo con las opciones de carga correspondientes a una precarga de los tornillos de M5, con 2 Nm, 5 Nm, y 12 Nm.

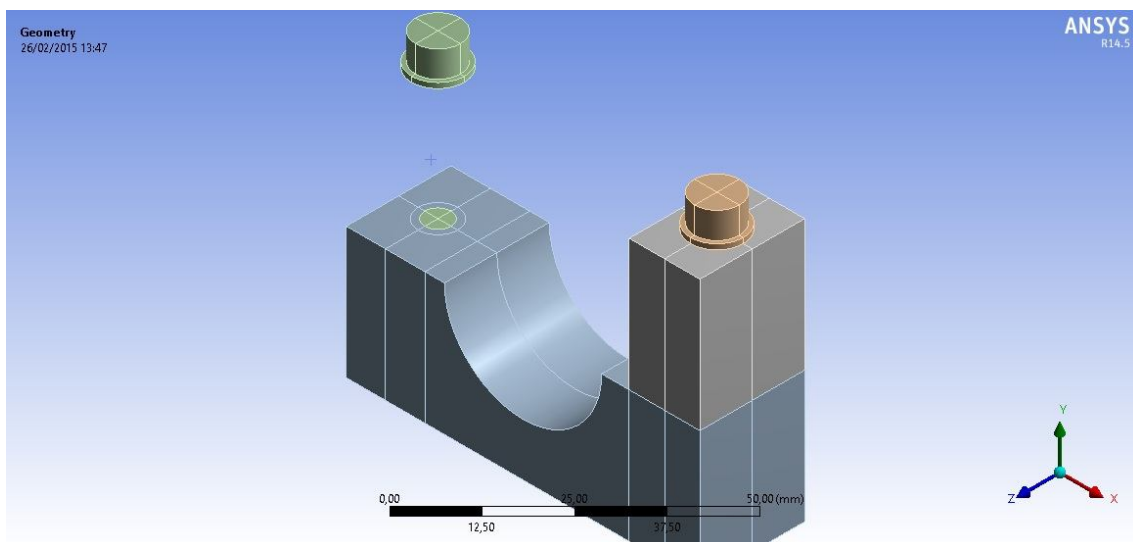


Figura 4.4. División por planos de simetría modelo MEF.

Por otro lado, para el caso estudio del reparto de cargas en los puntos de localización en sujeción de chumaceras en procesos de mecanizado,

se ha dividido la zona de contacto en 20 áreas principales y cuatro alrededor del tornillo (ver Figuras 4.5 y 4.6). Esto es así, para lograr un afinado mayor para esta metodología utilizada, y un número de elementos matriciales suficientes para lograr un reparto de la carga más homogénea, dado que el método se basa en discretizar el área en zonas de carga individuales, tal y como se explicará posteriormente en el punto 4.4.

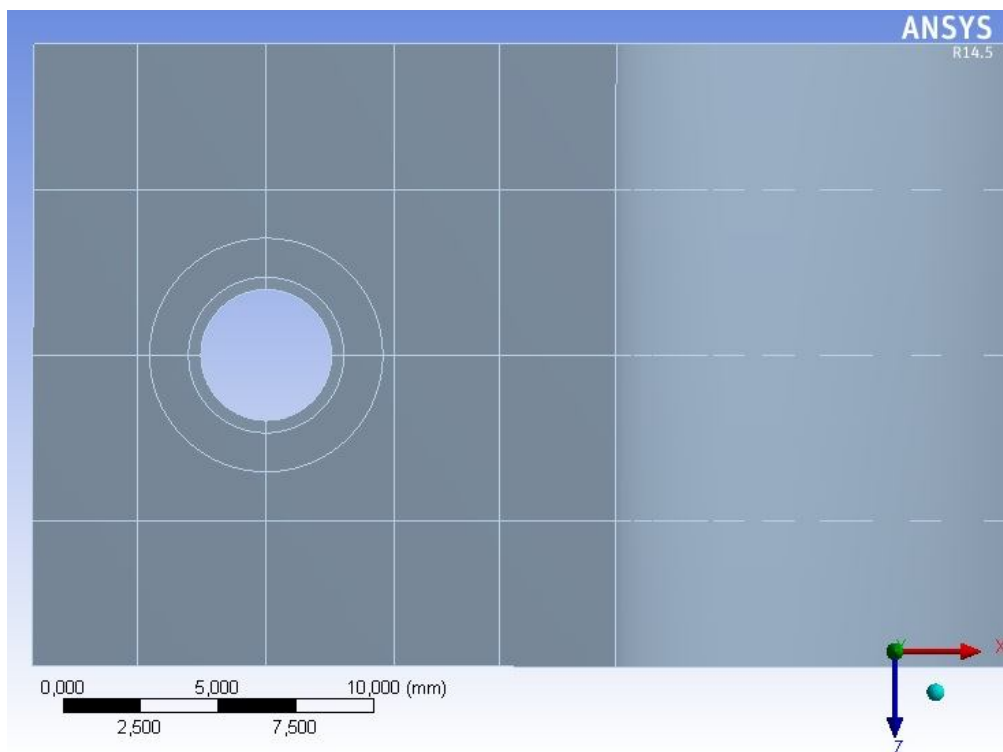


Figura 4.5. División por planos de simetría modelo método aplicación cargas. Vista en planta.

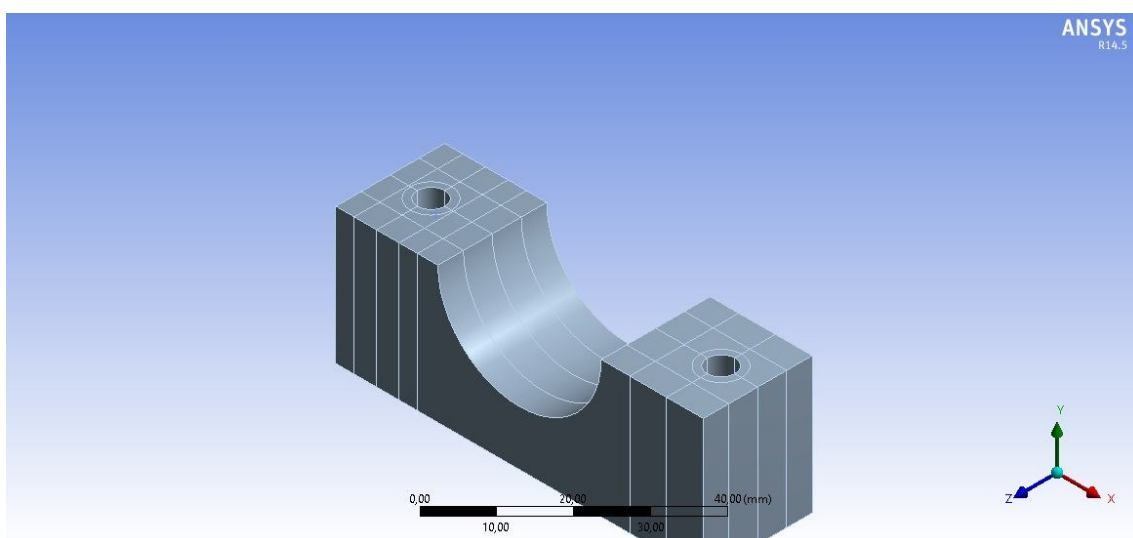


Figura 4.6. División por planos de simetría modelo método aplicación cargas. Vista isométrica.

Los planos de simetría y división de la zona de contacto, se realizaron a través de apoyos deslizantes ("sliding support"). Este tipo de condición de contorno restringe los desplazamientos de los nodos en el plano de simetría y división. La carga de la conexión entre planos es simétrica, obteniéndose un resultado coherente, dado que este tipo de apoyo simula satisfactoriamente el comportamiento del plano de simetría, pues no permite que la cara gire o se traslade fuera de dicho plano.

### 4.3.3 Contactos

El programa ANSYS® tiene implementados varias formas para tratar el contacto: *Bonded*, *No Separation*, *Frictionless*, *Rough*, *Frictional* y *Forced Frictional Sliding*.

Se ha usado el que mejor se adapta en cada caso, el tipo de contacto *bonded* (multiple to multiple) para la zona entre tornillo y agujero roscado, y la *No separation* (multiple to multiple) para la zona de contacto entre parte pieza superior y zona inferior de la chumacera con una combinación de elementos *TARGET* (superficie objeto), y *CONTA* (superficie de Contacto) que forman el "par de contacto". Todos los contactos se modelaron a través de pares CONTA174- TARGE170. Los elementos de tipo *contact* (CONTA174) no pueden penetrar a los elementos de tipo *target* (TARGE170). Para un comportamiento simétrico las superficies de contacto tienen ambas formulación, *contact* y *target* (Figura 4.7).

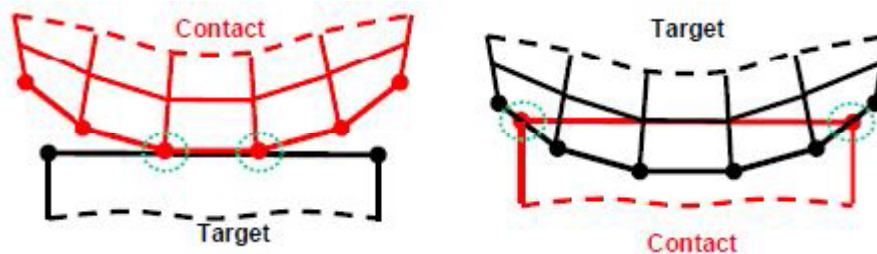


Figura 4.7. Tipos de contacto en ANSYS.

### 4.3.4 Malla del modelo

Los elementos usados para mallar la geometría son elementos volumétricos de tipo SOLID186 y SOLID187 [118].

SOLID186 es un elemento tridimensional con tres grados de libertad por nodo (traslación según X, Y e Z). Permite formulación de materiales con plasticidad, endurecimiento, fluencia y capacidad de grandes deformaciones. Está compuesto por 20 nodos distribuidos según el esquema presentado en la Figura 4.8. Además de su configuración base hexaédrica puede tener una configuración piramidal, prismática o

tetraédrica lo que le permite adaptarse a la geometría de la pieza. Este elemento se usó para modelar la pieza en ANSYS®.

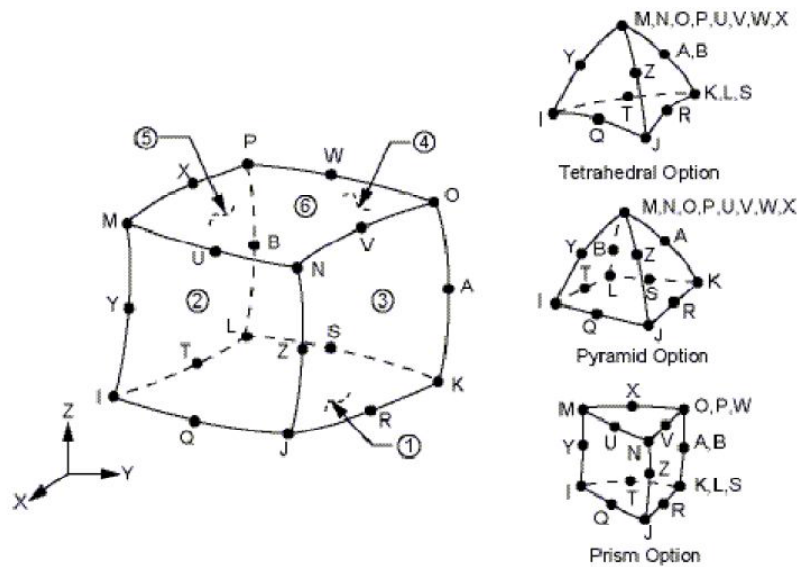


Figura 4.8. Tipo de elemento Solid 186.

SOLID187 es un elemento similar en su comportamiento pero tetraédrico y con 10 nodos (Figura 4.9).

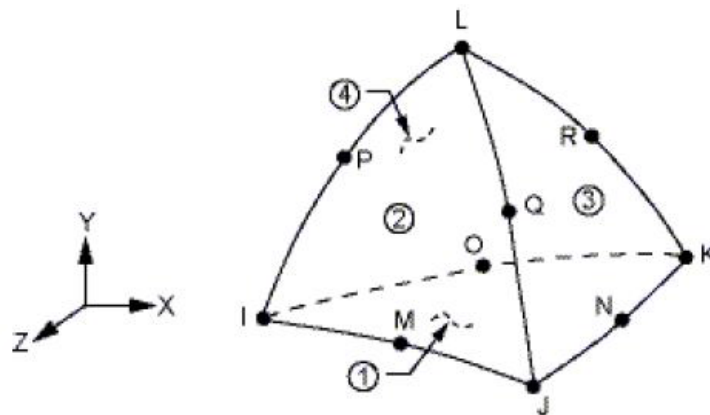


Figura 4.9. Tipo de elemento Solid 187.

La malla del modelo base se muestra en las Figuras 4.10 y 4.11:

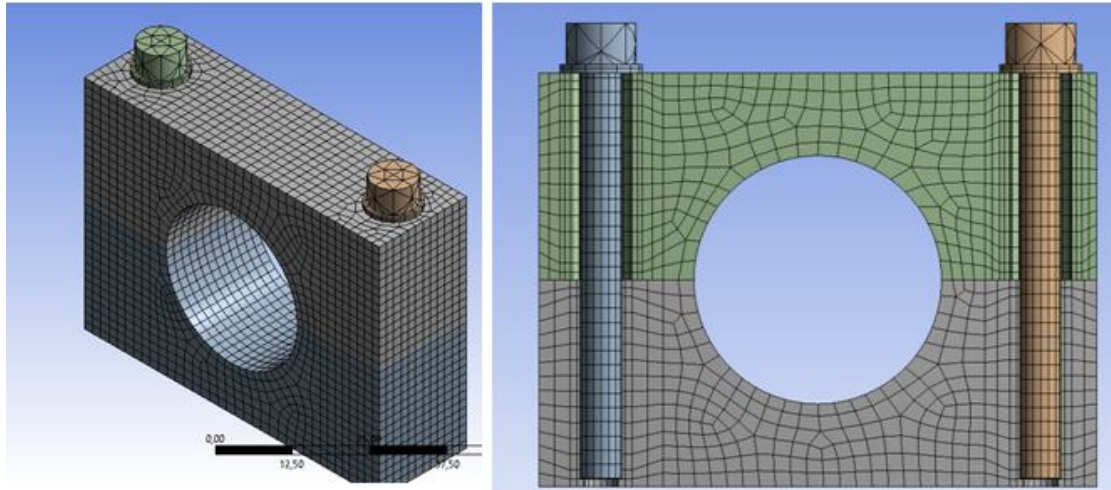


Figura 4.10. Vista del mallado de la chumacera completa.

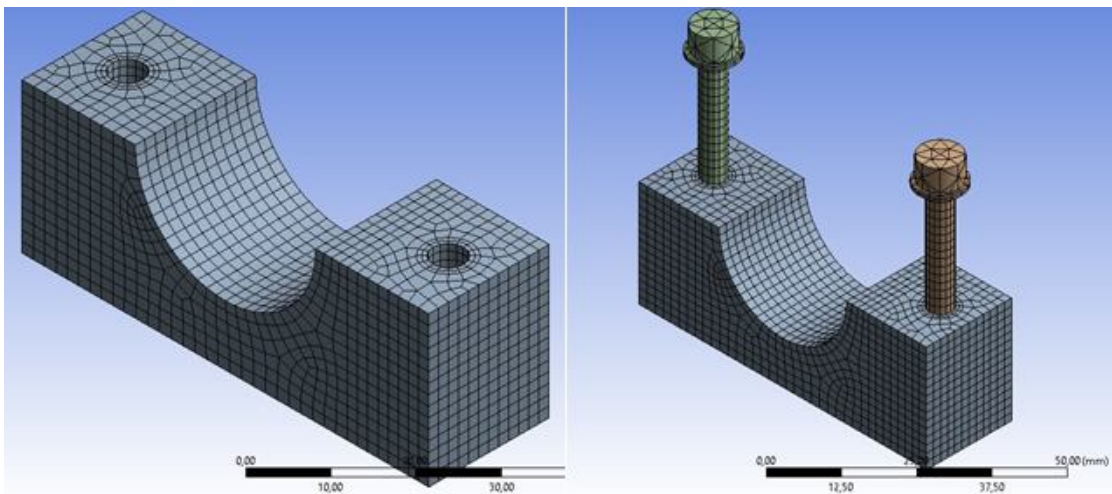


Figura 4.11. Vista del mallado de la pieza inferior de la chumacera.

#### 4.3.5 Condiciones de apoyo

Para tratar de simular el apriete normal en la mesa de trabajo para ser mandrinada, y por tanto no tener que modelar dichos elementos ajenos a la pieza de estudio, se buscó representarla mediante restricciones de movimiento en las paredes de la chumacera tal y como se muestra en la Figura 4.12:

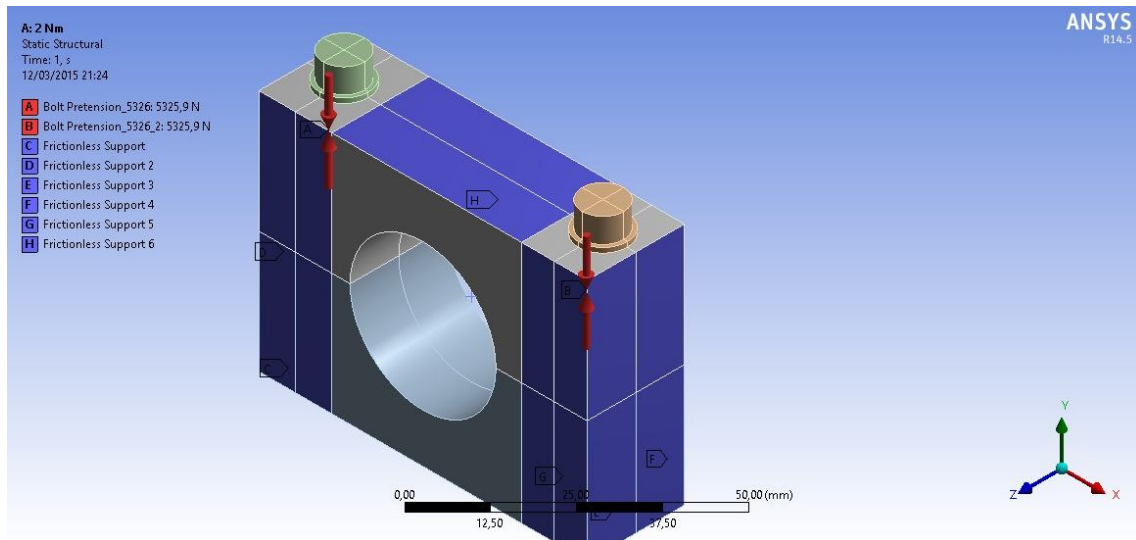


Figura 4.12. Restricciones y carga correspondiente al apriete de 2 Nm.

La restricción ("*frictionless support*") es un contacto lineal que restringe todo movimiento de los nodos de la superficie.

#### 4.3.6 Materiales

Los materiales elegidos para el modelo de la chumacera en ANSYS®, es el mismo que el usado en las pruebas de taller, un acero de uso común, el *F1115* recogido en la norma UNE-36001, con las siguientes características mecánicas, Módulo de Elasticidad  $E$  210000 N/mm<sup>2</sup>, límite elástico 25-40 Kgf/mm<sup>2</sup>, Módulo de Elasticidad Transversal  $G$  81000 N/mm<sup>2</sup>, Coeficiente de Poisson  $\nu$  0.3, Coeficiente de dilatación térmica  $\alpha$   $1.2 \times 10^{-5}$  (°C)<sup>-1</sup>, Densidad  $\rho$  7850 kg/m<sup>3</sup>. Su designación simbólica es C 15 K - 1.

#### 4.3.7 Cargas

Las cargas que se han tenido en cuenta para el caso de resolución del modelo en ANSYS®, son las propias del par de apriete de los tornillos que mantienen unidas las dos piezas que forman la chumacera, mediante una pretensión de los tornillos. Dado que la simulación de las fuerzas dinámicas que se ejercen en el mandrinado, no son necesarias para simular las condiciones reales de apriete, no se han tenido en cuenta.

Por otro lado, estas en el caso de reparto de cargas en los puntos de localización de la superficie de contacto considerada, es la propia de dicha metodología. Es hacer unitaria para cada una de las áreas discretizadas, tal y como se verá en el punto 4.4.

### Próximamente de los tornillos

En esta sección se describen los esfuerzos que se generan en los tornillos cuando se aplican cargas. Los esfuerzos se describen en el trabajo [119]. Se describen los esfuerzos que se generan en las partes de los tornillos cuando se aplican cargas. Los esfuerzos se describen en el trabajo [119]. Se describen los esfuerzos que se generan en las partes de los tornillos cuando se aplican cargas. Los esfuerzos se describen en el trabajo [119].

Figura 4.13.

$$q \cdot n = \frac{M_T}{2 \tau \frac{R_1^3 - R_2^3}{3} \cos \alpha} \quad (4.1)$$

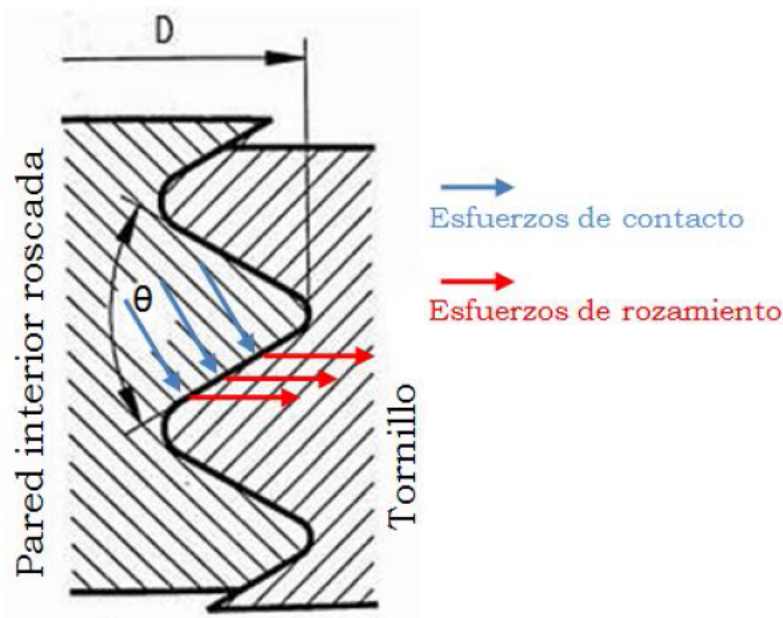


Figura 4.13 Fuerzas de contacto y rozamiento en un tornillo.

Como se han visto, los esfuerzos tangenciales que se generan en el contacto entre el tornillo y la pared interior del tubo, como se observa en la Figura 4.14, pueden amplificarse en ciertas zonas.

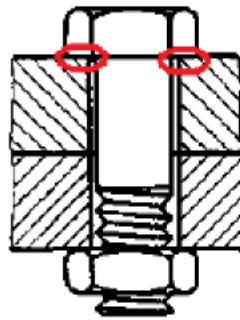


Figura 4.14 Tuerca y pieza.

El tornillo, es un tipo allen y su norma DIN 912. La geometría de los filetes está regulada por la norma ISO 68. Las características de los filetes se ven en la Figura 4.15:

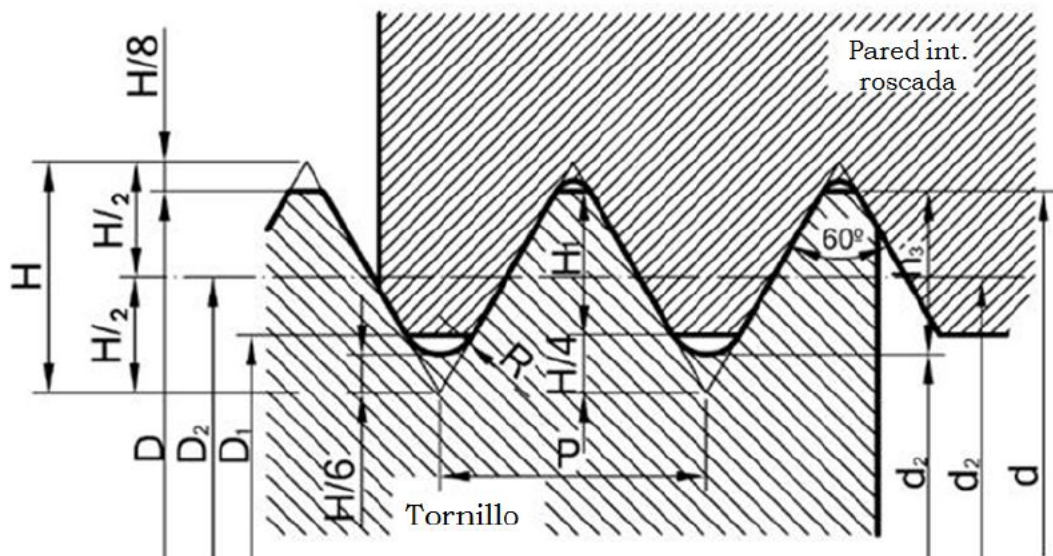


Figura 4.15. Características de la rosca del tornillo de M5.

Los valores nominales de las características de los filetes de los tornillos métricos van desde la M1 hasta la M64.

Para el M5:  $d = 5 \text{ mm}$ .

Paso:  $P = 0.8 \text{ mm}$

$H = (\text{raíz} / 2) = 0,613435 \cdot P = 0,498748 \text{ mm}$

Parte de flanco:  $(D - d) / 2 = 5/8 \cdot H = 0,266 \cdot P = 0,2128 \text{ mm}$

de la raíz:  $d_2 = d - 4/3 \cdot H = 0,613435 \cdot P = 0,498748 \text{ mm}$

de la raíz:  $d_3 = d - 3/4 \cdot H = d - 0,519 \cdot P = 4.48 \text{ mm}$

de la raíz:  $r = H/6 = (0,498748 / 6) = 0,083125 \text{ mm}$

r (Chumacera)

$D_1 = d_2 - 2 \cdot (l/2 - H/4) = d - 1,1 \cdot H = d - 0,676611 \cdot P = 4.13 \text{ mm}$

R Exterior (Tornillo)



Diámetro del núcleo:  $d_3 = d_2 - 2 \cdot (H/2 - H/6) = d - 1,226869 \cdot P = 4.02 \text{ mm}$

Diámetro del núcleo:  $d_3 = d_1 - H/6 = 4.02 \text{ mm}$  (según la norma DIN ISO 724)

Área núcleo:  $A_3 = (\pi/4) \cdot d_3^2 = 12.68 \text{ mm}^2$

Área resistente:  $A_s = (\pi/4) \cdot ((d_2 + d_3)/2)^2 = 14.19 \text{ mm}^2$

Designación	Diámetro nominal		Paso		Diámetro Francos d2 (mm)	Diámetro Núcleo d3 (mm)	Area Núcleo A3 (mm <sup>2</sup> )	Area Resistente As (mm <sup>2</sup> )
	(mm)	(inch)	(mm)	(inch)				
M 5 x 0,8	5	0,2	0,8	0,03	4,484	4,019	12,686	14,196

Tabla 4.1. Características dimensionales de un tornillo de M5.

Por tanto las cargas debidas al apriete del tornillo son las siguientes:

Par apriete [M5]	N·m	2	5	12
Radio nominal	m	0,0025	0,0025	0,0025
Radio interior	m	0,0020095	0,0020095	0,0020095
angulo	rad	0,785	0,785	0,785
cos ang	rad	0,707	0,707	0,707
paso	m	0,0008	0,0008	0,0008
long. Seccion	m	0,025	0,025	0,025
num roscas		31,25	31,25	31,25
<b>Pres tang: q</b>	<b>N/mm<sup>2</sup></b>	<b>2,877</b>	<b>7,193</b>	<b>17,262</b>
coef. Roz. Rosca: $\mu$		0,15	0,15	0,15
<b>Pz = p * sen ang</b>	<b>N/mm<sup>2</sup></b>	<b>13,562</b>	<b>33,906</b>	<b>81,374</b>
sen ang	rad	0,707106781	0,707106781	0,707106781
A. cil.: $2\pi Rh$	mm <sup>2</sup>	392,70	392,70	392,70
<b>Fuerza apriete</b>	<b>N</b>	<b>5325,9</b>	<b>13314,8</b>	<b>31955,4</b>

Tabla 4.2. Relación de Fuerzas para pares de apriete de un tornillo de M5.

#### 4.3.8 Tiempo de resolución

Una resolución típica tomaba alrededor de 25 minutos para cada iteración realizada usando un PC equipado de un procesador *Intel Core i7 4710HQ* a 2.5 GHz y 1Gb de Memoria RAM de 16 GB a 1600 MHz con tecnología gddr5.

#### 4.4 Método de análisis del reparto de cargas puntuales de contacto en áreas discretizadas

En la presente tesis doctoral se propone un método para la determinación de la distribución de cargas entre las piezas superior e inferior que forman parte de la chumacera mediante el uso de métodos

numéricos directos <sup>[120]</sup>, a partir de datos obtenidos por el método de los elementos finitos.

Las fuerzas de apriete aplicadas sobre los tornillos de unión de las dos piezas que forman la chumacera, provocan la aparición de fuerzas de contacto en la interfaz existente entre las piezas (ver Figura 4.13). Dichas fuerzas de contacto pueden ser halladas mediante un análisis mecánico estructural que da lugar al conocimiento de la deformación de la pieza. Esta deformación provoca la aparición de falta de continuidad superficial entre las caras internas sometidas al mecanizado, provocando tensiones indebidas y pérdidas de precisión geométrica. Se deduce por tanto, que la mejora de la precisión en el acabado superficial están relacionados por las fuerzas de contacto existentes entre las piezas de la chumacera, es decir, por la geometría de la chumacera y el par de apriete aplicado. La aplicación de este método para la obtención de dichas fuerzas, ha sido descrito en el trabajo de Estrems *et al.* <sup>[120, 121]</sup> y parcialmente desarrollado en el Apéndice F de la presente tesis doctoral. Se propone por tanto, un método para la determinación de la distribución de carga entre las zonas de contacto entre las dos piezas que forman la chumacera o componente bi-pieza (ver Figuras 4.5 y 4.6) mediante el uso de métodos numéricos directos <sup>[120]</sup>, a partir de datos obtenidos por el método de los elementos finitos. A partir del conocimiento del vector de cargas correspondiente a la pretensión de los tornillos de apriete de la chumacera, ha sido posible mediante el uso de funciones de forma estándar <sup>[122]</sup>, la determinación de las fuerzas que se ejercen en las zonas de contacto entre las piezas superior e inferior de la chumacera. La aplicación de las fuerzas correspondientes al par de apriete conllevará, que la fuerza resultante en las zonas de contacto sea tal, que se mantenga entre los valores críticos, y no dé lugar a una deformación de las superficies en contacto que empeoren la redondez correspondiente a las zonas exteriores y central del alojamiento interior tras el mandrinado o mecanizado. Esto también se traduce en el efecto de pérdida de calidad superficial, ya que, tal y como se ha comentado anteriormente, la mayor carga ejercida por el filo durante el mecanizado posterior a la unión de las dos piezas debe evitarse en la interfase existente entre las dos piezas, ya que la rugosidad aumentaba en dicha zona. El conocimiento del comportamiento que según la geometría de la pieza y el par de apriete que se le aplica, resulta de crucial interés a la hora de mejorar la calidad superficial de la zona de interfase mecanizada. Tal que las fuerzas de apriete aplicadas de los tornillos que unen las piezas de la chumacera deben ser lo suficientemente altas para garantizar el mantenimiento de la posición de las piezas durante el mecanizado sin

que hayan deslizamientos entre caras en contacto al superar la fricción durante el mecanizado que las mantiene unidas y, al mismo tiempo, no deben superar un determinado valor, ya que las tensiones generadas dan lugar a la aparición de las deformaciones sobre la pieza, presentando disminuciones de las presiones locales en las zonas del alojamiento interior cercanas a las caras exteriores, y aumentando en la zona interior o central, correspondiente al eje de simetría, empeorando la redondez de las mismas, afectando de esta manera, a la calidad superficial observándose que la mayor carga ejercida por el filo durante el mecanizado posterior a la unión de las dos piezas debe evitarse en la interfase existente entre las dos piezas, ya que la rugosidad aumentaba en dicha zona.

Por tanto, las fuerzas de apriete aplicadas sobre las superficies de contacto de la chumacera dan lugar a la aparición de fuerzas de contacto en la interfaz existente entre las piezas de la chumacera, por lo que las áreas de contacto deberán disponer de un mayor o menor tamaño, dependiendo de la magnitud de las fuerzas de contacto.

En el análisis mecánico estructural del sistema, a partir de las fuerzas de apriete, se calculan las fuerzas distribuidas en las áreas de contacto.

Las áreas de contacto poseen dos dimensiones que se pueden considerar como puntos, líneas o superficies. Se considerarán como superficies que sean de orden equivalentes entre sí, para este caso 24 superficies consideradas, de manera que se consideren muy inferiores a las de las superficies de contacto consideradas.

Con la finalidad de minimizar el coste computacional, que conlleva el cálculo estructural de las deformaciones en las zonas de contacto consideradas, especialmente si este se lleva a cabo mediante el método de los elementos finitos (MEF), se ha trabajado con un número suficiente de superficies discretizadas para que los resultados obtenidos sean coherentes con los resultados reales.

#### **4.4.1 Descripción**

El tipo de contacto entre las piezas superior e inferior de la chumacera es debido a las cargas de apriete de los tornillos de unión, o dicho de otra forma, la superficie de contacto posee unas dimensiones y forma, que dependen de la magnitud de dichas cargas, además de los materiales y la tipología de las superficies de contacto.

La geometría de la superficie de contacto es función de la fuerza aplicada en cada uno de los puntos en los que se discretice el área de contacto. En los casos de contacto mecánico, existe un predominio de las deformaciones estructurales frente a las superficiales, también

conocidas como locales, en las zonas o puntos de contacto. Como consecuencia de este predominio, la energía del sistema se puede estimar despreciando las deformaciones superficiales frente a las estructurales.

La superficie de contacto se puede discretizar en pequeñas áreas de magnitud similar, en las que se aplican las cargas puntuales en el centro de las mismas (ver Figura 4.16), reduciendo el problema de contacto mecánico al cálculo de la distribución de fuerzas entre dichos puntos. Debido a que la magnitud de la fuerza total que ejercen entre sí las dos piezas es conocida, por el par de apriete aplicado, el problema consistirá en la determinación de las cargas de contacto puntuales, a través de la minimización de la energía de deformación elástica de todo el sistema.

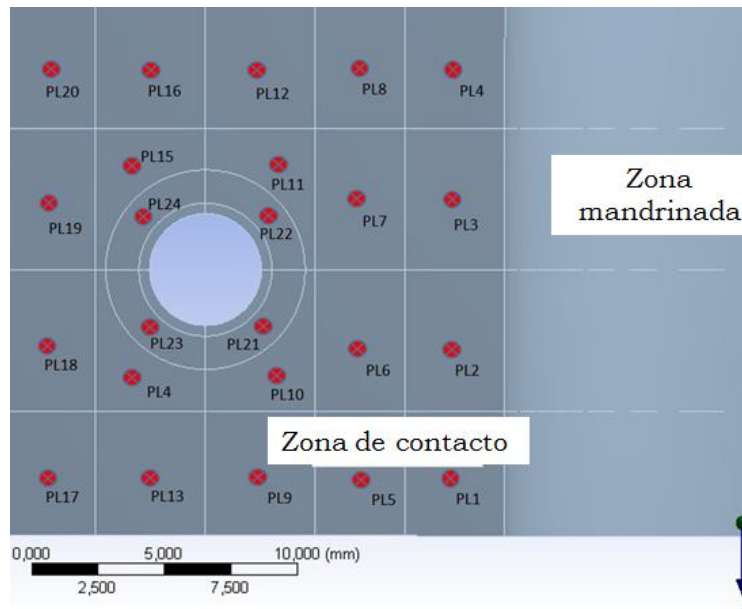


Figura 4.16. Distribución de los puntos de localización de las 24 subáreas discretizadas.

De esta manera, el problema se puede abordar de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar} \quad \sum_i \sum_j f_i c_{ij} f_j \\
 & \sum f_i = F \quad (a) \\
 & f_i - a_i^2 = 0 \quad (b) \\
 & i = 1 \dots n \quad (4.2)
 \end{aligned}$$

Donde  $f_i$  representa el vector de fuerzas para el caso en el que el contacto se simplifica, asumiendo que el área de contacto entre las dos

piezas que forman la chumacera, superior e inferior, se aproxima a una serie de puntos  $N$  como resultado de discretizar en subareas, dicha superficie de contacto. Por consiguiente,  $f_i$  por son las incógnitas del problema a calcular mediante la minimización de la función de energía  $U$ , sujeta a dos restricciones. La restricción (a) indica que el sistema debe estar en equilibrio, o dicho de otro modo, la fuerza total externa aplicada (par de apriete), es el sumatorio de las reacciones obtenidas en cada uno de los puntos de contacto. La restricción (b) se basa en la ausencia de fuerzas de adhesión o tracción en el contacto, es decir, todas las fuerzas deben ser positivas, y en caso de que hubiera adhesión o tracción, se produciría falta de contacto o levantamiento de una con respecto a la otra.

El método directo propuesto en [120, 121] consiste en una formulación matricial que proviene del desarrollo, en primer lugar, de una expresión de la energía de deformación del sistema y de la resolución posterior, de un problema de minimización, de forma que las soluciones obtenidas se correspondan con el reparto de carga entre los distintos puntos en los que se ha discretizado la superficie de contacto existente entre las piezas superior e inferior de la chumacera.

El problema de minimización antes mencionado, se soluciona mediante una formulación matricial, utilizando dos métodos matemáticos, el método de las condiciones de Kuhn-Tücker y el de los multiplicadores de Lagrange, de modo que se consiga simplificar y solucionar el problema de un modo más directo. Los dos métodos dan lugar a la obtención de la misma expresión matricial, de la que se despeja directamente el vector de fuerzas de contacto. Estos están parcialmente reproducidos en el Apéndice F.

Conocido el vector de fuerzas de contacto se puede estimar si existe una deformación significativa tal, que afecte negativamente sobre la precisión final de la superficie mecanizada. Además, mediante el conocimiento del reparto de cargas, se puede conocer las tensiones y deformaciones que puedan provocar defectos de calidad superficial en la pieza mecanizada.

A partir de la fuerza de apriete aplicada a la pieza, se pueden calcular las reacciones en las superficies en contacto, aunque en realidad lo que actúa sobre determinadas áreas de contacto, es la distribución de presiones. Lógicamente la magnitud de las presiones será menor, cuanto mayor sea el área de contacto a igualdad de fuerza aplicada. Sin embargo, lejos de repartirse la carga uniformemente sobre la superficie, y al depender dicho reparto del modo en el que se deforman los dos cuerpos en contacto, se producen picos de presión que originan un

daño a la pieza. Consecuentemente, para evitar dicho daño sobre la pieza, se procurará que las superficies de contacto sean lo suficientemente grandes. La realización del cálculo de la distribución de fuerzas o de presiones, supone obtener los datos necesarios que influyen en las dimensiones finales de la pieza. Un elemento de diseño a tener en cuenta, es que las fuerzas de apriete y las reacciones en las superficies de contacto conviene que sean de mucho mayor orden de magnitud que las fuerzas de corte, ya que de este modo se asegura la inmovilidad de la pieza y la ausencia de vibraciones. Por esta razón, se asume que la deformada de la pieza se debe exclusivamente a las fuerzas de apriete, derivándose de ello, que el problema se considere como estático.

Los sistemas de contacto entre varios cuerpos, se caracterizan en presentarse bajo pautas muy variadas, esto hace que para simplificar su resolución, sea necesario abordar el problema bajo formulación general, al que se le puedan aplicar determinadas herramientas matemáticas para su resolución.

#### **4.4.2 Sinopsis del Método de análisis del reparto de cargas puntuales de contacto en áreas discretizadas**

A continuación se expone una sinopsis del método utilizado, en el que lógicamente tras lo expuesto anteriormente, habrá de tenerse en cuenta algunas suposiciones:

- Se desprecian las fuerzas tangenciales frente a las normales, por lo que solo se estudiará el reparto de carga en dirección normal a la superficie de referencia horizontal de la pieza.
- La discretización del área de contacto entre los cuerpos considerados, en subáreas será lo más homogéneo posible, de manera que sean todas del mismo orden de magnitud entre sí, y en número suficiente como para que el resultado de distribución de fuerzas o presiones, sea lo más lineal posible.
- Las fuerzas de contacto serán todas positivas, como ya se indicó anteriormente, ya que en caso contrario dejaría de existir contacto, siendo su resultante equivalente a la fuerza de apriete aplicada a la pieza.
- Se analizará el problema considerándolo como estático, donde las cargas exteriores que intervienen son solo las fuerzas de apriete, considerándose estas constantes en el tiempo. No teniéndose en cuenta, las debidas al mecanizado de la superficie interior de la chumacera, como son las vibraciones,

fuerzas o presiones, por todo ello, este método no es propicio para situaciones donde el análisis dinámico sea necesario considerarse.

El procedimiento seguido para el análisis de distribución de carga en el contacto entre la pieza superior e inferior de la chumacera tiene un primer paso, que consiste en la obtención de la matriz de desplazamientos de las dos piezas utilizando el MEF, software ANSYS® 14.5, donde se analizan cada uno de las subáreas discretizadas por separado, que por el principio de reciprocidad en cálculo lineal, la matriz resultante deberá ser simétrica, un segundo paso donde se aplicará la formulación matricial, ensamblando las matrices según el método de análisis de reparto de cargas descrito a continuación de este punto, y finalmente, se representará la carga obtenida.

#### **4.4.3 Ensamblaje de las matrices de desplazamientos**

A partir de las matrices correspondientes a cada uno de los cuerpos, pieza superior y pieza inferior que conforma la chumacera, o componente bi-pieza, se puede hallar la matriz de desplazamientos del problema de minimización de la energía de deformación, según la ecuación planteada en (F.9). En un problema hiperestático, existen múltiples elementos de apoyo, por lo que existe contacto solamente en determinadas zonas de la pieza, que no poseen influencia entre sí.

Por ello, en la matriz principal aparecerán términos nulos en el lugar destinado al desplazamiento de los puntos de varias superficie de contacto consideradas como consecuencia de la aplicación de la carga en otra. Para hacer más visible esta condición, si se considera una matriz  $10 \times 10$  de desplazamientos general del sistema, y se contemplan dos superficies de contacto, tal y como se ha comentado anteriormente, de apoyo ( $P_{SUP}$  y  $P_{INF}$ ), la matriz de desplazamientos general del sistema  $[C]$ , se obtendrá como consecuencia de sumar uno a uno los términos de las dos submatrices correspondientes a las piezas que conforman la chumacera, tal como se expresa en la siguiente ecuación:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & C_{66} & C_{66} & C_{66} & C_{66} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{76} & C_{76} & C_{76} & C_{76} & C_{76} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{86} & C_{86} & C_{86} & C_{86} & C_{86} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{96} & C_{96} & C_{96} & C_{96} & C_{96} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{10-6} & C_{10-7} & C_{10-8} & C_{10-9} & C_{10-10} \end{bmatrix} \text{Pieza Superior} + \\
 \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & C_{66} & C_{66} & C_{66} & C_{66} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{76} & C_{76} & C_{76} & C_{76} & C_{76} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{86} & C_{86} & C_{86} & C_{86} & C_{86} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{96} & C_{96} & C_{96} & C_{96} & C_{96} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{10-6} & C_{10-7} & C_{10-8} & C_{10-9} & C_{10-10} \end{bmatrix} \text{Pieza Inferior} \quad (4.3)$$

Siendo por tanto, la matriz de desplazamientos [C] del sistema formado por las piezas superior e inferior, la siguiente:

$$\begin{bmatrix} [C_{11}]_{PSUP} + [C_{11}]_{PINF} & \dots & [C_{15}]_{PSUP} + [C_{15}]_{PINF} & 0 & \dots & 0 \\ [C_{21}]_{PSUP} + [C_{21}]_{PINF} & \dots & [C_{25}]_{PSUP} + [C_{25}]_{PINF} & 0 & \dots & 0 \\ [C_{31}]_{PSUP} + [C_{31}]_{PINF} & \dots & [C_{35}]_{PSUP} + [C_{35}]_{PINF} & 0 & \dots & 0 \\ [C_{41}]_{PSUP} + [C_{41}]_{PINF} & \dots & [C_{45}]_{PSUP} + [C_{45}]_{PINF} & 0 & \dots & 0 \\ [C_{51}]_{PSUP} + [C_{51}]_{PINF} & \dots & [C_{55}]_{PSUP} + [C_{55}]_{PINF} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & [C_{66}]_{PSUP} + [C_{66}]_{PINF} & \dots & [C_{6-10}]_{PSUP} + [C_{6-10}]_{PINF} \\ 0 & \dots & 0 & [C_{76}]_{PSUP} + [C_{76}]_{PINF} & \dots & [C_{7-10}]_{PSUP} + [C_{7-10}]_{PINF} \\ 0 & \dots & 0 & [C_{86}]_{PSUP} + [C_{86}]_{PINF} & \dots & [C_{8-10}]_{PSUP} + [C_{8-10}]_{PINF} \\ 0 & \dots & 0 & [C_{96}]_{PSUP} + [C_{96}]_{PINF} & \dots & [C_{9-10}]_{PSUP} + [C_{9-10}]_{PINF} \\ 0 & \dots & 0 & [C_{10-6}]_{PSUP} + [C_{10-6}]_{PINF} & \dots & [C_{10-10}]_{PSUP} + [C_{10-10}]_{PINF} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Se hace notar, que es necesario numerar con cuidado los puntos correspondientes a las subáreas consideradas, con el fin de que coincidan entre sí los puntos que deban permanecer en contacto, y así se correspondan convenientemente sus desplazamientos.

#### 4.4.4 Formulación matricial para la obtención del reparto de cargas

A partir de los coeficientes de la matriz de desplazamientos [C], y aplicando el método matricial que se describe a continuación, se obtienen las cargas de contacto en los puntos de localización designados, correspondientes a todas las subáreas discretizadas. De este modo,  $\{f_{PL1}, \dots, f_{PL10}\}$  se obtienen a partir de la siguiente ecuación:



$$[C^*] \begin{bmatrix} f_{PL_1} \\ f_{PL_2} \\ f_{PL_3} \\ \dots \\ f_{PL_{10}} \\ \nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Los valores de la matriz de coeficientes se obtienen mediante el MEF, modelizando cada cuerpo por separado, tal y como se ha descrito. Aplicando la Ecuación (4.6) se puede obtener el vector de fuerzas de contacto más el parámetro multiplicador ( $\nu$ ), estando expresada además la matriz modificada  $[C^*]$ , del siguiente modo:

$$\begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 & 0 \\ 2([C_{11}]_{PSUP} + [C_{11}]_{PINF}) & \dots & 0 & -1 \\ [C_{21}]_{PSUP} + [C_{21}]_{PINF} & \dots & 0 & -1 \\ [C_{11}]_{PSUP} + [C_{31}]_{PINF} & \dots & 0 & -1 \\ [C_{41}]_{PSUP} + [C_{41}]_{PINF} & \dots & 0 & -1 \\ [C_{51}]_{PSUP} + [C_{51}]_{PINF} & \dots & 0 & -1 \\ 0 & \dots & [C_{6-10}]_{PSUP} + [C_{6-10}]_{PINF} & -1 \\ 0 & \dots & [C_{7-10}]_{PSUP} + [C_{7-10}]_{PINF} & -1 \\ 0 & \dots & [C_{8-10}]_{PSUP} + [C_{8-10}]_{PINF} & -1 \\ 0 & \dots & [C_{9-10}]_{PSUP} + [C_{9-10}]_{PINF} & -1 \\ 0 & \dots & 2([C_{10-10}]_{PSUP} + [C_{10-10}]_{PINF}) & -1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Al ser la fuerza  $F$ , la aplicada en el punto de apriete, el vector de fuerzas de contacto se determina invirtiendo la matriz de desplazamientos modificada  $[C^*]$ , y multiplicándola matricialmente por el vector de fuerzas externas:

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \dots \\ f_{10} \\ \nu \end{bmatrix} = [C^*]^{-1} \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

#### **4.4.5 Ventajas del Método de análisis del reparto de cargas**

A continuación se expone las ventajas inherentes del uso del método utilizado para la obtención del reparto de carga en las superficies de contacto, ante una fuerza de apriete determinada. En el Apéndice F, se describen los fundamentos teóricos en los que se basa este método.

Las razones por las que este método es adecuado para la resolución de este tipo de problemas son las siguientes:

- Es un método directo que está basado en una formulación matricial lineal, sin iteraciones ni posibles problemas de convergencia, al contrario de los algoritmos habitualmente utilizados <sup>[123]</sup>, que consiste en algoritmos no lineales y excesivamente complejos.
- El tiempo empleado en la resolución del problema es predecible y, en comparación con los demás métodos, resulta más corto debido a lo expuesto en el punto anterior.
- La formulación por elementos de contacto en los programas convencionales del MEF pueden presentar problemas de discontinuidades, como los aparecidos en <sup>[124]</sup>, que no se presentan en la presente formulación.
- No requieren de la utilización de otro tipo de software, ya que se usan programas de preproceso habituales en análisis por elementos finitos para piezas independientes, por lo que no se usan elementos de contacto que conllevan el riesgo de no acertar en las constantes reales correspondientes.

#### **4.5 Desarrollo experimental del Análisis de rugosidad y redondez en operaciones de mandrinado de chumaceras o componentes bi-pieza**

En este punto del capítulo, se realiza una descripción de la pieza o tocho de acero con el que se ha trabajado, y el proceso de fabricación que se ha llevado a cabo, hasta formar las chumaceras compuestas de dos piezas (componente bi-pieza).

En un Apéndice C, se puede consultar la secuencia de operaciones para la fabricación de las chumaceras o componentes bi-piezas, la descripción de las operaciones, herramientas usadas, y parámetros de funcionamiento utilizados durante las operaciones de mandrinado, y la descripción, del conjunto máquina-herramienta utilizada en las operaciones de mandrinado de las tres piezas ensayadas, realizando una descripción detallada del funcionamiento de la maquinaria,

programación, montaje del cabezal, herramienta de mandrinar así como, la puesta a punto del todo el conjunto máquina-herramienta.

La descripción de los equipos usados en los trabajos de medición de esfuerzos y metrología, se describen en el Apéndice D.

#### 4.5.1 Pieza-tocho

##### 4.5.1.1 Taladrado inicial de agujeros

Dada la facilidad de trabajar en el taller con bloques o piezas pequeñas, se plantea para este modelo, trabajar con un bloque de acero F1115 con dimensiones aproximadas de 200x50x20 mm, esta se puede ver la Figura 4.17. Sobre el bloque se realizan tres agujeros cuyos centros se colocan en una posición de tal forma que queden adecuadamente repartidos para poder cortarlo. La realización de los agujeros iniciales, se realizará con un taladro manual MAHESSA (ver Figura 4.17) utilizando una brocas de diámetro 12 mm y posteriormente, se agrandarán con brocas de 20 mm para obtener unos agujeros próximos al diámetro mínimo que aproximadamente es capaz de cortar la herramienta de mandrinar.



Figura 4.17. Pieza de acero F1115. (Con un diámetro de 21 mm).



Figura 4.18. Taladro manual MAHESSA.

A partir de aquí, la secuencia de operaciones hasta la obtención de las chumaceras o componentes bi-pieza, se realiza en el siguiente orden, taladrados de los agujeros para los tornillos de M5, luego los cortes transversales, y por último, los cortes longitudinales. Por tanto, los agujeros que servirán para atornillar las chumaceras o componentes bi-pieza, se realizará con un taladro automático, OPTIMUM, ver Figura 4.19. La operación de taladrado se iniciará utilizando brocas de 3 mm de diámetro, y posteriormente de 5 mm, para facilitar las operaciones de taladrado. Seguidamente, se realizarán los cortes transversales, obteniéndose del bloque, tres piezas, y posteriormente a cada una de las piezas independientes, se le realizará un corte longitudinal de tal forma que por cada agujero mandrinado se obtengan a su vez, dos piezas que se montarán mediante tornillos de métrica M5.



Figura 4.19. Taladro automático OPTIMUM. (a) Vista general. (b) Vista de la broca y la pieza a taladrar.



Figura 4.20. Corte de pieza sólida en tres piezas independientes.



Figura 4.21. Corte de piezas independientes para la fabricación de las chumaceras o componentes bi-piezas.



Figura 4.22. Materiales empleados para el roscado de los agujeros taladrados.

A continuación de este proceso, se realizan las roscas para los tornillos de M5 de montaje y sujeción de las chumaceras o componentes bi-pieza, mediante el uso de machos, gramil de altura, bandeador entre otros utensilios. En la Figura 4.22, se puede ver una fotografía de los materiales utilizados.

Una vez realizado los roscados se montan las chumaceras, cada una de ellas con diferentes pares de apriete 2, 5 y 12 Nm, tal y como se ha comentado al comienzo del presente capítulo. Para llevar a cabo esta operación, se ha usado una llave dinamométrica Torque Wrench. En la Figura 4.23, se puede ver el proceso de apriete con la llave dinamométrica.



Figura 4.23. Apriete con llave dinamométrica.

Una vez realizadas estas operaciones, se procederá al montaje de cada pieza por separado, en la bancada de la mandrinadora para la realización de los diferentes mandrinados.

En los Apéndices A y C se muestra con detalle las medidas exactas de la pieza, así como las distintas fases por las que pasará la pieza desde sus dimensiones iniciales hasta la formación de las chumaceras o componentes bi-pieza.

En resumen, tras todas estas operaciones, se obtendrán tres chumaceras o componentes bi-pieza mandrinadas, cada una de ellas con un par de apriete distinto, de forma que se pueda medir, y discutir la relación obtenida entre la rugosidad superficial y redondez, con el par de apriete y su geometría.

#### 4.5.1.2 Operación de mandrinado y registro de datos

Para realizar el mandrinado, una vez se han obtenido las tres chumaceras, tal y como se ha comentado en el punto anterior, se realiza el montaje de la pieza a mecanizar en la bancada que posee la propia máquina. Antes de realizar la adquisición de datos se realizan varias pasadas de desbaste hasta alcanzar un diámetro de aproximadamente 30 mm, y a continuación se realiza el montaje del sensor dinamómetro para registrar los datos (ver Figura 4.24).



Figura 4.24. (a) Fijación de pieza en la bancada. (b) Mandrinadora trabajando en operaciones de desbaste.

En la Figura 4.25, se recoge un esquema de la conexión necesaria para llevar a cabo la correcta adquisición de datos.

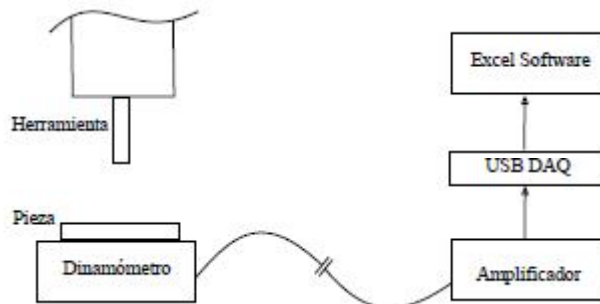


Figura 4.25. Esquema de conexionado para la correcta adquisición de datos. Los valores que se registran en la hoja de Excel son valores de tensión en voltios.

Tal y como ya se apuntó al comienzo de este punto, en el Apéndice D se describen los equipos de medición de esfuerzos y metrología.

#### 4.6 Resultados de los Métodos de Aplicación de Cargas, MEF y experimental en taller.

En este punto se muestran los resultados obtenidos por el modelo de chumacera o componente bi-pieza planteado, usando tanto el método de reparto de cargas en la superficie de contacto eje-chumacera, como el propio MEF ANSYS®. Por último, se muestran además, los resultados obtenidos experimentalmente en el taller y laboratorio de metrología del

departamento de Materiales y Fabricación de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de la UPCT.

#### 4.6.1 Resultados del Método de Aplicación de Cargas

En primer lugar, se mostrarán los resultados obtenidos aplicando el método numérico de reparto de cargas en las subáreas que se han discretizado a partir de la superficies de contacto entre la pieza superior e inferior que forman la chumacera. Una vez, se han aplicado a una subárea una carga unitaria, es decir, modelizando cada cuerpo por separado, se obtienen los desplazamientos en sentido vertical del total de las 24 subáreas consideradas para la superficie de contacto, sin más cargas que esa, tal y como ya se ha explicado en el desarrollo de la metodología (ver Figura 4.26). Para obtener los desplazamientos verticales, se ha usado la herramienta "path" entre puntos que ofrece el software ANSYS® 14.5, tal y como se puede observar en la Figura 4.27.

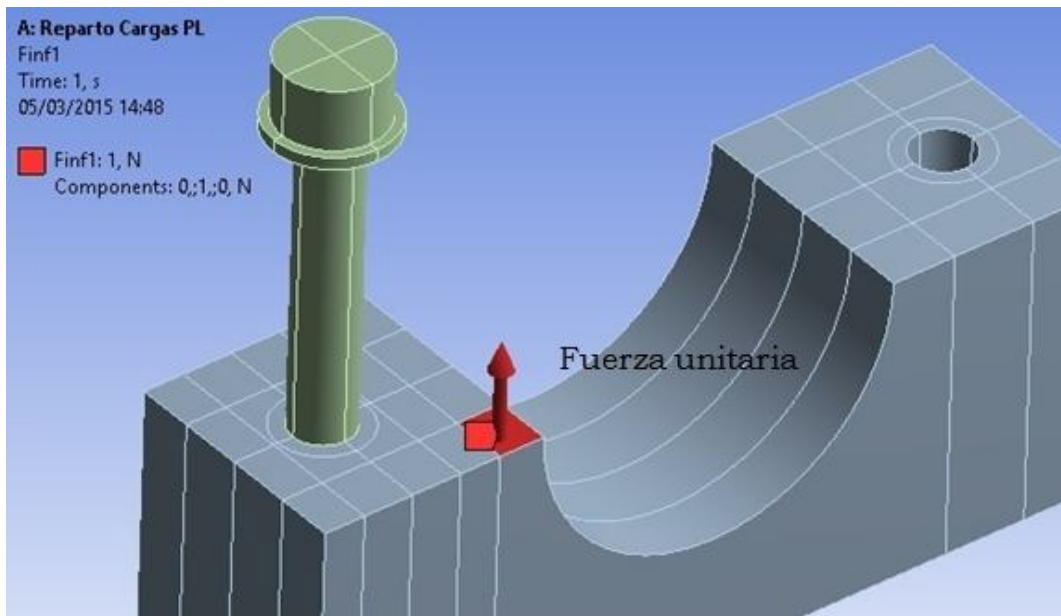


Figura 4.26. Fuerza unitaria aplicada a una subárea.



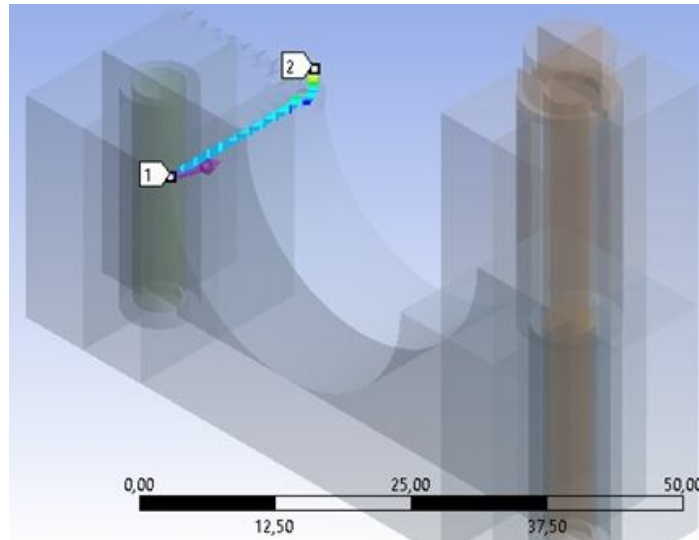


Figura 4.27. Ejemplo de Path entre dos puntos

Una vez repetido el proceso para cada una del total de subáreas, se está en disposición de formar la matriz de desplazamientos general del sistema  $[C]$ , que en este caso será de tamaño  $48 \times 48$  simétrica. Dado el gran tamaño de esta matriz, a continuación se mostrará solamente las ocho primeras columnas de dicha matriz, correspondientes a los puntos de localización de las subáreas 1 al 8 de la Figura 4.26.

-9,43721E-06	-9,42530E-06	-9,45273E-06	-9,45174E-06	-9,48187E-06	-9,47420E-06	-9,44980E-06	-9,45011E-06
-9,79113E-06	-9,77110E-06	-9,77945E-06	-9,77452E-06	-9,77176E-06	-9,78563E-06	-9,77249E-06	-9,77132E-06
-9,77064E-06	-9,77662E-06	-9,76549E-06	-9,78676E-06	-9,76737E-06	-9,76861E-06	-9,78338E-06	-9,76788E-06
-9,45085E-06	-9,45190E-06	-9,42757E-06	-9,43560E-06	-9,44895E-06	-9,44891E-06	-9,47358E-06	-9,47645E-06
-1,51008E-05	-1,51025E-05	-1,51085E-05	-1,51080E-05	-1,51236E-05	-1,51571E-05	-1,51055E-05	-1,51068E-05
-1,45328E-05	-1,45342E-05	-1,45327E-05	-1,45317E-05	-1,44971E-05	-1,45323E-05	-1,45194E-05	-1,45287E-05
-1,47272E-05	-1,47284E-05	-1,47284E-05	-1,47284E-05	-1,47244E-05	-1,47154E-05	-1,47389E-05	-1,46922E-05
-1,50806E-05	-1,50811E-05	-1,50749E-05	-1,50734E-05	-1,50787E-05	-1,50784E-05	-1,51337E-05	-1,51006E-05
-2,01323E-05	-2,01316E-05	-2,01342E-05	-2,01342E-05	-2,01295E-05	-2,01469E-05	-2,01322E-05	-2,01332E-05
-1,38399E-05	-1,38399E-05	-1,38401E-05	-1,38401E-05	-1,38363E-05	-1,38188E-05	-1,38365E-05	-1,38393E-05
-1,39890E-05	-1,39894E-05	-1,39888E-05	-1,39892E-05	-1,39885E-05	-1,39863E-05	-1,39745E-05	-1,39851E-05
-2,00370E-05	-2,00372E-05	-2,00349E-05	-2,00354E-05	-2,00357E-05	-2,00351E-05	-2,00514E-05	-2,00356E-05
-2,42192E-05	-2,42190E-05	-2,42202E-05	-2,42201E-05	-2,42201E-05	-2,42251E-05	-2,42190E-05	-2,42192E-05
-1,71717E-05	-1,71717E-05	-1,71721E-05	-1,71721E-05	-1,71716E-05	-1,71732E-05	-1,71716E-05	-1,71717E-05
-1,72063E-05	-1,72064E-05	-1,72060E-05	-1,72060E-05	-1,72060E-05	-1,72060E-05	-1,72074E-05	-1,72060E-05
-2,42267E-05	-2,42269E-05	-2,42257E-05	-2,42257E-05	-2,42260E-05	-2,42255E-05	-2,42315E-05	-2,42267E-05
-2,66605E-05	-2,66605E-05	-2,66615E-05	-2,66614E-05	-2,66613E-05	-2,66644E-05	-2,66605E-05	-2,66605E-05
-2,62332E-05	-2,62332E-05	-2,62336E-05	-2,62336E-05	-2,62332E-05	-2,62350E-05	-2,62333E-05	-2,62330E-05
-2,62042E-05	-2,62042E-05	-2,62039E-05	-2,62039E-05	-2,62036E-05	-2,62040E-05	-2,62056E-05	-2,62038E-05
-2,66377E-05	-2,66377E-05	-2,66368E-05	-2,66370E-05	-2,66368E-05	-2,66368E-05	-2,66408E-05	-2,66375E-05
-7,41800E-06	-7,41800E-06	-7,41800E-06	-7,41800E-06	-7,41720E-06	-7,41550E-06	-7,41700E-06	-7,41780E-06
-7,34080E-06	-7,34080E-06	-7,34080E-06	-7,34090E-06	-7,34060E-06	-7,33980E-06	-7,33850E-06	-7,34000E-06
-7,88130E-06	-7,88130E-06	-7,88130E-06	-7,88130E-06	-7,88120E-06	-7,88140E-06	-7,88130E-06	-7,88120E-06
-7,87510E-06	-7,87510E-06	-7,87510E-06	-7,87510E-06	-7,87500E-06	-7,87510E-06	-7,87520E-06	-7,87500E-06
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 4.3. Desplazamientos correspondientes a la aplicación de cargas unitarias en las subáreas 1 a 8 de la Figura 4.16.

Posteriormente, una vez obtenidos los coeficientes de la matriz de desplazamientos  $[C]$ , y aplicando el método matricial descrito en el apartado C.5, obteniendo la matriz modificada  $[C^*]^{-1}$  de tamaño  $49 \times 49$ , se obtiene el vector de fuerzas de contacto más el parámetro multiplicador  $(v)$ , de tal manera que para cada uno de los tres pares de apriete considerados, se pueden mostrar del siguiente modo los resultados:

$$\begin{bmatrix} 1202,194 \\ 1060,551 \\ 1062,194 \\ 1202,142 \\ -252,333 \\ -182,143 \\ -212,696 \\ -247,719 \\ -860,717 \\ -35,2443 \\ -60,3789 \\ -851,106 \\ -1161,45 \\ -539,567 \\ -544,216 \\ -1161,99 \\ -1293,24 \\ -1290,31 \\ -1288,92 \\ -1291,94 \\ 2505,117 \\ 2564,373 \\ 2168,043 \\ 2172,356 \\ 1202,194 \\ 1060,551 \\ 1062,194 \\ 1202,142 \\ -252,333 \\ -182,143 \\ -212,696 \\ -247,719 \\ -860,717 \\ -35,2443 \\ -60,3789 \\ -851,106 \\ -1161,45 \\ -539,567 \\ -544,216 \\ -1161,99 \\ -1293,24 \\ -1290,31 \\ -1288,92 \\ -1291,94 \\ 2505,117 \\ 2564,373 \\ 2168,043 \\ 2172,356 \\ -0,03662 \end{bmatrix} = [C^*]^{-1} \begin{bmatrix} 5326 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3005,44 \\ 2651,338 \\ 2655,444 \\ 3005,31 \\ -630,823 \\ -455,35 \\ -531,732 \\ -619,289 \\ -2151,76 \\ -88,1094 \\ -150,945 \\ -2127,73 \\ -2903,58 \\ -1348,9 \\ -1360,52 \\ -2904,93 \\ -3233,06 \\ -3225,73 \\ -3222,25 \\ -3229,79 \\ 6262,699 \\ 6410,836 \\ 5420,025 \\ 5430,808 \\ 3005,44 \\ 2651,338 \\ 2655,444 \\ 3005,31 \\ -630,823 \\ -455,35 \\ -531,732 \\ -619,289 \\ -2151,76 \\ -88,1094 \\ -150,945 \\ -2127,73 \\ -2903,58 \\ -1348,9 \\ -1360,52 \\ -2904,93 \\ -3233,06 \\ -3225,73 \\ -3222,25 \\ -3229,79 \\ 6262,699 \\ 6410,836 \\ 5420,025 \\ 5430,808 \\ -0,09154 \end{bmatrix} = [C^*]^{-1} \begin{bmatrix} 13315 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7213,029 \\ 6363,187 \\ 6373,042 \\ 7212,717 \\ -1513,97 \\ -1092,84 \\ -1276,15 \\ -1486,29 \\ -5164,21 \\ -211,462 \\ -362,266 \\ -5106,54 \\ -6968,56 \\ -3237,34 \\ -3265,23 \\ -6971,82 \\ -7759,31 \\ -7741,73 \\ -7733,36 \\ -7751,47 \\ 15030,42 \\ 15385,95 \\ 13008,01 \\ 13033,89 \\ 7213,029 \\ 6363,187 \\ 6373,042 \\ 7212,717 \\ -1513,97 \\ -1092,84 \\ -1276,15 \\ -1486,29 \\ -5164,21 \\ -211,462 \\ -362,266 \\ -5106,54 \\ -6968,56 \\ -3237,34 \\ -3265,23 \\ -6971,82 \\ -7759,31 \\ -7741,73 \\ -7733,36 \\ -7751,47 \\ 15030,42 \\ 15385,95 \\ 13008,01 \\ 13033,89 \\ -0,2197 \end{bmatrix} = [C^*]^{-1} \begin{bmatrix} 31955 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Como se puede observar, los resultados correspondientes de las filas 1 a la 24, se repiten uno a uno con los de las filas 25 a 48 por el carácter simétrico antes mencionado, debido a que las dos superficies de contacto de la chumacera y sus cargas de apriete de los tornillos de M5, son iguales. La disposición en la superficie de contacto se puede observar en la siguiente figura, para el caso de par de apriete 2 Nm.

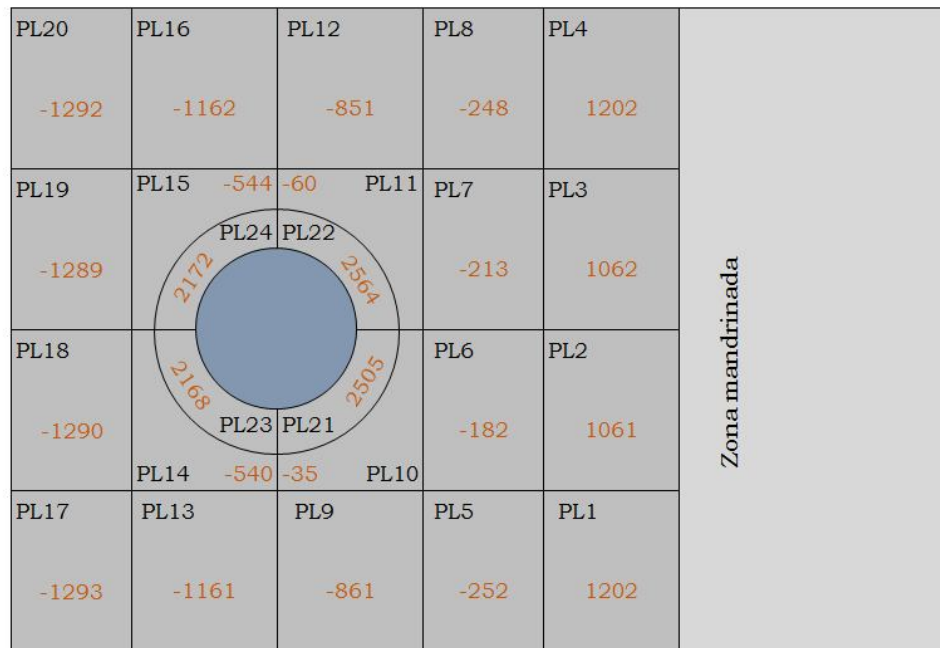


Figura 4.28. Disposición de los resultados de los vectores de fuerzas para el caso de par de apriete de 2 Nm.

Ordenados los resultados de los puntos de localización de cada una de las subáreas en función de la posición relativa en la superficie de contacto, utilizando una hoja de cálculo, se puede observar gráficamente el reparto de fuerzas para cada uno de los pares de apriete considerados, 2 Nm, 5 Nm, y 12 Nm.

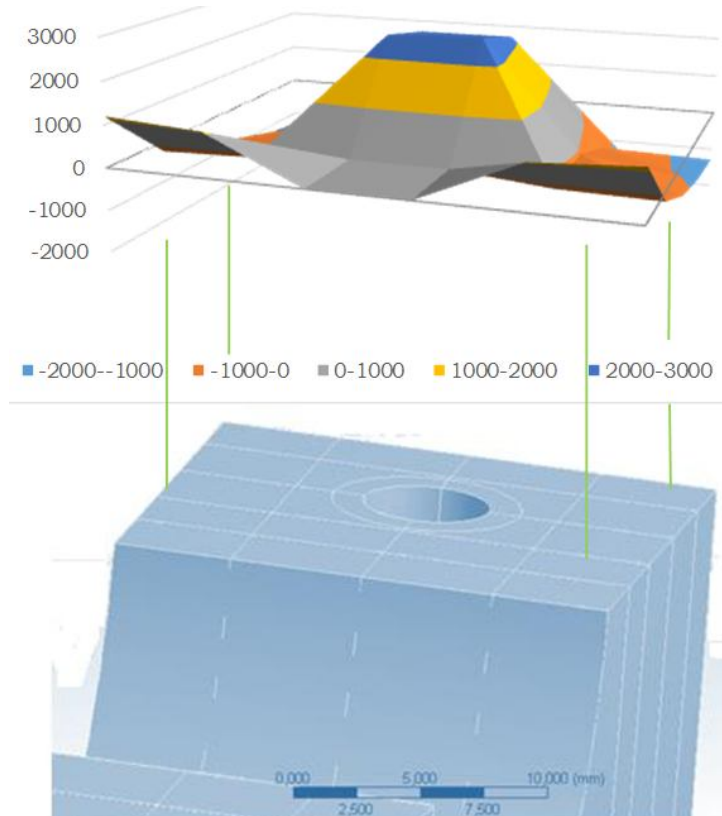


Figura 4.29. Representación gráfica del vector de fuerzas para el par de apriete de 2 Nm.

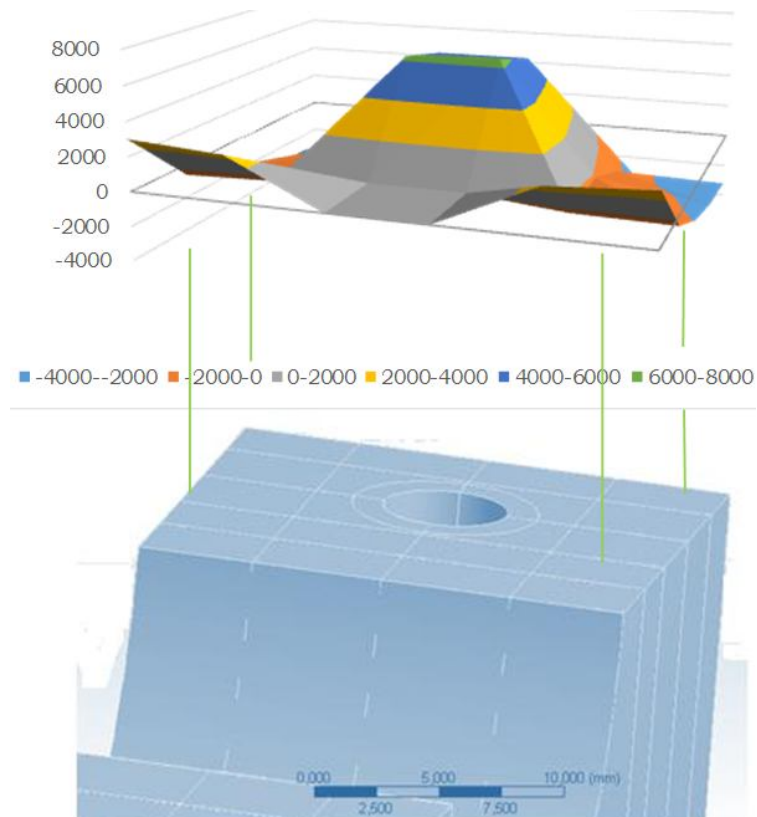


Figura 4.30. Representación gráfica del vector de fuerzas para el par de apriete de 5 Nm.

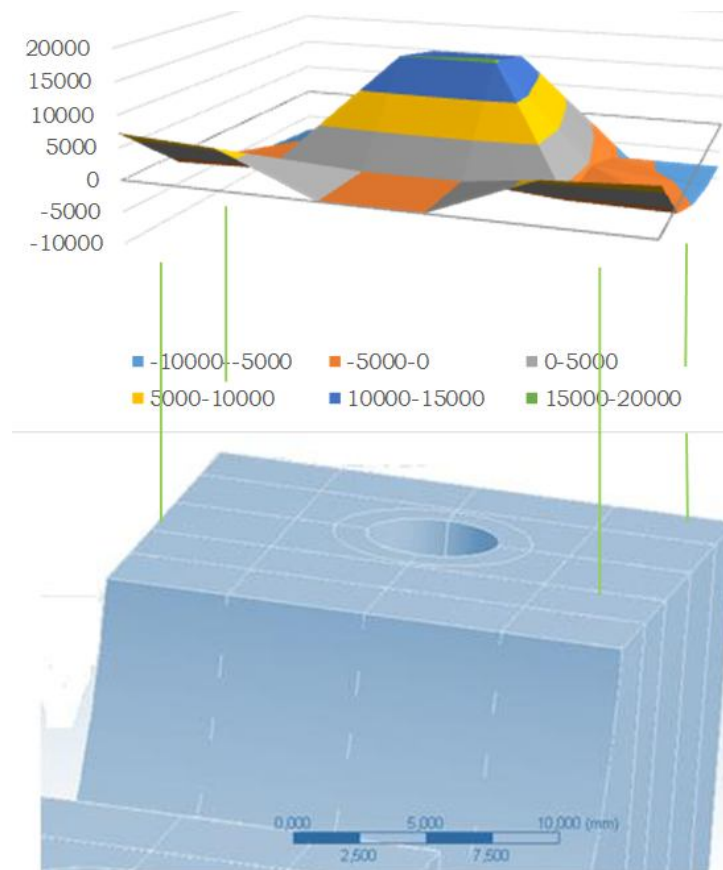


Figura 4.31. Representación gráfica del vector de fuerzas para el par de apriete de 12 Nm.

Tal y como se puede constatar a raíz de la metodología expuesta, y en consonancia con los resultados obtenidos, los valores de los vectores de fuerzas para cada uno de los pares de apriete, siguen una relación lineal en función de dicha carga, ya que los coeficientes de la matriz de desplazamientos y su posterior matriz modificada  $[C^*]^{-1}$ , es igual para todos los casos propuestos, siempre que el modelo, en su geometría y características, así como en la discretización de las superficies de contacto sean iguales.

Por otro lado, a tenor de dichos resultados, se aprecia un cambio de sentido en el vector de fuerzas, tanto en la zona expuesta como en la zona periférica del tornillo, traduciéndose en un cambio de presiones localizadas en las zonas del alojamiento interior cercanas a las cara exteriores con respecto a la zona interior o central, correspondiente al eje de simetría. Este hecho lleva consigo aparejado, un empeoramiento de la redondez que es función directa del par de apriete para una geometría dada, afectando al acabado superficial durante los procesos de mecanizado. Por otra parte, es lógico obtener que los valores de presión máximos, se encuentren alrededor del tornillo.

### 4.6.2 Resultados MEF

A continuación se muestran los resultados obtenidos usando el método de elementos finitos usando el software ANSYS® 14.5, para cada uno de los pares de apriete considerados.

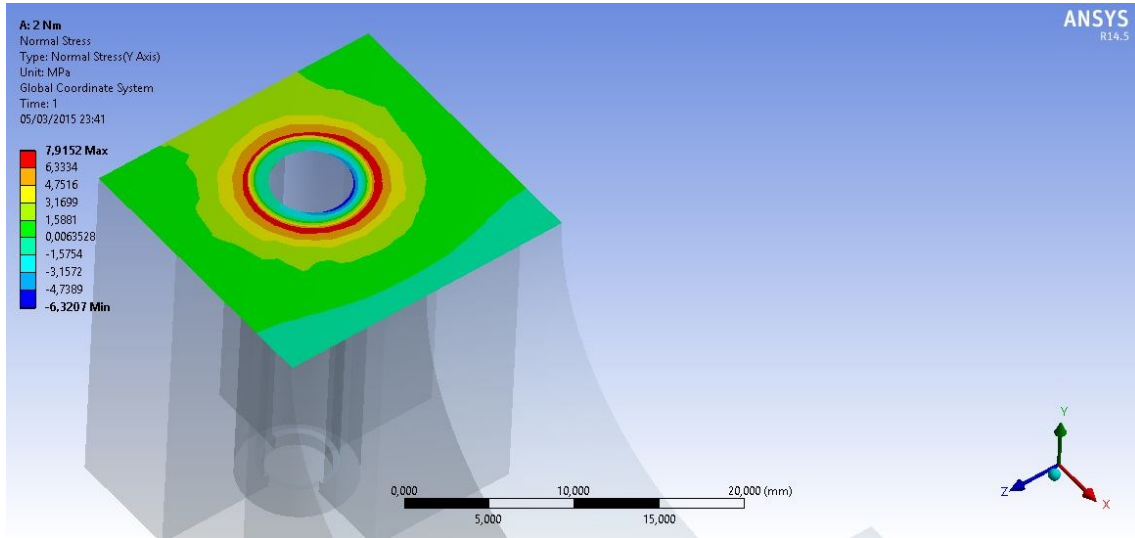


Figura 4.32. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa para el par de apriete de 2 Nm.

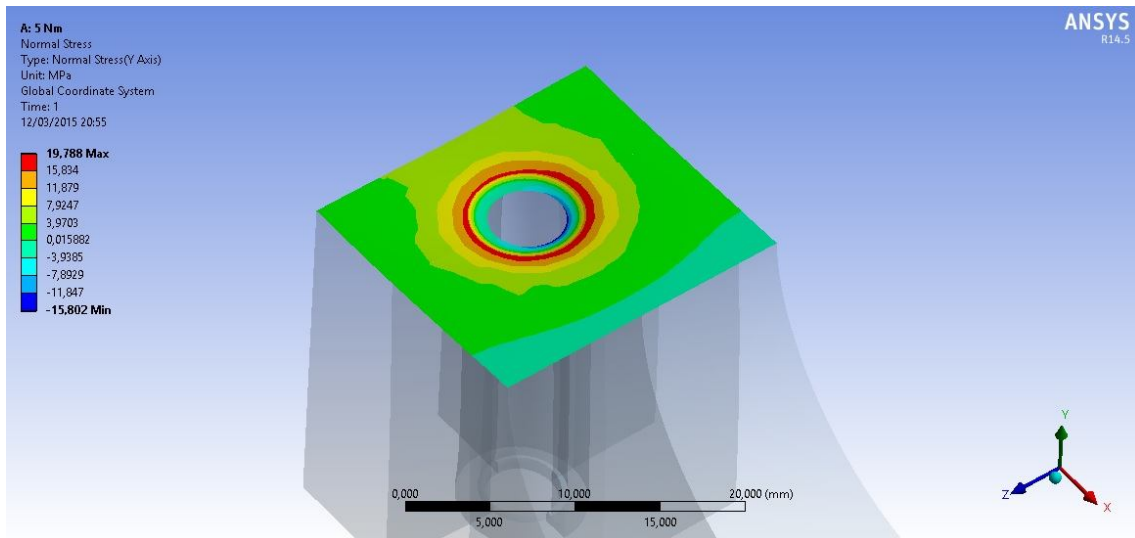


Figura 4.33. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa para el par de apriete de 5 Nm.

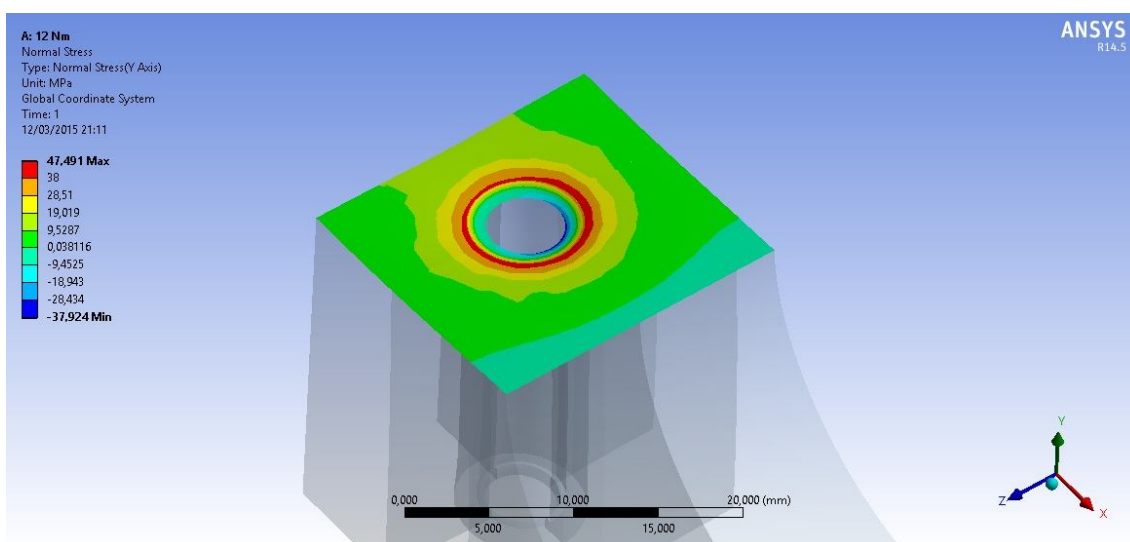


Figura 4.34. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa para el par de apriete de 12 Nm.

Los resultados gráficos obtenidos, revelan que la zona de mayor tensión, se produce alrededor del tornillo, tal y como también ocurrió para el método de reparto de cargas, y comparando ambos métodos, tal y como se puede apreciar en la Tabla 4.4, por ejemplo para el par de apriete de 2Nm, se obtiene una tensión máxima aproximada con el MEF de 7.91 MPa, y 7.21 MPa para el método de reparto de cargas, en función del área, representando una diferencia del 8.86%. Tal y como se puede esperar, dada la linealidad que representan ambos métodos en su resultados, la diferencia se mantiene constante para el resto de pares de apriete.

	2 Nm	5 Nm	12 Nm
Area de contacto [mm <sup>2</sup> ):	355,46	355,46	355,46
Fuerza max. [N]:	2564,373	6410,836	15385,95
Tensión normal [Mpa]:	7,214238	18,03532	43,28461
MEF (ANSYS) [Mpa]:	7,9152	19,788	47,491
Error:	8,86%	8,86%	8,86%

Tabla 4.4. Comparativa de resultados entre MEF y Método aplicación cargas.



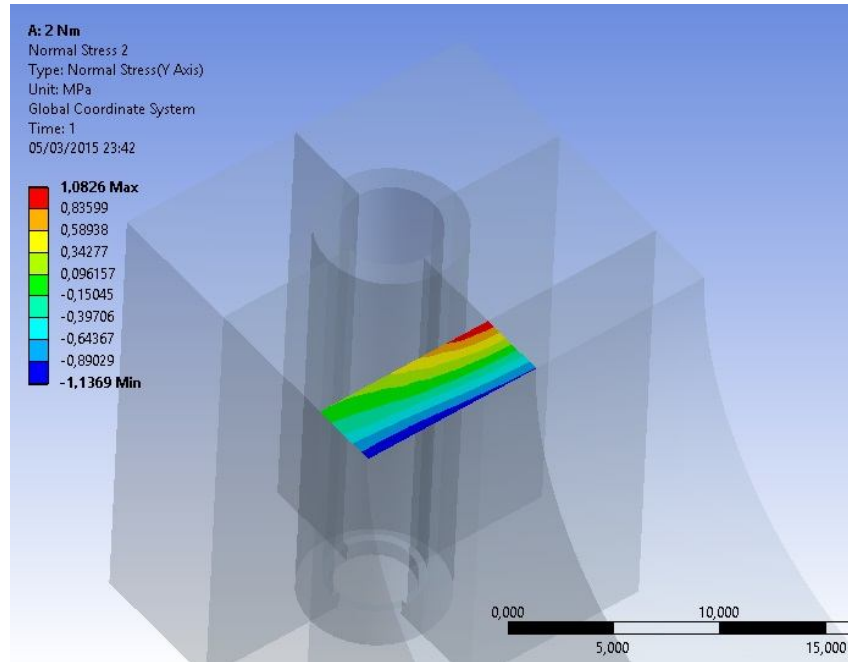


Figura 4.35. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa en zona próxima mandrinado con el par de apriete de 2 Nm.

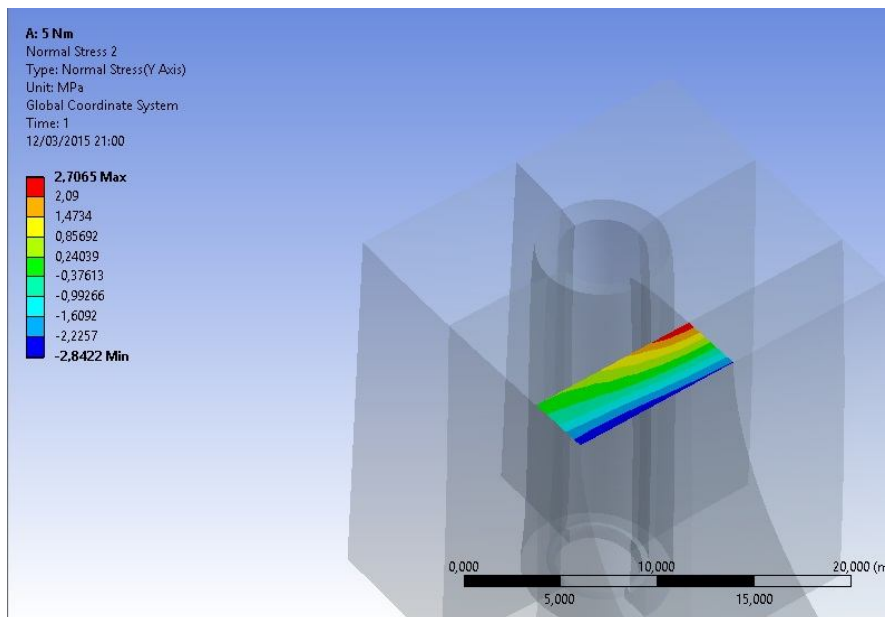


Figura 4.36. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa en zona próxima mandrinado con el par de apriete de 5 Nm.

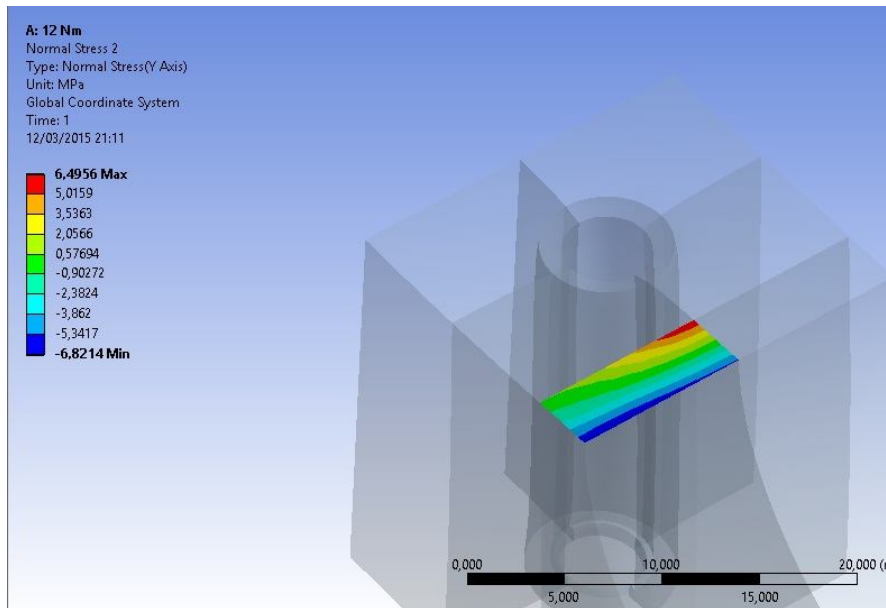


Figura 4.37. Representación gráfica de la distribución de presiones en MPa en zona próxima mandrinado con el par de apriete de 12 Nm.

La representación gráfica de las zonas próximas a la cara interna expuesta al mandrinado, refleja no solo una diferencia de presiones sustancial entre la cara más próxima al mecanizado y la zona hacia el interior de la superficie, si no que existe un cambio de signo o sentido, representando al igual que con el método de aplicación de cargas, en un cambio de presiones localizadas en las zonas del alojamiento interior cercanas a las cara exteriores con respecto a zona interior o central, correspondiente al eje de simetría.

En la Tabla 4.5, se muestran los desplazamientos verticales que se han obtenido para cada caso, con el MEF. De manera análoga se observa, que en los extremos de la arista en la cara enfrentada al mandrinado, es decir, en los vértices interiores de la superficie de contacto, se produce un levantamiento, al igual que ocurre en el modelo del método con las cargas de apriete.

	Length [mm]	2 Nm	5 Nm	12 Nm
		Value [mm]		
1	0,000	-1,322E-04	-3,305E-04	-7,932E-04
2	0,833	-1,343E-04	-3,358E-04	-8,059E-04
3	1,667	-1,363E-04	-3,406E-04	-8,175E-04
4	2,500	-1,378E-04	-3,446E-04	-8,270E-04
5	3,333	-1,393E-04	-3,481E-04	-8,355E-04
6	4,167	-1,406E-04	-3,514E-04	-8,433E-04
7	5,000	-1,417E-04	-3,542E-04	-8,500E-04
8	5,833	-1,432E-04	-3,579E-04	-8,591E-04
9	6,667	-1,444E-04	-3,610E-04	-8,663E-04
10	7,500	-1,451E-04	-3,628E-04	-8,707E-04
11	8,333	-1,455E-04	-3,638E-04	-8,730E-04
12	9,167	-1,461E-04	-3,652E-04	-8,764E-04
13	10,000	-1,464E-04	-3,660E-04	-8,784E-04
14	10,833	-1,463E-04	-3,657E-04	-8,776E-04
15	11,667	-1,459E-04	-3,648E-04	-8,755E-04
16	12,500	-1,453E-04	-3,631E-04	-8,715E-04
17	13,333	-1,443E-04	-3,608E-04	-8,659E-04
18	14,167	-1,433E-04	-3,582E-04	-8,598E-04
19	15,000	-1,420E-04	-3,549E-04	-8,519E-04
20	15,833	-1,407E-04	-3,517E-04	-8,441E-04
21	16,667	-1,392E-04	-3,479E-04	-8,349E-04
22	17,500	-1,378E-04	-3,444E-04	-8,267E-04
23	18,333	-1,362E-04	-3,406E-04	-8,174E-04
24	19,167	-1,344E-04	-3,359E-04	-8,062E-04
25	20,000	-1,323E-04	-3,308E-04	-7,939E-04

Tabla 4.5. Desplazamientos obtenidos en la arista interior de la superficie de contacto expuesta al mandrinado para cada caso.

Gráficamente se representan de la siguiente manera:

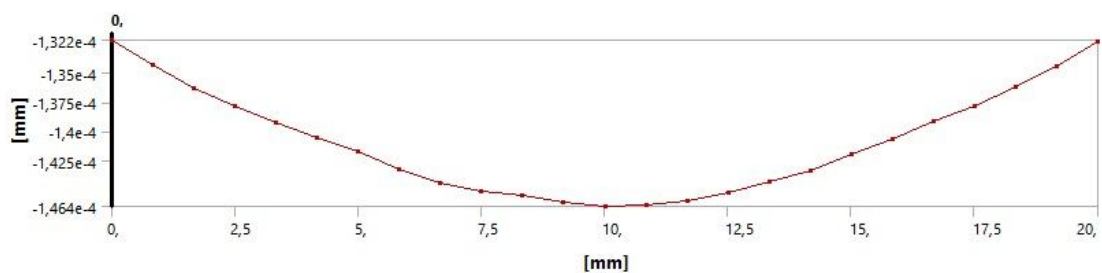
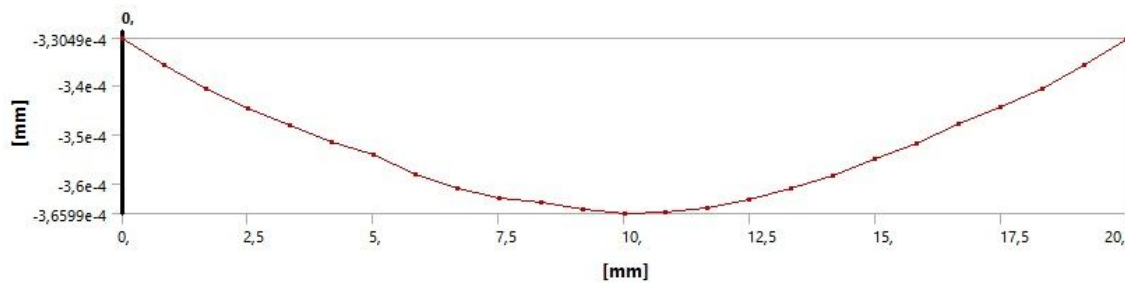


Figura 4.38. Representación gráfica de los desplazamientos en la arista interior mandrinado (2 Nm).



mandrinado (5 Nm).

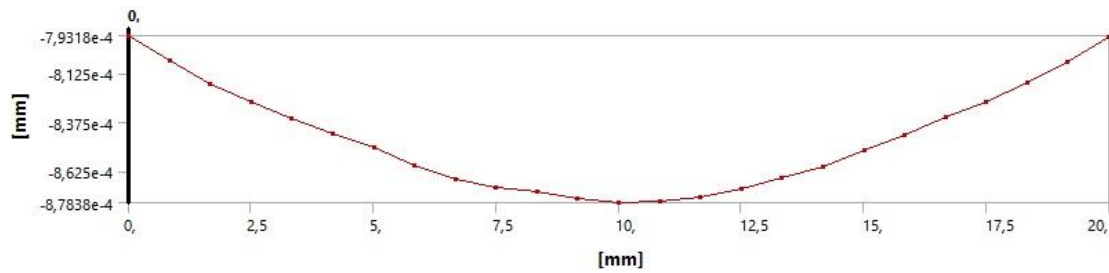


Figura 4.40. Representación gráfica de los desplazamientos en la arista interior mandrinado (12 Nm).

Comparando ambos métodos, asumiendo que los vectores de fuerzas representados gráficamente en la Figura 4.29, correspondiente al par de apriete de 2 Nm, pueden ser comparados directamente con los desplazamientos mostrados en la Figura 4.38, trazando una curva de tendencia, se constata la similitud de la posible deformación en la arista antes mencionada, tal como se simula en la Figura 4.41. Aclarar que, en la Figura 4.38, el programa de MEF (ANSYS®), ofrece la curva de desplazamientos correspondientes al par 2 Nm del plano considerado, en este caso, los Puntos de Localización (PL) 1 al 4. Y por otro, en la Figura 4.29, se representa gráficamente, por medio de una hoja de cálculo, los valores de los vectores de fuerzas para los Puntos de Localización en el mismo par de apriete, obtenidos a partir de la matriz de desplazamientos y su posterior matriz modificada  $[C^*]^{-1}$ . Por tanto, al tener cada una de las figuras comparadas, valores procedentes de diferentes magnitudes físicas, se resuelve comparando las tendencias, ya que la fuerza y desplazamiento, están directamente relacionados entre sí.

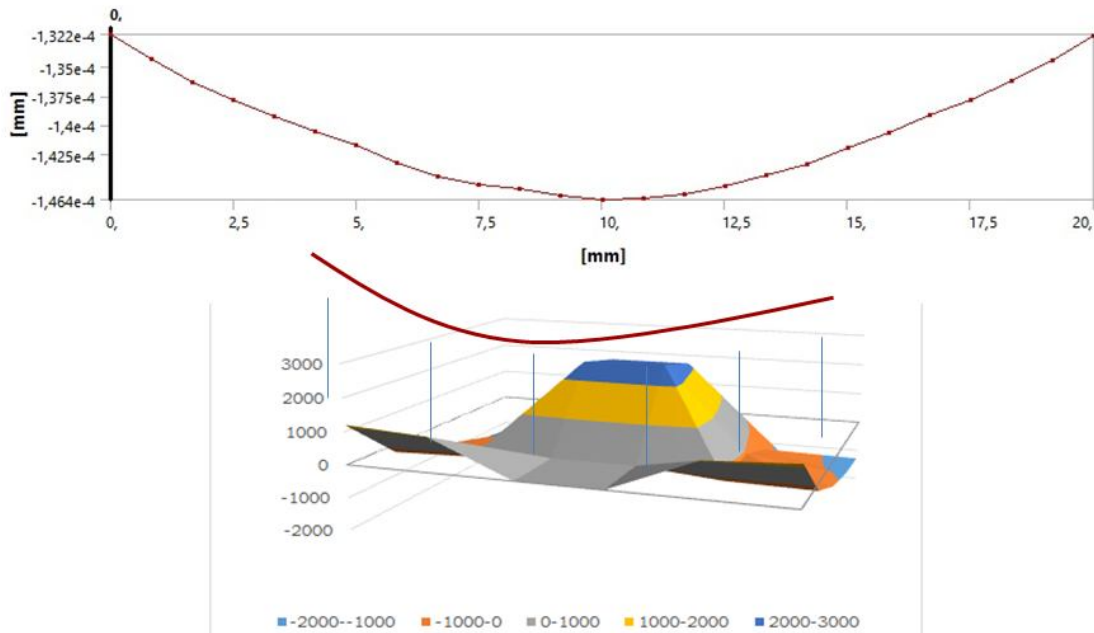


Figura 4.4.1. Comparativa de la representación de la tendencia de la deformada obtenida con el Método de aplicación de cargas y curva obtenida con el MEF.

### 4.6.3 Resultados de rugosidad y redondez experimentales

Por otro lado se muestran a continuación, los resultados de la rugosidad y redondez a partir del medidor de formas compacto y los datos recogidos de un proyector de perfiles, referente a todas las operaciones de mandrinado en las chumaceras bajo distintas condiciones de operación.

#### 4.6.3.1 Parámetros de operación en chumaceras o componentes bi-pieza.

El tiempo de adquisición de datos de todos los mecanizados se ha mantenido constante, cuyo valor ha sido de 10,75 segundos.

Por otro lado, por condiciones de hardware, tarjeta de adquisición de datos utilizada en la adquisición, (en el Apéndice D de datos de fabricantes se puede revisar las especificaciones técnicas de la misma) en todas las operaciones se registra el mismo número de datos para el tiempo de adquisición que se ha indicado, este es 25000 datos para 10,75 segundos de adquisición.

El avance por vuelta con el que se ha trabajado en todas las operaciones de mandrinado, ha sido 0,05 mm/rev.

Las plaquitas utilizadas para todas las operaciones de mandrinado han sido plaquitas de forma básica positiva, ya que presentan fuerzas de corte más bajas que las plaquitas negativas.

Se ha trabajado con una velocidad de giro del husillo de 1.000 rpm, debido a que como se ha visto en [44] esta velocidad representa mejores calidades superficiales y redondez debido a que se producen menos vibraciones, ya que la señal de par registrada es más estable, que las probadas a 500 rpm y 1500 rpm.

Los pares de apriete con los que se ha trabajado, tal y como se ha comentado anteriormente, con el objetivo de demostrarla influencia de estos en las calidades superficiales y redondez de los mandrinados, han sido de 2 Nm, 5 Nm, y 12 Nm.

En la Figura 4.42, se puede observar el perfil registrado en tres vueltas para cada uno de los pares de apriete (2, 5 y 12 Nm). Se observa que conforme aumenta el par de apriete aplicado en los tornillos, la señal del pares más uniforme, si el par es insuficiente como el caso (a), el corte se vuelve muy inestable mostrándose picos debidos a los impactos del filo de corte en la zona de contacto de las dos piezas.



(a)



(b)

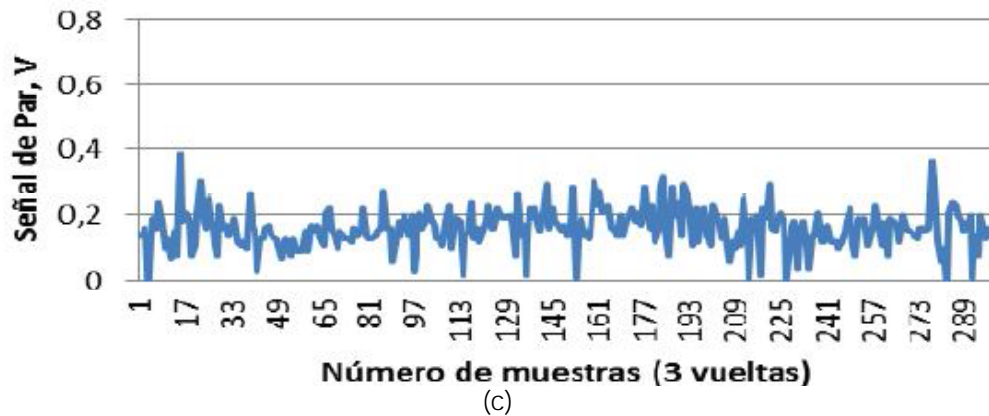


Figura 4.42. (a) Par a 1.000 rpm con apriete de 2 Nm, (b) Par a 1.000 rpm con apriete de 5 Nm, (c) Par a 1.000 rpm con apriete de 12 Nm.

En la Tabla 4.6, se muestran algunos de los resultados de parámetros de corte de los experimentos realizados registrados en operaciones de desbaste (D).

Apriete (Nm)	$a_p$ (mm)	$a_c$ (mm)	$A_c$ (mm <sup>2</sup> )	$v_c$ (m/min)	$v_f$ (m/min)	$Q$ (cm <sup>3</sup> /min)	Operación
2	0,4	0,05	0,02	105,24	50	44,1	D
5	0,3	0,05	0,015	104,3	50	43	D
12	0,3	0,05	0,015	104,7	50	43,7	D

Tabla 4.6. Parámetros de corte en mandrinados de componentes bi-pieza para distintos pares de apriete en operaciones de desbaste (D).

donde,

$a_p$  = profundidad de corte

$a_c$  = espesor de viruta indeformada

$A_c$  = área de corte [apuntes de manolo]

$v_c$  = velocidad de corte

$V_f$  = velocidad de penetración

$Q$  = tasa arranque viruta

D = desbaste

Asimismo se recogen en la Tabla 4.7, los resultados del par de corte, fuerza de corte, y energía específica de corte para cada uno de los pares de apriete.

Apriete (Nm)	$P_c$ (Nm)	$F_c$ (N)	$P_s$ (N/mm <sup>2</sup> )	Operación
2	0,26	15,88	794,01	D
5	0,4	24	1600,3	D
12	0,2	12,15	809,9	D

Tabla 4.7. Par de corte, fuerza de corte y presión específica de corte en componentes bi-piezas apriete.

4.6.3.2 Redondeo de rugosidad en chumaceras o componentes bi-piezas  
 La redondez se mide a partir de dos formas: mediante un equipo  
 medidor de perfil y, también, la forma más teórica (estadística),  
 y se valida esta última comparando ambos métodos.

Los datos se utilizan para generar  
 círculos de referencia.

En el Apéndice D se describen los procedimientos para generar  
 los datos, los métodos de medición detallados en la Tabla D.1  
 (Apéndice D); de los datos se obtiene el valor de redondez  
 para cada caso, etc. El círculo de zona  
 mínima (MZC).

En la práctica se realiza una medición para  
 cercanas a la zona mínima del  
 perfil en la zona mínima.

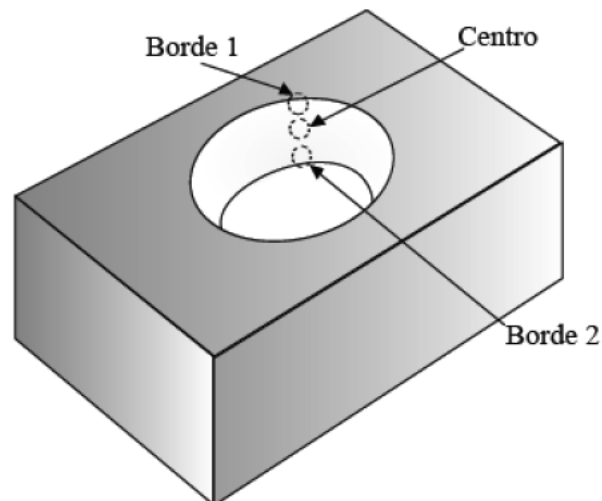


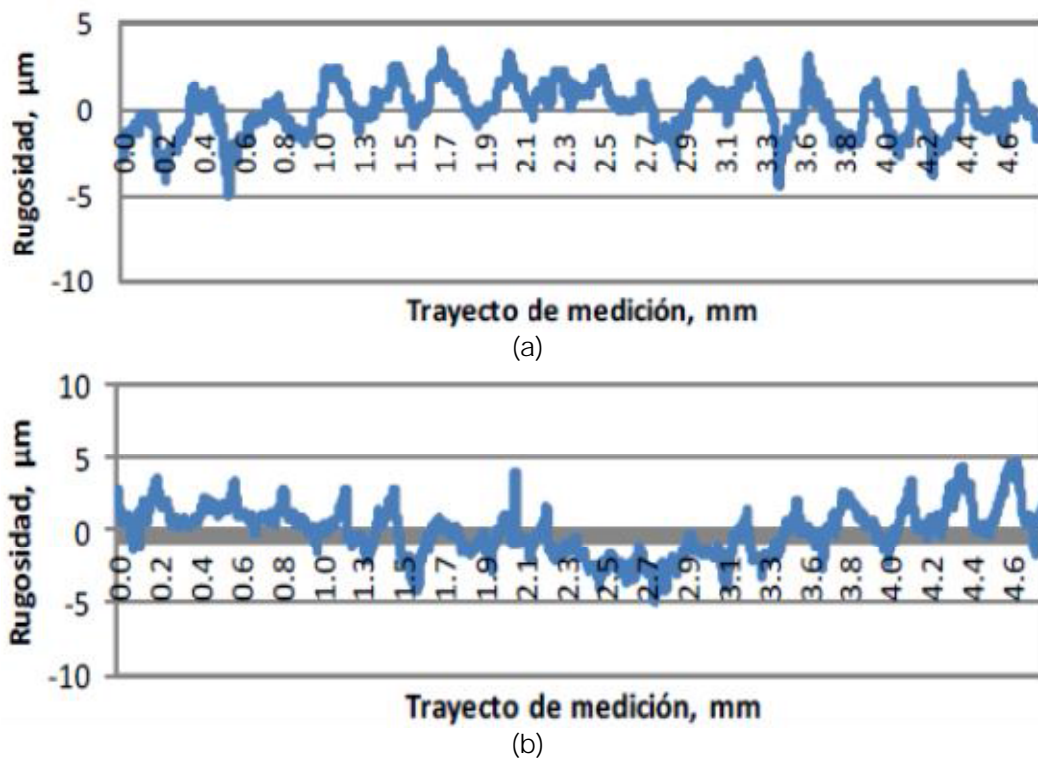
Figura 4.43. Redondeo de un componente rectangular con un agujero circular en los bordes.

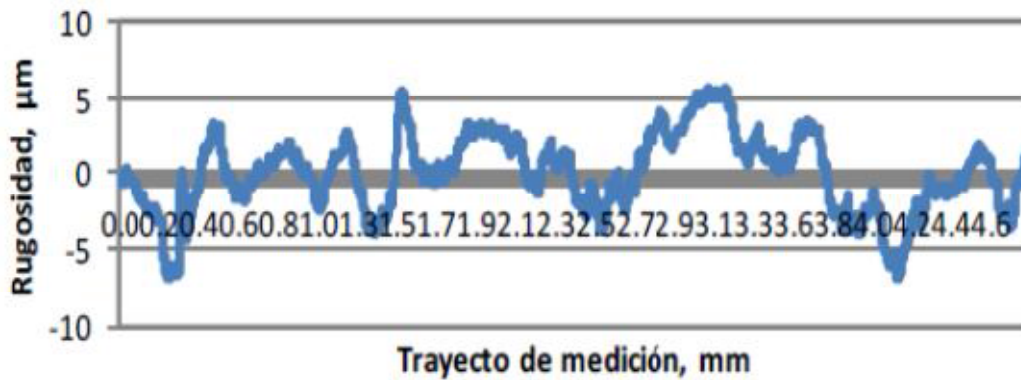


El medidor de formas compacto utilizado es RA-120 de Mitutoyo que proporciona los resultados en papel térmico impreso, el cual se ha escaneado y analizado.

Las características generales de la medición de la rugosidad son las siguientes: la longitud básica o trayecto de medición ( $l$ ) en que se ha analizado la rugosidad de todos los mandrinados es de 4.8 mm, la longitud de muestreo o cut off ( $l_c$ ) es de 0.8 mm, cumpliendo  $l > 5l_c$  que son valores normalizados. El filtro usado en el ISO11562 (M1).

Como se puede ver en la Figura 4.44, los resultados procedentes de los componentes bi-piezas con par de apriete de 5 Nm, muestran unos valores obtenidos de rugosidad muy similares en sectores alejados de la unión bi-pieza, mientras que en los sectores cercanos a la unión bi-pieza se produce un peor resultado de la rugosidad, con lo que se puede concluir que existe uniformidad en el proceso para (0.76 y 0.90  $\mu\text{m}$ ), aunque para sectores cercanos a la unión bi-pieza se empeora la rugosidad debido a que se produce un ligero salto en cada pasada, debido a la discontinuidad de la superficie en la unión (1.22  $\mu\text{m}$ ).

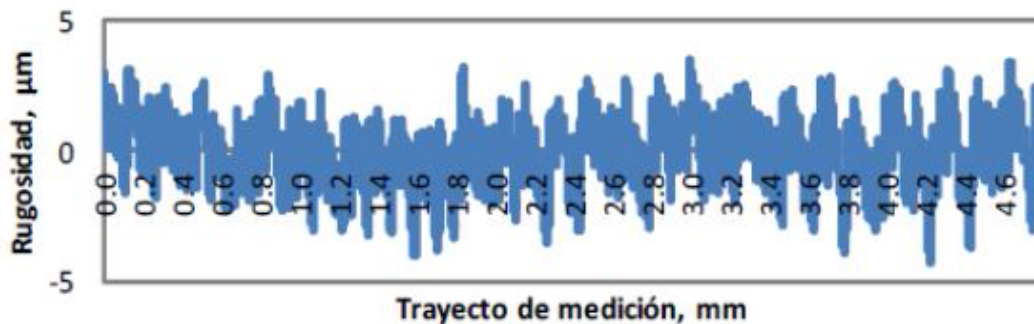




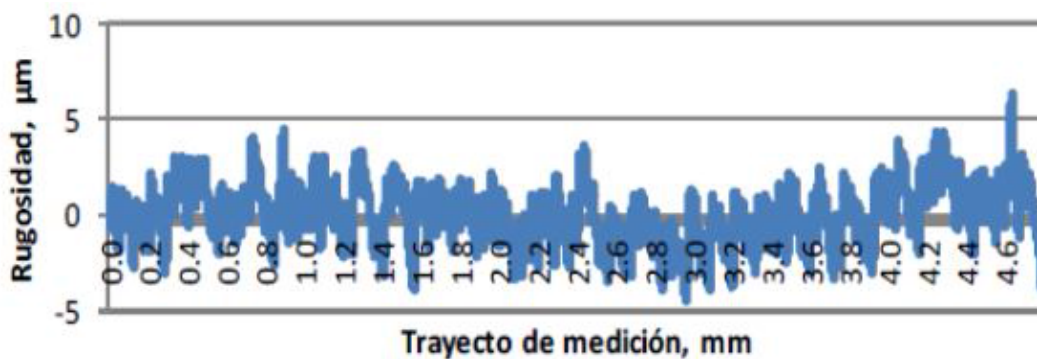
(c)

Figura 4.44. Perfil de rugosidad en función de la longitud de medición para chumaceras o componente bi-pieza con par de apriete de 2 Nm.

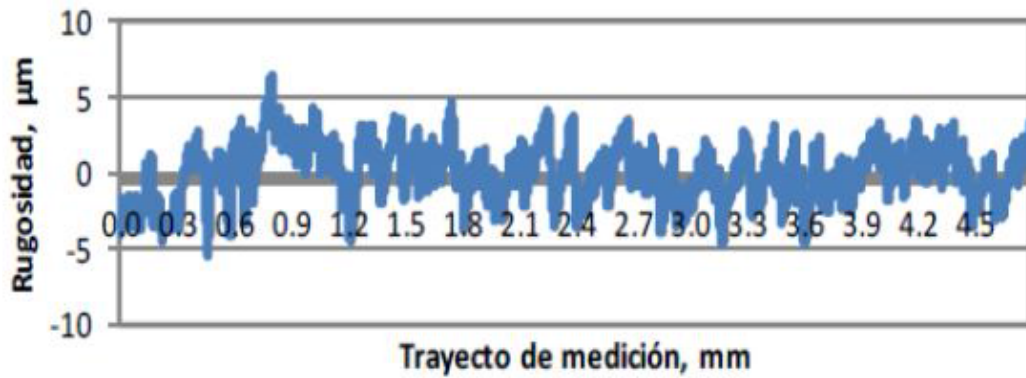
Igualmente en la Figura 4.45, la rugosidad es muy similar en los sectores alejados de la unión bi-pieza, mientras que los sectores cercanos a la unión bi-pieza se produce un peor resultado de la rugosidad, con lo que se puede concluir de manera análoga, que existe uniformidad en el proceso (1.09 y 1.13  $\mu\text{m}$ ), mientras para los sectores cercanos a la unión bi-pieza, empeora la rugosidad debido al ligero salto que se produce en cada pasada por la discontinuidad superficial en la unión (1.33  $\mu\text{m}$ ).



(a)



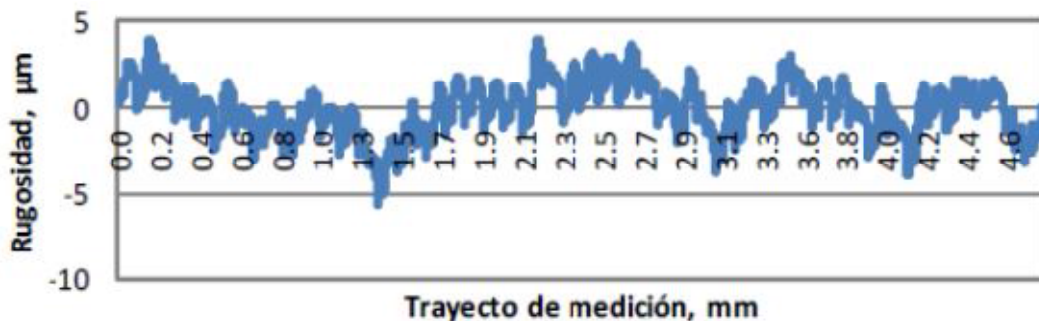
(b)



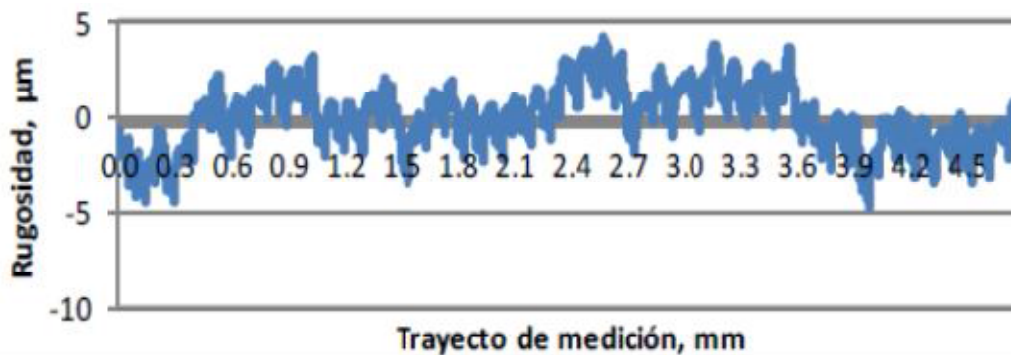
(c)

Figura 4.45. Perfil de rugosidad en función de la longitud de medición para componente bi-pieza con par de apriete de 5 Nm.

Los resultados procedentes de los componentes bi-piezas con par de apriete de 12 Nm se muestran a continuación. Finalmente, los resultados arrojados son similares a los debidos a los pares de apriete de 2 Nm y 5 Nm. Tal y como se puede observar en la Figura 4.46, la rugosidad es muy similar en sectores alejados de la unión bi-pieza, mientras que los sectores cercanos a la unión bi-pieza se produce un peor resultado de la rugosidad, existiendo uniformidad en el proceso ( $0.85 \mu\text{m}$ ) pero en los sectores cercanos a la unión bi-pieza empeora la rugosidad. Igualmente se produce un ligeros alto en cada pasada debido a la discontinuidad de la superficie en la unión ( $1.97 \mu\text{m}$ ).



(a)



(b)

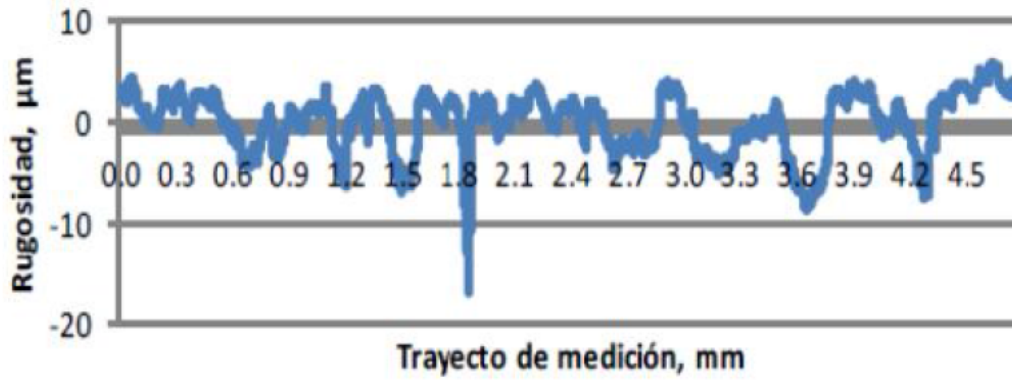


Figura 4.46. c)   
 cor onente bi-   
 nc   
 p r le apriet e N ..   
 e n ió ra

La r idad medida en las tres zonas   
 ara cada una de las chumaceras   
 evaluar y compararla   
 e presenta a tabla 4.8,   
 ju tes del impacto   
 sen a zona q   
 impacto.

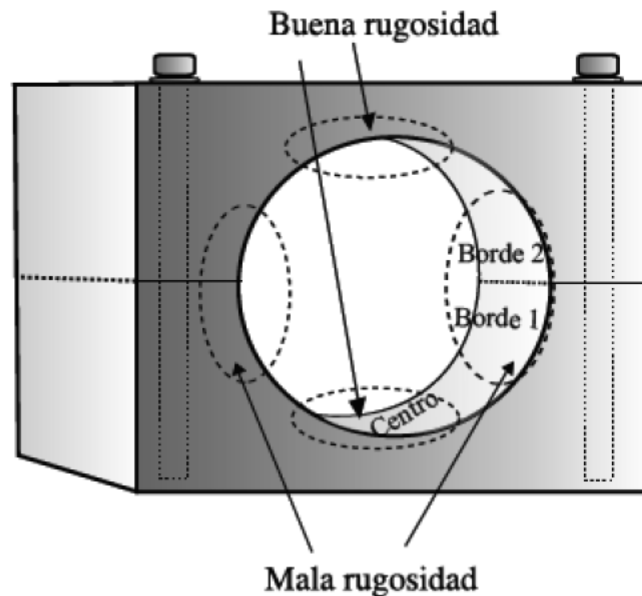


Figura 4.47.   
 mandr idas. e c nentes bi-pieza

Par (Nm)	Ra Borde 1 ( $\mu\text{m}$ )	Ra Centro ( $\mu\text{m}$ )	Ra Borde 2 ( $\mu\text{m}$ )
2	0,90	0,76	1,22
5	1,09	1,13	1,33
12	0,85	0,85	1,97

Tabla 4.8. Rugosidades medias en componentes bi-piezas mandrinadas a diferentes pares de apriete.

Como se puede observar en los valores de la Tabla 4.8, la peor rugosidad se presenta en la zona después del impacto, que se ha denominado Borde 2. La mejor rugosidad se presenta en la zona central que está alejada de las interfases. Por lo tanto, en el diseño de este tipo de componentes, se debe evitar que la carga interior en estos componentes esté localizada en la interfase existente entre las dos piezas. Por ejemplo, si se ha de elegir una posición de la chumacera o componente bi-pieza en el funcionamiento, se procurará que la carga no esté ejercida en la interfase entre las dos piezas unidas, pues es donde se presenta menor rugosidad superficial. Además, podría presentar riesgos de microdeslizamientos existentes entre las dos piezas que pueden producir un atrapamiento del eje interior.

#### 4.6.3.3 Estudio de redondez en componentes bi-piezas

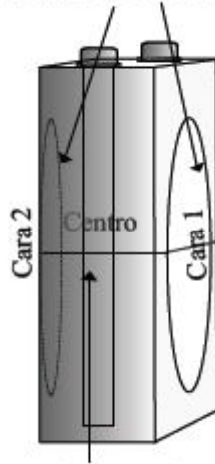
Se realizaron mediciones de redondez mediante un medidor de formas compacto RA-120 de Mitutoyo.

En la Tabla 4.9, se presentan los valores de redondez para los distintos pares de apriete en el mecanizado de las chumaceras o componentes bi-piezas. Se han realizado mediciones en los tres planos diametrales para evaluar su redondez, estos son las pertenecientes a los dos caras exteriores de la pieza, y otra en la zona central de la misma denominándose respectivamente Cara 1, Cara2 y Centro (ver Figura 4.48).

Par de apriete (Nm)	Cara 1 ( $\mu\text{m}$ )	Centro ( $\mu\text{m}$ )	Cara 2 ( $\mu\text{m}$ )
2	36,9	30,4	30,6
5	24,1	10,1	10,9
12	35,9	6,8	17,3

Tabla 4.9. Redondez en chumaceras o componentes bi-pieza mandrinados.

**Bordes mala redondez**



**Centro buena redondez**

Figura 4.48. Redondez en componentes bi-pieza medida a tres profundidades distintas.

En la Figura 4.49, se muestran los resultados de la redondez por los pares de apriete correspondientes 2, 5 y 12 Nm. La medida de redondez difiere bastante dependiendo de la región donde sea medida, encontrándose mejores resultados en planos diametrales de los centros de los mandrinados y además, mejorando esta, a medida que se aumenta el par de apriete, de tal forma que se consiguen mejores resultados para un par de apriete de 12 Nm. Sin embargo, esta mejora no se produce en las caras exteriores, pues si se aumenta el par de apriete de los tornillos, la redondez en estas zonas disminuye.

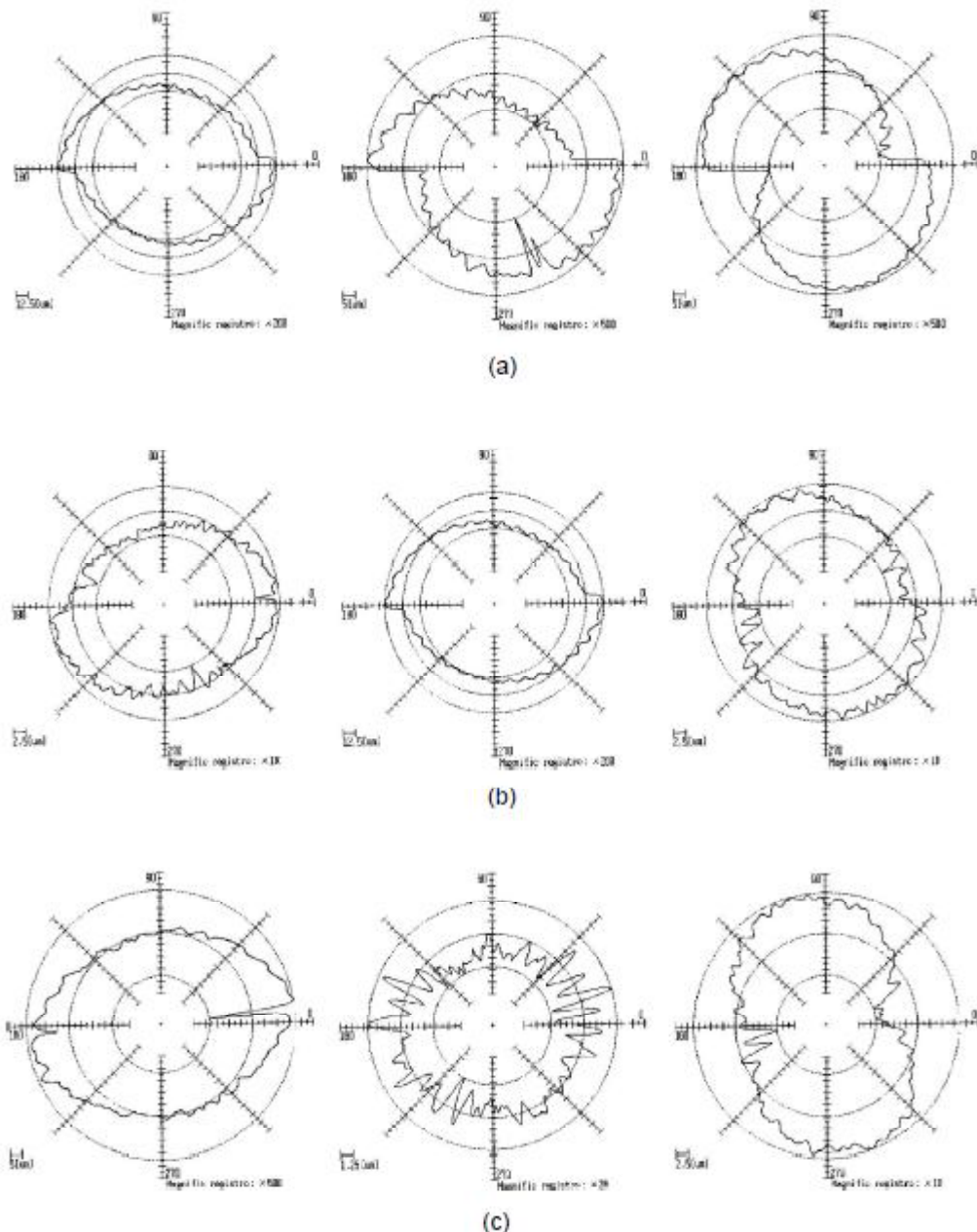


Figura 4.49. Redondez en componentes bi-pieza medida a tres profundidades distintas.

Como se observa en la Tabla 4.9, con el par de 5 Nm se consigue una mejor redondez global, teniendo en cuenta los tres planos considerados, además ocurre lo mismo si se tienen en consideración solamente las caras exteriores, mientras si se aumenta el par de apriete, es decir, 12 Nm, aparece un efecto adverso en las zonas cercanas a las caras exteriores, aunque mejora la cara central. En la Figura 4.49(c) hay un estrechamiento en la zona central y un alargamiento en los bordes lo que indica que el efecto de contacto entre las dos piezas atornilladas es muy importante en estas zonas, al contrario de lo que ocurre en los casos anteriores en donde el contacto es más uniforme. Este efecto se

puede apreciar en la Figura 4.50, en donde se ilustra cómo un fuerte apriete provoca un contacto irregular.

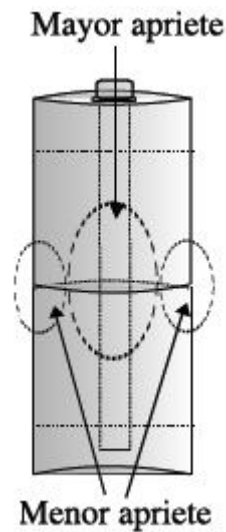


Figura 4.50. Influencia del apriete en la redondez en una chumacera o componente bi-pieza.

Para el caso en el que el par de apriete es de 2 Nm, se aprecia un deslizamiento entre las piezas superior e inferior, que distorsiona la redondez como se observa en la Figura 4.49(a) y en menor medida en la 4.49(b). Una ilustración de estos efectos se presenta en la Figura 4.51. La aparición de este deslizamiento cuando el par de apriete es bajo, y el aumento de la distorsión de la redondez cuando el par de apriete es alto, supone un reto para el diseñador de estos mecanismos. Una profundización en el modelado y estudio de la distribución de carga entre filetes de tornillo, en su efecto en la distribución de presiones en el área de contacto, en la geometría de las chumaceras o componentes bi-pieza, permitirá optimizar parámetros de diseño tales como el par de apriete, el diámetro de tornillo y el ancho de la pieza.

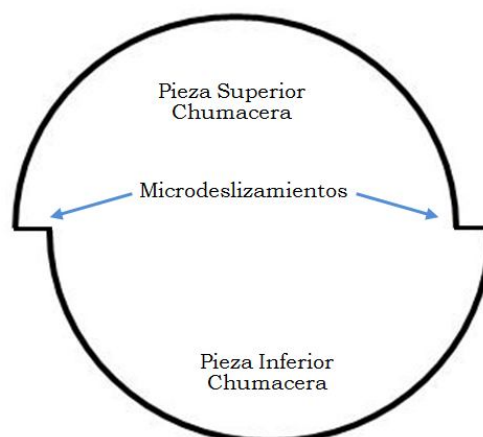


Figura 4.51. Deslizamientos en la chumacera o componente bi-pieza.



## 4.7 Recapitulación

Para resolver los casos de contacto, la metodología habitualmente empleada, son los MEF, que utilizan algoritmos no lineales excesivamente complejos, y precisan de unos grandes requerimientos en software y hardware, empleando un alto valor en tiempo de preproceso, resolución, e interpretación de los resultados que además, pueden no ofrecer la precisión y calidad final exigidas, pudiendo aparecer discontinuidades en la resolución de la función objetivo, dificultando su convergencia.

Por tanto, se pretende con este método suficientemente robusto y flexible, ofrecer una alternativa al MEF, con el que resolver con la suficiente precisión, los problemas de contacto que aparecen en las caras de unión de la chumacera o elemento bi-pieza, debido al par de apriete a las que se les somete, para tenerlas unidas antes del mecanizado de la zona interior que alojará el eje.

El método propuesto, también requiere el uso del MEF, con el fin de obtener los coeficientes de la matriz de desplazamientos correspondientes a la formulación matricial. Estos se han introducido en una hoja de cálculo para el realizar el cálculo del vector de cargas de contacto.

Para validar el método propuesto, se han resuelto los mismos casos que con el método propuesto. Este consiste en discretizar las zonas de contacto entre piezas (superior e inferior). Una vez conocido el reparto de cargas, se han establecido determinadas funciones que sean capaces de expresar el valor de la fuerza de contacto en un punto de cada subárea discretizada. Esto permite, a partir de una carga dada de en uno de esos puntos, y conocido el reparto de carga para todos los puntos, obtener el reparto de carga que provocaría cualquier otro punto sin necesidad de resolver un nuevo problema de minimización de la energía, ahorrando de este modo, mucho tiempo de resolución mediante el MEF.

Por otro lado, los resultados teóricos de deformación y sus conclusiones obtenidos con ambos métodos, el propuesto y el MEF, se han validado mediante ensayos experimentales en el taller y en el laboratorio de metrología. Se ha probado que un aumento excesivo del par de apriete hace menos uniforme el contacto entre las dos piezas que forman la chumacera, presentando disminuciones de las presiones locales en las zonas del alojamiento interior cercanas a las caras exteriores, y aumentando en la zona interior o central dando lugar a un peor valor de la tolerancia geométrica de redondez.



CAPÍTULO

# 5

## **Aplicación integrada de la metodología desarrollada**

Los métodos anteriormente descritos en los Capítulos 2 y 3, se han aplicado a de forma integrada a un ejemplo práctico, con el fin de demostrar la utilidad en el uso conjunto de estos métodos, no existente en la actualidad tanto en el ámbito del diseño de estos elementos como en el desarrollo de nuevos procedimientos de mantenimiento predictivo enfocado al sector naval. Debido a la complejidad que conllevaría integrar el software de elementos finitos y el tiempo de computación necesario considerando todos los casos abordados en este estudio, la consideración del efecto del par de apriete (estudiado en el Capítulo 4) será objeto de estudio en trabajos futuros.

Para ello, inicialmente se ha partido de unos valores fijados con anterioridad, con lo que se pretende simplificar el ejemplo, y que normalmente pueden venir impuestos por criterios establecidos por contrato, o bien, por otros criterios de diseño previo de las componentes

que forman el sistema propulsor, y con los que el diseñador debe partir en sus cálculos. Por tanto, tal y como se estableció en el Capítulo 2, se asume que el elemento de apoyo, la chumacera, es de un material que tiene un comportamiento linealmente elástico, de menos dureza que el material empleado para el eje. Para este caso se ha usado el bronce al estaño CuSn12 con Módulo de Young de 110 KN/mm<sup>2</sup> y coeficiente de Poisson  $\nu$  de 0.31, con un radio interior de partida, que variará en función del radio del eje del propulsor y de la holgura existente entre ambos, y una longitud de apoyo que puede variar en un rango establecido entre 600 y 800 mm, debido a las restricciones geométricas establecidas en el diseño general del sistema de propulsión. El eje del propulsor, es de un material mucho más rígido, acero alta resistencia cuya denominación es 80HLES, con Módulo de Young es 205 KN/mm<sup>2</sup>, y cuyo diámetro se calcula en una fase previa del diseño, usando el uno de los reglamentos ofrecidos por las sociedades de clasificación, para este caso se ha escogido en Det Norske Veritas <sup>[35]</sup> a modo de ejemplo. Además, se exige que el índice de tolerancia de ambas piezas se encuentre dentro del rango IT4 y IT11, para piezas y o elementos que han de ajustarse. Y el coeficiente de viscosidad dinámica entre el eje y la chumacera es de 0.96.

Por tanto, el diseñador se encuentra con unos valores de partida, determinados en fases previas del diseño, cuyos valores se resumen a continuación en la Tabla 5.1, con el fin de determinar, cuales son los valores geométricos que se deben aplicar a la chumacera, y obtener de este modo, el mejor ajuste posible en función de dichos parámetros de entrada.

<b>Datos de partida</b>	
Nº revoluciones del eje:	105 R.p.m.
Tensión Fluencia:	220 N/mm <sup>2</sup>
Tensión Rotura:	780 N/mm <sup>2</sup>
Potencia:	3500 Kw
Potencia de inmersión:	4550 Kw
Velocidad (nudos):	12 Kn
Velocidad en inmersión (nudos):	21,5 Kn
Diámetro hélice:	3100 mm
Peso helice:	4389 kg
Longitud eje:	6730 mm
<u>CDG elementos sistema propulsivo</u>	
Situacion Cojinete popa:	6105 mm
Situacion Cojinete proa:	0 mm
Situacion hélice:	6730 mm
Situación centro eje:	2204 mm
Diámetro eje Chum. Pp:	460 mm

Long. Circule eje:	1445 mm
longitud chumacera:	700 mm
CDG eje según plano (aprox):	2204 mm
Helice a R1	d1: 625 mm
R1 a cdg Peje	d2: 4526 mm
cdg Peje a R2	d3: 2204 mm

Tabla 5.1. Datos de partida del ejemplo ilustrativo.

El diseñador en base a estos datos de partida, calcula el diámetro mínimo del eje y su peso, con el fin de hallar las reacciones debidas al peso del sistema eje-propulsor (Figura 5.1), y a posteriori, los parámetros geométricos del elemento de apoyo del eje, o chumacera.

Tal y como se ha expuesto al comienzo de este capítulo, se usará a modo de ejemplo, el reglamento de la Sociedad de Clasificación de Det Norske Veritas (Pt.4 Ch.4 Sec.1 B208). Según dicho reglamento, el diámetro mínimo del eje del propulsor, se establece de la siguiente manera:

$$D_{min} = 100 \cdot K \cdot \sqrt[3]{\frac{Pot}{N^{\circ}} \frac{560}{T_F + 160}} \quad (5.1)$$

donde,

K = parámetro dado en el Reglamento en función de la posición del eje estudiada.

Pot = Potencia máxima dada.

T<sub>F</sub> = Tensión de fluencia del material.

N<sup>o</sup> = Número r.p.m.

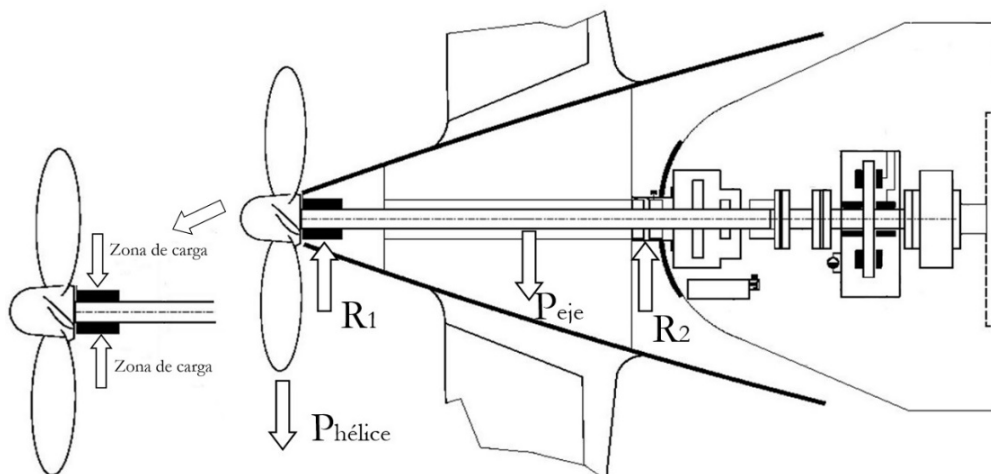


Figura 5.1. Reacciones debidas al peso de conjunto eje-propulsor.

Como resultado, se obtiene un valor de diámetro mínimo del eje en la zona de apoyo con la chumacera de 460 mm, usando un K=1.15 tal y como se observa en Tabla 5.2.

Diámetro mínimo eje:	460 mm
Nº revoluciones del eje:	105 rpm
Eje intermedio: K=	1
Eje bocina K =	1,15
Eje portahélice: K =	1,22
Tensión Fluencia:	220 N/mm <sup>2</sup>
Tensión Rotura:	780 N/mm <sup>2</sup>
Potencia:	3500 Kw
Potencia de inmersión:	4550 Kw

Tabla 5.2. Cálculo del diámetro mínimo del Eje.

Por lo tanto se considera que el peso del eje (no macizo) es de 5502 Kg.

A continuación, se establecen los valores posibles de carga de diseño que se aplicará a la metodología propuesta, estos son función de los valores previos con los que parte el diseñador, como son el peso y los c.d.g. de los elementos propulsivos, y de la longitud de la chumacera o elemento de apoyo del eje. Lógicamente, se puede intuir a simple vista, que a mayor longitud, habrá un mayor reparto de la carga de diseño y disminución de las tensiones producidas en el contacto, aunque por otro lado, esto repercutirá, en un mayor peso, y coste de producción (mecanizado y material). En la Tabla 5.3 y 5.4, se representan, el ejemplo del cálculo del valor previo de carga de diseño, debido a la longitud de 600 mm, y los valores obtenidos para el rango de longitudes establecidas por criterios de diseño, de 600 a 800 mm, respectivamente.

P.helice:	4389 kg
P.eje:	5502 kg
Longitud eje:	6730 mm
Situacion Cojinete popa:	6105 mm
Situacion Cojinete proa:	0 mm
Situacion hélice:	6730 mm
Situación centro eje:	2204 mm
Diámetro eje Chum. Pp:	460 mm
Long. Circule eje:	1445 mm
longitud chumacera:	600 mm
CDG eje según plano (aprox):	2204 mm
Helice a R1	d1: 625 mm
R1 a cdg Peje	d2: 4526 mm
cdg Peje a R2	d3: 2204 mm
R1+R2:	9891 Kg
M.eje (R1):	2490205 kg*mm <sup>2</sup>
M.eje (R2):	1212640 kg*mm <sup>8</sup>

M.hel (R1):	2743125	kg*mm
M.hel (R2):	2953797	kg*mm
	0	
R1+R2(d2+d3):	2764517	kg*mm
	7	
R2+R1(d2+d3):	4166437	kg*mm
	8	
R1:	6190	Kg
R2:	3701	Kg
Po:	103	kg/cm
Po*coef. Seg. (3):	310	kg/cm

Tabla 5.3. Cálculo estático para la carga de diseño.

Longitud chumacera [mm]	600	700	800
Carga diseño [Kg/cm]	310	265	232

Tabla 5.4. Valores carga de diseño en función de longitud de chumacera.

Por tanto, para el valor obtenido del eje de diámetro,  $D = 460$  mm, se consideran los grados de tolerancia en  $\mu m$ , en el rango de diámetro en milímetros que se encuentra entre 400 y 500 mm según ISO 286-1988, tal y como se muestran en la Tabla 5.5.

IT4	IT5	IT6	IT7	IT8	IT9	IT10	IT11
20	27	40	63	97	155	250	400
Piezas o elementos que han de ajustar							

Tabla 5.5. Grados de tolerancia de los IT4 a 11 para  $400 < D < 500$  mm.

Tal y como ya se expuso en el Capítulo 2, con objeto de obtener unos resultados los más reales posibles, en las situaciones que se podrían dar en los casos de fabricación, relativos a los valores de rugosidad que se pueden alcanzar para cada nivel de tolerancia considerado en este ejemplo, se han estimado aleatoriamente 40 situaciones posibles. Mediante la función distribución normal inversa en una hoja de cálculo, usando la media y la desviación estándar (Tabla 5.6), se han simulado las variaciones debidas correspondientes a los IT4, 6, 9, y 11, de manera que el diseñador pueda estimar que índice de tolerancia debe escoger, teniendo en cuenta que a cuanto menor sea el IT, mayor es el coste de mecanizado, y que por tanto, se podrían dar como casos de incertidumbre en el mecanizado de las piezas a los que se ha hecho referencia, como efecto de la rugosidad encontrada en la superficie del material, aplicando una desviación estándar definida para cada caso, suponiendo que las 40 situaciones posibles se encuentran distribuidas normalmente, por lo que se establece una cantidad promedio igual a la inicial ( $\mu$ ) y una desviación estándar  $\sigma$ , de manera que si se le resta y se le suma a la cantidad promedio 3 veces  $\sigma$ , se obtendrá el 99.74% del

área bajo la curva de la distribución, tal y como se muestra en la Figura 2.3.

		ø460H4	ø460H6	ø460H9	ø460H11
Desviación (µm)		20	40	155	400
Desviación (mm)		0,02	0,04	0,155	0,4
desviación estandar	U	0,0016667	0,0033333	0,0129167	0,0333333
media	R1 (eje)	229,99	229,98	229,9225	229,8
media	R2 (chum)	230,01	230,02	230,0775	230,2

Tabla 5.6. Media y desviación estándar en las tolerancias IT4, 6, 9, y 11.

Una vez que se han estimado todos los casos de incertidumbre, para los IT escogidos, se resuelve mediante una hoja de cálculo la ecuación (5.2), que se desarrolla en el Capítulo 2.

$$p(x) = \frac{E \cdot a \cdot \left( \frac{R_{chum}}{R_{eje}} - 1 \right)}{2\pi(1-\nu^2)\sqrt{a^2-x^2}} \left[ \int_{-1}^1 \frac{\tan\left(\frac{a-t}{R_{eje}}\right)\sqrt{1-t^2}}{\cos\left(\frac{a-t}{R_{eje}}\right) \cdot \left(t - \frac{x}{a}\right)} dt - \int_{-1}^1 \frac{\tan\left(\frac{a-t}{R_{eje}}\right)\sqrt{1-t^2}}{\cos\left(\frac{a-t}{R_{eje}}\right) \cdot (t-1)} dt \right] \quad (5.2)$$

Dicha ecuación se resuelve tal y como se describe en el Capítulo 2, para cada uno de los 40 casos de incertidumbre, y en los casos de semiancho de contacto que abarquen todo el espectro de posibilidades, que en este caso, dado el diámetro del eje, se resuelven para los semianchos de contacto que van de 120 a 20 mm, disminuyéndolo de 5 en 5 mm, es decir, para 21 casos, obteniendo en cada IT, 840 resultados de carga por unidad de longitud. Se consigue un grado de afinamiento suficientemente óptimo para aplicar el método de la secante y obtener el semiancho de contacto para el caso de carga de diseño estimado, que es función de la longitud de la chumacera.

Notar que este proceso, se recomienda resolverlo mediante una macro o programa en Visual Basic. A continuación, en la Figura 5.2, se muestran parte de los resultados obtenidos en la hoja de cálculo programada en Visual Basic, en la que se obtienen los resultados de carga por unidad de longitud, en función de la holgura entre radios y el semiancho de contacto.



Semianchos a (cm):		12,0000	11,5000	11,0000	10,5000	10,0000	9,5000	9,0000	8,5000	8,0000	7,5000
Reje	Rchum	Carga*ud long [Kg/cm]	Carga*ud long [Kg/cm]	Carga*ud long [Kg/cm]	Carga*ud long [Kg/cm]	Carga*ud long [Kg/cm]	Carga*ud long [Kg/cm]	Carga*ud long [Kg/cm]	Carga*ud long [Kg/cm]	Carga*ud long [Kg/cm]	Carga*ud long [Kg/cm]
22,9990	23,0010	613,6	555,0	500,4	449,7	402,7	359,0	318,5	281,0	246,4	214,5
22,9990	23,0011	639,9	578,7	521,9	469,0	419,9	374,3	332,1	293,0	256,9	223,7
22,9991	23,0010	601,0	543,6	490,1	440,5	394,4	351,6	311,9	275,2	241,3	210,1
22,9990	23,0010	618,9	559,8	504,8	453,6	406,1	362,1	321,2	283,4	248,5	216,4
22,9990	23,0009	579,0	523,7	472,2	424,4	379,9	338,7	300,5	265,1	232,5	202,4
22,9990	23,0010	616,2	557,3	502,5	451,6	404,3	360,5	319,8	282,2	247,4	215,4
22,9990	23,0010	609,0	550,8	496,7	446,4	399,6	356,3	316,1	278,9	244,5	212,9
22,9991	23,0010	597,2	540,1	487,0	437,7	391,9	349,3	309,9	273,5	239,8	208,8
22,9991	23,0010	604,1	546,3	492,7	442,7	396,4	353,4	313,5	276,6	242,6	211,2
22,9990	23,0010	603,9	546,2	492,5	442,6	396,3	353,3	313,4	276,5	242,5	211,1
22,9990	23,0010	611,8	553,3	499,0	448,4	401,5	357,9	317,5	280,2	245,7	213,9
22,9990	23,0010	623,8	564,2	508,7	457,2	409,3	364,9	323,7	285,7	250,5	218,1
22,9990	23,0011	621,5	562,1	506,9	455,5	407,8	363,6	322,6	284,6	249,6	217,3
22,9990	23,0010	620,4	561,1	505,9	454,7	407,1	362,9	322,0	284,1	249,1	216,9
22,9990	23,0011	629,2	569,0	513,1	461,1	412,8	368,0	326,5	288,1	252,6	219,9
22,9990	23,0010	602,2	544,7	491,1	441,4	395,2	352,3	312,5	275,8	241,8	210,5
22,9990	23,0009	593,4	536,6	483,9	434,9	389,3	347,1	307,9	271,7	238,7	207,4

Figura 5.2. Resultados (parte) de la carga por unidad de longitud, para IT4.

Con ellos, mediante otra hoja de cálculo programada con el método de la secante, se obtiene los semianchos de contacto para cada uno de los 40 casos de holgura planteados, y todos los valores correspondientes de presión para cada uno de los semianchos y holguras, tal y como se puede observar en la Figura 5.3. En ella, se observan al igual que en la figura anterior, parte de los resultados obtenidos.

Reje	Rchum	semi ancho a	Valores X (Iterar)	Valores X (Iterar)	Valores X (Iterar)	Valores X (Iterar)	Valores X (Iterar)	Valores X (Iterar)
			P max [Kg/cm2]	P max [Kg/cm2]	P max [Kg/cm2]	P max [Kg/cm2]	P max [Kg/cm2]	P max [Kg/cm2]
22,9990	23,0010	7,7744	-3,45	-0,04	3,24	5,15	6,63	8,19
22,9990	23,0011	7,6252	-3,52	-0,05	3,30	5,24	6,75	8,34
22,9991	23,0010	7,8509	-3,42	-0,04	3,22	5,11	6,58	8,12
22,9990	23,0010	7,7432	-3,46	-0,04	3,26	5,17	6,66	8,22
22,9990	23,0009	7,9919	-3,36	-0,03	3,18	5,04	6,49	8,01
22,9990	23,0010	7,7593	-3,46	-0,04	3,25	5,16	6,65	8,21
22,9990	23,0010	7,8020	-3,44	-0,04	3,24	5,14	6,61	8,17
22,9991	23,0010	7,8746	-3,41	-0,04	3,21	5,10	6,56	8,10
22,9991	23,0010	7,8319	-3,42	-0,04	3,23	5,12	6,59	8,14
22,9990	23,0010	7,8332	-3,42	-0,04	3,22	5,12	6,59	8,14
22,9990	23,0010	7,7853	-3,44	-0,04	3,24	5,15	6,63	8,18
22,9990	23,0010	7,7150	-3,48	-0,04	3,27	5,19	6,68	8,25
22,9990	23,0011	7,7282	-3,47	-0,04	3,26	5,18	6,67	8,24
22,9990	23,0010	7,7349	-3,47	-0,04	3,26	5,18	6,66	8,23
22,9990	23,0011	7,6846	-3,49	-0,05	3,28	5,21	6,70	8,28
22,9990	23,0010	7,8435	-3,42	-0,04	3,22	5,12	6,59	8,13
22,9990	23,0009	7,8988	-3,40	-0,04	3,20	5,09	6,55	8,08
22,9990	23,0009	7,9675	-3,37	-0,03	3,18	5,05	6,50	8,03
22,9991	23,0009	8,1766	-3,28	-0,03	3,11	4,94	6,35	7,84

Figura 5.3. Resultados (parte) de la presión generada en función de la holgura y el semiancho de contacto.

Por último, se obtienen mediante el método numérico para obtener el mapa tensional, los valores máximos de tensión subsuperficiales, tal como se puede observar en las Tablas 5.7, 5.8, 5.9 y 5.10, representados gráficamente en las Figuras 5.4, 5.5, 5.6 y 5.7, resolviendo para todos los casos expuestos, IT4, 6, 9, y 11.

Casos	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]	a (semiancho) [mm] L:600	tao [adim] L:600 mm	a (semiancho) [mm] L:700	tao [adim] L:700 mm	a (semiancho) [mm] L:800	tao [adim] L:800 mm
1	229,9900	230,0108	87,1741	0,2975	81,1606	0,2972	76,2518	0,2966
2	229,9907	230,0103	89,7405	0,2977	83,5388	0,2974	78,5091	0,2968
3	229,9899	230,0101	88,5162	0,2976	82,4044	0,2973	77,4323	0,2967
4	229,9905	230,0094	91,2435	0,2979	85,0228	0,2976	79,9193	0,2969
5	229,9903	230,0104	88,6991	0,2976	82,5738	0,2973	77,5932	0,2967
6	229,9898	230,0097	89,1841	0,2977	83,0233	0,2974	78,0197	0,2968
7	229,9905	230,0100	90,0090	0,2978	83,7884	0,2974	78,7459	0,2968
8	229,9907	230,0104	89,5247	0,2977	83,3388	0,2974	78,3193	0,2968
9	229,9899	230,0096	89,5389	0,2977	83,3520	0,2974	78,3318	0,2968
10	229,9901	230,0100	88,9944	0,2977	82,8475	0,2974	77,8529	0,2968
11	229,9898	230,0101	88,1956	0,2976	82,1072	0,2973	77,1503	0,2967
12	229,9904	230,0107	88,3454	0,2976	82,2461	0,2973	77,2821	0,2967
13	229,9901	230,0103	88,4212	0,2976	82,3163	0,2973	77,3487	0,2967
14	229,9902	230,0107	87,8500	0,2976	81,7870	0,2973	76,8463	0,2967
15	229,9901	230,0098	89,6558	0,2977	83,4604	0,2974	78,4346	0,2968
16	229,9897	230,0090	90,2635	0,2978	84,0432	0,2975	78,9878	0,2969
17	229,9898	230,0088	90,9863	0,2978	84,7671	0,2975	79,6749	0,2969
18	229,9910	230,0090	93,3450	0,2981	86,9665	0,2977	81,7662	0,2971
19	229,9905	230,0100	89,8129	0,2977	83,6059	0,2974	78,5728	0,2968
20	229,9897	230,0103	87,7786	0,2976	81,7208	0,2973	76,7835	0,2967
21	229,9886	230,0098	86,5977	0,2975	80,6265	0,2971	75,7449	0,2966
22	229,9904	230,0101	89,4629	0,2977	83,2816	0,2974	78,2650	0,2968
23	229,9914	230,0097	92,6216	0,2980	86,2974	0,2977	81,1327	0,2970
24	229,9912	230,0112	88,8731	0,2977	82,7351	0,2973	77,7462	0,2968
25	229,9902	230,0093	90,7177	0,2978	84,4981	0,2975	79,4196	0,2969
26	229,9901	230,0094	90,4818	0,2978	84,2618	0,2975	79,1953	0,2969
27	229,9905	230,0104	89,1668	0,2977	83,0072	0,2974	78,0045	0,2968
28	229,9902	230,0103	88,7462	0,2977	82,6174	0,2973	77,6345	0,2968
29	229,9900	230,0099	89,0716	0,2977	82,9190	0,2974	77,9207	0,2968
30	229,9890	230,0102	86,4397	0,2975	80,4801	0,2971	75,6059	0,2966
31	229,9894	230,0090	89,6937	0,2977	83,4955	0,2974	78,4680	0,2968
32	229,9891	230,0105	86,3036	0,2974	80,3540	0,2971	75,4862	0,2966
33	229,9899	230,0102	88,2988	0,2976	82,2029	0,2973	77,2411	0,2967
34	229,9908	230,0108	88,9085	0,2977	82,7679	0,2973	77,7773	0,2968
35	229,9893	230,0097	88,1341	0,2976	82,0502	0,2973	77,0962	0,2967
36	229,9901	230,0102	88,6777	0,2976	82,5540	0,2973	77,5743	0,2967
37	229,9889	230,0099	86,9094	0,2975	80,9154	0,2972	76,0190	0,2966
38	229,9905	230,0104	89,0926	0,2977	82,9385	0,2974	77,9393	0,2968
39	229,9892	230,0107	86,0803	0,2974	80,1470	0,2971	75,2897	0,2966
40	229,9904	230,0100	89,6981	0,2977	83,4996	0,2974	78,4718	0,2968

Tabla 5.7. Resultados obtenidos de semianchos de contacto y tensión subsuperficiales para las tolerancias de IT4.

Casos	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]	a (semiancho) [mm] L:600	tao [adim] L:600 mm	a (semiancho) [mm] L:700	tao [adim] L:700 mm	a (semiancho) [mm] L:800	tao [adim] L:800 mm
1	229,9806	230,0193	65,3302	0,2959	60,6067	0,2956	56,8236	0,2954
2	229,9809	230,0185	66,2598	0,2960	61,4784	0,2957	57,6651	0,2954
3	229,9793	230,0198	63,9174	0,2958	59,3071	0,2955	55,6313	0,2953
4	229,9782	230,0191	63,6022	0,2958	59,0100	0,2955	55,3712	0,2953
5	229,9796	230,0201	63,8713	0,2958	59,2636	0,2955	55,5932	0,2953
6	229,9801	230,0195	64,7345	0,2959	60,0701	0,2956	56,3056	0,2954
7	229,9819	230,0195	66,2439	0,2960	61,4635	0,2957	57,6507	0,2954
8	229,9791	230,0192	64,2502	0,2958	59,6208	0,2955	55,9060	0,2953
9	229,9820	230,0196	66,1664	0,2959	61,3908	0,2957	57,5805	0,2954
10	229,9797	230,0209	63,3745	0,2958	58,7953	0,2955	55,1833	0,2953
11	229,9809	230,0195	65,3729	0,2959	60,6467	0,2956	56,8622	0,2954
12	229,9797	230,0203	63,8950	0,2958	59,2860	0,2955	55,6129	0,2953
13	229,9796	230,0188	64,9094	0,2959	60,2196	0,2956	56,4499	0,2954
14	229,9801	230,0197	64,6906	0,2959	60,0326	0,2956	56,2694	0,2954
15	229,9797	230,0212	63,1291	0,2958	58,5640	0,2955	54,9787	0,2953
16	229,9806	230,0224	62,9524	0,2957	58,3975	0,2955	54,8169	0,2953
17	229,9813	230,0213	64,3221	0,2958	59,6886	0,2956	55,9653	0,2953
18	229,9804	230,0177	66,4825	0,2960	61,6872	0,2957	57,8667	0,2954
19	229,9795	230,0198	64,0133	0,2958	59,3975	0,2955	55,7104	0,2953
20	229,9796	230,0201	63,9509	0,2958	59,3387	0,2955	55,6590	0,2953
21	229,9791	230,0190	64,4369	0,2958	59,7968	0,2956	56,0601	0,2953
22	229,9807	230,0217	63,5451	0,2958	58,9562	0,2955	55,3241	0,2953
23	229,9795	230,0198	64,0481	0,2958	59,4303	0,2955	55,7391	0,2953
24	229,9804	230,0215	63,3924	0,2958	58,8123	0,2955	55,1981	0,2953
25	229,9794	230,0223	62,1530	0,2957	57,6440	0,2954	54,0849	0,2952
26	229,9792	230,0197	63,9071	0,2958	59,2974	0,2955	55,6228	0,2953
27	229,9797	230,0189	64,9132	0,2959	60,2229	0,2956	56,4531	0,2954
28	229,9785	230,0205	62,7930	0,2957	58,2472	0,2955	54,6709	0,2953
29	229,9803	230,0201	64,4162	0,2958	59,7773	0,2956	56,0429	0,2953
30	229,9791	230,0204	63,2574	0,2958	58,6850	0,2955	55,0867	0,2953
31	229,9793	230,0196	64,0718	0,2958	59,4526	0,2955	55,7587	0,2953
32	229,9808	230,0203	64,6914	0,2959	60,0332	0,2956	56,2700	0,2954
33	229,9809	230,0185	66,2351	0,2960	61,4553	0,2957	57,6428	0,2954
34	229,9798	230,0203	63,9300	0,2958	59,3189	0,2955	55,6417	0,2953
35	229,9799	230,0206	63,7525	0,2958	59,1517	0,2955	55,4953	0,2953
36	229,9807	230,0200	64,8792	0,2959	60,1938	0,2956	56,4250	0,2954
37	229,9801	230,0196	64,7209	0,2959	60,0584	0,2956	56,2943	0,2954
38	229,9803	230,0187	65,5959	0,2959	60,8558	0,2956	57,0641	0,2954
39	229,9785	230,0209	62,4651	0,2957	57,9382	0,2955	54,3707	0,2953
40	229,9816	230,0203	65,3546	0,2959	60,6295	0,2956	56,8456	0,2954

Tabla 5.8. Resultados obtenidos de semianchos de contacto y tensión subsuperficiales para las tolerancias de IT6.

Casos	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]	a (semiancho) [mm] L:600	tao [adim] L:600 mm	a (semiancho) [mm] L:700	tao [adim] L:700 mm	a (semiancho) [mm] L:800	tao [adim] L:800 mm
1	229,9229	230,0826	32,6813	0,2944	30,3109	0,2943	28,3011	0,2943
2	229,9265	230,0751	33,9009	0,2944	31,3534	0,2944	29,3874	0,2943
3	229,9236	230,0728	33,8349	0,2944	31,2971	0,2944	29,3287	0,2943
4	229,9279	230,0749	34,0995	0,2944	31,5232	0,2944	29,5643	0,2943
5	229,9245	230,0752	33,6627	0,2944	31,1498	0,2944	29,1752	0,2943
6	229,9213	230,0801	32,7765	0,2944	30,3922	0,2943	28,3859	0,2943
7	229,9185	230,0712	33,4297	0,2944	30,9506	0,2943	28,9677	0,2943
8	229,9178	230,0679	33,7348	0,2944	31,2114	0,2944	29,2395	0,2943
9	229,9177	230,0757	32,8553	0,2944	30,4596	0,2943	28,4561	0,2943
10	229,9244	230,0754	33,6303	0,2944	31,1221	0,2944	29,1464	0,2943
11	229,9257	230,0817	33,0771	0,2944	30,6492	0,2943	28,6536	0,2943
12	229,9214	230,0741	33,4265	0,2944	30,9479	0,2943	28,9649	0,2943
13	229,9259	230,0830	32,9622	0,2944	30,5510	0,2943	28,5513	0,2943
14	229,9240	230,0870	32,3526	0,2944	30,0299	0,2943	28,0083	0,2943
15	229,9239	230,0750	33,6172	0,2944	31,1109	0,2944	29,1347	0,2943
16	229,9207	230,0765	33,0884	0,2944	30,6589	0,2943	28,6637	0,2943
17	229,9192	230,0805	32,5164	0,2944	30,1699	0,2943	28,1542	0,2943
18	229,9150	230,0699	33,1856	0,2944	30,7419	0,2943	28,7502	0,2943
19	229,9168	230,0739	32,9503	0,2944	30,5408	0,2943	28,5407	0,2943
20	229,9275	230,0757	33,9426	0,2944	31,3891	0,2944	29,4245	0,2943
21	229,9207	230,0768	33,0629	0,2944	30,6371	0,2943	28,6409	0,2943
22	229,9233	230,0801	32,9878	0,2944	30,5729	0,2943	28,5741	0,2943
23	229,9228	230,0835	32,5716	0,2944	30,2171	0,2943	28,2034	0,2943
24	229,9231	230,0768	33,3154	0,2944	30,8529	0,2943	28,8659	0,2943
25	229,9309	230,0763	34,2930	0,2944	31,6886	0,2944	29,7366	0,2943
26	229,9261	230,0780	33,5272	0,2944	31,0340	0,2943	29,0545	0,2943
27	229,9298	230,0780	33,9533	0,2944	31,3982	0,2944	29,4341	0,2943
28	229,9270	230,0731	34,2026	0,2944	31,6113	0,2944	29,6561	0,2943
29	229,9265	230,0841	32,8957	0,2944	30,4941	0,2943	28,4920	0,2943
30	229,9274	230,0839	33,0168	0,2944	30,5977	0,2943	28,5999	0,2943
31	229,9240	230,0767	33,4393	0,2944	30,9589	0,2943	28,9763	0,2943
32	229,9142	230,0783	32,2442	0,2944	29,9253	0,2943	27,9118	0,2943
33	229,9262	230,0759	33,7701	0,2944	31,2416	0,2944	29,2709	0,2943
34	229,9218	230,0740	33,4803	0,2944	30,9939	0,2943	29,0127	0,2943
35	229,9231	230,0776	33,2359	0,2944	30,7850	0,2943	28,7951	0,2943
36	229,9242	230,0834	32,7314	0,2944	30,3537	0,2943	28,3457	0,2943
37	229,9140	230,0742	32,6305	0,2944	30,2675	0,2943	28,2558	0,2943
38	229,9234	230,0780	33,2306	0,2944	30,7804	0,2943	28,7903	0,2943
39	229,9194	230,0814	32,4470	0,2944	30,1106	0,2943	28,0923	0,2943
40	229,9194	230,0730	33,3386	0,2944	30,8728	0,2943	28,8866	0,2943

Tabla 5.9. Resultados obtenidos de semianchos de contacto y tensión subsuperficiales para las tolerancias de IT9.

Casos	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]	a (semiancho) [mm] L:600	tao [adim] L:600 mm	a (semiancho) [mm] L:700	tao [adim] L:700 mm	a (semiancho) [mm] L:800	tao [adim] L:800 mm
1	229,7932	230,2011	20,8950	0,2941	19,3337	0,2941	17,9973	0,2941
2	229,7905	230,2239	21,0426	0,2941	19,4967	0,2941	18,1400	0,2941
3	229,8036	230,2099	20,5015	0,2941	18,8992	0,2941	17,6168	0,2941
4	229,8110	230,2047	20,6275	0,2941	19,0384	0,2941	17,7387	0,2941
5	229,8067	230,1927	20,5108	0,2941	18,9095	0,2941	17,6259	0,2941
6	229,8097	230,2013	21,0321	0,2941	19,4851	0,2941	18,1298	0,2941
7	229,8043	230,2033	20,3187	0,2941	18,6973	0,2941	17,4401	0,2941
8	229,8088	230,1899	20,5683	0,2941	18,9729	0,2941	17,6814	0,2941
9	229,7973	230,2018	20,7390	0,2941	19,1614	0,2941	17,8464	0,2941
10	229,8059	230,1898	20,3268	0,2941	18,7062	0,2941	17,4479	0,2941
11	229,8023	230,2007	19,8902	0,2941	18,2515	0,2941	17,0498	0,2941
12	229,8000	230,2193	21,0352	0,2941	19,4885	0,2941	18,1328	0,2941
13	229,8320	230,2126	21,4080	0,2941	19,9002	0,2941	18,4932	0,2941
14	229,8060	230,2210	20,7556	0,2941	19,1798	0,2941	17,8625	0,2941
15	229,7943	230,2172	21,0998	0,2941	19,5598	0,2941	18,1952	0,2941
16	229,8075	230,1892	20,8834	0,2941	19,3208	0,2941	17,9860	0,2941
17	229,7896	230,1976	20,4347	0,2941	18,8254	0,2941	17,5523	0,2941
18	229,7887	230,1862	20,4270	0,2941	18,8169	0,2941	17,5448	0,2941
19	229,7954	230,2163	21,3002	0,2941	19,7811	0,2941	18,3890	0,2941
20	229,7956	230,1973	20,9352	0,2941	19,3781	0,2941	18,0361	0,2941
21	229,7891	230,2072	20,4474	0,2941	18,8394	0,2941	17,5645	0,2941
22	229,7986	230,1810	20,6939	0,2941	19,1117	0,2941	17,8029	0,2941
23	229,7994	230,1753	21,3540	0,2941	19,8405	0,2941	18,4409	0,2941
24	229,7945	230,1832	20,8743	0,2941	19,3109	0,2941	17,9773	0,2941
25	229,8066	230,1939	20,8191	0,2941	19,2498	0,2941	17,9238	0,2941
26	229,7856	230,2030	20,2080	0,2941	18,5751	0,2941	17,3331	0,2941
27	229,7865	230,1916	20,3663	0,2941	18,7499	0,2941	17,4861	0,2941
28	229,8152	230,2140	21,2326	0,2941	19,7065	0,2941	18,3236	0,2941
29	229,8113	230,2116	20,5159	0,2941	18,9151	0,2941	17,6308	0,2941
30	229,8042	230,1829	20,7415	0,2941	19,1642	0,2941	17,8489	0,2941
31	229,8135	230,2019	20,6648	0,2941	19,0795	0,2941	17,7747	0,2941
32	229,8272	230,2007	19,8584	0,2941	18,2244	0,2941	17,0261	0,2941
33	229,8023	230,1981	20,7593	0,2941	19,1838	0,2941	17,8660	0,2941
34	229,7836	230,1923	20,3480	0,2941	18,7296	0,2941	17,4684	0,2941
35	229,7951	230,1961	21,0449	0,2941	19,4992	0,2941	18,1421	0,2941
36	229,8045	230,2064	20,3028	0,2941	18,6797	0,2941	17,4247	0,2941
37	229,7997	230,1957	20,1529	0,2941	18,5143	0,2941	17,2798	0,2941
38	229,7951	230,1906	20,8983	0,2941	19,3374	0,2941	18,0005	0,2941
39	229,8038	230,2138	21,3639	0,2941	19,8515	0,2941	18,4506	0,2941
40	229,8134	230,1859	21,0097	0,2941	19,4604	0,2941	18,1082	0,2941

Tabla 5.10. Resultados obtenidos de semianchos de contacto y tensión subsuperficiales para las tolerancias de IT11.

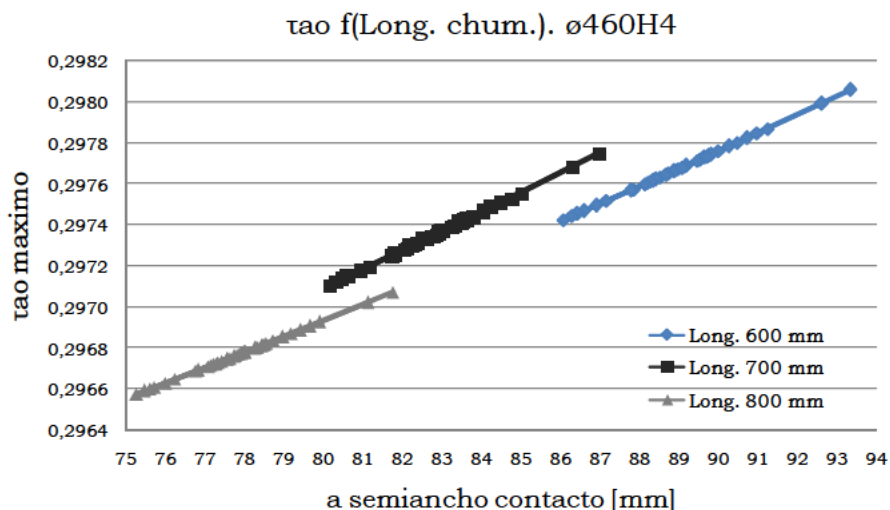


Figura 5.4. Gráfica de resultados de la Tensión máxima subsuperficial en función del semiancho de contacto.

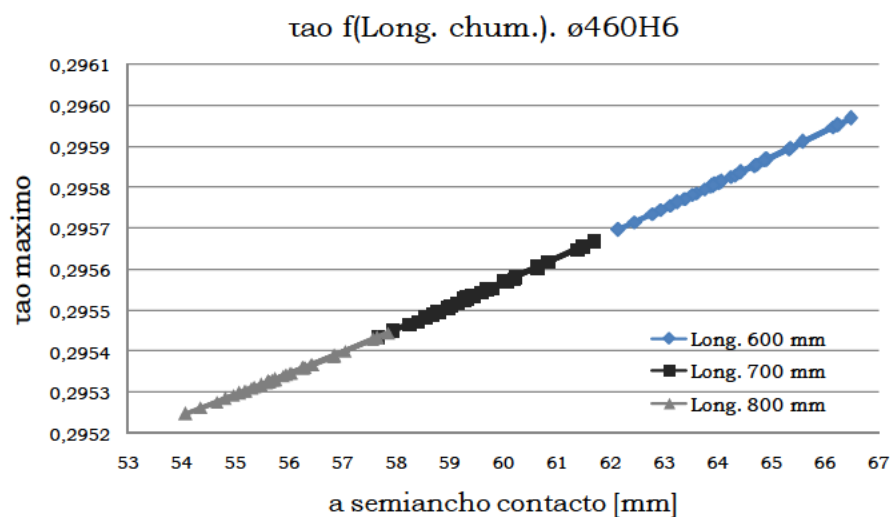


Figura 5.5. Gráfica de resultados de la Tensión máxima subsuperficial en función del semiancho de contacto.

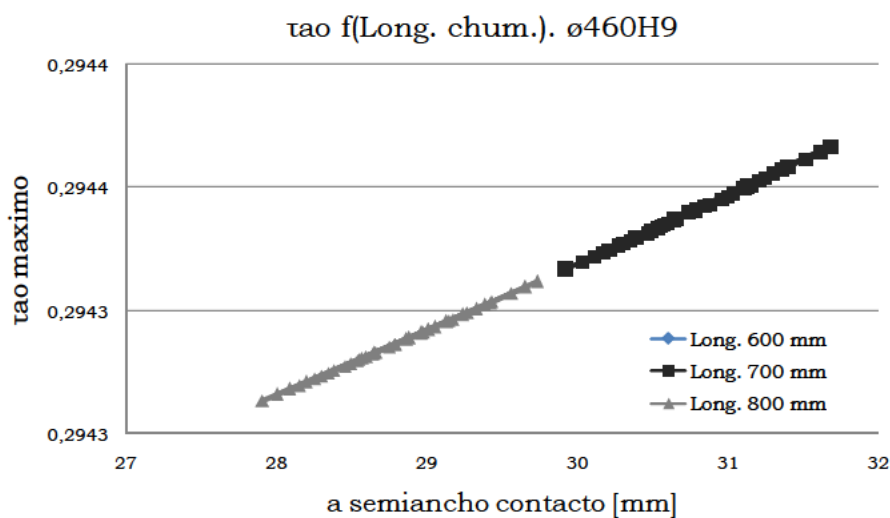


Figura 5.6. Gráfica de resultados de la Tensión máxima subsuperficial en función del semiancho de contacto.

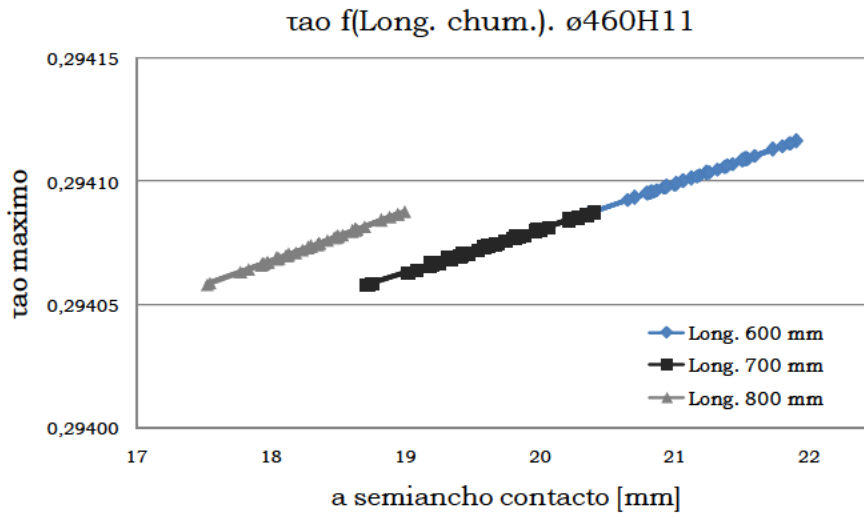


Figura 5.7. Gráfica de resultados de la Tensión máxima subsuperficial en función del semiancho de contacto.

A partir de todos estos resultados, el diseñador dispone de los datos suficientes para hacer una valoración, de cuáles son los parámetros geométricos que se han de imponer en base a unos criterios, por ejemplo por costes de producción, por los límites a fatiga del material, y por los costes en base al mecanizado, ya que a índices de tolerancia exigentes, aumenta dicho coste. A continuación, se muestra en la Tabla 5.11, los valores máximos de tensión en la subsuperficie, en función del IT, y de la longitud de la chumacera, así sus representaciones gráficas en la Figuras 5.8 y 5.9.

	tao Kg/cm max. L:600 mm	tao Kg/cm max. L:700 mm	tao Kg/cm max. L:800 mm
ø460H4	370,18312	316,74622	276,97621
ø460H6	356,38563	304,55845	266,5324
ø460H9	349,00438	297,40261	261,52172
ø460H11	346,54106	297,8598	255,69675

Tabla 5.11. Resultados obtenidos de las tensiones subsuperficiales en función del grado de IT y la longitud de la chumacera.

Lógicamente, tal y como ya se comprobó en el Capítulo 2, a medida que el índice de tolerancia baja, mejorando la calidad superficial del mecanizado, disminuyen los valores máximos de tensión subsuperficial, al igual que pasa con la longitud de la chumacera, a medida que aumenta su longitud.

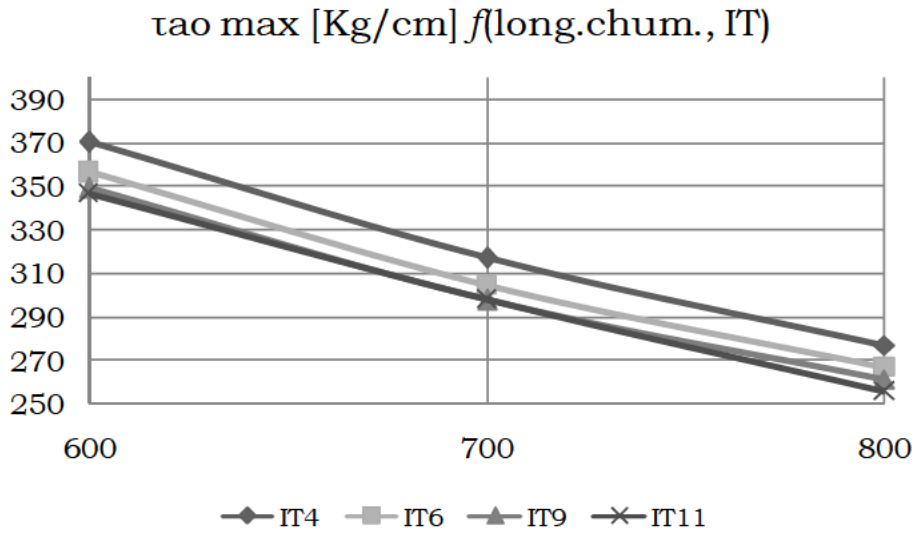


Figura 5.8. Gráfica comparativa de resultados de la Tensión máxima subsuperficial en función de la longitud de la chumacera y los IT.

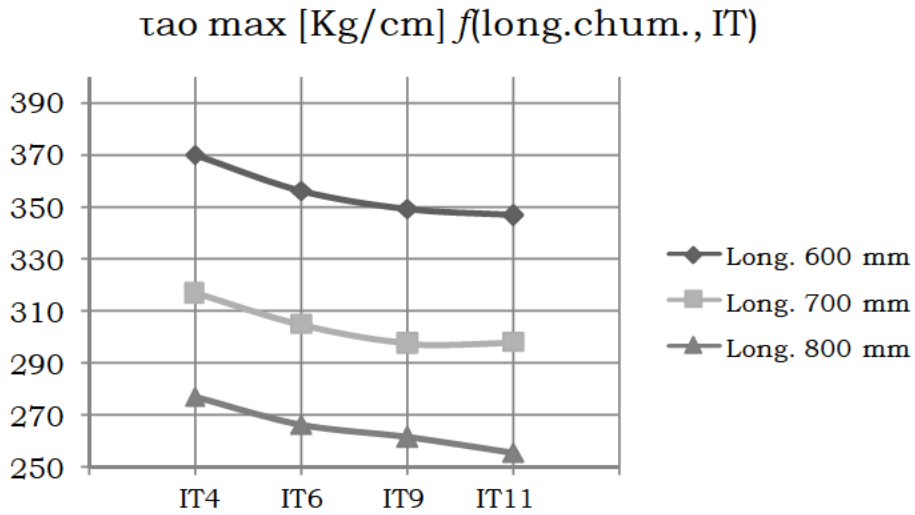


Figura 5.9. Gráfica comparativa de resultados de la Tensión máxima subsuperficial en función de la longitud de la chumacera y los IT.

De igual manera que se resuelve en el Capítulo 3, a partir de los datos de partida expuestos al principio del presente capítulo, se estima la potencia disipada debida al arrastre de lubricante, en la zona entre eje y chumacera, considerada como lubricación hidrodinámica.

	Radio Eje [mm]	Radio Chumacera [mm]	H Altura lubricante [μm]	h Altura lubricante [μm]	Semiancho [mm] Long. 600 mm	Semiancho [mm] Long. 700 mm	Semiancho [mm] Long. 800 mm	Pot. Dis. [W] L:600 mm	Pot. Dis. [W] L:700 mm	Pot. Dis. [W] L:800 mm
IT4	229,989	230,011	21,4466	16,4466	93,3450	86,9665	81,7662	1039,8	1225,4	1411,9
IT6	229,979	230,022	42,9093	37,9093	66,4825	61,6872	57,8667	509,2	598,4	687,9
IT9	229,914	230,078	164,0867	159,0867	34,2930	31,6886	29,7366	133,5	156,4	179,2
IT11	229,791	230,224	433,3286	428,3286	21,4080	19,9002	18,4932	50,9	59,6	68,2

Tabla 5.12. Resultados obtenidos de la Potencia disipada debida a la lubricación hidrodinámica en función del grado de IT y la longitud de la chumacera.



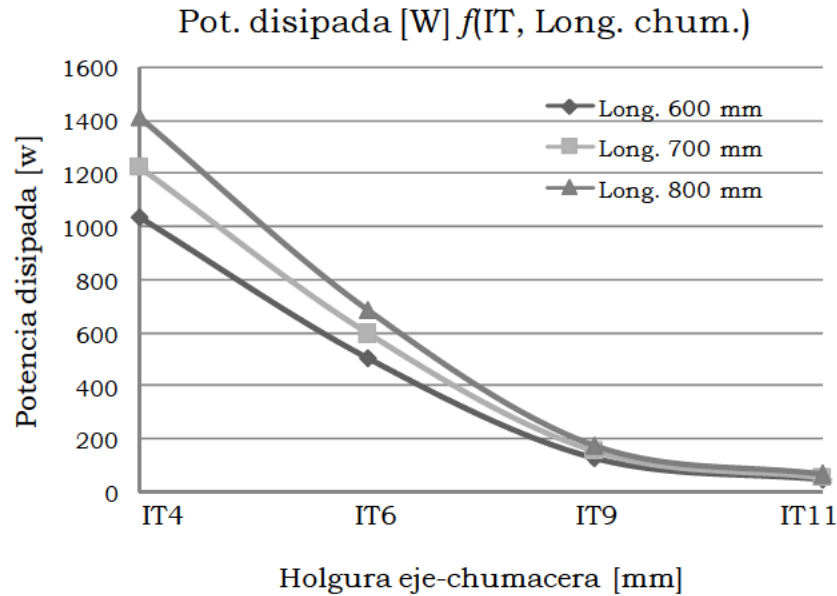


Figura 5.10. Potencia disipada [W], en función de la longitud de la chumacera y los IT.

Obviamente, conforme la longitud de la chumacera aumenta, también aumenta la potencia disipada debida al arrastre de lubricante que proporciona el giro del eje, mientras la pared interior de la chumacera permanece estática. Análogamente ocurre con la holgura o Índice de Tolerancia, conforme se disminuye el ajuste de holgura, es decir, el índice de tolerancia es mayor, aumenta la potencia disipada. Estos factores, ha de tenerlos en cuenta el diseñador, en cuanto a costes de utilización, y pérdidas en el rendimiento del sistema propulsivo.

En la gráfica de la figura anterior, se puede apreciar a simple vista, que las curvas convergen en IT11, pero en realidad, mantienen la misma proporcionalidad que en el resto de Índices de Tolerancia, i.e., para el IT4, la diferencia de pérdida de potencia entre una longitud de 600mm, y la de 700 mm es del 85%, y entre la de 700 mm, y 800 mm, es del 87%. Lo mismo ocurre con los demás IT, se mantienen en esos mismos rangos porcentuales de diferencia de pérdida de potencia, por tanto, no convergen, sino que la escala gráfica es diferente, debido a la diferencia entre órdenes de magnitud.



## Conclusiones y trabajos futuros

### 6.1 Conclusiones

El procedimiento de análisis presentado en el Capítulo 2, es una forma rápida y eficiente en cuanto a número de cálculos y sencillez de implementación, para realizar un estudio local de las tensiones de contacto en apoyos, entre el eje de cola y su chumacera en un submarino, tanto para índices de tolerancia altos, como para índices de tolerancia bajos, que requieren un ajuste y mecanizado con mayor precisión. El método propuesto basado en el contacto plano, ha sido validado con los resultados obtenidos mediante métodos de precisión contrastada y reconocida, como son el método de Hertz y el MEF. Los resultados demuestran, que el método propuesto posee suficiente precisión con un menor coste computacional, (tiempos de cálculo de pocos segundos y sin necesidad de preproceso, mallado y selección de elementos de contacto como en el MEF). Por esta razón, se presenta como una alternativa para el cálculo de casos de contacto entre eje y

chumacera, donde solo es necesario realizar una implementación mediante Matlab® 2013, y el uso de una hoja de cálculo.

En el método presentado incluye un análisis estadístico en el que queda reflejado la pérdida de fiabilidad con el aumento de los índices de tolerancia en fabricación. En un ejemplo se muestra, cuál es el riesgo de aparición de fatiga superficial para un diseño concreto, cuyos componentes han sido mecanizados con diversos índices de tolerancia. Se muestra que a mayor precisión de componentes, se puede disminuir la holgura, y esto se traduce en un mayor ciclo de vida. Esta herramienta permite por lo tanto establecer requerimientos de tolerancia a componentes de tipo eje-chumacera, y otros que se pueden dar en el sector de automoción y aeronáutico.

Por otra parte, como complemento del Capítulo 2, de forma que se pueda ofrecer una solución completa al estudio realizado en el caso de que haya contacto, se ofrece un método integración al problema de lubricación hidrodinámica, para la zona donde no lo hay, sencillo de implementar, y que se ha contrastado sus resultados con los obtenidos mediante la implementación de otro método de integración reconocido, basados en la pérdida de potencia debida al rozamiento. Se muestra en dichos resultados, que la holgura, independientemente de la viscosidad del lubricante o la velocidad de giro del eje, es un factor a tener en cuenta en el diseño, y que se hace mayor mientras disminuye la holgura hasta alcanzar un límite. Dicho límite, es función de la diferencia de alturas del lubricante en los extremos del plano bidimensional considerado. A menor diferencia entre ambas alturas, la pérdida por rozamiento se hace mayor. Este hecho, es contrario a lo obtenido en el capítulo anterior, donde la disminución de la holgura, disminuye las tensiones en la zona de contacto.

En consecuencia, el diseñador, con pocas variables en uso, como es la holgura o su ángulo de inclinación de un elemento con respecto al otro, la velocidad de giro, y la viscosidad del lubricante, puede aproximar el valor correspondiente a la lubricación hidrodinámica, de forma sencilla y rápida, sin necesidad de complejas soluciones mediante MEF, o el uso de tablas y gráficas.

En resumen, el diseñador tiene las herramientas necesarias para llegar a una solución de compromiso, en la que se valore el rango de ajuste al que se quiera llegar, que tenga en cuenta en caso de que no exista coaxialidad entre eje y la chumacera, los valores mínimos y máximos de holgura para que se minimicen las tensiones producidas por el contacto, y la pérdida de potencia debida al rozamiento.

Con relación al par de apriete aplicado sobre los tornillos de unión de las dos piezas que forman la chumacera, tiene una implicación directa sobre el resultado de redondez y rugosidad superficial de la operación de mecanizado. En este caso estudiado, de mandrinado, tras la comprobación de un método empírico-analítico consistente en realizar un estudio puramente numérico como el MEF ANSYS®, y otro semianalítico basado en un método de minimización de la energía de deformación entre dos cuerpos con varios puntos de contacto entre sí, para determinar el reparto de carga <sup>[120]</sup>, a tenor de los resultados, independientemente del par de apriete aplicado, se aprecia un cambio de presiones localizadas en las zonas del alojamiento interior cercanas a las cara exteriores con respecto a la zona interior o central, correspondiente al eje de simetría. Este hecho lleva consigo aparejado un empeoramiento de la redondez, que es mayor cuanto mayor es el par de apriete aplicado a los tornillos, siguiendo una relación lineal, tal y como se explica a continuación.

Por tanto, además de la relación directa existente entre el par de apriete de los tornillos de unión y la aparición de tensiones locales en el borde interior expuesto al mandrinado, se desprende de los resultados que existe una linealidad entre las tensiones de deformación y el par de apriete, ya que los coeficientes de la matriz de desplazamientos y su posterior matriz modificada  $[C^*]^{-1}$ , es igual para todos los casos propuestos, siempre que el modelo, en su geometría y características, así como en la discretización de las superficies de contacto sean iguales, por lo que la geometría de la pieza, es muy importante a la hora de encontrar una solución de compromiso entre los valores máximos de tensión admisible, y el tipo y características geométricas de la chumacera o componente bi-pieza.

Por otro lado, el método propuesto de análisis de reparto de cargas discretizando las superficies de contacto, es un método de fácil aplicabilidad, sencillo, que permite tal y como se ha podido comprobar, obtener los resultados de los diferentes casos planteados, con una única resolución de la matriz de desplazamientos, ahorrando el coste computacional alto, derivado del uso de los algoritmos excesivamente complejos de la resolución independiente de cada caso planteado mediante un MEF, mostrando su robustez convergiendo con los resultados obtenidos mediante el MEF ANSYS® de contrastada aceptación en el ámbito científico <sup>[27]</sup>, manteniendo constante la diferencia de resultados, en menos de un 9 %, independientemente de la carga aplicada a los tornillos.

Experimentalmente se ha registrado el par de corte en las operaciones de mandrinado para las chumaceras o componentes bi-pieza a la

velocidad de giro óptima (1000 rpm), modificando el par de apriete de los componentes bi-pieza (2, 5 y 12 Nm). Conforme aumenta el par, mejora la calidad del corte en el proceso de mecanizado, ya que existe una mejora en la señal, más continua. En el caso de 2 Nm, el corte es más inestable, obteniéndose picos debidos a los impactos del filo de corte en la zona de contacto de las dos piezas.

En cuanto a la rugosidad se ha observado que la peor rugosidad se presenta en la zona después del impacto. La mejor rugosidad se presenta, en la zona central que está alejada de las interfases, o zona de contacto entre las piezas superior e inferior que conforman la chumacera. Por lo tanto, en el diseño de este tipo de componentes se debe evitar, que la carga interior en estos componentes esté localizada en la interfase existente entre las dos piezas, es decir, si se ha de determinar en el diseño una posición del componente bi-pieza para un mejor funcionamiento, se procurará que la carga no esté ejercida en la interfase entre las dos piezas unidas, pues es donde se presenta menor rugosidad superficial. Además, podría presentar riesgos de microdeslizamientos entre las dos piezas que pueden producir un atrapamiento del eje interior.

La medida de redondez difiere bastante dependiendo de la región donde sea medida, encontrándose mejores resultados en los centros de los mandrinados y mejorando este a medida que se aumenta el par de apriete, de tal forma que se consiguen mejores resultados para un par de apriete de 12 Nm en el plano diametral central o interior. Sin embargo, para este par de apriete esta mejoría no se da en los planos diametrales exteriores (caras exteriores), pues si se aumenta el par de apriete de los tornillos, la redondez en estas zonas disminuye. Podemos observar que con el par de apriete de 5 Nm se consigue una mejor redondez global, mientras si se aumenta el par de apriete aparece un efecto adverso en las zonas cercanas a las caras. Para el caso de 12Nm hay un estrechamiento en la zona central y un alargamiento en los bordes, lo que indica que el efecto de contacto entre las dos piezas atornilladas es muy importante en estas zonas, al contrario delo que ocurre en los casos anteriores en donde el contacto es más uniforme. Cuando el par de apriete es muy flojo se aprecia un deslizamiento entre las partes que distorsiona la redondez en casos de 2 Nm y en menor medida en 5 Nm.

Resumiendo, a tenor de los resultados experimentales obtenidos, se desprende que el aumento del par de apriete no se traduce siempre en aumento de redondez. De hecho al aumentar mucho el par, aumentan linealmente las presiones locales en zonas cercanas a las caras del componente, haciendo menos regular la superficie expuesta en la zona

de la interfase, pero por otro lado, la falta de par de apriete genera un corte de menor calidad al existir inestabilidad en el corte. Además, si el par fuese insuficiente, se podrían originar pequeños microdeslizamientos y como consecuencia de ello, impactos en la zona de contacto entre las dos piezas. Por tanto, la magnitud del par de apriete influye en el acabado superficial, existiendo un rango inferior y otro superior para obtener el mejor resultado posible. Para este caso, de entre los tres pares de apriete estudiados, para una geometría dada, el que mejor resultado ha sido el intermedio.

## 6.2 Desarrollos futuros

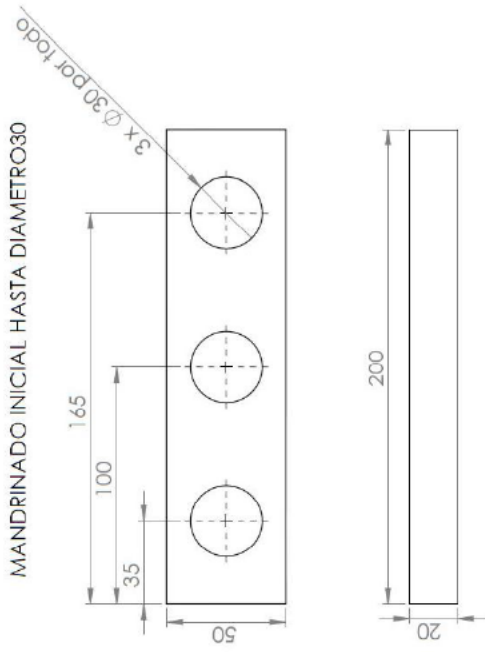
Los resultados ofrecidos en el Capítulo 4, sobre el estudio de cómo afecta el par de apriete a través del método de análisis del reparto de cargas puntuales de contacto en áreas discretizadas, en los que se observa una relación directa entre el acabado superficial del mecanizado, y la cantidad de apriete aplicado a los tornillos de unión de las dos piezas que forman la chumacera, ofrece la posibilidad de ampliar dicho estudio, con el fin de establecer cuáles son los parámetros geométricos en los que se atenúan dichos efectos negativos en el acabado superficial, así como si afectan el número de tornillos empleados, su disposición, tipo de métrica, etc.

Por otro lado, a través del método semianalítico desarrollado en el Capítulo 2, por el que se obtienen, entre otros, los valores de tensión en la zona de contacto entre el eje y la chumacera, se pretende realizar un análisis del efecto de dichas tensiones, que se transmiten al medio marino como fuentes puntuales acústicas, y obtener un modelo de distribución de dichas fuentes acústicas, y de su transmisión acústica, i.e. Por lo tanto, se propone como desarrollo futuro añadir a los modelos aplicados en esta tesis una nueva metodología que tenga en cuenta la propagación acústica estándar, considerando las fuentes puntuales de ruido a una amplia variedad de geometrías de estudio. De este modo, se podrá ajustar la propagación que tiene lugar en el medio acústico marino real, con el objeto de predecir de forma precisa los niveles de sonido cerca del buque, así como a grandes distancias. Esta información consistiría en el desarrollo de un conjunto de diagramas en los que se represente el ruido radiado en la zona eje-chumacera del buque para cada una de las 50 frecuencias en las que se divide el rango acústico considerado.

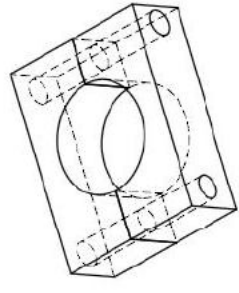
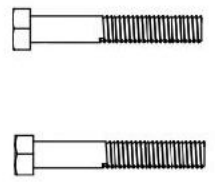




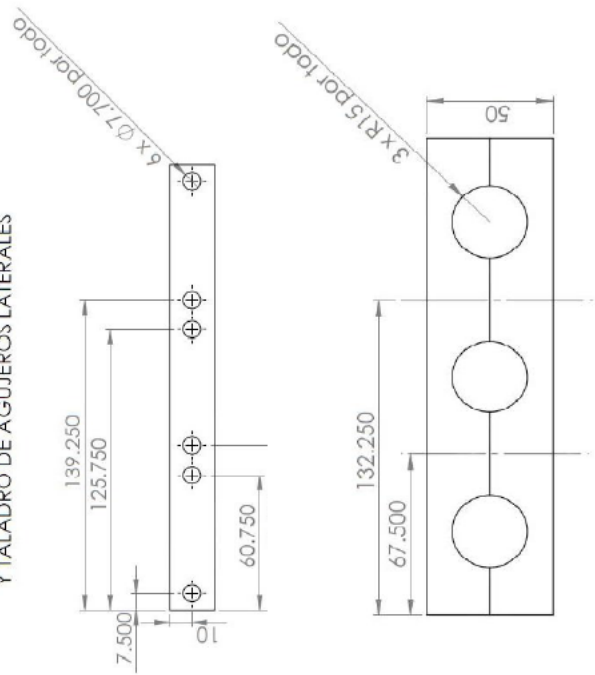
**Apéndice A. Plano cotas chumacera ensayada laboratorio**



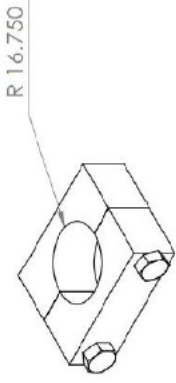
MONTAJE BIPIEZA



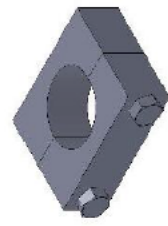
CORTE LONGITUDINAL Y TRANSVERSAL Y TALADRO DE AGUJEROS LATERALES



MANDRINADO FINAL HASTA DIAMETRO 33.5mm



PIEZA FINAL



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EMPLEAN EN MM CON UN DECIMAL DECIMAL TOLERANCIAS ANGULAR		ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIA ESCALA		REGION	
DIBUJ.	NOMBRE	FRMA	FECHA						
VERIF.	JULIO CARRERO-BLANCO								
APROB.									
FABR.									
CAUD.									
TITULO: CHUMACERA BI-PIEZA MANDRINADA								N° DE DIBUJO A3	



**apéndice B. Desarrollo de la ecuación de presión de los pernos**

Se derivaron los esfuerzos de contacto y de fricción obtenidos según (expresión 4.1) del trabajo [1], considerando que el tornillo a enroscarse en la pared interior de un tubo cuando el tubo se deforma por las cargas, la distribución de esfuerzos de contacto y de fricción en la pared interior del tubo y en el tornillo se muestra en la Figura B.1.

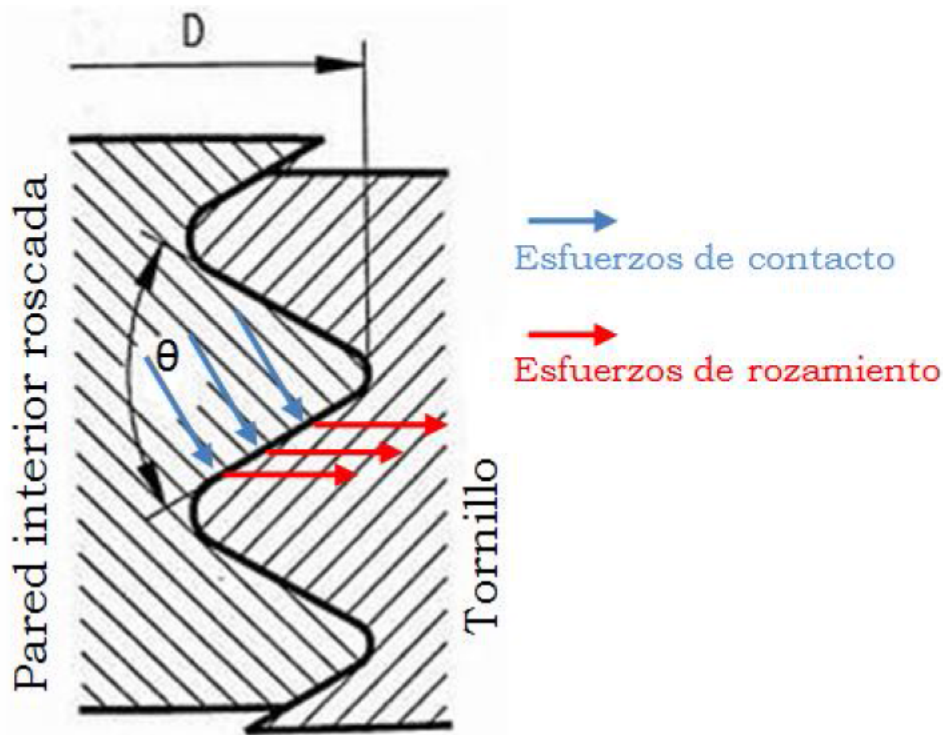


Figura B.1. Distribución de los esfuerzos de contacto y de fricción en el tornillo.

• Valor

del momento torsional tangencial de contacto en la pared interior del tubo y en el tornillo, considerando y considerando el ángulo de contacto:

$$q \cdot n = \frac{M_T}{2\pi \frac{R_1^3 - R_2^3}{3} \cos \alpha} \text{ [N/m}^2\text{]} \quad (B.1)$$

Siendo;

$M_T$  : Momento Torsional

$n$  = Número de rosas

$q$ : Fuerza tangencial

$R_1$  : Radio exterior

$R_2$  : Radio interior

$$\alpha = \pi/4$$

Para obtener la anterior fórmula se han tenido en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Área de la rosca: Se considera que el área, en el que actúa la fuerza distribuida, es un área tronco de cono de ángulo  $45^\circ$ .

Todo tronco de cono con bases paralelas, queda definido por los siguientes parámetros:

- r, radio de la base menor
- R, radio de la base mayor
- h, altura
- g, generatriz, se calcula mediante la siguiente expresión:

$$g^2 = (R - r)^2 + h^2 \quad (B.2)$$

2. Momento torsor en la rosca

Para calcular el momento torsor en una rosca, se ha tenido en cuenta el momento torsor sobre un anillo circular. En general el Momento se calcula como:

$$M = Frza \cdot distancia \quad (B.3)$$

En este caso la Fuerza distribuida actúa sobre el área de la rosca, se define como:

$$Fza = Fza_{distribuida} \cdot \text{Área} \quad (B.4)$$

El área real en el que actúa la fuerza distribuida, como se menciono anteriormente, es un tronco de cono, el área de un anillo circular y un tronco de cono, están relacionadas por la siguiente expresión:

$$\text{Área} = \text{Área tronco de cono} = \text{Área anillo circular} \frac{1}{\cos \alpha} \quad (B.5)$$

El anillo circular es la proyección del área del tronco de cono. Se toma un elemento diferencial de un anillo circular, como muestra la Figura B.2:

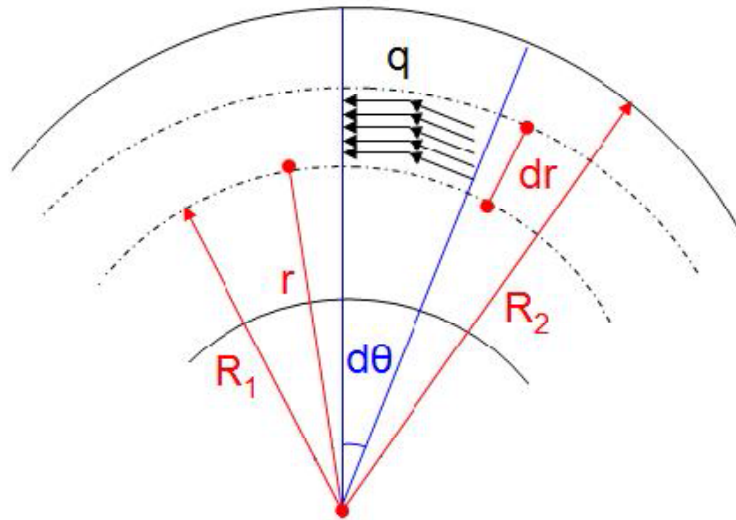


Figura B.2. Elemento diferencial de un anillo circular.

Tal y como queda demostrado en la Figura B.2, el cálculo para el Momento torsor es:

$$M = \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} q \cdot r d\vartheta \cdot dr \frac{1}{\cos \alpha} \cdot r \quad (B.6)$$

Siendo:

$q = Fz_{distribuida}$

$r d\vartheta dr = \text{Área del anillo circular.}$

$\frac{1}{\cos \alpha}$  = término utilizado para proyectar el área del tronco de cono sobre el anillo circular.

$r$  = distancia al eje z, eje desde el cuál obtenemos el momento torsor.

El desarrollo de la expresión anterior es:

$$M = \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} q \cdot r d\vartheta \cdot dr \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha} 2\pi q \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr = \frac{1}{\cos \alpha} 2\pi q \frac{R_2^3 - R_1^3}{3} \quad (B.7)$$

El momento calculado es el correspondiente a una rosca del modelo, para el conjunto total de roscas, el momento es:

$$M_T = M \cdot n = \frac{1}{\cos \alpha} 2\pi q n \frac{R_2^3 - R_1^3}{3} \quad (B.8)$$

Donde, como se mencionó anteriormente,  $n$ , es el número total de roscas.

De la expresión anterior, se puede obtener la fuerza distribuida que hay que aplicar al modelo (B.1).

No se tienen en cuenta, los esfuerzos tangenciales que aparecerían en la base inferior del tornillo, en el contacto entre la cabeza del tornillo y uno de los elementos a unir, como se observa en la Figura 4.16, para simplificar el modelo.

## Apéndice C. Secuencia de operaciones para la fabricación de chumaceras o componentes bi-piezas. Descripción Máquina-herramienta

### C.1 Secuencia de operaciones para la fabricación de chumaceras o componentes bi-piezas

OPERACIÓN 1: Taladro interior de agujeros

HERRAMIENTA: Brocas de diámetro  $\phi 12\text{mm}$  y  $\phi 20\text{mm}$

DESCRIPCIÓN: Operaciones de taladrado con diferentes brocas hasta dejar un agujero de  $\phi 20\text{mm}$ .



Figura C.1. Operaciones de taladrado con diferentes brocas.



Figura C.2. Taladrado y roscado de agujeros.

OPERACIÓN 2: Taladrado y roscado de agujeros transversales, corte de las piezas.

### Montaje de chumaceras o componentes bi-piezas

DESCRIPCIÓN: Taladrado de agujeros transversales con brocas de  $\phi 3\text{mm}$  y  $\phi 5\text{mm}$ . Roscado de agujeros para atornillar (sujetar) las chumaceras o componentes bi-pieza o utilizando machos y bandeador. Corte de las piezas mediante sierra eléctrica y montaje de los componentes bi-pieza mediante llave dinamométrica con pares de apriete de 2, 5 y 12 Nm.



Figura C.3. Mandrinado de agujeros interiores en las chumaceras.

OPERACIÓN 3: Mandrinado de agujeros interiores en las chumaceras o componentes bi-pieza.

HERRAMIENTA: VBMT-110304-PF triangular. Ángulo de posición:  $90^\circ$

DESCRIPCIÓN: Mandrinado interior de las chumaceras o componente bi-piezas realizando desbastes y un acabado final hasta conseguir un agujero de  $\phi 33\text{mm}$ .

Desbaste registrado

$f_n = 0,05\text{mm/rev}$

$V_c = 105\text{ m/min}$

$a_p = 0,5\text{mm}$

Acabado registrado

$f_n = 0,05\text{mm/rev}$

$V_c = 105\text{ m/min}$

$a_p = 0,3\text{mm}$





Figura C.4. Mandrinado de agujeros interiores en las chumaceras.

## C.2 Máquina-herramienta

### C.2.1. Descripción máquina-herramienta

Para realizar las operaciones de mandrinado se ha utilizado una máquina fresadora-mandrinadora SORALUCE de eje móvil, bancada fija y que dispone de un control de contorno CNC (SINUMERIK 820M) dotado de microprocesador para máquinas herramientas compactas (ver Figura C.5).



Figura C.5. Máquina de mandrinar.

A continuación se describirá el modo de operación de la máquina mediante el control de contorno SINUMERIK 820M (ver Figura C.6) desde el cual se controla la máquina.

La máquina SINUMERIK 820M se utiliza para el control de taladradoras y fresadoras/mandrinadoras. La programación se puede realizar con diálogo con el operador o manualmente.



Figura C.6. Control de contorneado SINUMERIK 820M.

- Manejo:
    - Pulsadores de menú para la selección de diversas funciones.
    - Pantalla gráfica de 12 pulgadas.
    - Teclado de signos/numérico y teclas de funciones.
  
  - Las visualizaciones de pantalla facilitan informaciones en texto sobre:
    - Clases de servicios del CN.
    - Valores prescritos/reales.
    - Alarmas del CN y del PLC.
  
  - Las figuras gráficas apoyan al programador al introducir programas en la máquina.
  - Para una programación más rápida de elementos de contorno complejos.
  - Los programas introducidos se pueden simular de forma gráfica.
  - SINUMERIK 820M puede procesar hasta 9999 programas principales y otros tantos subprogramas. En la memoria pueden estar memorizados simultáneamente 200 programas principales y subprogramas.
  - Usando la función "CARGA POR BLOQUES" es posible ejecutar programas de mecanizado de gran extensión.
- Además, para operar el control junto con la máquina se dispone de un panel SIEMENS de mando de máquina, el cual está equipado con los siguientes elementos para el trabajo conjunto del control y la máquina:
- Pulsador parada de emergencia.
  - Interruptor selector de clases de servicios.
  - Interruptor de corrección del avance/desplazamiento rápido.
  - Interruptor de corrección de la velocidad de giro del cabezal.
  - Conmutador secuencia a secuencia.

- Interruptor llave.
- Tecla RESET.
- Tecla conexión del CN.
- Teclas para marcha CN/parada CN.
- Teclas para marcha avance/parada avance.
- Teclas para marcha cabezal/parada cabezal.
- Interruptor selector para EJES.
- Teclas de dirección/superposición del rápido.

#### C.2.2. Montaje de cabezal y herramienta de mandrinado

A continuación se describe el procedimiento del montaje de la herramienta de mandrinar con la que se va a realizar las operaciones de corte.

Nótese que la barra portacuchilla posee tres caras planas, dos de ellas tienen que estar enfrentadas, de tal forma que este debe de estar ajustado al centro del agujero guía de la herramienta.

Una vez colocada la barra portacuchilla en su posición adecuada se realiza el apriete con el cabezal de mandrinar, y se coloca la cuchilla con la que se realizará el corte en la operación de mandrinado. El apriete de la cuchilla (también denominada plaquita) es recomendable realizarlo con una llave dinamométrica para controlar el mismo.

Dado que la herramienta no se puede colocar directamente en la máquina donde se van a realizar las operaciones de mandrinado, es necesario acoplar la herramienta en un portaherramientas. Una vez preparada la herramienta se procederá al montaje de la misma en la máquina, en donde se va a realizar las operaciones de mandrinado, usando el panel auxiliar de operación de la máquina. Para colocar la herramienta se debe colocar en la posición adecuada siguiendo las guías de la propia máquina.

En la Figura C.7, se recoge de forma gráfica este procedimiento en diferentes fotografías secuenciales.



Figura C.7. Proceso de montaje de la herramienta de mandrinar.

Para la medición del par de fuerzas en las operaciones de mandrinado se ha utilizado un sistema dinamométrico triaxial dotado de un dinamómetro, y un amplificador ambos de la casa Kistler. Para el registro de datos, se usa una tarjeta de adquisición de datos de National Instrument (NIUSB 6008) y un PC que tenga instalado el software MS Excel mediante el cual, a través de la programación en Visual Basic para Aplicaciones, se consigue el almacenamiento de datos para su tratamiento posterior.

Además, los equipos de medición metrológica que se han utilizado el ensayo experimental de este trabajo, han sido un rugosímetro, un medidor de formas compacto, y proyector de perfiles. Tanto el sistema de medición de esfuerzos, como los dispositivos de metrología que se describen en este capítulo se encuentran en el Taller y en el Laboratorio de Metrología del Departamento de Ingeniería de Materiales y Fabricación de la Universidad Politécnica de Cartagena, respectivamente.



Figura C.8. Cabezal de mandrinar utilizado en todas las operaciones de mandrinado.



## Apéndice D. Medición de esfuerzos y metrología

### D.1 Equipos de medición de esfuerzo

#### -Dinamómetro

El dinamómetro se compone de un sensor de par que está equipado con una alta precarga entre una placa base y una placa superior (ver Figura D.1).



Figura D.1. Dinamómetro medidor de par.

El sensor contiene un conjunto sensible al cizallamiento de discos de cuarzo. La disposición de los discos es realizada de una manera determinada para producir una carga eléctrica que es proporcional al par que actúa ( $Mz$ ) alrededor del eje del dinamómetro. La carga se lleva a través de un electrodo al conector TNC. Como ejemplos de aplicación tenemos los siguientes:

- Llaves de par de pruebas.
- Pruebas de muelles (torsión).
- Mediciones de cojinetes de empuje pequeños, embragues de fricción, etc.
- La medición de par de arranque en la potencia fraccionada de motores paso a paso.
- Medidas ergonómicas.

Además de una medición de par, el dinamómetro incluye en el sistema un amplificador de carga, que convierte la señal de carga del dinamómetro en una tensión de salida. El amplificador de carga Kistler es de 10V. Como accesorios presenta, entre otros, la conexión de cable tipo 1609B.

#### -Amplificador 5015A

Este instrumento se puede utilizar siempre para magnitudes mecánicas, las cuáles se miden con sensores piezoeléctricos. Dichos sensores producen una carga eléctrica que varía en proporción directa a

la carga que actúa sobre el sensor. El amplificador (ver Figura D.2) presenta las siguientes características:



Figura D.2. Amplificador 5015A.

- Amplificador de carga de un solo canal.
- Entrada Piezotron (opcional).
- Medición de salto compensado.
- Pantalla de cristal líquido (128 x 128 pixels).
- Operación por menú.
- Evaluación de la señal directa.
- Ajuste flexible de filtros de paso alto y de paso bajo.
- Compatible con amplificador de carga tipo 5011B.
- PC-Software y controladores de instrumentos virtuales de LabView.

El amplificador tipo 5015A no es solo un amplificador de carga, sino un medidor universal de carga con una pantalla gráfica de cristal líquida. Sin embargo, el módulo bastidor de 19 pulgadas también es adecuado para mediciones en un entorno industrial.

Dicho amplificador puede mostrar el valor instantáneo, el valor de pico y los valores medios, así como las desviaciones de referencia. El estado de tecnología punta permite que las interferencias que naturalmente se presentan puedan ser casi eliminadas por completo. El instrumento se distingue en primer lugar por sus excelentes características técnicas y en segundo lugar por su funcionamiento simple. El amplificador 5015A se ha diseñado para su uso en investigación, desarrollo y laboratorio.

-Sistema informático y tarjeta de adquisición de datos

En esta sección se va a comentar el sistema informático, es decir, la herramienta software que disponemos para almacenar los datos y



tratarlos posteriormente, así como la tarjeta de adquisición de datos que se ha utilizado para la adquisición de las señales del sensor dinamométrico.

-Sistema informático

El programa empleado para obtener los datos del par de fuerza de corte ha sido Microsoft Excel. Microsoft Excel es una aplicación distribuida por Microsoft Office para hojas de cálculo. Este programa es desarrollado y distribuido por Microsoft, y es utilizado normalmente en tareas financieras y contables.

Excel es la hoja de cálculo más usada en el mundo y una de las ventajas que trae consigo es la posibilidad de que sus usuarios pueden automatizar sus procesos por medio de Visual Basic para Aplicaciones.

En la hoja de cálculo de Excel se puede apreciar el número de canales que presenta (ver Figura D.3), el tiempo que transcurre durante la medición (en nuestro caso 4.21 segundos), el voltaje de salida ( $\pm 10V$ ), el número de muestras por segundo y el número de muestras totales.

Adquisición Analógica			
<b>Configuración Canal</b>			
Canal	Dev1/ai0:7		
NumCanales	8		Llenar Lectura
Tiempo	20.00 seg	20000	ms
ValorMin	-10 Volt		
ValorMax	10		
MuestrasPorSegundo	10000 S/s		
NumMuestras	200000	Datos por canal	25000
<b>Configuración Adquisición</b>			
Tamaño vector	1000		
Muestras por canal	125		
nº de vectores muestra	200		
RetrasoEntreTomas	69 ms		
Tiempo de asignación	31		
Tiempo envío a rango	32		
nº de vectores	200		

Figura D.3. Hoja de cálculo Excel empleada en la obtención de datos.

Así por ejemplo si el número de muestras totales son 200000, y tenemos ocho canales, obtenemos 25000 datos por canal.

Una vez que tenemos todos estos parámetros fijados y el proceso de mandrinado se está produciendo, pulsamos "Llenar Lectura", con esto empezará a recibir las señales procedentes del sensor y éstas se irán almacenando en otra hoja del mismo libro de trabajo, en esta hoja se almacenarán una columna para cada canal y además se registra el tiempo total real que ha registrado los datos.

-Tarjeta de adquisición de datos

Los dispositivos DAQ de National Instruments ofrecen E/S de alto rendimiento, tecnologías líderes en la industria y ganancias de productividad guiada por software para su aplicación. Con las mejoras de ancho de banda recientes y las nuevas innovaciones de National Instruments, el USB se ha convertido en un bus principal de elección para aplicaciones de medición. El NI USB-6008, y USB-6009, son dispositivos de adquisición de datos de bajo costo que presentan una conectividad fácil y un factor de forma pequeño. Con plug-and-play USB, estos dispositivos son lo suficientemente simples para mediciones rápidas, pero lo suficientemente versátiles para aplicaciones de medición más complejas. El USB-6008 y USB-6009 son ideales para aplicaciones en las que un bajo costo, factor de forma pequeño y la sencillez son esenciales. Como ejemplos de su aplicación tenemos los siguientes: Registro de datos de forma rápida y fácil de datos ambientales o voltaje de registro, aplicaciones OEM como E/S para sistemas embebidos, etc. Por ello, se ha utilizado para este proyecto NI USB-6008 (ver Figura D.4) que presenta las siguientes características:

- 8 entradas analógicas (12 bits, 10 kS/s).
- Salidas analógicas (12 bits a 150 S/s), 12 E/S digitales y contador de 32 bits.
- Energizado por bus para una mayor movilidad y conectividad de señal integrada.



Figura D.4. NI USB-6008.

Además se ha estudiado la posibilidad de utilizar la plataforma Arduino como tarjeta de adquisición de datos, debido a su bajo coste, y a sus interesantes prestaciones, aunque se ha demostrado que la adquisición de datos real es bastante pobre, no más de 100 S/s lo cual está bastante bien para la mayoría de aplicaciones, por ejemplo para

registrar señales de un sensor de temperatura, humedad, etc. Sin embargo, para aplicaciones que requieran una alta velocidad de muestreo son insuficientes, a pesar de ello es una plataforma a tener en cuenta debido a que están constantemente mejorando sus productos.

## D.2 Equipos de medición de metrología

-Proyector de perfiles

El proyector de perfiles utilizado es un proyector Prazis, el mismo se puede ver en la Figura D.5.



Figura D.5. Proyector de perfiles.

Para llevar a cabo una correcta medición se deben seguir los siguientes pasos:

- Encender el proyector y poner a cero los displays de los ejes  $x$  y.
- Hay que asegurar que el plato, donde se colocan las piezas para medir, esté en un punto adecuado de tal forma que aseguremos un desplazamiento adecuado de dicho plato a medida que se va modificando la posición para la toma de datos.
- Colocar la pieza en el plato de medición y sujetarla adecuadamente, por ejemplo con plastilina, para asegurar que la pieza esté inmóvil durante la medición.
- Tomar las medidas que queramos desplazando el plato con las ruletas que incorpora para este fin, los desplazamientos se deben hacer con suavidad para no provocar golpes del plato que puedan falsear las medidas.

Con el proyector de perfiles se toman puntos en el plano ( $x$   $y$ ) para distintas posiciones de los mandrinados. En la Figura D.6 se puede ver una medición de los mandrinados.



Figura D.6. Medición de redondez con proyector de perfiles.

Con los datos recopilados se plantea la necesidad de un estudio estadístico para determinar el radio medio de las operaciones de todos los mandrinados para ello se ha estudiado un algoritmo que realice dicho cálculo. El objetivo que se persigue es determinar el centro del círculo que se puede trazar a partir de los puntos que se han tomado en el proyector de perfiles. En términos matemáticos este problema se puede formular de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } f(r, z) &= (x(i) - z(1))^2 + (y(j) - z(2))^2 - r^2 & (D.1) \\ x &\in \mathbb{R}, z \in \mathbb{R}^2 \end{aligned}$$

donde:

$x(i)$  es la componente  $i$  perteneciente al eje de abscisas.

$y(j)$  es la componente  $j$  perteneciente al eje de ordenadas.

$z(1)$  y  $z(2)$  valores estimados del centro toma un valor inicial de (0, 0).

$r$  radio de los agujeros mandrinados.

-Medidor de formas compacto

En este apartado estudiamos la redondez con un medidor de formas compacto Mitutoyo RA-120, este instrumento permite realizar un gran número de mediciones, como son cilindridad, concentricidad, etc. A diferencia del proyector de perfiles en el que determinamos la redondez de forma estadística, el medidor de formas nos da unos resultados más exactos debido a que trabaja en el orden de la micra.

El medidor de formas utilizado se muestra en la Figura D.7.

Para realizar la medición se seguirán los siguientes pasos:

1. Encender el medidor de formas.
2. Poner el aire comprimido, para ello giramos la llave del mismo.
3. Calibrar la máquina. Para ello ponemos el palpador en un extremo del plato de medición, cambiamos la posición del palpador de IN a OUT y pulsamos CENTERING.
4. Colocar la pieza que se va a medir y centrarla de tal forma que se encuentre dentro del rango de tolerancia que hayamos fijado previamente.



Figura D.7. Medidor de formas Mitutoyo RA-120.

5. Pulsar CENTERING y de esta manera se puede corregir el error que hay hasta colocar la pieza en el centro del plato utilizando los mandos Cx y Cy.
6. Cambiar de OUT a IN para realizar la medición de redondez.
7. Imprimir los resultados.

En la Figura D.8 se puede ver una medición de redondez. Con el medidor de formas compacto se ha realizado varias mediciones para un mismo agujero para tener un mejor conocimiento de la operación realizada, en este caso se ha elegido dos sectores cercanos a la entrada y salida de la herramienta durante el proceso de mandrinado y otro en

el centro de los agujeros de tal forma que tendremos 3 mediciones por cada agujero.



Figura D.8. Medición de la redondez con Mitutoyo RA-120.

Para llevar a cabo una medición adecuada se debe llevar a cabo un ajuste previo a la medición de la redondez [125].

*Centrado.*- El desplazamiento (excentricidad) entre el eje giratorio de la máquina de medición de redondez y el de la pieza resulta en distorsión de la forma medida (error de limacón) y consecuentemente produce un error en el valor calculado de redondez. Entre mayor es la excentricidad, mayor es el error de la redondez calculada. Por lo tanto, la pieza debe ser centrada (ejes hechos coincidentes) antes de la medición. Algunos medidores de redondez soportan medición exacta con una función de corrección de error de limacón. La efectividad de esta función puede ser vista en la Figura D.9.

*Nivelado.*- Cualquier inclinación del eje de la pieza con respecto al eje de rotación de la máquina de medición causará un error elíptico. El nivelado debe ser realizado de modo que estos ejes sean suficientemente paralelos. En la Figura D.10 se puede ver de forma gráfica el efecto del nivelado.

*Efecto de fijado de filtros sobre el perfil medido.*- Los valores de redondez medidos son afectados enormemente por la variación del valor del filtro cutoff. Es necesario fijar el filtro apropiadamente para la evaluación

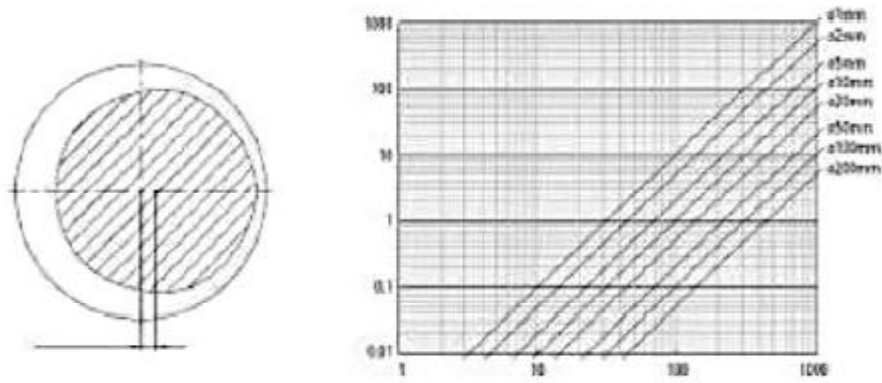


Figura D.9. Excentricidad debida al error de redondez.

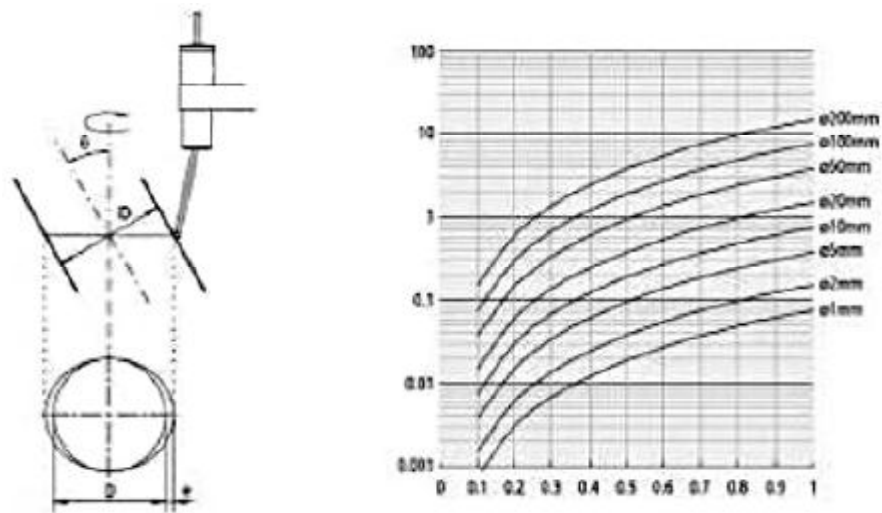


Figura D.10. Inclinación debida al error elíptico requerida.

*Evaluando el perfil medido de redondez.*- Los medidores de redondez, usan los datos de medición para generar círculos de referencia, cuyas dimensiones definen el valor de redondez. Existen cuatro métodos para generar estos círculos, como es mostrado abajo y cada método tiene características individuales, así que, el método que mejor se acopla a la función de la pieza debe ser escogido.

En la Tabla D.1 se recogen los cuatro métodos comentados anteriormente para generar los círculos.

#### -Rugosímetro

Para el estudio de la rugosidad superficial de los mandrinados se ha utilizado un rugosímetro de palpador mecánico (Hommel Wave), este instrumento sirve para la medida de la calidad superficial basado en la amplificación eléctrica de la señal generada por un palpador que

traduce las irregularidades del perfil de la sección de la pieza (ver Figura D.11).



Figura D.11. Rugosímetro Hommel Wave.

Este rugosímetro está dotado de un software, Turbo Datawin-NT 1.48, que permite la interacción directa con el proceso de medición, permitiendo calcular la rugosidad superficial.





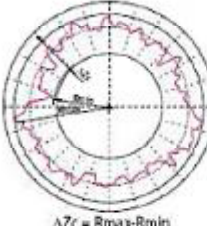
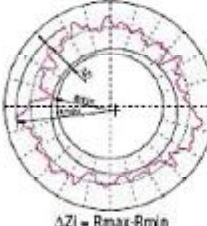
Método	Ejemplo gráfico	Explicación
Círculo de mínimos cuadrados (LSC)		<p>Un círculo es ajustado al perfil medido, de modo que la suma de los cuadrados de los alejamientos de los datos del perfil desde este círculo es un mínimo. El valor de redondez es entonces definido, como la diferencia entre los máximos alejamientos del perfil desde este círculo (pico más alto a valle más bajo).</p>
Círculo de zona mínima (MZC)		<p>Dos círculos concéntricos son posicionados para encerrar el perfil medido tal que su diferencia radial es un mínimo. El valor de redondez es entonces definido como la separación radial de estos dos círculos.</p>
Mínimo círculo circunscrito (MCC)		<p>El círculo más pequeño que puede encerrar el perfil medido es creado. El valor de redondez es entonces definido como el máximo alejamiento del perfil desde este círculo. Este círculo es referido algunas veces como el círculo del anillo patrón.</p>
Máximo círculo inscrito (MIC)		<p>El mayor círculo que puede ser encerrado por los datos del perfil es creado. El valor de redondez es entonces definido como el máximo alejamiento del perfil desde este círculo. Este círculo es referido algunas veces como el círculo del perno patrón.</p>

Tabla D.1. Métodos para generar la redondez.



## Apéndice E. Nomenclatura y expresiones usadas en operaciones de mandrinado

-Velocidad de corte  $v_c$  (m/min)

La velocidad de corte ( $v_c$ ) a un determinado número de revoluciones ( $n$ ) por minuto, es función del diámetro ( $D_c$ ). Se mide en m/min en el filo y se debe procurar mantenerla constante en todo momento, sin sobrepasar los límites determinados por el fabricante de la herramienta. La velocidad influye directamente en la vida útil de la herramienta.

$$v_c = \frac{\pi \cdot D_c \cdot n}{1000} \quad (\text{E.1})$$

-Avance  $f$  (mm/rev)

El avance ( $f$ ) es el desplazamiento lineal de la herramienta en las diferentes direcciones, expresadas como avance por minuto [mm/min] (milímetros por minuto), avance por revolución [mm/rev] o avance por diente [mm/diente]. El avance es un factor clave a la hora de determinar la calidad de la superficie mecanizada y para garantizar que la formación de viruta se encuentre dentro del ámbito de la geometría de plaquita.

$$f = n^{\circ} \text{dientes} \cdot f_z \quad (\text{E.2})$$

Siendo  $f_z$ , avance por diente, (milímetros por diente)

-Velocidad de penetración  $v_f$  (mm/min)

La velocidad de penetración ( $v_f$ ) es la velocidad de desplazamiento axial y está íntimamente relacionada con la productividad.

$$v_f = f \cdot n \quad (\text{E.3})$$

-Volumen de viruta arrancada  $Q$  (cm<sup>3</sup>/min)

El volumen de viruta arrancada ( $Q$ ) por unidad de tiempo se calcula multiplicando la profundidad de corte, el ancho del mecanizado y la distancia recorrida (alto x ancho x largo), siempre por unidad de tiempo.

$$Q = \frac{a_p \cdot a \cdot f}{1000} \quad (\text{E.4})$$

Siendo  $a$ , el ancho de la pasada.

En la Figura E.1, se muestra alguno de estos parámetros de forma gráfica, para facilitar la comprensión.

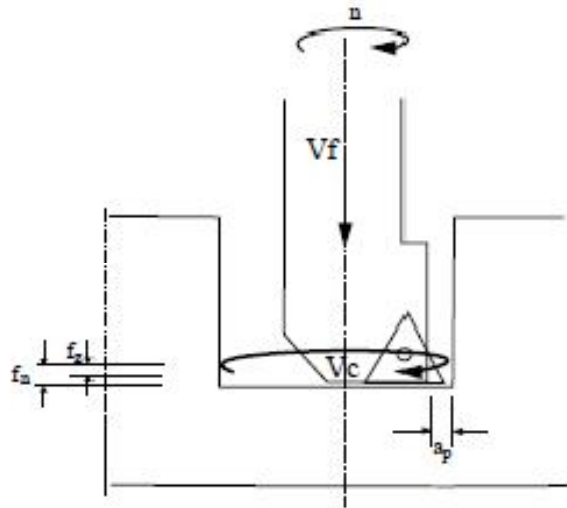


Figura E.1. Parámetros de mandrinado.

-Profundidad de corte  $a_p$  (mm)

La profundidad de corte ( $a_p$ ) es la diferencia entre el radio del agujero sin mecanizar y el radio una vez mecanizado, es decir, son los milímetros que penetra la fresa (herramienta) en la pieza durante el mecanizado.

-Ángulo de penetración o posición  $kr$  (°)

El ángulo de posición ( $kr$ ) es el ángulo entre el filo principal y la dirección del avance, y determina cómo se posiciona el filo de la herramienta respecto a la pieza, afectando directamente a la formación de viruta, la resultante del vector de fuerzas y la longitud de filo implicada en el corte.

-Fuerza de corte  $F_c$  :

La fuerza de corte es directamente proporcional a la sección de viruta indeformada con una constante de proporcionalidad denominada presión de corte ( $k_s$ ).

$$F_c = k_s \cdot A_c \quad (E.5)$$

La sección de viruta indeformada  $A_c$ , es la sección de material perpendicular a la dirección de la velocidad de corte que va a ser eliminada.

-Volumen de material eliminado por unidad de tiempo  $\dot{Z}$  ( $m^3/s$ )

$$\dot{Z} = A_c \cdot v_c \quad (E.6)$$

-Potencia requerida  $P_r$  (kW)

Potencia requerida en el proceso:

$$Pot = F_c \cdot v_c = k_s \cdot \dot{Z} \quad (E.7)$$

El cálculo de la potencia requerida en el fresado suele realizarse a partir del volumen de material eliminado por unidad de tiempo ( $\dot{Z}$ ). Éste se calcula como el producto del área perpendicular a la velocidad de avance multiplicada por dicha velocidad.

-Potencia neta  $P_c$  (kW)

La potencia neta ( $P_c$ ) es la potencia que la máquina debe poder suministrar a los filos para impulsar la acción de mecanizado. Debe tenerse en cuenta la eficiencia mecánica y eléctrica de la máquina al seleccionar los datos de corte.

$$P_c = \frac{v_c a_p f k_c}{60000} \left(1 - \frac{a_p}{D_c}\right) \quad (E.8)$$

-Par  $M_c$  (Nm)

El par ( $M_c$ ) es el valor del par de fuerzas producido por la herramienta de mandrinar durante el mecanizado y que la máquina debe poder proporcionar.

$$M_c = \frac{P_c 30000}{\pi \cdot n} \quad (E.9)$$

En la Figura E.2, se puede ver de forma gráfica el ángulo de penetración, la potencia neta y el par.

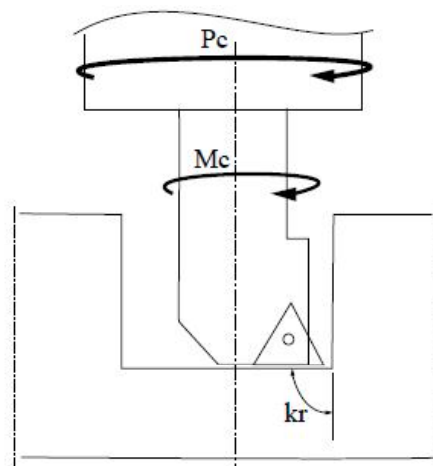


Figura E.2. Parámetros de mandrinado.

-Paso de la herramienta.

El paso de una fresa es la distancia entre dos filos consecutivos, y pueden clasificarse como fresas de paso normal, de paso reducido o de paso grande.

## Apéndice F. Reparto de cargas en sistemas hiperestáticos de sujeción de piezas (Chumaceras o componentes bi-pieza)

### F.1 Rigidez de una viga empotrada en un extremo

Si dos vigas contactan en un punto y en ese punto actúan la una contra la otra con una fuerza unidad, tal como se muestra en la Figura F.1, los desplazamientos en ambas vigas vendrán dados por la rigidez de cada una. La suma de ambos desplazamientos dará como resultado la rigidez del par de vigas.

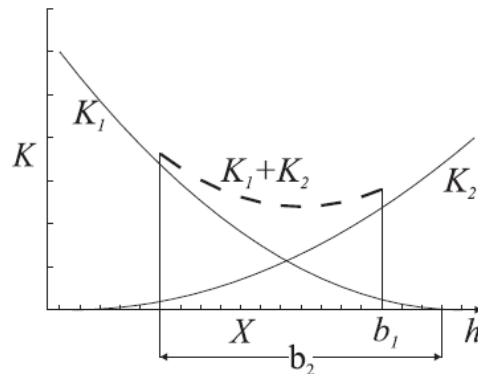


Figura F.1. Evolución de la rigidez conjunta en función de la localización del punto de contacto.

La Figura F.1, muestra cómo evoluciona la energía de deformación total para una carga unidad, cuando varía la posición del punto de contacto. Su forma coincide con la de la suma de las rigideces de ambos cuerpos cuando están en contacto en un sólo punto. La energía total de deformación será por lo tanto igual a la suma de las energías de deformación de los dos cuerpos, y se denomina habitualmente como rigidez de contacto. Esta energía será:

$$U = \frac{1}{2}(F_i \delta_1 + F_i \delta_2) = \frac{1}{2} F_i^2 (k_1(x) + k_2(h - x)) \quad (F.1)$$

Donde  $\delta_1$  y  $\delta_2$  son las flechas respectivas en los puntos de contacto.

Se define desplazamiento específico  $K_1$  de la viga en un punto  $P$  como el desplazamiento del punto  $P$  donde se aplica la carga y en la dirección de esta cuando el valor de la misma es la unidad. Si se representa gráficamente la  $K$  respecto de la distancia de  $P$  al empotramiento, se obtiene una curva creciente  $K$  como la mostrada en la Figura F.1. Al ser un material elástico y los desplazamientos pequeños, el desplazamiento en un punto será proporcional a la carga aplicada, pues se trabaja dentro del ámbito lineal.

$$\delta = F_i k(x) \quad (F.2)$$

La energía de deformación de la viga será igual al producto de la fuerza por el desplazamiento en el punto de aplicación de la carga, y dividido por dos si se supone el proceso de aplicación es cuasiestático, con lo que al sustituir la ecuación (F.2) resulta que la energía de deformación  $U$  es función cuadrática de la fuerza aplicada.

$$U = \frac{1}{2} F_i F_i k(x) \quad (F.3)$$

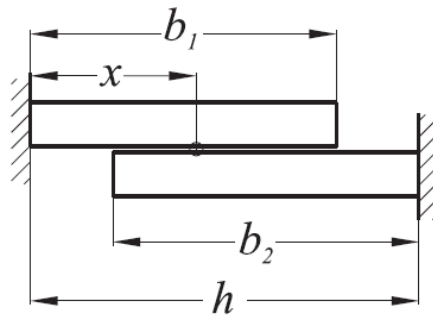


Figura F.2. Sistema de dos cuerpos elásticos con un punto en contacto.

Si dos vigas contactan en un punto y en ese punto actúan la una contra la otra con una fuerza unidad, los desplazamientos en ambas vigas vendrán dados por la rigidez de cada una. La suma de ambos desplazamientos dará como resultado la rigidez del par de vigas.

## F.2 Reparto de cargas entre dos puntos de contacto

Cuando el contacto entre los cuerpos se produce en dos puntos, la energía ya no depende únicamente de las propias rigideces de cada cuerpo. Esto es debido a que el desplazamiento de cada punto no solo depende del esfuerzo aplicado en él, sino también del valor del esfuerzo aplicado en el otro punto. Como consecuencia de la aplicación de una fuerza unidad en el punto  $x_i$ , aparece una flecha de la viga en el punto  $x$  a la que se denota  $\delta(x, x_i)$ .

En el caso de que actúen dos fuerzas sobre una viga,  $F_1$  en el punto  $x_1$  y  $F_2$  en el punto  $x_2$ , el desplazamiento total en estos dos puntos se calcula del siguiente modo:

$$\delta_{T1} = F_1 \delta(x_1, x_1) + F_2 \delta(x_1, x_2) \quad (F.4)$$

$$\delta_{T2} = F_1 \delta(x_2, x_1) + F_2 \delta(x_2, x_2) \quad (F.5)$$



Si el contacto se produce en dos puntos, se puede obtener la expresión de la energía total de deformación de la viga  $U_1$  a partir del valor conocido de los esfuerzos aplicados y de los desplazamientos o flechas anteriormente definidos:

$$2U_1 = F_1(F_1\delta_1(x_1, x_1) + F_2\delta_1(x_1, x_2)) + F_2(F_1\delta_1(x_2, x_1) + F_2\delta_1(x_2, x_2)) \quad (F.6)$$

donde el subíndice 1 de  $U_1$  y  $\delta_i$  denota el cuerpo 1.

La ecuación (F.6) se puede expresar de un modo más apropiado y claro utilizando la siguiente notación matricial:

$$2U_1 = [F_1 \ F_2] \begin{bmatrix} \delta_1(x_1, x_1) & \delta_1(x_1, x_2) \\ \delta_1(x_2, x_1) & \delta_1(x_2, x_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (F.7)$$

Al estar en contacto ambos cuerpos en dos puntos, la energía total de deformación del sistema es igual a la energía de deformación de un cuerpo más la del otro. Además deben tenerse en cuenta las siguientes consideraciones:

- Las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  deben ser iguales en cada uno de los cuerpos según el principio de acción y reacción de Newton.
- Si la ecuación de la elástica de la segunda viga  $\delta_2$ ,  $(\zeta, \zeta)$  viene expresada en coordenadas locales  $\zeta$ , es necesario cambiar al sistema de coordenadas global para expresar dicha ecuación utilizando las mismas coordenadas que  $\delta_1$ . Así se podrá operar con las dos elásticas en el mismo sistema de referencia.

Como se ha descrito anteriormente, sumando las dos expresiones de la energía de deformación de cada cuerpo, se obtiene la energía total de deformación del sistema:

$$2U = U_1 + U_2 = \frac{1}{2} [F_1 \ F_2] \begin{bmatrix} \delta_1(x_1, x_1) + \delta_2(x_1, x_1) & \delta_1(x_1, x_2) + \delta_2(x_1, x_2) \\ \delta_1(x_2, x_1) + \delta_2(x_2, x_1) & \delta_1(x_2, x_2) + \delta_2(x_2, x_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (F.8)$$

La matriz de desplazamientos se puede expresar de un modo más simplificada, quedando la siguiente expresión para la energía total de deformación:

$$U = \frac{1}{2} [F_1 \ F_2] \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (F.9)$$

### F.3 Reparto de carga entre varios puntos de contacto

Si se generaliza la ecuación (F.9) para el caso en el que intervengan  $N$  puntos de contacto, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\mathbf{U} = \frac{1}{2}[\mathbf{F}]^T[\mathbf{C}][\mathbf{F}] \quad (\text{F.10})$$

donde los componentes de la matriz  $[\mathbf{C}]$  se pueden expresar del siguiente modo:

$$c_{ij} = \sum_{h=1}^N \delta_k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \quad (\text{F.11})$$

En referencia a la matriz de desplazamientos  $[\mathbf{C}]$  es necesario realizar las siguientes observaciones:

- Según el teorema de reciprocidad de Raleigh-Betti, en el que se establece que  $c_{ij}=c_{ji}$ , se deduce que la matriz  $[\mathbf{C}]$  es simétrica.
- Si se admite que el desplazamiento de cada punto se produce únicamente a causa de la fuerza que actúa en dicho punto, la matriz  $[\mathbf{C}]$  es diagonal, por lo que no es necesario conocer la ecuación de la elástica para cada estado de carga en la elaboración de  $[\mathbf{C}]$ , sino únicamente la rigidez de cada punto.

### F.4 Métodos de minimización de la energía de deformación

Para la resolución matemática del problema planteado en la Ecuación (F.16), existen varios métodos. La función objetivo es cuadrática, lo que hace que no se puedan aplicar las técnicas de programación lineal que son las más extendidas para resolver problemas de optimización. Las rutinas típicas de programación cuadrática tienen el inconveniente de ser iterativas y laboriosas, y pueden surgir problemas de convergencia. También existe la posibilidad de linealizar el problema como hizo Vijayarangan *et al.* [40] para solucionar el contacto entre cuerpos. Uno de los métodos adoptados ha sido el de asemejar el problema al tipificado de Kuhn-Tücker mucho más general y suficientemente conocido.

#### F.4.1 Método de las condiciones de Kuhn-Tücker

El problema señalado anteriormente es equivalente al conocido como problema de Kuhn-Tücker [126], por lo tanto, sus soluciones son equivalentes y bastará con solucionar el problema de Kuhn-Tücker, de carácter más general, una vez establecidas las condiciones de necesidad y suficiencia para la equivalencia del problema. El enunciado del

problema de Kuhn-Tücker viene dado, según la versión de Reklaitis [126], por la ecuación siguiente:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar} && f(x) \\
 & \text{sujeto a } g_j(x) \geq 0 && j = 1 \dots J \\
 & h_k(x) = 0 && k = 1 \dots K \\
 & x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\} && 
 \end{aligned} \tag{F.12}$$

La equivalencia entre este enunciado y (F.16), se hace patente introduciendo en el problema de Kuhn-Tücker las siguientes sustituciones:

$$\begin{aligned}
 & x_i = f_i \\
 & f(x) = U\{f\} = \sum_{ij} f_i c_{ij} f_j \\
 & g_i(x) = f_i && J = N \\
 & h_k(x) = \sum_{i=1}^N f_i - F && K = 1
 \end{aligned} \tag{F.13}$$

Este problema, conforme a la teoría de Kuhn-Tücker, equivale a encontrar, además del vector  $x_{N \times 1}$ , los vectores  $u_{1 \times J}$ , y  $v_{1 \times K}$  que cumplen las condiciones de las expresiones (F.14) siguientes, siempre que se cumplan las condiciones de necesidad y suficiencia que a continuación se describen:

*-Condiciones de necesidad:* Considérese un problema de programación no lineal planteado en la ecuación (F.12). Dadas  $f$ ,  $g$  y  $h$  funciones diferenciables y  $x^*$  una solución factible del problema. Dada  $l=j[g_j(x^*)]=0$ . Además,  $\nabla g_i(x^*)$ , para  $j \in I$  y  $\nabla h_k(x^*)$ , para  $k = 1, \dots, K$  son linealmente independientes. Si  $x^*$  es una solución óptima del problema de programación no lineal, entonces existen  $(u^*, v^*)$ , tal que  $(x^*, u^*, v^*)$  resuelven el problema de Kuhn-Tücker dado por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 \nabla f(x) - \sum_{j=1}^J u_j \nabla g_j(x) - \sum_{k=1}^K v_k \nabla h_k(x) &= 0 \\
 u_j g_j(x) &= 0 \\
 u_j &\geq 0
 \end{aligned} \tag{F.14}$$

*-Condiciones de suficiencia:* Considerese un problema de programación no lineal definido por la ecuación (F.12). Dada una función  $f(x)$  convexa, las restricciones de las inecuaciones  $g_j(x)$  son

todas cóncavas, para  $j=1, \dots, J$ , y las restricciones de igualdad  $h_k(x)$ , para  $k=1, \dots, K$  son lineales. Si existe una solución  $(x^*, u^*, v^*)$  que satisface las condiciones de Kuhn-Tücker dadas por la ecuación (F.14), entonces  $x^*$  es una solución óptima al problema de programación no lineal.

Haciendo las sustituciones en el problema equivalente y operando las condiciones (F.14), resulta que las  $u_i$  son nulas, quedando el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 2f_i c_{ii} + \sum_{j \neq i} c_{ij} f_j - v &= \mathbf{0} \\ \sum_i f_i - F &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (\text{F.15})$$

No se ha encontrado ningún significado físico a  $v$ , siendo un simple operador para calcular la solución.

Al hacer la equivalencia de Kuhn-Tücker han aparecido las variables  $c_{ij}$  y  $v$ , aumentando el número de ecuaciones pero también igualando su número al número de incógnitas, y eliminando las inecuaciones.

Lo usual en la solución de la mayoría de los problemas de Kuhn-Tücker es que la equivalencia no salga tan sencilla lo que obliga, como en los ejemplos presentados por Reklaitis <sup>[126]</sup>, a solucionarlos por tanteo. Las condiciones de necesidad y suficiencia se verifican en este caso, como se aprecia en el Punto F.3, lo que significa que la solución única que resuelve el problema es la auténtica, es decir, que las  $f_i$  de la solución del sistema de ecuaciones (F.14) constituyen la verdadera distribución de fuerzas que resuelven el problema entre dos cuerpos en contacto.

#### F.4.2 Método de los Multiplicadores de Lagrange

Se presenta ahora una versión del problema solucionado por el método de los Multiplicadores de Lagrange. En el cálculo de la distribución de carga por este método, el sistema de ecuaciones final es idéntico al que resulta de la formulación por las condiciones de Kuhn-Tücker.

Partiendo del problema mostrado en la Ecuación (F.16) se pueden sustituir las inecuaciones de la restricción (b) introduciendo valores  $a_i$  como incógnitas, quedando el problema definido de la forma:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \sum_i \sum_j f_i c_{ij} f_j \\ & \sum f_i = F \quad (a) \\ & f_i - a_i^2 = 0 \quad (b) \end{aligned}$$

$$i = 1 \dots n \quad (F.16)$$

Donde con las  $a_i$  se han introducido  $n$  variables y  $n$  restricciones, eliminando las inecuaciones. La función a minimizar, siguiendo el método de los Multiplicadores de Lagrange, tendrá la forma:

$$U = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_i c_{ij} f_j - \lambda (\sum_{i=1}^n f_i - F) - \sum_{i=1}^n \lambda_i (f_i - a_i^2) \quad (F.17)$$

Seguendo el método, se procede a hacer estacionaria la función  $U$

$$\frac{\partial U}{\partial f_i} = 0 = 2f_i c_{ii} + \sum_{j \neq i} c_{ij} f_j - \lambda - \lambda_i \quad (F.18)$$

$$\frac{\partial U}{\partial a_i} = 0 = +2\lambda_i a_{ii} \quad (F.19)$$

$$\frac{\partial U}{\partial a_i} = 0 = -(f_i - a_i^2) \quad (F.20)$$

$$\frac{\partial U}{\partial a_i} = 0 = -(\sum f_i - F) \quad (F.21)$$

De (F.19) se deduce que todos los  $\lambda_i$  son nulos, con lo que de (F.18) y (F.21) se obtiene un sistema de  $n + 1$  ecuaciones con  $n + 1$  incógnitas, que proporcionan los valores de  $f_i$  y de  $\lambda$ . Este sistema de ecuaciones coincide con el proporcionado por las condiciones de Kuhn-Tucker, obtenido anteriormente, que de igual modo se puede representar en forma matricial pues las ecuaciones son lineales, con lo que el sistema que queda es equivalente al dado en la expresión (F.14) con sólo sustituir  $v$  por  $\lambda$ .

Habitualmente, el multiplicador de Lagrange  $\lambda$  suele tener un significado físico concreto. En este caso, no se ha encontrado, siendo un simple operador necesario para hallar la solución del problema.

Se puede percibir que los valores de las  $f_i$  proporcionados por el método de los Multiplicadores de Lagrange son todos positivos, pues antes de que una fuerza  $f_i$  fuera negativa dejaría de haber contacto. Sin embargo, matemáticamente podría ocurrir que  $a_i$  fuera un número complejo. Una demostración intuitiva de que esto no ocurre es que, para que la energía fuera mínima y la fuerza total sea constante, una fuerza negativa  $f_i$  supondría que las fuerzas positivas tendrían que aumentar, con lo que la energía del sistema total aumentaría, con lo que se incumpliría el principio de mínima energía.

De todas formas, al estar demostrado matemáticamente que las condiciones de Kuhn-Tücker se cumplen, se puede extender esta conclusión al método de los multiplicadores de Lagrange, pues los resultados son los mismos.

### F.5 Método Matricial para la determinación del reparto de carga

La ecuación (F.15) obtenida anteriormente como resultado de la aplicación bien del método de las condiciones de Kuhn-Tücker, o bien por el método de los multiplicadores de Lagrange, se puede expresar en notación matricial del siguiente modo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & \dots & 1 & 1 & 0 \\ 2c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1(n-1)} & c_{1n} & -1 & f_1 \\ c_{21} & 2c_{22} & \dots & \dots & c_{2n} & -1 & f_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{12} & \dots & \dots & 2c_{nn} & -1 & v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \dots \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (F.22)$$

donde los  $c_{ij}$  representan los coeficientes de la matriz de desplazamientos  $[C]$ ,  $f_i$  son los módulos de los vectores de carga de contacto en cada uno de los puntos en los que se ha discretizado la línea de carga,  $F$  es la fuerza total aplicada sobre el sistema formado por la pieza y los elementos de fijación, que debe ser igual a la suma de todos los  $f_i$ , y  $v$  no es más que un simple operador o multiplicador de Lagrange al que no se le ha encontrado significado físico.

La ecuación matricial (F.22) se puede escribir de forma más resumida de la siguiente manera:

$$[C^*] \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \dots \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (F.23)$$

donde el proceso de obtención de la matriz  $[C^*]$  de dimensiones de  $(n+1) \times (n+1)$  a partir de la matriz de desplazamientos  $[C]$  resulta sencillo directo, del modo como se describe a continuación:

- Añadir una primera fila con todos términos unidad excepto el último que debe ser nulo.
- Añadir una última columna con términos -1, excepto el primero que debe ser nulo.
- Multiplicar por 2 todos los términos de la diagonal principal.

De la ecuación (F.23) se puede obtener vector de fuerzas, invirtiendo la matriz de desplazamientos modificada  $[C^*]$  y multiplicando su primera columna por  $F$ . El vector formado por los  $f_i$  es único al tratarse de un sistema de ecuaciones homogéneo y la matriz diagonalizable:

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \dots \\ v \end{bmatrix} = [C^*]^{-1} \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (F.24)$$

Para llevar a cabo el proceso de cálculo del vector de carga antes mencionado será necesario obtener los coeficientes de la matriz de desplazamientos  $[C]$ . Para la obtención de los valores de la matriz de los desplazamientos  $[C]$  se puede recurrir a un método analítico como hizo Estrems *et al.* <sup>[120]</sup> con el caso de la determinación del reparto de carga entre los filetes de un tornillo de potencia. Otra alternativa es la utilización del método de los elementos finitos MEF existen dos posibilidades de resolución del problema:

- Aplicación directa del MEF, mediante la modelización de los dos cuerpos simultáneamente. Para ello se utilizarán elementos de contacto adecuados, de los que suelen disponer los distintos códigos. Sin embargo, esta opción da lugar a una formulación del problema no lineal conllevando un incremento del coste computacional.
- Otra posibilidad es utilizar el MEF para hallar la matriz de los desplazamientos de cada uno de los cuerpos por separado y sin necesidad de recurrir a elementos no lineales de contacto, al establecer las condiciones para la solución de un problema estructural. Con este fin deberán solucionarse los dos problemas correspondientes a los dos sólidos en contacto por separado. La matriz de desplazamientos del sistema  $[C]$  se obtendrá a partir de la combinación de las matrices de desplazamientos de los dos problemas resueltos (pieza superior e inferior de chumacera), y la matriz de desplazamientos modificada  $[C^*]$ , operando como se ha descrito anteriormente.

La segunda opción es más acertada por la razón de que el vector de fuerzas de contacto se obtiene de modo directo a partir de la aplicación de la ecuación (F.22), sin necesidad de recurrir a elementos no lineales de contacto. Es bien conocido que el uso de elementos de contacto no lineales puede provocar complicaciones en la convergencia y el proceso de cálculo se puede ralentizar en mayor o menor medida dependiendo

del tipo y tamaño de los elementos, lo que repercute en la obtención de una relativa precisión en los resultados. En cambio, cuando no se utilizan elementos de contacto no existen estas limitaciones, pudiéndose afinar aún más en el mallado y obtener por consiguiente una mayor precisión en los resultados. Otro aspecto a tener en cuenta es el número de iteraciones y de incrementos de carga, que siempre es necesario ajustar adecuadamente en el caso de que se trate de un problema no lineal.

En definitiva, se trata de un método sencillo y eficiente desde el punto de vista del coste computacional, y será usado en el Capítulo 4 para la resolución del problema presentado.



# Bibliografía

---

- [1] Foncubierta A. "Importancia de la alineación de ejes propulsores en buques". Infomarine: Actualidad y tecnología de la industria naval y marítima, N°. 200, págs. 71-72, 2012.
- [2] Lamb, T. (ed.), "Ship Design and Construction", Vol. II, SNAME Publ., 2004.
- [3] Valverde Martínez A., "Fundamentos y técnicas de la lubricación", Ed. Alcion Madrid, ISBN: 84-300-2271-6, 1985.
- [4] Johnson. K. L. "Contact Mechanics". Cambridge University Press. Cambridge, 1985.
- [5] Y-G. Jung, S. Wuttiphan, I.M. Peterson, y B. R. Lawn. "Damagemodes in dental layer structures". J. Dent. Res., 78(4):887-97, 1999.
- [6] H. Chai, B. R. Lawn, y S.Wuttiphan. "Fracture modes in brittle coatingswith large interlayer modulus mismatch". J. Mater. Res., 14(9):3805-17,1999.
- [7] H. Hertz. "Hertz's Miscellaneous Papers". Macmillan, Cap. 5 y 6. Londres, Reino Unido, 1896.
- [8] I. N. Sneddon. "The relation between load and penetration in the axisymmetric boussineq problem for a punch of arbitrary profile". Int. J. Engng.Sci., 3:47-57, 1965.
- [9] Lawn, B.R. "Indentation of ceramics with spheres: a century after Hertz." J. Am. Ceram. Soc. 81(8): 1977-1994, 1998.
- [10] Frank, F. C., Lawn, B. R., "On the theory of Hertzian fracture", Encyclopedia de material: Science and technologie, Pergamon: 3750-3752, 1967.
- [11] Michele Ciavarella; Paolo Decuzzi. "The state of stress induced by the plane frictionless cylindrical contact. I. The case of elastic similitary". Int. J. of Solids and Structures. Vol. 38, N°.5 pp. 4507-4523, 2001.
- [12] To, Q.D.; He, Q.-C., "On the conforming contact problem in a reinforced pin-loaded structure with a non-zero second Dundurs'constant". Int. J. of Solids and Structures. Vol. 45, pp. 3935-3950, 2008.
- [13] Belgacem, F. B., Hild, P., y Laborde, P., "Approximation of the unilateral contact problem by the mortar finite element method", Comptes Rendus de l'Academie des Sciences Series I Mathematics, 324(1), 123-127, 1997.

- [14] Belgacem, F.B., Hild, P. y Laborde, P, "Extension of the mortar finite element method to a variational inequality modeling unilateral contact." *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences* 9.02: 287-303, 1999.
- [15] Hild P., y Laborde, P. "Quadratic finite element methods for unilateral contact problems". *Applied Numerical Mathematics*, Vol.41, N°3, pp: 401-421, 2002.
- [16] Simo, J.C., Wriggers, P., y Taylor, R.L., "A perturbed Lagrangian formulation for the finite element solution of contact problems." *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 50, N°2, pp: 163-180, 1985.
- [17] Papadopoulos, P. y Taylor, R.L. "A mixed formulation for the finite element solution of contact problems." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 94, N°3, pp: 373-389, 1992.
- [18] Hager, C., Hüeber, S. y Wohlmuth, B. "A stable energy conserving approach for frictional contact problems based on quadrature formulas", *Internat J. Numer. Methods Engrg.* Vol. 73, pp: 205–225, 2008.
- [19] Gitterle, M., Popp, A., Gee, M. y Wall, W. "Finite deformation frictional Mortar contact using a semi-smooth Newton method with consistent linearization", *Internat. J. Numer. Methods Engrg.* Vol. 84, pp: 543–571, 2010.
- [20] Dickopf, T. y Krause, R., "Efficient simulation of multi-body contact problems on complex geometries: a flexible decomposition approach using constrained minimization". *Internat. J. Numer. Methods Engrg.* Vol. 77, pp: 1834–1862, 2009.
- [21] Hüeber, S. y Wohlmuth, B., "Thermomechanical contact problems on non-matching meshes", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* Vol. 198, pp: 1338–1350, 2009.
- [22] Temizer, I. "Thermomechanical contact homogenization with random rough surfaces and microscopic contact resistance", *Tribol. Int.* Vol. 44, N°2, pp: 114–124, 2011.
- [23] Sitzmann, S., Willner, K., y Wohlmuth, B.I.. "A dual Lagrange method for contact problems with regularized frictional contact conditions: Modelling micro slip". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. Vol. 285, pp: 468-487, 2015.
- [24] Albers, A., Nowicki, L., y Enkler, H. "Development of a method for the analysis of mixed friction problems". *Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 11, N°3, pp:479, 2006).
- [25] Rezaei, A., Van Paepegem, W., De Baets, P., Ost, W., y Degrieck, J. "Adaptive finite element simulation of wear evolution in radial sliding bearings". *Wear*. Vol. 296, N°1, pp:660-671, 2012.

- [26] Aguirrebeitia, J., Abasolo, M., Avilés, R., y de Bustos, I. F. "General static load-carrying capacity for the design and selection of four contact point slewing bearings: Finite element calculations and theoretical model validation". *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 55, pp:23-30, 2012.
- [27] Lostado-Lorza, R., Escribano-García, R., Fernández-Martínez, R., Illera-Cueva, M., y Mac Donald, B. J. "Combination of the Finite Element Method and Data Mining Techniques to Design and Optimize Bearings". In *International Joint Conference SOCO'14-CISIS'14-ICEUTE'14*. Springer International Publishing. Bilbao (España) pp. 165-174, 2014.
- [28] Manuel Estrems, Juan J. Hernández y Félix Faura. "Análisis numérico de geometrías de contacto entre pieza y apoyo en máquinas herramienta". *Proc. II Congreso CIMNE-CIMAT*. Guanajuato (México). Vol. 2, pp. 1141-1150, 2002.
- [29] Horacio T. Sánchez, Manuel Estrems, Juan J. Hernández y Félix Faura. "Desarrollo de un método semianalítico para el estudio del contacto entre los elementos de fijación y la pieza en procesos de mecanizado". *Rev. Int. Mét. Num. Cál. Dis. Ing.* Vol. 20, 1, 33-54, 2004.
- [30] Manuel Estrems, Félix Faura y J.I. Pedrero. "Desarrollo de un método numérico para la determinación del mapa tensional en la zona de contacto entre dos cuerpos". *Rev. Int. Mét. Num. Cál. Dis. Ing.* Vol. 16, N°4. Pp., 455-470, 2000.
- [31] Estrems M., Hernández, J. J. y Faura, F. "Análisis numérico de geometrías de contacto entre pieza y apoyo en máquinas herramienta". *Proc. II Congreso CIMNE-CIMAT*. Guanajuato (México). Vol. 2, pp. 1141-1150, 2002.
- [32] Sánchez, H. T., Estrems, M., Hernández, J. J. y Faura, F. "Desarrollo de un método semianalítico para el estudio del contacto entre los elementos de fijación y la pieza en procesos de mecanizado". *Rev. Int. Mét. Num. Cál. Dis. Ing.* Vol. 20, N° 1, pp. 33-54, 2004.
- [33] LRS. "LRS Rules", *Lloyds register of Shipping*, Pt5, Ch6, 2006.
- [34] BV. "BV Rules for the Classification of Steel Ships", *Bureau Veritas*, PtC, 2010.
- [35] DNV. "DNV Rules for Classification of Ships", *Det Norske Veritas*, Pt4, 2009.
- [36] GL. "GL Rules and Guidelines", *Germanischer Lloyd*, Pt1, 2014.
- [37] ABS. "Guidance notes on Ship Vibration", *American Bureau of Shipping*, 2006.

- [38] Motion & Control NSK Global, "Dynamic Load Rating, Fatigue Life, and Static Load Rating", [http://www.jp.nsk.com/app01/en/ctrlg/index.cgi?gr=dn&pno=nsk\\_cat\\_e728g\\_2](http://www.jp.nsk.com/app01/en/ctrlg/index.cgi?gr=dn&pno=nsk_cat_e728g_2)
- [39] GWJ Technology, TBK. "Shaft calculation with strength according to DIN 743", <http://www.eassistant.eu/en/eassistant/gear-calculation.html>
- [40] D. Vijayaraghavan, D.E. Brewster, T.G. Keith, "Effect of Out-of-Roundness on the Performance of a Diesel Engine Connecting-Rod Bearing", *Journal of Tribology*, 115, 538-543, 1993.
- [41] Liu, J. Y., T. E. Tallian, and J. I. McCool. "Dependence of bearing fatigue life on film thickness to surface roughness ratio", *ASLE TRANSACTIONS* 18.2: 144-152, 1975.
- [42] Morales-Espejel, Guillermo E. "Surface roughness effects in elastohydrodynamic lubrication: A review with contributions", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*: 1350650113513572, 2013.
- [43] L.D. Meyer, B. Weichbrodt, F.F. Ahlgren. "An Analytic Model for Ball Bearing Vibrations to Predict Vibration Response to Distributed Defects", *Journal of Mechanical Design*, 102, 205-210, 1980.
- [44] Estrems, M., Cumbicus, W., Sánchez, H. "Análisis de fuerzas de corte en operaciones de mandrinado de componentes bi-pieza", *XX Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica*, 2014.
- [45] Tiwari, P., and Kumar, V. "Analysis Of Hydrodynamic Journal Bearing: A Review", *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*, Vol. 1 Issue 7, September – 2012.
- [46] Bhushan, Bharat. "Introduction to tribology". John Wiley & Sons, 2013.
- [47] Williams J.A., "Engineering Tribology", Oxford Science Publications, ISBN:0 19 856503 8, 1994.
- [48] Greenwood, J.A., "Presentation of elastohydrodynamic film-thickness results", *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 11, pp.128-132, No. 2, 1969.
- [49] Greenwood, J.A., "An extension of the Grubin theory of elastohydrodynamic lubrication", *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 5, pp. 2195-2211, 1972.
- [50] Hooke, C.J., "The elastohydrodynamic lubrication of heavily loaded contacts", *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 19, pp. 149 – 156. No. 4, 1977.

- [51] Weber, C., and Saalfeld, K., "Schmierfilm bei Walzen mit Verformung", Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Vol. 34, pp. 54-64. No. 1/2, Jan./Feb. 1954.
- [52] Dowson, D., and Higginson, G.R., "Elastohydrodynamic Lubrication", SI Edition, Pergamon Press, Oxford, p.101, 1977.
- [53] Crespo, A. "Mecánica de Fluidos" ed. Paraninfo ETSI Industriales (UPM), Tema 18, pag 297-319, 2006.
- [54] Arango, H., Wainer, C., "Ciencia y técnica", Centro Estudiantes de Ingeniería La Línea Recta. Vol. 130, No. 652, 1961.
- [55] Woydt, M., Wäsche, R. "The history of the Stribeck curve and ball bearing steels: The role of Adolf Martens". Wear, Article in Press, 2010.
- [56] Stribeck, R., Burndy Library, "Kugellager für beliebige Belastungen". Berlin : [Buchdruckerei A.W. Schade, Berlin N.], 1901.
- [57] R Stribeck "Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager", Volumen 7 Julius Springer, 1903.
- [58] Jacobson, B. (2003). "The Stribeck memorial lecture". Tribology International, 36, 781-789, 2003.
- [59] Hamrock, B. J., Schmid, S. R., Jacobson, B. O., "Fundamentals of Fluid Film Lubrication". Volumen 169 de Mechanical engineering, Ed. 2, revisada Editor CRC Press, Cap.1, pág. 17, New York, 2004.
- [60] Horst, C., "Tribology: a systems approach to the science and technology of friction, lubrication, and wear: a systems approach to the science and technology of friction, lubrication, and wear" Volumen 1 de Tribology series, Editor Elsevier, Cap. 4, pág. 130, New York, 2009.
- [61] Chavez Martinez, F., "La tribología: ciencia y técnica para el mantenimiento". Colección La microempresa. Editorial Limusa, Noriega Editores, Cap. 4, pág. 106, México, 2002.
- [62] Schmid, S. R., "Manufactura, ingeniería y tecnología". Editor Pearson Educación, Cap. 32, pág. 882, México, 2002.
- [63] Bautista, E., Lafont, P., - Curso Básico de Tribología. ETSII-Endesa, 1985.
- [64] Stachowiak, G. W., Batchelor, A. W., & Stachowiak, G. B., "Experimental methods in tribology". ELSEVIER, Tribology series, 44. Amsterdam, 2004.
- [65] Gohar, R., & Rahnejat, H., "Fundamentals of Tribology". Imperial College Press, London, 2008.

- [66] Stachowiak G. W., Batchelor A. W. "Engineering tribology". Ed. Butterwoth Heinmann, 2005.
- [67] Calvo, N., Durany, J., Vazquez, C., "Comparación de algoritmos numéricos en problemas de lubricación hidrodinámica con cavitación en dimensiones uno". Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. Vol. 13,2, 185-209, 1997.
- [68] Millán, S., "Procedimientos de Mecanizado". Editorial Paraninfo. ISBN 84-9732-428-5. Madrid, 2006.
- [69] Torres, F., Jesús A. Royo, J., Rabanaque, G., "Análisis de vibraciones e interpretación de datos". DIDYF Universidad de Zaragoza. <http://www.guemisa.com/articul/pdf/vibraciones.pdf>
- [70] Shigley, J.E., Mischke, C.R. "Diseño en Ingeniería Mecánica". Ed.McGraw-Hill, Quinta Edición, pp: 542-591, 1990.
- [71] Jones, W.R., "Tribology: The Story of Lubrication and Wear". NASA Technical Memorandum. 101430, 1985.
- [72] Faraón, I. C., "Mixed Lubricated Line Contacts". Ph.D. Thesis. University of Twente, Enschede, The Netherlands, 2005.
- [73] Riba, C., "Selección de materiales en el diseño de máquinas" Universitat Politècnica de Catalunya. Iniciativa Digital Politècnica, 2010.
- [74] Pinkus, O., Sternlicht, B., "Theory of Hydrodynamic Lubrication". McGraw Hill Book Company, 1961.
- [75] Viñolas, J., Egaña, J. M., Carrera, X., "Elementos de máquinas. Teoría." Tecnun. Campus tecnológico Universidad de Navarra, 2002.
- [76] Bhushan, B., "Introduction to Tribology". Jhon Wiley & Sons. New York, 2002.
- [77] Ronen, A., Etsion, I., Kligerman, Y. "Friction-reducing surface-texturing in reciprocating automotive components". Tribology Transactions Vol 44, 3, pp 359-366, 2001.
- [78] Bair, S., "High Pressure Rheology for Quantitative Elastohydrodynamics". Tribology and interface engineering series, No 54, Amsterdam, 2007.
- [79] Potter, H., "Mecánica de los Fluidos", McGraw Hill, 2002.
- [80] Crespo, A., "Mecánica de Fluidos" ETSII, UPM. Ed. Paraninfo. Madrid, 3ª reimpresión 2011.
- [81] Brito, J. E., "Mecánica de fluidos". Ed. Pearson Educación, Cap., 2, pág. 26, México, 2006.

- [82] Smith, J. C., "Operaciones básicas de ingeniería química", Volumen 1, Ed. Reverte, pág. 26, Sevilla, 1981.
- [83] D. Tabor. The Hardness of Metals. Oxford University Press, Londres, Reino Unido, 1a edición, 1951.
- [84] Lawn, B. R., "Indentation of ceramics with spheres: A century after hertz". J. Am. Ceram. Soc., 81(8):1977-94, 1998.
- [85] Lawn, B. R., y Wilshaw, R., "Indentation fracture: Principles and applications" (Review). J. Mater. Sci., 10(6):1049-1081, 1975.
- [86] Sneddon, I. N., Fourier Transforms. McGraw-Hill, Cap. 9 y 10. 1ª Ed., Nueva York, EEUU, 1951.
- [87] Rojas, A. A., Hernández, J. L., "Modelo elástico para indentar alambre mediante indentadores cilíndricos". Información Tecnológica, Vol.12, N°4, pag.133-143, 2001.
- [88] Durany, J., Gracia, G., Vázquez, C., "Solución numérica de problemas de contacto rodante esférico en lubricación elastohidrodinámica". Información Tecnológica, Vol.9, N°1, pag.159-165, 1998.
- [89] Hertz, H., "Über die berührung fester elastischer körper (sobre el contacto de los sólidos elásticos). J. reine und angewandte Mathematik, (92):156-171, 1881.
- [90] Hertz, H., "Verhandlungen des vereins zur beförderung des gewerbe fleisses". J. Reine, 1882.
- [91] Venner C.H., Lubrecht A. A., "Multilevel methods in lubrication". Elsevier. Tribology series, 37, 2000.
- [92] Paul De Garmo, E., Temple Black, J., Kohser, R., "Torneado y mandrinado, en Materiales y procesos de fabricación". Reverte, 1988.
- [93] SANDVIK Coromant <http://www.sandvik.coromant.com>. 2013-2014.
- [94] Serrano, J., Romero, F., Bruscas, G., Vilar. C., "Tecnología mecánica: procesos de conformado con arranque de viruta y soldadura de metales". Publicaciones de la Universidad Jaime I; materials nº 234, 2005.
- [95] Lasheras, J., "Tecnología mecánica y metrología". Octavio y Félez, S.A. Zaragoza, 1996.
- [96] Mateos Palacio, B., Moro Piñeiro, M., Tecnología mecánica y metrología, Universidad de Oviedo, Oviedo, 2000.
- [97] Moro Piñeiro, M., "Metrología: Introducción, conceptos e instrumentos". Universidad de Oviedo, Oviedo, 2000.

- [98] Mitutoyo America Corporation. Illinois, EEUU, 2015. [www.mitutoyo.com/pdf/E4329\\_QuickGuide.pdf](http://www.mitutoyo.com/pdf/E4329_QuickGuide.pdf).
- [99] Muralikrishnan, B., Raja J., "Computational Surface and Roundness Metrology". Springer Science & Business Media, 2008.
- [100] Arranz Merino, F., Rodríguez Montes J., "Ingeniería de fabricación: mecanizado por arranque de viruta". Editorial Visión Libros, Madrid, 2005.
- [101] Estrems, M., "Apuntes de tecnología de fabricación". UPCT, 2003.
- [102] LSTC (Livermore Software Technology Corporation). LS-DYNA (2011). <http://www.lstc.com/>
- [103] Castagnetti, D., Dragoni, E., "Optimal aspect ratio of interference fits for maximum load transfer capacity", J. Strain Analysis, 2(40), 177-184, Mannheim, Germany, 2005.
- [104] GWJ Technology, TBK - Technical Calculations for Design and Development. <http://www.tbksoft.com/en/download/manual.html>
- [105] Zaretsky E., "ISO 281:2007 Bearing-Life standard- and the answer is?, In search of a fatigue limit: A critique of ISO Standard 281:2007". Tribology and Lubrication Technology. 35-43, 2010.
- [106] Brandao J. F., "Gear micropitting prediction using the Dang Van high-cycle fatigue criterion". Tesis Doctoral, Facultad de Ingeniería de la Universidad de Oporto, 2007.
- [107] Conrado E., Foletti S., Gorla C., Papadopoulos I.V., "Use of multiaxial fatigue criteria and shakedown theorems in thermo-elastic rolling-sliding contact problems". Wear 270, 344-354, 2011.
- [108] Ciavarella M., Monno F., "A comparison of multiaxial fatigue criteria as applied to rolling contact fatigue". Tribology International 43, 2139-2144, 2010.
- [109] Hasegawa, T. y Torii, T. "An automatic quadrature for Cauchy Principal Values Integrals". Mathematics of Computation. Vol. 56. N°56. N° 194. pp. 741-754, 1991.
- [110] Sánchez, H. T. "Desarrollo e integración de métodos de análisis de sistemas de sujeción en Máquinas-Herramienta". Tesis doctoral Cap.4 pp. 91-118, 2003.
- [111] Sneddon, I. N., "The relation between load and penetration in the axisymmetric boussineq problem for a punch of arbitrary profile". Int. J. Engng. Sci., 3:47-57, 1965.



- [112] Boussinesq, J., "Application Des Potentiels Á L'Etude De L'Equilibre Et DuMouvement Des Solides Élastiques". Gauthier-Villars, París, Francia, 1885.
- [113] Nieto, A.J., "Elementos de máquinas". Área de Ingeniería Mecánica. Universidad de Castilla-La Mancha, 2007.
- [114] Marín García, J., "Apuntes de diseño de máquinas". Editorial Club Universitario, 2008.
- [115] Carazo López, M., "Máquinas herramientas. Apuntes de taller". Cálculos tecnológicos. Universidad Politécnica de Catalunya, 2004.
- [116] Appold H., "Tecnología de los metales para profesionales técnico-mecánicas". Reverte, 1984.
- [117] Ministerio de Educación y Ciencia, "Fabricación mecánica: construcciones metálicas". Ciclos formativos. Formación profesional, 1995.
- [118] <http://inside.mines.edu/~apetrell/ENME442/Documents/SOLID186.pdf> © 2015 Colorado School of Mines.
- [119] Pérez González, M., PFC "Análisis tensodeformacional de un tornillo. Departamento de mecánica de medios continuos y teoría de estructuras". Universidad Carlos III de Madrid, Madrid 2010.
- [120] Estrems, M., Faura, F., y Pedrero, J.I., "Método para determinación de la distribución de carga entre dos cuerpos con varios puntos de contacto". Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Vol. 17, Nº 4, pp. 387-401, 2001.
- [121] Sánchez, H.T., Estrems, M., Faura, F., "Reparto de cargas en los puntos de localización en sujeción de piezas prismáticas en procesos de mecanizado". Revista: Anales de ingeniería mecánica, 14(3): 1726-1729, 6 Ref, 2003.
- [122] Zienkiewicz, O. C., and Taylor, R.L., "El Método de los Elementos Finitos". Volumen 1: Formulación Básica y Problemas Lineales, McGraw-Hill, Madrid, 1994.
- [123] Conry, T.F., Seireg, A., "A mathematical programming method for desing of elastic bodies in contact", Transactions of ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 38, Nº 2, pp. 387-392, 1971.
- [124] Menassa, R.J., DeVries, W.R., "Optimization methods applied to selecting support positions in fixture desing", Transactions of ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 113, Nº 4, pp. 412-418, 1991.

- [125] Mitutoyo Corporation. "User's Manual". Roundness/Cylindricity Measuring System, 2007.
- [126] Reklaitis, G.V., Ravindran, A. and Ragsdell, K.M., "Engineering Optimization. Methods and applications", John Willey & Sons, New York, 1983.

# Biografía del Autor

---

Julio Carrero-Blanco Martínez-Hombre nace en Cádiz en 1977, cursa los estudios de Ingeniería Técnica Naval en la Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Naval de Cartagena. A su término, se fue a Ferrol para continuar con el segundo ciclo de 3 cursos en la Escuela Politécnica Superior de Universidad de La Coruña. Empieza a trabajar durante su último curso en el astillero de construcciones militares de IZAR Ferrol (actual Navantia), en su oficina técnica como Coordinador de Proyectos, principalmente en el programa del Buque de Proyección Estratégica para la Armada Española "Juan Carlos I" (Portaerones), y en el programa de las Fragatas para la Armada Noruega (F310). De ahí, pasó a Navantia Cartagena inicialmente como Ingeniero de Producción, en el programa submarinos S80 para la Armada Española. Debido al cambio de ciudad, cambió el expediente académico y obtuvo el título de Ingeniero Naval y Oceánico en la Universidad Politécnica de Cartagena. Durante su estancia en el astillero de Cartagena, fue reclamado desde el departamento de pruebas, para trabajar como Ingeniero de Pruebas del Submarino "Tun Razak" de la Malaysian Navy. A la entrega del submarino a dicha Armada, pasó a trabajar como Ingeniero de Garantía inicialmente para un buque tipo Ro-Ro, construido para Acciona Trasmediterránea, y posteriormente para el Buque de Aprovisionamiento de Combate para la Armada Española en el Astillero de Navantia Puerto Real (Cádiz). Finalmente, trabajó en el Centro Tecnológico Naval y del Mar del Parque Tecnológico de Fuente Álamo (Murcia), como Responsable de Proyectos de I+D, entre los que destacan, "Función de Transferencia: Herramienta para predecir la firma acústica de los buques basada en modelos teóricos, basados en Vibroacústica (FEM y BEM), de propagación y modelización de fuentes", "Desarrollo de boyas móviles y otros dispositivos para la observación Oceanográfica", "ROV limpieza de cascos: Un prototipo de ROV (Remote Operated Vehicle) Low Cost, que efectúa las labores de limpieza de los cascos de embarcaciones deportivas, sin necesidad de vararlas", y "Sistema de Mecanizado Automático para pasos de casco: Diseño de un dispositivo automatizado para mecanizar pasos de casco con espesores de plancha (curvada) elevados y con tolerancias en el ajuste de micras para aceros especiales". Además, realizó las funciones como Coordinador del Grupo de Trabajo de Robótica de la Plataforma Marítima Española (PTME), y fue Miembro del Grupo de Liderazgo del

Centro (Filosofía LEAN), para la toma de decisiones sobre las estrategias a seguir del centro.

El autor lleva varios años realizando trabajos de investigación dentro de la línea en la que está relacionada la Tesis Doctoral propuesta en este Plan de Investigación, desde que el doctorando obtuvo la "Suficiencia Investigadora" en 2009, bajo la dirección de los Dres. D. Manuel Estrems Amestoy y D. Horacio Sánchez Reinoso, compaginándolos con el desarrollo profesional como Ingeniero Naval en otros ámbitos no relacionados con el presente trabajo. Durante el período anterior regulado bajo el R.D. 778, el Doctorado ha seguido el plan de trabajo que ha continuado hasta la actualidad donde el programa de doctorado se encuentra regulado por el R.D. 99. El plan de trabajo seguido hasta la fecha actual ha sido el siguiente:

Trabajos realizados desde 2009 hasta 2015:

- Terminación de los trabajos de doctorado.
- Iniciación del Doctorando en las herramientas informáticas, y modelos matemáticos necesarios, para llevar a cabo los trabajos de la Tesis Doctoral.
- Realización del estado del arte de la Tesis.
- Estudio, desarrollo e implementación, del método semianalítico basado en las normas de la cuadratura de los principales valores de Cauchy, y el método de la secante, obteniendo el valor del semiancho de contacto entre eje y chumacera, y la distribución de presiones que satisface la condición de carga total, y las restricciones geométricas.
- Redacción, envío y aceptación del trabajo de investigación a la Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, titulado: "Método semianalítico para mecánica del contacto entre eje y chumacera de un vehículo sumergible". Actualmente en proceso de Revisión.
- Redacción y presentación por parte del autor de la ponencia titulada: "Análisis numérico del contacto entre un eje y la chumacera de un vehículo sumergible." en el X Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, CIBEM10 Septiembre 2011, Oporto, Portugal.
- Redacción del trabajo de investigación relativos al Capítulo 4 sobre el par de apriete, a una revista aún por determinar.

- Realización de los trabajos de redacción de los Capítulos de la Tesis Doctoral, relacionados con los trabajos enviados para su publicación.
- Realización de los trabajos relacionados con el desarrollo de un método, que permita calcular de una forma directa, el reparto de cargas en la línea de contacto eje-chumacera. Para ello, se ha propuesto una formulación matricial basada en condiciones de Kuhn Tücker, y los multiplicadores de Lagrange, para la minimización de la energía de deformación.
- Definición de las expresiones que determinen las tensiones producidas por el arrastre de lubricante mediante el giro del eje, cuando este no sea concéntrico axialmente con la chumacera, y bajo condiciones hidrodinámicas del lubricante.
- Diseño y desarrollo de los experimentos necesarios, para validar los valores teóricos obtenidos mediante el método de reparto de cargas, y minimización de la energía, estimando el valor de la tolerancia geométrica de redondez, y la calidad superficial obtenida en la cavidad de la chumacera.
- Terminación de los trabajos relacionados con el desarrollo de un método que permita calcular de una forma directa el reparto de cargas en la línea de contacto eje-chumacera, las deformaciones sufridas en el perfil de la chumacera mediante el MEF, y la estimación de la tolerancia de redondez.

Desde 2014, el autor es profesor colaborador en la Universidad Católica San Antonio de Murcia (UCAM), ejerciendo la labor de tutor en los Trabajos Fin de Grado y Trabajos Fin de Máster en el Departamento de Educación.