



**industriales**  
etsii

**Escuela Técnica  
Superior  
de Ingeniería  
Industrial**

# **UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA**

**Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial**

## **MODELO BIOMECÁNICO HUMANO 3D PARA LA DETERMINACIÓN DE PARES ARTICULARES MEDIANTE DINÁMICA INVERSA**

**TRABAJO FIN DE GRADO**

**GRADO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL EN TECNOLOGIAS  
INDUSTRIALES**

**Autor: Enrique Sánchez García**  
Director: Mariano Saura Sánchez  
Codirector: Pablo Segado Cabezos



**Universidad  
Politécnica  
de Cartagena**

Cartagena, 1 de Octubre

## Agradecimientos

En primer lugar, quisiera mostrar mi agradecimiento a la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de la Universidad Politécnica de Cartagena por la oportunidad, que me ha brindado estos cuatro años de grado, de poder formarme como ingeniero y de introducirme un poco más en el apasionante mundo de las ciencias.

De nuevo mostrar mi agradecimiento a esta entidad, y en concreto al Departamento de Ingeniería Mecánica, por dejarme utilizar las instalaciones del Centro de Desarrollo e Innovación Tecnológica (CEDIT) del Parque Tecnológico de Fuente Álamo.

A la Universidad Politécnica de Ferrol, que junto a la UPCT, han sido las responsables de que pudiera utilizar las librerías necesarias para la realización de mi proyecto fin de grado

Casi más importantes que los medios y las instalaciones son las personas, y son muchas a las que tengo que dar las gracias:

A mis directores del proyecto, El Dr. Mariano Saura Sánchez y al Doctorando Pablo Segado Cabezos, que me han guiado en la elaboración de este trabajo durante todo el proceso, por su interminable ayuda y apoyo, sin los cuales hubiera sido muy difícil la realización del mismo. Ante todas las dificultades que se han presentado, siempre han estado dispuestos a dedicarme su tiempo y su conocimiento.

A mi familia, a mi padre, mi madre y mi hermano, la roca más sólida de todas, en la que siempre puedo apoyarme y con los que siempre podré contar pase lo que pase. Por sus interminables esfuerzos y sacrificios, a fin de que pudiera obtener la mejor educación y formación.

A mis amigos, mis otros hermanos, que siempre son capaces de hacerme evadir de los problemas dándome un apoyo constante, capaces de sacarme esa sonrisa por muy oculta que ésta se encuentre, por estar siempre en los buenos y en los malos momentos, proporcionándome recuerdos y vivencias inolvidables.

A todos, gracias.

# Contenido

<b>Abstract</b> .....	IV
<b>Resumen</b> .....	V
<b>Siglas</b> .....	VI
<b>Capítulo 1: Introducción</b> .....	1
1.1 Motivación .....	1
1.2 Análisis de la marcha .....	2
1.3 Alcance y Objetivos .....	5
1.4 Contenido del trabajo .....	6
<b>Capítulo 2: Estado del arte</b> .....	8
2.1 Modelos biomecánicos para el análisis de la marcha .....	10
2.2 Análisis Dinámico Inverso.....	13
2.3 Análisis Dinámico Directo.....	14
<b>Capítulo 3: Modelo dinámico del cuerpo humano</b> .....	16
3.1 Modelo biomecánico.....	16
3.1.1 Modelo tridimensional .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
3.2 Movimiento de reconstrucción .....	19
3.3 Parámetros de los segmentos del cuerpo .....	21
3.4 Sistema de Coordenadas .....	27
3.5 Formulación multicuerpo. Análisis cinemático .....	29
3.5.1 Ecuaciones de restricción .....	33
<b>Capítulo 4: Análisis Dinámico Inverso</b> .....	34
4.1 Planteamiento del problema.....	34
4.2 Configuración Experimental.....	34
<b>Capítulo 5: Resultados y Discusión</b> .....	36
<b>Capítulo 6: Conclusiones y Trabajos futuros</b> .....	37
6.1 Conclusiones .....	37
6.2 Trabajos Futuros .....	37
<b>Anexo A: Definición de vectores unitarios locales y posición de las articulaciones</b>	39
<b>Anexo B: Tratamiento de los datos de la captura de movimiento</b> .....	49
<b>Bibliografía</b> .....	51

## Abstract

In this paper, kinematic and dynamic study of human motion will be studied through multibody dynamics techniques. As part of the multibody dynamics field, a 3D model composed of 18 segments with 57 degrees of freedom will be developed. Both natural and relative mixed coordinates have been used for the multibody formulation.

In order to obtain all the necessary data for each segment of the whole human body, we will operate with the OpenSim database. It can find mass, moments of inertia and the position of center of mass of any segment. The natural coordinates of the various segments will be obtained through Blender, either local or global. However, other intermediate programs will be used, such as ParaView and MeshLab, so as to convert the OpenSim data into Blender-compatible data. Also, concerning the relative coordinates, the information of Andrés Valverde Conesa's doctoral thesis will be used, thus obtaining mixed coordinates as link and result of both of them.

Concerning the development of the three-dimensional human biomechanical model, several libraries or a set of subroutines will be used, among which we can find the programming languages Fortran and C++, subject to Microsoft Visual Studio. Our aim is developing the necessary software to establish the already mentioned model, as well as a 3D version of it.

Once the model is created, we will use Matlab to compare the reaction forces and joint pairs of the model out of the libraries and those obtained by Valverde on his forceplate. The data processing goes on with an approach to the position trajectories using B-spline curves and obtaining, through analytical derivation, the speed and acceleration values.

In the Inverse Dynamic Analysis (IDA) of human motion, the parameters of the body segments (geometrical and inertial) and kinematic data are used as input data.

## Resumen

En este trabajo se presenta el estudio cinemático y dinámico del movimiento humano por medio de técnicas de dinámica de sistemas multicuerpo. En el marco de la dinámica multicuerpo se desarrolla un modelo en 3D formado por 18 segmentos con 57 grados de libertad. La formulación multicuerpo se ha desarrollado en coordenadas mixtas (naturales y relativas).

Para obtener todos los datos necesarios de cada uno de los segmentos que formarán el cuerpo humano completo, se dispone de la base de datos OpenSim, en la que podemos encontrar la masa, los momentos de inercia, así como la localización del centro de masas de cada uno de estos segmentos. Las coordenadas naturales de los distintos segmentos se obtienen por medio de Blender, ya sean locales o globales. Sin embargo se hace uso de otros programas intermedios, como son ParaView y MeshLab para convertir los datos obtenidos de OpenSim en datos compatibles con Blender. Por otra parte, para las coordenadas relativas se utiliza la información recogida en la Tesis doctoral de Andrés Valverde Conesa, obteniendo como unión y resultado de ambas, coordenadas mixtas.

En lo referente al desarrollo del modelo biomecánico humano tridimensional, se emplean una serie de librerías o conjunto de subprogramas, entre los que se encuentran los lenguajes de programación Fortran y C++, bajo el entorno Microsoft Visual Studio, con objeto de desarrollar el software necesario para establecer el citado modelo, así como la visualización 3D del mismo.

Una vez establecido el modelo, nos servimos de Matlab para comparar las fuerzas de reacción y los pares articulares de dicho modelo, determinados con las librerías, con las fuerzas de reacción y pares articulares obtenidas por Andrés en su placa de fuerzas. El procesamiento de datos continúa con la aproximación de las trayectorias de posición utilizando curvas B-spline, obteniéndose, por derivación analítica, los valores de velocidad y aceleración.

En el análisis dinámico inverso (IDA) del movimiento humano, los parámetros de los segmentos corporales (geométricos y de inercia) y los datos cinemáticos se utilizan como datos de entrada.

## **Siglas**

BSP (body segment parameter) – Parámetros de los segmentos corporales

COM (centre of mass) – Centro de masas

DAE (differential algebraic equation) – Ecuación diferencial algebraica

DOF (degree of freedom) – Grado de libertad

EMG (electromyography) – Electromiografía

FDA (forward dynamic analysis) – Análisis dinámico directo

GCC (global center coordinates) – Centro de coordenadas globales

HAT (head, arms and trunk) – Cabeza, brazos y tronco

IDA (inverse dynamic analysis) – Análisis dinámico inverso

LCC (local center coordinates) – Centro de coordenadas locales

MBS (multibody system) – Sistema multicuerpo

ODE (ordinary differential equation) – Ecuación diferencial ordinaria

# Capítulo 1: Introducción

## 1.1 Motivación

*Solo aquellos que se arriesgan a ir  
demasiado lejos, pueden descubrir  
hasta dónde pueden llegar*

T.S Eliot (1888 - 1965)

El propósito de llevar cada vez más lejos mejoras en el ámbito de la salud requiere del trabajo de equipos multidisciplinares en los que tanto médicos como ingenieros tienen que cooperar. Es por ello que la biomecánica se está convirtiendo en una de las disciplinas más desarrolladas en los grupos de investigación del ámbito de la ingeniería mecánica. La biomecánica estudia el movimiento del cuerpo humano, y se define como la ciencia que examina las fuerzas internas y externas que actúan él.

Sabiendo esto, el objetivo principal del proyecto es desarrollar una aplicación informática que permita crear un modelo que imite la acción de un sujeto al agacharse para coger un peso. El reto del proyecto es que la aplicación mencionada puede simular el movimiento descrito, pudiéndose extrapolar a la realidad el comportamiento obtenido para su estudio, así como para la obtención de conclusiones que satisfagan un problema real. Para este propósito, es requisito previo el desarrollo de un modelo multicuerpo humano para la simulación de dicha acción. Sin embargo, antes de eso, es necesario desarrollar, probar y validar una herramienta que simula la dinámica del movimiento humano.

Llegados a este punto, es aquí donde se presentan dos vertientes de uno de los estudios biomecánicos que mayor repercusión está teniendo en la actualidad, el análisis dinámico de la locomoción humana. Ambas son: el análisis dinámico inverso y el directo. Por un lado, el análisis dinámico inverso consiste en determinar las fuerzas articulares que se producen durante el movimiento y que se necesitan aplicar a los sólidos que modelizan el cuerpo humano para que se produzca un movimiento predeterminado, teniendo en cuenta el conjunto de fuerzas conocidas que actúan sobre ellos, como son el peso y las fuerzas de contacto pie-suelo. Por otro lado, el análisis dinámico directo podría considerarse lo contrario, y es que consiste en predecir cuáles serán las características del movimiento de un sujeto, suponiendo que se encuentra sometido a un conjunto de fuerzas externas conocidas, o que pueden calcularse matemáticamente. Es por ello que ambos análisis pueden ir de la mano y utilizar los datos obtenidos en el análisis inverso para poder obtener después resultados en el análisis directo.

Así pues, son varios los paquetes comerciales existentes que se pueden ocupar de esta aplicación: Modelos de figura humana, SIMM (software para el modelo interactivo musculoesquelético), Kwon 3D, AnyBody y OpenSim, por ejemplo. Los resultados de estos programas son aceptables en el caso de la simulación de la locomoción humana, pero su utilidad se reduce cuando se estudia la función de los modelos musculares con alguna discapacidad, cuando se simulan órtesis activas que ayudan a realizar la acción determinada, o cuando se estudia el análisis de la interacción humano-órtesis. Por lo tanto, en el contexto del proyecto de investigación mencionado, es necesario crear nuestra propia herramienta para simular la dinámica de movimiento del cuerpo humano.

Teniendo en cuenta el objetivo final del proyecto, en primer lugar tenemos que obtener un modelo biomecánico realista de un sujeto sano y, en segundo lugar, esta herramienta será adaptada para simular y analizar el movimiento de los sujetos, con objeto de obtener las conclusiones necesarias para dar explicación a un determinado problema real.

Además, la oportunidad de aplicar la mecánica de conocimientos para la mejora de la atención al paciente proporciona una notable satisfacción, al considerar que el objetivo fundamental es mejorar la vida diaria de los pacientes y/o la sociedad en general.

## 1.2 Análisis del movimiento humano

El interés por entender la locomoción humana ya estaba presente en la civilización griega, aunque en aquellos tiempos los análisis únicamente estaban basados en la observación. Aristóteles, fue el primero, en el siglo I a.C, que describió, tanto las acciones de los músculos, como el proceso de la marcha en su estudio “*Motu Animalium*”. En el siglo XV, fue Da Vinci quien se interesó por esta rama de la ciencia y representó mediante grabados las fases de la marcha humana. Para ello, estudió la anatomía humana, la capacidad del hombre para generar movimiento y la relación del centro de gravedad con el mantenimiento del equilibrio. En su trabajo, también describe la mecánica del cuerpo en bipedestación durante la marcha y el salto y estudia el mecanismo de contracción muscular y de la mecánica articular.

El primer método científico de análisis biomecánico lo introdujo Borelli en 1680 en su obra “*Motu Animalium*”, cuyo título tomó prestado de Aristóteles. En ella, estudia el movimiento del ser humano y de los animales aplicando el principio de la palanca, además de describir la relación entre el sistema muscular y el esquelético. Relató la longitud y la variación de volumen que los músculos experimentan durante el movimiento, no solo en los seres humanos, sino también en los mamíferos, peces, aves e insectos. Gracias a su trabajo, actualmente es considerado el padre de la Biomecánica.

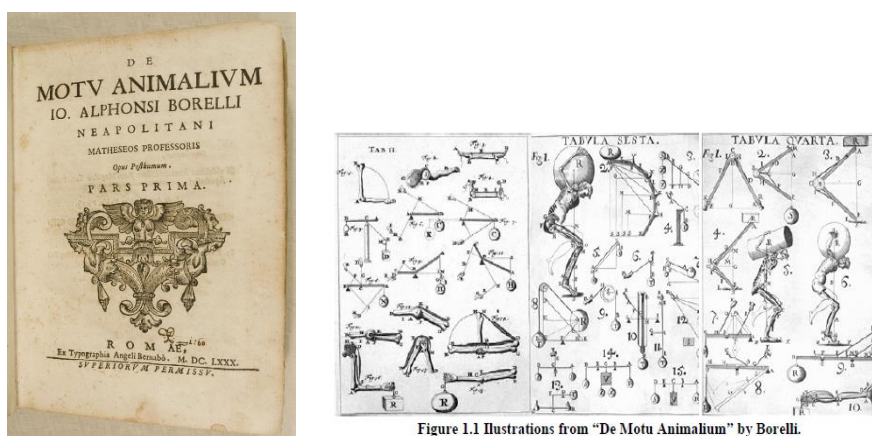


Figure 1.1 Illustrations from “*De Motu Animalium*” by Borelli.

Figura 1.1: *Motu Animalium*, Borelli

Posteriormente, en 1836, los hermanos Weber llevaron a cabo el primer análisis mecánico de la marcha humana. En su libro “*Mechanics of the Human Walking Apparatus*”, se describen las fases de la marcha humana, el movimiento del centro de



masa y se analizan algunos trastornos de dicha marcha así como alteraciones de la misma y movimientos del centro de gravedad.

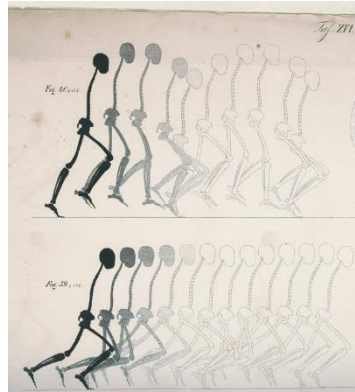


Figura 1.2: Mechanics of the Human Walking apparatus, Hermanos Weber (1836)

Con la invención de la fotografía se produjeron grandes avances en el estudio de este ámbito. Un ejemplo de ello es el caso del fotógrafo inglés Eadweard Muybridge, el cual ideó la forma de hacer rápidamente numerosas fotografías seguidas colocando varias cámaras que enfocaban un objeto en movimiento y que accionaría una tras otra, con un intervalo de tiempo determinado, sujetando al mismo tiempo todas las cuerdas de dichas cámaras. De este modo obtuvo una sucesión de fotografías secuencial que permitió observar detalles del movimiento que hasta el momento no habían podido ser apreciables [3]. Posteriormente, realizó numerosos experimentos que le permitieron tomar más de 100.000 exposiciones de personas y animales en movimiento. En “Animal Locomotion” describe las técnicas de la fotografía aplicadas al análisis de la marcha humana.

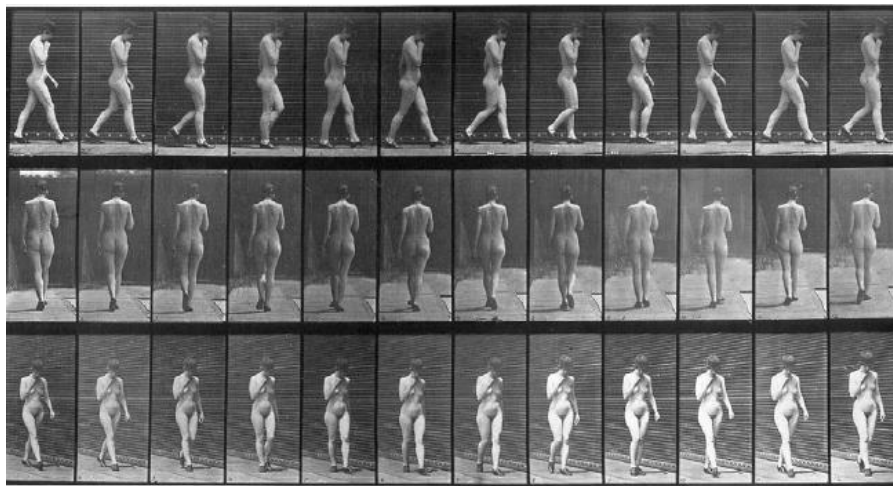


Figura 1.3: Fotografía secuencial, Muybridge

Tiempo después, un médico, fisiólogo e inventor francés llamado Marey, perfeccionó en 1882 la “escopeta fotográfica” inventada por Jules Janssen ocho años antes, para solventar la falta de precisión de Muybridge a la hora de conseguir imágenes de pájaros. Sin embargo pronto abandonó su escopeta y en ese mismo año inventó una cámara de placa fija cronomatográfica que colocó dentro de una cabina de madera, la cual corría sobre raíles. A este invento lo denominó el “ferrocarril fotográfico”, que se deslizaba paralelamente al sujeto que destacaba sobre una pantalla negra. Con esta técnica

obtuvo diagramas que reflejaban las trayectorias de la cabeza, el hombro, la rodilla y el tobillo en el plano sagital. Para realizar dicho experimento, solía vestir a las personas con trajes negros ajustados y sobre ellos marcaba unas líneas blancas para seguir mejor los movimientos de las distintas partes del cuerpo en cada fase del ciclo de la marcha. Ya en 1873, empleó un sistema para el estudio de la marcha, registrando las reacciones de apoyo y la duración del contacto pie-suelo mediante métodos neumáticos [2]. Marey empleó un zapato provisto de una cámara de aire dinamométrica unida a un cilindro con el que realizaba registros para conocer las presiones ejercidas sobre el suelo durante la marcha.

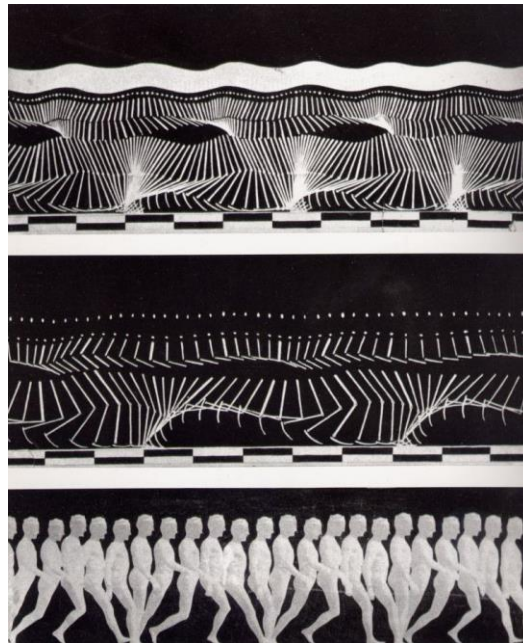


Figura 1.4: Ferrocarril fotográfico, Marey

En 1887, Beely obtuvo las presiones bajo el pie haciendo caminar al sujeto sobre una fina lámina de escayola y observando la profundidad de la huella plantar y cinco años después, diseñó una plataforma dinamométrica [3].

Históricamente entre los siglos XVIII y XIX, se tienen documentados numerosos inventos que ayudaron a crear la ilusión de movimiento por medio de imágenes ampliadas proyectadas en una pantalla. Desde las sombras chinescas, pasando por las linternas mágicas hasta el praxinoscopio de Émile Reynaud, son algunos de los hallazgos que llevaron a Dickson, utilizando el rollo de película de celuloide inventado por George Eastman en 1891, a filmar imágenes con un cinetógrafo, las cuales proyectó en un Kinetoscopio [4]. A partir de aquí Ducroquet fue el primero que aplicó esta nueva técnica cinematográfica al estudio de la marcha normal y patológica.

El final de la II Guerra Mundial supuso un impulso en el conocimiento de la locomoción humana y es que gracias a la creación de los primeros laboratorios de Biomecánica, así como al análisis del movimiento humano, se llevaron a cabo numerosos estudios que ayudaron, entre otros, a los veteranos de guerra y concretamente y dentro de este marco, a los amputados [1].

Dicho impulso en el campo de la biomecánica supuso que en ese mismo año del final de la guerra, se describieran los parámetros cinemáticos de la marcha por parte de

Eberhast e Inman, pertenecientes a la Universidad de California. Además aportaron datos sobre la rotación e inclinación de la pelvis y el tronco mediante la utilización de un equipo de cinematografía con el que grababan a los sujetos caminando de frente y de perfil [2][4].

Fue en 1966 cuando Murray, Ryker y Radcliffe precisaron aún más en la dinámica de la marcha humana. Para ello dieron con la manera de calcular los valores angulares de las distintas articulaciones del tren inferior en las distintas secuencias de la misma.

Inman recopiló en 1981 los conocimientos más recientes y novedosos sobre la marcha en ese momento en su libro: “Human Walking”.

Un año después, Duckworth abordó el análisis automático de la marcha y Stokes incorporó el uso de la informática, desarrollando un programa para llevar a cabo un análisis de la dinámica plantar y mostrar la distribución de fuerzas bajo el pie.

Así pues, podemos concluir que en este último siglo, las técnicas de análisis de la marcha han experimentado un gran avance debido a la utilización de equipos de medición más precisos y a la introducción de la simulación por ordenador. En la actualidad, los sistemas de captura de movimiento incluyen video convencional, cámaras de infrarrojos y láser o sistemas de emisión acústicos. Por lo general, los laboratorios también están equipados con placas de fuerza piezoeléctricas, que se utilizan para medir las reacciones de apoyo del pie-suelo. Por otra parte, las nuevas aplicaciones de las tecnologías de sensores (más precisos y fiables) están encontrando su camino en la biomecánica: sensores EMG para medir la activación muscular, giroscopios para medir la velocidad angular de los segmentos corporales, goniómetros para medir el desplazamiento angular de las articulaciones, los sensores para medir el progreso del paciente, monitorizando, etc [5]. Todas estas tecnologías proporcionan una gran cantidad de información que se puede utilizar para mejorar los análisis dinámicos.

### **1.3 Alcance y Objetivos**

Este trabajo estudia la dinámica del movimiento humano. El objetivo principal de este trabajo es desarrollar un modelo dinámico para el estudio de la locomoción humana en sujetos sanos mediante el uso de la información cinemática y dinámica. Un objetivo implícito es desarrollar un modelo que pueda reproducir el contacto pie-suelo para obtener las fuerzas de reacción que se obtendrían a través de una placa de fuerzas.

La metodología propuesta utiliza una formulación multicuerpo en coordenadas mixtas para describir la posición de los segmentos anatómicos y la estructura topológica del cuerpo humano. Como resultado, el análisis proporciona información cuantitativa sobre las fuerzas externas que actúan sobre la estructura del esqueleto y los pares de las articulaciones resultantes que producen los músculos involucrados a lo largo del ciclo del gesto.

El principal objetivo se logra a través de los siguientes objetivos específicos:

- Desarrollando un modelo de cuerpo humano paramétrico biomecánico tridimensional basado en técnicas de dinámica multicuerpo.
- Implementando un módulo de análisis de dinámico inverso para obtener los esfuerzos resultantes de las articulaciones y las fuerzas de contacto pie-suelo producidos por un sujeto sano durante el ciclo completo de la acción.
- Comparando dichas fuerzas de contacto con otros experimentales para la validación del modelo.

La metodología necesaria para lograr estos objetivos consiste en:

- Desarrollo de un modelo paramétrico y biomecánico del cuerpo humano basado en técnicas multicuerpo. El modelo a desarrollar es en tres dimensiones, aunque los datos proporcionados para el estudio inverso sean para un modelo plano. El programa se desarrolla utilizando las librerías específicas desarrolladas por la Universidad Politécnica de Ferrol en colaboración con la UPCT para la dinámica multicuerpo, que recogen los lenguajes de programación Fortran y C++.
- Puesta en marcha del equipo experimental que comprende un sistema óptico para la captura de movimiento, la cual es proyectada en 2D y una placa para la medición de las fuerzas de contacto pie-suelo durante el ciclo de la acción completa.
- Implementación de un módulo de análisis de dinámica inversa para calcular los esfuerzos en las articulaciones durante la acción, utilizando los datos obtenidos anteriores como entradas. Las técnicas multicuerpo se utilizan para obtener los esfuerzos motores y las fuerzas externas aplicadas al sistema multicuerpo.
- Comparación de las fuerzas de reacción entre el modelo desarrollado y los resultados obtenidos por el equipo experimental. Estos valores son comparados para validar el modelo.

## **1.4 Contenido del trabajo**

En esta sección se ofrece un breve resumen de cada capítulo del trabajo y se enumeran los artículos de revistas relacionados con ellos.

### **Capítulo 2: Estado del arte**

En este capítulo, se presenta una revisión bibliográfica de los modelos biomecánicos del cuerpo humano. Los modelos expuestos son caracterizados por el número de segmentos, tipo de articulaciones y número de actuadores con que se han desarrollado, además de la naturaleza de la investigación y de los objetivos del análisis. Centrándose en el análisis de la marcha, se citan y se comparan las obras más importantes en análisis de dinámica inversa y directa.

### **Capítulo 3: El modelado dinámico del cuerpo humano**

Este capítulo contiene una descripción completa del modelo biomecánico (3D) empleado en este trabajo.

El capítulo incluye la topología de los modelos, los parámetros antropométricos de los segmentos corporales y el proceso que se utiliza para definir la posición y la orientación de cada segmento anatómico. Se describe con precisión la formulación multicuerpo aplicada para resolver la cinemática y los problemas dinámicos, incluyendo la definición de cada ecuación de restricción.

#### **Capítulo 4: Análisis dinámico inverso**

Este capítulo se centra en el análisis dinámico inverso de la marcha humana. En particular, se describe el método utilizado para la obtención, tanto de las fuerzas de reacción, como de los pares articulares. Dichos valores, obtenidos del modelo, se comparan con los obtenidos por Matlab, que realiza las mismas operaciones y por los resultados experimentales del modelo de partida, a fin de validar el modelo propio.

El IDA llevado a cabo en este trabajo calcula los pares articulares utilizando como datos de entrada el movimiento medido del esqueleto 2D al realizar la acción de coger un peso situado a ras de suelo, y los BSP de los distintos sólidos. En este capítulo se presenta un nuevo método dinámicamente consistente para resolver el problema de la dinámica inversa, utilizando en el experimento de partida, del que se obtienen los datos, una placa de fuerzas, cuyos resultados podremos comparar a los arrojados por el modelo.

#### **Capítulo 5: Resultados y discusión**

En este capítulo, se muestran los resultados arrojados por el modelo, tales como gráficas, así como la discusión de los mismos.

#### **Capítulo 6: Conclusiones y trabajos futuros**

En este capítulo, se exponen las conclusiones obtenidas y se proponen algunos posibles trabajos futuros que seguirían en la línea de esta investigación.

#### **Anexo A: Definición de vectores unitarios locales y posición de las articulaciones**

Este anexo contiene las restricciones cinemáticas de las posiciones de las articulaciones y los vectores unitarios del modelo, utilizadas para delimitar el movimiento del mismo.

#### **Anexo B: Tratamiento de los datos de la captura de movimiento**

En este anexo se incluyen recogidos los datos de la captura de movimiento con los que se obtiene la dinámica inversa del modelo, referente al Capítulo 4, además del tratamiento que se le aplica para poder trabajar con ellos.

## Capítulo 2: Estado del arte

En diversos campos se han realizado estudios cinemáticos y dinámicos referidos al movimiento humano con una amplia variedad de objetivos. Las tres áreas más importantes a las que han afectado dichos estudios son la robótica, la animación por ordenador y la biomecánica.

El objetivo de la investigación robótica a lo largo del tiempo ha sido desarrollar una forma de interpretar inteligencia artificial. En un principio estaba pensada para sustituir al ser humano en tareas casi imposibles de realizar por él mismo, o en tareas demasiado monótonas, a la par que agotadoras, como viene siendo un proceso industrial. De este modo, la robótica ha ido evolucionando paralelamente al desarrollo humano, y hoy en día sirve de gran ayuda en el entendimiento del movimiento humano. Sin embargo la marcha humana es un movimiento inestable y el equilibrio dinámico es un tema difícil en el campo de la robótica humanoide.

En el área de la animación por ordenador, el propósito ha sido, por lo general, el de simular el movimiento estético para una figura de apariencia humana. El poder estudiar el comportamiento humano, en este caso, en cualquier tipo de entorno y bajo cualquier tipo de circunstancia ha supuesto un gran avance en la comunidad científica. Ya no solo por poder estudiar los efectos que esas circunstancias pudieran ocasionar sin tener que especular en un sujeto real, sino también por el desarrollo que ha supuesto en el ámbito de la biomédica, concretamente en el diseño y construcción de productos sanitarios y tecnologías sanitarias.

En cuanto a la biomecánica, los objetivos abordados son variados: obtener patrones en el movimiento humano, ya sea para cualquier acción, estudios de los trastornos de dicho movimiento, evaluar el control neural de la acción realizada, desarrollo y mejora de prótesis y órtesis para los miembros inferiores y superiores, mejora del rendimiento deportivo, etc.

El propósito de este capítulo es proporcionar una visión general de los estudios relacionados con el campo de la biomecánica y específicamente con la simulación dinámica de la marcha humana basada en técnicas de dinámica multicuerpo.

Los sistemas multicuerpo (MBS) pueden definirse como sistemas en los que se modelizan un conjunto de sólidos rígidos o flexibles, así como las uniones entre los mismos. Estas conexiones son modeladas por las articulaciones que limitan el movimiento relativo de los cuerpos o por medio de elementos de transmisión de fuerza, tales amortiguadores o muelles y actuadores. Por otra parte, para definir correctamente el sistema, es fundamental explicitar dichas uniones, las cuales podrán restringir o permitir el movimiento en los 6 grados de libertad (los tres ejes en el espacio y la rotación sobre los mismos). En cuanto a las fuerzas aplicadas al sistema encontramos fuerzas de contacto, fuerzas de fricción y fuerzas de impacto, fuerzas de restricción conjuntas y fuerzas gravitacionales [6].

El cuerpo humano está formado por un conjunto de huesos unidos por articulaciones que forman el esqueleto y un conjunto de tejidos blandos (carne, órganos y músculos). Si los huesos son considerados como segmentos rígidos, es posible suponer

que el cuerpo está dividido en segmentos y el movimiento entre los huesos puede ser descrito por las restricciones cinemáticas. Con este supuesto, los conceptos mecánicos clásicos nos brindan la posibilidad de estimar las variables dinámicas del movimiento.

Uno de los objetivos del análisis dinámico del movimiento humano es conocer las fuerzas y momentos que el sistema músculo-esquelético produce al realizar un movimiento. Las técnicas de dinámica multicuerpo pueden proporcionar resultados cuantitativos de un movimiento tridimensional utilizando dispositivos no invasivos y con una mínima interferencia con el movimiento del sujeto.

Dependiendo del propósito del estudio, las técnicas de dinámica multicuerpo y el modelo computacional músculo-esquelético se pueden emplear de dos formas diferentes: dinámica inversa y directa.

Las técnicas de dinámica inversa se utilizan para calcular las fuerzas de reacción en las articulaciones y los pares que el sistema músculo-esquelético produce durante la locomoción humana utilizando los datos cinemáticos, obtenidos por captura de movimiento, y los (BSP) de los sólidos que conforman el sistema. El uso de este análisis conlleva la obtención de las fuerzas y momentos antes mencionados. Sin embargo, no hay manera de definir unívocamente la contribución individual de cada músculo en la obtención de los resultados.

Esta indeterminación se llama el problema redundancia biomecánica o problema de indeterminación mioesquelética [7][8]. El aparato locomotor es accionado de manera redundante y las fuerzas ejercidas por los diferentes músculos se calculan realmente utilizando técnicas de optimización [9]. Este hecho se debe al excesivo número de músculos en relación a los grados de libertad del sistema esquelético sobre los que hay que actuar, lo que implica que las ecuaciones del movimiento de la estructura ósea no basten para determinar las fuerzas de musculares de forma unívoca.

Para resolver esta indeterminación, se plantea un problema de optimización basado en el comportamiento, tanto del sistema nervioso como del sistema muscular. Por lo general, las técnicas propuestas se clasifican en función de que el problema de optimización sea estático (asociado al análisis dinámico inverso) o dinámico (asociado al análisis dinámico directo). La primera de estas propuestas cuenta con una rapidez y eficiencia a nivel computacional superior al problema de optimización dinámico. Sin embargo, no tiene en cuenta la dinámica de contracción muscular. Aun así y a causa de la diferencia de coste computacional, se suelen realizar estudios con esquemas de optimización estática, incorporando la fisiología muscular (dinámica de contracción muscular) [10][11].

Las técnicas de dinámica directa se utilizan para predecir el movimiento del cuerpo a partir de fuerzas musculares conocidas o pares articulares resultantes, utilizando principios de control óptimo o neural. Del mismo modo, se obtienen ecuaciones diferenciales del movimiento del sistema, las cuales al integrarlas con respecto a unas condiciones iniciales, nos permiten determinar las posiciones, velocidades y aceleraciones, así como las fuerzas de dicho sistema en función del tiempo. Este enfoque puede ser adecuado para la investigación de los aspectos de la función muscular y el coste energético, para la simulación de trastornos de la marcha o la predicción de la actuación

combinada del sistema músculo-esquelético y dispositivos de ayuda, como exoesqueletos u órtesis.

Los últimos estudios en este campo incorporan métodos de control óptimo para un control eficiente del sistema músculo-esquelético [12][13]. Aparte, ha surgido un creciente interés en este tipo de análisis por su propiedad de predicción del movimiento, por ejemplo, para anticipar el resultado de la cirugía, para ayudar en el diseño de prótesis/órtesis, o para estudiar la dinámica de movimiento humana que realizan diversas tareas.

Este tipo de análisis se puede incluso enfocar como método de validación para un modelo del que se haya realizado un análisis dinámico inverso, obteniendo como datos de entrada del método directo los resultados del método inverso. Con esto, la predicción del movimiento conseguida en la dinámica directa puede servir de comparación con el movimiento de la acción de la que se parte.

## 2.1 Modelos biomecánicos para el análisis de la marcha

La determinación de los atributos específicos del cuerpo humano depende de la utilización prevista del modelo. El número de segmentos y músculos, el tipo de articulaciones, etc., son decisiones que los investigadores tiene que hacer de acuerdo con el propósito de su estudio.

El modelo más simple utilizado para estudiar la marcha humana es el péndulo invertido [14], que es una primera aproximación útil para estudiar la transferencia eficiente de la energía cinemática y potencial que tiene lugar cuando camina un sujeto (Figura 2.1 (a)). Otro modelo simple es el andador pasivo, un mecanismo que se asemeja vagamente a la parte inferior del cuerpo humano, que puede caminar de forma estable por una ligera pendiente y sin aporte de energía externa o control (Figura 2.1 (b)). Sin embargo, estos modelos simples no proporcionan una representación realista de la anatomía humana. En este trabajo se presenta un estudio de movimiento plano (2D), aunque implantado en un modelo tridimensional.

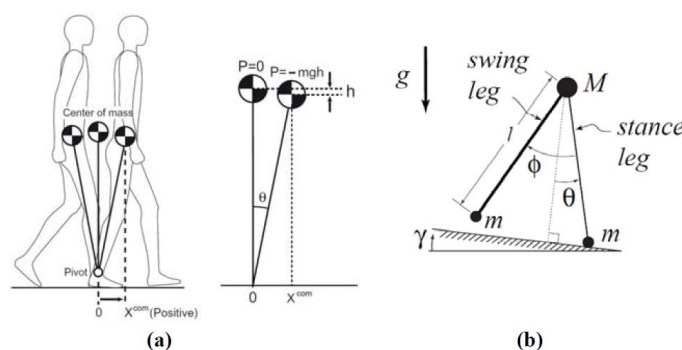


Figura 2.1: Algunos de los modelos más simples para estudiar la marcha humana. (a) Modelo del péndulo invertido. (b) Modelo andador pasivo.

Centrándonos en los modelos que representan de manera más realista la anatomía del cuerpo, podemos distinguir dos grupos: el de los modelos parciales [15], que únicamente se centran en el tronco inferior (cadera, piernas y pies) y los modelos de cuerpo completo [16][17][18]. El primero describe las articulaciones anatómicas de



manera precisa y considerando sus funciones fisiológicas, teniendo en cuenta los distintos tipo de articulaciones, a saber: sinartrosis (no móvil), anfiartrosis (con movimiento muy limitado como el de la columna vertebral) y diartrosis (mayor amplitud o complejidad de movimiento). Por el contrario, el objetivo de los modelos de todo el cuerpo es describir la anatomía global y las características de movimiento generales.

Las técnicas de dinámica multicuerpo se utilizan en estos estudios para analizar los movimientos macroscópicos, sus interacciones con el medio ambiente y las relaciones cinemáticas entre los elementos [17][19]. Algunos estudios, con la intención de obtener un análisis más realista y detallado, combinan ambos niveles con el incremento computacional que conlleva [20]. El trabajo presentado por Ribeiro et al. (2012), es un buen ejemplo de la combinación de estos dos niveles, donde para representar la complejidad de la articulación de la rodilla, se utiliza un modelado exacto del contacto cóndilo (Figura 2.2) y se incluye en un modelo completo de la marcha humana utilizando metodologías multicuerpo.

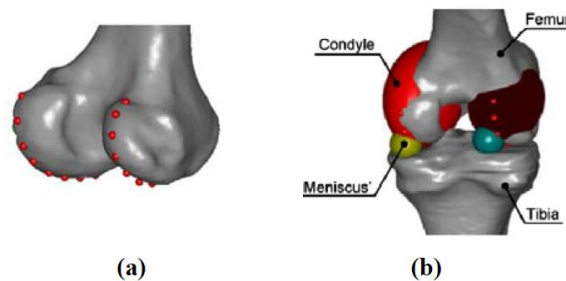


Figura 2.2: Modelo del contacto cóndilo. (a) Puntos utilizados para la definición del cóndilo. (b) Modelo de la rodilla.

El modelo biomecánico utilizado en este trabajo corresponde al segundo grupo, es decir, se trata de un modelo completo del cuerpo destinado a describir el movimiento al andar. Los modelos que representan el cuerpo humano como un sistema multicuerpo utilizan los segmentos anatómicos como los sólidos de la cadena, las articulaciones humanas se modelan como uniones mecánicas y los músculos son los actuadores que causan el movimiento. En todos estos estudios, es usual suponer que los huesos son sólidos rígidos, y las articulaciones se supone que son uniones ideales.

El nivel de detalle de los modelos utilizados cuando se aplican también técnicas multicuerpo depende de la naturaleza de la investigación y sus objetivos. Los modelos pueden incluir sólo el sistema esquelético [21], mientras que en otros estudios se suma la actuación musculo-tendón a esta base esquelética [9][13]. En los modelos más detallados, el acoplamiento excitación-contracción muscular está incluido en la simulación, e incluso puede ser modelado el comportamiento de las neuronas motoras [22].

Los modelos corporales que se utilizan para analizar el movimiento humano se pueden clasificar en dos grupos: los que consideran la parte superior del cuerpo como un solo segmento y los que incluyen las extremidades superiores y la cabeza. Los del primer grupo considera la cabeza, los brazos y el tronco (HAT) como un solo cuerpo.

Pertenciente a este primer grupo es el modelo presentado por Delp en 1990 [23], un modelo tridimensional con 43 músculos, utilizado para estudiar los trastornos

musculo-esqueléticos y para analizar el efecto de la fuerza muscular en el desgaste de las articulaciones. Anderson y Pandy presentan en 1999 [24] un modelo HAT similar. Este modelo de 23 DOF, formado por 10 segmentos anatómicos y 54 músculos se ha utilizado en varios estudios para analizar diferentes movimientos humanos [25]. En 2006 Ackermann y Schiehlen [26] propusieron un modelo HAT de 27 DOF, en el que se definían todas las articulaciones como articulaciones esféricas para estudiar trastornos de la marcha humana y la forma en que estos trastornos modifican la estimación del coste metabólico. En 2010, García Vallejo utilizó una simplificación del modelo anterior para realizar sus estudios. Utilizó un modelo de 7 cuerpos rígidos: HAT, los dos muslos, las dos piernas y los dos pies. Los muslos estaban conectados a la cadera con articulaciones esféricas, los muslos y las piernas coincidían en una articulación de revolución, la cual simulaba la rodilla y a su vez las piernas y los pies estaban unidos mediante el mismo tipo de articulación, de revolución, para simular los tobillos (Figura 2.3)

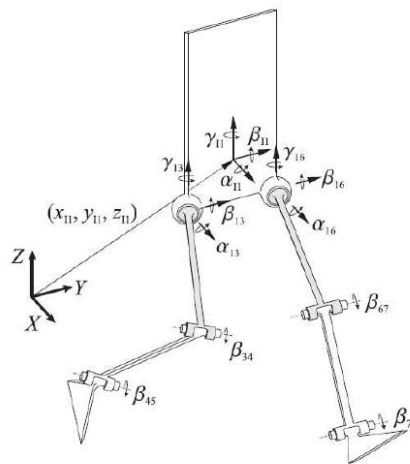


Figura 2.3: Modelo del cuerpo de García Vallejo, formado por 7 cuerpos rígidos (HAT, muslos, piernas y pies).

Por otro lado, en el grupo que no considera la simplificación HAT destaca el grupo de Silva y de Ambrosio, que ha desarrollado varios modelos desde 1996 considerando como segmentos individuales la cabeza, el tronco y los brazos. En [27], se utiliza un modelo con 12 segmentos anatómicos y 29 DOF, en el que se omite el modelado de los pies, innecesario para los autores que consideran que los pies no son relevantes para estudiar el movimiento pasivo de los ocupantes durante el choque de un vehículo. En un trabajo posterior, Silva y Ambrosio (2004) extienden el modelo a 33 cuerpos rígidos que definen 16 segmentos anatómicos y de 44 DOF. Cabe señalar que en este modelo los principales miembros humanos se modelan con dos segmentos coincidentes. La razón se basa en la idea de representar la rotación del miembro con respecto a su eje, es decir con el objetivo de acercarse a la rotación del cuerpo rígido a lo largo de un segmento en lugar de alrededor de un punto articular (Figura 2.4).

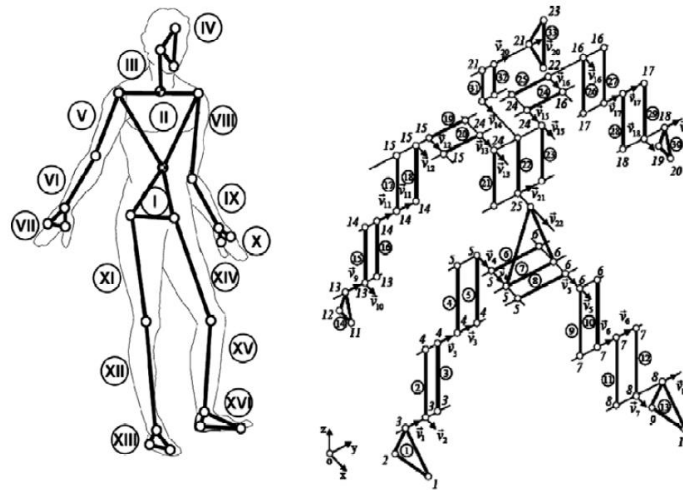


Figura 2.4: Modelo del cuerpo de Silva y Ambrosio, formado por 33 cuerpos rígidos (16 segmentos anatómicos) y 44 DOF.

Para definir los modelos, además del número de segmentos del cuerpo y el tipo de articulaciones, se necesita un conjunto de parámetros antropométricos (o parámetros de los segmentos corporales, BSP). Los primeros estudios utilizaban cadáveres para determinar las características físicas de los segmentos [28]. El problema de este método es la diferencia de los BSP entre un sujeto joven y otro de más edad, lo que se reduce en errores en la estimación de la antropometría de los sujetos reales. Posteriormente, las características físicas de los segmentos se determinaban mediante rayos gamma de modo que ya se podían realizar los experimentos en personas vivas y los errores se redujeron considerablemente. Más tarde Zatsiorsky estudió el uso de puntos de referencia óseos como puntos de referencia para localizar el centro de gravedad de los segmentos [29].

Para poder realizar los modelos, como ya hemos dicho, son necesario datos antropométricos, los cuales pueden obtenerse de manera experimental o por medio de tablas antropométricas. Ejemplo de esto último, es la colección de parámetros ajustados y adaptados que crea de Leva (1996) [28] a partir de los puntos de referencia, poco precisos, utilizados por Zatsiorsky. Del mismo modo, Dumas et al. (2007b) [30] reajustan los parámetros de McConville et al. (1980) [31] y Young et al. (1983) [32], obteniendo factores de escala para hombres y mujeres. En su popular libro, Winter [33] también presenta tablas antropométricas comúnmente utilizadas por los investigadores. A su vez, Lee et al. [34] describen un método que mide los parámetros de los segmentos del cuerpo a través de imágenes de resonancia magnética.

## 2.2 Análisis Dinámico Inverso

El análisis dinámico inverso (IDA) de un sistema mecánico es un proceso que permite el cálculo de las fuerzas de reacción articulares y las fuerzas musculares o sus pares resultantes sobre las articulaciones, que se realizan sobre él, durante su movimiento, en este caso referido al cuerpo humano. Cuando se aplica a sistemas biomecánicos, el análisis dinámico inverso juega un papel muy importante, ya que proporciona un método no invasivo para calcular y evaluar las fuerzas y momentos ya descritos, como resultado

de la realización de una acción que se ha observado previamente. Podemos decir en consecuencia, que al realizar un análisis dinámico inverso de un sistema mecánico, se tiene como premisa que el movimiento correspondiente a la acción bajo análisis se conoce de antemano y que es coherente con las restricciones cinemáticas que describen el sistema

Los pioneros de la estimación de las fuerzas y momentos en las articulaciones de las extremidades inferiores fueron Bernstein en 1935 y Elftman en 1938. En la década de los 50, destacan Bresler y Frankel en 1950 y Blount en 1956. Todos estos estudios determinan las fuerzas y pares de torsión utilizando las ecuaciones dinámicas para cada modelo de cuerpo libre de los que se compone el modelo completo. En dichos estudios se emplearon técnicas muy rudimentarias para obtener información cinemática (técnicas de fotografía secuencial), así como para medir las fuerzas de reacción del suelo (con un dispositivo basado en resortes calibrados (Figura 2.5)).

En el IDA se necesita un gran conjunto de datos de entrada. Esta información abarca las propiedades antropométricas de cada sólido, la información cinemática del movimiento capturado (trayectorias de puntos anatómicos) y la medición de las fuerzas externas aplicadas. Según se dé el caso, toda esta información puede medirse experimentalmente o ser estimada a través de tablas antropométricas [21][28][33][35].

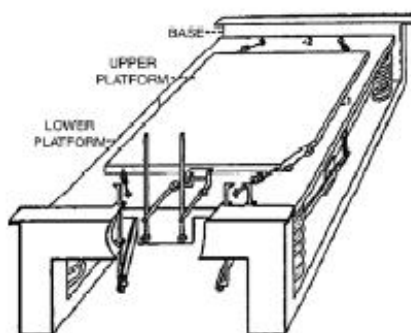


Figura 2.5: Ilustración de un dispositivo capaz de medir la reacción del suelo en tres direcciones.

Es de suponer que los resultados obtenidos de la dinámica inversa son sensibles a las incertidumbres presentes en los datos de entrada. En [7] se describen diferentes fuentes de errores en el análisis de la marcha.

### 2.3 Análisis Dinámico Directo

El análisis dinámico directo (FDA), en contraste con la dinámica inversa, determina cómo un sistema mecánico se moverá debido al efecto de fuerzas externas e internas sin la necesidad de experimentación, dicho de otro modo, el movimiento del sistema no está prescrito, lo que hace sus cálculos uno de los principales objetivos del análisis. Utilizando como información de datos de entrada dinámica (BSP, fuerzas, pares de torsión, etc.) la simulación predice el movimiento del cuerpo, es decir, es un método predictivo. Una de las maneras de calcular esas fuerzas y pares de torsión es por medio de la IDA obtenida en un laboratorio [36], por lo que se puede decir que son estudios consecutivos. En el FDA, las ecuaciones diferenciales del movimiento están integradas en el tiempo con el fin de predecir cómo un ser humano se movería. Esta técnica se utiliza para investigar la

relación causal entre las fuerzas musculares y el movimiento generado durante la locomoción.

El análisis dinámico directo, también proporciona una manera de estimar las fuerzas externas que dependen de la posición relativa entre los elementos del sistema, tales como las fuerzas generadas por muelles, amortiguadores y actuadores, así como para estimar las fuerzas externas que se generan como consecuencia de la interacción del sistema con el medio ambiente circundante, como fuerzas de contacto o de fricción.

La mayoría de los trabajos sobre análisis de la marcha humana se han centrado en los estudios de dinámica inversa. Sin embargo, en los últimos años, se ha tratado de dar un paso más allá, prediciendo el movimiento de la marcha de los sujetos reales en condiciones virtuales [19][37]. Se tiene constancia de que uno de los estudios pioneros donde se utilizó el análisis directo para estudiar el movimiento del cuerpo humano fue el desarrollado por Chow y Jacobson en 1971 [38]. Consistía en un modelo en 2D, que a pesar de estar compuesto por 7 sólidos, cuya movilidad estaba restringida únicamente a 2 DOF, se obtenían resultados concordantes con las fuerzas de contacto obtenidas en otros estudios. El aspecto más difícil del FDA es la caracterización y aplicación de las normas de control utilizadas para conducir el modelo. Sin embargo, no se ha aclarado todavía un control adecuado para generar una simulación dinámica directa consistente con la tarea locomotora.

En Meglan (1991) [39] se presenta un enfoque global del FDA de movimiento humano, accionado por datos dinámicos obtenidos a través del IDA, en el que incluye un modelo de contacto del pie-suelo que se integra en un modelo 3D de cuerpo completo compuesto por 13 segmentos con 34 DOF. Cada uno de los segmentos anatómicos que definen el cuerpo se une con los demás sólidos anexos a él por medio de elementos pasivos para estabilizar el movimiento.

Es sabido que los seres humanos tienen una notable capacidad para controlar sus movimientos, que implican la cooperación del sistema nervioso y el sistema músculo-esquelético. En el campo de la biomecánica, y explícitamente en el FDA, uno de los problemas más importantes es emular el funcionamiento del cerebro con el fin de controlar el movimiento del cuerpo. Físicamente, el sistema nervioso central envía una señal eléctrica que estimula el músculo, lo que al mismo tiempo produce la fuerza que acciona el esqueleto. Mientras tanto, el cerebro recoge y procesa información de los sentidos permitiendo que el sistema nervioso central se adapte para la siguiente estimulación muscular. En Murai (2008) [40] se intenta precisamente replicar el sistema neuro-muscular a través de un algoritmo inteligente.

## Capítulo 3: Modelo dinámico del cuerpo humano

Con el fin de analizar el gesto de agacharse para coger una pesa, se necesita un modelo simplificado del cuerpo humano. Los modelos biomecánicos son sistemas mecánicos que se asemejan a la estructura física del cuerpo humano y son adecuados para estudiar la dinámica del movimiento. Así pues, los segmentos anatómicos se modelan como cuerpos rígidos y las articulaciones humanas corresponden a pares cinemáticos que conectan esos cuerpos.

Por otra parte, para modelar el cuerpo humano, se requiere de un conjunto de parámetros que contienen información geométrica e inercial de cada uno de los segmentos. Los parámetros inerciales definen la masa y el tensor de inercia de cada segmento y los parámetros geométricos contienen información necesaria para describir la forma y el volumen requerido para representar el segmento (longitud, anchura, altura y radio).

Finalmente, para describir el sistema multicuerpo, se requiere un conjunto de coordenadas para definir la configuración del sistema (posición y orientación en cada instante de tiempo). Aquí, la configuración del sistema multicuerpo se define utilizando coordenadas mixtas.

### 3.1 Modelo biomecánico

El cuerpo humano se modela como un sistema multicuerpo formado por cuerpos rígidos, un enfoque que ha sido utilizado ampliamente para analizar el movimiento humano [9][26][41]. El modelado del cuerpo humano a través de los cuerpos rígidos es una suposición razonable si el movimiento implica grandes movimientos sin fuertes impactos como en la locomoción humana. La influencia de la masa de partes blandas en la dinámica solo es significativa en situaciones con grandes sacudidas [42] que no se producen en la marcha.

Para estudiar el movimiento humano espacial, se necesita un modelo tridimensional del cuerpo humano. Sin embargo, muchos estudios utilizan un modelo planar para analizar el gesto en cuestión, tomando ventaja de la simplicidad del cálculo de un modelo bidimensional frente a uno tridimensional. Aquí, se utiliza únicamente un modelo tridimensional. Aunque el modelo haya sido realizado en 3D, los datos de los que se parte para realizar el movimiento pertenecen a un movimiento en 2D. Frente al modelo tridimensional el modelo 2D es una herramienta útil para la comprensión del mecanismo de la marcha, la reducción de la complejidad del problema y disminución del tiempo computacional. A continuación se describe el proceso de realización del modelo tridimensional. La definición del modelo biomecánico incluye la topología utilizada para representar el cuerpo humano, los valores de los parámetros antropométricos y el proceso utilizado para obtener la información cinemática relacionada con el movimiento de las articulaciones y la orientación de los segmentos anatómicos.

## Topología del modelo

El modelo 3D se compone de dieciocho segmentos anatómicos (Figura 3.1 y Tabla 3.1): dos conjuntos de dedos del pie, dos pies, dos piernas, dos muslos, la pelvis, el torso, el cuello, la cabeza, dos brazos, dos antebrazos y dos manos. Los segmentos están unidos por articulaciones esféricas ideales que definen 57 grados de libertad (DOF).

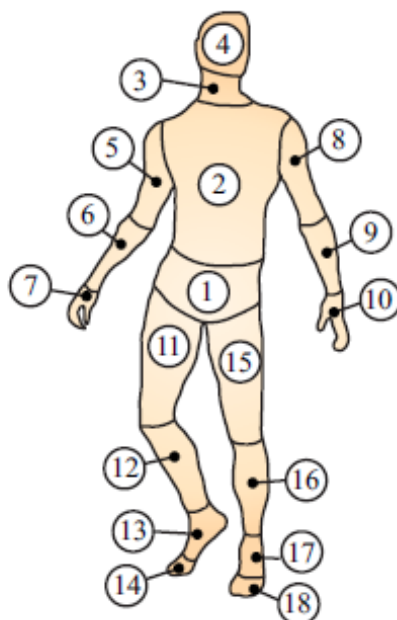


Figura 3.1: Modelo biomecánico tridimensional del cuerpo humano conformado por 18 sólidos.

En contraste con los modelos 3D propuestos por otros autores [23][24][25][26][43], que utilizan la simplificación HAT, el modelo utilizado en este trabajo no puede descuidar la cabeza y muchos menos los brazos y los movimientos del tronco. La razón principal es que se espera que la parte superior del cuerpo desempeñe un papel significativo en el movimiento de la acción resultante

Las superficies de contacto de una articulación humana real no se pueden describir fácilmente. Tienen formas complejas, además de que el punto de contacto entre los segmentos adyacentes puede cambiar a lo largo del movimiento, debido a contracciones musculares. Esto implica la aparición de traslaciones relativas leves entre segmentos. Sin embargo, para los grandes movimientos, las articulaciones del cuerpo se pueden modelar como juntas ideales, disponiendo de un centro fijo de rotación. En este trabajo, todas las articulaciones se modelan como articulaciones esféricas, es decir, entre dos segmentos adyacentes se permiten tres movimientos de rotación y las traslaciones se ven limitadas (por lo que, cada articulación restringe 3 DOF).

$N_0$	Nombre	Descripción
1	Cabeza	Cráneo y mandíbula inferior y superior
2	Cuello	Desde la primera vértebra cervical hasta la séptima.
3	Torso	Desde la séptima vértebra cervical, pasado por las torácicas, hasta la quinta lumbar
4	Brazo derecho	Desde el hombro derecho hasta el codo derecho
5	Antebrazo derecho	Desde el codo derecho hasta la muñeca derecha
6	Mano derecha	Desde la muñeca derecha hasta la punta de los dedos
7	Brazo izquierdo	Desde el hombro izquierdo hasta el codo izquierdo
8	Antebrazo izquierdo	Desde el codo izquierdo hasta la muñeca izquierda
9	Mano izquierda	Desde la muñeca izquierda hasta la punta de los dedos
10	Pelvis	Desde la quinta vértebra lumbar hasta el hueso pélvico
11	Muslo derecho	Desde la cadera derecha hasta la rodilla derecha
12	Pierna derecha	Desde la rodilla derecha hasta el tobillo derecho
13	Pie derecho	Desde el tobillo derecho hasta los metatarsos derechos
14	Dedos derechos	Desde los metatarsos derechos hasta la punta de los dedos
15	Muslo izquierdo	Desde la cadera izquierda hasta la rodilla izquierda
16	Pierna izquierda	Desde la rodilla izquierda hasta el tobillo izquierdo
17	Pie izquierdo	Desde el tobillo izquierdo hasta los metatarsos izquierdos
18	Dedos izquierdos	Desde los metatarsos izquierdos hasta la punta de los dedos

Tabla 3.1: Descripción de los segmentos anatómicos del modelo.

Dado que el modelo toma la forma de un esqueleto, cada una de las partes corporales nombradas en la Tabla 3.1, se asemeja a un hueso determinado. De ahora en adelante, los brazos se denominarán como húmeros, los muslos como fémures y las piernas como tibias, mientras que los demás segmentos conservarán el nombre de la Tabla 3.1. La razón de que algunos cuerpos mantengan el nombre se basa en que constituyen un conjunto de huesos y es más fácil nombrarlos como la parte que componen.

### Las mediciones antropométricas

En el modelo de OpenSim se reflejan las medidas de un varón adulto, de masa 75,165 kg y altura 1,817 m, las cuales se utilizarán más tarde como datos de entrada en la dinámica inversa (Capítulo 4). Debido a que el sujeto posee una estatura y un peso total similar a los de la población estimada en [31][35], se espera que los errores en la estimación de los parámetros de los segmentos corporales que sea necesario obtener de la documentación sean bajos. A su vez se le ha implementado una pesa de 12 kg de masa localizada en el COM de las manos, que únicamente ejerce fuerza vertical, para tener las mismas variables que el modelo de Andrés Valverde Conesa y poder comparar los resultados propios con los suyos de igual manera. La fuerza ejercida por la pesa actúa entre los tiempos (en segundos) [18,395 – 22,435] y [30,24 – 34,56] de la simulación.



### 3.2 Movimiento de reconstrucción

La información cinemática del movimiento se obtiene a partir de las trayectorias de un conjunto de 83 marcadores unidos al cuerpo humano. La posición de cada marcador viene recogida en la Figura 3.2 (a) y (b).

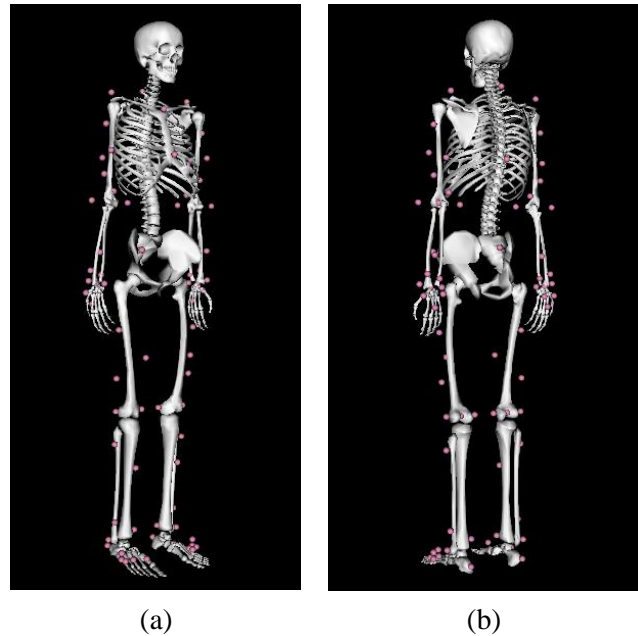


Figura 3.2: Posición de los 83 marcadores en el modelo de OpenSim.

Las posiciones de los marcadores se utilizan para determinar la orientación de cada cuerpo rígido y definir la posición de las articulaciones anatómicas (Figura 3.3 (b)). El eje  $X$  horizontal apunta a la dirección del movimiento, el eje  $Y$  es perpendicular al suelo y apunta hacia arriba, y el eje  $Z$  se define en concordancia con los anteriores según una base ortonormal  $\{X, Y, Z\}$ .

La configuración de un segmento del cuerpo se define a través de la posición de sus puntos y su orientación con respecto al bastidor como suelo. Con el fin de calcular la orientación, las bases  $\{X', Y', Z'\}$  (locales) se definirán para todos los segmentos (Figura 3.3 (c)). Hay que tener en cuenta que la orientación de cada nivel local coincidirá con los ejes básicos absolutos o globales  $\{X, Y, Z\}$  (Figura 3.3 (d)).

En el Anexo A, se muestran las ecuaciones para determinar la posición de las 17 articulaciones y de los vectores unitarios locales, así como la tabla donde viene recogida toda la información referente a este tema para cada segmento anatómico.

El modelo 3D del sujeto, que se muestra en la Figura 3.3, se ha desarrollado en coordenadas mixtas (naturales y angulares). (véase la Figura A.1 del Anexo A para más detalles). Se compone de 18 cuerpos que tienen 57 grados de libertad, y se ha modelado utilizando 210 coordenadas dependientes: 17 puntos, que corresponden a las posiciones de todas las articulaciones esféricas, además de tres vectores unitarios ortogonales para cada cuerpo rígido, a excepción de la pelvis y el torso que cuentan solo con dos (por lo que, 52 vectores).

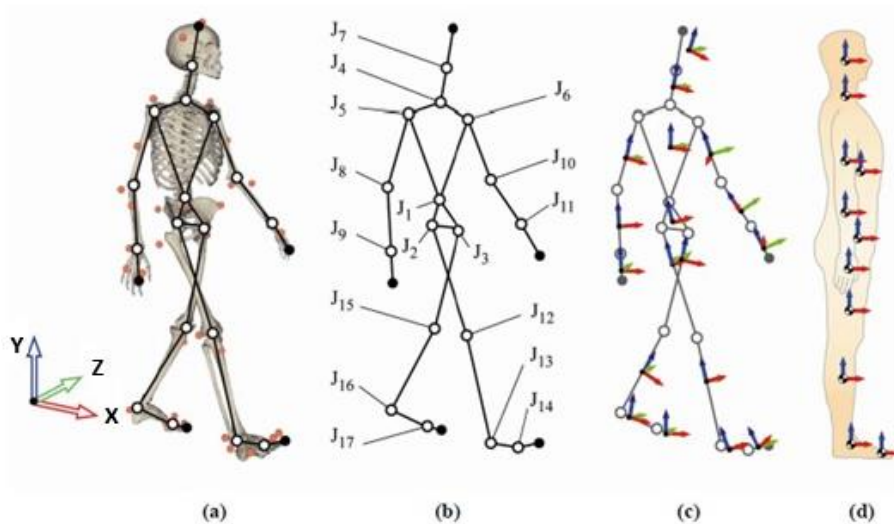


Figura 3.3: Modelo biomecánico usado. (a) Modelo 3D del cuerpo humano. (b) Numeración de las diecisiete articulaciones. (c) Ejes referidos a cada uno de los sólidos. (d) Vista sagital del modelo en la postura de referencia.

Para definir la orientación de los distintos sólidos del modelo empleamos los ángulos de Euler. Estos ángulos de orientación son comúnmente conocidos en aviación como “ángulos de navegación”. Si tuviéramos un sistema de tres ejes fijos en el aeroplano, llamados eje de guiñada (Yaw), de cabeceo (Pitch) y de alabeo (Roll) los ángulos responsables de la orientación harían referencia a la dirección (heading o Yaw), elevación (Pitch) y ángulo de cabeceo (Roll). En nuestro sistema definido por los tres ejes  $(X, Y, Z)$ , tal y como se aprecia en la Figura 3.4, el Yaw es el giro con respecto al eje  $Y$ , el Pitch con respecto al eje  $X$  y el Roll con respecto al eje  $Z$ . Poniendo como ejemplo el Yaw ( $V_x(Y)$ ), el eje  $X$  gira hacia el eje  $Y$ , pero al mismo tiempo están tomando al eje  $Z$  como eje central sobre el que rotan, por lo que cuando hablamos de Yaw realmente hacemos referencia a la rotación sobre el eje  $Z$ . Durante el Roll se abarca un ángulo denominado  $\varphi$ , durante el Yaw, otro ángulo  $\psi$  y durante el Pitch, un tercero  $\theta$ .

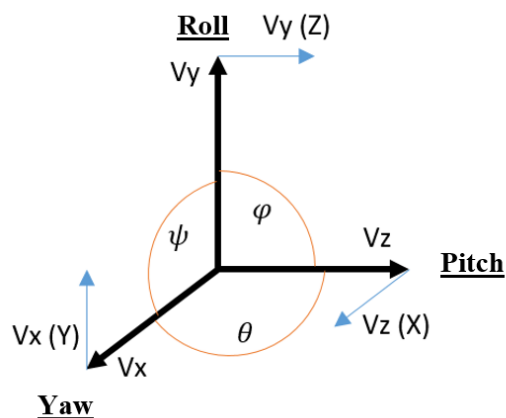


Figura 3.4: Ángulos de orientación RPY.

Sin embargo, al trabajar con datos de un modelo planar no tenemos realmente un sistema definido por los tres ejes del espacio, sino solamente por dos ( $X$  e  $Y$ ), por lo que fijaremos a bastidor el punto compartido de cada cuerpo con el anterior (centro de

coordenadas locales de cada sólido), concretamente a su vector  $Z$ . De igual manera no tenemos tres ángulos de orientación sino solo uno. De este modo, se trabajará con un modelo de perfil, el izquierdo concretamente (Figura 3.5), para obtener las variables angulares de cada cuerpo.

Por otro lado, al ser el modelo simétrico, los puntos de los miembros para el lado izquierdo y derecho son iguales, es decir, son puntos dobles, así que solo será necesario calcular las variables angulares para un solo lado. Este segundo modelo, que es el que utiliza Andrés, se define por medio de 17 puntos, 8 de ellos dobles. Cada punto se expresa utilizando dos coordenadas cartesianas (por lo tanto, 34 variables). Por otra parte, se utilizan 9 variables angulares ( $\alpha_i$ ) distintas, 15 en total (contando a las dobles de los miembros inferiores y superiores). La tabla con las 15 variables angulares queda recogida en el Anexo B, donde además se explica de forma más detallada todo el proceso de obtención de las mismas. Por lo tanto, el vector de coordenadas generalizadas  $\mathbf{q}$  se compone de 43 variables.

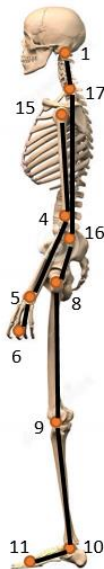


Figura 3.5: Numeración de las articulaciones que se utilizan para calcular los ángulos del movimiento (Vita sagital izquierda).

### 3.3 Parámetros de los segmentos del cuerpo

Para obtener los parámetros de los segmentos corporales (BSP) se hace uso de la base de datos OpenSim, en la que podemos encontrar la masa, los momentos de inercia, así como la localización del centro de masa de cada uno de estos segmentos. Dentro de OpenSim, tomamos los datos del modelo de cuerpo completo para la simulación en carrera de (Hamner 2010) [44].

Este modelo basado en la simulación del ciclo de la marcha en movimiento es impulsado por 92 actuadores músculo-tendón en las extremidades inferiores y el tronco. Sin embargo a nosotros solamente nos interesa la parte ósea del modelo. Como ya comentábamos, el modelo inicial cuenta con 83 marcadores de los que se obtiene la información requerida. De este modo, la localización del centro de masas, la masa total

del segmento corporal y los momentos de inercia de cada una de las direcciones del espacio, quedan registrados durante del ciclo de la marcha.

Dicho modelo cuenta con un total de 20 sólidos, muchos de los cuales son dobles por referirse a la parte izquierda y derecha. En la Tabla 3.2 quedan recopilados:

No.	Nombre	Unidades	Huesos que abarca
1	Torso	1	Caja torácica
			Columna vertebral
			Cráneo
2	Húmero	2	Húmero
3	Cúbito	2	Cúbito
4	Radio	2	Radio
5	Mano	2	Carpos (Trapezio, Trapezoide, Grande, Ganchoso, Pisiforme, Piramidal, Semilunar, Escafoides)
			Metacarpos
			Falanges (Distales, Medias, Proximales)
6	Pelvis	1	Pelvis
7	Fémur	2	Fémur
8	Tibia	2	Tibia
			Peroné
9	Astrágalo	2	Astrágalo
10	Pie	2	Tarsos (Cuneiforme de 1º, 2º y 3º grado, Escafoides, Cuboides, Calcáneo)
			Metatarsos
11	Dedos	2	Falanges (Distales, Medias, Proximales)

Tabla 3.2: Sólidos que definen el modelo de OpenSim.

Este servidor únicamente nos servirá para obtener sólidos de dimensiones y proporciones fiables. No obstante, nuestro objetivo es elaborar un modelo que cuente con un total de 18 sólidos [5], algunos de ellos distintos a los que nos proporciona OpenSim. Por otro lado, para que podamos procesar un modelo real, es necesario obtener las coordenadas locales y globales de cada uno de los sólidos para situarlos y orientarlos en el espacio. Esta es otra de las razones por las que será necesario disponer de otro programa, en nuestro caso uno de tipo multiplataforma denominado Blender. Así pues, los sólidos se obtienen del servidor con extensión “vtp”, la cual es incompatible con Blender, y será por tanto necesaria la utilización de dos programas intermedios, ParaView, que cambia la extensión “vtp” a “x3d” y MeshLab, que cambia esta última a una compatible, como “stl”.

Una vez que tenemos los veinte cuerpos en Blender, unificamos el cúbito y el radio como un solo sólido. Este nuevo sólido lo llamaremos antebrazo y realizaremos el mismo procedimiento, anexionando el astrágalo al pie, quedando un solo sólido con el nombre de pie. A su vez, dividiremos el torso de origen en 3 partes, a saber: cráneo, cuello

(conformado por las vértebras cervicales de la C1 a la C7) y caja torácica, a los cuales se les conocerá como cabeza, cuello y torso, respectivamente.

El hecho de separar y unificar algunos de los sólidos conlleva que los parámetros de los sólidos originales de OpenSim que ya no utilizaremos no valgan para los nuevos creados. Es lógico que un conjunto de cuerpos como es el torso original (cabeza, columna vertebral y caja torácica unidos como un solo sólido) no tenga la misma masa, los mismo momentos de inercia o la misma locación de su centro de gravedad que los tres sólidos que lo conforman, de manera individual. Se utilizan entonces, para los segmentos rígidos: cabeza, cuello, torso, antebrazo y pie, datos antropométricos obtenidos en McConville (1980) [31] y Chandler (1975) [35].

Para obtener las coordenadas locales y globales, previamente volvemos a montar el esqueleto en Blender, según el modelo de OpenSim (Figura 3.6 (a)). Dado que los parámetros corporales del modelo original son influenciados por el sentido y dirección de sus ejes, esto se tendrá en cuenta a la hora de montar el nuevo modelo, si queremos que nos dichos parámetros nos sirvan para los segmentos que mantendremos de OpenSim sin modificar (El eje  $X$  apuntando a la dirección del movimiento, el eje  $Y$  como perpendicular al suelo y apuntando hacia arriba, y el eje  $Z$  formando una base ortonormal con los anteriores en sentido positivo).

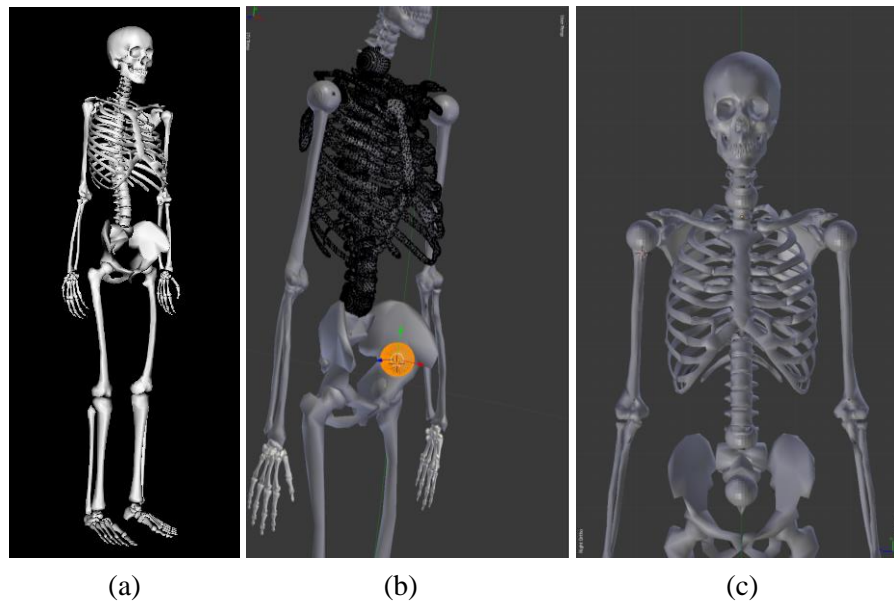


Figura 3.6: Modelo biomecánico. (a) Modelo de OpenSim. (c) Modo edición de Blender donde la esfera naranja sirve como articulación. (b) Modo objeto de Blender.

Las coordenadas globales tendrán como centro de coordenadas el centro de masas de la pelvis a la altura del suelo (entre los dos pies). Mientras tanto, se localizarán los centros locales de coordenadas con el origen en la articulación proximal y los ejes locales  $\{X', Y', Z'\}$ . En general tendremos 2 articulaciones para cada rígido, excepto para la pelvis que tendremos 3, para el torso que tendremos 4 y para la cabeza y partes externas de las extremidades, como son manos y dedos, que tendremos 1. En cuanto a la posición del centro de masa (COM) de cada segmento  $r_G = \{x_G, y_G, z_G\}$  será expresado mediante el sistema de coordenadas locales. Estas posiciones se representan en la Tabla 3.3.

No.	Nombre	COM Localización			Masa m [kg]	Momentos de Inercia Principales		
		$x_G$ [m]	$y_G$ [m]	$z_G$ [m]		$I_x$ [ $10^{-3}kg \cdot m^2$ ]	$I_y$ [ $10^{-3}kg \cdot m^2$ ]	$I_z$ [ $10^{-3}kg \cdot m^2$ ]
1	Cabeza	0,00758	0,05108	0	4,152	0,0174	0,0203	0,027372
2	Cuello	-0,01158	-0,04696	0	0,9912	0,002025	0,0025057	0,004001
3	Torso	0,04310	-0,1959	0	21,6834	1,084217	0,290993	1,585833
4	Húmero derecho	0	-0,1645	0	2,0325	0,011946	0,013409	0,004121
5	Antebrazo derecho	0	-0,12053	0	1,2015	0,002962	0,000618	0,003213
6	Mano derecha	0	-0,06809	0	0,4574	0,000892	0,000547	0,00134
7	Húmero izquierdo	0	-0,1645	0	2,0325	0,011946	0,013409	0,004121
8	Antebrazo izquierdo	0	-0,12053	0	1,2015	0,002962	0,000618	0,003213
9	Mano izquierda	0	-0,06809	0	0,4574	0,000892	0,000547	0,00134
10	Pelvis	-0,0707	0	0	11,777	0,1028	0,0871	0,0579
11	Fémur derecho	0	-0,17	0	9,3014	0,1339	0,0351	0,1412
12	Tibia derecha	0	-0,1867	0	3,7075	0,0504	0,0051	0,0511
13	Pie derecho	0.1	0,03	0	1,26	0,0014	0,0039	0,0041
14	Dedos derechos	0,0346	0,006	0,0175	0,2166	0,0001	0,0002	0,001
15	Fémur izquierdo	0	-0,17	0	9,3014	0,1339	0,0351	0,1412
16	Tibia izquierda	0	-0,1867	0	3,7075	0,0504	0,0051	0,0511
17	Pie izquierdo	0.1	0,03	0	1,26	0,0014	0,0039	0,0041
18	Dedos izquierdos	0,0346	0,006	0,0175	0,2166	0,0001	0,0002	0,001

Tabla 3.3: Datos antropométricos para el modelo 3D de dieciocho sólidos rígidos.

A pesar de haber comentado que la pelvis vendría definida por 3 articulaciones, es necesario implementar una cuarta (que realmente será un punto). Se pretende, por un lado poder unir la pelvis a la columna durante la simulación, logrando un movimiento real del sujeto al agacharse y, por lo otro lado, con la intención de poder utilizar el momento de inercia de la pelvis aportado por OpenSim, referir todas las articulaciones de la misma a la central, vinculada al COM de la pelvis. Una vez que hemos localizado el centro de coordenadas locales en una de ellas, referimos las demás con respecto a la primera.

Para que la librería pueda reconocer y trabajar con el modelo, es necesario que disponga de archivos individuales de cada segmento para que pueda localizarlos en el espacio, por medio de las coordenadas locales y globales que hemos calculado, resultando un modelo idéntico al de partida. Tendremos entonces que relacionar el centro de coordenadas locales que hemos elegido para cada sólido (las articulaciones de unión con los demás segmentos) con respecto al centro de coordenadas globales. Esto es, trasladaremos cada uno de los de los 18 sólidos, de manera que coincidan los centros de coordenadas locales de cada uno con el global, guardando en consecuencia cada uno de éstos en un único archivo de extensión reconocible por las librerías (obj). En resumen, usamos Blender única y exclusivamente para obtener las coordenadas que necesitamos y para obtener archivos con extensión compatible con las librerías.

Las juntas o articulaciones elegidas como centros locales quedan recogidas en la siguiente Tabla:

No.	Nombre	No. articulaciones	Localización LCC
1	Cabeza	1	Primera vértebra cervical (C1)
2	Cuello	2	Primera vértebra cervical (C1)
3	Torso	4	Articulación unión pelvis-columna (vértebra L5)
4	Húmero derecho	2	Unión del húmero con el torso (hombro)
5	Antebrazo derecho	2	Unión del antebrazo con el húmero (codo)
6	Mano derecha	1	Unión de la mano con el antebrazo (muñeca)
7	Húmero izquierdo	2	Unión del húmero con el torso
8	Antebrazo izquierdo	2	Unión del antebrazo con el húmero (codo)
9	Mano izquierda	1	Unión de la mano con el antebrazo (muñeca)
10	Pelvis	4	COM de la pelvis
11	Fémur derecho	2	Unión del fémur con la pelvis (cabeza del fémur)
12	Tibia derecha	2	Unión de la tibia con el fémur (rodilla)
13	Pie derecho	2	Unión del pie con la tibia (tobillo)
14	Dedos derechos	1	Unión de las falanges con los metatarsos
15	Fémur izquierdo	2	Unión del fémur con la pelvis (cabeza del fémur)
16	Tibia izquierda	2	Unión de la tibia con el fémur (rodilla)
17	Pie izquierdo	2	Unión del pie con la tibia (tobillo)
18	Dedos izquierdos	1	Unión de las falanges con los metatarsos

Tabla 3.4: Localización del centro de coordenadas locales en cada segmento anatómico y el número de articulaciones que lo constituyen.

En la siguiente tabla quedan reflejadas las distancias de las articulaciones de cada sólido con respecto al centro de coordenadas locales de cada uno:

No.	Nombre	Localización	Distancia al LCC		
			x [m]	y [m]	z [m]
1	Cabeza	Articulación vertebra C1	0	0	0
2	Cuello	Articulación vertebra C1	0	0	0
		Articulación vertebra C7	-0,020356	0,43368	0
3	Torso	Articulación vertebra C7	-0,02232	0	0
		Articulación hombro derecho	0,01642	0,36146	0,17918
		Articulación hombro izquierdo	0,01642	0,36146	-0,17918
		Articulación unión pelvis-columna (vértebra L5)	0	0	0
4	Húmero derecho	Articulación hombro derecho	0	0	0
		Articulación codo derecho	0,00481	-0,31924	0,01337
5	Antebrazo derecho	Articulación codo derecho	0	0	0
		Articulación muñeca derecha	0,01970	-0,28200	0,04921
6	Mano derecha	Articulación muñeca derecha	0	0	0
7	Húmero izquierdo	Articulación hombro izquierdo	0	0	0
		Articulación codo izquierdo	0,00481	-0,31924	-0,01337
8	Antebrazo izquierdo	Articulación codo izquierdo	0	0	0
		Articulación muñeca izquierda	0,01970	-0,28200	-0,04921
9	Mano izquierda	Articulación muñeca izquierda	0	0	0
		Articulación COM pelvis	0	0	0
10	Pelvis	Articulación unión pelvis-columna (vértebra L5)	-0,10735	0,09770	0
		Articulación cabeza fémur derecho	-0,07179	-0,066729	0,07724
		Articulación cabeza fémur izquierdo	-0,07179	-0,06679	-0,07724
11	Fémur derecho	Articulación cabeza fémur derecho	0	0	0
		Articulación rodilla derecha	-0,00138	0,44032	0,00515
12	Tibia derecha	Articulación rodilla derecha	0	0	0
		Articulación tobillo derecho	-0,02791	-0,46474	0,00338
13	Pie derecho	Articulación tobillo derecho	0	0	0
		Articulación unión derecha metatarsianos-falanges	0,14547	-0,05096	0,00574
14	Dedos derechos	Articulación unión derecha metatarsianos-falanges	0	0	0
		Articulación cabeza fémur izquierdo	0	0	0
15	Fémur izquierdo	Articulación cabeza fémur izquierdo	0	0	0
		Articulación rodilla izquierda	-0,00138	0,44032	-0,00515
16	Tibia izquierda	Articulación rodilla izquierda	0	0	0
		Articulación tobillo izquierdo	-0,02791	-0,46474	-0,00338
17	Pie izquierdo	Articulación tobillo izquierdo	0	0	0
		Articulación unión izquierda metatarsianos-falanges	0,14547	-0,05096	-0,00574
18	Dedos izquierdos	Articulación unión izquierda metatarsianos-falanges	0	0	0

Tabla 3.5: Distancia de las articulaciones de cada sólido a la articulación definida como centro de coordenadas locales.



Como ya habíamos comentado antes, el centro de coordenadas global se encuentra en la misma posición  $X$  y  $Z$  que el centro de masas de la pelvis, pero a la altura del suelo. En la siguiente tabla quedan reflejadas las distancias de cada articulación en relación a este punto.

No.	Nombre	Localización	Distancia al GCC		
			x [m]	y [m]	z [m]
1	Cabeza	Articulación vertebra C1	-0,10597	1,66526	0
2	Cuello	Articulación vertebra C7	-0,12967	1,56460	0
3	Torso	Articulación unión pelvis-columna (vértebra L5)	-0,10735	1,13092	0
4	Húmero derecho	Articulación hombro derecho	-0,09093	1,49238	0,17918
5	Antebrazo derecho	Articulación codo derecho	-0,08612	1,17314	0,19255
6	Mano derecha	Articulación muñeca derecha	-0,06642	0,89114	0,24176
7	Húmero izquierdo	Articulación hombro izquierdo	-0,09093	1,49238	-0,17918
8	Antebrazo izquierdo	Articulación codo izquierdo	-0,08612	1,17314	-0,19255
9	Mano izquierda	Articulación muñeca izquierda	-0,06642	0,89114	-0,24176
10	Pelvis	Articulación COM pelvis	0	1,03302	0
11	Fémur derecho	Articulación cabeza fémur derecho	-0,07179	0,96623	0,07724
12	Tibia derecha	Articulación rodilla derecha	-0,07317	0,52591	0,08239
13	Pie derecho	Articulación tobillo derecho	-0,10108	0,06117	0,08577
14	Dedos derechos	Articulación unión derecha metatarsianos-falanges	0,04439	0,01021	0,09151
15	Fémur izquierdo	Articulación cabeza fémur izquierdo	-0,07179	0,96623	-0,07724
16	Tibia izquierda	Articulación rodilla izquierda	-0,07317	0,52591	-0,08239
17	Pie izquierdo	Articulación tobillo izquierdo	-0,10108	0,06117	-0,08577
18	Dedos izquierdos	Articulación unión izquierda metatarsianos-falanges	0,04439	0,01021	-0,09151

Tabla 3.6: Distancia de las articulaciones de cada sólido al centro de coordenadas globales.

### 3.4 Sistema de Coordenadas

Podemos decir, de manera general, que las coordenadas con que se modeliza un sistema mecánico son aquel conjunto de parámetros cuyo valor define perfectamente la posición del sistema. Así pues, el movimiento no es sino la variación de estos parámetros a lo largo del tiempo. Por ello, la elección de las coordenadas que van a definir un sistema mecánico o mecanismo determina aspectos fundamentales del análisis. A continuación se presentan los distintos tipos de coordenadas que se utilizan para definir mecanismos:

#### 1. Coordenadas independientes.

Con ellas, al modelizar un mecanismo se emplean tantos parámetros como grados de libertad posea el mecanismo, es decir, el número mínimo de coordenadas posibles.

## 2. *Coordenadas dependientes: ecuaciones de restricción.*

Un mecanismo modelado con este tipo de coordenadas posee un número de éstas mayor que el número de grados de libertad del sistema. Al haber más parámetros que grados de libertad, existen unas relaciones que los ligan denominadas ecuaciones de restricción definidas por:  $r = s - g$ , donde  $s$  es número de coordenadas dependientes,  $g$  el número de grados de libertad y  $r$  el número de ecuaciones de restricción. Los tres tipos clásicos de coordenadas dependientes son: coordenadas relativas, coordenadas de punto de referencia y coordenadas naturales. Este tipo de coordenadas son las que se utilizarán en este proyecto, y más concretamente y dentro de este grupo, las coordenadas mixtas.

### 2.1 *Coordenadas relativas*

Estas coordenadas, asociadas a los pares cinemáticos del sistema sitúan cada elemento del mismo con respecto al anterior en la cadena cinemática. En cada par serán necesarias tantas coordenadas como grados de libertad relativos permita el par entre los elementos que une.

### 2.2 *Coordenadas de punto de referencia.*

Estas coordenadas sitúan a cada elemento del mecanismo con independencia de los demás. Para ello, se eligen las coordenadas de un punto cualquiera del elemento, siendo normalmente el centro geométrico o de masas, así como la orientación del mismo.

### 2.3 *Coordenadas naturales.*

Las coordenadas naturales también sitúan cada elemento con independencia de los demás. Se eligen como puntos de referencia los pares que unen dos elementos de manera que se puedan definir ambos simultáneamente. En consecuencia, a la hora de definir la orientación de cada elemento, ya no es necesario definir variables de tipo angular.

Cuando se modeliza en estas coordenadas, las ecuaciones de restricción que ligan las variables pueden proceder de dos fuentes: condiciones de sólido rígido y condiciones de par cinemático.

#### 2.3.1 *Coordenadas naturales: caso plano*

En el plano, las coordenadas naturales son coordenadas cartesianas de puntos de sólidos del mecanismo, que se denominarán puntos básicos. Existen ciertas normas para modelizar un mecanismo plano:

- Cada sólido rígido debe contener, al menos, dos puntos básicos, ya que en caso contrario no queda su posición definida.
- En cada par de revolución o articulación debe situarse un punto básico. De esta forma, los dos sólidos que se unen en el par comparten un punto, quedando así automáticamente impuesta la condición de par de revolución.
- En pares prismáticos deben existir dos puntos básicos alineados con el eje del par que sirvan para definirlo.
- Pueden utilizarse más puntos básicos por conveniencia: definición de ángulos o distancias, puntos concretos de interés, etc.

### 2.3.2 *Coordenadas naturales: caso tridimensional*

En el espacio, las coordenadas naturales son coordenadas cartesianas de puntos de los sólidos del mecanismo y componentes cartesianas de vectores unitarios rígidamente unidos a los sólidos del mecanismo. También en este caso se deben seguir unas normas:

- Cada sólido rígido del mecanismo ha de contener suficientes puntos y vectores unitarios para que su movimiento quede perfectamente definido: esto implica un mínimo de dos puntos y un vector unitario no alineados, o tres puntos no alineados, o un punto y dos vectores unitarios distintos en cada sólido. También puede definirse un sólido con sólo dos puntos, pero en este caso aceptamos que el sólido posea solamente cinco grados de libertad, ya que no se detecta la rotación del mismo alrededor del eje definido por los dos puntos. Puede ser conveniente en el caso de barras con rótulas en los extremos.
- En la modelización de los pares cinemáticos se tratará de compartir puntos y vectores unitarios.
- Convendrá compartir un punto en aquellos pares que realmente comparten algún punto material, como el par de revolución, el esférico o la junta universal.
- Convendrá compartir un vector unitario en aquellos pares que contengan un eje de rotación o traslación, como el par de revolución, el prismático o el cilíndrico.
- Un vector unitario puede ser sustituido por dos puntos.
- Pueden definirse puntos y vectores unitarios adicionales siempre que se estime oportuno

### 2.4 *Coordenadas mixtas*

Diremos que una modelización se ha llevado a cabo en coordenadas mixtas si además de coordenadas naturales se han utilizado algunas coordenadas relativas (ángulos y distancias).

Por cada nueva variable que se añade al problema, es necesario introducir una nueva ecuación de restricción que relacione a esa variable con las demás.

Estas coordenadas son iguales para el caso plano y para el caso tridimensional, existiendo como única diferencia la forma de las ecuaciones de restricción

## **3.5 Formulación multicuerpo. Análisis cinemático**

El sistema multicuerpo simulado consiste en un conjunto de cuerpos rígidos. Estos cuerpos están limitados con respecto a los demás por medio de un conjunto de restricciones en caso de que se trabaje con coordenadas dependientes. Matemáticamente, estos pares cinemáticos o articulaciones pueden ser modelados por ecuaciones de restricción que introduzcan relaciones cinemáticas entre las coordenadas que describen el sistema mecánico.

El estudio de la cinemática da información sobre el movimiento de un sistema, independientemente de las fuerzas que actúan sobre él, ya que el movimiento del sistema depende de su geometría y configuración de sus elementos.

En este trabajo se consideran los segmentos anatómicos como cuerpos rígidos para poder utilizar las ecuaciones del movimiento de sistemas multicuerpo. Para poder resolver la dinámica de estos cuerpos se opta por planteamientos que conduzcan a un tamaño del problema proporcional al número de grados de libertad del sistema, como son las ecuaciones de Lagrange (en coordenadas dependientes):

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \Phi_q^T \lambda = Q \quad (3.1)$$

La T hace referencia a la energía cinética, la cual toma la forma:

$$T = \frac{1}{2} \dot{q}^t M \dot{q} \quad (3.2)$$

Si introducimos la ecuación de la energía cinética en la ecuación de Lagrange se obtiene la ecuación del movimiento de sistemas multicuerpo, la cual se pueden expresar de la siguiente forma:

$$\begin{cases} M\ddot{q} + \Phi_q^T \lambda = Q \\ \Phi(q, t) = 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

Donde M es la matriz de masas del sistema,  $\ddot{q}$  es el vector de aceleraciones,  $\Phi_q^T \lambda$  son las fuerzas generalizadas asociadas a los multiplicadores de Lagrange  $\lambda$  (esfuerzos requeridos para mantener las restricciones entre las distintas variables dependientes q), Q es el vector de fuerzas generalizadas y  $\Phi$  representa el vector de restricciones cinemáticas en el que se agrupan todas las ecuaciones de restricción, siendo q el vector de coordenadas dependientes y t el tiempo.

La razón de introducir el vector de restricciones junto a la ecuación multicuerpo radica en una diferencia del número de variables con respecto al número de incógnitas. La ecuación multicuerpo representa  $n$  ecuaciones o variables. Sin embargo, el número de incógnitas es  $n + m$ , dado que hay  $m$  multiplicadores de Lagrange desconocidos. Es necesario, por tanto, añadir otras  $m$  ecuaciones, que no son otras que las propias ecuaciones de restricción. Este sistema cuenta con ecuaciones diferenciales algebraicas (DAE) ya que la ecuación multicuerpo son  $n$  ecuaciones diferenciales y el vector de restricciones son  $m$  ecuaciones algebraicas.

Decimos entonces que las ecuaciones de Lagrange en coordenadas dependientes conducen a un sistema de ecuaciones diferenciales algebraicas (DAE). Sin embargo, la mayoría de integradores disponibles sirven para sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODE). Por este motivo, se trata de transformar el primer sistema de ecuaciones en el segundo sistema descrito. A partir de las coordenadas  $z$  independientes y sus derivadas  $\dot{z}$  y  $\ddot{z}$  obtenidas, podemos resolver el problema de dinámica inversa mediante la formulación de transformación de velocidades conocida como *matriz-R*.

Para resolver el sistema de ecuaciones diferencial algebraico propuesto en la ecuación (3.3), se utiliza una estrategia basada en transformar dicho sistema en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinario (ODE), ya que hay varios métodos conocidos para resolver este tipo de sistemas de ecuaciones. En este trabajo se ha utilizado el método de

proyección de la velocidad propuesto por García de Jalón y Bayo en 1994 [6], anteriormente citado como *matriz-R*.

Este método consiste en establecer la siguiente relación de velocidades:

$$\dot{q} = R\dot{z} \quad (3.4)$$

Donde  $q$  son todas las variables del mecanismo y  $z$ , el ya mencionado conjunto de variables independientes. Derivando esta expresión nos queda:

$$\ddot{q} = R\ddot{z} + \dot{R}\dot{z} \quad (3.5)$$

Si ahora sustituimos esta expresión en la ecuación de movimiento de sistemas multicuerpo (3.3) se tiene:

$$MR\ddot{z} + M\dot{R}\dot{z} + \Phi_q^T\lambda = Q \quad (3.6)$$

Multiplicando por la traspuesta de la *matriz-R* y reordenando, queda:

$$R^TMR\ddot{z} + (\Phi_qR)^T\lambda = R^T(Q - M\dot{R}\dot{z}) \quad (3.7)$$

Ahora bien, sabiendo que el producto  $\Phi_qR$  es nulo, ya que  $\Phi_q\dot{q} = 0$  y según la ecuación (3.4)  $\dot{q} = R\dot{z}$ , se tiene entonces que  $\Phi_qR\dot{z} = 0$ . Por tanto, la ecuación (3.7) queda como:

$$R^TMR\ddot{z} = R^T(Q - M\dot{R}\dot{z}) \quad (3.8)$$

O lo que es lo mismo:

$$Q_m = R^TMR\ddot{z} - R^T(\hat{Q} - M\dot{R}\dot{z}) \quad (3.9)$$

Donde  $\hat{Q}$  son las fuerzas generalizadas conocidas asociadas a fuerzas constantes o fuerzas que solo dependen del estado del sistema mecánico como, por ejemplo, las fuerzas gravitatorias y  $Q_m$  son las fuerzas generalizadas asociadas a las coordenadas independientes, es decir, las incógnitas del problema dinámico inverso.

Sumando las contribuciones al trabajo virtual que las fuerzas externas, pares externos y efectos de inercia que actúan sobre un sólido, realizan sobre sus respectivos desplazamientos virtuales, se obtendrá la contribución de ese sólido a las ecuaciones del movimiento.

$$\delta W = \delta W_{FinA} + \delta W_{FinB} + \delta W_{MinA} + \delta W_{MinB} + \delta W_{Fext} + \delta W_{Mext} = 0 \quad (3.10)$$

Donde el trabajo realizado por las fuerzas de inercia y los pares de inercia se puede dividir en dos términos cada uno.

Por un lado, el trabajo realizado por las fuerzas de inercia podemos encontrarlo como el trabajo virtual de los términos tangenciales de las fuerzas de inercia ( $\delta W_{FinA}$ ), y el trabajo virtual de los términos centrípetos de las fuerzas de inercia ( $\delta W_{FinB}$ ). Del mismo modo la expresión del trabajo realizado por los pares de inercia puede separarse en dos términos, correspondientes a la componente tangencial ( $\delta W_{MinA}$ ) y normal ( $\delta W_{MinB}$ ) de la aceleración de la variable dependiente.

En cuanto a los términos de los trabajos realizados por las fuerzas y momentos externos, la componente de la fuerza ( $\delta W_{F_{ext}}$ ) hace referencia a los pesos de los sólidos rígidos y a los actuadores que se forman en la pelvis y que simulan las fuerzas de reacción devueltas por la placa de fuerzas, mientras que la componente de los momentos ( $\delta W_{M_{ext}}$ ), únicamente hace alusión a dichos actuadores, los cuales en este caso proporcionan los pares resultantes del movimiento en las articulaciones [45]. Es por tanto que estos dos últimos términos (externos), podemos agruparlos como  $Q_{ext}$ .

Agrupando los términos tangenciales y centrípetos de la fuerza y el par de inercia podemos expresar la ecuación (3.10) de forma similar a la ecuación de Eksergian para sistemas de 1 DOF:

$$[I_R] \cdot [\ddot{q}] + \sum_{k=1}^n \dot{q}_k [CC] \cdot \dot{q} = [Q_{ext}] \quad (3.11)$$

Con una Inercia reducida:

$$[I_R] = M_i \cdot [[K_G]^T \cdot [K_G]]^T + I_g \cdot \left[ [K_{\varphi_j q_n}]^T \cdot [K_{\varphi_j q_n}] \right]^T \quad (3.12)$$

Un Coeficiente centrípeto:

$$[CC] = M_i \cdot \left[ [L_{G q_k}]^T \cdot [K_G] \right]^T + I_g \cdot \left[ [L_{\varphi_j q/q_k}]^T \cdot [K_{\varphi_j}] \right]^T \quad (3.13)$$

Y una Fuerza generalizada:

$$[Q_{ext}] = F_x \cdot [K_{p_x q_n}] + F_y \cdot [K_{p_y q_n}] + M \cdot K_{\varphi_j q_n} \quad (3.14)$$

Ahora bien, si en la ecuación (3.11) dividimos la fuerza generalizada  $Q_{ext}$  en sus dos componentes de pesos ( $Q_{pesos}$ ) y actuadores ( $Q_{act}$ ), podemos despejar  $Q_{act}$  y obtener las fuerzas de reacción y momentos resultantes de las articulaciones, quedando entonces:

$$Q_{act} = I_R \cdot [\ddot{q}] + \sum_{k=1}^n \dot{q}_k [CC] \cdot \dot{q} - Q_{pesos} \quad (3.15)$$

Tal y como pasaba en la ecuación (3.9),  $Q_{act}$  son las incógnitas del problema dinámico inverso. A su vez, comparando las ecuaciones (3.9) y la (3.15), vemos que se parecen mucho, pues:

$$I_R \cdot [\ddot{q}] \rightarrow R^T M R \cdot \ddot{z} \quad (3.16)$$

$$\sum_{k=1}^n \dot{q}_k [CC] \cdot \dot{q} \rightarrow R^T M \dot{R} \cdot \dot{z} \quad (3.17)$$

$$-Q_{pesos} \rightarrow -\hat{Q} \quad (3.18)$$

Resumiendo  $Q_m$  es la solución al problema dinámico inverso para la parte de las coordenadas naturales, que al ser dependientes, necesitan de las ecuaciones de restricción  $\Phi(q, t) = 0$  para formar la *matriz-R*, que anula los  $\lambda$  Multiplicadores de Lagrange. De

igual modo  $Q_{act}$  es la solución al problema dinámico inverso para la parte de las coordenadas relativas, las cuales ya son independientes y no necesitan de ecuaciones de restricción. La necesidad de utilizar estas dos soluciones, las cuales son precisamente las obtenidas por la librería, reside en la utilización de coordenadas mixtas (naturales y relativas) en el desarrollo del modelo.

### **3.5.1 Ecuaciones de restricción**

Como se dijo antes, las coordenadas mixtas se utilizan para definir la configuración del sistema. Es decir, las coordenadas cartesianas de puntos y vectores unitarios se complementan con ángulos con el fin de conducir fácilmente el movimiento. Es simple simular, de esta manera, el movimiento de un sistema multicuerpo impulsado por los actuadores situados en las articulaciones (que se relacionan directamente con los grados de libertad) [6]. Dado que el modelo se define mediante las coordenadas dependientes, como también se ha comentado, se tiene que imponer entre estas variables un conjunto de restricciones cinemáticas.

La restricción cinemática relacionada con las articulaciones esféricas que se utilizan para unir los segmentos se puede describir de forma implícita mediante el intercambio de puntos entre los dos cuerpos rígidos adyacentes, disminuyendo el número de variables, pues al compartir un mismo punto, queda ya definido en primera instancia por el primer sólido.

Estas ecuaciones de restricción que delimitan el movimiento del sujeto quedan recogidas en el anexo A.

## Capítulo 4: Análisis Dinámico Inverso

Las técnicas de dinámica inversa se utilizan para calcular las fuerzas de reacción en las articulaciones y los pares que el sistema musculo-esquelético produce durante el movimiento humano utilizando datos cinemáticos adquiridos y los parámetros estimados de los segmentos corporales (BSP). Los resultados que arroja la IDA son adecuados para el estudio de problemas relacionados con la locomoción humana.

### 4.1 Planteamiento del problema

El estudio de la locomoción humana, así como el cálculo de las fuerzas de reacción articulares y pares que el sistema músculo-esquelético produce durante la acción, son de gran importancia en muchas áreas de investigación como la de la ingeniería biomédica. Los resultados de los problemas de la dinámica inversa son conocidos por ser muy sensibles a las incertidumbres presentes en los datos de entrada [7].

El IDA en este trabajo calcula los pares articulares necesarios a aplicar en el modelo para obtener una trayectoria definida, que más tarde podría compararse con los resultados de otro modelo a fin de demostrar si difiere de uno ideal.

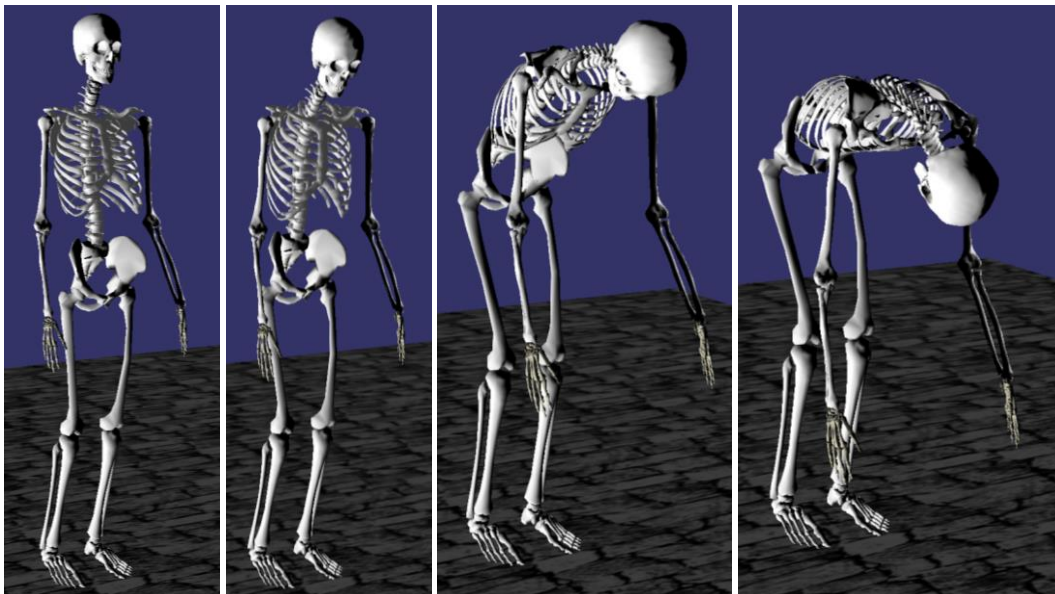


Figura 4.1: Modelo creado en Visual, durante la realización de la acción.

### 4.2 Configuración Experimental

El análisis dinámico inverso que se hace en este proyecto se lleva a cabo introduciendo el movimiento medido del modelo 2D de Andrés Valverde Conesa al realizar la acción de coger una pesa de 12 kg de masa como datos de entrada. Los datos que nos llegan de dicho modelo en forma de Excel se agrupan en dos pestañas: “Cinemática”, con las posiciones, tanto en  $X$  como en  $Y$  de las 17 articulaciones que



reflejaba el modelo de la Figura 3.5 del Capítulo 3 (3.2 Movimiento de reconstrucción), y “Dinámica”, donde se recogen las fuerzas de reacción devueltas por la placa.

Estos datos han de ser tratados para que podamos utilizarlos en nuestro modelo. Así, por medio de las posiciones de las articulaciones creamos una nueva pestaña que nos servirá como datos de entrada para las librerías, que contendrá los ángulos que forman cada una de ellas con la siguiente adyacente, con el uso de la arcotangente (véase para más detalle el Anexo B), así como la posición de la pelvis. En total 17 columnas, correspondientes a las posiciones de la pelvis en  $X$  e  $Y$  para las dos primeras columnas y a los 15 ángulos para las demás columnas (3-17), y 9283 filas. Tendremos entonces 17 actuadores, donde los actuadores de la posición de la pelvis simularán las fuerzas de reacción que se forman bajo el pie, así como los demás actuadores, pertenecientes a los ángulos que simularán lo pares articulares durante el movimiento.

Para realizar el análisis dinámico inverso no nos basta solamente con la posición de la pelvis y los ángulos que forman las articulaciones, sino que necesitamos tratar estos datos para obtener también velocidades y aceleraciones.

Con el archivo de Matlab “grabadatosIDA.m”, el cual toma como datos de entrada el archivo “SujetoCinemYDinam.txt”, que contiene la posición de la pelvis y los ángulos que forman las articulaciones durante el movimiento, se derivan las 9283 filas de datos de cada columna una y dos veces con objeto de obtener las velocidades y aceleraciones de la pelvis y los ángulos. Estos nuevos datos se guardan en el archivo “datos.out” que servirá como dato de entrada a las librerías.

Con este nuevo archivo de entrada, obtenemos en Visual los actuadores, recogidos en “actuators.txt” como datos de salida, que serían necesarios para reproducir el movimiento capturado inicial (fuerzas de reacción del cuerpo contra el suelo y momentos que mantienen los giros de los segmentos durante el movimiento). Este archivo “actuators.txt” sirve a su vez como datos de entrada para un nuevo archivo de Matlab “momentosArticulares.m”, que se encargará de relacionar las fuerzas y momentos con respecto al tiempo sacándolos por pantalla en forma de gráficas, en las que agrupa “Reacción X” y “Reacción Y” en la primera gráfica, “Cabeza”, “Torso” y “Pelvis” en la segunda gráfica, “Brazo”, “Antebrazo” y “Mano” en la tercera gráfica, y “Muslo”, “Espinilla” y “Pie”, en la cuarta gráfica. Las curvas que se dibujan en estas gráficas pueden compararse con las trazadas por los resultados del modelo de Andrés en una gráfica común, a fin de observar si son coincidentes, lo que supondría la validación del modelo de Visual.

## Capítulo 5: Resultados y Discusión

En este trabajo se ha presentado un modelo multicuerpo 3D para representar el cuerpo humano mediante 18 eslabones rígidos y 57 grados de libertad. A partir de él obtuvieron las reacciones y esfuerzos que tienen lugar durante la acción de agacharse y coger una pesa de 12 kg. Para ello se llevó a cabo un análisis dinámico inverso que se resolvió con [].

Con este análisis inverso se obtienen los pares que realmente tienen lugar en las articulaciones durante la realización de la acción a partir del movimiento relativo entre eslabones introducido.

Como los datos experimentales solamente proporcionan las reacciones que devuelve la placa, las reacciones que se obtienen con este análisis han sido lo único que hemos podido comparar con los resultados de Andrés, producidos por el modelo al realizar la misma acción, para validar el modelo.

En las gráficas se comparan los resultados arrojados por Visual/Matlab y los resultados experimentales, donde la curva en \_\_\_\_ representa a Visual y la curva en \_\_\_\_\_ representa al modelo de Andrés.

Como se comprueba en la Figura X, las fuerzas de reacción referidas a la pelvis, obtenidas del análisis inverso, son coincidentes a las experimentales. Como se puede apreciar, las curvas siguen una trayectoria similar. Sin embargo, hay una disconformidad desde el origen del que parten que se explica por la

## **Capítulo 6: Conclusiones y Trabajos futuros**

Todas las técnicas de dinámica multicuerpo presentados en este proyecto están dirigidos a la consecución de un modelo biomecánico 3D del cuerpo humano con el fin de estudiar la dinámica inversa al realizar la acción de coger una pesa. Es importante señalar que este trabajo se desarrolla en el contexto de una nueva línea de investigación en biomecánica en las instalaciones del Centro de Desarrollo e Innovación Tecnológica (CEDIT) del Parque Tecnológico de Fuente Álamo, perteneciente a la Universidad Politécnica de Cartagena.

### **6.1 Conclusiones**

En este trabajo, se implementa una metodología multicuerpo para el análisis dinámico tridimensional de la acción descrita. El problema de la dinámica inversa se aborda con el fin de calcular las fuerzas músculo-esqueléticas desarrolladas en las articulaciones anatómicas del cuerpo humano mientras se realiza un movimiento prescrito.

Las principales conclusiones que se pueden extraer de esta tesis se describen a continuación:

#### **Resultados dinámica inversa**

La información cinemática y los parámetros de los segmentos corporales (BSP) se utilizan como datos de entrada para realizar un análisis dinámico inverso de la acción determinada utilizando un modelo general 3D formado por 18 cuerpos rígidos y un total de 57 grados de libertad.

### **6.2 Trabajos Futuros**

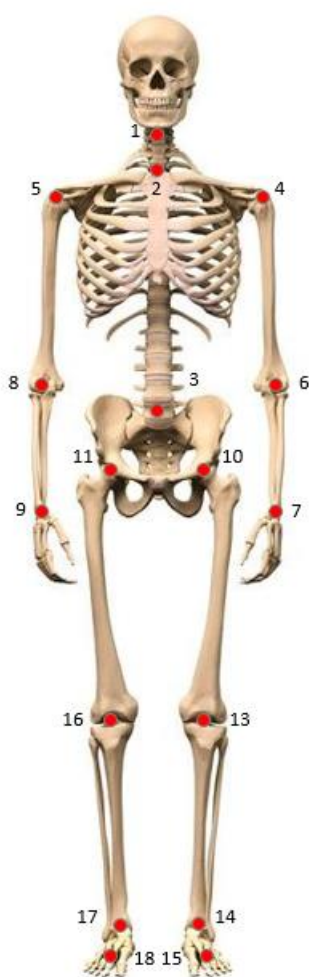
Esta sección contiene las principales líneas de investigación que se identifican para futuros desarrollos.

- Cuando los detalles específicos del movimiento de las articulaciones son el objeto de estudio, la estructura cinemática que se utiliza en los modelos biomecánicos no es suficiente. Con el objetivo de resolver este problema, se puede integrar un modelo detallado de algunas articulaciones (tales como la rodilla o el tobillo) en el modelo de todo el cuerpo introduciendo las propiedades geométricas y anatómicas de las articulaciones. Por otra parte, estos cambios en la definición de las articulaciones pueden mejorar la exactitud de los resultados en la simulación inversa y directa.

- El análisis de las incertidumbres de datos de entrada en una IDA revela la importancia de la mejora de la transformación de datos cinemáticos. De esta manera, otro acontecimiento importante que se puede introducir es una nueva metodología para mejorar las estimaciones de la cinemática de los segmentos a partir de las mediciones de las trayectorias de los marcadores. Con este objetivo, se podrían estudiar nuevas estrategias tales como el método de optimización global.
- Aunque en este proyecto no se haya profundizado en gran medida en el análisis dinámico directo, se podría desarrollar una herramienta basada en él, que permitiera predecir los movimientos de sujetos reales bajo alguna condición virtual. Ello serviría de gran ayuda para anticipar los resultados de la cirugía o para ayudar en el diseño de prótesis/órtesis o en el reconocimiento de deficiencias locomotoras e incluso podría servir como validación del modelo.
- Para acercarnos más a la realidad y modelos biomecánicos más precisos sería preciso incluir la definición de músculos y tendones. Este procedimiento implicaría la selección de los músculos pertinentes, los puntos de fijación de las unidades músculo-tendón que accionan el modelo humano y la selección del modelo matemático asociado a dichos músculos con sus correspondientes parámetros. Si además vamos más allá, se podría incluso implementar modelo neural para hacer el modelo todavía más acorde a la realidad.
- En caso de realizar un modelo biomecánico que incluya la definición de músculos y tendones, habrá que tener en cuenta que en cada articulación del sistema esquelético se conforman varios músculos, y que las fuerzas musculares no se pueden calcular de un modo directo a partir de los momentos de dichas articulaciones. Con el fin de resolver este problema, se necesitan implementar procedimientos de optimización. Por lo tanto, se pueden estudiar las diferentes alternativas y elegir e implementar aquellas más apropiadas, considerando el coste computacional y la robustez numérica, para así poderse comparar cualitativamente los resultados obtenidos usando señales de EMG.
- Dado que el modelo 3D presentado ha sido desarrollado utilizando una formulación multicuerpo genérica, se pueden estudiar diferentes movimientos humanos. En esta línea, se puede desarrollar la aplicación de la metodología para diferentes tareas como correr, saltar, bailar, etc. Por otra parte, el modelo humano también se puede utilizar en diferentes áreas de estudio, tales como ergonomía, diseño biomédico o rehabilitación física.

## Anexo A: Definición de vectores unitarios locales y posición de las articulaciones

Este anexo contiene las ecuaciones de restricción con que se define el sujeto utilizadas para delimitar el movimiento y posición de las articulaciones a la hora de realizar la acción dada. La razón de utilizar estas ecuaciones se basa en que al utilizar coordenadas dependientes, empleamos un número mayor de coordenadas que el número de grados de libertad. De esta forma se consigue una descripción mucho más sencilla del sistema pero deben incluirse unas ecuaciones, denominadas de restricción, que las relacione.



Se muestra en la Tabla A.1 el conjunto de segmentos anatómicos en los que se divide el cuerpo, todos ellos referenciados al número de puntos y vectores con que se detallan, así como el número de coordenadas que poseen. Únicamente en dos segmentos (torso y pelvis), las ecuaciones de restricción que ligan las coordenadas se establecen como condición de sólido rígido y como restricción de par, mientras que en los demás solo se establecen como restricción de par. Encontramos entonces, en función del número de puntos y vectores ecuaciones de sólido rígido, de vector unitario, de combinación lineal y de triedro. En la Figura A.1, se observa un esqueleto donde se han colocado cada una de las articulaciones con las que se trabaja en el modelo, entendidas como puntos en las ecuaciones de restricción.

También junto a cada conjunto de ecuaciones de restricción encontramos la estructura ósea a la que delimitan, donde se representa la localización de sus articulaciones y el sentido de sus vectores.

Figura A.1: Localización de las dieciocho articulaciones que servirán como puntos en las ecuaciones de restricción.

Segmentos	Puntos/Vectores	$N_0$ Coordenadas	Sólido rígido (SR)	Vector unitario ( $v_{\bar{u}}$ )	Combinación lineal (CL)	Triedro (T)	$N_0$ Ecuaciones
Cabeza	[1, $v_1, v_2, v_3$ ]	12	0	3	0	3	6
Cuello	[1,2, $v_4, v_5, v_6$ ]	12	0	3	3	3	9
Torso	[2,3,4,5, $v_7, v_8$ ]	15	1	2	6	3	12
Húmero izquierdo	[4,6, $v_9, v_{10}, v_{11}$ ]	12	0	3	3	3	9
Antebrazo izquierdo	[6,7, $v_{12}, v_{13}, v_{14}$ ]	12	0	3	3	3	9
Mano izquierda	[7, $v_{15}, v_{16}, v_{17}$ ]	9	0	3	0	3	6
Húmero derecho	[5,8, $v_{18}, v_{19}, v_{20}$ ]	12	0	3	3	3	9
Antebrazo derecho	[8,9, $v_{21}, v_{22}, v_{23}$ ]	12	0	3	3	3	9
Mano derecha	[9, $v_{24}, v_{25}, v_{26}$ ]	9	0	3	0	3	6
Pelvis	[3,10,11,12, $v_{27}, v_{28}$ ]	15	1	2	6	3	12
Fémur izquierdo	[10,13, $v_{29}, v_{30}, v_{31}$ ]	12	0	3	3	3	9
Tibia izquierda	[13,14, $v_{32}, v_{33}, v_{34}$ ]	12	0	3	3	3	9
Pie izquierdo	[14,15, $v_{35}, v_{36}, v_{37}$ ]	12	0	3	3	3	9
Dedos izquierdos	[15, $v_{38}, v_{39}, v_{40}$ ]	9	0	3	0	3	6
Fémur derecho	[11,16, $v_{41}, v_{42}, v_{43}$ ]	12	0	3	3	3	9
Tibia derecha	[16,17, $v_{44}, v_{45}, v_{46}$ ]	12	0	3	3	3	9
Pie derecho	[17,18, $v_{47}, v_{48}, v_{49}$ ]	12	0	3	3	3	9
Dedos derechos	[18, $v_{50}, v_{51}, v_{52}$ ]	9	0	3	0	3	6

Tabla A.1: Puntos y vectores, número de coordenadas y número y tipo de ecuaciones de cada segmento.

La ecuación de Kutzbach Gruebler es usada para calcular los grados de libertad en los acoplamientos. Para un sistema tridimensional dice así:

$$\text{DOF} = 6 \cdot n - 5 \cdot p_I - 4 \cdot p_{II} - 3 \cdot p_{III} \quad (\text{A. 154})$$

Donde  $n = n^\circ$  de eslabones móviles y  $p_I, p_{II}$  y  $p_{III}$  son el  $n^\circ$  de articulaciones que restringen unos, dos y tres DOF respectivamente. En nuestro caso tenemos que  $n = 17$  y solo tenemos articulaciones esféricas que restringen 3 grados de libertad. Por tanto tendremos:

$$6 \cdot 18 - 5 \cdot 0 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 17 = 57 \text{ DOF} \quad (\text{A. 155})$$

Teniendo el número de coordenadas dependientes ( $s$ ) y el número de grados de libertad ( $g$ ), podemos saber cuántas ecuaciones de restricción ( $r$ ) necesitamos a partir de la siguiente ecuación:

$$r = s - g = 210 - 57 = 153 \quad (\text{A. 155})$$

A continuación se muestran las ecuaciones de restricción ya mencionadas:

## Cabeza

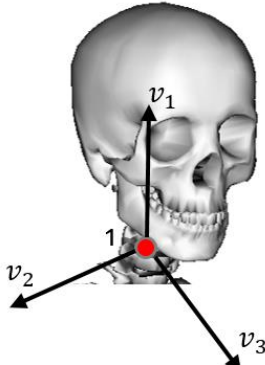


Figura A.2: Puntos y vectores de la cabeza.

$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{1x}^2 + v_{1y}^2 + v_{1z}^2 - 1 = 0 & (A.1) \\ v_{2x}^2 + v_{2y}^2 + v_{2z}^2 - 1 = 0 & (A.2) \\ v_{3x}^2 + v_{3y}^2 + v_{3z}^2 - 1 = 0 & (A.3) \end{cases}$$

$$T \begin{cases} v_{1x} \cdot v_{2x} + v_{1y} \cdot v_{2y} + v_{1z} \cdot v_{2z} - C_1 = 0 & (A.4) \\ v_{1x} \cdot v_{3x} + v_{1y} \cdot v_{3y} + v_{1z} \cdot v_{3z} - C_2 = 0 & (A.5) \\ v_{2x} \cdot v_{3x} + v_{2y} \cdot v_{3y} + v_{2z} \cdot v_{3z} - C_3 = 0 & (A.6) \end{cases}$$

## Cuello

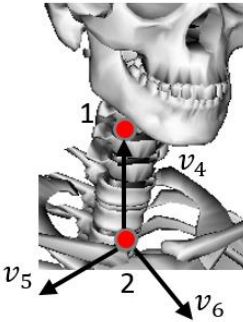


Figura A.3: Puntos y vectores del cuello.

$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{4x}^2 + v_{4y}^2 + v_{4z}^2 - 1 = 0 & (A.7) \\ v_{5x}^2 + v_{5y}^2 + v_{5z}^2 - 1 = 0 & (A.8) \\ v_{6x}^2 + v_{6y}^2 + v_{6z}^2 - 1 = 0 & (A.9) \end{cases}$$

$$CL \begin{cases} (x_2 - x_1) = C_4 \cdot v_{4x} + C_5 \cdot v_{5x} + C_6 \cdot v_{6x} & (A.10) \\ (y_2 - y_1) = C_4 \cdot v_{4y} + C_5 \cdot v_{5y} + C_6 \cdot v_{6y} & (A.11) \\ (z_2 - z_1) = C_4 \cdot v_{4z} + C_5 \cdot v_{5z} + C_6 \cdot v_{6z} & (A.12) \end{cases}$$

$$T \begin{cases} v_{4x} \cdot v_{5x} + v_{4y} \cdot v_{5y} + v_{4z} \cdot v_{5z} - C_7 = 0 & (A.13) \\ v_{4x} \cdot v_{6x} + v_{4y} \cdot v_{6y} + v_{4z} \cdot v_{6z} - C_8 = 0 & (A.14) \\ v_{5x} \cdot v_{6x} + v_{5y} \cdot v_{6y} + v_{5z} \cdot v_{6z} - C_9 = 0 & (A.15) \end{cases}$$

## Torso

$$SR \{ (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2 - L_{32}^2 = 0 \quad (A.16)$$

$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{7x}^2 + v_{7y}^2 + v_{7z}^2 - 1 = 0 & (A.17) \\ v_{8x}^2 + v_{8y}^2 + v_{8z}^2 - 1 = 0 & (A.18) \end{cases}$$

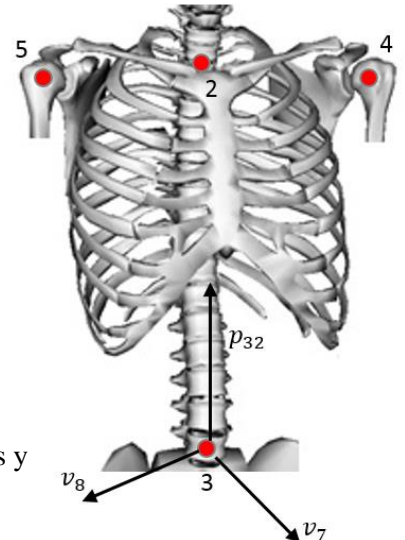
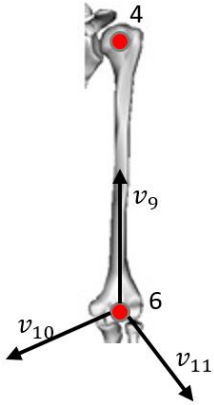


Figura A.4: Puntos y vectores del torso.

$$CL \begin{cases} (x_3 - x_4) = C_{10} \cdot (x_3 - x_2) + C_{11} \cdot v_{7x} + C_{12} \cdot v_{8x} & (A.19) \\ (y_3 - y_4) = C_{10} \cdot (y_3 - y_2) + C_{11} \cdot v_{7y} + C_{12} \cdot v_{8y} & (A.20) \\ (z_3 - z_4) = C_{10} \cdot (z_3 - z_2) + C_{11} \cdot v_{7z} + C_{12} \cdot v_{8z} & (A.21) \\ (x_3 - x_5) = C_{13} \cdot (x_3 - x_2) + C_{14} \cdot v_{7x} + C_{15} \cdot v_{8x} & (A.22) \\ (y_3 - y_5) = C_{13} \cdot (y_3 - y_2) + C_{14} \cdot v_{7y} + C_{15} \cdot v_{8y} & (A.23) \\ (z_3 - z_5) = C_{13} \cdot (z_3 - z_2) + C_{14} \cdot v_{7z} + C_{15} \cdot v_{8z} & (A.24) \end{cases}$$

$$T \begin{cases} (x_3 - x_2) \cdot v_{7x} + (y_3 - y_2) \cdot v_{7y} + (z_3 - z_2) \cdot v_{7z} = 0 & (A.25) \\ (x_3 - x_2) \cdot v_{8x} + (y_3 - y_2) \cdot v_{8y} + (z_3 - z_2) \cdot v_{8z} = 0 & (A.26) \\ v_{7x} \cdot v_{8x} + v_{7y} \cdot v_{8y} + v_{7z} \cdot v_{8z} - C_{16} = 0 & (A.27) \end{cases}$$

### Húmero izquierdo



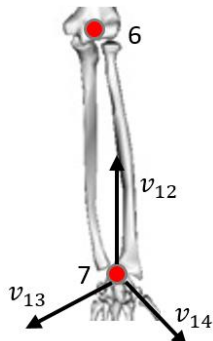
$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{9x}^2 + v_{9y}^2 + v_{9z}^2 - 1 = 0 & (A.28) \\ v_{10x}^2 + v_{10y}^2 + v_{10z}^2 - 1 = 0 & (A.29) \\ v_{11x}^2 + v_{11y}^2 + v_{11z}^2 - 1 = 0 & (A.30) \end{cases}$$

$$CL \begin{cases} (x_6 - x_4) = C_{17} \cdot v_{9x} + C_{18} \cdot v_{10x} + C_{19} \cdot v_{11x} & (A.31) \\ (y_6 - y_4) = C_{17} \cdot v_{9y} + C_{18} \cdot v_{10y} + C_{19} \cdot v_{11y} & (A.32) \\ (z_6 - z_4) = C_{17} \cdot v_{9z} + C_{18} \cdot v_{10z} + C_{19} \cdot v_{11z} & (A.33) \end{cases}$$

Figura A.5: Puntos y vectores del húmero izquierdo.

$$T \begin{cases} v_{9x} \cdot v_{10x} + v_{9y} \cdot v_{10y} + v_{9z} \cdot v_{10z} - C_{20} = 0 & (A.34) \\ v_{9x} \cdot v_{11x} + v_{9y} \cdot v_{11y} + v_{9z} \cdot v_{11z} - C_{21} = 0 & (A.35) \\ v_{10x} \cdot v_{11x} + v_{10y} \cdot v_{11y} + v_{10z} \cdot v_{11z} - C_{22} = 0 & (A.36) \end{cases}$$

### Antebrazo izquierdo



$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{12x}^2 + v_{12y}^2 + v_{12z}^2 - 1 = 0 & (A.37) \\ v_{13x}^2 + v_{13y}^2 + v_{13z}^2 - 1 = 0 & (A.38) \\ v_{14x}^2 + v_{14y}^2 + v_{14z}^2 - 1 = 0 & (A.39) \end{cases}$$

$$CL \begin{cases} (x_7 - x_6) = C_{23} \cdot v_{12x} + C_{24} \cdot v_{13x} + C_{25} \cdot v_{14x} & (A.40) \\ (y_7 - y_6) = C_{23} \cdot v_{12y} + C_{24} \cdot v_{13y} + C_{25} \cdot v_{14y} & (A.41) \\ (z_7 - z_6) = C_{23} \cdot v_{12z} + C_{24} \cdot v_{13z} + C_{25} \cdot v_{14z} & (A.42) \end{cases}$$

Figura A.6: Puntos y vectores del antebrazo izquierdo.



$$T \begin{cases} v_{12x} \cdot v_{13x} + v_{12y} \cdot v_{13y} + v_{12z} \cdot v_{13z} - C_{26} = 0 & (A.43) \\ v_{12x} \cdot v_{14x} + v_{12y} \cdot v_{14y} + v_{12z} \cdot v_{14z} - C_{27} = 0 & (A.44) \\ v_{13x} \cdot v_{14x} + v_{13y} \cdot v_{14y} + v_{13z} \cdot v_{14z} - C_{28} = 0 & (A.45) \end{cases}$$

### Mano izquierda

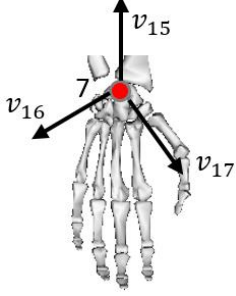


Figura A.7: Puntos y vectores de la mano izquierda.

$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{15x}^2 + v_{15y}^2 + v_{15z}^2 - 1 = 0 & (A.46) \\ v_{16x}^2 + v_{16y}^2 + v_{16z}^2 - 1 = 0 & (A.47) \\ v_{17x}^2 + v_{17y}^2 + v_{17z}^2 - 1 = 0 & (A.48) \end{cases}$$

$$T \begin{cases} v_{15x} \cdot v_{16x} + v_{15y} \cdot v_{16y} + v_{15z} \cdot v_{16z} - C_{29} = 0 & (A.49) \\ v_{15x} \cdot v_{17x} + v_{15y} \cdot v_{17y} + v_{15z} \cdot v_{17z} - C_{30} = 0 & (A.50) \\ v_{16x} \cdot v_{17x} + v_{16y} \cdot v_{17y} + v_{16z} \cdot v_{17z} - C_{31} = 0 & (A.51) \end{cases}$$

### Húmero derecho

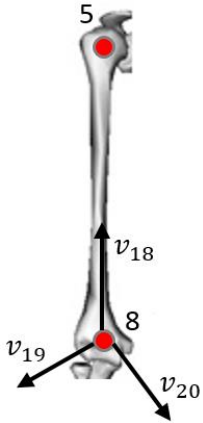


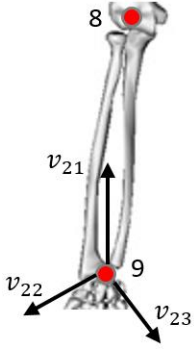
Figura A.8: Puntos y vectores del húmero derecho.

$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{18x}^2 + v_{18y}^2 + v_{18z}^2 - 1 = 0 & (A.52) \\ v_{19x}^2 + v_{19y}^2 + v_{19z}^2 - 1 = 0 & (A.53) \\ v_{20x}^2 + v_{20y}^2 + v_{20z}^2 - 1 = 0 & (A.54) \end{cases}$$

$$CL \begin{cases} (x_8 - x_5) = C_{32} \cdot v_{18x} + C_{33} \cdot v_{19x} + C_{34} \cdot v_{20x} & (A.55) \\ (y_8 - y_5) = C_{32} \cdot v_{18y} + C_{33} \cdot v_{19y} + C_{34} \cdot v_{20y} & (A.56) \\ (z_8 - z_5) = C_{32} \cdot v_{18z} + C_{33} \cdot v_{19z} + C_{34} \cdot v_{20z} & (A.57) \end{cases}$$

$$T \begin{cases} v_{18x} \cdot v_{19x} + v_{18y} \cdot v_{19y} + v_{18z} \cdot v_{19z} - C_{35} = 0 & (A.58) \\ v_{18x} \cdot v_{20x} + v_{18y} \cdot v_{20y} + v_{18z} \cdot v_{20z} - C_{36} = 0 & (A.59) \\ v_{19x} \cdot v_{20x} + v_{19y} \cdot v_{20y} + v_{19z} \cdot v_{20z} - C_{37} = 0 & (A.60) \end{cases}$$

### Antebrazo derecho



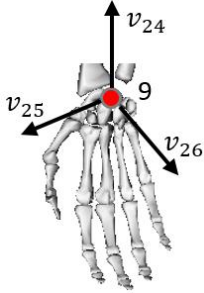
$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{21x}^2 + v_{21y}^2 + v_{21z}^2 - 1 = 0 & (A.61) \\ v_{22x}^2 + v_{22y}^2 + v_{22z}^2 - 1 = 0 & (A.62) \\ v_{23x}^2 + v_{23y}^2 + v_{23z}^2 - 1 = 0 & (A.63) \end{cases}$$

$$CL \begin{cases} (x_9 - x_8) = C_{38} \cdot v_{21x} + C_{39} \cdot v_{22x} + C_{40} \cdot v_{23x} & (A.64) \\ (y_9 - y_8) = C_{38} \cdot v_{21y} + C_{39} \cdot v_{22y} + C_{40} \cdot v_{23y} & (A.65) \\ (z_9 - z_8) = C_{38} \cdot v_{21z} + C_{39} \cdot v_{22z} + C_{40} \cdot v_{23z} & (A.66) \end{cases}$$

Figura A.9: Puntos y vectores del antebrazo derecho.

$$T \begin{cases} v_{21x} \cdot v_{22x} + v_{21y} \cdot v_{22y} + v_{21z} \cdot v_{22z} - C_{41} = 0 & (A.67) \\ v_{21x} \cdot v_{23x} + v_{21y} \cdot v_{23y} + v_{21z} \cdot v_{23z} - C_{42} = 0 & (A.68) \\ v_{22x} \cdot v_{23x} + v_{22y} \cdot v_{23y} + v_{22z} \cdot v_{23z} - C_{43} = 0 & (A.69) \end{cases}$$

### Mano derecha



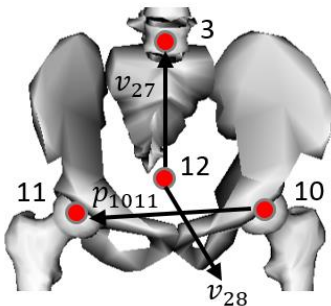
$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{24x}^2 + v_{24y}^2 + v_{24z}^2 - 1 = 0 & (A.70) \\ v_{25x}^2 + v_{25y}^2 + v_{25z}^2 - 1 = 0 & (A.71) \\ v_{26x}^2 + v_{26y}^2 + v_{26z}^2 - 1 = 0 & (A.72) \end{cases}$$

Figura A.10: Puntos y vectores de la mano derecha.

$$T \begin{cases} v_{24x} \cdot v_{25x} + v_{24y} \cdot v_{25y} + v_{24z} \cdot v_{25z} - C_{44} = 0 & (A.73) \\ v_{24x} \cdot v_{26x} + v_{24y} \cdot v_{26y} + v_{24z} \cdot v_{26z} - C_{45} = 0 & (A.74) \\ v_{25x} \cdot v_{26x} + v_{25y} \cdot v_{26y} + v_{25z} \cdot v_{26z} - C_{46} = 0 & (A.75) \end{cases}$$

### Pelvis

$$SR\{(x_{11} - x_{10})^2 + (y_{11} - y_{10})^2 + (z_{11} - z_{10})^2 - L_{1011}^2 = 0 \quad (A.76)$$



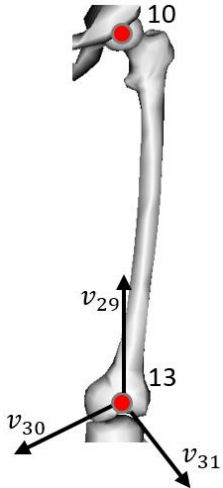
$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{27x}^2 + v_{27y}^2 + v_{27z}^2 - 1 = 0 & (A.77) \\ v_{28x}^2 + v_{28y}^2 + v_{28z}^2 - 1 = 0 & (A.78) \end{cases}$$

Figura A.11: Puntos y vectores de la pelvis.

$$CL \begin{cases} (x_3 - x_{12}) = C_{47} \cdot (x_{11} - x_{10}) + C_{48} \cdot v_{27x} + C_{49} \cdot v_{28x} & (A.79) \\ (y_3 - y_{12}) = C_{47} \cdot (y_{11} - y_{10}) + C_{48} \cdot v_{27y} + C_{49} \cdot v_{28y} & (A.80) \\ (z_3 - z_{12}) = C_{47} \cdot (z_{11} - z_{10}) + C_{48} \cdot v_{27z} + C_{49} \cdot v_{28z} & (A.81) \\ (x_{12} - x_{11}) = C_{50} \cdot (x_{11} - x_{10}) + C_{51} \cdot v_{27x} + C_{52} \cdot v_{28x} & (A.82) \\ (y_{12} - y_{11}) = C_{50} \cdot (y_{11} - y_{10}) + C_{51} \cdot v_{27y} + C_{52} \cdot v_{28y} & (A.83) \\ (z_{12} - z_{11}) = C_{50} \cdot (z_{11} - z_{10}) + C_{51} \cdot v_{27z} + C_{52} \cdot v_{28z} & (A.84) \end{cases}$$

$$T \begin{cases} (x_{11} - x_{10}) \cdot v_{27x} + (y_{11} - y_{10}) \cdot v_{27y} + (z_{11} - z_{10}) \cdot v_{27z} = 0 & (A.85) \\ (x_{11} - x_{10}) \cdot v_{28x} + (y_{11} - y_{10}) \cdot v_{28y} + (z_{11} - z_{10}) \cdot v_{28z} = 0 & (A.86) \\ v_{27x} \cdot v_{28x} + v_{27y} \cdot v_{28y} + v_{27z} \cdot v_{28z} - C_{53} = 0 & (A.87) \end{cases}$$

### Fémur izquierdo



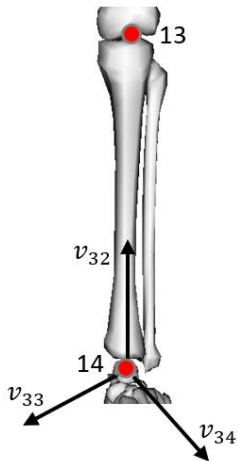
$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{29x}^2 + v_{29y}^2 + v_{29z}^2 - 1 = 0 & (A.88) \\ v_{30x}^2 + v_{30y}^2 + v_{30z}^2 - 1 = 0 & (A.89) \\ v_{31x}^2 + v_{31y}^2 + v_{31z}^2 - 1 = 0 & (A.90) \end{cases}$$

$$CL \begin{cases} (x_{13} - x_{10}) = C_{54} \cdot v_{29x} + C_{55} \cdot v_{30x} + C_{56} \cdot v_{31x} & (A.91) \\ (y_{13} - y_{10}) = C_{54} \cdot v_{29y} + C_{55} \cdot v_{30y} + C_{56} \cdot v_{31y} & (A.92) \\ (z_{13} - z_{10}) = C_{54} \cdot v_{29z} + C_{55} \cdot v_{30z} + C_{56} \cdot v_{31z} & (A.93) \end{cases}$$

Figura A.12: Puntos y vectores del fémur izquierdo.

$$T \begin{cases} v_{29x} \cdot v_{30x} + v_{29y} \cdot v_{30y} + v_{29z} \cdot v_{30z} - C_{57} = 0 & (A.94) \\ v_{29x} \cdot v_{31x} + v_{29y} \cdot v_{31y} + v_{29z} \cdot v_{31z} - C_{58} = 0 & (A.95) \\ v_{30x} \cdot v_{31x} + v_{30y} \cdot v_{31y} + v_{30z} \cdot v_{31z} - C_{59} = 0 & (A.96) \end{cases}$$

### Tibia izquierda



$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{32x}^2 + v_{32y}^2 + v_{32z}^2 - 1 = 0 & (A.97) \\ v_{33x}^2 + v_{33y}^2 + v_{33z}^2 - 1 = 0 & (A.98) \\ v_{34x}^2 + v_{34y}^2 + v_{34z}^2 - 1 = 0 & (A.99) \end{cases}$$

$$CL \begin{cases} (x_{14} - x_{13}) = C_{60} \cdot v_{32x} + C_{61} \cdot v_{33x} + C_{62} \cdot v_{34x} & (A.100) \\ (y_{14} - y_{13}) = C_{60} \cdot v_{32y} + C_{61} \cdot v_{33y} + C_{62} \cdot v_{34y} & (A.101) \\ (z_{14} - z_{13}) = C_{60} \cdot v_{32z} + C_{61} \cdot v_{33z} + C_{62} \cdot v_{34z} & (A.102) \end{cases}$$

Figura A.13: Puntos y vectores la tibia izquierda.

$$T \begin{cases} v_{32x} \cdot v_{33x} + v_{32y} \cdot v_{33y} + v_{32z} \cdot v_{33z} - C_{63} = 0 & (A.103) \\ v_{32x} \cdot v_{34x} + v_{32y} \cdot v_{34y} + v_{32z} \cdot v_{34z} - C_{64} = 0 & (A.104) \\ v_{33x} \cdot v_{34x} + v_{33y} \cdot v_{34y} + v_{33z} \cdot v_{34z} - C_{65} = 0 & (A.105) \end{cases}$$

### Pie izquierdo

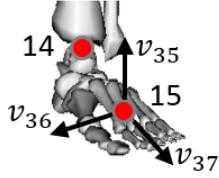


Figura A.14: Puntos y vectores del pie izquierdo.

$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{35x}^2 + v_{35y}^2 + v_{35z}^2 - 1 = 0 & (A.106) \\ v_{36x}^2 + v_{36y}^2 + v_{36z}^2 - 1 = 0 & (A.107) \\ v_{37x}^2 + v_{37y}^2 + v_{37z}^2 - 1 = 0 & (A.108) \end{cases}$$

$$CL \begin{cases} (x_{15} - x_{14}) = C_{66} \cdot v_{35x} + C_{67} \cdot v_{36x} + C_{68} \cdot v_{37x} & (A.109) \\ (y_{15} - y_{14}) = C_{66} \cdot v_{35y} + C_{67} \cdot v_{36y} + C_{68} \cdot v_{37y} & (A.110) \\ (z_{15} - z_{14}) = C_{66} \cdot v_{35z} + C_{67} \cdot v_{36z} + C_{68} \cdot v_{37z} & (A.111) \end{cases}$$

$$T \begin{cases} v_{35x} \cdot v_{36x} + v_{35y} \cdot v_{36y} + v_{35z} \cdot v_{36z} - C_{69} = 0 & (A.112) \\ v_{35x} \cdot v_{37x} + v_{35y} \cdot v_{37y} + v_{35z} \cdot v_{37z} - C_{70} = 0 & (A.113) \\ v_{36x} \cdot v_{37x} + v_{36y} \cdot v_{37y} + v_{36z} \cdot v_{37z} - C_{71} = 0 & (A.114) \end{cases}$$

### Dedos izquierdos

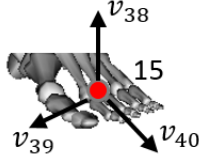
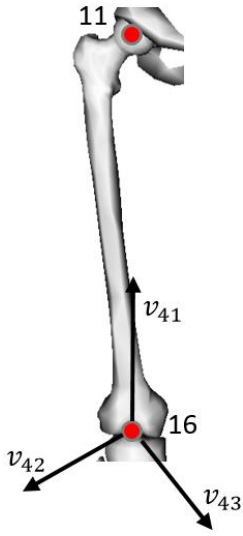


Figura A.15: Puntos y vectores de los dedos izquierdos.

$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{38x}^2 + v_{38y}^2 + v_{38z}^2 - 1 = 0 & (A.115) \\ v_{39x}^2 + v_{39y}^2 + v_{39z}^2 - 1 = 0 & (A.116) \\ v_{40x}^2 + v_{40y}^2 + v_{40z}^2 - 1 = 0 & (A.117) \end{cases}$$

$$T \begin{cases} v_{38x} \cdot v_{39x} + v_{38y} \cdot v_{39y} + v_{38z} \cdot v_{39z} - C_{72} = 0 & (A.118) \\ v_{38x} \cdot v_{40x} + v_{38y} \cdot v_{40y} + v_{38z} \cdot v_{40z} - C_{73} = 0 & (A.119) \\ v_{39x} \cdot v_{40x} + v_{39y} \cdot v_{40y} + v_{39z} \cdot v_{40z} - C_{74} = 0 & (A.120) \end{cases}$$

### Fémur derecho



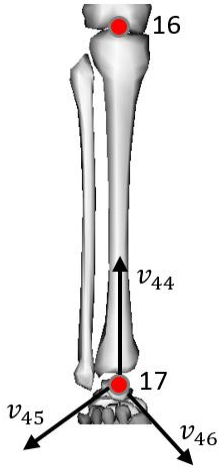
$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{41x}^2 + v_{41y}^2 + v_{41z}^2 - 1 = 0 & (A.121) \\ v_{42x}^2 + v_{42y}^2 + v_{42z}^2 - 1 = 0 & (A.122) \\ v_{43x}^2 + v_{43y}^2 + v_{43z}^2 - 1 = 0 & (A.123) \end{cases}$$

$$CL \begin{cases} (x_{16} - x_{11}) = C_{75} \cdot v_{41x} + C_{76} \cdot v_{42x} + C_{77} \cdot v_{43x} & (A.124) \\ (y_{16} - y_{11}) = C_{75} \cdot v_{41y} + C_{76} \cdot v_{42y} + C_{77} \cdot v_{43y} & (A.125) \\ (z_{16} - z_{11}) = C_{75} \cdot v_{41z} + C_{76} \cdot v_{42z} + C_{77} \cdot v_{43z} & (A.126) \end{cases}$$

Figura A.16: Puntos y vectores del fémur derecho.

$$T \begin{cases} v_{41x} \cdot v_{42x} + v_{41y} \cdot v_{42y} + v_{41z} \cdot v_{42z} - C_{78} = 0 & (A.127) \\ v_{41x} \cdot v_{43x} + v_{41y} \cdot v_{43y} + v_{41z} \cdot v_{43z} - C_{79} = 0 & (A.128) \\ v_{42x} \cdot v_{43x} + v_{42y} \cdot v_{43y} + v_{42z} \cdot v_{43z} - C_{80} = 0 & (A.129) \end{cases}$$

### Tibia derecha



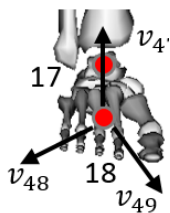
$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{44x}^2 + v_{44y}^2 + v_{44z}^2 - 1 = 0 & (A.130) \\ v_{45x}^2 + v_{45y}^2 + v_{45z}^2 - 1 = 0 & (A.131) \\ v_{46x}^2 + v_{46y}^2 + v_{46z}^2 - 1 = 0 & (A.132) \end{cases}$$

$$CL \begin{cases} (x_{17} - x_{16}) = C_{81} \cdot v_{44x} + C_{82} \cdot v_{45x} + C_{83} \cdot v_{46x} & (A.133) \\ (y_{17} - y_{16}) = C_{81} \cdot v_{44y} + C_{82} \cdot v_{45y} + C_{83} \cdot v_{46y} & (A.134) \\ (z_{17} - z_{16}) = C_{81} \cdot v_{44z} + C_{82} \cdot v_{45z} + C_{83} \cdot v_{46z} & (A.135) \end{cases}$$

Figura A.17: Puntos y vectores de la tibia derecha.

$$T \begin{cases} v_{44x} \cdot v_{45x} + v_{44y} \cdot v_{45y} + v_{44z} \cdot v_{45z} - C_{84} = 0 & (A.136) \\ v_{44x} \cdot v_{46x} + v_{44y} \cdot v_{46y} + v_{44z} \cdot v_{46z} - C_{85} = 0 & (A.137) \\ v_{45x} \cdot v_{46x} + v_{45y} \cdot v_{46y} + v_{45z} \cdot v_{46z} - C_{86} = 0 & (A.138) \end{cases}$$

### Pie derecho



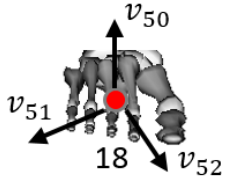
$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{47x}^2 + v_{47y}^2 + v_{47z}^2 - 1 = 0 & (A.139) \\ v_{48x}^2 + v_{48y}^2 + v_{48z}^2 - 1 = 0 & (A.140) \\ v_{49x}^2 + v_{49y}^2 + v_{49z}^2 - 1 = 0 & (A.141) \end{cases}$$

Figura A.18: Puntos y vectores del pie derecho.

$$CL \begin{cases} (x_{18} - x_{17}) = C_{87} \cdot v_{47x} + C_{88} \cdot v_{48x} + C_{89} \cdot v_{49x} & (A.142) \\ (y_{18} - y_{17}) = C_{87} \cdot v_{47y} + C_{88} \cdot v_{48y} + C_{89} \cdot v_{49y} & (A.143) \\ (z_{18} - z_{17}) = C_{87} \cdot v_{47z} + C_{88} \cdot v_{48z} + C_{89} \cdot v_{49z} & (A.144) \end{cases}$$

$$T \begin{cases} v_{47x} \cdot v_{48x} + v_{47y} \cdot v_{48y} + v_{47z} \cdot v_{48z} - C_{90} = 0 & (A.145) \\ v_{47x} \cdot v_{49x} + v_{47y} \cdot v_{49y} + v_{47z} \cdot v_{49z} - C_{91} = 0 & (A.146) \\ v_{48x} \cdot v_{49x} + v_{48y} \cdot v_{49y} + v_{48z} \cdot v_{49z} - C_{92} = 0 & (A.147) \end{cases}$$

### Dedos derechos



$$v_{\hat{u}} \begin{cases} v_{50x}^2 + v_{50y}^2 + v_{50z}^2 - 1 = 0 & (A.148) \\ v_{51x}^2 + v_{51y}^2 + v_{51z}^2 - 1 = 0 & (A.149) \\ v_{52x}^2 + v_{52y}^2 + v_{52z}^2 - 1 = 0 & (A.150) \end{cases}$$

Figura A.19: Puntos y vectores de los dedos derechos.

$$T \begin{cases} v_{50x} \cdot v_{51x} + v_{50y} \cdot v_{51y} + v_{50z} \cdot v_{51z} - C_{93} = 0 & (A.151) \\ v_{50x} \cdot v_{52x} + v_{50y} \cdot v_{52y} + v_{50z} \cdot v_{52z} - C_{94} = 0 & (A.152) \\ v_{51x} \cdot v_{52x} + v_{51y} \cdot v_{52y} + v_{51z} \cdot v_{52z} - C_{95} = 0 & (A.153) \end{cases}$$

## Anexo B: Tratamiento de los datos de la captura de movimiento

Los cambios de posición que experimentan las articulaciones a lo largo del tiempo se interpretan como giros de los segmentos anatómicos. Estos giros a su vez se interpretan como ángulos, los cuales se utilizan, junto con las posiciones de la pelvis, como entradas en el modelo. La Tabla B.1 refleja dichas posiciones y ángulos a lo largo del tiempo.

Datos	Pos. X (m)	Pos. Y (m)	Ángulo 1 (rad)	Ángulo 2 (rad)	Ángulo 3 (rad)	...	Ángulo 15 (rad)
1	-0,012203	1,114899	-0,077237	-0,076979	0,066075	...	-0,730183
2	-0,012203	1,114899	-0,077518	-0,076659	0,066102	...	-0,730330
3	-0,012127	1,114928	-0,077781	-0,076367	0,066124	...	-0,730464
4	-0,012062	1,114954	-0,078203	-0,076103	0,066141	...	-0,730587
...						...	...
9283	-0,136542	1,086509	1,421362	0,438824	-0,402930	...	-2,772634

Tabla B.1: Posición de la pelvis y ángulos de los segmentos anatómicos durante la realización de la acción.

En la tabla viene representada la posición de la pelvis a lo largo del tiempo, tanto en la dirección  $X$  como en la dirección  $Y$ . A su vez, también encontramos los valores de los ángulos que forman cada una de las articulaciones con respecto a la siguiente, durante el transcurso de la acción. En el archivo Excel “SujetoCinemYDinam.xlsx” vienen registrados 9283 datos que corresponden a los 41,415 segundos que dura el movimiento incrementándose cada vez que se lee uno de los 9283 datos, 0,005s. Se determinan un total de 15 ángulos a partir de la arcotangente, obtenidos de las posiciones en  $X$  e  $Y$  de los 17 puntos registrados en el archivo “Sujeto2Cinem.txt”. Además estos ángulos han sido tratados para poderlos utilizar en el modelo, restándoles a todos  $\frac{\pi}{2}$  radianes ( $90^\circ$ ). Entre estos 15 ángulos destacan 3 individuales y 6 dobles, a saber:

Ángulo	Articulaciones que lo forman	Cuerpo al que representa
1	17 y 16	Torso
2	16 y 8	Pelvis
3	8 y 9	Fémur derecho
4	9 y 10	Tibia derecha
5	10 y 11	Pie derecho
6	8 y 9	Fémur izquierdo
7	9 y 10	Tibia izquierda
8	10 y 11	Pie izquierdo
9	15 y 4	Húmero derecho
10	4 y 5	Antebrazo derecho
11	5 y 6	Mano derecha
12	15 y 4	Húmero izquierdo
13	4 y 5	Antebrazo izquierdo
14	5 y 6	Mano izquierda
15	1 y 17	Cuello

Tabla B.2: Articulaciones que forman cada ángulo y el sólido sobre el que actúan, haciéndolo girar durante el movimiento.

En la Figura B.1 vemos que los ángulos se determinan como la unión entre articulaciones adyacentes con respecto a la horizontal

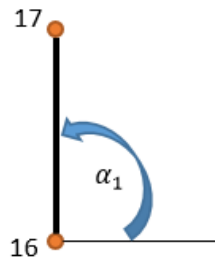


Figura B.1: Determinación de uno de los ángulos ( $\alpha_1$ ), uniendo las articulaciones adyacentes con respecto a la horizontal.



## Bibliografía

- [1] J. Sánchez-Lacuesta, “Biomecánica de la marcha humana normal y patológica,” *Instituto de Biomecánica de Valencia*, 1993.
- [2] J. P. Paul, “History and fundamentals of gait analysis,” *Bio-Medical Materials and Engineering*, p. 123-1235, 1998.
- [3] J. M. G. S. N. C. S. M. Comín, A. Aparicio, “Análisis de las presiones plantares. Técnicas y aplicaciones,” *Medicina de rehabilitación* 12 (3), p. 22-30, 1999.
- [4] V. Uroz Alonso, “Influencia De La Cirugía Percutánea en Hallux Valgus Sobre Las Preciones Plantares En Dinámica,” p. 209, 2008.
- [5] R. P. Vilà, “Application of Multibody Dynamics Techniques To The Analysis of Human Gait,” no. October, 2012.
- [6] J. García de Jalón, E. Bayo, “Kinematic and dynamic simulation of multibody system: the real-time challenge,” *Springer-Verlag*, New York, 1994.
- [7] H Hatze , “The fundamental problem of myoskeletal inverse dynamics and its implications,” *Journal of Biomechanics*, Vol. 35, p. 109-115, 2002.
- [8] F. C. Anderson, M. G. Pandy, “Individual muscle contributions to support in normal walking,” *Gait Posture*, Vol. 17, p. 159-169 2003.
- [9] J. A. C. Ambrósio, A. Kecskeméthy, “Multibody dynamics of biomechanical models for human motion via optimization,” *Computational Methods in Applied Sciences*, Vol. 4, p. 245-272, 2007.
- [10] F. J. Alonso Sánchez, G. Galán-Marín, D. R. Salgado, R. Pamies Vila, and J. M. Font Llagunes, “Cálculo de esfuerzos musculares en la marcha humana mediante optimización estática-fisiológica,” *Congr. Nac. Ing. Mecánica*, p. 1–9, 2010.
- [11] D. E. I. Mecánica, “Función objetivo en problemas de redundancia muscular. Aspectos biológicos y computacionales,” p. 3–11.
- [12] M. Ackermann, A. J. Van den Bogert, “Optimality principles for model-based prediction of human gait,” *Journal of Biomechanics*, Vol. 43, p. 1055–1060, 2010.
- [13] A. J. Van den Bogert, D. Blana, D. Heinrich, “Implicit methods for efficient musculoskeletal simulation and optimal control,” *Symposium on Human Body Dynamics*, Procedia IUTAM, Vol. 2, p. 297–316, 2011.
- [14] H. Hemami, C. L. Golliday, “The inverted pendulum and biped stability,” *Mathematical Biosciences*, vol. 34 (1-2), p. 95–110, 1977.
- [15] L. A. Gilchrist, D. A. Winter, “A two-part, viscoelastic foot model for use in gait Simulations,” *Journal of Biomechanics*, Vol. 29 (6), p. 795–798, 1996.
- [16] H. Hatze, “Quantitative analysis, synthesis, and optimization of human motion,” *Human Movement Science*, Vol. 3, p. 5–25, 1984.
- [17] D. H. Laananen, A. O. Bolukbasi, J. W. Coltman, “Computer simulation of an

- aircraft seat and occupant in a crash environment,” Vol. 1, Technical report. *US Department of Transportation, Federal Aviation Administration*, Atlantic City, New Jersey, United States, 1993.
- [18] M. P. T. Silva, J. A. C. Ambrósio, “A multibody based methodology for the solution of the redundant nature of the muscle forces using static optimization,” *Proceedings of V Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería*, Madrid, Spain, 2002b.
- [19] F. C. Anderson, M. G. Pandy, “Static and dynamic optimization solutions for gait are practically equivalent,” *Journal of Biomechanics*, Vol. 34, p. 153–161, 2001b.
- [20] A. Ribeiro, J. Rasmussen, P. Flores, L. F. Silva, “Modeling of the condyle elements within a biomechanical knee model,” *Multibody System Dynamics*, Vol. 28, p. 181–197, 2012.
- [21] M. P. T. Silva, J. A. C. Ambrósio, “Sensitivity of the results produced by the inverse dynamic analysis of a human stride to perturbed input data,” *Gait and Posture*, Vol. 19, p. 35–49, 2004.
- [22] M. Kaplan, “Efficient optimal control of large-scale biomechanical systems,” *PhD Thesis*, Stanford University, Stanford, California, United States, 2000.
- [23] S. Delp, P. Loan, M. Hoy, F. Zajac, E. Topp, J. Rosen, “An interactive graphicsbased model of the lower extremity to study orthopaedic surgical procedures,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 37 (8), p. 757–767, 1990.
- [24] F. C. Anderson, M. G. Pandy, “A dynamic optimization solution for vertical jumping in three dimensions,” *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, Vol. 2, p. 201–231, 1999.
- [25] F. C. Anderson, M. G. Pandy, “Dynamic optimization of human walking,” *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 123, p. 381–290, 2001a.
- [26] M. Ackermann, W. Schiehlen, “Dynamic analysis of human gait disorder and metabolic cost estimation,” *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 75, p. 569–594, 2006.
- [27] M. P. T. Silva, J. A. C. Ambrósio, M. S. Pereira, “Biomechanical model with joint resistance for impact simulation,” *Multibody System Dynamics*, Vol. 1 (1), p. 65–84, 1997.
- [28] P. de Leva, “Joint centre longitudinal positions computed from a selected subset of Chandler’s data,” *Journal of Biomechanics*, Vol. 29 (9), p. 1231–1233, 1996.
- [29] V. M. Zatsiorsky, “In vivo body segment inertial parameters determination using a gamma-scanner method,” *Biomechanics of human movement: applications in rehabilitation, sports and ergonomics*. p. 186–202. Edited by Berme N., Cappozzo A. Bertec Corporation, Worthington, Ohio, United States, 1990a.
- [30] R. Dumas, L. Chèze, J. P. Verriest, “Adjustments to McConville et al. and Young et al. body segment inertial parameters,” *Journal of Biomechanics*, Vol. 40(3), p. 543–553. Corrigendum, *Journal of Biomechanics* 40 (7), 1651–1652, 2007b.

- [31] J. T. McConville, T. D. Churchille, I. Kaleps, C. E. Clauser, J. Cuzzi, "Anthropometric relationship of body and bodysegment moments of inertia," *Report AFAMRL-TR-80-119*, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, United States, 1980.
- [32] J. W. Young, R. F. Chandler, C. C. Snow, K. M. Robinette, G. F. Zehner, M. S. Lofberg, "Anthropometric and mass distribution characteristics of the adults female," *Technical Report FA-AM-83-16*, FAA Civil Aeromedical Institute, Oklaoma City, Oklaoma, United States, 1983.
- [33] D. A. Winter, "Biomechanics and motor control of human motion," *John Wiley and Sons*. Hoboken, New York, United States, 1990.
- [34] M. K. Lee, N. S. Le, A. C. Fang, M. T. Koh, "Measurement of body segment parameters using dual energy X-ray absorptiometry and three-dimensional geometry: An application in gait analysis," *Journal of Biomechanics*, Vol. 9 (3) p. 217–22, 2009.
- [35] R. F. Chandler, C. E. Clauser, J. T. McConville, H. M. Reynolds, J. W. Young, "Investigation of inertial properties of the human body," *A. Medical and P. For*, no. March, 1975.
- [36] L. Ren, R. K. Jones, D. Howard, "Predictive modelling of human walking over a complete gaitcycle," *Journal of Biomechanics*, Vol. 40 (7), p.1567–1574, 2007.
- [37] M. Millard, J. McPhee, E. Kubica, "Multi-step forward dynamic gait simulation," Bottasso C.L. Editor, *Multibody Dynamics: Computational Methods in Applied Sciences*, Vol. 12, p. 25–43, 2008.
- [38] C. K. Chow, D. H. Jacobson, "Studies in human locomotion via optimal Programming," *Mathematical Biosciences*, Vol. 10, p. 239–306, 1971.
- [39] D. A. Meglan, "Enhanced analysis of human locomotion," *PhD thesis*. The Ohio State University, Columbus, Ohio, United States, 1991.
- [40] A. Murai, K. Yamane, Y. Nakamura, "Modeling and identification of human neuromusculoskeletal network based on biomechanical property of muscle," *Proceedings of the 30th Annual International IEEE EMBS Conference*, Vancouver, Canada, 2008.
- [41] R. Dumas, E. Nicol, L. Chèze, "Influence of the 3D inverse dynamic method on the joint forces and moments during gait," *Journal of Biomechanical Engineering*. Vol. 129 (5), p. 786–790, 2007a.
- [42] F. J. Alonso, "Tratamiento de señales cinemáticas y de masas de tejido blando en el análisis dinámico inverso de modelos biomecánicos esqueléticos," *Phd Thesis*, Universidad de Extremadura, Spain, 2005.
- [43] J. A. Reinbolt, M. D. Fox, A. S. Arnold, S. Ounpuu, S. L. Delp, "Importance of preswing rectus femoris activity in stiff-knee gait," *Journal of Biomechanics*, Vol. 41, p. 2362–2369 2008.
- [44] S. R. Hamner, A. Seth, and S. L. Delp, "Muscle contributions to propulsion and support during running," *J. Biomech.*, vol. 43, no. 14, p. 2709–2716, 2010.

[45] A. I. Celdrán, “Dinámica de Sistemas Multicuerpo planos. Generación e integración de la ecuación del movimiento a partir de la solución computacional del Análisis Estructural,” *PFC Thesis*, Universidad Politécnica de Cartagena, Spain, p. 58-63, 2010.