

Universidad Politécnica de Cartagena

Ingeniería Técnica de Obras Públicas, especialidad Hidrología



Proyecto Fin de Carrera

2013 -2014

Análisis de daños en estructuras mediante entropía espectral.

Simulación Vibraciones Transversales en una barra y estudio del daño

Profesor Doctor: *Enrique Castro Rodríguez*

Alumno: *Jose Gustavo Castellon Carrillo*

Índice

1. Introducción	3-7
1.1. Objetivo	3
1.2. Definiciones	3
1.2.1. Pspice	3
1.2.2. Matlab	6
1.3. Bibliografía	7
2. Fundamentos teóricos	8-11
2.1. Detección del daño	8
2.2. Método de simulación por redes.	9
2.3. Transformada de Fourier	10
2.4. Entropía Espectral	10
2.5. Objetivos	10
2.6. Bibliografía	11
3. Método de simulación por redes	12-16
3.1. Introducción.	12
3.2. Simulación.	12
3.3. Simulación del modelo en red.	13
3.4. Modelo de utilización	14
3.5. Bibliografía	16
4. Vibraciones Transversales en una barra	17-35
4.1. Introducción	17
4.2. Dinámica de vibración transversal para vigas	17
4.3. Modelo de Euler- Bernoulli.	18
4.3.1. Viga	18
4.3.2. Teoría de vigas de Euler-Bernoulli	18
4.3.3. Deformaciones y tensiones en las vigas	19
4.3.4. Esfuerzos internos en vigas	20
4.3.5. Ecuaciones de equilibrio	20
4.3.6. Cálculo de tensiones en vigas	20
4.3.7. Materiales utilizados	22
4.4. Modelo de TIMOSHENKO sobre vigas	22
4.4.1. Teoría de la viga de Timoshenko.	23
4.4.2. Derivación de las ecuaciones cuasi estáticos Timoshenko	24
4.4.3. Dinámica de la viga de Timoshenko	26
4.4.4. Coeficiente de cizallamiento	27

4.5. Ecuaciones de simulación y modelo en Red	28
4.6. Pasos Simulación Vibraciones Transversales en una barra	32
4.7. Bibliografía	35
5. Transformada de Fourier.	36 - 38
5.1. Introducción	36
5.2. La transformación de Fourier.	36
5.3. Bibliografía	38
6. Simulación del daño.	39 - 53
5.1. Introducción	39
5.2. Pasos previos para la ejecución	39
5.3. Fracturas del circuito, ejecución de la simulación.	40
5.4. Estudio del daño. Método practico	41
7. Conclusiones.	54-55

Introducción:

1. Objetivo

El principal objetivo de este proyecto es ver la influencia del daño en las frecuencias de vibración de una viga uniforme con el propósito de detectarlo. Para su estudio, vamos a utilizar una serie de cálculos tanto físicos, como matemáticos e informáticos, para ver el comportamiento que tiene.

Para su estudio principalmente nos basaremos en los programas como MATLAB y PSpice.

Para ello, se utilizará el comportamiento de la entropía espectral como forma de monitorizar la estructura para poder descubrir posibles daños y llegar a tiempo para tratarlos. Para poder llegar a ese punto es necesario encontrar un patrón de comportamiento en la entropía espectral que nos indique cuando se está produciendo daño o cuando puede producirse. El objetivo de esto es que cuando se identifique una cierta entropía espectral, similar a la estudiada en el experimento, seamos conscientes de que puede estar en serio riesgo la integridad de la estructura, lo cual permitirá a los técnicos responsables del mantenimiento de la misma actuar de la forma más adecuada para resolver y prevenir el problema antes de que este llegue a ocurrir.

2. Definiciones.

2.1. PSPICE: "Simulation Program with Integrated Circuits Emphasis"

Fue desarrollado en 1972 en la Universidad de Berkeley. Los programas que utilizados dentro del entorno PSpice son:

- Schematics: Editor Gráfico de Circuitos.
- PSpice: Simulador de Circuitos analógicos, digitales y analógico/digitales.

Probe: Analizador gráfico de formas de onda para ver y manipular los resultados de la simulación PSpice. Sería el equivalente al osciloscopio.

- Stimulus Editor: Para la generación de estímulos (generadores) tanto analógicos como digitales.
- Parts: Para la creación de modelos de dispositivos semiconductores y definición de subcircuitos.

El circuito es dibujado utilizando **Schematics**. Los símbolos, con sus correspondientes modelos y definiciones de subcircuito que describen sus características eléctricas, son situados y conectados en el esquemático.

Para realizar la simulación del circuito debe de ser guardado previamente. Mediante la opción *Analysis-Setup* donde se define el tipo y características de la simulación a realizar.

Schematics proporciona a PSpice una descripción de los dispositivos en el circuito y de cómo están conectados a través del Conjunto de Ficheros de Circuito (*Circuit File Set*).

Todos estos ficheros *del Circuit File Set* tienen el mismo nombre que (**<nombre>.sch**) pero con una extensión distinta, que nos dice de qué fichero se trata. PSpice interpreta la información del Circuit File Set junto con los modelos y subcircuitos del Model Library y otros modelos definidos para un esquemático particular.

Al realizar la simulación, PSpice produce el fichero de datos del Probe y el fichero de salida PSpice. El fichero de datos del Probe es leído por el Probe permitiendo visualizar las trazas y resultados.

El fichero de salida del PSpice puede ser observado directamente por el usuario como:

a) Circuit File Set: Está compuesto por

- Fichero de circuito primario (<nombre>.cir): Contiene los comandos de análisis, control en la simulación y referencias a los ficheros necesarios para que el circuito pueda ser simulado.

- Fichero netlist (<nombre>.net): Describe los componentes y conexiones en el circuito.

b) Fichero de datos del Probe. (<nombre>.dat): Contiene los resultados de la simulación para ser visualizados y manipulados interactivamente con el programa de análisis gráfico de formas de onda, Probe.

c) Fichero de salida PSpice. (<nombre>.out): Se trata de un fichero texto ASCII que contiene una lista y tablas para describir el circuito de entrada, las directivas de análisis, y los resultados de las simulaciones especificadas. Podemos observar dicho fichero con Analysis / Examine Output. 4

d) Model Library (Symbol Library y Package Library): PSpice está dotado de una librería de modelos (Model Library) conteniendo un conjunto de ficheros con las definiciones de los más comunes dispositivos analógicos y digitales.

Se pueden definir los propios modelos y subcircuitos de dos formas:

- 1) Utilizando el "Model Editor" en Schematics.
- 2) Utilizando la utilidad "Parts".
- 3) Custom Include Files.

En cuanto al **tipo de análisis** que vamos a llevar a cabo con el programa vamos a ejecutar "Analysis / Setup" donde podemos observar los distintos tipos de análisis posibles.

A) **Análisis estándar**. Se pueden dar los siguientes casos. El último caso es el fundamental para nuestro estudio.

- **DC sweep:**
En este tipo de análisis se calculan los valores de tensiones, corrientes y estados digitales del circuito en el estado estacionario cuando una determinada fuente, parámetro de un modelo o temperatura varían dentro de un rango determinado de valores.
 - **Bias Point Detail:**
El cálculo de los datos es realizado automáticamente por Pspice.
 - **DC sensibility:**
Calcula la sensibilidad de la tensión de un nodo a cada parámetro de componente.
 - **Transfer Function:**
Permite calcular ganancia, impedancia de entrada y de salida. Respuesta transitoria (Transient). Se calculan las tensiones, corrientes y estados digitales en el tiempo, en respuesta a fuentes variables con el tiempo.
 - **AC Sweep:**
Se calculan las tensiones y corrientes del circuito, tanto en magnitud como en fase, cuando varía la frecuencia de una o varias fuentes.
 - **Fourier Analysis (dentro de Transient):**
Junto con el análisis de la respuesta transitoria puede obtenerse un análisis de Fourier. En este se calculan las componentes de Fourier de los resultados del análisis transitorio.
- B) **Simple Multi-run Analysis (múltiples simulaciones) Parametric:** Se repite el análisis estándar (por ejemplo el transitorio) cuando un parámetro, fuente o la temperatura de operación varía a través de una serie de valores. Tenemos un análisis estándar para cada valor.
- C) **Análisis estadísticos:** Monte Carlo es el método habitual para su estudio. Calcula la respuesta del circuito ante cambios en los valores de los componentes por variación de un parámetro del modelo de un dispositivo (que tiene definida una tolerancia), culminando en un único "run" en el que los valores de los parámetros modelo de todos los dispositivos se han puesto en el peor caso posible.

2.2. MATLAB:

Es un entorno de computación y desarrollo de aplicaciones totalmente integrado orientado para llevar a cabo proyectos en donde se encuentren implicados elevados cálculos matemáticos y la visualización gráfica de los mismos integra:

- Análisis numérico.
- Cálculo matricial.
- Proceso de señal.
- Visualización gráfica.

En un entorno completo donde los problemas y sus soluciones son expresados del mismo modo en que se escribirían tradicionalmente.

Dispone de un amplio abanico de programas de apoyo especializados, denominados **Toolboxes**, que extienden significativamente el número de funciones incorporadas en el programa principal.

Cubren en la actualidad prácticamente casi todas las áreas principales en el mundo de la ingeniería y la simulación, destacando entre ellos el 'toolbox' de proceso de imágenes, señal, control robusto, estadística, análisis financiero, matemáticas simbólicas, redes neurales, lógica difusa, identificación de sistemas, simulación de sistemas dinámicos, etc.

Es un entorno de cálculo técnico, que se ha convertido en estándar de la industria, con capacidades no superadas en computación y visualización numérica.

3. Bibliografía.

- Enrique Castro Rodríguez. “Simulación de ondas elásticas en vigas mediante el Método de Redes y detección de daño mediante la Transformada Wavelet”. Tesis doctoral. Universidad de Granada. 2005
- Simulación analógica con ORCAD-PSPIICE: Introducción al Pspice “ Universidad Politécnica de Madrid, departamento de informática de sistemas”
- Aprenda Matlab 5.3, Madrid febrero del 2011. Javier García de Jalón · José Ignacio Rodríguez · Alfonso Brazales “Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales Universidad Politécnica de Madrid”
- Proyecto fin de carrera 2012-2013. Simulación Vibraciones Transversales en una barra y estudio del daño por Soraya Jeannette Araujo Criollo y Enrique Castro Rodriguez. Universidad Politecnica de Cartagena
- Análisis de daños en estructuras mediante entropía espectral PFC 2014, por Francisco David Morales Fernandez y Enrique Castro Rodriguez. Universidad Politecnica de Cartagena.

Fundamentos teóricos

1. Detección del daño:

Podemos decir que casi todas las estructuras acumulan un daño gradual durante su vida útil. Un aspecto importante desde el punto de vista de la funcionalidad y seguridad de estas estructuras es la detección del daño, que con los avances recientes, se puede hacer un seguimiento del estado físico de un sistema estructural al alcance de la tecnología actual.

Esto es conveniente, debido a que se incrementan tanto la seguridad como la confiabilidad de las estructuras y de sus componentes, al tiempo que se obtiene la capacidad necesaria para prolongar su vida útil y mejorar los intervalos de servicio; al efectuar el mantenimiento por causas específicas en lugar de hacerlo por calendario. Además, con el seguimiento del comportamiento estructural se mejora el conocimiento teórico, al poder compararlo con la realidad.

Si el daño en una estructura puede ser localizado, y observarse su evolución, se estaría en posibilidad de contar con una historia de su ocurrencia, tanto en localización como en magnitud y extensión; así, los componentes pueden ser reparados o reemplazados antes de que se alcance algún estado peligroso y una falla costosa ocurra. Por consiguiente, los métodos de detección de daño pueden reducir la pérdida de vidas humanas y el alto costo inherente.

En ingeniería existen muchos procedimientos disponibles para detectar daño en estructuras; cada uno de ellos tiene sus ventajas y desventajas, haciendo que no exista una técnica en particular, mejor que otra. Para detectar los daños se utilizan gran variedad de métodos, incluyendo técnicas locales o globales, como la minuciosa inspección visual por parte de los técnicos especializados, o con los famosos ensayos no destructivos.

La propuesta realizada en este proyecto se basa en la incorporación de los “METODOS DE SIMULACION POR REDES” (MSR), para la simulación de vibraciones transversales en vigas con daño y el análisis de la respuesta.

Por otro lado también se encuentran los Ensayos no destructivos o NON - DESTRUCTIVE TESTING (NDT), se basa un amplio grupo de técnicas de análisis utilizadas en la ciencia y la industria para evaluar las propiedades de un material, componente o sistema sin causar daño.

Los términos de examen no destructivo (NDE), la inspección no destructiva (NDI), y la evaluación no destructiva (NDE), también se usa comúnmente para describir esta tecnología. El NDT no altera permanentemente el artículo que está siendo inspeccionado, es una técnica muy valiosa que puede ahorrar dinero y tiempo en la evaluación del producto, solución de problemas y la investigación.

Los métodos comunes incluyen ensayos no destructivos tales como:

- ✓ por ultrasonidos
- ✓ partículas magnéticas
- ✓ líquidos penetrantes
- ✓ radiográficos
- ✓ inspección visual remota (RVI)
- ✓ prueba de corrientes parásitas
- ✓ interferómetro de baja coherencia

NDT es una herramienta de uso común en

- ❖ la ingeniería forense
- ❖ ingeniería mecánica
- ❖ ingeniería eléctrica
- ❖ ingeniería civil
- ❖ ingeniería de sistemas
- ❖ ingeniería aeronáutica
- ❖ medicina
- ❖ arte.

Se han desarrollado múltiples técnicas que se conocen como "STRUCTURAL HEALTH MONITORING" (SHM), que se basa en el trabajo a tiempo real, durante el funcionamiento de la estructura y que nos quiere avisar cuando pasa algo o "NON- DESTRUCTIVE TESTING "(NDT) ", es cuando el inspector se pasa por allí con los aparatos para revisarla.

Los SHM incluyen técnicas locales y globales en donde en este proceso de detección del daño se requiere:

- Excitar a la estructura
- Recoger la respuesta mediante sensores que transmiten y almacenan a una unidad central.
- Procesar las señales adquiridas, introduciendo variables características que sean sensibles a los mecanismos de daños esperados
- Introducir y aplicar algoritmos para la identificación del daño a partir de las variables características.

Los pilares en los que se fundamenta este método son:

- ✓ Una medida precisa de los datos
- ✓ Desarrollo de un método numérico eficaz
- ✓ Modelo físico adecuado y cercano a la realidad
- ✓ El uso de algoritmos eficientes para extraer parámetros de daño.

2. Método de simulación por redes "MSR":

Los fundamentos se basan en la elaboración de una modelo en red eléctrica equivalente al proceso físico en estudio y posterior simulación por el programa PSPICE.

Es un modelo de red equivalente cuando las ecuaciones diferenciales que la dominan y las ecuaciones de la red elemental son iguales.

Esta equivalencia determinara el campo de aplicación del método y establecerá la validez de la red. Para obtener el modelo de red partiendo de un modelo matemático, se elabora una celda de red elemental, donde las ecuaciones con las variables matemáticas son independientes en el tiempo y la posición, que serán resueltas con el PSPICE.

La asociación de estas redes describirá un proceso en un medio finito donde ser exacto es muy importante para conectar bien cada celda elemental.

3. Transformada de Fourier "TF":

La transformada de Fourier es una técnica matemática para convertir datos en el dominio del tiempo a datos en el dominio de la frecuencia, y viceversa. Una transformada de Fourier es una operación que convierte funciones en el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia. Desarrollaremos esta técnica aplicada en el capítulo 5.

4. Entropía Espectral:

La entropía espectral es una magnitud termodinámica que puede ser usada para calcular la cantidad de energía que no puede ser transformada en trabajo. Desde un punto de vista microscópico, es una medida del desorden de un sistema. La entropía es usada también en teoría de la información donde está relacionada con la incertidumbre en una variable aleatoria, donde es llamada "Shannon Entropy". Para nuestros propósitos estamos llevando a usar el concepto de entropía como una medida del desorden de un sistema pero aplicándole las frecuencias de distribución de una señal.

5. Objetivos:

Como ya he dicho anteriormente el objetivo fundamental de este proyecto es la identificación del daño y cuando se haya detectado se haga de una forma concreta, sencilla y correcta, para llegar a este punto nos hemos basado en el estudio mediante MSR como técnica de simulación de vibraciones, TF (transformada de Fourier, cap. 5) para calcular la entropía espectral y esta como técnicas de análisis de señales.

Con respecto al MSR nos vamos a centrar con el estudio de las vibraciones transversales en viga apoyada, donde el resultado que obtendremos de este estudio nos diga en que parte de nuestra estructura se encuentra el daño, para así poder solucionarlo. En cuanto a los estudios que persigue hallar la entropía espectral se basan en:

✓ Analizar cómo influye el daño en las vibraciones ✓ Crear un mecanismo para la identificación del daño ✓ Evaluar las posibilidades de la entropía espectral.

6. Bibliografía.

- Enrique Castro Rodríguez, "Simulación de ondas elásticas en vigas mediante el Método de Redes y detección de daño mediante la Transformada Wavelet. Tesis doctoral. Universidad de Granada. 2005
- Verificación del principio de Saint-Venant en vigas en sección rectangular mediante el programa EPSNET_10. Lidia García García "Ingeniería técnica naval (estructuras marinas). Universidad Politécnica de Cartagena".
- Proyecto fin de carrera 2012-2013. Simulación Vibraciones Transversales en una barra y estudio del daño por Soraya Jeannette Araujo Criollo y Enrique Castro Rodríguez. Universidad Politécnica de Cartagena
- Análisis de daños en estructuras mediante entropía espectral. Proyecto fin de carrera 2014 por Francisco David Morales Fernández y Enrique Castro Rodríguez. Universidad Politécnica de Cartagena.

Método de simulación por redes.

1. Introducción.

El método de simulación por redes (MSR) es un método físico matemático de simulación y estudio de sistemas dinámicos, basados en la elaboración de un modelo en red eléctrica equivalente al proceso físico y simulación mediante la implementación de circuitos adecuados.

Un modelo en red se considera equivalente a un determinado proceso cuando, en su descripción las ecuaciones del modelo matemático y las ecuaciones del modelo en red para un elemento de la celda elemental, correspondientes a variables analógicas.

La técnica de elaboración del modelo consiste en reticular el espacio en elementos de volumen, al aplicar en las ecuaciones diferenciales, se obtiene un conjunto de ecuaciones en diferencias finitas que se constituyen en el punto de partida para la obtención del modelo en red correspondiente a cada celda elemental.

Una vez seleccionada la correspondencia entre las variables dependientes del problema y variables eléctricas, tensiones e intensidades, permite interpretar los resultados de la simulación en términos del proceso que se modela.

La asociación de celdas, de acuerdo con la geometría del problema, configura el modelo en red correspondiente a todo el medio finito, que sea más preciso cuanto mayor sea el número de estas celdas.

Las condiciones de contorno e iniciales se incorporan al modelo de manera simple mediante dispositivos eléctricos adecuados.

El método de simulación por redes presenta unas diferencias significativas con respecto a los métodos numéricos clásicos, desde un punto de vista conceptual supone la sustitución de un complicado sistema de ecuaciones diferenciales, que ya no es necesario manipular por un circuito eléctrico equivalente, de cuya solución se encarga Pspice y donde resulta fácil visualizar la interconexión entre flujos y fuerzas y relacionar los procesos físicos locales con la evolución de las variables en los componentes electrónicos que simulan el medio.

2. Simulación

Una de las bases del MSR son los programas de simulación de circuitos, que se ejecutan con el programa PSPICE.

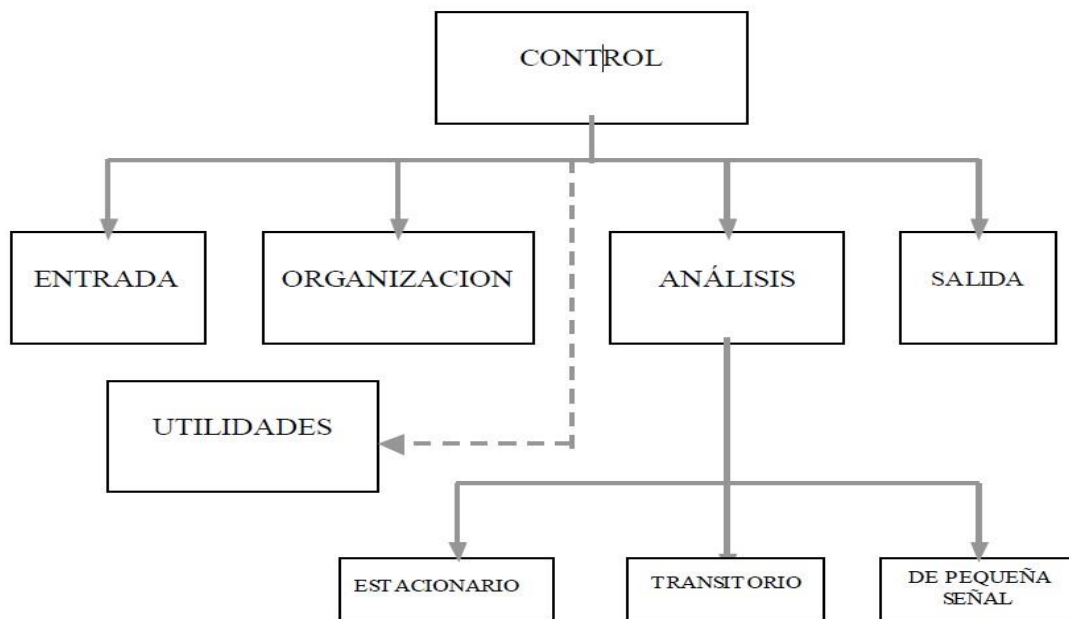
A continuación voy hacer una breve explicación tanto teórica como esquemática del funcionamiento de este programa.

En el proceso de simulación el circuito se presenta al ordenador como un conjunto de ecuaciones matemáticas, que mediante procedimientos de análisis numérico, nos proporciona la información que buscamos.

Una vez obtenido todos los datos se puede aportar datos sobre el comportamiento del circuito con medidas reales.

La simulación está estructurada en cinco subprogramas principales, que interaccionan entre ellos a través de una estructura de datos que es almacenada en un área común del programa.

Estos subprogramas son:



3. Simulación del modelo en red.

El software PSpice se programa, con un lenguaje sencillo sin disposiciones especiales para la ordenación de datos, este programa realiza un buen número de chequeos para asegurar que el circuito ha sido introducido correctamente advirtiéndonos de los posibles errores mediante mensajes previos a la ejecución.

También admite la programación a través de una interfaz gráfica (aplicación *Schematics*), que construye y ejecuta los programas de análisis, aumentando rapidez de programación y la versatilidad del método en determinadas aplicaciones.

En el proceso de simulación, se obtiene la solución numérica de la representación matemática del modelo en red.

Esta contiene :

- a) Las ecuaciones matemáticas de los diferentes tipos de mono puertas
- b) Las ecuaciones correspondientes a las restricciones impuestas por las leyes de Kirchhoff, propias de la teoría de circuitos, que han de satisfacerse entre las ramas y nudos del circuito.
- c) La información particular sobre la interconexión de los diferentes componentes eléctricos de cada modelo, dando lugar toda esta información a un extenso sistema de ecuaciones algebraico-diferenciales.

4. Modelo de utilización.

- ***Formulación del problema y plan de estudio:***

Hay que definir de manera correcta los objetivos, detalles específicos que se quieren cubrir, alternativas de diseño y de los criterios de evaluación.

- ***Recolección de datos y definición del modelo:***

La Información y los datos deben de ser guardados a la medida de lo posible para ser usados en la determinación de aspectos operativos y de las distribuciones de las variables aleatorias usadas en el modelo.

- ***¿Valido?:***

La validación la vamos a efectuar a lo largo de todo el estudio.

- ***Construcción del programa y verificación:***

Hay que decidir que lenguaje usar.

- ***Corridas piloto:***

Se hacen para validar el modelo verificado y lo veremos con más detalle más adelante.

- ***Diseño de experimentos:***

Hay que decidir que diseños del sistema se simularan y en cada caso hay que decidir sobre el tiempo de corrida de la simulación, las condiciones iniciales, la longitud del estado transitorio, y el número de replicaciones.

- ***Corridas de producción:***

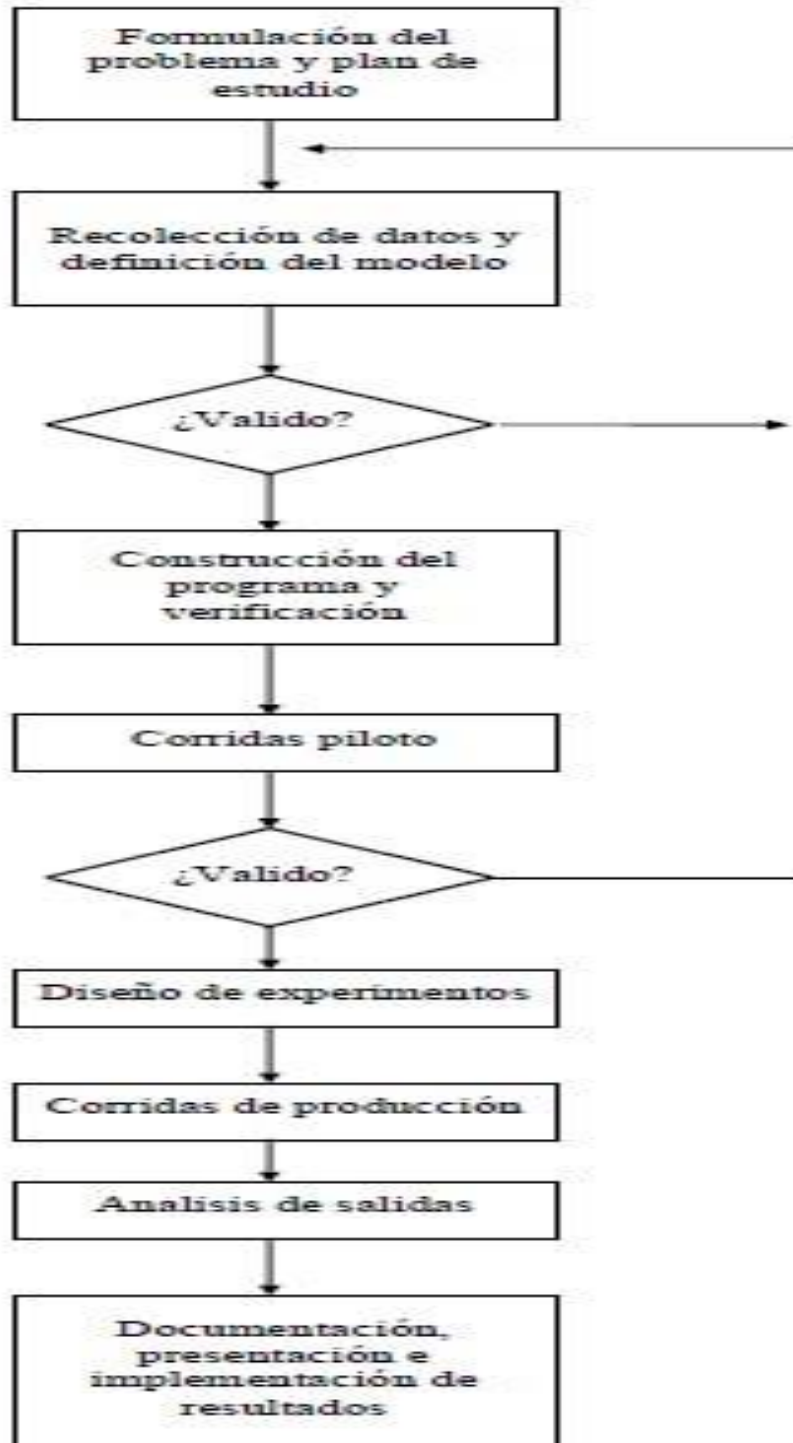
Son para producir datos para medir el desempeño de los diseños de interés.

- **Análisis de salidas:**

Es una técnica estadística que se usa para analizar las salidas de las corridas de producción.

- **Documentación, presentación e implementación de los resultados:**

Es importante documentar los supuestos realizados así como el programa mismo.



5. Bibliografía.

- Enrique Castro, "Simulación de ondas elásticas en vigas mediante el Método de Redes y detección de daño mediante la Transformada Wavelet". Tesis doctoral. Universidad de Granada. 2005
- Verificación del principio de Saint-Venant en vigas en sección rectangular mediante el programa EPSNET_10. Lidia García García "Ingeniería técnica naval (estructuras marinas). Universidad Politécnica de Cartagena"
- Modelo en red para la simulación de procesos de difusión de agua en suelos agrícolas. 25-072006. "Universidad Politécnica de Cartagena, escuela técnica superior de ingeniería agronómica". Capítulo III: El método de Simulación por redes (MESIR). José Francisco Maestre Valero
- Caracterización y optimización de aletas rectas rectangulares y espines cilíndricos con dos coeficientes de transferencia de calor distintos, uno para la superficie de disipación y otro para el extremo. CAPÍTULO 4. "Universidad Politécnica de Cartagena, escuela técnica superior de ingeniería agronómica". Maestre Valero
- Estudio de simulación. Profesor Herbert Hoeger.
- Journal of sound and vibration (1999) 225 (5), 915-988. Article No. jsvi. 1999, available online at <http://www.idealibrary.com.on>. "Dynamic of Transversal Vibrating Beams using Four Engineering Theories"
- Seon M. Han, Haym Benaroya and Timothy Wei. Mechanical and aerospace Engineering, Rutgers, the State University of New jersey, Piscataway, NJ 08854, U.S.A.
- Timoshenko, SP, 1921, En el factor de corrección para el corte de la ecuación diferencial para las vibraciones de las barras transversales de sección transversal uniforme, Philosophical Magazine, p. 744.
- Timoshenko, SP, 1922, en las vibraciones de las barras transversales de sección transversal uniforme, Philosophical Magazine, p. 125. Las ecuaciones de Timoshenko Beam
- Thomson, WT, 1981, Teoría de vibraciones con aplicaciones
- Rosinger, HE y Ritchie, IG, 1977, en la corrección de Timoshenko para el corte en el vibrante vigas isótropas, J. Phys. D: Appl. Phys., vol. Pp 10, 1461-1466.
- Analisis de daños en estructuras mediante entropía espectral. PFC. Francisco David Morales Fernandez y Enrique Castro Rodriguez. Universidad Politecnica de Cartagena.
- Stephen Timoshenko, James M. Gere. Mecánica de los Materiales. Van Nostrand Reinhold Co., 1972. Páginas 20

Vibraciones transversales en Barras:

Simulación con el Método de Redes

1. Introducción

En este capítulo vamos a estudiar la simulación de vibraciones transversales en barras mediante el método de simulación por redes (MSR).

Para su estudio nos vamos a centrar en varios modelos, que a continuación voy a explicar cada uno de ellos, centrándome sobre todo en el modelo de Timoshenko.

Este modelo es uno de los más importantes en el ámbito de la física y también para el estudio del daño vigas apoyadas, que es nuestro caso.

El primer paso al estudiar cada modelo consiste en elaborar una celda elemental del modelo de red correspondiente a cada uno de ellos.

El método de simulación por redes está basado en la obtención de un modelo en red equivalente al proceso en estudio y su posterior simulación con un programa adecuado de resolución de circuitos eléctricos.

En nuestro caso se ha usado el programa PSPICE, con el que podemos encontrar como evolucionan los potenciales y corrientes del circuito con el tiempo, potenciales y corrientes que representan a las variables de interés para nosotros.

2. Dinámica de la vibración transversal para vigas.

La dinámica de vibración transversal para vigas se basa en cuatro modelos físicos fundamentales y estos son:

- ***Teoría de Euler- Bernoulli***
- ***Teoría de Rayleigh***
- ***Modelo de Timoshenko***
- ***Teoría de Shear***

Los modelos más usados son Euler Bernoulli, por su sencillez a la hora de operar con él, y el modelo de Timoshenko, que es más completo.

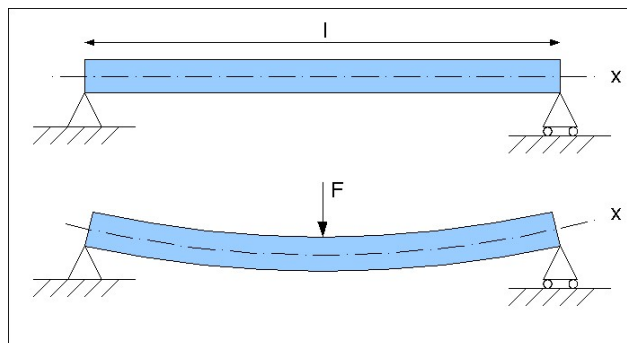
3. Modelo de Euler- Bernoulli.

3.1. Viga

En ingeniería y arquitectura se denomina viga a un elemento constructivo lineal que trabaja principalmente a flexión. En las vigas, la longitud predomina sobre las otras dos dimensiones y suele ser horizontal.

El esfuerzo de flexión provoca tensiones de tracción y compresión, produciéndose las máximas en el cordón inferior y en el cordón superior respectivamente, las cuales se calculan relacionando el momento flector y el segundo momento de inercia.

En las zonas cercanas a los apoyos se producen esfuerzos cortantes. También pueden producirse tensiones por torsión, sobre todo en las vigas que forman el perímetro exterior de un forjado. Estructuralmente el comportamiento de una viga se estudia mediante un modelo de prisma mecánico.



3.2. Teoría de vigas de Euler-Bernoulli

La teoría de vigas es una parte de la resistencia de materiales que permite el cálculo de esfuerzos y deformaciones en vigas

Para el estudio de vigas se considera un sistema de coordenadas en que el eje X es siempre tangente al eje baricéntrico de la viga, y los ejes Y y Z coincidan con los ejes principales de inercia. Los supuestos básicos de la teoría de vigas para la flexión simple de una viga que flexiona en el plano XY son:

- Hipótesis de comportamiento elástico: El material de la viga es elástico lineal, con módulo de Young E y coeficiente de Poisson despreciable.
- Hipótesis de la flecha vertical. En cada punto el desplazamiento vertical sólo depende de x :

- $u(x, y) = w(x)$.
- Hipótesis de la fibra neutra. Los puntos de la fibra neutra sólo sufren desplazamiento vertical y giro: $u(x, 0) = 0$.
La tensión perpendicular a la fibra neutra se anula: $\sigma_y = 0$.
- Hipótesis de Bernoulli. Las secciones planas inicialmente perpendiculares al eje de la viga, siguen siendo perpendiculares al eje de la viga una vez curvado.
- Las hipótesis (1)-(4) juntas definen la teoría de vigas de Timoshenko. La teoría de Euler-Bernoulli es una simplificación de la teoría anterior, al aceptarse la última hipótesis como exacta (cuando en vigas reales es sólo aproximadamente cierta). El conjunto de hipótesis (1)-(5) lleva a la siguiente hipótesis cinemática sobre los desplazamientos:

$$u_x(x, y) = -y\theta_z(x) = -y \frac{dw}{dx} \quad u_y(x, y) = w(x)$$

3.3. Deformaciones y tensiones en las vigas

Se calculan las componentes del tensor de deformaciones a partir de estos desplazamientos se llega a:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = -y \frac{d^2w}{dx^2} \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) = 0$$

A partir de estas deformaciones se pueden obtener las tensiones usando las ecuaciones de Lamé - Hooke, asumiendo $\sigma_{yy} = 0, \sigma_{zz} = 0$:

$$\sigma_{xx} = -Ey \frac{d^2w}{dx^2} \quad \sigma_{xy} = 0$$

Donde E es el módulo de elasticidad longitudinal, o módulo de Young, y G el módulo de elasticidad transversal. Es claro que la teoría de Euler-Bernoulli es incapaz de aproximar la energía de deformación tangencial, para tal fin deberá recurrirse a la teoría de Timoshenko en la cual:

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} - \theta_z \right)$$

3.4. Esfuerzos internos en vigas

A partir de los resultados anteriores y de las ecuaciones de equivalencia pueden obtenerse sencillamente el esfuerzo normal, el esfuerzo cortante y el momento flector al que está sometida una sección de una viga sometida a flexión simple en la teoría de Euler-Bernoulli:

$$N_x = \int_{\Sigma} \sigma_{xx} dydz = 0 \quad V_y = \int_{\Sigma} \sigma_{xy} dydz = 2GA \frac{dw}{dx} \quad M_z = \int_{\Sigma} y \sigma_{xx} dydz = EI_z \frac{d^2w}{dx^2}$$

Dónde: A área de la sección transversal, I_z el momento de inercia según el eje respecto al cual se produce la flexión. La última de estas ecuaciones es precisamente la ecuación de la curva elástica, una de las ecuaciones básicas de la teoría de vigas que relaciona los esfuerzos internos con el campo de desplazamientos verticales

3.5. Ecuaciones de equilibrio

Las ecuaciones de equilibrio para una viga son la aplicación de las ecuaciones de la estática a un tramo de viga en equilibrio. Las fuerzas que intervienen sobre el tramo serían la carga exterior aplicada sobre la viga y las fuerzas cortantes actuantes sobre las secciones extremas que delimitan el tramo.

Si el tramo está en equilibrio eso implica que la suma de fuerzas verticales debe ser cero, y además la suma de momentos de fuerza a la fibra neutra debe ser cero en la dirección tangente a la fibra neutra. Estas dos condiciones sólo se pueden cumplir si la variación de esfuerzo cortante y momento flector están relacionada con la carga vertical por unidad de longitud mediante:

$$\frac{\partial V_y(x)}{\partial x} = p_y(x) \quad \frac{\partial M_z(x)}{\partial x} = V_y(x)$$

3.6. Cálculo de tensiones en vigas

El cálculo de tensiones en vigas generalmente requiere conocer la variación de los esfuerzos internos y a partir de ellos aplicar la fórmula adecuada según la viga esté sometida a flexión, torsión, esfuerzo normal o esfuerzo cortante. El tensor tensión de una viga viene dado en función de los esfuerzos internos por:

$$[T]_{xyz} = \begin{bmatrix} \sigma & \tau_y & \tau_z \\ \tau_y & 0 & 0 \\ \tau_z & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Donde las tensiones pueden determinarse, aproximadamente, a partir de los esfuerzos internos. Si se considera un sistema de ejes principales de inercia sobre la viga, considerada como prisma mecánico, las tensiones asociadas a la extensión, flexión, cortante y torsión resultan ser:

$$\sigma = \frac{N_x}{A} + \frac{M_y z}{I_y} - \frac{M_z y}{I_z} + \omega \frac{B_\omega}{I_\omega}$$

$$\tau_y = \tau_{y,cort} + \tau_{y,tor} \quad \tau_z = \tau_{z,cort} + \tau_{z,tor}$$

Donde:

$\sigma; \tau_{i,tor}, \tau_{i,cort}$: Son las tensiones sobre la sección transversal: tensión normal o perpendicular, y las tensiones tangenciales de torsión y cortante.

$N_x; M_y, M_z; B_\omega$, son los esfuerzos internos: esfuerzo axial, momentos flectores

y bimomento asociado a la torsión.

$A; I_y, I_z; \omega, I_\omega$, son propiedades de la sección transversal de la viga: área, segundos momentos de área (o momentos de inercia), alabeo y momento de alabeo.

Las máximas tensiones normal y tangencial sobre una sección transversal cuya viga se pueden calcular a partir de la primera ($\sigma_I \geq 0$) y tercera ($\sigma_{III} \leq 0$) tensión principal:

$$\sigma_I = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + (\tau_y^2 + \tau_z^2)} \quad \sigma_{III} = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + (\tau_y^2 + \tau_z^2)}$$

$$\sigma_{max} = \max(|\sigma_I|, |\sigma_{III}|) \quad \tau_{max} = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2}$$

En vigas metálicas frecuentemente se usa como criterio de fallo el que en algún punto la tensión equivalente de Von Mises supere una cierta tensión última definida a partir del límite elástico, en ese caso, el criterio de fallo se puede escribir como:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2}{2}} = \sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_y^2 + \tau_z^2)} > \sigma_u$$

3.7. Materiales utilizados

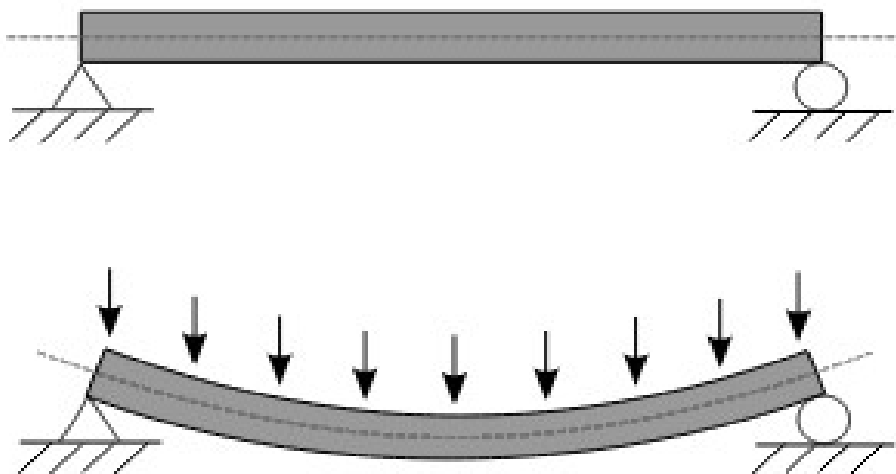
A lo largo de la historia, las vigas se han realizado de diversos materiales. El más idóneo de los materiales tradicionales ha sido la madera, puesto que puede soportar grandes esfuerzos de tracción, lo que no sucede con otros materiales tradicionales pétreos y cerámicos, como el ladrillo.

La madera sin embargo es material ortotrópico que presenta diferentes rigideces y resistencias según los esfuerzos aplicados sean paralelos a la fibra de la madera o transversales. Por esa razón, el cálculo moderno de elementos de madera requiere bajo sollicitaciones complejas un estudio más completo que la teoría de Navier-Bernoulli, anteriormente expuesta.

A partir de la revolución industrial, las vigas se fabricaron en acero, que es un material isótropo al que puede aplicarse directamente la teoría de vigas de Euler-Bernoulli. El acero tiene la ventaja de ser un material con una relación resistencia/peso superior a la del hormigón, además de que puede resistir tanto tracciones como compresiones mucho más elevadas.

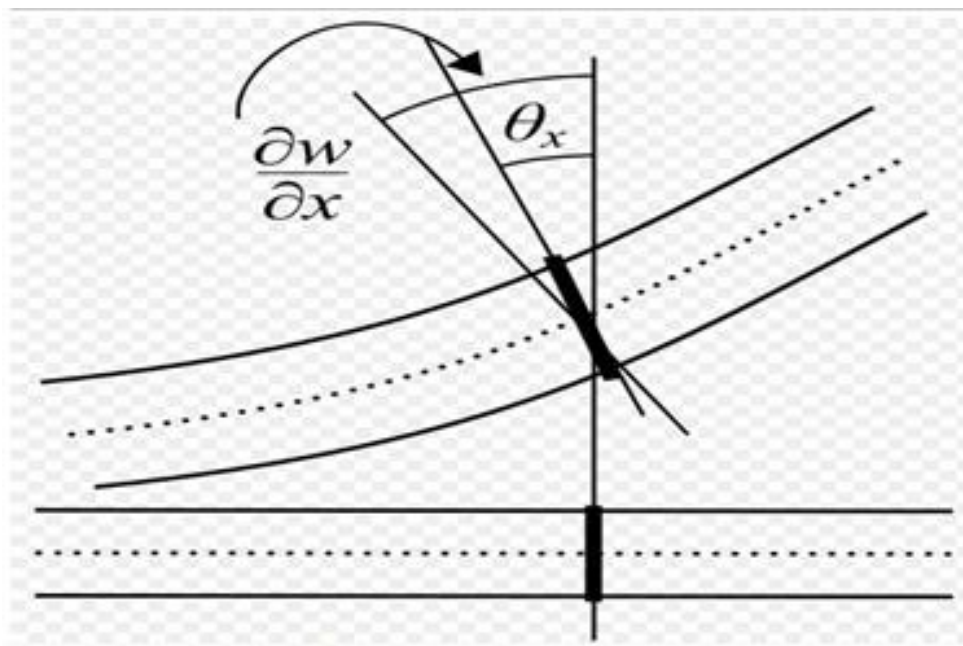
A partir de la segunda mitad del siglo XIX, en arquitectura, se ha venido usando hormigón armado y algo más tardíamente el pretensado y el postensado. Estos materiales requieren para su cálculo una teoría más compleja que la teoría de Euler-Bernoulli.

4. Modelo de TIMOSHENKO sobre vigas.



Ejemplo de flexión mecánica: arriba la barra se encuentra en estado de reposo, en la figura de abajo está sometida a una fuerza, el elemento en consecuencia se dobla hacia la misma dirección de donde proviene la fuerza

Esquema de la deformación de una viga que ilustra la diferencia entre la teoría de Timoshenko y la teoría de Euler-Bernoulli: en la primera θ_x y dw/dx , no tienen que coincidir, mientras que en la segunda son iguales.



4.1. Teoría de la viga de Timoshenko.

La teoría de la viga de Timoshenko fue desarrollada por el científico de origen ucraniano Stephen Timoshenko a principios del siglo XX. El modelo tiene en cuenta la deformación por cizallamiento, por lo que es adecuado para describir el comportamiento de las vigas cortas, sándwich compuesto vigas o vigas sujetas a alta frecuencia de excitación cuando la longitud de onda se aproxima al espesor de la viga.

La ecuación resultante es de 4^º orden, pero a diferencia de teoría de la viga ordinaria, es decir, la teoría de Bernoulli-Euler.

También hay que tener en cuenta la segunda derivada espacial. Ya que los mecanismos adicionales de deformación efectiva disminuyen la rigidez de la viga, mientras que el resultado es una mayor deflexión bajo una carga estática y menores pre-dichos frecuencias propias para un conjunto dado de condiciones de contorno.

Este último efecto es más notable para las frecuencias más altas como la longitud de onda se hace más corta, y por lo tanto disminuye la distancia entre las fuerzas opuestas de cizallamiento.

Si el módulo de corte del material de la viga se acerca al infinito y por lo tanto el haz se vuelve rígido en la corte y si los efectos de rotación de inercia se dejan de lado, Timoshenko converge hacia la teoría de la viga ordinaria teoría de la viga.

Las ecuaciones que gobiernan este método son:

En estática teoría de Timoshenko sin efectos axiales, los desplazamientos de la viga, se asume que se da por:

$$u_x(x, y, z) = -z \varphi(x) ; \quad u_y(x, y, z) = 0 ; \quad u_z(x, y) = w(x)$$

Donde (x,y,z) son la coordenadas de un punto en el haz U_x, U_y, U_z son los componentes del vector de desplazamiento en las tres direcciones de coordenadas, φ es el angulos de rotación de la normal a la superficie media de la viga, y W es el desplazamiento de la superficie media en el Z- Direccion.

Las ecuaciones que rigen el sistema son los siguientes desacoplada de las ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d\varphi}{dx} \right) = q(x, t)$$

$$\frac{dw}{dx} = \varphi - \frac{1}{\kappa AG} \frac{d}{dx} \left(EI \frac{d\varphi}{dx} \right)$$

La teoría de Timoshenko para el caso estático es equivalente a la teoría de Euler-Bernoulli cuando el último término anterior se descuida, una aproximación que es válida cuando

$$\frac{EI}{\kappa L^2 AG} \ll 1$$

Donde L es la longitud de la viga.

Combinando las dos ecuaciones da, para un haz homogéneo de sección transversal constante,

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} = q(x) - \frac{EI}{\kappa AG} \frac{d^2 q}{dx^2}$$

4.2. Derivación de las ecuaciones cuasiestáticos Timoshenko

A partir de los supuestos cinemáticas para una viga Timoshenko, los desplazamientos de la viga están dadas por

$$u_x(x, y, z, t) = -z \varphi(x, t) ; \quad u_y(x, y, z, t) = 0 ; \quad u_z(x, y, z) = w(x, t)$$

Luego, a partir de las relaciones tensión-desplazamiento para pequeñas deformaciones, las cepas que no son cero sobre la base de los supuestos de Timoshenko son

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = -z \frac{\partial \varphi}{\partial x} ; \quad \epsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \left(-\varphi + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

Dado que la cepa real de cizallamiento en el haz no es constante sobre la sección transversal se introduce un factor de corrección K de tal manera que

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \kappa \left(-\varphi + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

La variación en el interior de la energía del haz es

$$\delta U = \int_L \int_A (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + 2\sigma_{xz} \delta \varepsilon_{xz}) dA dL = \int_L \int_A \left[-z \sigma_{xx} \frac{\partial(\delta\varphi)}{\partial x} + \sigma_{xz} \kappa \left(-\delta\varphi + \frac{\partial(\delta w)}{\partial x} \right) \right] dA dL$$

Definir

$$M_{xx} := \int_A z \sigma_{xx} dA ; \quad Q_x := \kappa \int_A \sigma_{xz} dA$$

Entonces

$$\delta U = \int_L \left[-M_{xx} \frac{\partial(\delta\varphi)}{\partial x} + Q_x \left(-\delta\varphi + \frac{\partial(\delta w)}{\partial x} \right) \right] dL$$

La integración por partes, y observando que debido a las condiciones de contorno de las variaciones son cero en los extremos de la viga, conduce a

$$\delta U = \int_L \left[\left(\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} - Q_x \right) \delta\varphi - \frac{\partial Q_x}{\partial x} \delta w \right] dL$$

La variación en el trabajo externo realizado sobre la viga por una carga transversal $q(x, t)$ por unidad de longitud es

$$\delta W = \int_L q \delta w dL$$

Entonces, para un haz de cuasiestático, el principio del trabajo virtual da

$$\delta U = \delta W \implies \int_L \left[\left(\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} - Q_x \right) \delta\varphi - \left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} + q \right) \delta w \right] dL = 0$$

Las ecuaciones que rigen para la viga son, desde el teorema fundamental del cálculo de variaciones,

$$\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} - Q_x = 0 ; \quad \frac{\partial Q_x}{\partial x} + q = 0$$

Para una viga elástica lineal

$$M_{xx} = \int_A z \sigma_{xx} dA = \int_A z E \varepsilon_{xx} dA = - \int_A z^2 E \frac{\partial \varphi}{\partial x} dA = -EI \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$$Q_x = \int_A \sigma_{xz} dA = \int_A 2G \varepsilon_{xz} dA = \int_A \kappa G \left(-\varphi + \frac{\partial w}{\partial x} \right) dA = \kappa AG \left(-\varphi + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

Por lo tanto las ecuaciones que rigen para el haz puede ser expresado como

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \kappa AG \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \varphi \right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\kappa AG \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \varphi \right) \right] + q = 0$$

Combinando las dos ecuaciones da

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) = q$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \varphi - \frac{1}{\kappa AG} \frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)$$

4.3. Dinámica de la viga de Timoshenko

En teoría de Timoshenko sin efectos axiales, los desplazamientos de la viga se asume que se da por

$$u_x(x, y, z, t) = -z \varphi(x, t) ; \quad u_y(x, y, z, t) = 0 ; \quad u_z(x, y, z, t) = w(x, t)$$

Donde (x, y, z) son las coordenadas de un punto en el haz, u_x, u_y, u_z son los componentes del vector de desplazamiento en las tres direcciones de coordenadas, φ es el ángulo de rotación de la normal a la superficie media de la viga, y w es el desplazamiento de la superficie media en el z -Dirección.

Partiendo de la premisa anterior, la teoría de Timoshenko, lo que permite a las vibraciones, se puede describir con los acoplados lineales ecuaciones en derivadas parciales:

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - q(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\kappa AG \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \varphi \right) \right]$$

$$\rho I \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \kappa AG \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \varphi \right)$$

Donde las variables dependientes son $w(x, t)$, El desplazamiento de traslación de la viga, y $\varphi(x, t)$, El desplazamiento angular.

Nótese que a diferencia de la de Euler-Bernoulli teoría, la deflexión angular es otra variable y no aproximar por la pendiente de la desviación.

Además:

- ρ es la densidad del material de la viga (pero no la densidad lineal).
- A es el área de sección transversal.
- E es el módulo elástico.
- G es el módulo de cizallamiento.
- I es el momento de inercia.
- κ Llamado el coeficiente de cizallamiento Timoshenko, depende de la geometría.
Normalmente, $\kappa = 5/6$ para una sección rectangular.
- $q(x, t)$ es una carga distribuida (fuerza por unidad de longitud).

Estos parámetros no son necesariamente constantes.

Para un elástico lineal, haz isotrópico, homogéneo de sección transversal constante estas dos ecuaciones se pueden combinar para dar

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \left(\rho I + \frac{EI m}{kAG} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{Jm}{kAG} \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} = q(x, t) + \frac{\rho I}{kAG} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - \frac{EI}{kAG} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2}$$

4.4. Coeficiente de cizallamiento.

Determinación del coeficiente de corte no es sencilla (ni se los valores determinados ampliamente aceptado, es decir, hay más de una respuesta), por lo general se debe cumplir:

$$\int_A \tau dA = \kappa AG \varphi$$

El coeficiente de cizallamiento es dependiente de la relación de Poisson. Los enfoques de las expresiones más precisas son tomados por muchos científicos, entre ellos Stephen Timoshenko, Raymond D. Mindlin, Cowper GR, John W. Hutchinson, etc.

En las prácticas de ingeniería, las expresiones proporcionadas por Stephen Timoshenko son lo suficientemente buenos para los casos generales.

Para sólido rectangular de sección transversal,

$$\kappa = \frac{10(1 + \nu)}{12 + 11\nu}$$

Para circular sección transversal maciza,

$$\kappa = \frac{6(1 + \nu)}{7 + 6\nu}$$

5. ECUACIONES DE SIMULACION Y EL MODELO EN RED

5.1. Celda elemental

Las ecuaciones del movimiento, en forma adimensional, para las vibraciones transversales en el modelo de Timoshenko son:

$$\frac{1}{\beta} V - \frac{\partial M}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \beta \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (5.2)$$

con las ecuaciones constitutivas:

$$V = \frac{\partial y}{\partial x} - \psi \quad (5.3)$$

$$M = - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (5.4)$$

Se trata de dos ecuaciones del movimiento acopladas, tanto directamente entre sí como a través de las ecuaciones constitutivas.

Como tenemos dos ecuaciones del movimiento, es necesario construir dos celdas elementales, una para cada ecuación, con sus variables flujo y potencial correspondientes. Así, para la primera celda elemental, elaborada a partir de las ecuaciones (5.2) y (5.3), elegimos como variable potencial el desplazamiento transversal de la barra, y como variable flujo la fuerza transversal, mientras para la segunda celda elemental, elaborada a partir de las ecuaciones (5.1) y (5.4), tomamos como variable potencial el ángulo de torsión de la barra, y como variable flujo el momento de torsión de la barra.

A efectos de notación, llamaremos a la celda elemental correspondiente la ecuación (5.2) celda *a*, mientras que a la celda elemental correspondiente a la ecuación (5.1) celda *b*, y los flujos y potenciales de dicha celda se notarán como:

$$\Phi^a \rightarrow y \quad J^a \rightarrow V \quad (5.5)$$

$$\Phi^b \rightarrow \psi \quad J^b \rightarrow M \quad (5.6)$$

Así, para la construcción de la celda *a* partimos de la ecuación:

$$\frac{\partial J^a}{\partial x} = \beta \frac{\partial^2 \Phi^a(x,t)}{\partial t^2} \quad (5.7)$$

Dado que la forma de la ecuación (5.7) es idéntica a la de la ecuación (5.5), la celda elemental será la misma que la de la Figura 5.2, con los circuitos auxiliares de la Figura 5.3, salvo por el valor de los parámetros y por el circuito auxiliar que proporciona J^a_{i0} . Para obtener J^a_{i0} partimos de la ecuación:

$$J^a = \frac{\partial \Phi^a}{\partial x} - \Phi^b \quad (5.8)$$

que al aproximarla por diferencias finitas queda en la forma:

$$\begin{aligned} J^a_{i+\Delta} &= \frac{\Phi^a_{i+1} - \Phi^a_i}{\Delta x} - \Phi^b_{i+\Delta} \\ J^a_{i-\Delta} &= \frac{\Phi^a_i - \Phi^a_{i-1}}{\Delta x} - \Phi^b_{i-\Delta} \end{aligned} \quad (5.9)$$

que son las expresiones que proporcionan el flujo para las fuentes de flujo situadas a izquierda y derecha del nodo i . En la Figuras 5.17 y 5.18 se muestra la celda elemental a y sus circuitos auxiliares.

Figura 5.17. Celda elemental a correspondiente a la ecuación (5.2).

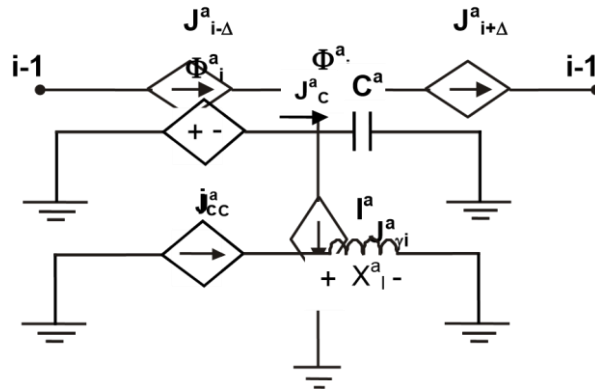


Figura 5.18. Circuitos auxiliares de la celda elemental a .

La celda b se construye a partir de la ecuación:

$$\frac{1}{\beta} J^a - \frac{\partial J^b}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 \Phi^b}{\partial t^2} \quad (5.10)$$

que al discretizarla queda como:

$$\frac{\Delta x}{\beta} J_{i+\Delta}^a - J_{i+1}^b + J_i^b - \Delta x \alpha \frac{\partial^2 \Phi^b}{\partial t^2} = 0 \quad (5.11)$$

que es muy similar a la ecuación (5.5), correspondiente a las vibraciones longitudinales, por lo que la celda elemental es casi idéntica a la celda elemental de las Figuras 5.2 y 5.3, salvo porque es necesario incorporar una fuente de flujo que proporcione el término $\Delta x J^a / \beta$.

En las Figuras 6.19 y 6.20 se tiene la celda elemental *b* con sus circuitos auxiliares. Hay que señalar que, debido a la forma en que se encuentran acopladas las ecuaciones (6.35)-(6.38), las variables Φ^a y Φ^b no corresponden a los mismos puntos de la barra, sino que Φ^a se localiza en los nodos que hemos notado como *i*, que se encuentran en las posiciones $x=i\Delta x$, mientras que Φ^b se localiza en los nodos $i \pm \Delta$, que se encuentran en las posiciones $x=(i \pm 1/2)\Delta x$.

Del mismo modo, la variable J^a se localiza en los nodos $i \pm \Delta$, igual que Φ^b , y J^b en los nodos *i*, lo mismo que Φ^a .

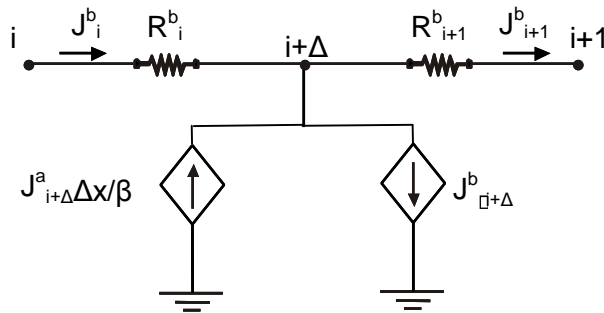


Figura 5.19. Celda elemental *b* correspondiente a la ecuación (5.1).

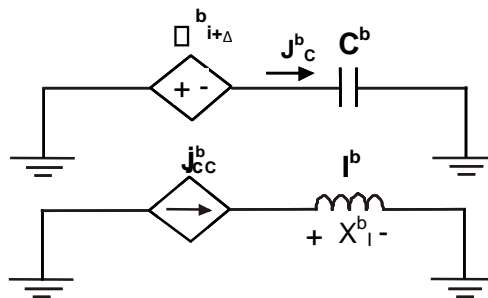


Figura 5.20. Circuitos auxiliares de la celda elemental *b*.

Así pues, el modelo en red se construye mediante la conexión en cascada de las celdas elementales *a*, en paralelo con la conexión en cascada de las celdas elementales *b*, como se muestra en la Figura 5.21.

Las condiciones de contorno se incorporan a las celdas situadas en los extremos según corresponda, como se realiza en las secciones siguientes al estudiar la barra con los dos extremos apoyados y la barra amordazada-carga másica.

Para los parámetros de las ecuaciones (5.1) y (5.2) hemos utilizado los mismos valores que Ekwaro-Osire *et al* en [6.18], que son $\alpha=0.19695$ y $\beta=0.00305$.

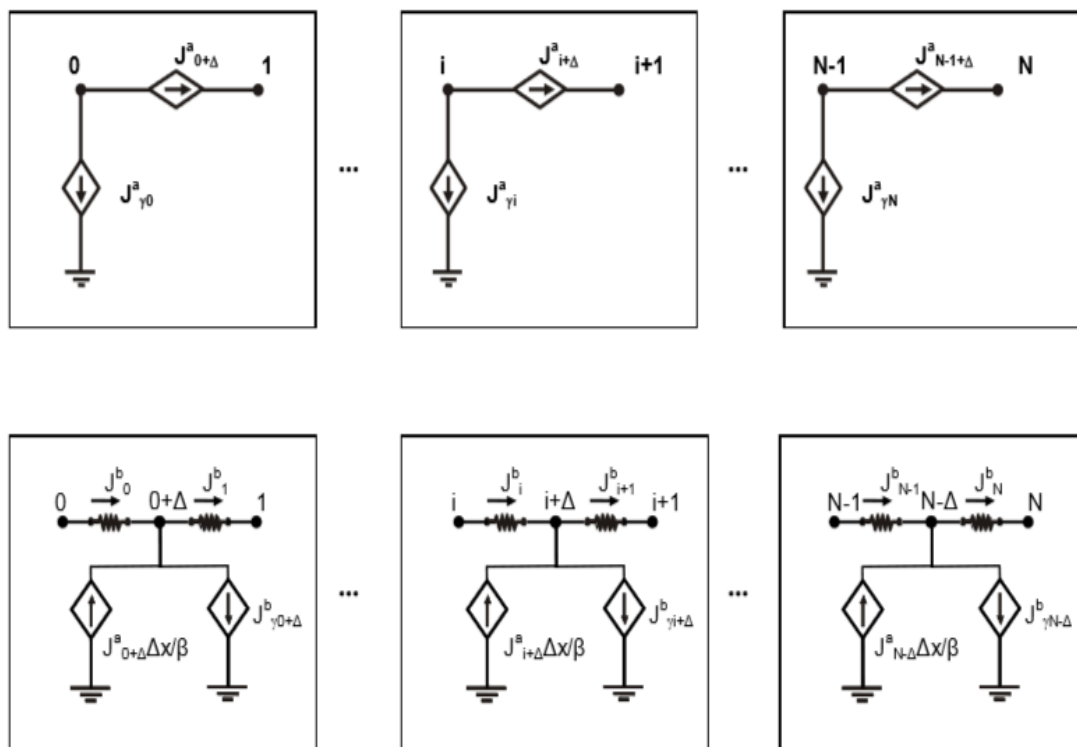
A modo de síntesis, en la Tabla 5.3 se especifica el valor de los distintos parámetros del circuito de cada celda elemental.

Celda elemental <i>a</i>		Celda elemental <i>b</i>	
$C^a=(\beta\Delta x)^{1/2}$	$I^a=(\beta\Delta x)^{1/2}$	$C^b=(\alpha\Delta x)^{1/2}$	$I^b=(\alpha\Delta x)^{1/2}$
$J^a_{i+\Delta}=(\Phi^a_{i+1}-\Phi^a_i)/\Delta x-\Phi^b_{i+\Delta}$	$J^a_{i-\Delta}=(\Phi^a_i-\Phi^a_{i-1})/\Delta x-\Phi^b_i$	$R^b_i=\Delta x/2$	$R^b_{i+1}=\Delta x/2$

Tabla 5.3. Valores de los distintos parámetros de las celdas elementales *a* y *b* y expresiones de las fuentes de flujo de la celda *a*.

Figura 5.21. Conexión de las celdas elementales del modelo de Timoshenko.

5.2. Barra apoyada en los dos extremos



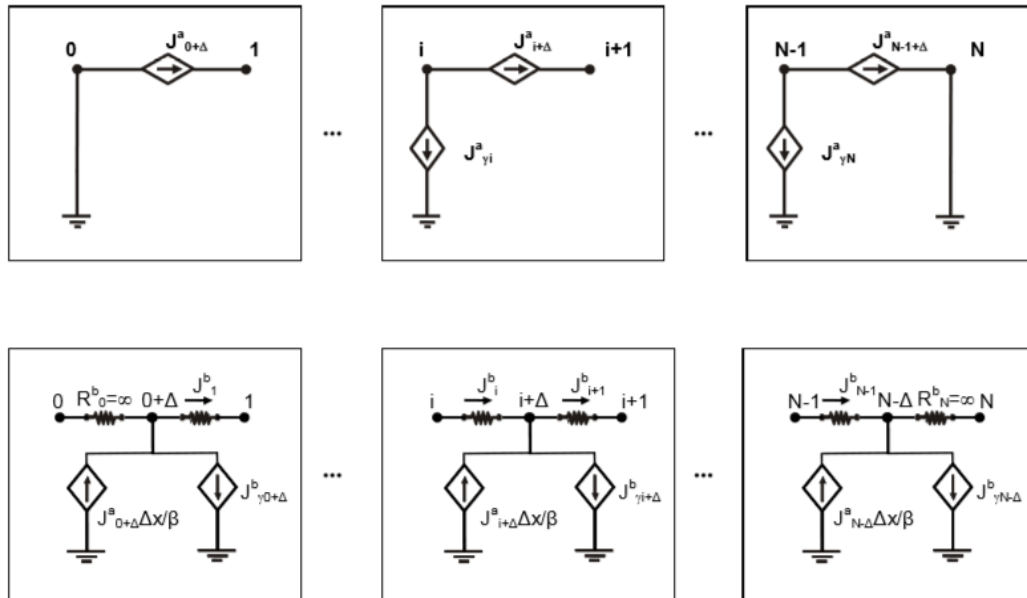
5.2.1. Modelo en red

Las condiciones de contorno de esta barra son:

$$y(0,t)=0 \quad y(1,t)=0 \quad M(0,t)=0 \quad M(1,t)=0 \quad (5.12)$$

Las relativas al desplazamiento se imponen sobre la celda elemental a , conectando los extremos de la celda inicial y final a tierra, mientras que las relativas al momento de torsión se especifican en la celda elemental b haciendo que las resistencias R_0^b y R_N^b tengan un valor infinito.

Por tanto, el modelo en red queda en la forma de la Figura 5.22.



6. Pasos Simulación Vibraciones Transversales en una barra.

Como primer paso a ejecutar voy a cambiar el valor del daño introducido en la viga que por defecto viene de 0, en el archivo de estudio en el programa de simulación con Pspice.

1. Pspice

Lo que voy hacer a continuación, es cambiar este daño por nuestros valores de cálculo de 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 y 0.5, en cada uno de los nodos 10, 40, 80 y 140 que forman parte de nuestra viga.

Nuestra viga está formada por 150 nodos definidos por distancia.

Una vez hecho esto, lo que vamos hacer ahora es estudiar de forma independiente cada caso, es decir, voy hacer un estudio que mostrara los cambios producidos en nuestra viga según la magnitud de daño y según la posición donde se aplique este.

Vamos en primer lugar a proceder a abrir el archivo en formato (*.cir), concretamente nuestro circuito llamado ruidoblanco.cir, vamos a la barra de tareas donde pone simulación hacemos doble clic y dejamos correr el programa con cada combinación de daño-nodo hasta un total de $6 \cdot 4 = 24$ combinaciones distintas de simulación, cuando finalice este proceso lo que obtenemos es una serie de datos y una gráfica.

Cuando hemos corrido y terminado de hacer la simulación lo último que me queda con el programa Pspice es abrir archivo creado resultado de la simulación pero esta vez el formato es en (*.out), para así de este obtener todos los valores de vibraciones de nuestro estudio mediante el modelo de Timoshenko. En el archivo de salida obtenemos muchos valores resultado de la simulación, distintos en cada una de las 24 simulaciones. Pero nosotros nos vamos a centrar en los datos ordenados por cinco columnas, en las que aparece el tiempo y el espacio en diferentes ángulos de vibración. Así:

```
TIME    V(Xy10.G1) V(Xy25.G1) V(Xy75.G1) V(Xy90.G1)
```

Cada valor de vibración de los puntos de estudio de nuestra viga son copiados es un bloc de notas de manera ordenada, para luego ser exportados a un Excel, donde aquí solo tiene que haber una única columna del tiempo y cuatro con las direcciones de vibración, obteniendo un total de 1401 filas representativas de vibración versus tiempo en el espacio, en total tendremos una cantidad de 7005 valores representativos por cada archivo.

2. Matlab.

La finalidad principal de este proyecto es encontrar una forma de utilizar la entropía espectral a nuestro favor en una estructura para poder localizar posibles fallos en construcciones para así, poder tratarlas y evitar el mal funcionamiento de las mismas o incluso su derrumbamiento. Para ello, se ha utilizado Matlab, un programa informático-matemático, para procesar los datos del experimento y obtener los valores de la entropía espectral, y así poder relacionarlos con el daño y la posición del mismo.

Ahora vamos a abrir Matlab e importar los datos guardados en el bloc de notas, pero antes de ejecutar el programa tenemos que tener en cuenta una serie de pasos previos, como por ejemplo que tenemos que establecer un método de funcionamiento según un archivo creado anteriormente para calcular la entropía espectral de cada columna de señal con respecto al tiempo, llamado calculaentropiaespectral.m (matlab M-file) y creado en el editor con función `entropia=calculaentropiaespectral(senal,tiempo)`. La señal es un vector con los datos temporales a analizar. Este método de funcionamiento tiene que estar en la parte superior del directorio actual de procesos de matlab.

```

Editor - C:\Users\JoseGustavo\Desktop\upct\pfc fisica\calculaentropiaspectral.m
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
Stack: Base
1 function entropia=calculaentropiaspectral(senal,tiempo)
2
3 %función para calcular la entropía espectral
4 %senal es un vector con los datos temporales ha analizar.
5 %tiempo es el tiempo de la señal
6 Ts=tiempo(3)-tiempo(2);
7 Fs=1/Ts;
8
9 L=max(size(senal));%Longitud de la señal
10
11 NFFT = 2^nextpow2(L); % Next power of 2 from length of y
12 Y = fft(senal,NFFT)/L;
13 f = Fs/2*linspace(0,1,NFFT/2);
14
15 YY=abs(Y(1:NFFT/2));
16
17 %[y1,f1]=buscopicosruidosos(YY,10);
18 [y1,f1]=findpeaks(YY,'sortstr','descend');
19 % [y0,f0]=findpeaks(YY);
20 %
21 % MM=length(y0);
22 % k=1;
23 % for i=1:MM
24 %     if (abs((YY(f0(i))-YY(f0(i)-1))/YY(f0(i)))>0.6 || abs((YY(f0(i))-YY(f0(i)+1))/YY(f0(i)))>0.6)
25 %         y1(k)=y0(i);
26 %         f1(k)=f0(i);
27 %         k=k+1;
28 %     end
29 %
30 % end
31
32 plot(f,YY,f(f1(1:7)),y1(1:7),'o')
33
calculaentropiaspectral Ln 19 Col 25 OVR

```

Una vez abierto el programa vamos a proceder a importar este archivo, cuando le damos a aceptar nos sale una ventana secundaria, seleccionamos “data” y aceptamos. A partir de aquí tendremos que importar cada uno de los 24 bloc de notas que contienen las simulaciones y hallar cada valor de entropía espectral para cada una de las 4 columnas de señal versus tiempo, para después analizarla apuntaremos los valores de la entropía espectral en Excel definida según daño, nodo y señal en un archivo que llamaremos “calculo daños en estructuras mediante análisis de entropía espectral”, en el cual obtendremos un total de 96 entropías espectrales.

3. Excel.

En Excel representamos los valores de la entropía espectral hallados en Matlab para poder analizarlos.

7. Bibliografía.

- Verificación del principio de Saint-Venant en vigas en sección rectangular mediante el programa EPSNET_10. Lidia García García “Ingeniería técnica naval (estructuras marinas). Universidad Politécnica de Cartagena”
- Modelo en red para la simulación de procesos de difusión de agua en suelos agrícolas. 2507-2006. “Universidad Politécnica de Cartagena, escuela técnica superior de ingeniería agronómica”. Capítulo III: El método de Simulación por redes (MESIR). José Francisco Maestre Valero
- Caracterización y optimización de aletas rectas rectangulares y espines cilíndricos con dos coeficientes de transferencia de calor distintos, uno para la superficie de disipación y otro para el extremo. CAPÍTULO 4. “Universidad Politécnica de Cartagena, escuela técnica superior de ingeniería agronómica”. Maestre Valero
- Estudio de simulación. Profesor Herbert Hoeger.
- Journey of sound and vibration (1999) 225 (5), 915-988. Article No. jsvi. 1999, available online at <http://www.idealibrary.com.on>. “ Dynamic of Transversal Vibrating Beams using Four Engineering Theories”
- Seon M. Han, Haym Benaroya and Timothy Wei. Mechanical and aerospace Engineering, Rutgers, the State University of New jersey, Piscataway, NJ 08854, U.S.A.
- Timoshenko, SP, 1921, *En el factor de corrección para el corte de la ecuación diferencial para las vibraciones de las barras transversales de sección transversal uniforme*, Philosophical Magazine, p. 744.
- Timoshenko, SP, 1922, *en las vibraciones de las barras transversales de sección transversal uniforme*, Philosophical Magazine, p. 125. Las ecuaciones de Timoshenko Beam
- Thomson, WT, 1981, Teoría de vibraciones con aplicaciones
- Rosinger, HE y Ritchie, IG, 1977, *en la corrección de Timoshenko para el corte en el vibrante vigas isotropas*, J. Phys. D: Appl. Phys., vol. Pp 10, 1461-1466.
- Stephen Timoshenko, James M. Gere. Mecánica de los Materiales. Van Nostrand Reinhold Co., 1972. Páginas 207.
- Enrique Castro Rodríguez. Tesis doctoral. “Simulación de ondas elásticas en vigas mediante el Método de Redes y detección de daño mediante la Transformada Wavelet “ .Universidad de Granada. 2005

La Transformada de Fourier

1. Introducción:

En este capítulo vamos a estudiar otra de las formas de las transformadas integrales que son ampliamente utilizadas tanto en el ámbito de las matemáticas como en algunos campos de la ingeniería.

A la transformada a la que me referimos es la transformada de Fourier, que al inicio de este proyecto he mencionado y ahora voy a explicar más detalladamente en que consiste.

2. La transformación de Fourier

La representación integral de Fourier. Hemos visto que la forma compleja de la serie de Fourier de una función f periódica de período T que verifica las condiciones de Dirichlet es

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega t}, \quad \langle f, g \rangle = \frac{2}{T} \int_0^T f(t)g(t) dt,$$

Donde $\omega = 2\pi/T$ y los coeficientes de Fourier vienen dados por:

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega t} dt \quad \text{para } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Si nuestra señal no es periódica, no podemos esperar que sea posible representarla mediante una serie de Fourier.

Una de las contribuciones decisivas de Fourier fue tratar una función no periódica como si fuera una función con período infinito, lo que le llevó a la posibilidad de representarla no como una serie cuyos términos corresponden a múltiplos de la frecuencia fundamental $0, \omega, 2\omega, 3\omega, \dots$, sino como una integral cuya variable de integración es una frecuencia que se mueve de manera continua.

Veamos cuál fue su razonamiento. Partiendo de una función periódica y combinando las expresiones anteriores, obtenemos

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) e^{-jn\omega \tau} d\tau \right] e^{jn\omega t}.$$

Sean $\omega_n = n\omega$ las frecuencias presentes y llamemos $\Delta\omega_n = \omega_n - \omega_{n-1} = \omega = 2\pi/T$ a la diferencia entre dos frecuencias consecutivas. Entonces podemos escribir:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) e^{-j\omega_n \tau} d\tau \right] e^{j\omega_n t} \Delta\omega_n.$$

Ahora, para cada $\omega \in \mathbb{R}$ definimos

$$F_T(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau,$$

Con lo que la igualdad previa puede escribirse como

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_T(\omega_n) e^{j\omega_n t} \Delta\omega_n.$$

Si T es muy grande, podemos interpretar esta suma como una suma de Riemann de la integral Impropia

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_T(\omega) e^{j\omega t} d\omega \approx \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_T(\omega_n) e^{j\omega_n t} \Delta\omega_n = f(t).$$

En consecuencia, si hacemos $T \rightarrow \infty$ y consideramos la función F dada por

$$F(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} F_T(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau,$$

Entonces cabe esperar que se verifique la igualdad

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega,$$

Que se llama representación integral de Fourier de la función f .

Este razonamiento no siempre es correcto ya que el paso al límite con $T \rightarrow \infty$ puede no funcionar como se espera.

Esto ocurre, por ejemplo, con la función constante $f(t) = 1$, para la que la integral que define $F(\omega)$ no es convergente. Sin embargo, como en el caso de las series de Fourier, existe una clase amplia de funciones para las que dicha representación sí es válida. Esta clase incluye todas las señales de interés en las aplicaciones ya que en la práctica las señales tienen una duración finita.

3. Bibliografía.

- Kinsler L, Frey A, Coppens A, Sanders J, "Fundamentos de Acústica" Editorial Limusa. Mexico. 1992.
- Lopez Pumarega M.I., Ruzzante J.E., "Acoustic Emission Signal Analysis from Steel Tubes", Proc. "14th World Conference on Non-Destructive Testing (14th WCNDT)", Vol. 4, pp 24932496, New Dehli, India (Diciembre 1996).
- MicroSim Pspice, Version 8. Microsim Corporation. 1996
- Análisis de daños en estructuras mediante entropía espectral PFC 2014, por Francisco David Morales Fernandez y Enrique Castro Rodriguez. Universidad Politecnica de Cartagena.
- Horno J., García-Hernández M. T., Gonzalez-Fernández C.F., J. Electroanal. Chem., (1994) 53. UCB/ERL M520, University of California, Berkeley, CA, 1977
- Proyecto fin de carrera 2012-2013. Simulación Vibraciones Transversales en una barra y estudio del daño por Soraya Jeannette Araujo Criollo y Enrique Castro Rodriguez. Universidad Politecnica de Cartagena
- Análisis de daños en estructuras mediante entropía espectral PFC 2014, por Francisco David Morales Fernandez y Enrique Castro Rodriguez. Universidad Politecnica de Cartagena.

Simulación del daño

1. Introducción.

En este capítulo nos vamos a centrar en la evaluación del daño, y como este daño nos afecta a la estructura que vamos a colocar, que en este caso es una viga.

Para este estudio el daño a considerar va a ser una fractura de un tamaño determinado. Bajo un criterio concreto y adecuado vamos a estudiar el daño que se produce en esos puntos, como por ejemplo:

1. Hemos elegido unas posiciones determinadas para estudiar la presencia del daño en ellos. En este caso hemos elegido 4 puntos de todos nuestros 150 puntos que hemos colocado en la viga.
En este capítulo, mi estudio solo se va a basar exclusivamente en estos puntos:

- $x= 10$
- $x= 40$
- $x= 80$
- $x= 140$

2. Una vez definido los puntos de estudio, voy a proceder a evaluar el daño que producen solo estos puntos en nuestra viga.
Para ello voy a dar unos porcentajes aproximados del daño y procedo a estudiar donde una vez finalizado este estudio, evaluare punto por punto la variación que produce en la viga.

1. 5%
2. 10%
3. 20%
4. 30%
5. 40%
6. 50%

2. Pasos previos a la ejecución del programa.

Para evaluar el daño, siempre voy a considerar la vibración en los nodos 10, 40, 80, 140.

A partir de ahora me centro solo en estos puntos todos los demás, serán ignorados.

En el fichero del circuito SPICE hacemos lo siguiente:

- Creo una nueva carpeta solo con los puntos que vamos a estudiar.

- Repito los mismos pasos que he hecho para resolver el circuito (visto en capítulo 4), con SPICE, pero en este caso solo tengo en cuenta mis nuevos valores de celda que he definido al principio.
- Una vez definido, empiezo a estudiar el daño, donde me voy al inicio del todo donde pone "simulación vibraciones transversales en una barra".

Donde:

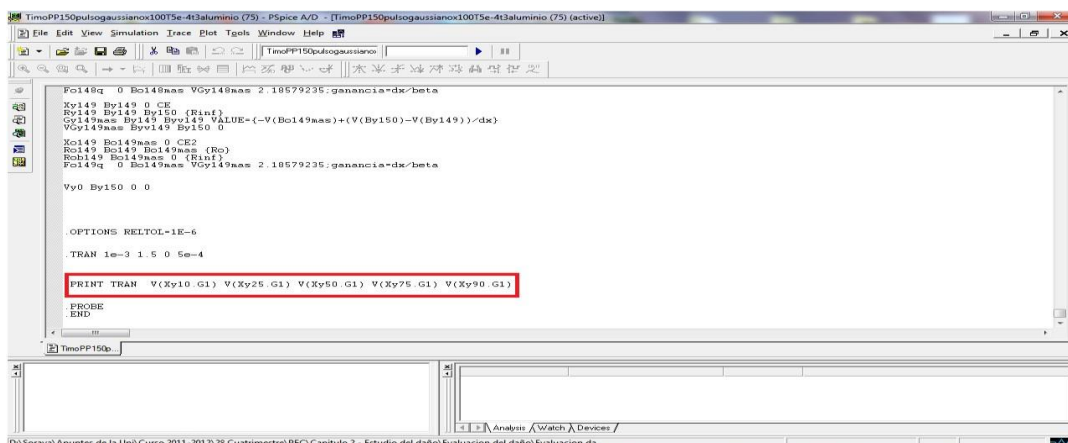
1. E: Modulo de Young
 2. F1 (-->): Es la fuerza transversal y es el desplazamiento que tenemos que cambiar.
 3. F2 (<--): Es el ángulo que en otras palabras nos da el momento de nuestra viga.
 4. A: Es la fractura que hay
 5. H: Es la altura
 6. El daño solo se pone dónde está la fractura
 7. *** Cambio y creó una fila abajo tal que: (XY3, BY3 o CE)
 8. G: es la fractura y da igual siempre (BY03, DY4)
- Para ver el tramo de puntos que vamos a elegir nos vamos al final de nuestro circuito donde aparece la "OPTION RELTOL" --> PRINT.
 - En esta opción nos aparecen las celda de todos nuestros puntos, es decir de los 150, de ahí cogemos solo los valores de nuestro análisis.

Ej: V (xy10)- V (xy25)- V (xy75)- V (xy90)

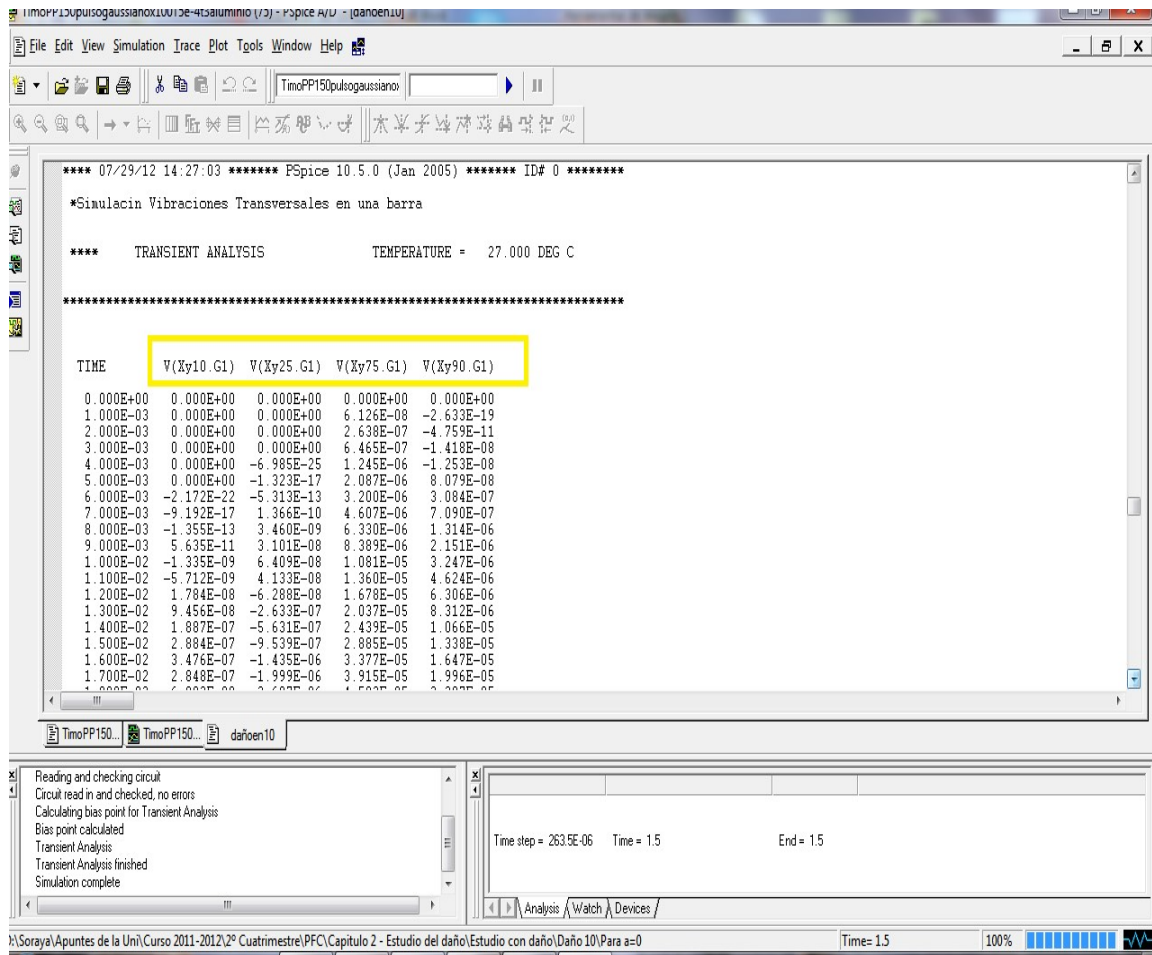
- Se hace igual para todos los casos de la celda.

3. Fracturas en el circuito, ejecución de la simulación.

- A. Selecciono solo los puntos de estudio: Abro la simulación de la vibración con el Pspice, me voy al final de la simulación y solo selecciono los valores de estudio señalados al principio del tema, dejo correr la simulación solo con esos puntos y una vez corrida la simulación me sale lo siguiente:



- B. Cuando abro de nuevo el documento en formato (*.out), me voy al final del todo y busco mis valores de vibraciones, donde destaca que solo ha estudiado para los valores de las condiciones que hemos impuesto. Todos estos puntos son llevados a un blog de notas donde haremos lo mismo que hemos hecho en el capítulo 3 para el estudio del daño.



4. Estudio del daño. Resultados.

A la hora de poner en práctica vamos a coger los 4 casos de posición que tenemos, para cada caso elegido voy hacer un estudio dándole diferentes valores de daño, donde por medio de una representación gráfica voy a ver qué variación experimenta. Para excitar las frecuencias propias de la barra aplicamos una fuerza cuya distribución de amplitud es un ruido blanco.

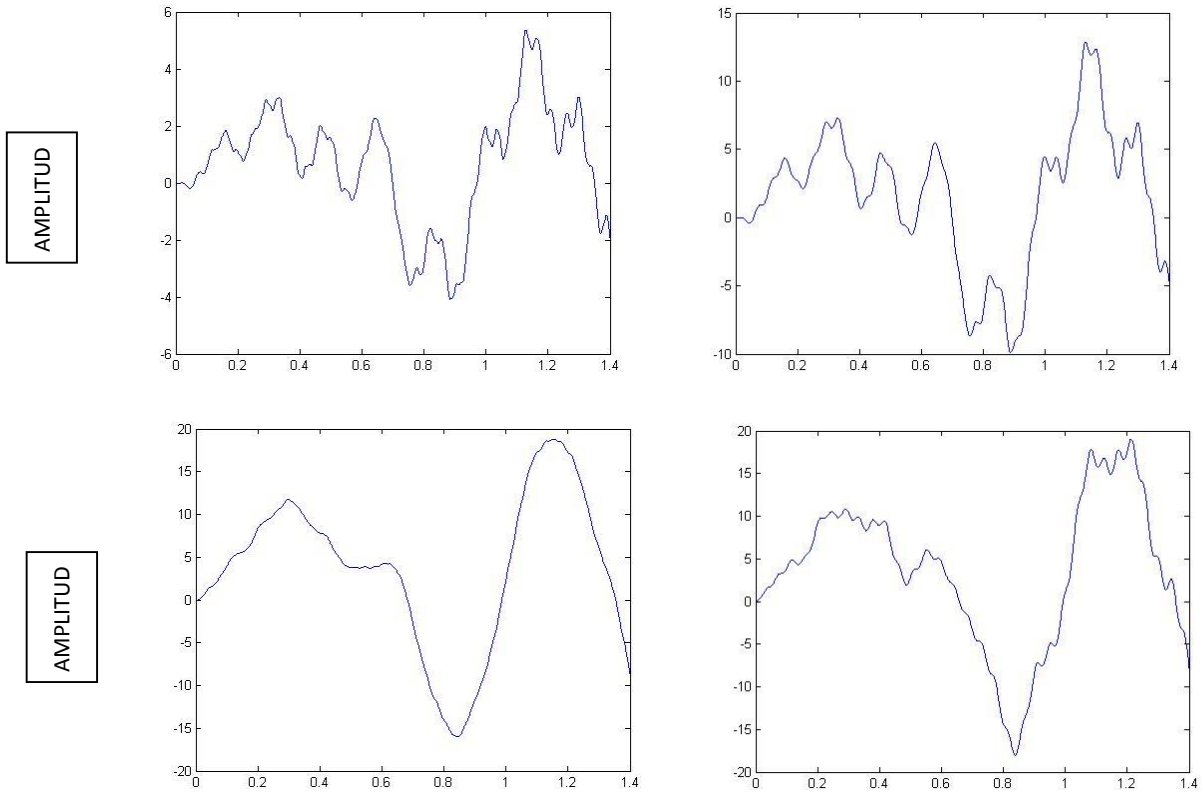
I. Caso posición en nodo 10.

1) Para $a = 0,05$.

En este caso vemos que hay 4 graficas que oscilan de manera distinta, donde por ejemplo en la vibración de la celda 10 vemos que el pico máximo se alcanza aproximadamente a 5,5. En el caso de la vibración 25 vemos que su valor máximo es 13, por otra parte en la vibración 75 su valor máximo es 18 y en el último caso para una vibración de 90 vemos que se aproxima a 19. Como conclusión de este primer estudio para el valor máximo de vibración podemos observar que hay un aumento en el valor de la amplitud ya que se inicia en 5,5 alcanzando un valor máximo de 19.

Por el contrario si queremos estudiar el mínimo valor de amplitud, podemos observar que en la primera grafica el valor al que se aproxima es -5, en la segunda -10 disminuyendo en las siguientes a -16 y donde alcanza un valor máximo de -18 aproximadamente en la última.

- Graficas: Cada grafica es guardada de manera independiente en un documento .jpg , donde más adelante estudiare de manera individual y extensa.



la variación Tiempo (segundos) Identificaremos la 1ª Tiempo (segundos) grafica como que experimenta la amplitud frente al tiempo en el nodo 10, la 2ª como nodo 25, la 3ª como nodo 75 y la 4ª como nodo 90, así en todos los casos.

- 2) Para $a=0,1$. Este proceso es muy repetitivo para todas las demás. Así que procederemos a mostrar las gráficas y después comentaremos las diferencias que no se observan a simple vista.

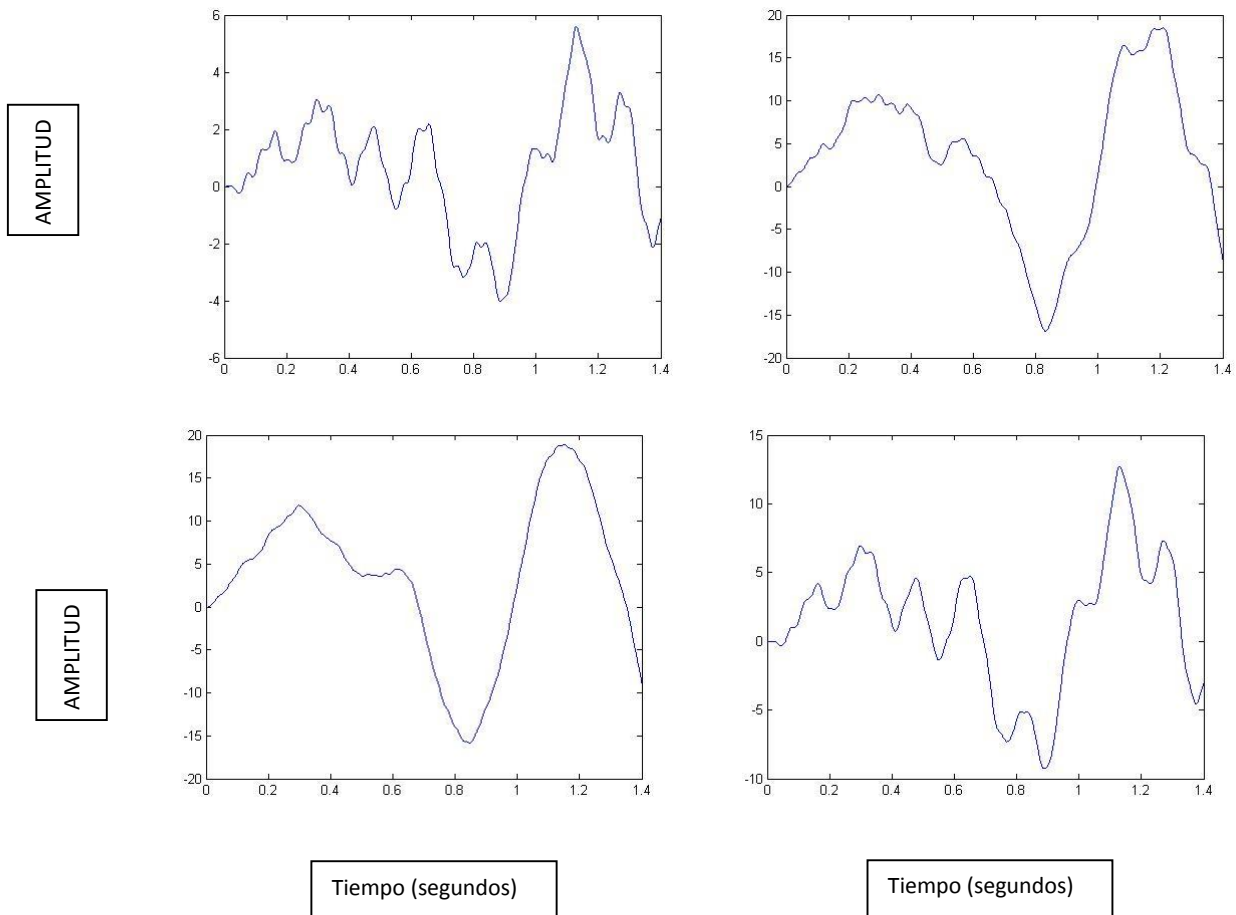
II. Posición en nodo 40.

Al igual que en el caso de posición nodo 10, voy a coger mis valores de amplitud.

A la hora de la representación gráfica podemos ver que no experimenta ningún tipo de variación con respecto al anterior.

A continuación voy a representar para cada valor de amplitud sus valores de vibración, donde siguen en mismo patrón que en caso anterior. Por ejemplo:

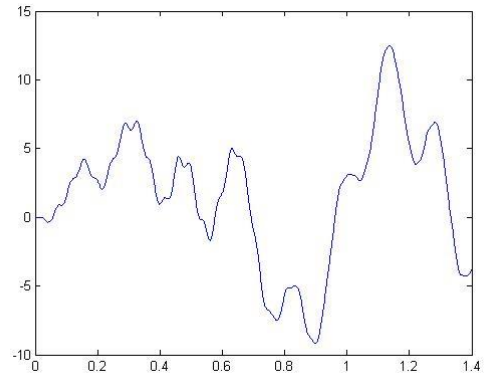
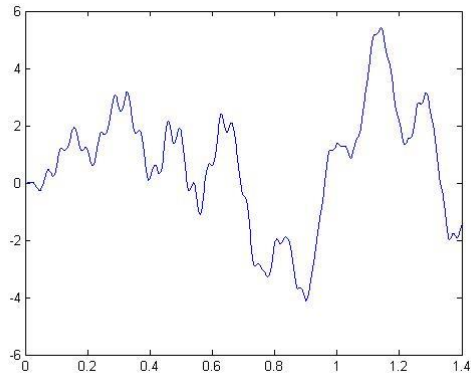
1) Para $a = 0.05$



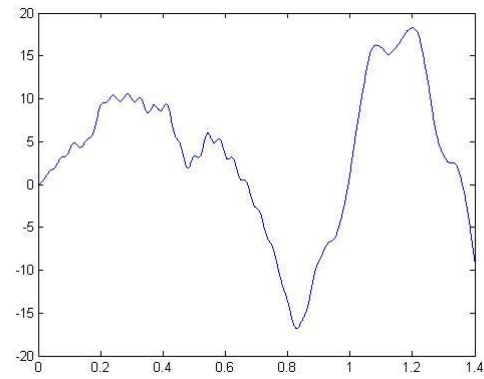
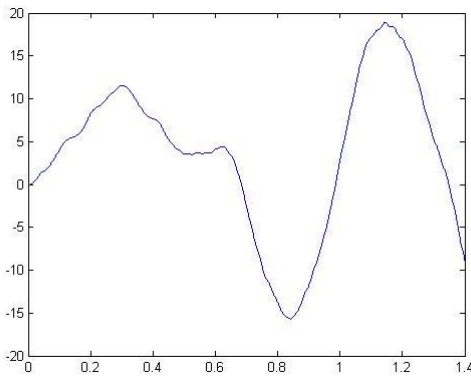
III. Posición en nodo 80.

1) Para $a=0.05$

AMPLITUD



AMPLITUD



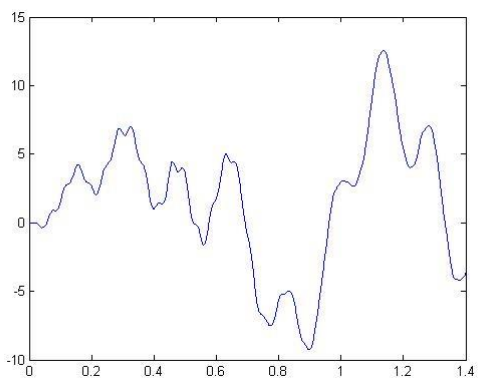
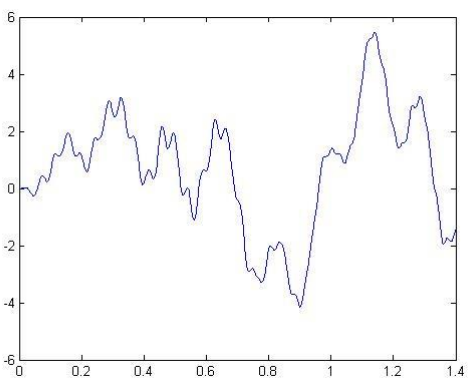
Tiempo (segundos)

Tiempo (segundos)

IV. Posición en nodo 140.

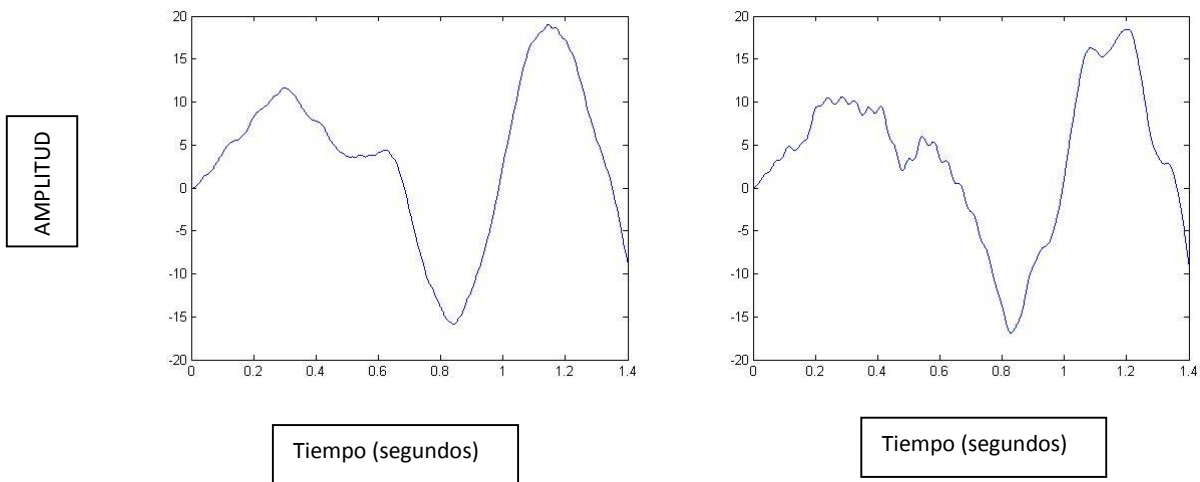
1) Para $a=0.05$

AMPLITUD



Tiempo (segundos)

Tiempo (segundos)



Una vez expuesta y explicada toda la parte teórica de este capítulo, me voy a centrar ahora en la parte práctica de cómo voy a estudiar el daño.

Para nuestro estudio vamos a contar con 6 valores de daño y 4 valores de posición, los cuales combino para estudiar el daño, simulando en Pspice y después de la simulación, importo los datos a Matlab de cada archivo para hallar la entropía espectral de cada uno según la frecuencia de señal. Según la entropía espectral hallada en los diferentes casos podemos definir la columna 2 como la posición o nodo $V(xy10)$, la columna 3 como el nodo $V(xy25)$, la columna 4 como el nodo $V(xy75)$ y la columna 5 como el nodo $V(xy90)$. Estos valores de posición van referenciados en espacio y dependerían de la longitud de viga simulada.

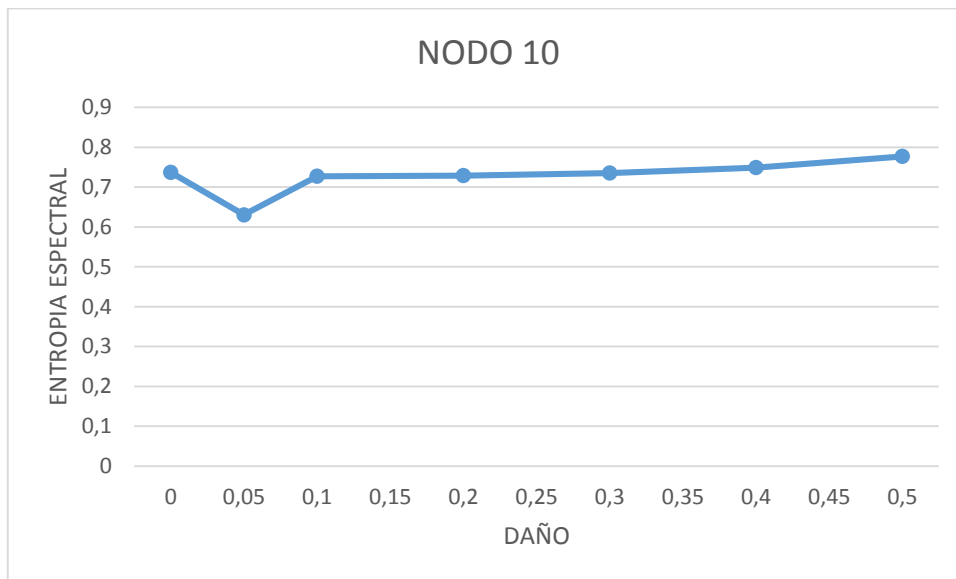
Observamos una ligera tendencia de la entropía según la columna de estudio.

Según estos datos estudiaremos los datos de entropía espectral según el nodo por el cual discorra la simulación correspondiente al daño introducido en un nodo especificado. Así obtendremos:

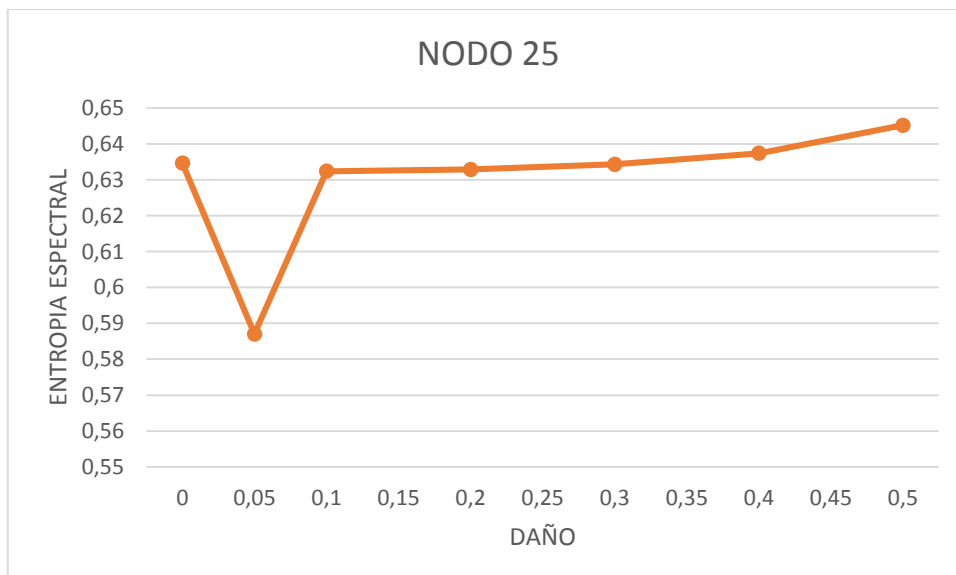
En todos los nodos de estudio la entropía es mayor en los primeros nodos que en los últimos, así en los primeros nodos va aumentando con el daño y en los últimos al contrario, lo estudiaremos por capítulos, en la página siguiente.

- Para el nodo 10, introducimos una serie de daños en él, y lo analizamos gráficamente al pasar por los nodos de posición preestablecidos en nuestro programa.

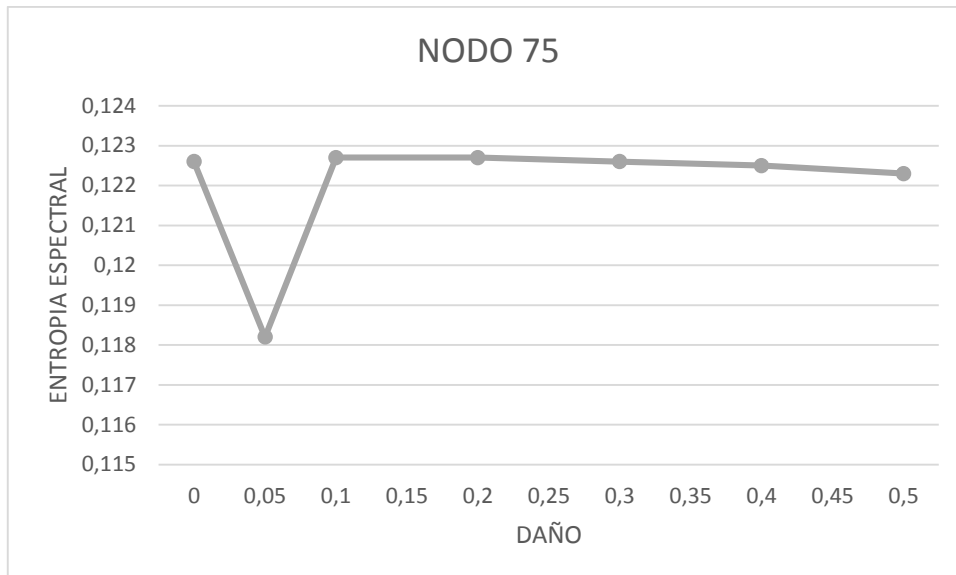
	10	25	75	90
0	0,7371	0,6346	0,1226	0,1936
0,05	0,6307	0,587	0,1182	0,2142
0,1	0,7272	0,6324	0,1227	0,1933
0,2	0,7287	0,6329	0,1227	0,1934
0,3	0,7355	0,6343	0,1226	0,1933
0,4	0,7489	0,6374	0,1225	0,1927
0,5	0,7771	0,6452	0,1223	0,197



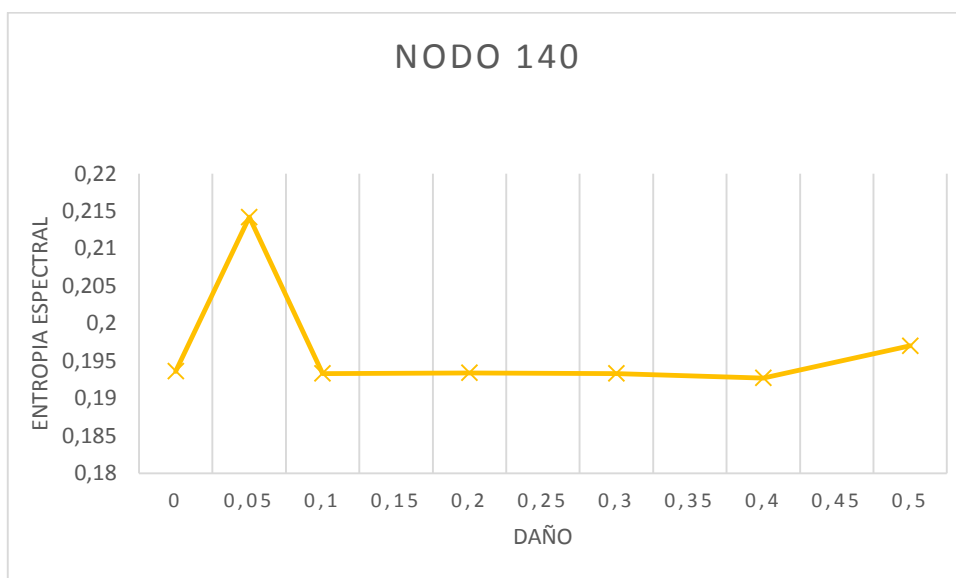
Al considerar la vibración en este nodo la entropía espectral disminuye y luego aumenta progresivamente, con un notable valle en el daño de 0.1.



Al considerar la vibración por el nodo 25 la entropía crea un valle en el daño 0.1, después aumenta progresivamente.



Al considerar la vibración por el nodo 75 la entropía crea un valle en el daño 0.05, para luego descender progresivamente.

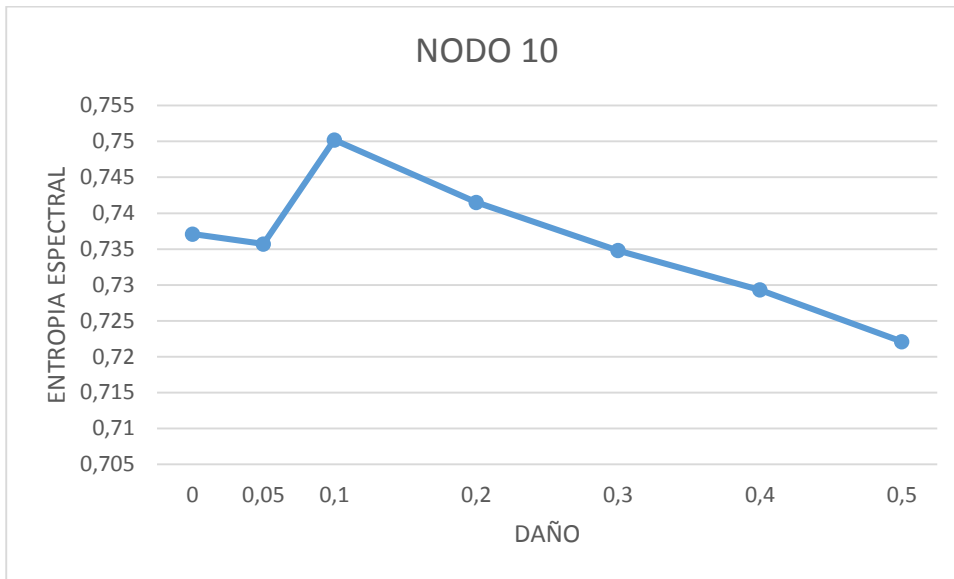


Al considerar la vibración en este nodo observamos un pico de la entropía en el daño 0.05, para luego tener una tendencia lineal horizontal hasta el valor de 0.4 y ascender hasta 0.5

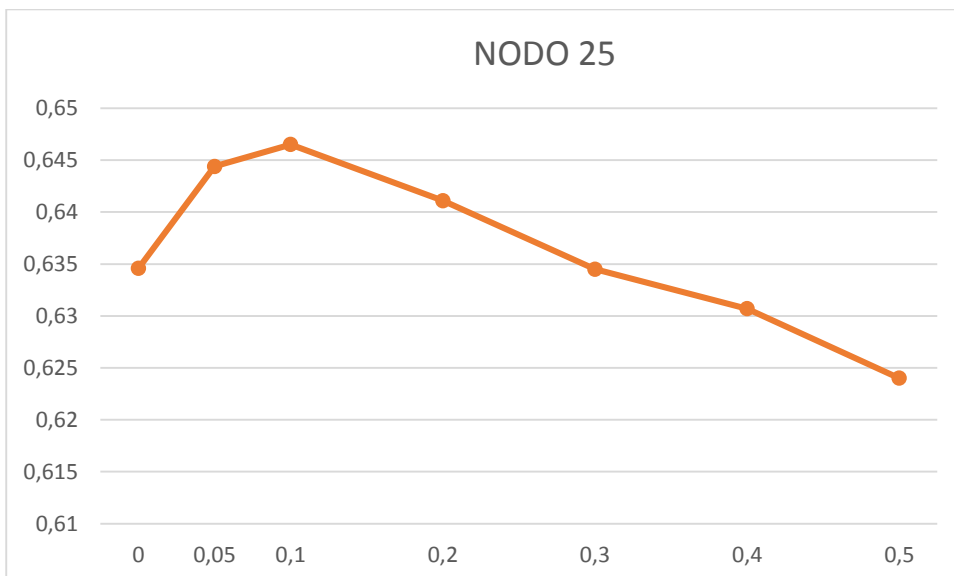
Para el nodo 10 observamos que en las primeras graficas correspondientes a los nodos 10 y 25 siguen un crecimiento lineal, casi exponencial progresivo de la entropía espectral según aumenta el daño, cosa que no ocurre en la siguientes, cuando pasa por el nodo 75, crea un pico hasta 0.1 para luego ir descendiendo linealmente, y en el nodo 90 observamos otro comportamiento de la entropía creando un pico en un primer tramo rápidamente, luego linealmente y al llegar al daño 0.4 aumenta. En este nodo podríamos decir que el valor de daño de 0.05 es poco fiable, por lo tanto lo trataríamos como un resultado desfavorable, para poder llevar a cabo conclusiones certeras y realistas con estos valores de entropía espectral. Por tanto el patrón de comportamiento sería mas paulatino y podríamos sacar resultados mas fiables.

➤ Para el nodo 40 introducimos el daño como en el caso anterior. Quedaría como:

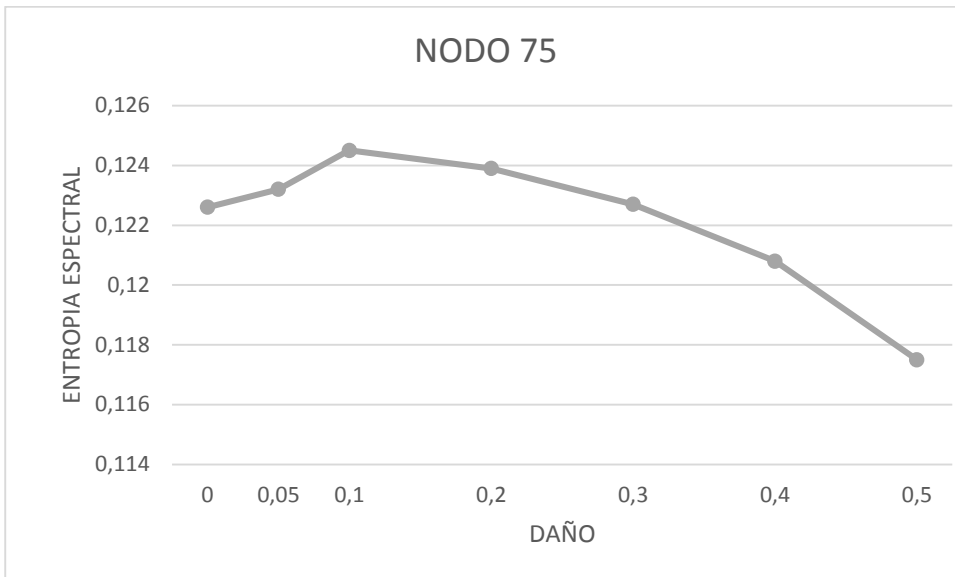
	10	25	75	90
0	0,7371	0,6346	0,1226	0,1936
0,05	0,7357	0,6444	0,1232	0,1932
0,1	0,7502	0,6465	0,1245	0,1958
0,2	0,7415	0,6411	0,1239	0,1949
0,3	0,7348	0,6345	0,1227	0,1934
0,4	0,7293	0,6307	0,1208	0,1939
0,5	0,7221	0,624	0,1175	0,1976



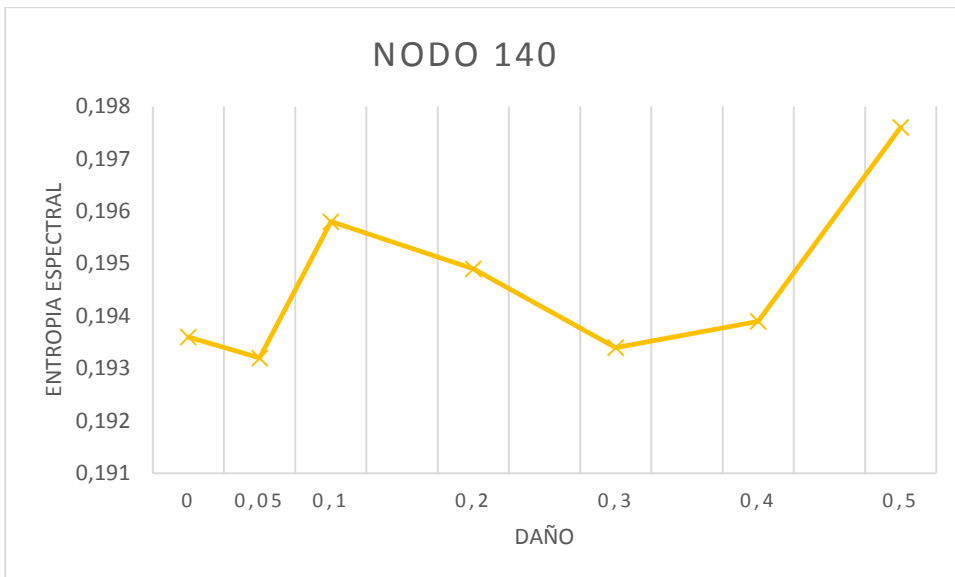
En este nodo observamos una subida hasta el valor de daño 0.1, para luego sufrir un descenso de la entropía lineal.



En este nodo observamos un leve ascenso al principio para luego sufrir un descenso gradual. Podríamos decir que tiende a una parábola



Este nodo se comporta muy parecido al anterior, ascendiendo levemente la entropía, para luego descender exponencialmente. Tendencia levemente parabólica.

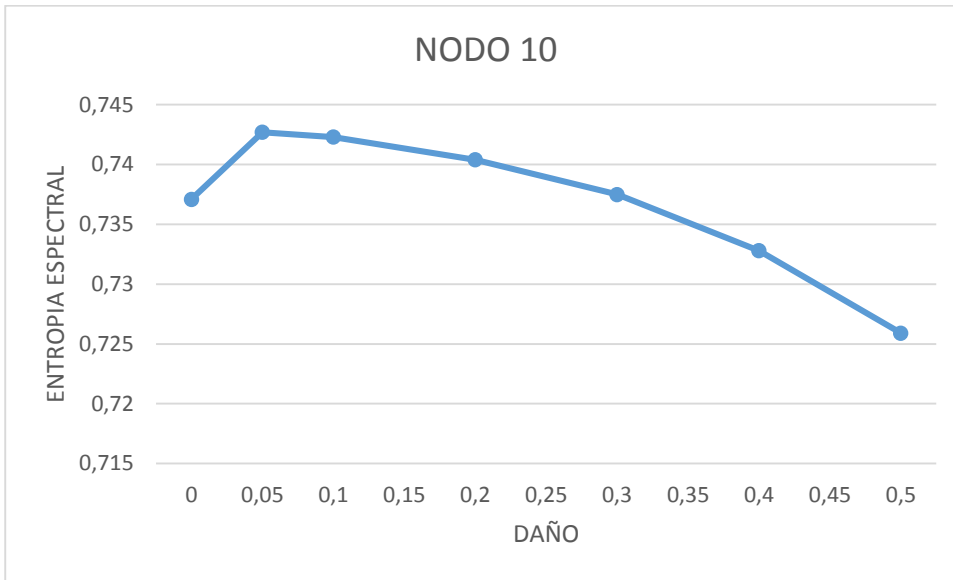


Este nodo se comporta de distinta forma, desciende y se va incrementado hasta 0.1, descendiendo hasta 0.3 y volviendo a ascender a partir de este y de forma súbita. Parece que según el daño va creando valles y picos alternativamente.

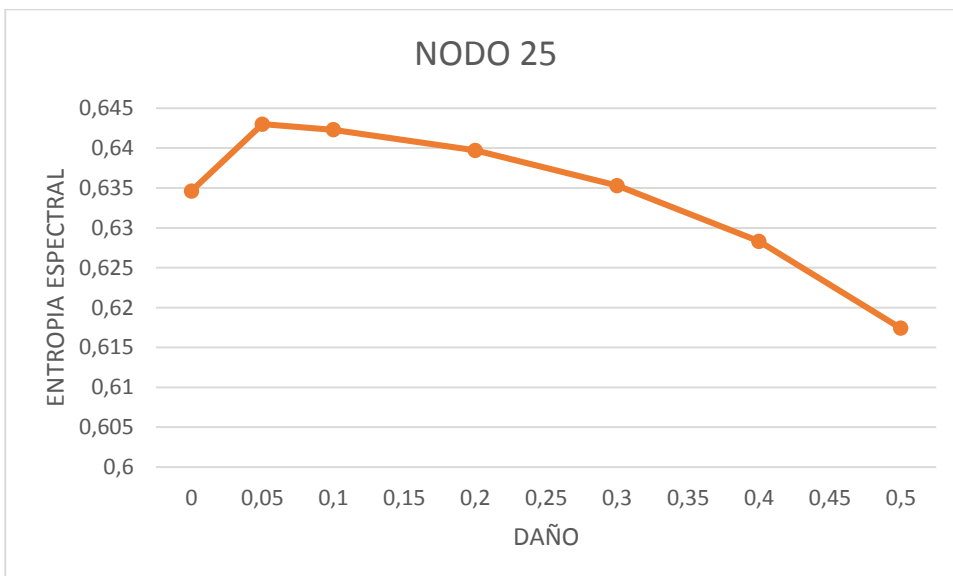
Para el nodo 40 observamos una tendencia lineal de decrecimiento en los nodos 10, 25 y mas exponencial en 75, alcanzando picos máximos en 0.1, la entropía disminuye al aumentar el daño excepto en el primer tramo que aumenta hasta el 0.1. no siendo así la ultima grafica que crea una resonancia de valles y picos según vamos introduciendo valores de daños.

➤ Para el nodo 80 introduciendo el daño como en los anteriores apartados, sería:

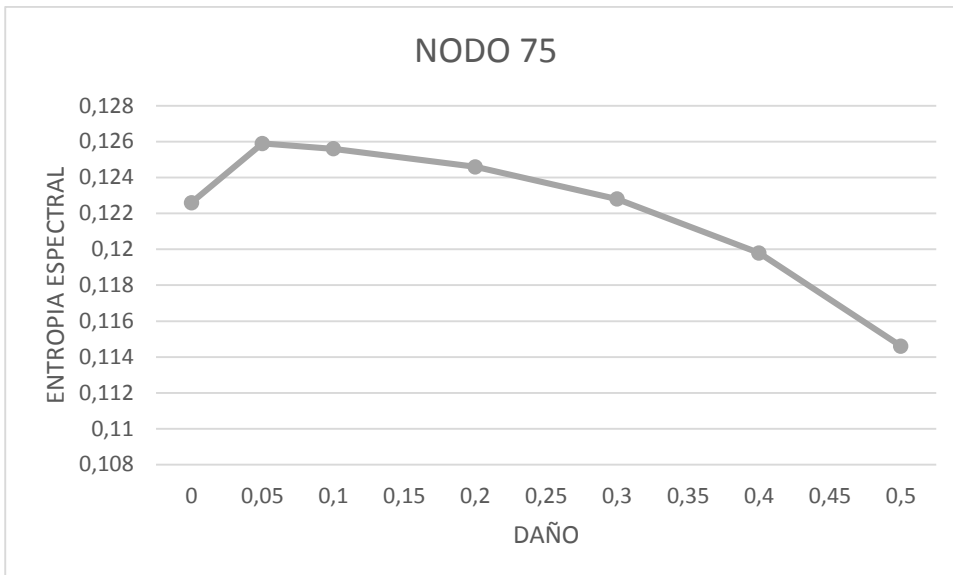
	10	25	75	90
0	0,7371	0,6346	0,1226	0,1936
0,05	0,7427	0,643	0,1259	0,1985
0,1	0,7423	0,6423	0,1256	0,1981
0,2	0,7404	0,6397	0,1246	0,1966
0,3	0,7375	0,6353	0,1228	0,194
0,4	0,7328	0,6283	0,1198	0,1885
0,5	0,7259	0,6174	0,1146	0,1822



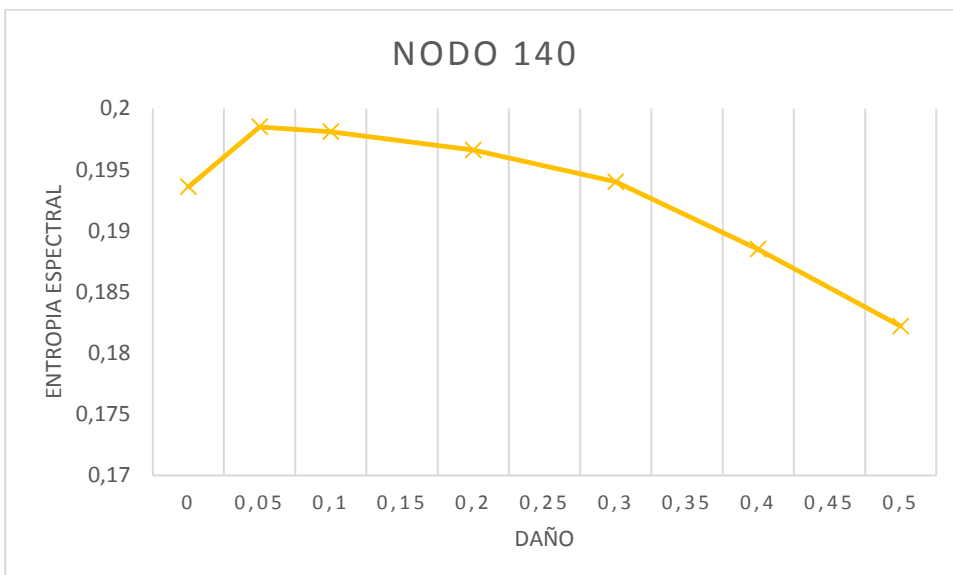
El comportamiento de la entropía en este nodo es descendente exponencialmente según aumenta el daño. Excepto en su primer tramo cuando el daño es 0



En este nodo se comporta similar al anterior, con un descenso leve.



En este nodo la entropía va descendiendo exponencialmente según el daño aumenta. Excepto el primer tramo

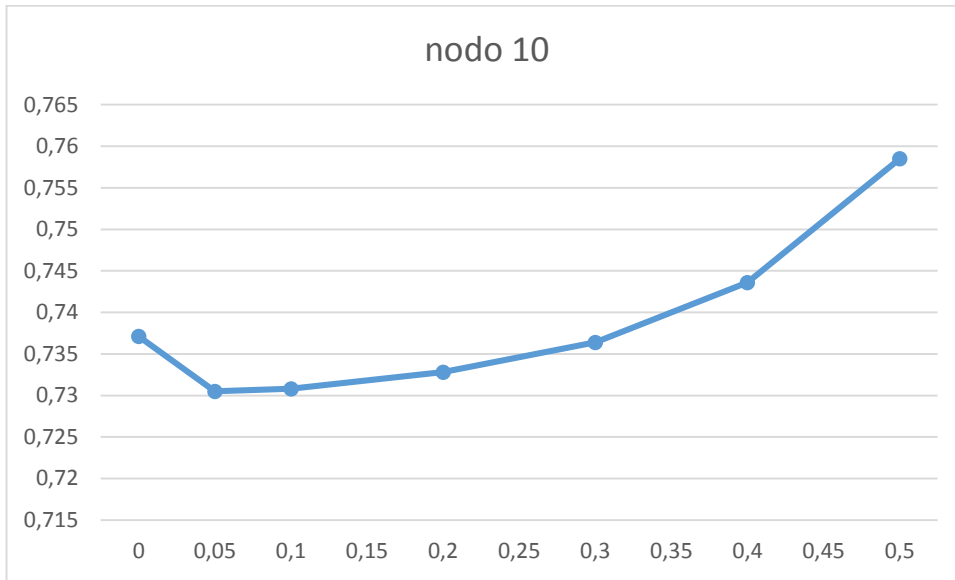


Al igual que el anterior se repite la pauta de las gráficas, decrece en función del daño. Excepto en su primer tramo.

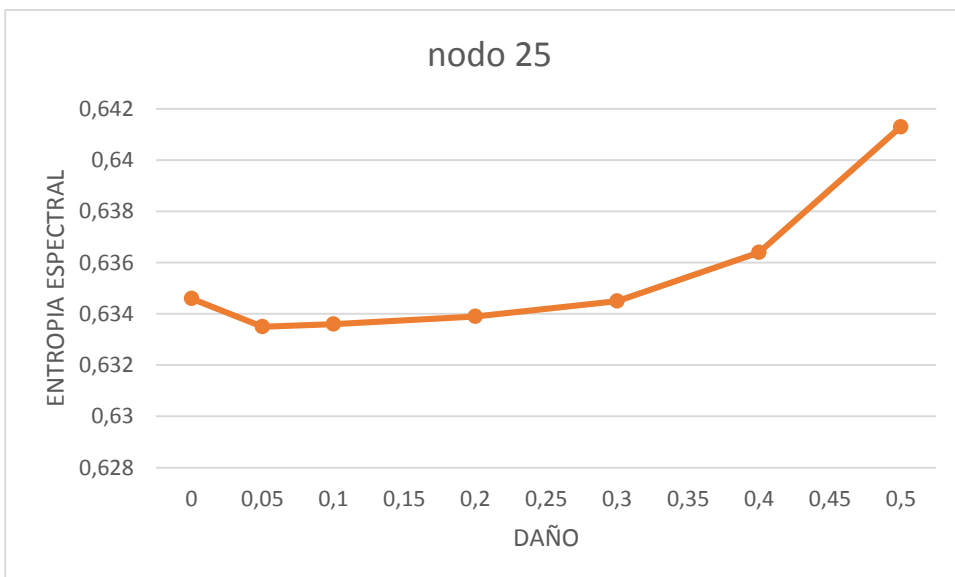
Para el nodo 80 de estudio los valores de entropía espectral, siguen una tendencia exponencial de decrecimiento al pasar por todos sus nodos, disminuyendo conforme aumenta el daño. En este nodo podríamos llegar a la conclusión de que el daño de 0 es poco fiable al no seguir la tendencia de puntos de la gráfica, por tanto podríamos llegar a tomarlo como un valor desfavorable. Sino esta tendencia de las gráficas es parabólica,

➤ Para el nodo 140 introduciendo el daño como en los anteriores apartados, sería:

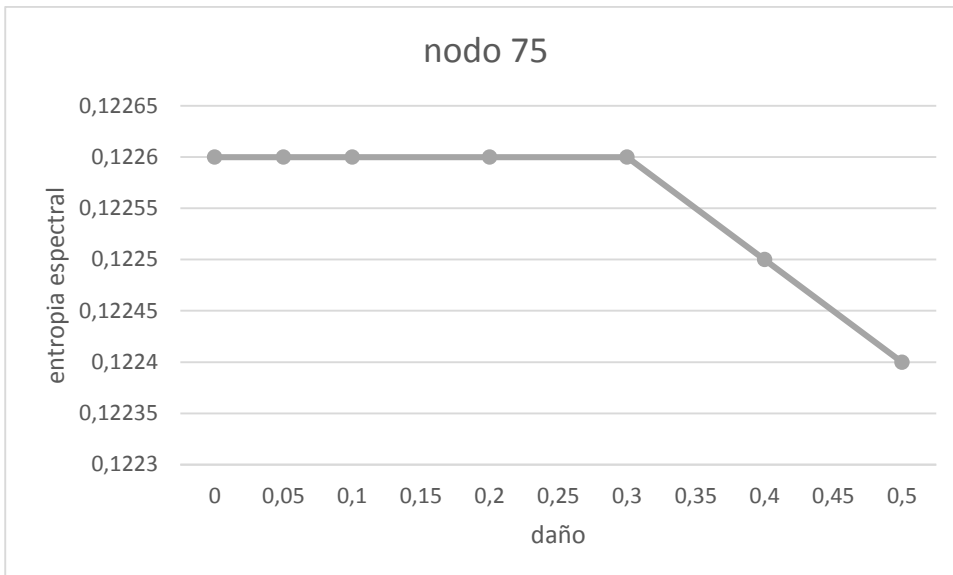
	10	25	75	90
0	0,7371	0,6346	0,1226	0,1936
0,05	0,7305	0,6335	0,1226	0,1937
0,1	0,7308	0,6336	0,1226	0,1937
0,2	0,7328	0,6339	0,1226	0,1935
0,3	0,7364	0,6345	0,1226	0,1935
0,4	0,7436	0,6364	0,1225	0,1923
0,5	0,7585	0,6413	0,1224	0,1946



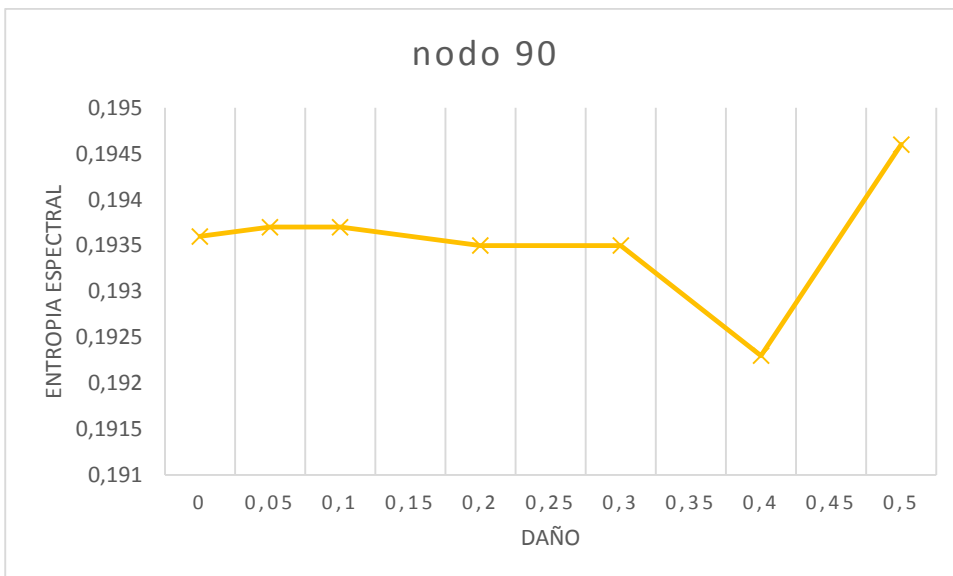
En este nodo la entropía espectral aumenta exponencialmente con respecto a aumenta el daño introducido en el nodo, exceto en su primer tramo, tomando forma de parábola.



Parecido al anterior nodo pero el aumento exponencial se produce a mayor valor de daño.



En este nodo observamos una entropía muy parecida hasta llegar al valor de daño 0.3 en el que desciende drásticamente.



Esta grafica nos muestra la entropía al pasar por el nodo 90, el cual no sigue ninguna tendencia al pasar del daño 0.3, crea un valle en 0.4 y aumenta drásticamente hasta 0.5. Anterior a esto es más o menos lineal, con una entropía similar.

Como conclusión para este nodo podríamos decir que cuando introducimos daños para el nodo 140, la entropía sigue una distribución creciente al pasar por los nodos 10 y 25, y sensiblemente decreciente en el nodo 75, pero en el nodo 90 la entropía toma valores dispares al pasar por el daño 0.3 descendiendo hasta 0.4 y aumentando en 0.5. Por tanto si tuviéramos que decir que valores son desfavorables a la hora de un análisis podríamos concluir que el valor de entropía para el daño 0, en los dos primeros nodos, y los valores de daño de 0.4 y 0.5 en los nodos 75 y 90.

Conclusión.

Este proyecto nace con el objetivo, de hacer un estudio sobre la frecuencia del posible daño que actúa en una viga apoyada, para ello, nos hemos basado en una serie de programas tales como Pspice y Matlab.

El primero objetivo que me planteé, fue estudiar una serie de esfuerzos que coloque en mi viga, para ver cómo afectan a mi viga, por medio del programa Pspice, hice estos cálculos, todo ello guardado en un (*.cir), para sacar los valores del daño, abro de nuevo la simulación, con la singularidad de que ahora le guardo en (*.out), para así una vez corrida la simulación me de los valores que busco, y poder exportar a una tabla Excel o Matlab, donde a partir de ahí empezaran todos mis cálculos sobre esta viga.

Por último otra de los puntos a tener en cuenta en este estudio, es la Transformada de Fourier ya que por medio de ella vamos a obtener los valores de daño que hemos buscado como solución del proyecto, donde podemos observar, como varía la frecuencia y la amplitud de oscilación, dependiendo del valor de daño, que impongamos como condición. Todo esto está desarrollado en el capítulo 6.

En este último capítulo podemos ver por ejemplo como la amplitud oscila casi de forma constante cualquiera que sea su valor de daño, pero la amplitud de cada frecuencia si varía dependiendo del daño y de su posición.

Existe una relación directa entre las frecuencias resonantes de la viga del experimento y la entropía espectral cuando se produce daño. Esta variación es mayor que la que se pueda producir en cualquier otra medida. Hay que señalar que esta variación en la medida de la entropía espectral, dependiendo de la posición, puede aumentar o disminuir a medida de que el daño va creciendo. Esto significa que la cantidad del daño producido y su localización pueden ser relacionadas con la variación de la entropía espectral. Con los resultados obtenidos, parece que para valores bajos del daño no hay una correlación clara con la entropía espectral, pero al aumentar el daño sí que se produce un cambio regular con respecto a la entropía de la viga sin daño.

Lo que se ha conseguido en este proyecto es dar un primer paso para hallar un nuevo método de detección y prevención de daños en estructuras mediante procesos no destructivos, ya que este es un campo en constante crecimiento durante los últimos años y el uso de la entropía espectral en este campo es prácticamente inexistente, por lo que esperamos abrir una pequeña ventana para el futuro, este sea un método de gran eficiencia e importancia en el sector de la ingeniería civil.

La extrapolación de estas conclusiones a construcciones civiles monitorizadas permitirían reconocer de forma inmediata el tipo de daño que se está produciendo en la estructura, el lugar de la misma en el que se está registrando y sobre todo el preciso momento en que está ocurriendo, ya que detectar el problema con un tiempo de antelación suficiente es de vital importancia a la hora de tratar la estructura para evitar percances mayores, que a fin de cuentas es primordial objetivo de toda monitorización de daño estructural.