

17 de Julio de 2013

**Escuela técnica superior de ingenieros industriales.
UPCT**



**[ELECCIÓN DE UNA TÉCNICA DE GENERACIÓN
DE ENERGÍA MEDIANTE LOS MÉTODOS DE
SUPERACIÓN ELECTRE Y PROMETHEE,
UTILIZANDO CONJUNTOS DIFUSOS]**

Alumno: Antonio Campuzano Cánovas

Director: Francisco Javier Cánovas Rodríguez

Agradecimientos

El que un alumno consiga licenciarse es sin duda fruto de su esfuerzo y dedicación, sin embargo esto no sería posible sin el apoyo y la ayuda de innumerables personas que están presentes a lo largo de todo el camino, o parte de él. Este agradecimiento está dedicado a aquellas personas que han tenido un papel sobresaliente en la consecución de este fin.

En primer lugar quiero agradecer a mis padres todos sus esfuerzos por conseguir que llegara hasta este punto. A ellos les debo un gran apoyo tanto material como emocional, y el desarrollo de una fe que me ha ayudado a seguir adelante cuando parecía no haber solución. Puede decirse que, aunque en momentos puntuales han constituido un obstáculo, es indudable que estoy aquí gracias a ellos.

A todas mis hermanas y cuñados, y en especial a mi hermana Magdalena y su marido, que en ningún momento han dejado de ayudarme, alentarme y apoyarme. A Fátima, que me enseñó que el trabajo duro tiene sus frutos, y a mi “sensei”, que me enseñó a no rendirme, a no abandonar y a luchar hasta el fin. A mis amigos “los puercos”, por tantos buenos momentos y por enseñarme que la amistad es un bien inestimable, e imposible de fingir o comprar.

A mis compañeros de carrera, en especial a Mario Bastida por su buen humor y sus desinteresadas aportaciones, y especialmente a Carlos Baldasquín, mi compañero de batallas por excelencia y con el que he compartido un número interminable de horas de estudio.

A una gran mayoría de mis profesores que, aunque exigentes, han sabido inspirarme y hacer que esta carrera sea apasionante.

Y finalmente a mi director Francisco Javier, quien ha demostrado una paciencia extrema con mis locuras a la hora de desarrollar este proyecto, y una gran comprensión con mis circunstancias académicas y personales, sin perder nunca su gran cercanía y cordialidad natural.

A todos vosotros, gracias de corazón.

Índice

AGRADECIMIENTOS	1
ÍNDICE	3
CAPÍTULO 0: INTRODUCCIÓN	12
0.1- Motivación y objetivos del proyecto	12
0.2- Distribución del proyecto	15
Índice de figuras	19
CAPÍTULO 1: CONCEPTOS SOBRE CONJUNTOS DIFUSOS	20
1.1- Definiciones básicas:	20
1.2- Tipos de funciones de pertenencia	27
1.3- Operaciones lógicas sobre conjuntos difusos	30
1.3.1- Complemento	30
1.3.2- Unión e intersección. S-normas y T-normas	31
1.4- Operaciones aritméticas en intervalos y números difusos	37
1.4.1- Operaciones aritméticas en intervalos difusos	37
1.4.2- Operaciones aritméticas en números difusos	38
1.5- Modelado lingüístico difuso	40
1.5.1- Variable lingüística	40
1.5.2- Generalidades sobre el modelo de representación	41
1.5.2.1- Elección del conjunto de términos lingüísticos	41
1.5.2.2- Semántica asociada al conjunto de términos lingüísticos	43
1.5.2.3- Modificadores lingüísticos [7], [20], [24]:	45
1.5.3- Generalidades sobre el modelo computacional	46
1.5.3.1- Operadores de agregación	47
1.5.3.2- Operadores de comparación	53
1.6- Modelado lingüístico difuso mediante duplas (2-tuplas)	55
1.7- Tratamiento de datos. Operaciones de fuzzificación y defuzzificación	57
Índice de figuras	60
Bibliografía	60
CAPÍTULO 2. TEORÍA DE LA TOMA DE DECISIÓN	64

2.1- Introducción a la teoría de la decisión y la necesidad de conjuntos difusos	64
2.1.1- Elementos y etapas que componen un problema de decisión	65
2.1.1.1- Elementos del problema de toma de decisión [4], [5], [6], [7]:	65
2.1.1.2- Etapas en un proceso de toma de decisión multicriterio:	67
2.1.2- Clasificación de los problemas de decisión	68
2.1.2.1- Atendiendo a la información del entorno	68
2.1.2.2- Atendiendo a la tipología de las situaciones	69
2.1.2.3- Atendiendo al número de decisores	69
2.1.2.4- Atendiendo a la naturaleza de las alternativas	70
2.1.2.5- Atendiendo a la naturaleza del modelo utilizado	70
2.2- Métodos clásicos de toma de decisión	71
2.2.1- Métodos de optimización multiobjetivo	72
2.2.1.1- Técnicas generadoras del conjunto eficiente	72
2.2.1.1.1- Método de las ponderaciones	72
2.2.1.1.2- Método de las restricciones	73
2.2.1.1.3- Método simplex multicriterio	73
2.2.1.1.4- Programación por compromiso	74
2.2.1.2- Programación por metas (métodos satisficentes)	77
2.2.1.2.1- Programación por metas ponderadas	78
2.2.1.2.2- Programación por metas lexicográficas	78
2.2.1.2.3- Programación por metas MINIMAX o de Tchebyshev	79
2.2.1.2.4- Comentarios sobre la programación por metas	79
2.2.2- Métodos basados en la teoría de la decisión multiatributo	80
2.2.2.1- Métodos de utilidad multiatributo	80
2.2.2.1.1- Método de la suma ponderada (Weighted Sum Method)	80
2.2.2.1.2- Método del producto ponderado (Weighted Product Method)	81
2.2.2.1.3- El proceso analítico jerárquico (Analytic Hierarchy Process)	81
2.2.2.1.4- El método TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution)	87
2.2.2.1.5- El método SMART (Simple Multi Attribute Rating Technique)	88
2.2.2.2- Métodos basados en relaciones de sobreclasificación (outranking methods)	89
2.2.2.3- Otros métodos	90
2.2.2.3.1- Método MACBETH (Measuring Attractiveness by a categorical Based Evaluation TechNique)	90
2.2.2.3.2- Método QUALIFLEX	94
2.2.2.3.3- Métodos basados en estados de la naturaleza	98
2.3- Introducción de los conjuntos borrosos en la teoría de la toma de decisión	99
2.3.1- Modelos simétricos con una sola función objetivo y un conjunto de alternativas infinito, no numerable	100
2.3.2- Modelos no simétricos con una sola función objetivo y un conjunto de alternativas infinito, no numerable	103
2.3.2.1- Funciones objetivo nítidas y restricciones difusas	103
2.3.2.2- Funciones objetivo difusas y restricciones difusas	105
2.3.3- Modelos multiobjetivo y con un conjunto de alternativas infinito, no numerable	105
2.3.4- Modelos con un conjunto de alternativas finito (multiatributo)	108
2.3.4.1- Modelos basados en la teoría de la utilidad	108

2.3.4.2- Modelos basados en relaciones de preferencia	113
2.3.4.3- Modelos basados en relaciones de sobreclasificación (outranking)	114
Índice de figuras:	119
Índice de tablas:	119
Bibliografía	119
CAPÍTULO 3: FAMILIAS DE MÉTODOS ELECTRE Y PROMETHEE	122
3.1- Introducción	122
3.2- Familia de métodos ELECTRE	124
3.2.1- Características básicas de los métodos ELECTRE	124
3.2.1.1- Aspectos generales de los métodos	124
3.2.1.2- Elementos constitutivos	125
3.2.1.3- Concepto de robustez y análisis de sensibilidad	126
3.2.1.4- Fases generales y tipologías de problemas	126
3.2.2- Problemas de elección (Choice problems) [1], [8]	128
3.2.2.1- Método ELECTRE I	128
3.2.2.1.1- Secuencia de resolución del método ELECTRE I:	129
3.2.2.2- Variantes de ELECTRE I: ELECTRE Iv y ELECTRE IS:	131
3.2.2.2.1- ELECTRE Iv	131
3.2.2.2.2- ELECTRE IS	131
3.2.2.3- ELECTRE I y la teoría de conjuntos difusos	133
3.2.3- Problemas de ordenación (ranking problems) [1], [8]	144
3.2.3.1- Método ELECTRE II	144
3.2.3.2- Método ELECTRE III	149
3.2.3.3- Método ELECTRE IV	153
3.2.4- Problemas de clasificación (sorting problems)	157
3.2.4.1- Método ELECTRE TRI [7], [8]	157
3.3- Familia de métodos PROMETHEE	162
3.3.1- Características básicas de los métodos PROMETHEE [1], [9], [10]	162
3.3.1.1- Requisitos de la metodología PROMETHEE	162
3.3.1.2- Elementos constitutivos, relaciones de sobreclasificación y asignación de preferencias [9]	163
3.3.2- Problema de elección y ordenación completa. Métodos PROMETHEE I y PROMETHEE II [10]	168
3.3.2.1- Índice de preferencia agregada	168
3.3.2.2- Flujo de superación	169
3.3.2.3- El ordenamiento parcial de PROMETHEE I	170
3.3.2.4- El ordenamiento completo de PROMETHEE II	171
3.3.3- El módulo visual interactivo GAIA	172
3.3.3.1- Flujo neto por criterio [10]	172
3.3.3.2- El plano GAIA [10]	173
3.3.3.3- Análisis de componentes principales y construcción del plano GAIA [12], [13], [14]	174
3.3.3.3.1- Matriz de varianzas-covarianzas	175

3.3.3.3.2- Cálculo de componentes principales:	176
3.3.3.3.3- Porcentajes de variabilidad:	179
3.3.3.3.4- Interpretación del resultado gráfico del plano GAIA:	179
3.3.3.3.5- Conceptos de puntero y eje de decisión	180
3.3.4- Método PROMETHEE VI y el análisis de sensibilidad	182
3.3.4.1- Introducción al análisis de sensibilidad [15]	182
3.3.4.1.1- Técnicas de análisis de parámetros intercriterio	183
3.3.4.1.2- Técnicas de análisis de parámetros intracriterio	185
3.3.4.2- PROMETHEE VI en el plano GAIA [10]	187
3.3.5- Método PROMETHEE III y el ambiente difuso	188
3.3.5.1- Método PROMETHEE III	189
3.3.5.2- Proceso de ordenación para alternativas evaluadas en intervalos	189
3.3.5.3- Ordenación de alternativas utilizando números difusos. FUZZY-PROMETHEE (FPROMETHEE)	192
3.3.6- Método PROMETHEE IV [9]	196
3.3.7- Método PROMETHEE V [9], [11]	197
3.3.8- El sistema de soporte para la decisión colectiva de PROMETHEE [11]	198
Índice de figuras	203
Índice de tablas	203
Bibliografía:	204
CAPÍTULO 4: ELECCIÓN DE ALTERNATIVAS Y CRITERIOS PARA EL PROBLEMA DE TOMA DE DECISIÓN	208
4.1-Introducción	208
4.1.1- Contexto histórico-político. [1] a [13]	208
4.1.2- Producción y consumo energético actual. [12], [13], [14]	220
4.2- El sistema eléctrico español. [15] a [20]	224
4.2.1- Partes y agentes del sistema	224
4.2.2 El mercado eléctrico	227
4.2.2.1- Mercado a plazo	228
4.2.2.2- Mercados spot	229
4.2.3- Retribución percibida por los centros de generación	232
4.3- Tecnologías de generación	236
4.3.1- Introducción	236
4.3.2- El alternador. [21] a [26]	238
4.3.2.1- Principio de funcionamiento y partes	239
4.3.2.2- Circuitos equivalentes, y ecuaciones de potencia en funcionamiento normal	242
4.3.2.3- Límites de estabilidad y zonas de actuación	245
4.3.2.3.1- Estabilidad de los generadores	245
4.3.2.3.2- Zonas de operación	248
4.3.2.4- Conexión del alternador a la red de potencia	250
4.3.3- Tecnologías que requieren ciclos termodinámicos para la generación de energía eléctrica. [20] y de [27] a [45]	252

Micro-cogeneración y micro-trigeneración:	252
Energía solar termoeléctrica	254
Energía de la biomasa	255
4.3.3.1- Ciclos termodinámicos básicos:	255
4.3.3.1.1- Ciclo de vapor (Rankine):	255
4.3.3.1.1.1- Ciclo de vapor con recalentamiento	259
4.3.3.1.1.2- Ciclo de vapor regenerativo	260
4.3.3.1.2- Ciclo de gas (Brayton):	262
4.3.3.1.2.1- Ciclo de gas con recalentamiento	267
4.3.3.1.2.2- Ciclo de gas con refrigeración intermedia	267
4.3.3.1.2.3- Ciclo de gas regenerativo	268
4.3.3.1.3- Ciclo combinado:	269
4.3.3.1.4- MCI. Motores que se ajustan al ciclo Miller	270
4.3.3.2- Cogeneración y trigeneración	274
4.3.3.2.1- Determinación del rendimiento en ciclos de climatización	276
4.3.3.2.2- Métodos de producción de frío en trigeneración	277
4.3.3.3- Tecnologías de aporte de calor al fluido de trabajo en las alternativas consideradas	281
4.3.3.3.1- Centrales de concentrador cilíndrico-parabólico (CCP)	283
4.3.3.3.2- Centrales de concentrador lineal fresnel	284
4.3.3.3.3- Centrales de discos parabólicos unidos a un motor Stirling	285
4.3.3.3.4- Plantas de receptor central, con generación directa de vapor (centrales de torre)	286
4.3.3.4- Calderas y generadores de vapor	288
4.3.3.4.1- Diferentes clasificaciones de las calderas	289
4.3.3.4.2- Calderas con tubos múltiples de humo (Piro tubulares ó Igneotubulares)	290
4.3.3.4.3- Calderas con tubos múltiples de agua (acuotubulares)	292
4.3.3.4.4- Circuito de humos en calderas acuotubulares	294
4.3.3.4.5- Comparativa entre calderas piro tubulares y calderas acuotubulares	295
4.3.3.4.6- Recomendaciones generales en calderas acuotubulares	295
4.3.3.4.7- Calderas de recuperación	297
4.3.4- Tecnologías que no utilizan ciclos termodinámicos para la generación eléctrica. ([46] a [55])	298
Energía eólica	298
Solar fotovoltaica	298
Minihidráulica	299
4.3.4.1- Energía eólica	299
4.3.4.1.1- Causas de las corrientes de viento	300
4.3.4.1.2- Criterios para el emplazamiento de una central de generación eólica	302
4.3.4.1.3- Tipos de aerogeneradores, ecuación de Betz y rendimientos	305
4.3.4.1.4- Partes de un aerogenerador de eje horizontal	311
4.3.4.2- Energía solar fotovoltaica	314
4.3.4.2.1- Efecto fotoeléctrico, efecto fotovoltaico y radiación solar incidente	314
4.3.4.2.2- Radiación, irradiación, irradiancia y emplazamiento de instalaciones	320

4.3.4.2.3- Partes principales de una planta fotovoltaica y diferentes configuraciones	323
4.3.4.2.4- Fabricación de una célula fotovoltaica, y rendimientos típicos	327
4.3.4.3- Energía minihidráulica	336
4.3.4.3.1- Potencia aprovechable en un salto hidráulico	336
4.3.4.3.2- Tipos de minicentrales hidráulicas y partes principales	339
4.3.4.3.2.1- Partes principales de una minicentral hidráulica	339
4.3.4.3.2.2- Tipos de minicentrales	344
4.4- Criterios de elección ([20] y [56])	348
4.4.1- Medio ambiente	349
4.4.1.1- Emisiones de CO₂	352
4.4.1.2- Terreno necesario	354
4.4.2- Sociedad	355
4.4.2.1- Prejuicios	355
4.4.2.2- Ruido	356
4.4.2.3- Empleo generado	357
4.4.3- Tecnología	357
4.4.3.1- Madurez	358
4.4.3.2- Proveedores cercanos	359
4.4.3.3- Rendimiento	360
4.4.3.4- Disponibilidad de recursos	360
4.4.4- Economía	361
4.4.4.1- Inversión inicial	361
4.4.4.2- Coste de materia prima	362
4.4.4.3- Pay-back (periodo de retorno de la inversión)	362
4.4.4.4- Ingresos	365
4.4.4.5- Costes	366
Índice de figuras	367
Índice de tablas	370
Bibliografía	370
CAPÍTULO 5: APLICACIÓN PRÁCTICA DE LAS FAMILIAS DE MÉTODOS ELECTRE Y PROMETHEE	375
5.1- Introducción	375
5.2- Datos de partida	375
5.2.1- Métodos clásicos	375
5.2.2- Métodos implementados mediante lógica difusa	388
5.3- Resolución por medio de los métodos PROMETHEE difusos	400
5.3.1- Incidencias en PROMETHEE	400
5.3.2- Resultados obtenidos por los métodos PROMETHEE	412
5.3.2.1- Resultados obtenidos mediante PROMETHEE I	413
5.3.2.2- Resultados obtenidos mediante PROMETHEE II	415
5.3.2.3- Resultados obtenidos mediante PROMETHEE III	415

5.3.2.4- Representación en el plano GAIA, y análisis de sensibilidad	415
5.4- Resolución por medio de los métodos ELECTRE difusos	424
5.4.1- Incidencias en ELECTRE	424
5.4.2- Resultados obtenidos por los métodos ELECTRE	430
5.4.2.1-Resultados obtenidos aplicando ELECTRE I	430
5.4.2.2- Resultados obtenidos aplicando ELECTRE II	431
5.5- Comparación de resultados obtenidos por los diferentes métodos	433
5.6- Trabajos futuros	436
Índice de figuras	437
Índice de tablas	438
Bibliografía	438
ANEXO I: CÓDIGO MATLAB	443
AI.1- Introducción	443
AI.2-Resolución de métodos PROMETHEE	443
AI.2.1-Datos de entrada en PROMETHEE	443
AI.2.2-Métodos PROMETHEE I y PROMETHEE II	445
AI.2.3 Método PROMETHEE III	447
AI.2.4- PROMETHEE-GAIA	448
AI.3- Resolución de métodos ELECTRE	450
AI.3.1 Datos de entrada en ELECTRE	450
AI.3.2- Método ELECTRE I	451
AI.3.3 Método ELECTRE II	456
AI.4-Código desarrollado en MATLAB para métodos PROMETHEE	461
AI.4.1 Función: "funcion_PROMETHEE_difuso_II"	461
AI.4.1.1 Función: "calculo_diferencias_difuso"	464
AI.4.1.2 Función: "calculo_preferencias_difuso"	465
AI.4.1.2.1 Función: "funcion_tipo_I_difuso"	471
AI.4.1.2.2 Función: "funcion_tipo_II_difuso"	471
AI.4.1.2.3 Función: "funcion_tipo_IV_difuso"	473
AI.4.1.2.3 Función: "funcion_tipo_V_difuso"	474
AI.4.1.2.4 Función: "funcion_tipo_Vb_difuso"	476
AI.4.1.2.4 Función: "funcion_tipo_VI_difuso"	478
AI.4.1.3 Función: "funcion_PROMETHEE_I"	479
AI.4.1.3.1 Función: "funcion_ordenacion_prometheeI"	483
AI.4.1.4 Función: "funcion_PROMETHEE_II"	485
AI.4.1.4.1 Función: "funcion_ordenacion_prometheeII"	488
AI.4.2 Función: "funcion_PROMETHEE_III"	489
AI.4.2.1 Función: "funcion_ordenacion_prometheeIII"	492
AI.4.3 Función: "algoritmo_gaia_difuso"	494
AI.4.3.1 Función: "ordenación_vectoresp_gaia_difuso"	500

AI.4.3.2 Función: “análisis_sensibilidad_difuso”	502
AI.4.3.3 Función: “análisis_sensibilidad_difuso2”	507
AI.4.3.4 Función: “espacio_libertad_decisor2”	513
AI.5-Código desarrollado en MATLAB para métodos ELECTRE	522
AI.5.1 Función: “calculo_distancias_Hamming_simple”	522
AI.5.2 Función: “calculo_distancias_Hamming_detallada”	524
AI.5.3 Función: “normalizacion_y_ponderacion”	527
AI.5.4 Función: “calculo_matriz_indices_concordancia”	530
AI.5.5 Función: “grafo_electre_I”	533
AI.5.6 Función: “algoritmo_electre I”	535
AI.5.6.1 Función: “calculo_matriz_concordancia_dominante_EI”	538
AI.5.6.2 Función: “calculo_matriz_discordancia_dominante_EI”	539
AI.5.6.3 Función: “calculo_matriz_dominancia_agregada_EI”	540
AI.5.7 Función: “algoritmo_electre II”	541
AI.5.7.1 Función: “calculo_matriz_indices_discordancia_EII”	541
AI.5.7.2 Función: “comprobacion_condicion_pesos_concordantes_discordantes”	544
AI.5.7.3 Función: “comprobacion_condicion_no_veto”	546
AI.5.7.4 Función: “calculo_niveles_concordancia_EII”	550
AI.5.7.5 Función: “matrices_sobreclasificacion_fuerte_debil_EII”	552
AI.5.7.6 Función: “ordenacion_directo_electre_II”	553
AI.5.7.7 Función: “ordenacion_inverso_electre_II”	560
AI.5.7.8 Función: “ordenacion_total_electre_II”	567
Bibliografía	570

ANEXO II REGULACIÓN DE LA GENERACIÓN ELÉCTRICA EN UN SISTEMA DE POTENCIA **572**

A.II.1- Regulación frecuencia-potencia	574
A.II.1.1- Regulación primaria	574
A.II.1.1.1- Determinación del lazo de regulación para un generador	574
A.II.1.1.2- Respuestas del lazo primario en el dominio del tiempo	579
A.II.1.1.3- Actuación de varios reguladores en paralelo	580
A.II.1.2- Regulación secundaria	581
A.II.1.3- Regulación terciaria	583
A.II.2- Regulación en tensión	584
A.II.2.1- Conceptos básicos	584
A.II.2.2- Límites para la tensión	585
A.II.2.3- Fuentes de energía reactiva y modos de regulación	587
Índice de figuras	590
Índice de tablas	590
Bibliografía	590

Capítulo 0: Introducción

0.1- Motivación y objetivos del proyecto

Una de las principales características de las sociedades industrializadas (pertenecientes al denominado “primer mundo”), es el alto nivel de consumo energético que, partiendo de unas fuentes de energía primarias, generalmente se transforma en energía eléctrica (siendo esta una energía intermedia) debido a su facilidad de transporte y utilización, para ser posteriormente aprovechada en diferentes usos.

Dentro del contexto de fuentes de energía primaria, durante todo el siglo pasado, y hasta nuestros días los países de la Unión Europea, y particularmente España, han resultado ser incapaces de autoabastecerse totalmente para hacer frente a unas necesidades energéticas en crecimiento continuo.

El creciente grado de dependencia energética externa, y el aumento en importaciones principalmente procedente de los países de la OPEP, comenzó a ser un tema de interés a nivel europeo a partir de mediados de los 70, generando una nueva concepción de generación energética basada en la eficiencia. No fue, sin embargo, hasta principios de este siglo cuando empezaron a integrarse en nuestro país conceptos tales como generación mediante fuentes de energía renovables, o generación distribuida.

Dado este nuevo enfoque de diversificación de las fuentes de energía primarias, y de la generación distribuida (es decir, generación eléctrica de multitud de centrales de baja potencia, cercana a los puntos de consumo), sería interesante el estudio de la elección, entre varias alternativas, de una de estas pequeñas centrales de generación distribuida dentro del entorno de la Región de Murcia, con el ánimo de mejorar la eficiencia en producción, transporte y consumo de energía de nuestra región.

Sin embargo, la elección de una tecnología de generación eléctrica entre varias alternativas, posee multitud de condicionantes e incógnitas, y generalmente existen grandes lagunas en la información necesaria para tomar una decisión.

En estas condiciones, ¿cómo es posible tomar una decisión de manera acertada?

Para poder hacer frente a este tipo de problemas, se desarrolla la teoría de la toma de decisión, que utilizaremos en este proyecto, para la elección de una tecnología de generación, de entre un grupo concreto de las mismas.

Hay que hacer constar que este proyecto, viene a completar una serie de proyectos relacionados que parten del proyecto “Análisis Comparativo de Técnicas de Generación Eléctrica”, de Mario Bastida Dólera, en donde se realiza un exhaustivo estudio de las alternativas de generación eléctrica, y se sientan los criterios de decisión seguidos en todos los proyectos, aplicando además el método de toma de decisión AHP clásico.

El trabajo anterior es seguido por Carlos Baldasquín Cáceres en su proyecto, “Análisis Comparativo de Técnicas de Generación Eléctrica: Aplicando Métodos de Relaciones de Superación”, en donde se amplían y actualizan los datos de referencia para la valoración de los criterios previamente establecidos, introduciendo la energía termoeléctrica dentro de las alternativas posibles. En este proyecto se utilizan diferentes métodos de toma de decisión denominados “de superación” o “sobreclasificación”.

Los estudios anteriores utilizan métodos de toma de decisión clásicos, que utilizan diferentes algoritmos, basados en la lógica clásica (bivaluada), para la clasificación de alternativas.

Sin embargo, el ser humano no piensa en términos de totalmente verdadero o totalmente falso, sino que es capaz de discernir entre diferentes grados de verdad. Además, a la hora de realizar valoraciones, no es capaz de valorar de manera totalmente objetiva un atributo mediante un valor concreto, sino que suele realizar valoraciones vagas, del tipo “bueno”, “regular”, “malo”, etc.

Para intentar captar esa indeterminación a la hora de establecer valoraciones y comparaciones de forma matemática, se recurre a la lógica difusa.

En este aspecto, el proyecto que sigue al de Carlos Baldasquín, “Análisis Comparativo de Técnicas de Generación Eléctrica: AHP y TOPSIS fuzzificado”, de María Jesús Mellinas Fernández utiliza métodos de toma de decisión difusos para la elección de la mejor alternativa de generación eléctrica, de entre las alternativas ya establecidas, y según los criterios marcados. Además aporta el tratamiento de los datos utilizados en los métodos clásicos, modificándolos de forma que puedan utilizarse en el contexto de los métodos difusos.

La aportación del presente proyecto es el análisis de toma de decisión mediante métodos de toma de decisión de los denominados “métodos de superación”, que utilizan para su implementación lógica difusa.

Mientras que los métodos de toma de decisión utilizados en los proyectos anteriores, eran métodos conocidos y con una amplia bibliografía, los métodos de toma de decisión utilizados en este proyecto poseen una bibliografía de referencia casi inexistente.

Este hecho ha obligado a la implementación práctica de dichos métodos de decisión, en un trabajo casi de investigación, basándose en escasos artículos de revistas especializadas como el “European Journal of Operational Research”, en tesis doctorales y en los axiomas matemáticos de la lógica difusa. De esta forma, los algoritmos de resolución implementados en este proyecto son fruto de un duro trabajo de investigación y pruebas de ensayo error con los pocos y a veces dudosos resultados numéricos accesibles, teniendo que avanzar muchas veces “a ciegas”.

En resumen puede decirse que la motivación principal de este proyecto es el estudio de los métodos de toma de decisión denominados “de superación”, implementados mediante lógica difusa, para la elección de entre todas las posibles alternativas, de la mejor tecnología de generación eléctrica en términos globales (que se supondrá con una potencia instalada igual a 4 MW), para ser implantada en una zona determinada de la Región de Murcia.

Además se pretende comparar los resultados obtenidos en este proyecto con los resultados de los proyectos anteriores, con el fin de comprobar la consistencia de los juicios alcanzados.

Dicha zona se puede encuadrar en la siguiente orto foto, si bien se prefiere la máxima cercanía posible a los centros comerciales “THADER” y “NUEVA CONDOMINA”, para poder abastecer de energía eléctrica a los mismos, y a urbanizaciones cercanas a dichos centros comerciales, así como algunos barrios de Molina de Segura.



Figura 0. 1: Zona de localización de la central de generación eléctrica

Para ser más específicos, se pueden citar como objetivos los siguientes:

- El estudio de las familias de métodos de toma de decisión ELECTRE (ELimination Et Choix Tradusiant la REalité) y PROMETHEE (Preference Ranking Organization METHod of Enrichement Evaluations), basados en lógica difusa.
- Creación de un código en MATLAB para la aplicación de los métodos propios de cada una de las dos familias mencionadas, en donde todos ellos se aplicarán a las alternativas contempladas en los proyectos precedentes, valoradas según los criterios presentes en los mismos.
- Comparación de los resultados obtenidos en este proyecto, con los obtenidos por Carlos Baldasquín y María Jesús Mellinas, con ánimo de identificar:
 - Consistencia de las clasificaciones alcanzadas por los métodos, tanto de este proyecto como de los proyectos ya citados.
 - Efectos de la utilización de la lógica difusa con respecto a la lógica tradicional
 - Efectos de la suspensión de las primas por producción en régimen especial.

0.2- Distribución del proyecto

Este proyecto se puede dividir en dos secciones claramente diferenciadas, en donde la primera sección, que abarca los tres primeros capítulos, tiene un tratamiento más teórico y matemático, describiendo los aspectos más importantes de la lógica difusa, dando una visión general de los métodos de toma de decisión, y describiendo más en detalle el modelado matemático de las familias de métodos ELECTRE y PROMETHEE, que posteriormente se implementarán.

La segunda sección, que abarca los dos últimos capítulos, es más práctica y se centra en la descripción de las diferentes alternativas de generación contempladas para la toma de decisión y los criterios de valoración, exponiendo finalmente los resultados obtenidos.

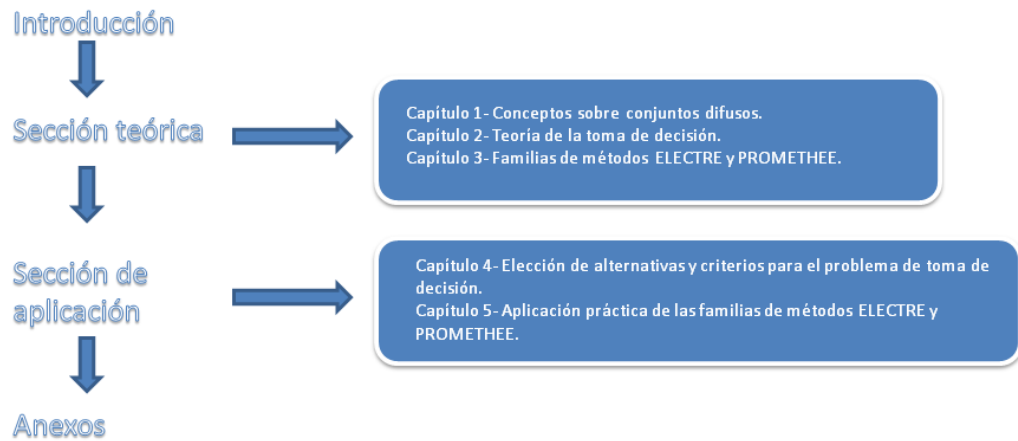


Figura 0. 2: Esquema de desarrollo del proyecto

En el capítulo 1 se describen los conceptos básicos de la lógica difusa y los conjuntos difusos. Así encontramos en el mismo las definiciones necesarias para caracterizar los conjuntos difusos, el modo de realización de las operaciones lógicas y aritméticas sobre estos conjuntos, los conceptos básicos sobre modelado lingüístico, presentándose la definición y caracterización de la variable lingüística, así como las generalidades sobre el modelo de representación y computacional de la misma. Finalmente en este capítulo se realiza una pequeña introducción a las operaciones de fuzzificación y defuzzificación.

En el capítulo 2 se muestra una visión global de la teoría de la toma de decisión. Se muestran en este capítulo, las definiciones de decisión y problema de decisión, las partes principales de un problema de toma de decisión y clasificación de los mismos, además de una revisión de los métodos clásicos de toma de decisión (tanto de los métodos multiobjetivo, como de los métodos multiatributo). Finalmente se muestra en este capítulo el modelado matemático de los métodos de toma de decisión multiatributo y multiobjetivo, basados en la lógica difusa.

En el capítulo 3 nos centramos en las familias de métodos que se utilizarán para la resolución del problema base del proyecto, es decir, las familias de métodos de superación PROMETHEE y ELECTRE. Por tanto en este capítulo se realiza una revisión detallada de los métodos integrantes de cada una de las familias mencionadas, tanto desde un enfoque clásico, como desde el enfoque de la lógica difusa. Con respecto a los métodos implementados en

lógica difusa, hay que decir que sólo se han encontrado unos pocos ejemplos de PROMETHE I y ELECTRE I difusos, siendo además la descripción del proceso de aplicación práctica muy pobre y ambiguo en todos ellos, por lo que, la implementación práctica del resto de métodos de las distintas familias es una extensión de estos primeros métodos, aplicando los conceptos propios de los métodos clásicos y el principio de extensión de la lógica difusa, es decir que son totalmente genuinos.

En el capítulo 4 se pretende abandonar la abstracción de los capítulos anteriores, centrándonos en los aspectos prácticos del proyecto. De esta forma, se introduce aquí una evolución histórico-política de las diferentes fuentes de energía hasta llegar al mix de generación eléctrica actual en nuestro país, y se describe brevemente la situación de producción y consumo eléctrico actual. Seguidamente se describe el sistema eléctrico y el mercado eléctrico español, comentando el sistema retributivo de los productores energéticos. Dentro de este capítulo se realiza una descripción de las diferentes tecnologías de generación eléctrica contempladas como alternativas para la resolución del problema de toma de decisión. Puede decirse que este apartado es con diferencia el más “tecnológico” y de mayor extensión, teniendo por sí solo una extensión mayor que algunos capítulos. Finalmente se describen las valoraciones de las alternativas contempladas para cada uno de los diferentes criterios, originales del proyecto de Carlos Baldasquín.

En el capítulo 5 se aplican en la práctica los métodos de toma de decisión difusos comentados en el capítulo 3, aplicados a las alternativas y criterios del capítulo 4.

Se describen primeramente las variaciones, tanto en las valoraciones de algunos criterios (debido al cambio del marco regulador en materia de retribución por producción eléctrica) como en el formato de dichas valoraciones (para adaptarlos a las necesidades de los métodos que emplean lógica difusa), realizadas por María Jesús Mellinas.

Seguidamente se procede a la toma de decisión por medio de los métodos ya comentados, centrándonos en dos aspectos:

- Incidencias encontradas en la resolución práctica, y soluciones aportadas (debido al grado de experimentalidad de los métodos utilizados)
- Resultados obtenidos y análisis de los mismos.

Finalmente, se establece en este capítulo una comparación con los resultados obtenidos, primero entre cada uno de los métodos implementados en este proyecto, y más tarde, con los resultados obtenidos por Carlos Baldasquín y María Jesús Mellinas, con el ánimo de comprobar la estabilidad de las clasificaciones obtenidas, y visualizar los efectos que reportan la

aplicación de los métodos implementados con lógica difusa por una parte, y el cambio en el régimen de retribución por producción eléctrica.

El anexo I contiene una explicación del funcionamiento de los algoritmos implementados en MATLAB, para la resolución práctica del proyecto, y dichos códigos.

El anexo II viene a completar la explicación del funcionamiento de los alternadores en generación eléctrica (capítulo 4), comentando el sistema de regulación y control de estos elementos en el sistema de generación eléctrica.

Índice de figuras

Figura 0. 1: Zona de localización de la central de generación eléctrica	15
Figura 0. 2: Esquema de desarrollo del proyecto.....	16

Capítulo 1: Conceptos sobre conjuntos difusos

1.1- Definiciones básicas:

Concepto de conjunto difuso:

Según L. A. Zadeh (1965), un conjunto difuso se puede definir como: “Una clase de objetos con continuos grados de pertenencia. Tal conjunto se caracteriza por una función de pertenencia (característica), la cual asigna al objeto un grado de pertenencia que varía entre 0 y 1” [1].

Es decir, si un conjunto clásico se podía definir a través de sus elementos, cuyo grado de pertenencia solo podía ser 0 ó 1, no pudiendo dichos elementos pertenecer a dos conjuntos distintos (conjuntos mutuamente excluyentes); para los conjuntos difusos, el grado de pertenencia de cada elemento puede abarcar un rango continuo de valores, dentro del intervalo cerrado $[0,1]$.

Dicho grado de pertenencia será calculado mediante una función de pertenencia.

Teniendo en cuenta que podemos definir el universo de discurso (U) como el universo de toda la información disponible en un problema dado [2] (lo que se traduce en un conjunto que contiene la totalidad de elementos existente en un problema concreto), se establecen las siguientes definiciones [3], [1], [7]:

Definición 1.1. Conjunto difuso: Un conjunto difuso \tilde{A} sobre un dominio o universo de discurso U está caracterizado por una función de pertenencia $\mu_{\tilde{A}}: U \rightarrow [0,1]$, que asocia a cada elemento u , con $u \in U$, el grado con que pertenece al conjunto \tilde{A} , asignándole un valor en el intervalo $[0,1]$.

Así, un conjunto difuso \tilde{A} en U puede representarse como un conjunto de pares ordenados de un elemento genérico u , con $u \in U$, y su grado de pertenencia $\mu_{\tilde{A}}(u)$:

$$\tilde{A} \{ (u, \mu_{\tilde{A}}(u)) \mid u \in U, \mu_{\tilde{A}}(u) \in [0,1] \}$$



Figura 1. 1: Conjuntos, a) Conjunto nítido, b) conjunto difuso

Gracias a la definición de α -corte de un conjunto difuso, que aparecerá posteriormente en este mismo apartado, existe otra definición de conjunto difuso, más útil para el manejo numérico de cantidades difusas.

El “teorema de la descomposición” establece que un conjunto difuso \tilde{A} puede describirse como [5]:

$$\tilde{A} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha \tilde{A}_\alpha$$

En donde $\alpha \tilde{A}_\alpha$ es un conjunto difuso perteneciente a U cuya función de pertenencia es:

$$\mu_{\alpha \tilde{A}_\alpha}(u) = \begin{cases} \alpha & \text{para } u \in \tilde{A}_\alpha \\ 0 & \text{para } u \notin \tilde{A}_\alpha \end{cases}$$

Definición 1.2. Soporte de conjunto difuso: El soporte de un conjunto difuso \tilde{A} en el universo U , Soporte (\tilde{A}) ($S(\tilde{A})$), se define como el conjunto formado por todos los elementos de U cuyo grado de pertenencia sea mayor que 0.

$$Soporte (\tilde{A}) = \{u \in U \mid \mu_{\tilde{A}}(u) > 0\}.$$

Definición 1.3. Núcleo de conjunto difuso: El núcleo de un conjunto difuso \tilde{A} , Núcleo (\tilde{A}), se define como el conjunto de todos los elementos de U cuyo grado de pertenencia a \tilde{A} es igual a 1.

$$Núcleo (\tilde{A}) = \{u \in U \mid \mu_{\tilde{A}}(u) = 1\}.$$

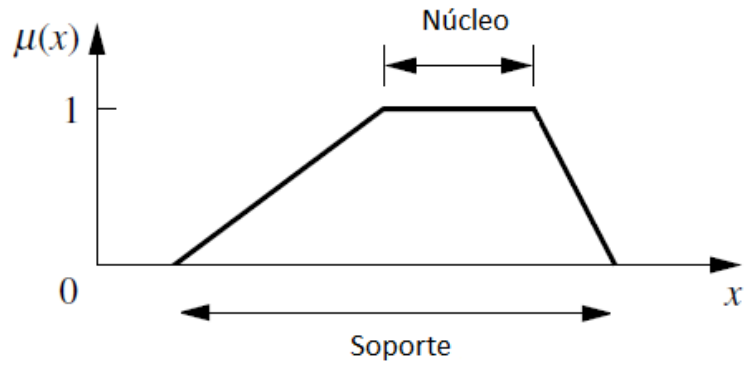


Figura 1. 2: Núcleo y soporte de un conjunto difuso normalizado

Definición 1.4. Altura de conjunto difuso: La altura del conjunto difuso \tilde{A} , $Altura(\tilde{A})$, se define como el mayor grado de pertenencia de todos los elementos de dicho conjunto.

$$Altura(\tilde{A}) = \max\{\mu_{\tilde{A}}(u) | u \in U\}.$$

Definición 1.5. α -corte de un conjunto difuso: El α -corte de un conjunto difuso \tilde{A} (\tilde{A}_α) se define como el conjunto de todos los elementos del universo de discurso U , cuyos grados de pertenencia en \tilde{A} son mayores o iguales al valor de corte $\alpha \in [0,1]$.

$$\tilde{A}_\alpha = \{u \in U | \mu_{\tilde{A}}(u) \geq \alpha\}.$$

Teorema 1.1. Conjunto difuso convexo y cóncavo: Un conjunto difuso $\tilde{A} \in \mathbb{R}$ es convexo si y solo si

$$\tilde{A}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min[\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)] \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}; \forall \lambda \in [0,1]$$

Su demostración puede encontrarse en [7].

De la misma manera, dicho conjunto es cóncavo si [22]:

$$\tilde{A}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \max[\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)] \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}; \forall \lambda \in [0,1]$$

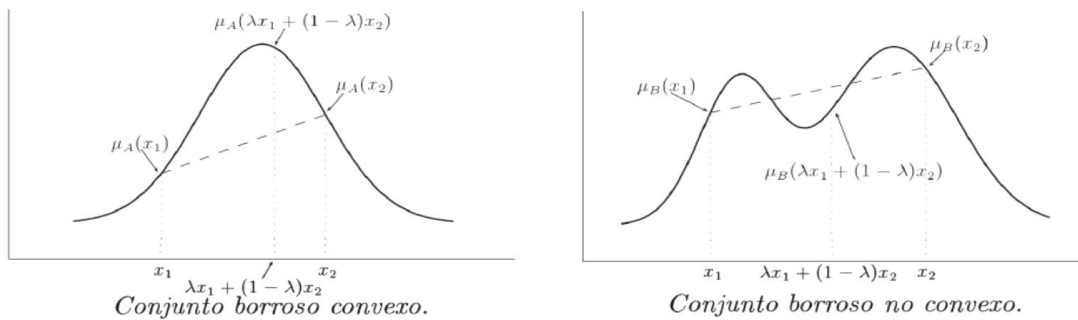


Figura 1. 3: Conjunto difuso convexo, y conjunto difuso no convexo

Definición 1.6. Conjunto difuso normalizado [8] [9]: Se dice que un conjunto difuso está normalizado si y solo si su núcleo contiene algún elemento (o de forma alternativa, que la altura del conjunto \tilde{A} sea igual a la unidad).

Definición 1.7. Intervalo difuso [7]: Se define intervalo difuso como un conjunto indeterminado, normalizado y convexo $\tilde{B} \subseteq \mathbb{R}$ que posee un intervalo intermedio cuya función de pertenencia es como mínimo, continua a trazos y tiene un valor funcional $\mu_{\tilde{B}}(u) = 1$ justo para todo u perteneciente del intervalo intermedio.

Definición 1.8. Número difuso: Según [7], se define un número difuso como un conjunto normalizado y convexo $\tilde{A} \in \mathbb{R}$, cuya función de pertenencia es al menos, continua a trazos y tiene el valor funcional $\mu_{\tilde{A}}(u) = 1$ justo para todo u perteneciente al intervalo intermedio.

Una definición alternativa se ofrece en [5]: Sea \tilde{A} un conjunto difuso definido sobre el conjunto \mathbb{R} de los números reales. Si los α -cortes de \tilde{A} son intervalos cerrados para todo $\alpha \in (0,1]$ y el soporte de \tilde{A} es acotado, se dice que \tilde{A} es un número difuso.

Definición 1.9. Cardinalidad de un conjunto difuso: La cardinalidad de un conjunto difuso \tilde{A} , $|\tilde{A}|$ (también denotado por $M(u), n(\tilde{A}), card(\tilde{A}), \#\tilde{A}$), es igual a la suma de los valores de pertenencia, de manera que el tamaño de \tilde{A} , queda definido por su cardinalidad, esto es:

$$|\tilde{A}| = \{\sum \mu_{\tilde{A}}(u) \mid u \in U\}$$

A su vez, puede definirse la cardinalidad relativa de un conjunto difuso \tilde{A} como:

$$\|\tilde{A}\| = \frac{|\tilde{A}|}{|U|}$$

Siendo $|U|$ la cardinalidad del universo de discurso.

A continuación se incluyen una serie de definiciones encaminadas a concretar los conceptos de relación de orden y relación de preorden [19], que son la base conceptual que posibilitará la ordenación de alternativas (capítulos 2 y 3):

Definición 1.10. Relación difusa: Sean X e Y dos universos de discurso y sean \tilde{A} y \tilde{B} dos conjuntos difusos tal que $\tilde{A}\{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\}$ y $\tilde{B}\{(y, \mu_{\tilde{B}}(y)) \mid y \in Y\}$.

Entonces, el conjunto

$$\tilde{R}\{(x, y), \mu_{\tilde{R}}(x, y) \mid (x, y) \in X \times Y\}$$

Es una relación difusa de \tilde{A} y \tilde{B} si se cumple que:

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{R}}(x, y) &\leq \mu_{\tilde{A}}(x) & \forall (x, y) \in X \times Y \\ \mu_{\tilde{R}}(x, y) &\leq \mu_{\tilde{B}}(y) & \forall (x, y) \in X \times Y \end{aligned}$$

Definición 1.11. Composición Max-min: Sean $\tilde{R}_1(x, y) \subseteq X \times Y$ y $\tilde{R}_2(y, z) \subseteq Y \times Z$ dos relaciones difusas. La composición Max-min, \tilde{R}_1 max-min \tilde{R}_2 , denotada como $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ es el conjunto difuso:

$$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 = \left\{ \left[(x, z), \max_y \{ \min \{ \mu_{\tilde{R}_1}(x, y), \mu_{\tilde{R}_2}(y, z) \} \} \right] \mid x \in X, y \in Y, z \in Z \right\}$$

Siendo $\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2} = \max_y \{ \min \{ \mu_{\tilde{R}_1}(x, y), \mu_{\tilde{R}_2}(y, z) \} \}$ la función de pertenencia de una relación difusa.

Ejemplo1.1.: Un ejemplo de composición max-min, se puede encontrar para el caso discreto en [19], en donde, si partimos de las siguientes matrices de relación difusas:

$$\tilde{R}_1(x, y) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 & 1 & 0.7 \\ 0.3 & 0.5 & 0 & 0.2 & 1 \\ 0.8 & 0 & 1 & 0.4 & 0.3 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix}$$

$y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4 \quad y_5$

$$\tilde{R}_2(y, z) = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 1 & 0.8 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0.7 & 1 \\ 0.4 & 0.2 & 0.3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.8 \end{bmatrix} \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{matrix}$$

$z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4$

Para calcular la composición max-min $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$, en el caso de $x = x_1$ y $z = z_1$, lo primero es aplicar el operador min, siendo $y = y_i, i = 1, \dots, 5$

$$\min\{\mu_{\tilde{R}_1}(x_1, y_1), \mu_{\tilde{R}_2}(y_1, z_1)\} = \min(0.1, 0.9) = 0.1$$

$$\min\{\mu_{\tilde{R}_1}(x_1, y_2), \mu_{\tilde{R}_2}(y_2, z_1)\} = \min(0.2, 0.2) = 0.2$$

$$\min\{\mu_{\tilde{R}_1}(x_1, y_3), \mu_{\tilde{R}_2}(y_3, z_1)\} = \min(0, 0.8) = 0$$

$$\min\{\mu_{\tilde{R}_1}(x_1, y_4), \mu_{\tilde{R}_2}(y_4, z_1)\} = \min(1, 0.4) = 0.4$$

$$\min\{\mu_{\tilde{R}_1}(x_1, y_5), \mu_{\tilde{R}_2}(y_5, z_1)\} = \min(0.7, 0) = 0$$

Se obtiene por tanto $\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x_1, z_1) = \max\{0.1, 0.2, 0, 0.4, 0\} = 0.4$

Repetiendo el procedimiento para el resto de pares (x_i, z_j) , con $i = 1, \dots, 3$ y $j = 1, \dots, 4$, se obtiene la matriz de composición max-min:

$$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0.4 & 0.7 & 0.3 & 0.7 \end{matrix} & \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0.3 & 1 & 0.5 & 0.8 \\ 0.8 & 0.3 & 0.7 & 1 \end{matrix} & \begin{matrix} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \end{matrix} & \end{matrix}$$

Definición 1.12. Transitividad (max-min): Una relación difusa \tilde{R} en $X \times X$ es denominada (max-min) transitiva si

$$\tilde{R} \circ \tilde{R} \subseteq \tilde{R}$$

Definición 1.13. Reflexividad: Una relación difusa \tilde{R} en $X \times X$ es denominada reflexiva si:

$$\mu_{\tilde{R}}(x, x) = 1 \quad \forall x \in X$$

Definición 1.14. Simetría y antisimetría: Una relación difusa \tilde{R} en $X \times X$ es denominada simétrica si

$$\mu_{\tilde{R}}(x, y) = \mu_{\tilde{R}}(y, x) \quad \forall (x, y) \in X$$

\tilde{R} es denominada antisimétrica si, para cada $x \neq y$ se tiene que:

$$\forall x, y \in X \text{ es } \begin{cases} \mu_{\tilde{R}}(x, y) \neq \mu_{\tilde{R}}(y, x) \\ \text{ó} \\ \mu_{\tilde{R}}(x, y) = \mu_{\tilde{R}}(y, x) = 0 \end{cases}$$

Si, para cada $x \neq y$ y cada $\mu_{\tilde{R}}(x, y) > 0$ es $\mu_{\tilde{R}}(y, x) = 0$ la relación se denomina “perfectamente antisimétrica”.

Definición 1.15. Relación de preorden: Si una relación difusa \tilde{R} en $X \times X$ es reflexiva, simétrica y maxi-min-transitiva, entonces es una relación de similitud y se denomina, “relación de preorden difusa”.

Definición 1.16. Relación de orden: Si una relación difusa \tilde{R} en $X \times X$ es reflexiva, antisimétrica y maxi-min-transitiva, se denomina relación de orden difusa.

Si es perfectamente antisimétrica, entonces se denomina “relación de orden difusa perfecta”, siendo una “relación de orden parcial difusa” en otro caso.

Las definiciones anteriores de orden y preorden son más fácilmente aplicables a problemas en los que los conjuntos de alternativas (Cap. 2, aptdo. 2.1.1.1) son discretos. Para tratar con problemas en los que el conjunto de alternativas es continuo se define el concepto de función borrosa, o difusa [19]

Definición 1.17. Función difusa: Sean X e Y dos universos de discurso, $\tilde{P}(Y)$ el conjunto de todos los conjuntos difusos en Y , y $\tilde{f}: X \rightarrow \tilde{P}(Y): x \rightarrow f(x)$, entonces f es una función difusa si:

$$\mu_{\tilde{f}(x)}(y) = \mu_{\tilde{R}}(x, y) \quad \forall (x, y) \in X \times Y$$

En donde $\mu_{\tilde{R}}(x, y)$ es la función de pertenencia de una relación difusa.

Tras esta definición, es necesario puntualizar que, a diferencia de una función nítida (crisp), en las funciones difusas, el máximo en general no será un punto, sino un conjunto difuso, que suele llamarse “máximo difuso de \tilde{f} ”.

Esta puntualización da lugar a definición de máximo para la función \tilde{f} :

Sea \tilde{f} una función difusa $X \rightarrow \mathbb{R}$, definida sobre un dominio finito y nítido D . El máximo borroso de \tilde{f} es entonces definido como

$$\tilde{M} = \tilde{\max} \tilde{f}(x) = \{\sup \tilde{f}(x), \mu_{\tilde{M}}(x) | x \in D\}$$

Sea $D = \{x_1, \dots, x_n\}$, la función de pertenencia de $\tilde{\max} \tilde{f}(x)$ está dada por

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \min_{j=1 \dots n} \mu_{\tilde{f}(x)}(f(x_j)) \quad x \in D$$

1.2- Tipos de funciones de pertenencia

Como se dijo anteriormente, la función de pertenencia define el grado de pertenencia de un elemento u a un conjunto difuso \tilde{A} . En principio cualquier función $\mu_{\tilde{A}}: U \rightarrow [0,1]$ puede describir una función de pertenencia asociada a un conjunto difuso \tilde{A} que depende, no solo del concepto representado, sino también del contexto en el que se utiliza.

Las funciones de pertenencia más usuales son [3] [4] [5]:

1-Función triangular:

$$\mu_{\tilde{A}} = \begin{cases} 0 & \text{si } u < a ; u > c \\ \frac{u - b}{b - a} & \text{si } u \in [a, b] \\ \frac{c - u}{c - b} & \text{si } u \in [b, c] \end{cases}$$

En donde b es el punto modal de la función triangular (valor que más se repite en una muestra estadística, que hacemos coincidir con el punto donde la función de pertenencia alcanza su máximo valor), siendo a y c los valores máximo y mínimo, en los que $\mu_{\tilde{A}}$ posee valores no nulos.

2- Función trapezoidal:

$$\mu_{\tilde{A}} = \begin{cases} 0 & \text{si } u < a ; u > c \\ \frac{u - b}{b - a} & \text{si } u \in [a, b] \\ 1 & \text{si } u \in [b, d] \\ \frac{c - u}{c - b} & \text{si } u \in [d, c] \end{cases}$$

En donde, el intervalo $[b, d]$ corresponde al intervalo en el que $\mu_{\tilde{A}}$ alcanza su valor máximo y los valores a y c , mantienen el significado de la función anterior.

3-Función Gaussiana:

$$\mu_{\tilde{A}} = e^{-k(u-m)^2}$$

En donde K es un número positivo y m representa el punto modal.

4-Función Singleton:

$$\mu_{\bar{A}} = \begin{cases} 1 & \text{si } u = a \\ 0 & \text{si } u \neq a \end{cases}$$

Esta función tiene un único valor máximo para un valor concreto dentro del conjunto difuso, siendo nula en el resto, es decir, actúa de manera equivalente a una δ de Dirac.

5-Función Bell-shaped (forma de campana):

$$\mu_{\bar{A}} = \frac{1}{1 + \left| \frac{u - c}{a} \right|^{2\beta}}$$

En donde c representa el punto central de una campana (en donde el valor de $\mu_{\bar{A}}$ es máximo), a representa la distancia horizontal entre este punto central c ($\mu_{\bar{A}} = 1$) y los puntos cuya función de pertenencia poseen un valor $\mu_{\bar{A}} = 0.5$. Por último, el parámetro b define la curvatura de la campana.

6-Función sigmoide:

$$\mu_{\bar{A}} = \frac{1}{1 + e^{-\alpha(c-u)}}$$

En donde, al igual que en la función gaussiana, a es un valor positivo, y c representa el punto modal.

7- Función LR:

$$\mu_{\bar{A}} = \begin{cases} F_L\left(\frac{c-u}{a}\right) & \forall u \leq c; a > 0 \\ F_R\left(\frac{u-c}{b}\right) & \forall u \geq c; b > 0 \end{cases}$$

En donde las funciones F_L y F_R cumple las siguientes condiciones:

- $F_{LR}(-u) = F_{LR}(u)$
- $F_{LR}(0) = 1$
- F_{LR} es creciente en el intervalo $[0, +\infty]$

Las funciones de pertenencia triangular y trapezoidal representan un caso concreto de las funciones LR, en donde las funciones utilizadas son rectas.

Respecto al significado de los parámetro, el valor c representa el valor central de u , con $u \in U$, en donde el valor de la función de pertenencia es máximo. Los valores a y b representan la distancia entre este elemento c y los puntos más alejados de él cuyos valores de pertenencia sean distintos de 0.

Un ejemplo de este tipo de funciones, puede ser [4]:

$$\mu_{\tilde{A}} = \begin{cases} \sqrt{\max(0, 1 - u^2)} & \forall u \leq c; a > 0 \\ e^{-|u|^3} & \forall u \geq c; b > 0 \end{cases}$$

Este tipo de funciones son las más utilizadas tanto en control difuso como en toma de decisiones debido a su fácil implementación y a su baja sensibilidad (es decir, un cambio pequeño en u , provoca un cambio mínimo en $\mu_{\tilde{A}}(u)$) [6].

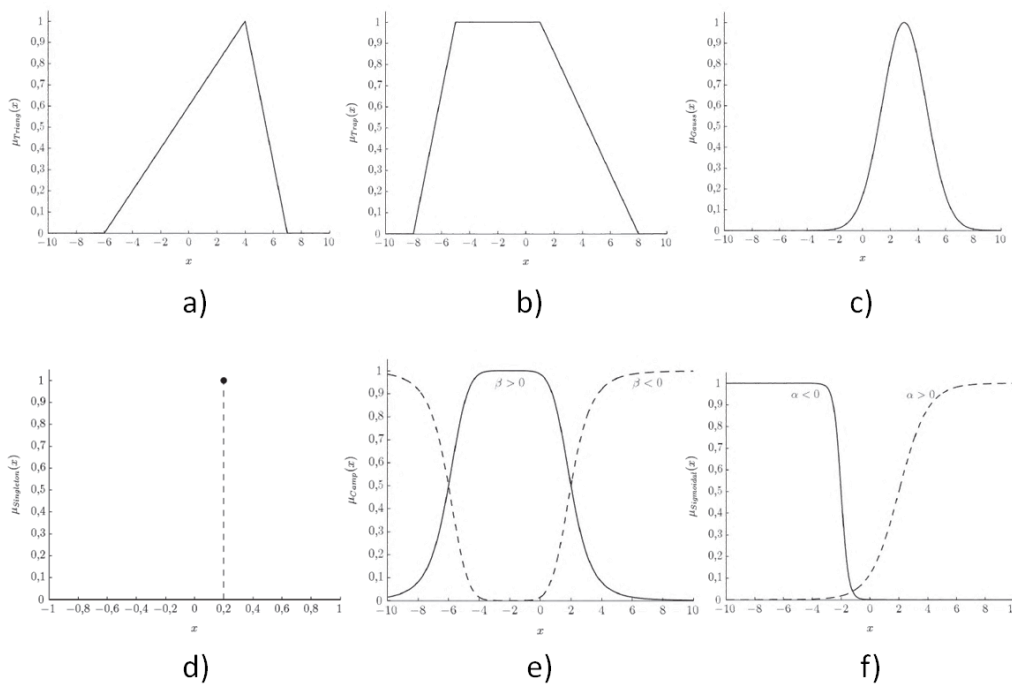


Figura 1. 4: Funciones de pertenencia, a) triangular, b) trapezoidal, c) gaussiana, d) Singleton, e) de campana, f) sigmoide

1.3- Operaciones lógicas sobre conjuntos difusos

Las operaciones lógicas entre conjuntos difusos son:

- Complemento
- Unión
- Intersección

1.3.1- Complemento

Definición de complemento [4] [5] [12]:

Se denomina negación (complemento), a toda función $c: [0,1] \rightarrow [0,1]$ que verifique las siguientes propiedades:

- $c(0) = 1$ y $c(1) = 0$ (*Frontera*)
- $\alpha \leq \beta \rightarrow c(\alpha) \geq c(\beta)$, $\forall \alpha, \beta \in [0,1]$ (*Monotonía*)

Además, para mejorar las negaciones desde un punto de vista práctico, se les exige continuidad e involución ($c(c(\alpha)) \geq \alpha$, $\forall \alpha \in [0,1]$).

Aplicando estas propiedades a las funciones de pertenencia del conjunto \tilde{A} y del conjunto $\tilde{\bar{A}}$, debe verificarse lo siguiente:

- si $\mu_{\tilde{A}}(u) = 0$, entonces $\mu_{\tilde{\bar{A}}}(u) = 1$ y viceversa
- si $\mu_{\tilde{A}}(u_1) \leq \mu_{\tilde{A}}(u_2)$, entonces $\mu_{\tilde{\bar{A}}}(u_1) \geq \mu_{\tilde{\bar{A}}}(u_2)$ $\forall u_1, u_2 \in U$
- $\mu_{\tilde{\bar{A}}}(u) = \mu_{\tilde{A}}(u)$ $\forall u \in U$

Las funciones complemento (negación) más utilizadas, son:

- Estándar: $c(\alpha) = 1 - \alpha$
- Umbral: $c(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{si } \alpha > \text{Umbral} \\ 0 & \text{si } \alpha < \text{Umbral} \end{cases}$
- Negación de Sugeno: $N_\lambda(\alpha) = \frac{1-\alpha}{(1+\lambda\alpha)}$, con $\lambda > -1$
- Negación de Yager: $N^\omega(\alpha) = (1 - \alpha^\omega)^{1/\omega}$, con $\omega > 0$

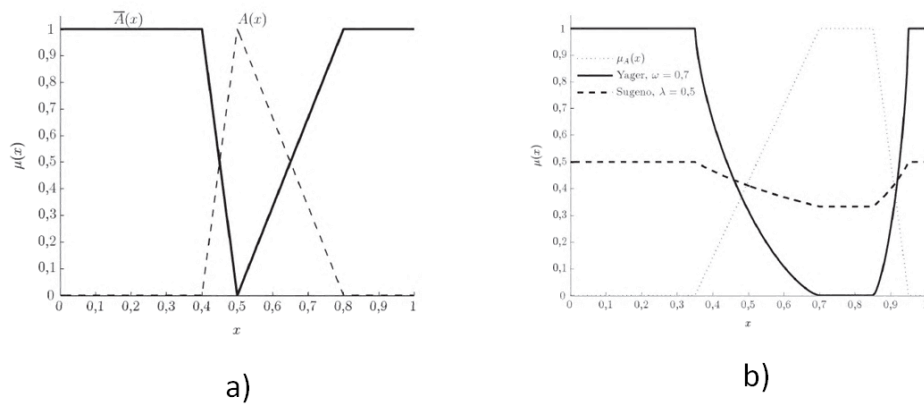


Figura 1. 5: Negaciones, a) negación estándar, b) negaciones de Sugeno y Yager

1.3.2- Unión e intersección. S-normas y T-normas

Aunque los operadores de unión e intersección más utilizados son los de máximo y mínimo respectivamente, debido a su mayor justificación axiomática, existen muchos problemas asociados al mundo real, en el que el empleo de otros operadores ofrece resultados más ajustados a dicha realidad.

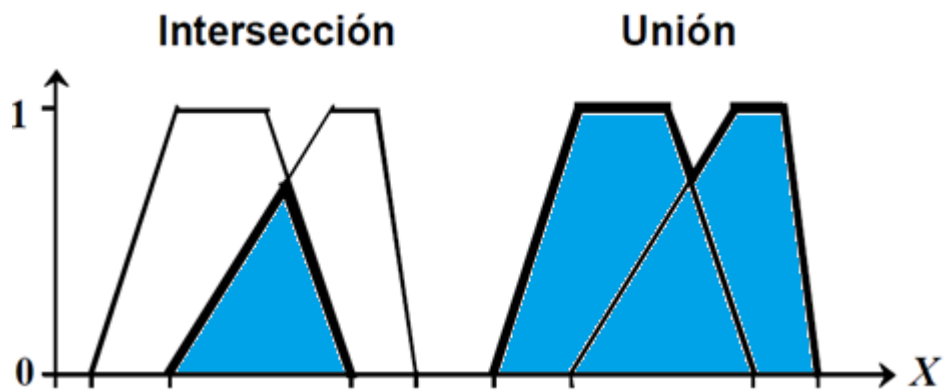


Figura 1. 6: Operaciones de intersección (mínimo) y unión (máximo)

Las s-normas y t-normas son representativas de las operaciones de unión e intersección entre conjuntos respectivamente, siendo la base de las operaciones entre conjuntos difusos, por lo que, aunque pueden englobarse dentro de los operadores de agregación, se les dedica especial atención en este apartado.

Algunos ejemplos de operadores de unión e intersección son los que se describen a continuación [3], [5], [10], [11].

Definición 1.18. T-norma: Se define la norma triangular o t-norma, o toda función u operación binaria $t: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ que cumple las siguientes propiedades:

- Conmutativa : $T(x, y) = T(y, x) \quad \forall x, y \in [0,1]$
- Asociativa: $T(x, T(y, z)) = T(T(x, y), z) \quad \forall x, y \in [0,1]$
- Elemento neutro: $T(x, 1) = x \quad \forall x \in [0,1]$, siendo 1 el elemento neutro de T
- Monótona creciente: *Si $x < y$ entonces $T(x, z) < T(y, z)$*

Si en la teoría de conjuntos clásica, se considera que un elemento pertenece al conjunto intersección de ambos, si pertenece a ambos, en conjuntos difusos, se debe obtener el grado de pertenencia al conjunto intersección de dos conjuntos difusos, partiendo del grado de pertenencia del elemento a cada conjunto.

Esta operación se realiza mediante la t-norma, por lo que, teniendo en cuenta su definición, el conjunto intersección debe cumplir las propiedades de la t-norma, es decir:

- Conmutativa : $\mu_{P \cap Q}(u) = T(\mu_P(u), \mu_Q(u)) = T(\mu_Q(u), \mu_P(u)) = \mu_{Q \cap P}(u) \quad \forall u \in U$

- Asociativa: $\mu_{(P \cap Q) \cap R}(u) = T(T(\mu_P(u), \mu_Q(u)), \mu_R(u))$
 $= T(\mu_P(u), T(\mu_Q(u), \mu_R(u))) = \mu_{P \cap (Q \cap R)}(u) \quad \forall u \in U$

- Elemento neutro el conjunto u: $\mu_{P \cap U}(u) = T(\mu_P(u), \mu_U(u)) = T(\mu_Q(u), 1) = \mu_P(u)$ Siendo 1 el elemento neutro de T

- Monótona creciente: *Si $\mu_P(u) \leq \mu_Q(u)$ y $\mu_R(u) \leq \mu_S(u)$*

Entonces $\mu_{P \cap R}(u) = T(\mu_P(u), \mu_R(u)) \leq T(\mu_Q(u), \mu_S(u)) = \mu_{Q \cap S}(u) \quad \forall u \in U$

Ejemplos de las t-normas más comunes, son los siguientes:

- Mínimo:

$$T(x, y) = \text{Min}(x, y) \quad \forall x, y \in [0,1]$$

- Producto:

$$P(x, y) = x \cdot y \quad \forall x, y \in [0,1]$$

- Producto drástico:

$$PD(x, y) = \begin{cases} x & \text{si } y = 1 \\ y & \text{si } x = 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Producto acotado (de Lukasiewicz):

$$PA(x, y) = \text{Max}[0, (1+p)(x+y-1) - pxy] \quad , p \geq -1, (\text{usualmente } p = 0)$$

$$PA(x, y) = \sqrt[p]{\text{Max}(0, x^p + y^p - 1)} \quad , p \geq 0, (\text{usualmente } p = 1)$$

- Producto de Hamacher:

$$PH(x, y) = \frac{xy}{p + (1-p)(x+y-xy)} \quad , p \geq 0, (\text{usualmente } p = 0)$$

- Producto de Eisntein:

$$PE(x, y) = \frac{xy}{1 + (1-x) + (1-y)}$$

- Familia Yager:

$$FY(x, y) = 1 - \text{Min}(1, \sqrt[p]{(1-x)^p + (1-y)^p}) \quad , p > 0$$

- Familia Dubois-Prade:

$$FDP(x, y) = \frac{xy}{\text{Max}(x, y, p)} \quad , p \in [0,1]$$

- Familia Frank:

$$\log_p \left(\frac{(p^x - 1)(p^y - 1)}{p - 1} \right) \quad , p > 0, p \neq 1$$

Definición 1.19. S-norma (t-conorma): Se define conorma triangular, t-conorma o s-norma como toda función u operación binaria $s: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ que cumple las siguientes propiedades:

- Conmutativa :

$$S(x, y) = S(y, x) \quad \forall x, y \in [0,1]$$

- Asociativa:

$$S(x, S(y, z)) = S(S(x, y), z) \quad \forall x, y \in [0,1]$$

- Elemento neutro: $S(x, 0) = x \quad \forall x \in [0,1]$, siendo 0 el elemento neutro de S

- Monótona creciente: $Si\ x < y\ entonces\ S(x, z) < S(y, z)$

Al igual que ocurría con la t-norma, la s-norma se utiliza para calcular el grado de pertenencia de un elemento al conjunto unión de dos conjuntos difusos, partiendo del grado de pertenencia de dicho elemento a cada conjunto por separado.

De esta manera, el conjunto difuso unión, debe cumplir las propiedades de la s-norma, es decir:

- Conmutativa :

$$\mu_{P \cup Q}(u) = S(\mu_P(u), \mu_Q(u)) = S(\mu_Q(u), \mu_P(u)) = \mu_{Q \cup P}(u) \quad \forall u \in U$$

- Asociativa:

$$\begin{aligned} \mu_{(P \cup Q) \cup R}(u) &= S(T(\mu_P(u), \mu_Q(u)), \mu_R(u)) = S(\mu_P(u), T(\mu_Q(u), \mu_R(u))) \\ &= \mu_{P \cup (Q \cup R)}(u) \quad \forall u \in U \end{aligned}$$

- Elemento neutro el conjunto u:

$$\mu_{P \cup U}(u) = S(\mu_P(u), \mu_U(u)) = S(\mu_Q(u), 0) = \mu_P(u) \quad \text{Siendo } 0 \text{ el elemento neutro de } S$$

- Monótona creciente:

$$Si\ \mu_P(u) \leq \mu_Q(u)\ y\ \mu_R(u) \leq \mu_S(u)$$

$$\text{Entonces } \mu_{P \cup R}(u) = S(\mu_P(u), \mu_R(u)) \leq S(\mu_Q(u), \mu_S(u)) = \mu_{Q \cup S}(u) \quad \forall u \in U$$

Ejemplos de las s-normas más utilizadas son:

- Máximo:

$$S(x, y) = \text{Max}(x, y) \quad \forall x, y \in [0, 1]$$

- Suma menos producto:

$$SMP(x, y) = x + y - x \cdot y \quad \forall x, y \in [0, 1]$$

- Suma drástica:

$$SD(x, y) = \begin{cases} x & \text{si } y = 0 \\ y & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Suma acotada(dual de Lukasiewicz):

$$SA(x, y) = \text{Min}[1, x + y + pxy] \quad , p \geq 0$$

- Familia Sugeno:

$$FS(x, y) = \text{Min}[1, x + y + p - xy] \quad , p \geq 0$$

- Familia Yager:

$$FY(x, y) = \text{Min}(1, \sqrt[p]{x^p + y^p}), p > 0$$

- Familia Dubois-Prade:

$$FDP(x, y) = 1 - \frac{(1-x)(1-y)}{\text{Max}((1-x), (1-y), p)}, p \in [0,1]$$

- Familia Frank:

$$\log_p \left(1 + \frac{(p^{1-x} - 1)(p^{1-y} - 1)}{p - 1} \right), p > 0, p \neq 1$$

Otra importante propiedad de las t-normas y s-normas es la dualidad, es decir, que para cada t-norma existe una s-norma dual, y viceversa [3] [9]:

- $S(x, y) = 1 - T((1-x), (1-y))$
- $T(x, y) = 1 - S((1-x), (1-y))$

Esta propiedad es el equivalente a las leyes de De Morgan en conjuntos nítidos, o clásicos ($\overline{A \cap B} = A \cup B$; $\overline{A \cup B} = A \cap B$),

Existen, sin embargo, algunas propiedades que, si bien si se cumplen en conjuntos nítidos, en general, las t-normas y las s-normas no cumplen. Estas son:

- Contradicción: $\tilde{A} \cap \bar{\tilde{A}} = \emptyset$ con \emptyset el conjunto vacío
- Exclusión del medio: $\tilde{A} \cup \bar{\tilde{A}} = U$ con U el universo de discurso

Las únicas t-normas y s-normas que cumplen estas dos propiedades son respectivamente, la suma acotada (con $p=0$) y el producto acotado (con $p=0$), introducidas por J. Lucasiewicz.

De la misma manera existen propiedades que solo se cumplen para la t-norma $\text{Min}(x, y)$, y la s-norma $\text{Max}(x, y)$:

- Idempotencia
- Distributiva

Dado que los operadores, máximo y mínimo son los operadores más ampliamente utilizados, como se comentará en el capítulo 2, y una vez definidos los conceptos de α -corte y número difuso, es interesante definir el máximo y el mínimo de dos números difusos, en función de sus α -cortes, así tendremos [25]:

Definición 1.20. Máximo y mínimo de dos números difusos: Sean \tilde{A} y \tilde{B} dos números difusos, continuos en \mathbb{R} , con $\tilde{A}_\alpha = [a_1(\alpha), a_2(\alpha)]$ y $\tilde{B}_\alpha = [b_1(\alpha), b_2(\alpha)]$, $\alpha \in [0,1]$ (siendo $[a_1(\alpha), a_2(\alpha)]$, $[b_1(\alpha), b_2(\alpha)]$ los límites de los soportes de \tilde{A}_α y \tilde{B}_α , respectivamente), se define el máximo entre \tilde{A} y \tilde{B} , como:

$$\max(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) = [\max(a_1(\alpha), b_1(\alpha)), \max(a_2(\alpha), b_2(\alpha))]$$

De la misma forma, se puede definir el mínimo entre \tilde{A} y \tilde{B} como:

$$\min(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) = [\min(a_1(\alpha), b_1(\alpha)), \min(a_2(\alpha), b_2(\alpha))]$$

Ejemplo 1.2 [25]: Si suponemos dos números difusos, con función de pertenencia triangular, representados por las ternas: $\tilde{A}_\alpha = (1,5,6)$ y $\tilde{B}_\alpha = (2,3,7)$, pueden definirse sus funciones de pertenencia, en función de sus α -cortes como:

$$\mu_{\tilde{A}}(\alpha) = [1 + 4\alpha, 6 - \alpha] \text{ y } \mu_{\tilde{B}}(\alpha) = [2 + \alpha, 7 - 4\alpha]$$

De esta forma, y siguiendo la definición 1.20, se obtienen el máximo y el mínimo entre esos números difusos, respectivamente, como:

- $\max(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) = [\max(1 + 4\alpha, 2 + \alpha), \max(6 - \alpha, 7 - 4\alpha)]$
- $\min(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) = [\min(1 + 4\alpha, 2 + \alpha), \min(6 - \alpha, 7 - 4\alpha)]$

Para cada valor de $\alpha \in [0,1]$.

Esta definición, aunque trivial, será la base de la aplicación de uno de los dos métodos de toma de decisión difusos desarrollados en este proyecto, como se verá en el capítulo 3.

1.4- Operaciones aritméticas en intervalos y números difusos

1.4.1- Operaciones aritméticas en intervalos difusos

Las operaciones en intervalos difusos se basan en tres aspectos de los números difusos, las cuales permiten definir operaciones aritméticas en los α -cortes de los números difusos, es decir, en intervalos cerrados [5], [7]:

- Teorema de la descomposición
- Cada conjunto, o número difuso puede ser representada por α -cortes
- Los α -cortes de cada número difuso son intervalos cerrados de números reales para todo $\alpha \in (0,1]$

Un aspecto a tener en cuenta es que si \diamond denota cualquiera de las 4 operaciones algebraicas (suma, resta, multiplicación o división) en los intervalos cerrados, la operación aritmética de un intervalo cerrado sobre otro, da como resultado un tercer intervalo cerrado (exceptuando la división $\frac{[a,b]}{[c,d]}$ en el caso de que $0 \in [d, e]$), con las siguientes características:

$$[a, b] \diamond [c, d] = \{f \diamond g \mid a \leq f \leq b, c \leq g \leq d\}$$

Las operaciones aritméticas básicas son:

- Suma: $[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d]$
- Resta: $[a, b] - [c, d] = [a - c, b - c]$
- Producto: $[a, b] \cdot [c, d] = [\min(ac, ad, bc, bd), \max(ac, ad, bc, bd)]$
- División : $[a, b] \cdot [c, d] = \left[\min\left(\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\right), \max\left(\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\right) \right]$ siempre que $0 \notin [c, d]$

Estas operaciones poseen las siguientes propiedades:

Teorema 1.2. Propiedades de las operaciones aritméticas: Sean $A = [a_1, a_2], B = [b_1, b_2], C = [c_1, c_2], 0 = [0,0]$ y $1 = [1,1]$, las propiedades de las operaciones aritméticas se definen como sigue:

- Conmutativa

$$A + B = B + A$$

$$A \cdot B = B \cdot A$$

- Asociativa

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

$$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$$

- Identidad

$$A = 0 + A = A + 0$$

$$A = A \cdot 1 = 1 \cdot A$$

- Subdistributiva

$$A \cdot (B + C) \subseteq A \cdot B + A \cdot C$$

- Distributiva

$$\text{Si } b \cdot c \geq 0 \text{ para cada } b \in B \text{ y cada } c \in C, \text{ entonces } A \cdot (B + C) \\ = A \cdot B + A \cdot C$$

$$\text{Si } A = [a, a], \text{ entonces } a \cdot (B + C) = a \cdot B + a \cdot C$$

- $0 \in (A - A)$; $1 \in \frac{A}{A}$

- Si $A \subseteq E$ y $B \subseteq F$, entonces:

$$\blacksquare A + B \subseteq E + F$$

$$\blacksquare A - B \subseteq E - F$$

$$\blacksquare A \cdot B \subseteq E \cdot F$$

$$\blacksquare \frac{A}{B} \subseteq \frac{E}{F}$$

La demostración de este teorema puede encontrarse en [7]

Por último, es necesario resaltar que un número real $r \in \mathbb{R}$ puede considerarse como un intervalo especial degenerado $[r, r]$.

1.4.2- Operaciones aritméticas en números difusos

Podemos implementar las operaciones aritméticas sobre números difusos de dos maneras:

1. Utilizando la aritmética ya definida para intervalos.
2. Utilizando el principio de extensión, que permite extender las operaciones aritméticas o algebraicas, desde el conjunto de los números reales hacia los números difusos.

Si elegimos el primer camino, debemos definir el conjunto generado por la operación aritmética sobre un par de números difusos [7]:

Definición 1.21. Conjunto de operación: Sean \tilde{A} y \tilde{B} dos números difusos, y sea \diamond cualquiera de las cuatro operaciones aritméticas básicas. Entonces se define el conjunto difuso en \mathbb{R} , $A \diamond B$, por definición en α -corte,

${}^\alpha(\tilde{A} \diamond \tilde{B}) = \tilde{A}_\alpha \diamond \tilde{B}_\alpha$, para algún $\alpha \in (0,1]$ (se requiere que cuando la operación es la división, $0 \notin \tilde{B}_\alpha$ para todo $\alpha \in (0,1]$).

Como ya se dijo en el apartado de definiciones básicas, gracias al teorema de la descomposición, podemos definir un conjunto de la siguiente manera:

$$(\tilde{A} \diamond \tilde{B}) = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} {}^\alpha(\tilde{A} \diamond \tilde{B})$$

En donde ${}^\alpha(\tilde{A} \diamond \tilde{B})$ es un intervalo cerrado para cada $\alpha \in (0,1]$ y \tilde{A} y \tilde{B} son dos números difusos. Podemos decir que en estas condiciones $(\tilde{A} \diamond \tilde{B})$ también es un número difuso.

Si tomamos la segunda opción para implementar operaciones aritméticas sobre números difusos es necesario introducir el principio de extensión, que se puede definir de la siguiente manera [3]:

Definición 1.22. Principio de extensión: Sea U el universo definido por el producto cartesiano de los distintos universos $U_1, U_2 \dots, U_r$, es decir $(U = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_r)$, y sean $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2 \dots, \tilde{A}_r$, r conjuntos difusos en $U_1, U_2 \dots, U_r$, respectivamente. Sea $f: U \rightarrow Y$, el principio de extensión permite definir un conjunto difuso \tilde{B} en Y a partir de los conjuntos difusos $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2 \dots, \tilde{A}_r$, representando su imagen a partir de la función f , de la siguiente manera:

$$\tilde{B} = \{y, \mu_{\tilde{B}}(y) \mid y = f(u_1, u_2, \dots, u_r); (u_1, u_2, \dots, u_r) \in U\}$$

$$\text{Con: } \mu_{\tilde{B}}(y) = \begin{cases} \sup_{(u_1, u_2, \dots, u_r) \in f^{-1}(y)} [\min(\mu_{\tilde{A}_1}(u_1), \dots, \mu_{\tilde{A}_r}(u_r))], & \text{si } f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Además, según [5], cuando los conjuntos $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2 \dots, \tilde{A}_r$, son finitos, puede reemplazarse el supremo por el máximo (nótese que el grado de pertenencia así definido coincide con el definido para una composición max-min, Def. 1.11).

Como ejemplo de la simplificación que reportan los números difusos con función de pertenencia triangular, si tenemos dos números difusos \tilde{N}_1 y \tilde{N}_2 , con sus respectivas funciones de pertenencia (l_1, m_1, n_1) y (l_2, m_2, n_2) , las funciones de pertenencia de los conjuntos suma y producto, son respectivamente:

$$(l_1 + l_2, m_1 + l_2, n_2 + l_2)$$

$$(l_1 \cdot l_2, m_1 \cdot m_2, n_1 \cdot n_2)$$

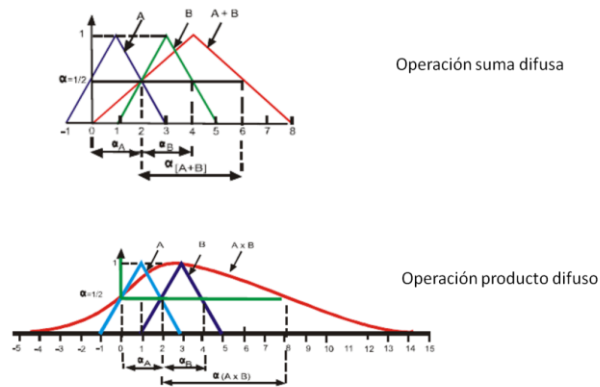


Figura 1. 7: Conjuntos difusos, suma y producto difuso, para un α -corte de 0.5

De las dos opciones para definir la aritmética en números difusos, podemos sacar las siguientes conclusiones:

- Las operaciones aritméticas se realizan de la misma manera, tanto en números como en intervalos difusos.
- Las propiedades de estas operaciones son las mismas, tanto en números como en intervalos difusos.

1.5- Modelado lingüístico difuso

1.5.1- Variable lingüística

Antes de hablar de modelado lingüístico propiamente dicho es necesario introducir el concepto de variable lingüística.

Definición 1.23. Variable lingüística [5]: Una variable lingüística se caracteriza totalmente por una quintupla $(X, T(X), U, G, M)$, en la que:

- X: representa el nombre de la variable.
- T(X): representa el conjunto de valores lingüísticos de X. Cuando los elementos de T(X) tienen una sola palabra se denominan términos atómicos. En caso contrario, se habla de términos compuestos.
- U: es el universo de discurso de la variable.
- G: es una regla sintáctica (en forma de gramática) que determina la forma de T(X)
- M: es una regla semántica que asocia a cada elemento de T(X) su significado. Para cada valor $L \in T(X)$, M(L) será un subconjunto difuso de U (es decir, $M: T \rightarrow F(U)$, [7])

Estas variables lingüísticas incluyen por tanto un conjunto de valores (conjuntos difusos subyacentes) agrupados bajo unas etiquetas (labels, L) a los que se les asocia un grado de pertenencia.

Estas variables lingüísticas son útiles en cuanto a que [20]:

- Ayudan a caracterizar fenómenos mal definidos o son complejos de definir, o ambas cosas.
- Es un medio de trasladar conceptos o descripciones lingüísticas a descripciones numéricas que pueden ser tratadas automáticamente (relaciona o traduce el proceso simbólico a proceso numérico).
- Usando el principio de extensión, muchas herramientas ya existentes pueden ser extendidas para manejar variables lingüísticas, obteniendo las ventajas de la lógica difusa en gran cantidad de operaciones.

Una vez definida la variable lingüística, hemos de tener en cuenta que en cualquier aplicación en la que queramos utilizar el enfoque lingüístico deberemos definir dos aspectos [3]:

Modelo de representación: que consiste en la elección del conjunto de términos lingüísticos, junto con una semántica asociada a los mismos.

Modelo computacional: que consiste en la elección de los operadores de comparación y agregación adecuados (a nivel de conjuntos difusos subyacentes), siendo propio de la etapa de la fase de análisis del proceso de toma de decisión, sean las variables utilizadas lingüísticas o no.

1.5.2- Generalidades sobre el modelo de representación

1.5.2.1- Elección del conjunto de términos lingüísticos

Volviendo al modelo de representación, un aspecto importante en la elección del conjunto de términos lingüísticos, o etiquetas de la variable, es la “granularidad de la incertidumbre”, es decir, la cardinalidad del conjunto de términos lingüísticos usado para expresar la información. Esta puede ser de grano fino (fine), o de grano grueso (grose), dependiendo de que el dominio de representación está muy particionado o poco particionado, respectivamente (alta o baja cardinalidad del conjunto de etiquetas) [3], [20].

De acuerdo con las observaciones de Miller [3], [14], el lenguaje generado no debe ser infinito, sino más bien fácilmente comprensible. De esta manera, y teniendo en cuenta las observaciones de este autor sobre la capacidad humana, en donde afirma que el ser humano puede manejar

razonablemente y recordar entre 7 y 9 términos, se suelen evitar estructuras sintácticas complejas, o generadoras de un lenguaje infinito, y se emplean conjuntos de cardinalidad impar, con entre 7 y 9 términos (no superando las 11 o 13 etiquetas), en donde el término medio representa un valor de “aproximadamente 0,5” en el intervalo [0, 1].

A la hora de generar el conjunto de etiquetas lingüísticas podemos optar por un modelo clásico o por un modelo ordinal.

Si se escoge un enfoque clásico, las etiquetas lingüísticas son generadas mediante una gramática libre de contexto (definida en la variable lingüística como G), que se puede expresar como una cuádrupla de términos $G = (V_N, V_T, I, P)$, en donde:

- V_N (Vocabulario no terminal): Es un conjunto finito de símbolos que permiten representar estados intermedios de la generación de las palabras del lenguaje. Dentro de los términos primarios, se suelen incluir los denominados modificadores (hedges), y conectivos lógicos, denominados también modificadores (modifiers).
- V_T (Vocabulario terminal): Es un conjunto finito de símbolos que forman las palabras del lenguaje
- $I \in V_N$ (Símbolo inicial o axioma): Elemento a partir del cual se aplican las reglas de la gramática para obtener las distintas palabras del lenguaje.
- P : Es el conjunto de reglas de producción (derivación o reescritura) que permiten generar las palabras del lenguaje.

La elección de estos elementos determinará la cardinalidad y forma del conjunto de términos lingüísticos.

Si se escoge un enfoque ordinal, las etiquetas son generadas de manera que la cardinalidad del conjunto sea impar, y el valor de cada etiqueta viene dado por el lugar que ocupa dentro de una escala con un orden total definido.

Este enfoque ordinal posee la ventaja de ser mucho más sencillo y rápido de implementar, ya que elimina la complejidad de tener que definir una gramática generadora.

Un ejemplo de esto es el mostrado en la imagen siguiente en donde, en donde se fijan según funciones de pertenencia trapezoidales, el significado de las distintas etiquetas de la variable lingüística “rendimiento”, obtenidas utilizando un enfoque ordinal

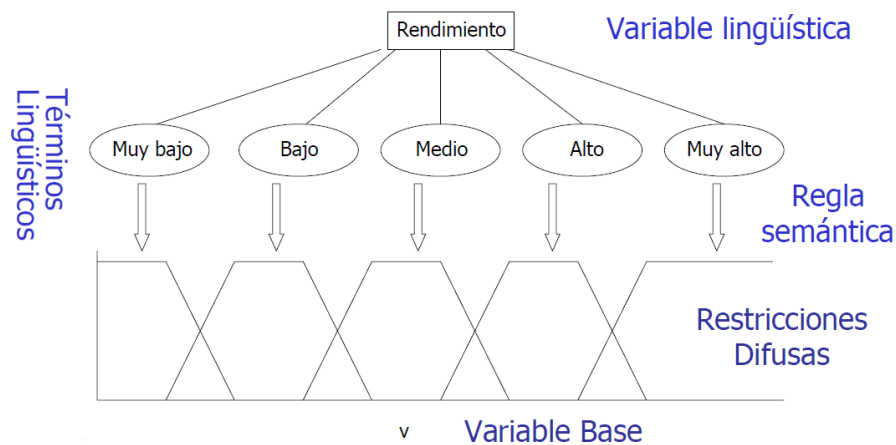


Figura 1. 8: Etiquetas de la variable lingüística "rendimiento", y semántica asociada

1.5.2.2- Semántica asociada al conjunto de términos lingüísticos

Según [14], existen en la literatura tres posibilidades para definir la semántica del conjunto de etiquetas de una variable lingüística:

- 1º. Semántica basada en la estructura ordenada del conjunto de términos lingüísticos (propia del modelado lingüístico ordinal).
- 2º. Semántica basada en funciones de pertenencia (propia del modelado lingüístico clásico, el cual se apoya en la generación de términos mediante una gramática libre de contexto).
- 3º. Semántica intervalar basada en la función de negación (utilizada como alternativa en el modelado lingüístico ordinal).

Semántica basada en la estructura ordenada del conjunto de términos lingüísticos [3]: En este tipo de representación, una vez escogidas y ordenadas las etiquetas del conjunto de términos lingüísticos $S = \{s_i\}, i \in \{0, \dots, g\}$, con $s_i \geq s_j$ si $i \geq j$ y con una cardinalidad impar ($\text{card}(S) = (g+1)$), se asignan valores a las etiquetas atendiendo a su ordenación y teniendo en cuenta que cada par de etiquetas (s_i, s_{g-i}) es igualmente informativa (lo que supone admitir de manera implícita que el conjunto de etiquetas es equilibrado o balanceado).

Para consultar modelos de representación con conjuntos de etiquetas no balanceados, se recomienda consultar [3] y [14].

Semántica basada en funciones de pertenencia [3]: Una vez generado el conjunto de términos lingüísticos mediante una gramática libre de contexto, se asignan valores a estos términos mediante la asignación de números difusos en el intervalo $[0,1]$, donde cada número difuso es descrito por su función de pertenencia.

Semántica intervalar, basada en la función de negación [14]: Este enfoque se basa en que, una vez generado el conjunto ordenado de etiquetas de la variable lingüística, se asignan estas a subintervalos dentro del intervalo $[0,1]$ (siendo este el dominio de definición de las etiquetas) mediante funciones de negación.

Si se utiliza este enfoque para determinar la semántica de los términos lingüísticos, es necesario tener en cuenta ciertos aspectos:

En primer lugar, la función de negación definida en el apartado de operaciones sobre conjuntos difusos (negación fuerte) exige implícitamente una distribución simétrica de etiquetas en el que el par s_i, s_{g-i} (con $\text{card}(S)=g+1$) tienen el mismo valor informativo. Sin embargo, en circunstancias en las que el número de elementos pertenecientes al universo de discurso de la variable se distribuyen de manera irregular, es decir, que algunos subintervalos poseen más información que otros, la distribución simétrica de etiquetas deja de tener sentido, y la función de negación no puede usarse tal y como está definida.

Para solventar este problema se utiliza la negación débil. Este tipo de negación, sustituye las condiciones propias de la negación fuerte, por unas condiciones menos estrictas [15], [16]:

- La condición de monotonía se sustituye por: $\text{si } \alpha < \beta \rightarrow c(\alpha) = c(\beta), \forall \alpha, \beta \in [0,1]$
- La condición de involución se sustituye por: $c(c(\alpha)) \leq \alpha, \forall \alpha \in [0,1]$

En segundo lugar, para generar las particiones del intervalo $[0,1]$ se utilizan las técnicas denominadas “de clasificación no jerárquicas” o “técnicas de partición”. Estos métodos se basan en el algoritmo de Forgi (1965) [17]:

1. Seleccionar K centros iniciales que inducen k clases (intervalos)
2. Asignar cada objeto a la clase que tiene el centro más cercano (es decir, asignar cada elemento del universo de discurso del conjunto difuso al intervalo con el centro más cercano a él)
3. Recalcular los nuevos centros de cada clase como el valor medio de los valores
4. Repetir los pasos 2 y 3 hasta conseguir la convergencia de los centros

Por último, debe comentarse que la generación de subintervalos con estos métodos es extremadamente sensible a la elección de los k centros iniciales, de manera que una mala elección de los mismos provocará una mala asignación de intervalos para las etiquetas, y en consecuencia el fallo en la resolución del problema de toma de decisión.

1.5.2.3- Modificadores lingüísticos [7]. [20]. [24]:

Las etiquetas lingüísticas se forman como una sucesión de los símbolos terminales de la gramática. Los modificadores lingüísticos (hedges), son operadores (h) que transforman el conjunto difuso del término primario al que afectan en otro conjunto difuso diferente sirviendo, tanto para modificar los predicados difusos, como el valor de los grados de verdad difusos y las probabilidades difusas. Estos modificadores no son aplicables a conjuntos nítidos.

Los modificadores lingüísticos, se pueden dividir en fuertes y débiles:

- Los modificadores fuertes ($h(a) < a$) fortalecen los predicados difusos a los que son aplicados y reducen el valor de verdad de la proposición asociada.
- Los modificadores débiles ($h(a) > a$) debilitan los predicados a los que son aplicados y aumentan el valor de verdad de la proposición.

Los modificadores lingüísticos se pueden caracterizar como:

- Modificador fuerte: $h(a) = a^2, a \in [0,1]$
- Modificador débil: $h(a) = \sqrt{a}, a \in [0,1]$

Siendo representativos los modificadores “muy”, “bastante”, “más o menos”, “extremadamente”, etc.

En cuanto a sus propiedades, según [7], puede demostrarse que cada modificador h , satisface las condiciones siguientes:

- $h(o) = 0$ y $h(l) = 1$
- h es una función continua
- si h es fuerte, entonces h^{-1} es débil, y viceversa
- Dados dos modificadores h y g , cualquier composición de los mismos, también es un modificador

Algunas operaciones elementales de estos modificadores son [13]:

- Concentración
 - Más : $\mu_{más f}(u) = (\mu_f(u))^{1.5}$
 - Muy: $\mu_{muy f}(u) = (\mu_f(u))^2$
- Dilatación
 - Más o menos: $\mu_{más o menos f}(u) = (\mu_f(u))^{0.5}$
 - Poco=menos: $\mu_{menos f}(u) = (\mu_f(u))^{0.75}$
- Intensificación: $\mu_{intensificación f}(u) = \begin{cases} 2^{p-1} \cdot (\mu_f(u))^p & \text{si } \mu_f(u) \leq 0.5; \quad p > 1 \\ 1 - 2^{p-1} \cdot (1 - \mu_f(u))^p & \text{en otro caso} \end{cases}$

- Especialmente
- Bastante cerca de

- Difuminación: $\mu_{\text{difuminación } f}(u) = \begin{cases} \sqrt{0.5 \cdot (\mu_f(u))} & \text{si } \mu_f(u) \leq 0.5; \quad p > 1 \\ 1 - \sqrt{0.5 \cdot (1 - \mu_f(u))} & \text{en otro caso} \end{cases}$

- Cerca de
- Casi

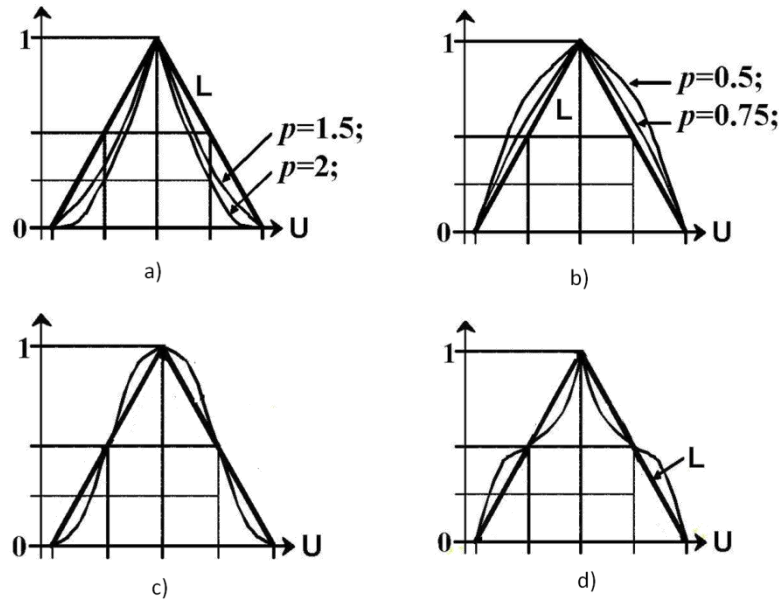


Figura 1. 9: Modificadores lingüísticos, a)concentración, b)dilatación, c)intensificación, d)difuminación

1.5.3- Generalidades sobre el modelo computacional

Como se dijo anteriormente, en el modelo computacional se escogen los operadores de comparación, negación y agregación más adecuados en cada caso.

Este modelo computacional no es exclusivo de las variables lingüísticas sino que está englobado dentro de la fase de análisis del problema de decisión, sea cual sea la naturaleza de las variables de dicho problema.

Respecto a las operaciones de negación, se suelen realizar utilizando funciones complemento, ya descritas en las operaciones sobre conjuntos difusos, por lo que no se extenderán en este apartado.

Una visión resumida de los operadores de agregación, es la siguiente:

1.5.3.1- Operadores de agregación

La operación de agregación tiene como fin transformar un grupo de elementos (subconjuntos difusos, opiniones individuales sobre un conjunto de alternativas, etc.) en un único elemento representativo del grupo anterior. Esta operación se realiza mediante los llamados operadores de agregación, de compensación o de combinación.

Se encuentran en la literatura dos técnicas de agregación de información [18]:

Agregación basada en el principio de extensión: En estos casos el operador de agregación suele ser una operación aritmética sobre intervalos o números difusos, cuyo funcionamiento y cálculo de funciones de pertenencia se explicó en el apartado de operaciones aritméticas.

Agregación simbólica o puntual: En estos casos, si el intervalo de definición de las funciones de pertenencia es $[0,1]$, el proceso de agregación, se puede modelizar mediante un operador de agregación (F) que actúa de la siguiente forma:

Sean $\tilde{A}_1 \cdots \tilde{A}_n$ una serie de subconjuntos difusos que se pretende agregar, y sean $\mu_{\tilde{A}_1} \cdots \mu_{\tilde{A}_n}$ las respectivas funciones de pertenencia de dichos subconjuntos.

El subconjunto borroso resultante \tilde{A} vendrá definido por una función de pertenencia

$$\begin{cases} \mu_{\tilde{A}}(x) = F(\mu_{\tilde{A}_1}(x) \cdots \mu_{\tilde{A}_n}(x)) & \forall x \in U \\ \text{con } F: [0,1]^n \rightarrow [0,1] \end{cases}$$

Además, este operador de agregación cumplirá como mínimo las siguientes condiciones:

- Frontera: $F(0, \dots, 0) = 0 ; F(1, \dots, 1) = 1$
- Monotonía (no decreciente en cada variable):

$$\begin{aligned} \text{Si } x_i \leq x'_i \text{ entonces } & F(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \\ & \leq F(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_n) \text{ para todo } i \in [1, n] \end{aligned}$$

- Continuidad (se utiliza esta propiedad para evitar que pequeñas variaciones en los datos de entrada provoquen grandes saltos en los resultados):

“F es una función continua en cada una de sus variables”

Debido a la enorme cantidad de operaciones de agregación existentes en la literatura, a continuación se enumeran y describen más utilizados. Para un análisis más detallado, tanto de los operadores de agregación como de las propiedades exigibles a los mismos, se recomienda consultar [18].

Aunque los operadores de agregación se pueden clasificar atendiendo a criterios tales como el operar con conjuntos borrosos, o etiquetas lingüísticas, o bien si las operaciones de agregación se basan en el principio de extensión o en modelos simbólicos, o si por ejemplo son compensatorios o no lo son, se ha decidido respetar la clasificación que aparece en [18], y que divide a los operadores de agregación en 4 tipos:

- Operadores de intersección: En donde $\mu_{\tilde{A}}(x) = F(\mu_{\tilde{A}_1}(x) \cdots \mu_{\tilde{A}_n}(x)) \leq \text{MIN}(\mu_{\tilde{A}_1}(x) \cdots \mu_{\tilde{A}_n}(x))$
- Operadores de unión: En donde $\mu_{\tilde{A}}(x) = F(\mu_{\tilde{A}_1}(x) \cdots \mu_{\tilde{A}_n}(x)) \geq \text{MAX}(\mu_{\tilde{A}_1}(x) \cdots \mu_{\tilde{A}_n}(x))$
- Operadores de promedio: En donde $\text{MIN}(\mu_{\tilde{A}_1}(x) \cdots \mu_{\tilde{A}_n}(x)) \leq \mu_{\tilde{A}}(x) = F(\mu_{\tilde{A}_1}(x) \cdots \mu_{\tilde{A}_n}(x)) \leq \text{MAX}(\mu_{\tilde{A}_1}(x) \cdots \mu_{\tilde{A}_n}(x))$
- Operadores híbridos: Presentan una actitud mixta, y por tanto, no se pueden enmarcar dentro de los grupos anteriores. Éstos a su vez pueden dividirse en tres subgrupos:
 - a) Operadores contruidos a partir de la combinación de t-normas y s-normas.
 - b) Operadores definidos como las t-normas y s-normas (denominadas normas), pero suavizando las condiciones de contorno exigidas.
 - c) Sumas simétricas (autoduales)

Operadores de intersección:

- T-normas
- Cópulas

Operadores de agregación:

- S-normas
- Cópulas duales

Operadores de promedio:

- Medias cuasi-lineales

- a) Medias ponderadas
- b) Medias cuasi-aritméticas
- c) Medias generalizadas
- Mínimos y máximos ponderados
- Medias cuasi-lineales ordenadas
 - a) OWA's
 - b) WOWA's
- Integrales borrosas
 - a) Integral de Choquet
 - b) Integral de Sugeno

Operadores híbridos:

- Operadores contruidos a través de t-normas y s-normas
 - a) Combinaciones exponenciales
 - b) Operadores intervalo-valorados
 - c) T-s-agregaciones
 - Combinaciones lineales convexas
 - L-r agregaciones
 - d) Combinaciones no lineales
 - e) Operaciones contruidas mediante generadores aditivos
- Normas
 - a) Uni-normas
 - b) λ -medias
 - mediana
- Sumas simétricas
 - a) Sumas simétricas asociativas
 - b) Sumas simétricas contruidas mediante t-normas y s-normas

Se describen a continuación los operadores de promedio, además de la mediana, que aunque proporciona un valor de agregación promediado, se engloba dentro de los operadores híbridos por ser un caso particular de la λ -media.

Medias cuasi-lineales:

Definición 1.24: Una media cuasi-lineal es una función $M_{f,\omega}: I^n \rightarrow I$ definida, para todo $(x_1 \dots x_n) \in I^n$, por:

$$M_{f,\omega}(x_1 \dots x_n) = f^{-1} \left(\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot f(x_i) \right)$$

Siendo $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua y estrictamente monótona, denominada función generadora de la media y $\omega^t = \langle \omega_1, \dots, \omega_n \rangle$ un vector de pesos tal que $\omega_i \in I$ y $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$

Definición 1.25. Medias ponderadas: Una media ponderada es una función $M_\omega: I^n \rightarrow I$ definida para todo $(x_1 \cdots x_n) \in I^n$, por:

$$M_\omega(x_1 \cdots x_n) = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot x_i$$

Siendo $\omega^t = \langle \omega_1, \dots, \omega_n \rangle$ un vector de pesos tal que $\omega_i \in I$ y $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$. (En este caso $f(x) = x$)

Definición 1.26. Medias cuasi-aritméticas: Una media cuasi-aritmética es una función $M_f: I^n \rightarrow I$ definida, para todo $(x_1 \cdots x_n) \in I^n$, por:

$$M_f(x_1 \cdots x_n) = f^{-1} \left(\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n f(x_i) \right)$$

Siendo $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua y estrictamente monótona, denominada función generadora de la media. (En este caso, el vector de pesos es tal que $\omega_i = \frac{1}{n} \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}$).

Definición 1.27. Medias generalizadas: Una media generalizada es una función $M_{\alpha, \omega}: I^n \rightarrow I$ definida, para todo $(x_1 \cdots x_n) \in I^n$, por:

$$M_{\alpha, \omega}(x_1 \cdots x_n) = \left(\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot x_i^\alpha \right)^{1/\alpha}$$

Siendo α un parámetro perteneciente a \mathbb{R}^* y $\omega^t = \langle \omega_1, \dots, \omega_n \rangle$ un vector de pesos tal que $\omega_i \in I$ y $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$. (En este caso $f(x) = x^\alpha$).

Dentro de esta familia existen los siguientes operadores (tomando todos ellos un vector de pesos tal que $\omega_i = \frac{1}{n} \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}$).

- Mínimo: $M_{-\infty}(x_1, \dots, x_n) = \text{MIN}(x_1, \dots, x_n)$
- Media armónica: $M_{-1}(x_1, \dots, x_n) = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n}}$
- Media geométrica: $M_0(x_1, \dots, x_n) = (x_1 * \dots * x_n)^{1/n}$
- Media aritmética: $M_1(x_1, \dots, x_n) = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$
- Máximo: $M_{+\infty}(x_1, \dots, x_n) = \text{MAX}(x_1, \dots, x_n)$

Mínimos y máximos ponderados:

Definición 1.28: Se llaman mínimo y máximo ponderado, respectivamente, a las funciones ω -MIN, ω -MAX: $I^n \rightarrow I$ definida, para todo $(x_1 \cdots x_n) \in I^n$, por:

$$\omega - \text{MIN}(x_1, \dots, x_n) = \text{MIN}_{i=1..n}(\text{MAX}(x_i, 1 - \omega_i))$$

$$\omega - \text{MAX}(x_1, \dots, x_n) = \text{MAX}_{i=1..n}(\text{MIN}(x_i, \omega_i))$$

Siendo $\omega^t = \langle \omega_1, \dots, \omega_n \rangle$ un vector de pesos tal que $\text{MAX}_{i=1..n}(\omega_i) = 1$. (Estos operadores son una generalización de los operadores máximo y mínimo, que se pueden obtener cuando $\omega_i = 1 \forall i \in \{1, \dots, n\}$).

Medias cuasi-lineales ordenadas:

Media cuasi-lineal ordenada: La diferencia entre las medias cuasi-lineales y las medias cuasi-lineales ordenadas, es que en estas últimas los pesos no afectan a un determinado criterio, sino a la posición que cada criterio ocupa al ordenarlos, es decir, cada peso ω_i se asocia con el i -ésimo elemento más grande, independientemente de cuál sea éste.

Definición 1.29: Una media cuasi-lineal ordenada es una función $O_{f,\omega}: I^n \rightarrow I$, definida, para todo $(x_1 \cdots x_n) \in I^n$ por:

$$O_{f,\omega}(x_1 \cdots x_n) = f^{-1} \left(\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot f(x_{\sigma(i)}) \right)$$

Donde $\omega^t = \langle \omega_1, \dots, \omega_n \rangle$ un vector de pesos tal que $\omega_i \in I$ y $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ y $\{\sigma(1), \dots, \sigma(n)\}$ es una permutación de $\{1, \dots, n\}$ tal que $x_{\sigma(i)-1} \geq x_{\sigma(i)} \quad \forall i \in 2, \dots, n$

Un caso particular de las medias cuasi-lineales ordenadas son las OWA's, que se definen a continuación.

OWA's (Ordered Weighted Averaging)

Definición 1.30: Una media ponderada ordenada es una función $O_\omega: I^n \rightarrow I$, definida, para todo $(x_1 \cdots x_n) \in I^n$ por:

$$O_\omega(x_1 \cdots x_n) = \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot x_{\sigma(i)}$$

Donde $\omega^t = \langle \omega_1, \dots, \omega_n \rangle$ un vector de pesos tal que $\omega_i \in I$ y $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ y $\{\sigma(1), \dots, \sigma(n)\}$ es una permutación de $\{1, \dots, n\}$ tal que $x_{\sigma(i)-1} \geq x_{\sigma(i)} \quad \forall i \in 2, \dots, n$

Vemos que en este caso es $f(x_{\sigma(i)}) = x_{\sigma(i)}$.

WOWA's (Weighted Ordenated Weighted Averaging): Este operador se construye como una combinación de las medias ponderadas y los operadores OWA.

Definición 1.31: Una WOWA es una función $O_{\omega,p}: I^n \rightarrow I$, definida, para todo $(x_1 \dots x_n) \in I^n$ por:

$$O_{\omega,p}(x_1 \dots x_n) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot x_{\sigma(i)}$$

Donde $\omega^t = \langle \omega_1, \dots, \omega_n \rangle$ y $p^t = \langle p_1, \dots, p_n \rangle$ son vectores tales que $\omega_i, p_i \in I$ y $\sum_{i=1}^n \omega_i = \sum_{i=1}^n p_i = 1$ y $\{\sigma(1), \dots, \sigma(n)\}$ es una permutación de $\{1, \dots, n\}$ tal que $x_{\sigma(i)-1} \geq x_{\sigma(i)} \quad \forall i \in 2, \dots, n$ y los pesos λ_i se definen como

$$\lambda_i = W^* \left(\sum p_{\sigma(j)}_{j \leq i} \right) - W^* \left(\sum p_{\sigma(j)}_{j < i} \right)$$

Con $W^*: I^n \rightarrow I$ una función monótona creciente que interpola los puntos $\left(\frac{i}{n}, \sum_{j \leq i} \omega_j \right)$ junto con el punto $(0,0)$ (cuando sea posible, se exigirá que W^* sea una recta)

Integrales borrosas:

Estos operadores tienen la ventaja de que permiten expresar posibles interacciones entre los criterios a agregar (definidos en el capítulo 2). Se definen a continuación los conceptos de integral discreta de Sugeno y de Choquet.

Las integrales borrosas se basan en la definición de "medida borrosa".

Definición 1.32: Sea $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ un conjunto de criterios, y $P(X)$ el conjunto de todas las partes de X . Una medida borrosa es una función $\beta: P(X) \rightarrow I$, que verifica los dos siguientes axiomas:

- i. $\beta(\emptyset) = 0, \beta(X) = 1$
- ii. Si $A \subseteq B$, entonces $\beta(A) \leq \beta(B)$ para todo $A, B \in P(X)$

Definición 1.33: Sea β una medida borrosa definida sobre un conjunto de criterios $X = \{x_1, \dots, x_n\}$. La integral discreta de Sugeno de n valores a_1, \dots, a_n de $[0,1]$ se define como

$$S_{\mu}(a_1, \dots, a_n) = \bigcup_{i=1}^n (a_{(i)} \cap \beta(A_{(i)}))$$

Siendo $a_{(i)}$, con $i = 1, 2, \dots, n$, una permutación de a_i tal que $a_{(1)} \leq \dots \leq a_{(n)}$ y $A_{(i)}$ el conjunto $\{x_{(1)}, \dots, x_{(n)}\}$ y las operaciones de unión e intersección representadas respectivamente por los operadores máximo y mínimo.

Definición: Sea β una medida borrosa definida sobre un conjunto de criterios $X = \{x_1, \dots, x_n\}$. La integral discreta de Choquet de n valores a_1, \dots, a_n de $[0,1]$ se define como

$$C_{\mu}(a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^n (a_{(i)} - a_{(i-1)}) \cdot \beta(A_{(i)})$$

Con la misma notación que en la definición anterior, y siendo $a_{(0)} = 0$.

Por último debe comentarse que la integral continua de Choquet se puede conseguir sin más que sustituir el sumatorio anterior entre intervalos, por una integral en el dominio de las alternativas.

1.5.3.2- Operadores de comparación

Los puntos de vista más usuales para realizar comparaciones entre conjuntos difusos son [21]:

Medida de la distancia

Son funciones binarias de distancia entre conjuntos \tilde{A} y \tilde{B} , pertenecientes al mismo universo de discurso X .

Este tipo de funciones expresan la no similitud entre conjuntos, por lo que, a mayor similitud, menor distancia.

En general se utiliza la distancia de Minkowski: $d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt[p]{\int_x |\tilde{A}(x) - \tilde{B}(x)|^p dx}$ con $p \geq 1$

Casos particulares de esta distancia son:

- Distancia de Hamming: $d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \int_x |\tilde{A}(x) - \tilde{B}(x)| dx$ con $(p = 1)$
- Distancia euclídea: $d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{\int_x |\tilde{A}(x) - \tilde{B}(x)|^2 dx}$ con $(p = 2)$
- Distancia de Tchebyshev: $d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sup_{x \in X} |\tilde{A}(x) - \tilde{B}(x)|$ con $(p = \infty)$

En donde la integral anterior se puede sustituir por un sumatorio si el universo de discurso es discreto.

Para realizar una medida de la similitud entre conjuntos, utilizando distancias, se pueden utilizar distancias normalizadas, de manera que, para un intervalo $[0,1]$, esta similitud se expresará como $1 - d_n(\tilde{A}, \tilde{B})$.

Índices de igualdad

Se basa en que “dos conjuntos \tilde{A} y \tilde{B} son iguales si $\tilde{A} \subset \tilde{B}$ y $\tilde{B} \subset \tilde{A}$ ”, en donde, para conjuntos difusos, esta igualdad se cumple con un cierto grado de pertenencia, definido como:

$$\mu_{\tilde{A}=\tilde{B}}(x) = \frac{[\tilde{A} \varphi \tilde{B}] \cap [\tilde{B} \varphi \tilde{A}] + [\tilde{A} \varphi \tilde{B}] \cap [\tilde{B} \varphi \tilde{A}]}{2}$$

Siendo el operador intersección modelado como el mínimo, y la función φ como una t-norma continua.

Si lo que quiere es obtenerse un valor representativo único, se puede utilizar uno de los tres métodos siguientes:

- Optimista: $\mu_{\tilde{A}=\tilde{B}}(x)_{Opt} = \sup_{x \in X} \mu_{\tilde{A}=\tilde{B}}(x)$
- Pesimista: $\mu_{\tilde{A}=\tilde{B}}(x)_{Pes} = \inf_{x \in X} \mu_{\tilde{A}=\tilde{B}}(x)$
- Medio: $\mu_{\tilde{A}=\tilde{B}}(x)_{Avg} = \frac{1}{Card(X)} \int_x \mu_{\tilde{A}=\tilde{B}}(x) dx$

Cumpléndose que: $\mu_{\tilde{A}=\tilde{B}}(x)_{Pes} \leq \mu_{\tilde{A}=\tilde{B}}(x)_{Avg} \leq \mu_{\tilde{A}=\tilde{B}}(x)_{Opt}$

Medidas de posibilidad y necesidad

Si utilizamos distribuciones de “posibilidad”, teniendo en cuenta que $A(x)$ se refiere a la posibilidad de que un dato buscado en A sea x . Tenemos que para conjuntos nítidos es:

Definición 1.34. Posibilidad: $Poss(A, B) = \sup_{x \in X} \{\min(A(x), B(x))\}$, que mide la medida en que ambos conjuntos se superponen (son iguales), cumpliéndose que $Poss(A, B) = Poss(B, A)$.

Definición 1.35. Necesidad: $Nec(A, B) = \inf_{x \in X} \{\max(A(x), 1 - B(x))\}$, que mide el grado en el que B está incluido en A (que ambos sean iguales), teniendo en cuenta, que en general $Nec(A, B) \neq Nec(B, A)$.

Se cumple además que $Poss(A, B) + Nec(\neg A, B) = 1$.

Para conjuntos difusos, estos dos conceptos se miden como:

Definición 1.36. Posibilidad: $\Pi(\tilde{A}) = \sup_{x \in X} \{\tilde{A}(x)\}$, en donde Π es una función $\Pi: F(X) \rightarrow [0,1]$ que mide el grado en el que el evento difuso $(\tilde{A}(x), x \in X)$ es posible.

Definición 1.37. Necesidad: $N(\tilde{A}) = \inf_{x \in X} \{\max(\tilde{A}(x), 0)\} = \inf_{x \in X} \{\tilde{A}(x)\}$, en donde N es una función $N: F(X) \rightarrow [0,1]$ que mide la certeza del evento \tilde{A} , es decir, el grado en el que \tilde{A} es cierto.

Para un listado detallado de las propiedades de estos operadores se recomienda consultar [19] y [21]

Medidas de compatibilidad

La compatibilidad mide el grado en el que un conjunto difuso es compatible con otro, si ambos están definidos en el mismo espacio. El resultado es el conjunto difuso de compatibilidad, definido en [0,1].

Puede decirse entonces que la compatibilidad mide el grado en el que \tilde{B} se aproxima a \tilde{A} , siendo mayor, cuanto más próximos sean estos conjuntos.

$$Comp(\tilde{B}, \tilde{A})(u) = \sup_{u = \tilde{A}(x)} \{\tilde{B}(x)\} \quad u \in [0,1]$$

1.6- Modelado lingüístico difuso mediante duplas (2-tuplas)

Como se dijo anteriormente, las variables lingüísticas resultan muy útiles a la hora de relacionar variables cualitativas con valores numéricos, de esta manera, se les pueden aplicar todas las operaciones propias de conjuntos difusos.

Sin embargo, tanto si escogemos modelos de representación clásicos como ordinales de dichas variables lingüísticas, los resultados de las operaciones de agregación pueden ser conjuntos difusos que no corresponden a los conjuntos relacionados con las etiquetas lingüísticas, por lo que es necesario un proceso de aproximación, en el que se hace coincidir el valor del

resultado con el de la etiqueta más cercana, con la consiguiente pérdida de precisión en los resultados [3], [14].

Con objeto de evitar la pérdida de información referente a estas operaciones de aproximación, se utiliza el modelo basado en 2-tuplas lingüísticas, que giran en torno al concepto de “traslación simbólica”.

Supongamos que se escoge un modelo de representación ordinal en el que un conjunto finito de etiquetas totalmente ordenado $S = \{S_i \mid i \in \{0, \dots, g\}\}$ con $S_i \geq S_j$ si $i \geq j$, y con una cardinalidad impar ($Card(S) = g + 1$).

Supongamos también que la semántica de las etiquetas viene definida por funciones de pertenencia triangular y que las etiquetas son igualmente informativas ($S_i = S_{g-i}$).

Si mediante un método de agregación lingüística obtenemos un valor $\beta \in [0, g]$ y $\beta \notin \{0, \dots, g\}$, entonces.

Definición 1.38. Traslación simbólica [3], [14]: Sea β el resultado de la agregación de los índices de un conjunto de etiquetas valoradas sobre un conjunto de términos lingüísticos S , es decir, el resultado de una operación de agregación simbólica $\beta \in [0, g]$. Dados $i = round(\beta)$ y $\alpha = \beta - i$ dos valores tales que $i \in [0, g]$ y $\alpha \in [-0.5, 0.5]$, entonces α es lo que denominamos traslación simbólica.

Según esta definición, la traslación simbólica expresa la diferencia entre la información expresada por β y la etiqueta lingüística S_i más cercana en S , con $i = round(\beta)$ una operación típica de redondeo.

De esta forma, podemos definir una operación de transformación entre términos lingüísticos, o valores numéricos, y 2-tuplas como.

Definición 1.39. Función de transformación [3], [14]: Sea $S = \{S_0, \dots, S_g\}$ un conjunto de términos lingüísticos y $\beta \in [0, g]$ un valor que representa el resultado de una operación de agregación simbólica, la 2-tupla que expresa la información equivalente a β se expresa mediante la siguiente función:

$$\Delta: [0, g] \rightarrow S \times [-0.5, 0.5]$$

$$\Delta(\beta) = (s_i, \alpha) \text{ con } \begin{cases} s_i & i = round(\beta) \\ \alpha = \beta - i & \alpha \in [-0.5, 0.5] \end{cases}$$

Siendo $round(\cdot)$ un operador de redondeo, S_i la etiqueta cuyo índice es el más cercano a β , y α es el valor de la traslación simbólica.

De la misma manera, se puede definir una función inversa como:

Definición 1.40. Función de transformación inversa [3], [14]: Sea $S = \{S_0, \dots, S_g\}$ un conjunto de términos lingüísticos y (s_i, α) una 2-tupla. Existe siempre una función Δ^{-1} tal que aplicada sobre la 2-tupla (s_i, α) , devuelve su valor numérico $\beta \in [0, g]$.

$$\begin{aligned}\Delta^{-1}: S \times [-0.5, 0.5] &\rightarrow [0, g] \\ \Delta^{-1}(s_i, \alpha) &= i + \alpha = \beta\end{aligned}$$

Las dos definiciones anteriores suponen que la conversión de un término lingüístico en una 2-tupla se puede conseguir añadiendo un valor cero como traslación simbólica, es decir $S_i \in S \rightarrow (S_i, 0)$.

1.7- Tratamiento de datos. Operaciones de fuzzificación y defuzzificación

En este último apartado del capítulo se pretende reflexionar sobre el tratamiento de los datos previa y posteriormente a la aplicación de los métodos de solución para problemas de toma de decisión (capítulos 2 y 3).

Así, puede que los datos de entrada de un problema sean de naturaleza heterogénea (números nítidos, conjuntos borrosos y/o variables lingüísticas). En este caso, para poder hallar la solución, o una de las posibles soluciones de dicho problema, será necesario realizar una transformación previa de algunos de los datos de forma que todos ellos posean la misma naturaleza. Generalmente se transforman todos los datos en conjuntos difusos, denominándose la operación a realizar “fuzzificación”.

En el caso de variables lingüísticas, estas ya están asociadas a un conjunto difuso subyacente, por lo que se trabajará con dicho subconjunto, mientras que en el caso de números o valores nítidos, es necesario asignarlos a un conjunto difuso, mediante una función de pertenencia a dicho conjunto [23].

Los límites establecidos para dicha función de pertenencia y la elección del tipo de función, dependen tremendamente del contexto del problema, por lo que no se puede decir que haya un procedimiento sistemático para la fuzzificación. Sin embargo, si se puede decir que es condición necesaria el asignar un valor unidad a la función de pertenencia, cuando la variable se encuentra cercana a su valor nítido.

Las funciones de pertenencia más utilizadas por su facilidad de utilización en aplicaciones prácticas son las triangulares, trapezoidales, y especialmente la función Singleton, todas ellas definidas anteriormente.

Por otra parte, si la solución a nuestro problema resulta ser un conjunto difuso, puede que se requiera un valor nítido o concreto, representativo del conjunto. Será necesario entonces utilizar la operación de “defuzzificación”, que asigna a un conjunto difuso \tilde{A} , un valor nítido z , representativo del mismo. Esta operación hace uso de algunos de los operadores de agregación, como son [23]:

- El operador máximo: $z^* = \{x^* | \mu(x^*) \geq \mu(x)\}, x^*, x \in \tilde{A}$
- El operador centroide: $z^* = \frac{\int_{\tilde{A}} x \cdot \mu(x) dx}{\int_{\tilde{A}} \mu(x) dx}$
- El operador media ponderada: $z^* = \frac{\sum_{\tilde{A}} \bar{x} \cdot \mu(\bar{x})}{\sum_{\tilde{A}} \mu(\bar{x})}$

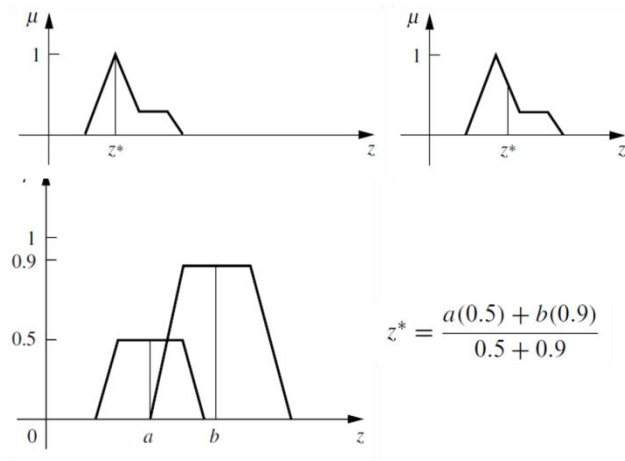


Figura 1. 10: Operadores de defuzzificación, máximo, centroide, y media ponderada

Siendo los dos últimos, casos particulares de las integrales borrosas y medias casi-lineales respectivamente, comentadas anteriormente.

Índice de figuras

Figura 1. 1: Conjuntos, a) Conjunto nítido, b) conjunto difuso	21
Figura 1. 2: Núcleo y soporte de un conjunto difuso normalizado	22
Figura 1. 3: Conjunto difuso convexo, y conjunto difuso no convexo	22
Figura 1. 4: Funciones de pertenencia, a) triangular, b) trapezoidal, c) gaussiana, d) Singleton, e) de campana, f) sigmoide	29
Figura 1. 5: Negaciones, a) negación estándar, b) negaciones de Sugeno y Yager	31
Figura 1. 6: Operaciones de intersección (mínimo) y unión (máximo)	31
Figura 1. 7: Conjuntos difusos, suma y producto difuso, para un α -corte de 0.5	40
Figura 1. 8: Etiquetas de la variable lingüística “rendimiento”, y semántica asociada..	43
Figura 1. 9: Modificadores lingüísticos, a)concentración, b)dilatación, c)intensificación, d)difuminación	46
Figura 1. 10: Operadores de defuzzificación, máximo, centroide, y media ponderada	58

Bibliografía

- [1] Iván Pérez, Betzabeth León, “Lógica difusa para principiantes. Teoría y práctica”, Caracas, 2007.
- [2] <http://www.slideshare.net/mentelibre/conceptos-y-fundamentos-de-lgica-difusa>.
- [3] Francisco J. Cabrerizo Lorite, “Nuevos modelos de toma de decisión en grupo con información lingüística difusa”, ETSIT, Granada, 2008.
- [4] Tomás Arredondo Vidal, “Introducción a la lógica difusa”, Chile, 2009.
- [5] Sergio Donoso Salgado, “Análisis de Regresión Difusa: Nuevos Enfoques y aplicaciones”, Granada ,2006.
- [6] David Riaño, Vicenç Torra, “Control temporal difuso”, ETSE, URV, Tarragona, 2004.
- [7] Daniel Reina, “Fundamentos de matemática difusa”, Fundación universitaria Konrad Lorenz, 2008.
- [8] <http://www.lcc.uma.es/~eva/aic/apuntes/fuzzy.pdf>

- [9] J. Galindo Gómez, "Conjuntos y sistemas difusos. (Lógica difusa y aplicaciones)", ETSI Informática, Universidad de Málaga, 2002.
- [10] <http://www.dma.fi.upm.es/java/fuzzy/tutfuzzy/contenido7ff.html>
- [11] <http://www.dma.fi.upm.es/java/fuzzy/tutfuzzy/contenido8ff.html>
- [12] <http://www.dma.fi.upm.es/java/fuzzy/tutfuzzy/contenido9ff.html>
- [13] Samuel Oporto Díaz, "Operaciones en conjuntos difusos", Lima, 2005.
- [14] Luis Martínez López, "Un nuevo modelo de representación de información lingüística basado en 2-tuplas para la agregación de preferencias lingüísticas", Granada, 1999.
- [15] Vicenç Torra, "Negation functions based semantics for ordered linguistic labels", Dto. Ingeniería informática, ETSE Rovira i Virgili, Tarragona.
- [16] Susana Cubillo, "Contribución al estudio de la lógica y de los condicionales borrosos", Dto. I.A., Facultad de Informática, UPM, Madrid 1993.
- [17] Aïda Valls, Vicenç Torra, "Discretización de atributos cuantitativos en sistemas basados en el conocimiento", Dto. Ingeniería informática, ETSE Rovira i Virgili, Tarragona.
- [18] Ana Pradera Gómez, "Contribución al estudio de la agregación de información en un entorno borroso", Dto. I.A., UPM, 1999.
- [19] H. J. Zimmerman, "Fuzzy sets, decision making, and expert systems", Boston 1987.
- [20] <http://sci2s.ugr.es/docencia/doctoSCTID/FSIII-Numerosyvariableslinguisticas.pdf>
- [21] <http://www.lcc.uma.es/~ppgg/FSS/FSS2.pdf>
- [22] Minga Becerra P.V., Mora Terán G.R., "Herramientas para la evaluación de perfiles de proyectos de investigación científica utilizando lógica difusa", E.P.N., Quito 2008.
- [23] Timothy J. Ross, "Fuzzy logic with engineering applications", Universidad de Nuevo Méjico, 2004.
- [24] <http://www.lcc.uma.es/~eva/aic/apuntes/fuzzy.pdf>

[25] G. A. Clavijo Méndez, M. P. Enríquez Criollo, “Control lógico difuso: Modelo de control de inventario aplicado a una fábrica de producción”, Escuela politécnica Nacional, Quito, 2008.

Capítulo 2. Teoría de la toma de decisión

2.1- Introducción a la teoría de la decisión y la necesidad de conjuntos difusos

El problema de la toma de decisión es para el ser humano un ejercicio que se realiza (a semejanza de la respiración) constantemente, a veces de manera consciente, a veces de manera automática. En un mundo en que los recursos son limitados, la teoría de la decisión pretende dotar al ser humano de herramientas para conseguir, de entre un conjunto de alternativas posibles, la mejor de ellas, o bien, la que mejor satisfaga los requerimientos impuestos.

Algunos autores dan las siguientes definiciones de decisión [1]:

Fremont E. Kast: “Decidir significa adoptar una posición. Implica dos o más alternativas bajo consideración, y la persona que decide tendrá que elegir entre ellas”.

Moody: “Es una acción que se toma cuando ya no hay más tiempo para recoger información”.

Stephen P. Robbins: “Forma en la que el hombre se comporta y actúa conforme a maximizar u optimizar cierto resultado, las decisiones se toman como reacción ante un problema. Existe una discrepancia entre el estado normal de las cosas y el estado deseado la cual requiere que se considere otros cursos de acción”.

Por su parte, algunas definiciones para toma de decisión, según el método utilizado, son:

Idalberto Chiavenato: “La toma de decisiones es el proceso de análisis y escogencia entre diversas alternativas para escoger un curso a seguir”.

Samuel C. Certo: “La toma de decisiones es la mejor elección de la mejor alternativa con el fin de alcanzar unos objetivos, basándose en la probabilidad”.

Freeman Gilbert Jr.: “La toma de decisiones es el proceso para identificar y seleccionar un curso de acción, está enfocado bajo los parámetros de la teoría de juegos y del caos”.

Así, se puede decir que la toma de decisión, es una elección consciente y racional, orientada a conseguir un objetivo que se realiza entre diversas posibilidades de actuación (o alternativas). Por tanto, antes de tomar cualquier decisión, deberemos calcular cuál será el resultado de escoger dicha alternativa de manera que, en función de las consecuencias previsibles para cada alternativa, se tomará una decisión [2].

Si el cálculo anteriormente mencionado se resuelve mediante métodos cuantitativos, estos proporcionan buenos resultados siempre que la información recibida sea precisa y numérica (información cuantitativa). Sin embargo, el ser humano, generalmente trata con información vaga e imprecisa en donde un decisor puede expresar sus preferencias entre varias alternativas, pero le resulta difícil cuantificar dicho grado de preferencia, o realizar esta cuantificación sin inconsistencias matemáticas.

Además, es ampliamente reconocido que muchas decisiones hechas en el mundo real, tienen lugar en un ambiente en el que las metas y restricciones, debido a su complejidad, no son conocidas con precisión, y así, el problema no puede ser definido exactamente o representado con precisión en un conjunto nítido (Bellman y Zadeh, 1970).

Para tratar con este tipo de información, cualitativa e imprecisa, o incluso con problemas estructurados, Zadeh (1965) sugirió el empleo de la teoría de conjuntos difusos, como una herramienta de modelado para sistemas complejos, que puede ser controlado por humanos, pero es difícil de definir con exactitud [3].

2.1.1- Elementos y etapas que componen un problema de decisión

Antes de continuar, es necesario dotar al problema de una estructura formal, por lo que a continuación se identifican los elementos que componen un problema de toma de decisión y se definen una serie de conceptos básicos.

2.1.1.1- Elementos del problema de toma de decisión [4]. [5]. [6]. [7]:

- Decisor o decisores: Persona o personas que ha de tomar una decisión cualquiera, y de quienes se da por supuestas sus preferencias.

- Analista: La figura del analista es la encargada de modelizar la situación concreta y que, eventualmente, hace las recomendaciones relativas a la selección final, limitándose a reconocer las preferencias del decisor y tratarlas de la forma más objetiva posible.
- Alternativas: Conjunto de soluciones o acciones entre las que puede elegir el decisor.
- Atributo: Valor, medible independientemente de los deseos del decisor y susceptible de ser representado como función de las variables de decisión, con el que el decisor se enfrenta a un problema decisional.
- Objetivo: Direcciones de mejora a las que deben encaminarse los atributos (maximización o “cuanto más mejor” y minimización o “cuanto menos mejor”)
- Nivel de aspiración: Es el nivel de logro de un atributo que se considera aceptable (puede decirse que $ATRIBUTOS + VARIABLES DE DESVIACIÓN = NIVEL DE ASPIRACIÓN$).
- Meta: Es la combinación de nivel de aspiración y atributo.
- Criterio: Término genérico que hace referencia de manera indistinta a atributos, metas u objetivos, considerados relevantes en un problema de toma de decisión.
- Pesos: Los pesos, o ponderaciones, representan una medida cuantitativa de las preferencias de los decisores.
- Matriz de decisión: Aunque existen diferentes técnicas a la hora de comparar las distintas alternativas en
 - problemas multicriterio (tales como árboles de decisión, teoría de redes, programación lineal, etc. [1]), la matriz de decisión es un instrumento muy utilizado en los métodos de toma de decisión. Se basa en la ordenación de las preferencias en las que el decisor asigna a cada alternativa (A_i), ordenado por filas, una valoración numérica o simbólica (x_{ij}) de cada uno de sus criterios ordenados por columnas (C_j).
- Optimalidad o eficiencia paretiana: En 1896, el economista Vilfredo Pareto introdujo un criterio de optimalidad, que postulaba que una colectividad se encuentra en estado óptimo si ninguna persona de esta colectividad puede mejorar su situación sin que empeore la situación de alguna otra persona de la misma. Este concepto de optimalidad, también llamado “eficiencia paretiana”, es fácilmente trasladable a la teoría de la decisión multicriterio, de manera que se puede decir lo siguiente. “Un conjunto de soluciones es eficiente (pareto-óptima) cuando está formada por soluciones factibles (que cumplen las restricciones), tales que no existe otra solución factible que proporcione una mejora en un atributo sin producir el empeoramiento de al menos otro de los atributos”. Puede decirse que la mayoría de métodos de toma de decisión multicriterio, tienen como condición implícita esta eficiencia paretiana.

2.1.1.2- Etapas en un proceso de toma de decisión multicriterio:

Aunque existen algunas variaciones según el modelo utilizado (racionalidad, racionalidad limitada, favorito implícito, etc. [1]), la resolución de problemas, dentro de la cual está inserto el proceso de toma de decisión en problemas multicriterio son [8], [6]:

- Estructuración del problema de decisión
 - Definición del problema
 - Identificación de alternativas
 - Determinación de criterios
- Análisis del problema de decisión
 - Evaluación de alternativas
 - Elección de una opción u ordenación de alternativas
- Implementación de la decisión
- Evaluación de los resultados

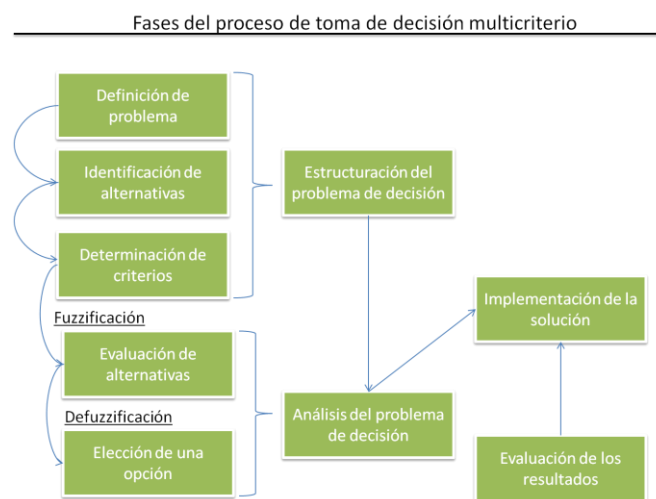


Figura 2. 1: Fases del proceso de toma de decisión

Dependiendo de la naturaleza de las variables de entrada y del resultado en la fase de análisis del problema de decisión, puede ser necesario incluir en esta fase las operaciones de fuzzificación y defuzzificación. Así, si en nuestras variables de entrada existen valores numéricos concretos junto con valores definidos mediante conjuntos borrosos, será necesario un proceso mediante el cual poder asignar a las variables definidas con un número concreto, un grado de pertenencia a un conjunto difuso (fuzzificación).

Por otra parte, si el resultado de la fase de análisis es un conjunto difuso y lo que se pretende conseguir es un valor concreto, se realizan la operación de defuzzificación mediante operadores de agregación (definidos en Cap. 1, aptdo. 1.7).

2.1.2- Clasificación de los problemas de decisión

La teoría de la toma de decisión es una rama de conocimiento muy amplia, y que ha experimentado una gran expansión en los últimos treinta años, por lo que los problemas de toma de decisión se pueden clasificar desde múltiples puntos de vista.

Algunos de estos enfoques son:

2.1.2.1- Atendiendo a la información del entorno

Podemos encontrar básicamente tres situaciones [4], [6], [8]:

Ambiente de certeza: En esta situación, el decisor se mueve en un entorno de conocimiento completo de las distintas alternativas, y de las consecuencias de la elección de una alternativa según un estado de la naturaleza dado.

Ambiente de riesgo: Se define como aquella situación en la que no existe certeza sobre el resultado de la decisión, aunque se conoce al menos la probabilidad de ocurrencia de los distintos resultados alternativos (F. Kgniht 1921)

Ambiente de incertidumbre: En este tipo de situaciones se desconoce tanto las consecuencias de una elección, como las probabilidades objetivas de ocurrencia de los diferentes resultados alternativos. En este caso no poseemos información sobre el entorno.

Dentro del ambiente de incertidumbre, podemos encontrar [2], [4]:

Decisiones no competitivas: En estas situaciones, o bien hay un único decisor, o en el grupo de decisores no hay oposición en cuanto a la estrategia a seguir, o decisión a tomar (en este aspecto, la teoría de la elección social estudia y propone criterios para agregar funciones individuales de decisión en una sola función de elección social).

Decisiones competitivas: Una herramienta tremendamente poderosa para estudiar este tipo de situaciones (que podemos denominar estratégicas) es la "teoría de juegos". La teoría de juegos supone que en la decisión intervienen pocos individuos con información diferente, y generalmente incompleta, de manera que la decisión de uno de estos individuos, se verá condicionada por las decisiones del resto y por la información contextual. Pueden darse dos situaciones genéricas:

- Conflicto puro: Las ganancias de un “jugador”, son pérdidas para el otro (juego bipersonal, de suma cero).
- Conflicto mixto y de cooperación: Quienes deciden pueden llegar a acuerdos o colaborar para mejorar sus resultados, aunque ambos arriesguen en el juego (juego cooperativo, o de suma no cero).

2.1.2.2- Atendiendo a la tipología de las situaciones

Podemos encontrar los siguientes tipos de situaciones [1], [8]:

Situaciones programables: En este tipo de situaciones, las decisiones se toman de acuerdo a políticas, reglas o procedimientos previamente acordados.

Se caracterizan por:

- Estar bien definidos
- Ser rutinarios
- Tener información adecuada
- Existir gran cantidad de reglas para seleccionar las alternativas.

Situaciones no programables: En este tipo de situaciones, el problema a tratar, o bien no se ha presentado con una regularidad suficiente para haber creado normativas o políticas de decisión concretas, o bien es lo suficientemente importante como para requerir un tratamiento especial.

Presentan todas o varias de las características siguientes:

- No ser bien definidos
- No ser rutinarios
- No tener información adecuada
- No tener tantas reglas para seleccionar alternativas
- El criterio utilizado es de tipo subjetivo (sentido común), mayormente usado en procesos de simulación.
- Poseer una extensa base de datos, en muchos casos se hace tedioso el procesamiento de la información.
- Presencia de altos costes.

2.1.2.3- Atendiendo al número de decisores

Uni-personal: El centro decisor es una sola entidad, física o jurídica.

En grupo (en el sentido de la teoría de la elección social): Si el centro decisor está formado por más de una entidad.

2.1.2.4- Atendiendo a la naturaleza de las alternativas

Continuo: El conjunto de alternativas es infinito no numerable. Este tipo de problemas da lugar a una rama de la teoría de la toma de decisión multicriterio, denominada “toma de decisión multiobjetivo” (Multi Objective Decision Making), muy relacionado con los problemas de optimización.

Discreto: El conjunto de alternativas es finito. Este tipo de problemas da lugar en la teoría de toma de decisión multicriterio, a otra rama, denominada “toma de decisión multiatributo” (Multi Attribute Decision Making).

2.1.2.5- Atendiendo a la naturaleza del modelo utilizado

Los modelos de toma de decisión se pueden dividir en tres grandes grupos [1], [4], [9]:

Modelos normativos: Estos modelos se están fundamentados en la “teoría de la utilidad subjetiva esperada” (Subjective Expected Utility; Von Newman y Morgensten, 1944; Savage 1954), que da paso a la “teoría de la utilidad multiatributo” (Multi-Attribute Utility Theory), en donde una serie de axiomas de consistencia lógica describen cómo debería tomar la decisión un decisor ideal (totalmente racional) siendo modelos cerrados en los que no se consideran las preferencias del decisor, ni el contexto de la decisión.

La elección racional por tanto, será aquella que maximice lo que se denomina función de utilidad, es decir, una función que asocia un valor real a cada alternativa.

Modelos descriptivos: Los modelos anteriores, poseían el atractivo de ser totalmente coherentes en términos lógicos, sin embargo, múltiples experimentos (Allais 1953) demuestran que en el mundo real se violan los axiomas de racionalidad de la teoría de la utilidad subjetiva esperada (SEU) con mucha frecuencia. Los modelos descriptivos por tanto, tienen como fin describir cómo se realiza de hecho el proceso de toma de decisión, más que cómo debería realizarse, y están basados en el concepto de racionalidad limitada (Simon 1955; Rubinstein 1998; Gigerenzer y Selten, 2000; Todd y Gigerenzer, 2003), en donde se asume que la capacidad de razonamiento del decisor, así como la cantidad de información que puede reunir, es limitada.

Estos modelos son abiertos, por lo que en la fase de análisis del proceso de toma de decisión, se incluyen las preferencias de los decisores y el contexto en el que se toman las decisiones. El no cumplimiento de algunos axiomas de la SEU implica que no se podrían realizar ordenaciones completas de las preferencias del decisor, sino que a lo más que se puede aspirar es a ordenaciones parciales por lo que la maximización de la utilidad esperada no es posible.

Algunos autores, como Simon, proponen sustituir la función de utilidad escalar (propia del SEU) por una función vectorial de manera que en vez de maximizar la utilidad en nuestra elección, escogemos un vector cuyos valores “satisfagan” unos niveles de aspiración prefijados.

Otros autores, entre los que se encuentra Bernhard Roy, proponen el concepto de “sobreclasificación” (outranking).

Este concepto es descrito por Vincke (1986) de la siguiente forma: “El principio del enfoque de sobreclasificación es trabajar con conjuntos de pares de alternativas (en vez de trabajar con el conjunto de alternativas completo) para obtener una relación binaria de alternativas (en vez de una función desde ese conjunto al dominio de los números reales)”.

En las relaciones de sobreclasificación, la afirmación “A sobreclasifica a B”, es cierta si los argumentos a favor de A (para todos los criterios) son significativos, mientras que los argumentos en contra no son demasiado fuertes.

Modelos prescriptivos: Estos modelos son un punto medio entre los dos extremos anteriores, que admiten la racionalidad limitada del decisor y poseen tanto versiones de optimización, como de satisfacción de criterios. Su fin último es servir de ayuda al decisor para mejorar el proceso de decisión.

Por último debe apuntarse que los métodos de sobreclasificación suelen denominarse “de la escuela europea”, mientras que los métodos que siguen la teoría de la utilidad multiatributo (MAUT) se suelen denominar, “de la escuela americana”.

2.2- Métodos clásicos de toma de decisión

En este apartado se describen los métodos de toma de decisión clásicos más conocidos, siendo el objetivo de este apartado ofrecer, no una visión exhaustiva, sino general de la pluralidad de enfoques que existen. Basaremos la clasificación en métodos multiobjetivo (optimización multiobjetivo y programación por metas), [5], [8], [10], y métodos multiatributo, [6], [8], [11], [16], [17], [19].

2.2.1- Métodos de optimización multiobjetivo

Dado que el conjunto de alternativas de estos tipos de problemas de decisión es infinito, la resolución de estos problemas se aborda desde dos puntos de vista:

Generación de soluciones (alternativas) óptimas: En este enfoque se segregan las soluciones en dos grupos, las soluciones óptimas o pareto-eficientes, y las soluciones dominadas, excluyendo estas últimas. Esta selección se puede realizar en un sentido de maximización (del tipo << cuanto más del atributo mejor>>), o en un sentido de minimización (del tipo <<cuanto menos del atributo mejor>>).

Es de destacar estos métodos se desarrollan sin incorporar al análisis ninguna información sobre las preferencias del decisor.

Programación por compromiso: Este enfoque se basa en encontrar la solución que más se aproxime a la solución ideal utilizando diferentes métricas para calcular la distancia a dichas soluciones. Tiene la particularidad de dar mayor o menor importancia a las preferencias del centro decisor, como se verá en este mismo apartado.

2.2.1.1- Técnicas generadoras del conjunto eficiente

2.2.1.1.1- Método de las ponderaciones

La formulación para un problema con n objetivos es:

$$\text{Max} \sum_{i=1}^n \lambda_i f_i(x)$$

Sujeto a

$$\begin{aligned} x &\in F \\ \lambda_i &\geq 0 \end{aligned}$$

En donde:

- $f_i(x)$: son las funciones objetivo
- λ_i : son los componentes de un vector de pesos que tomaremos como parámetros
- x : es el vector de variables de decisión (valores de las alternativas)
- F : es el conjunto de restricciones del problema (generalmente lineales)

El método consiste en agregar las funciones objetivo, multiplicadas por un peso o factor no negativo, que actuará de parámetro, para después optimizar dicha función ponderada y agregada.

Modificando el vector de pesos vamos aproximando el conjunto de soluciones, así, cada vector de pesos nos dará un elemento del conjunto eficiente, siempre y cuando las componentes de este vector sean estrictamente positivas ($\lambda > 0$).

2.2.1.1.2- Método de las restricciones

En un problema con n objetivos, este método optimiza uno de estos objetivos, considerando el resto de los mismos como restricciones paramétricas.

Tendremos pues, que para un problema con n objetivos a maximizar, para cada objetivo será:

$$\text{Max } f_j(x)$$

Sujeto a

$$f_i(x) \geq H_i \quad \text{con } i = 1, \dots, j-1, j+1, \dots, n \\ x \in F$$

Así, variando los valores de H_i (restricciones paramétricas), vamos obteniendo las soluciones del conjunto eficiente, siempre que las restricciones sean activas en el óptimo.

2.2.1.1.3- Método simplex multicriterio

Este algoritmo se basa en que, en los problemas de programación lineal (PPL), el conjunto de soluciones factible es una especie de poliedro, en donde los valores mínimos (o máximos) de las funciones lineales se encuentran en los vértices de dicho poliedro.

En su forma matricial, un problema de n objetivos se puede escribir de la siguiente forma:

$$\text{min } cx$$

Sujeto a

$$Ax = b \\ x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, n$$

En donde:

- $\mathbf{c}\mathbf{x}$: es la función de costes a minimizar
- $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$: es el conjunto de restricciones, siendo $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ es una matriz de rango m y $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$

Este método se basa en seleccionar un conjunto de variables x_i ($i = 1, \dots, m$) tales que satisfagan las restricciones (variables básicas) y estimar si el coste que proporcionan es, o no es, el mínimo posible. Si este coste resulta ser mínimo, hemos encontrado el vector solución, sino, el algoritmo simplex varía de una en una las variables básicas de manera que una variable básica deja de serlo (variable saliente) para seleccionar otra variable no básica que pasa a serlo (variable entrante). Este procedimiento iterativo, que equivale a comprobar la optimalidad de todos los puntos de esquina termina cuando se encuentra el conjunto óptimo, si es que existe.

Hay que remarcar que este método solo es útil en sistemas de tamaño reducido (número de objetivos inferior a cinco y número de restricciones y variables no superior a cien).

2.2.1.1.4- Programación por compromiso

El primer paso consiste en calcular las coordenadas de lo que se denomina el punto o alternativa ideal, que generalmente es inalcanzable debido a los conflictos entre objetivos y que se puede describir como:

$$\mathbf{f}^* = (f_1^*, \dots, f_i^*, \dots, f_n^*)$$

Con:

$$f_i^* = \max f_i(\mathbf{x})$$

Sujeto a

$$\mathbf{x} \in F$$

Es decir, que cada coordenada (denominada “punto de ancla”) es el valor del óptimo para cada objetivo, tal que cumple con las restricciones impuestas.

Al no ser este punto alcanzable, la solución óptima de compromiso será aquella que más se acerque al punto ideal según una distancia definida por una métrica dada, de manera que para dos soluciones f_1 y f_2 se elegirá aquella, cuya distancia al punto ideal sea menor.

Debido a que los objetivos suelen tener unidades de medida diferentes, para evitar interpretaciones erróneas, se suelen normalizar las

mismas, por tanto, para un objetivo j , su distancia al correspondiente punto de ancla, será:

$$d_j = \frac{|f_j^* - f_j(\mathbf{x})|}{|f_j^* - f_{*j}|}$$

Siendo f_{*j} el valor más alejado posible del valor ideal, para dicho objetivo.

Si representamos por W_j las preferencias del centro decisor para el j -ésimo objetivo, el problema de programación por compromiso, se puede expresar como sigue:

$$\min L_\pi = \left[\sum_{j=1}^n W_j^\pi \left[\frac{|f_j^* - f_j(\mathbf{x})|}{|f_j^* - f_{*j}|} \right]^\pi \right]^{1/\pi}$$

Sujeto a

$$\mathbf{x} \in F$$

El parámetro π define la métrica a utilizar en cada caso (al igual que el parámetro p en los operadores de comparación, Cap. 1, aptdo. 1.5.3.2)

Así, para los casos L_1 y L_∞ se tienen respectivamente los siguientes problemas de programación lineal:

$$\min L_1 = \sum_{j=1}^n W_j \frac{|f_j^* - f_j(\mathbf{x})|}{|f_j^* - f_{*j}|}$$

Sujeto a

$$\mathbf{x} \in F$$

En donde la maximización de la función objetivo es equivalente a maximizar la siguiente función:

$$\max \sum_{j=1}^n W_j \frac{|f_j(\mathbf{x})|}{|f_j^* - f_{*j}|} = \max \sum_{j=1}^n \alpha_j f_j(\mathbf{x})$$

Con

$$\alpha_j = W_j / (f_j^* - f_{*j})$$

Puede decirse que la solución L_1 maximiza la suma ponderada de los logros de cada objetivo, por lo que produciría el punto, de máxima eficiencia, pero pudiendo estar fuertemente desequilibrado.

Para L_∞ se minimiza la máxima desviación entre todas las desviaciones individuales, es decir, que solo se tiene en cuenta la mayor de todas ellas. La mejor solución de compromiso, se obtendrá resolviendo el problema de programación lineal:

$$\min L_\infty = D$$

Sujeto a

$$\alpha_1(f_1^* - f_1(\mathbf{x})) \leq D$$

$$\vdots$$

$$\alpha_n(f_n^* - f_n(\mathbf{x})) \leq D$$

Una característica importante del punto L_∞ es que se cumple lo siguiente:

$$\alpha_1(f_1^* - f_1(\mathbf{x})) = \dots = \alpha_i(f_i^* - f_i(\mathbf{x})) = \dots = \alpha_n(f_n^* - f_n(\mathbf{x}))$$

Es decir, que las discrepancias ponderadas y normalizadas entre el valor alcanzado por cada objetivo y su ideal son iguales, por lo que se dice que es una solución equilibrada. En este caso pesa más el equilibrio que la eficiencia de la solución.

Finalmente, se debe destacar, que si se utiliza una métrica diferente a la proporcionada por L_1 o L_∞ es necesario utilizar algoritmos de programación no lineal en la búsqueda de la mejor solución de compromiso, lo que complica el proceso de cálculo. Sin embargo, si el problema solo posee dos objetivos, según demostró Yu (1973), el conjunto de soluciones eficientes posee un subconjunto de soluciones (denominadas por Zeleny "conjunto de compromiso") acotadas por los puntos L_1 y L_∞ . Si el contexto contiene más de dos objetivos, pueden existir soluciones de compromiso que no pertenezcan al intervalo cerrado $[L_1, L_\infty]$, aunque estos casos son muy extraños.

2.2.1.2- Programación por metas (métodos satisficentes)

Este enfoque de los métodos de toma de decisión multiobjetivo, está basado en las idea de racionalidad limitada y en el enfoque de métodos satisficentes apuntado por Simon y brevemente descrito en el apartado 2.1.2.1.

Así, estos métodos justifican su existencia en base a la dificultad o imposibilidad de resolución de los métodos anteriormente expuestos en los casos en los que existe un número elevado de objetivos (en donde el coste computacional puede ser demasiado elevado, o simplemente el conjunto de soluciones factibles está vacío, por lo que no existe solución factible) o cuando existe falta de información, siendo imposible construir la función objetivo que maximizar.

La clave de los métodos de programación por metas se basa en el concepto de nivel de aspiración y en la formulación matemática de estas metas a través de los mencionados niveles de aspiración que pretenden ser flexibles frente al concepto rígido de desigualdad de los problemas de optimización. De esta manera, mientras que una desigualdad debe ser cumplida para que exista una solución factible, los niveles de aspiración de las metas pueden ser cumplidos en mayor o menor grado dependiendo de sus niveles de aspiración, es decir:

$$\begin{aligned} \text{meta} &\leq \text{nivel de aspiración} \rightarrow \text{atributo} + \text{variable de desviación} \\ &= \text{nivel de aspiración} \end{aligned}$$

Por tanto, la meta i -ésima se formulará matemáticamente como:

$$f_i(x) + n_i - p_i = t_i$$

En donde $f_i(x)$ representa el atributo i -ésimo, y t_i representa el nivel de aspiración asociado a ese atributo, mientras que n_i es la variable de desviación negativa, que cuantifica la falta de logro de un atributo del tipo << cuanto más mejor>>.

Por su parte p_i es la variable de desviación positiva, y juega el papel contrario a n_i , es decir, representa el exceso de logro de un atributo del tipo << cuanto menos mejor>>.

Una vez definidos los conceptos anteriores se introduce el concepto de variables de desviación no deseada. Dada una variable de desviación, se dice que ésta es no deseada si al centro decisor le conviene que alcance su menor valor (es decir cero). Por tanto, si el objetivo de un atributo es su maximización, la variable de desviación no deseada será en este caso n_i ; Por

el contrario, si se desea que el atributo sea minimizado, la variable de desviación no deseada, será p_i .

Un tercer caso es aquel en el que se desea alcanzar el nivel de aspiración exacto, en este caso tanto n_i como p_i serán variables de desviación no deseadas.

El objetivo de la programación por metas es el de la minimización de las variables de desviación no deseadas. Esta minimización se puede realizar de varias maneras, lo que da lugar a distintos métodos, entre los que se destacan los siguientes:

2.2.1.2.1- Programación por metas ponderadas

En este método se agregan en una función objetivo todas las variables de desviación no deseadas previamente ponderadas, de forma que el problema se puede modelizar como sigue:

$$\min \sum_{i=1}^m (\alpha_i n_i + \beta_i p_i)$$

Sujeto a:

$$f_i(\mathbf{x}) + n_i - p_i = t_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &\in \mathbf{F} \\ \mathbf{x} &> \mathbf{0} \quad \mathbf{n} > \mathbf{0} \quad \mathbf{p} > \mathbf{0} \end{aligned}$$

En donde α_i y β_i son unos pesos o factores de ponderación tales que β_i tomará el valor cero si el atributo i -ésimo quiere ser maximizado, mientras que α_i se anulará si se quiere minimizar dicho atributo.

2.2.1.2.2- Programación por metas lexicográficas

Este enfoque utiliza el concepto de pesos excluyentes, de manera que las metas se distribuyen en orden de importancia en un vector denominado "función de logro" en el que el orden estricto de las metas define su importancia, siendo las primeras inconmensurablemente más importantes que las últimas. La función de logro posee la forma: $Lex \min a = [h_1(\mathbf{n}, \mathbf{p}), h_2(\mathbf{n}, \mathbf{p}), \dots, h_q(\mathbf{n}, \mathbf{p})] = [a_1, a_2, \dots, a_q]$, pudiéndose describir el modelo de programación por metas lexicográfica como:

$$\text{Lex min } a = [a_1, a_2, \dots, a_q]$$

Sujeto a:

$$f_i(\mathbf{x}) + n_i - p_i = t_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &\in \mathbf{F} \\ \mathbf{x} &> \mathbf{0} \quad \mathbf{n} > \mathbf{0} \quad \mathbf{p} > \mathbf{0} \end{aligned}$$

De esta manera, la resolución de este método tienen la particularidad de que no puede ser resuelta directamente por el método simplex, en una sola etapa, sino que se realiza en q etapas en las que el objetivo es conseguir el valor mínimo de cada una de las componentes del vector función de logro.

Para cada componente de la función logro, siguiendo un orden creciente de la primera componente a la última, se realiza la optimización de cada una de dichas componentes mediante un problema de programación lineal (PPL) sujeto a las restricciones de manera que una vez resuelto un PPL, el siguiente optimizará la componente correspondiente, respetando el valor alcanzado en todas las etapas anteriores. El proceso terminará al optimizar la última componente de la función de logro.

2.2.1.2.3- Programación por metas MINIMAX o de Tchebyshev

Este método busca minimizar la máxima desviación entre todas las posibles desviaciones, pudiendo describirse matemáticamente como:

$$\min D$$

Sujeto a:

$$\alpha_i n_i + \beta_i p_i \leq D$$

$$f_i(\mathbf{x}) + n_i - p_i = t_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &\in \mathbf{F} \\ \mathbf{x} &> \mathbf{0} \quad \mathbf{n} > \mathbf{0} \quad \mathbf{p} > \mathbf{0} \end{aligned}$$

De esta forma, este método proporciona una solución que se puede describir como más equilibrada que el resto de variantes de la programación por metas en el mismo sentido que el problema de programación por compromiso con L_∞ , presentando con este cierta similitud formal.

2.2.1.2.4- Comentarios sobre la programación por metas

Pese al éxito operativo de este enfoque, existe un número de autores que señalan la existencia de algunas posibles debilidades del mismo, más

relacionadas con la automatización de su uso, que con su lógica interna. Entre estas debilidades destacan:

- La solución generada por este enfoque puede no ser pareto-óptima, por lo que es necesario el uso de técnicas de comprobación de la eficiencia y de restauración de la misma en caso de ser necesario.
- Las soluciones generadas por este enfoque pueden ser equivalentes a las generadas por los modelos tradicionales, basados en un único criterio.
- Si se utiliza de manera errónea un modelo basado en metas lexicográficas, de manera que se formula la función de logro como un escalar, en vez de como un vector, los resultados carecen de sentido y obtienen conclusiones erróneas.
- Pueden surgir problemas si se omite una variable de desviación en la formulación de una meta.
- Si se consideran de manera innecesaria tanto desviaciones positivas como negativas de manera mecánica, pueden surgir problemas.
- Una excesiva priorización de las metas en un modelo lexicográfico puede generar metas redundantes, es decir, que sean innecesarias en proceso de optimización lexicográfica.

2.2.2- Métodos basados en la teoría de la decisión multiatributo

2.2.2.1- Métodos de utilidad multiatributo

Estos métodos consisten en la maximización de la ya mencionada función de utilidad (si el ambiente no es de incertidumbre y el problema es discreto, se suele llamar a esta función, función de valor). Esta función agrega las preferencias del decisor, obteniendo una cuantificación denominada utilidad, o valor en su caso, de manera que la mejor alternativa será aquella que maximice o minimice dicha utilidad o valor.

2.2.2.1.1- Método de la suma ponderada (Weighted Sum Method)

Si nos centramos en la función de valor v , este método supone que dicha función se puede descomponer y asimilar a un modelo aditivo.

De esta forma, si mediante una matriz de valoración en la que existen i alternativas y j criterios, asignamos para cada par alternativa-criterio un valor que represente el grado de cumplimiento de cada criterio en cada alternativa (r_{ij}), siendo este un número real y normalizado (para evitar sesgos debido a las escalas), tendremos la siguiente función de valor para cada alternativa A_i :

$$v(A_i) = \frac{\sum_{j=1}^n w_j r_{ij}}{\sum_{j=1}^n w_j}$$

En donde w_j representa el peso del criterio j .

Así, mediante una ordenación total de las alternativas, según los valores de $v(A_i)$, se obtiene la mejor alternativa como la que tenga un mayor o menor valor, dependiendo de si se quiere maximizar o minimizar dicha función.

2.2.2.1.2- Método del producto ponderado (Weighted Product Method)

El enfoque de este método es el mismo que el de las sumas ponderadas, con la diferencia de que en este caso, el operador de agregación es de tipo multiplicativo, de manera que la comparación entre dos alternativas A_k y A_l se realiza según unos ratios definidos como:

$$R(A_k/A_l) = \sum_{j=1}^n (r_{kj}/r_{lj})^{w_j}$$

En el caso de buscarse su maximización, la mejor alternativa será aquella que posea los ratios más altos en relación al resto de alternativas.

2.2.2.1.3- El proceso analítico jerárquico (Analytic Hierarchy Process)

Desarrollado por Saaty (1980), el método consiste en dividir un problema complejo y poco estructurado en problemas más sencillos, estructurados según una jerarquía en la que los niveles superiores están relacionados con aspectos más generales, siendo los niveles inferiores aspectos más concretos.

De esta forma, en el nivel superior se encuentra la meta principal del problema y en los niveles inferiores las alternativas, estando en el nivel intermedio los criterios, que pueden a su vez dividirse en subcriterios.

Se puede decir que este método consta de cuatro etapas básicamente:

1º Modelización: En esta etapa se concretan, el objetivo principal, los criterios, subcriterios y alternativas, estructurando y ordenando por jerarquías, cada uno de estos. En esta etapa se requiere un conocimiento profundo y experiencia, exigiéndose que la jerarquía resultante sea completa, representativa, no redundante y minimalista.

2º Valorización: En esta etapa se fijan las preferencias del decisor mediante la asignación de valores en las distintas posiciones de las matrices de comparación por parejas (R). Dado un nivel jerárquico, se comparan por parejas todos los elementos del nivel inmediatamente inferior a él, repitiendo este proceso para todos los niveles.

Respecto a los valores de la etapa de valorización, si elegimos la asignación directa, estos valores cumplen que para un par de elementos i y j , el valor de preferencia a_{ij} es igual a $1/a_{ji}$.

En este sentido se cumple el axioma de comparación recíproca en el que si una alternativa es x veces preferida otra, esta última es preferida a la primera en un grado cuantificable como $1/x$.

Grado de preferencia entre de la alternativa a_i con respecto a la a_j	Valor numérico de preferencia
Igualmente importantes	1
Ligeramente más importante	3
Bastante más importante	5
Demostablemente más importante	7
Absolutamente más importante	9
Soluciones de compromiso entre juicios ligeramente distintos	2,4,6,8

Tabla 2. 1: Escala de preferencias de Saaty

3º Priorización y síntesis: En esta etapa se proporciona un valor representativo de la prioridad de cada elemento en cada nivel jerárquico. Agregando dichos valores, se obtiene la prioridad total de cada alternativa. Se distinguen así tres tipos de prioridades:

- Prioridades locales: Que son prioridades entre elementos del mismo nivel y línea jerárquica.
- Prioridades globales: Miden la importancia de los elementos anteriormente citados respecto a la meta global fijada para el problema.
- Prioridad final o total de una alternativa: Se consigue agregando las diferentes prioridades globales obtenidas para esta alternativa.

Si suponemos que para un problema de decisión con n criterios, se establecen los w_j pesos de los criterios (con $j = 1, \dots, n$), se puede expresar la comparación entre las prioridades de los criterios, por parejas, en una matriz tal como:

$$W = \begin{pmatrix} w_1/w_1 & \cdots & w_1/w_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n/w_1 & \cdots & w_n/w_n \end{pmatrix}$$

Esta matriz posee la particularidad de tener rango 1 (ya que todas las filas son múltiplo entero de la primera), por lo que dicha matriz posee un único autovalor distinto de cero.

Aprovechando esta situación, se puede expresar la siguiente relación:

$$\begin{pmatrix} w_1/w_1 & \cdots & w_1/w_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n/w_1 & \cdots & w_n/w_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} = \mu \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix}$$

O bien:

$$W \cdot \vec{w} = \mu \cdot \vec{w}$$

En donde el autovalor de W , distinto de cero es igual a la dimensión n de dicha matriz, y \vec{w} es el autovector asociado.

Sin embargo, las matrices utilizadas en AHP (R), están basadas en una escala de preferencias prefijada. Estas matrices (que poseen un autovalor máximo λ_{max} , y un autovector asociado \vec{Z}), una vez normalizadas, se consideran perturbaciones de las matrices W , y los vectores propios de dichas matrices, se consideran aproximaciones a los vectores de prioridades \vec{w} .

Esta consideración permite estimar el nivel de consistencia de cada una de las matrices de comparación mediante la resolución de la ecuación: $R \cdot \vec{w} = \lambda_{max} \cdot \vec{w}$.

Se puede decir, que cuanto más cerca esté el valor λ_{max} de n , siendo ésta la dimensión de R , mayor será la consistencia de los juicios enunciados por el decisor, lo que implica el resto de autovalores de R deben aproximarse a cero.

Para medir si dicha consistencia está dentro de un rango aceptable, se introducen los conceptos de, índice de consistencia (IC), índice de consistencia aleatorio (IR) y ratio de consistencia (CR).

El índice de consistencia (IC), se calcula como:

$$IC = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$$

El índice de consistencia aleatorio (IR), se define como el índice de consistencia aleatorio medio, obtenido mediante la simulación de 100.000 matrices recíprocas generadas de forma aleatoria, basadas en la escala de Saaty.

Valores representativos del mismo se muestran en la siguiente tabla:

n	1	2	3	4	5	6	7	8
IR	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41
n	9	10	11	12	13	14	15	
IR	1,45	1,49	1,51	1,53	1,56	1,57	1,59	

Tabla 2. 2: Valores del índice de consistencia aleatorio para cantidades diferentes de elementos a comparar

El ratio de consistencia se calcula como el cociente entre el índice de consistencia, y el índice de consistencia aleatorio, es decir:

$$CR = \frac{IC}{IR}$$

De esta forma, para matrices de más de 5 elementos, si $CR \leq 0,1$, se considera que la consistencia de los juicios de comparación entre pares de alternativas es consistente, mientras que si $CR > 0,1$, siendo el valor límite 0,05 para $n = 3$, y 0,08 para $n = 4$.

Finalmente, el vector propio asociado \vec{Z} , para la matriz de comparación de preferencias entre los elementos de un nivel dado, se calcula como:

- Suma normalizada de las filas de la matriz R : $z_i = \frac{\sum_j r_{ij}}{\sum_i \sum_j r_{ij}}$
- Media geométrica normalizada (caso especial de las medias cuasi-aritméticas. Cap.1, aptado 1.5.3.1): $z_i = \frac{\prod_j r_{ij}}{\sum_i \prod_j r_{ij}}$

Para conocer con mayor profundidad las propiedades y características de las matrices W y R , se recomienda consultar [21].

4º Análisis de sensibilidad: En esta etapa se comprueba la sensibilidad del resultado obtenido frente a variaciones en las prioridades de los criterios principales del problema, de manera que se varía la prioridad de uno de los criterios, variando las proporciones del resto, de manera que se mantenga el sumatorio unidad.

Un ejemplo sencillo para entender el método es el siguiente.

Ejemplo 2.1, [20]: Supongamos que un inversor está interesado en invertir en una alternativa entre dos posibles, A y B .

Para tomar una decisión, se centra en dos criterios, el “rendimiento”, de mayor importancia relativa, y el “riesgo”, de menor importancia relativa.

Por tanto, en una primera etapa, tendríamos la siguiente estructuración de nuestro problema

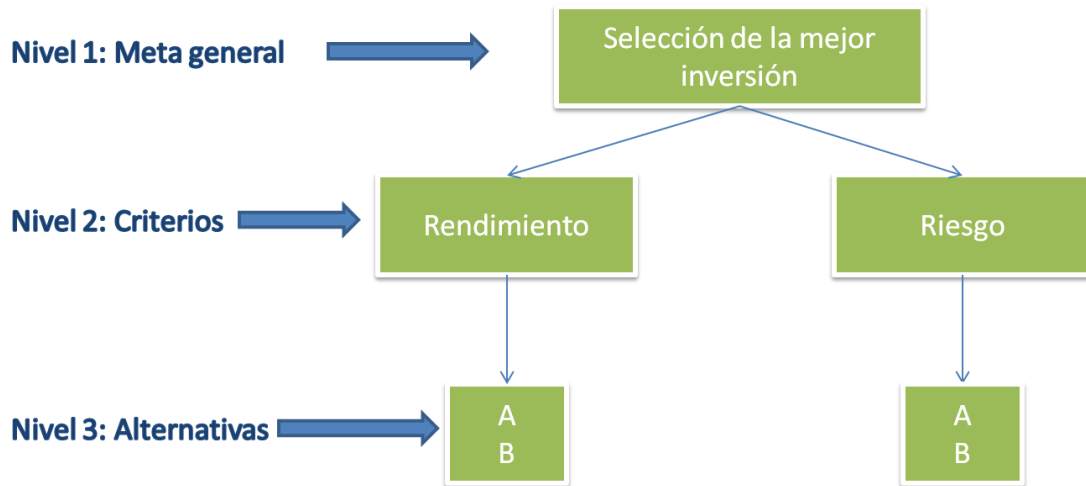


Figura 2. 2: Niveles jerárquicos del problema

En la etapa de valorización, se obtendrían las siguientes valoraciones de preferencia para cada nivel:

- Nivel 2. Matriz de criterios:

	Rendimiento	Riesgo
Rendimiento	1	2
Riesgo	1/2	1

Tabla 2. 3: Matriz de preferencias nivel 2

- Nivel 3. Matrices de alternativas según cada criterio:

	Rendimiento		Riesgo	
	A	B	A	B
A	1	3	1	1/2
B	1/3	1	2	1

Tabla 2. 4: Matriz de preferencias nivel 3

Para calcular los autovectores de la tercera etapa, se normalizan las matrices anteriores, dividiendo los las valoraciones de preferencia de cada casilla, por la suma de los todos los valores en la columna correspondiente a dicha casilla.

	Rendimiento	Riesgo
Rendimiento	0.667	0.667
Riesgo	0.33	0.33

Tabla 2. 5: Matriz de preferencias normalizada, nivel 2

	Rendimiento		Riesgo	
	A	B	A	B
A	0.75	0.75	0.33	0.33
B	0.25	0.25	0.667	0.667

Tabla 2. 6: Matrices de preferencia normalizada, nivel 3

Una vez normalizadas las matrices, los autovectores de prioridades locales para criterios y alternativas, se calculan sumando los valores de las casillas por fila, y dividiendo entre el número de elementos perteneciente a esa, de manera que obtenemos los siguientes autovectores:

Nivel 2:

Rendimiento	Riesgo
0.667	0.33

Tabla 2. 7: Autovalores para los criterios

Nivel 3:

	A	B
Rendimiento	0.75	0.25
Riesgo	0.33	0.667

Tabla 2. 8: Autovalores para las alternativas, según cada criterio

Los valores de prioridad total de cada alternativa, se obtienen sumando los valores de prioridad global, que a su vez se obtienen de multiplicar el valor de prioridad local de cada alternativa, con el valor de prioridad local del criterio correspondiente, es decir:

$$\text{Prioridad de A} = 0.667 \cdot 0.75 + 0.33 \cdot 0.33 = 0.60915$$

$$\text{Prioridad de B} = 0.667 \cdot 0.25 + 0.33 \cdot 0.667 = 0.38686$$

Puede observarse que la alternativa A, obtiene la mayor prioridad, por lo que debería elegirse esta.

Para calcular los ratios de concordancia de las distintas matrices, calculamos sus índices de concordancia:

Matrices (niveles)	CI
Matriz de criterios (nivel 2)	0
Rendimiento (nivel 3)	0
Riesgo (nivel 3)	0

Tabla 2. 9: Índices de concordancia para las diferentes matrices de comparación

En este caso, al ser todos los índices de concordancia nulos, es evidente que también lo serán los ratios de concordancia.

2.2.2.1.4- El método TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution)

Este método, también llamado “programación por compromiso”, es una variación del caso ya comentado en el apartado 2.2.1.1.4, adaptado a un espacio de soluciones discreto (alternativas).

Así, todo lo comentado sobre la distancia al punto ideal y la elección de la mejor solución como aquella en la que la distancia a dicho punto sea la menor posible, se cumple en este método.

En este espacio discreto de soluciones, en donde tenemos una matriz de preferencias con i alternativas y j columnas, se define el punto ideal como $A^* \in \mathbb{R}^m$ en donde cada coordenada vendrá dada por: $A^*_i = \max_i x_{ij}$ si el criterio es a maximizar, o bien $A^*_i = \min_i x_{ij}$ si el criterio es a minimizar, con $i \in 1, \dots, m$.

De la misma forma, las coordenadas del punto anti-ideal A_* se definen como: $A_{*i} = \min_i x_{ij}$ si el criterio correspondiente es a maximizar, o bien $A_{*i} = \max_i x_{ij}$, si el criterio es a minimizar, con $i \in 1, \dots, m$, y siendo a su vez $x_{ij} = U_j(A_i)$, con $j \in 1, \dots, n$, en donde U es la función de utilidad del decisor.

Igualmente, las distancias al punto ideal y anti-ideal de cada alternativa A_i vienen dadas respectivamente por:

$$d_{\pi^*}(A_i) = \left[\sum_{j=1}^n W_j^\pi |A^*_i - x_{ij}|^\pi \right]^{1/\pi}$$

$$d_{*\pi}(A_i) = \left[\sum_{j=1}^n W_j^\pi |A_{*i} - x_{ij}|^\pi \right]^{1/\pi}$$

En donde el valor del parámetro π , define la métrica a utilizar.

Finalmente, se determina el ratio de similaridad al ideal como:

$$D_p(A_i) = \frac{d_{*\pi}(A_i)}{d_{\pi^*}(A_i) + d_{*\pi}(A_i)}$$

En donde $D_p(A_i)$ puede variar desde 0 para la alternativa anti-ideal, hasta 1 para la alternativa ideal.

2.2.2.1.5- El método SMART (Simple Multi Attribute Rating Technique)

Este método, desarrollado por Edwards y Barron, tiene la ventaja de ser independiente de las alternativas, de manera que, al no ser las evaluaciones de las alternativas relativas, las puntuaciones del decisor sobre las mismas no cambiarán si se cambia el número de alternativas a tener en cuenta.

La actuación de la alternativa se juzga asignando un valor apropiado a dicha alternativa, comprendido entre un límite inferior predeterminado para la

peor alternativa (real o imaginario) y un límite superior para la mejor alternativa (real o imaginario).

2.2.2.2- Métodos basados en relaciones de sobreclasificación (outranking methods)

También llamados de la escuela europea, estos métodos siguen la línea de los modelos descriptivos comentado en el apartado 2.1.2.5, es decir, estos métodos, de los cuales B. Roy es el pionero, basan su aplicación en la definición de relaciones de orden (Def. 1.16, para el caso difuso), de manera que se comparan por pares todas las alternativas para estudiar su grado de preferencia.

Dos cualidades importantes a destacar de estos métodos es que integran las preferencias de los decisores mediante ponderaciones (pesos) y que no cumplen necesariamente la condición de transitividad lógica por lo que, si tenemos tres alternativas x, y y z , siendo x preferida a y , y a su vez y preferida a z , no se cumple necesariamente que x se prefiera a z , ya que las condiciones por las cuales está establecida la primera preferencia descrita, no tienen porqué ser las mismas que establezcan la segunda preferencia. Así mismo, se acepta la posibilidad de la incomparabilidad entre dos alternativas.

Por tanto estos métodos se acomodan mejor a los problemas de toma de elección que los basados en la teoría de la utilidad.

Dos familias de métodos son especialmente importantes dentro de esta rama, los métodos ELECTRE (ELimination Et Choix Traduisant la REalité) y la familia de métodos PROMETHEE (Preference Ranking Organization METHod of Enrichment Evaluations). Se describirán brevemente en este apartado ya que ambos se desarrollan en más profundidad en el capítulo 3.

Familia ELECTRE: Esta familia de métodos, el primero de ellos presentado formalmente por B. Roy en 1966, sigue el principio del filósofo francés, marqués de Condorset (S. XVIII) que se expresa de la siguiente forma:

“Cuando una alternativa “a”, es mejor que una “b” para la mayoría de los criterios de decisión, y además no existe un criterio para el cual “a” es claramente peor que “b”, entonces se puede decir sin riesgo alguno que “a” es mejor que “b”, o que “a” domina a “b”, o bien, que “b” está sobreclasificada respecto a “a” ”.

Así, siguiendo este principio, la familia ELECTRE basa sus relaciones de sobreclasificación en los denominados índices de concordancia (que miden en qué grado una alternativa x sobreclasifica a otra y) e índices de discordancia (que miden en el grado en el que no hay un criterio significativo en el que se pueda decir que x no sobreclasifica a y).

Familia PROMETHEE: Esta familia de métodos, desarrollada inicialmente por J.P. Brans en 1982, hace uso de lo que se denominan “criterios generalizados”.

En base a la información “intracriterio” (es decir, la información referente a las distintas alternativas para cada uno de los criterios), el decisor aplica a las distintas alternativas un grado de preferencia, calculado a partir de una función de preferencia, según las diferencias entre pares de valores de dicha información.

Posteriormente, teniendo en cuenta la información “intercriterio” (los pesos), se agregan las preferencias de los distintos criterios para formar lo que se denominan flujos de salida (o positivos) que determinan el grado en que una alternativa sobreclasifica o domina a las demás, y flujos de entrada (o negativos), que determinan el grado en que dicha alternativa es dominada por las demás.

La ordenación y elección de alternativas, se realiza en base a dichos flujos, como se verá en el capítulo 3.

2.2.2.3- Otros métodos

2.2.2.3.1- Método MACBETH (Measuring Attractiveness by a categorical Based Evaluation Technique)

Este método, desarrollado por C.A. Bana e Costa y J.C. Vansnik (1994), es un método interactivo cuya principal diferencia con respecto a los anteriores está en la naturaleza cualitativa de sus datos de entrada. El objetivo de este método es, basándose en las intensidades de preferencia del decisor en forma de juicios de valor, conseguir una medida cardinal sobre cada una de las alternativas con respecto a las demás [12], [13], [14].

Para cada criterio se realizan las siguientes operaciones:

En primer lugar, genera el conjunto de los denominados “niveles de impacto”, pertenecientes al conjunto de estímulos (S), también denominado descriptor, en donde es necesario que un elemento represente el nivel de referencia “bueno”, y que otro represente el nivel “neutral”. Posteriormente, se establecen relaciones de preferencia estricta débil en la que para cada par

de niveles de impacto x e y , se pregunta al decisor si existe alguna alternativa preferida a otra, y en caso afirmativo, cuál es. Se genera así una relación de orden débil entre las alternativas.

Si en la relación ordinal se cumple la consistencia lógica, se pregunta al decisor, para el mismo par de alternativas x e y , en qué grado prefiere una alternativa sobre otra en base a una escala prefijada.

Categoría C_0	Indiferencia (xIy)
Categoría C_1	Intensidad de preferencia muy débil
Categoría C_2	Intensidad de preferencia débil
Categoría C_3	Intensidad de preferencia moderada
Categoría C_4	Intensidad de preferencia fuerte
Categoría C_5	Intensidad de preferencia muy fuerte
Categoría C_6	Intensidad de preferencia extrema

Tabla 2. 10: Intensidades de preferencia para la comparación entre dos alternativas

En este sentido, cuando un nivel de impacto x se prefiere a otro y , con una intensidad de preferencia correspondiente a C_k , se expresa como $(x, y) \in C_k$.

Una vez definidas las intensidades de preferencia del decisor, se comprueba si estas preferencias cumplen con una consistencia lógica, es decir, si se cumple que:

$$\forall x, y, z \in X, \forall k, k' \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \text{ se cumple que: } ((x, y) \in C_k, \text{ y } (y, z) \in C_{k'}) \Rightarrow (x, z) \in C_{k''} \text{ con } k'' \geq \max\{k, k'\}.$$

En esta etapa, de "cuestionamiento", se puede construir una matriz que tenga por elementos los juicios categóricos del decisor, con respecto a las diferencias de atractivo entre cada par de niveles de impacto.

Si por ejemplo, tenemos seis elementos en el conjunto de estímulos $S = \{a, b, c, d, e, f\}$, se obtendría una matriz de juicios categóricos como la siguiente:

	a	b	c	d	e	f
a	indiferencia	preferencia muy débil	preferencia débil	preferencia moderada	preferencia fuerte	preferencia extrema
b		indiferencia	preferencia muy débil	preferencia débil	preferencia moderada	preferencia muy fuerte
c			indiferencia	preferencia muy débil	preferencia débil	preferencia fuerte
d				Indiferencia	preferencia moderada	preferencia débil
e					indiferencia	preferencia muy débil
f						indiferencia

Tabla 2. 11: Matriz de juicios categóricos

Seguidamente se analiza si existe alguna escala numérica $v: X \rightarrow \mathbb{R}$ representativa de las preferencias expresadas, y que cumpla las siguientes condiciones:

Condición I (ordinal): $\forall x, y \in X$

$$xPy \Leftrightarrow v(x) > v(y)$$

$$xIy \Leftrightarrow v(x) = v(y)$$

En donde xPy hace referencia a la declaración “ x es más atractiva que y ”, refiriéndose a su vez xIy a la declaración “ x es tan atractiva como y ”. Es decir, que una alternativas es preferida a otra, si y solo si su valor asignado es mayor, siendo igualmente preferidas si y solo si poseen el mismo valor asignado.

Condición II (semántica): $\forall k, k' \in \{1,2,3,4,5,6\}$, y sea $x, y, w, z \in X$, con $(x, y) \in C_k$ y $(w, z) \in C_{k'}$

$$k > k' \Rightarrow |v(x) - v(y)| > |v(w) - v(z)|$$

Esta condición implica que si la intensidad de preferencia que el decisor siente entre dos alternativas es mayor que la que siente sobre otras dos, entonces la diferencia entre los valores asignados a las dos primeras alternativas, es mayor que la diferencia entre los valores asignados de las dos últimas.

Una escala que cumple las condiciones anteriores, se denomina escala básica (precardinal), es decir, una escala que es compatible con información cardinal, por lo que es posible extender la información de esta escala a una escala ordinal sin modificarla, únicamente refinándola.

Una escala de este tipo se puede calcular resolviendo el problema de programación lineal, que puede encontrarse en [12]. El refinamiento de esta escala, hasta encontrar la escala cardinal definitiva para el criterio en cuestión se realiza teniendo en cuenta el intervalo entre los diferentes niveles de impacto, de manera que para cada par de niveles de impacto, se puede modificar la relación:

$$\frac{|v(x) - v(y)|}{|v(w) - v(z)|} = \alpha$$

Siendo α un valor que puede definir el decisor siempre que cumpla las condiciones ordinal y semántica.

Una vez definidas las escalas cardinales para cada criterio, se procede a la evaluación del grado de atractivo global de las alternativas. Para esto, denominando X_j al descriptor del criterio j , se construye una escala absoluta referida a los niveles bueno ($v_j(\text{bueno}_j) = 100$) y neutral ($v_j(\text{neutral}_j) = 0$), de manera que $v_j(x_j)$ mide el atractivo absoluto del elemento x_j del descriptor X_j .

Para medir el grado de preferencia global de cada alternativa se construye una función de criterio mediante un operador de agregación aditivo, de manera que para la alternativa i , sometida a un número m de criterios, será:

$$V_i(x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^m p_j v_j(x_j)$$

Los valores p_j son las denominadas constantes ascendentes, y cumplen que $p_j \geq 0$, $\sum_{j=1}^m p_j = 1$.

Para calcular dichas constantes, el decisor debe considerar una alternativa ficticia por cada criterio, de manera que el impacto de cada alternativa ficticia sea bueno para un criterio y neutral para el resto.

Seguidamente se ordenan las constantes $\{p_1, \dots, p_m\}$. Si se aplica el modelo de agregación a las alternativas ficticias se tiene que $V_0(a_0) = 0$ y $V_j(a_j) = 100p_j$, para $j = 1, 2, \dots, m$, por tanto, el ordenamiento de las alternativas ficticias en orden decreciente respecto a su atractivo global

relativo (es decir según el atractivo con respecto al objetivo global, en orden descendente), llevará a ordenar las constantes ascendentes con respecto a su magnitud relativa.

Este proceso de ordenación lleva a definir las diferencias entre alternativas, según los criterios. Así, si la alternativa j es la de mayor atractivo, la diferencia entre a_j y a_0 , será “extrema”, para la segunda alternativa más atractiva, la diferencia entre esta y a_0 será “muy fuerte”. Obtenemos así una ordenación de las k_m constantes según una escala ordinal.

Una vez conseguida esta ordenación, podemos realizar una tabla de comparaciones por parejas de alternativas, al igual que se hizo con los niveles de impacto en la matriz de comparación de juicios, en donde se asume que la alternativa a_0 se puede considerar como la referencia “neutral”.

Por último se describe el mismo problema de programación lineal para calcular una escala precardinal (que se transforma en escala cardinal modificando las distancias entre intervalos), que utilizábamos con los niveles de impacto de los estímulos en la etapa anterior del método.

Se tiene por tanto la siguiente relación para cada par de alternativas ficticias:

$$\frac{|v(a_i) - v(a_0)|}{|v(a_j) - v(a_0)|} = \frac{v(a_i)}{v(a_j)} = \frac{100p_i}{100p_j} = \frac{p_i}{p_j}$$

Una vez ajustados estos valores de p_j , se está en condiciones de calcular el grado de preferencia global, y establecer la ordenación de alternativas según este método.

2.2.2.3.2- Método QUALIFLEX

Este es un procedimiento métrico basado en la permutación de todas las posibles ordenaciones (rankings) de las alternativas consideradas.

En este método se establecen permutaciones de la ordenación total de las alternativas (permutaciones las relaciones de preferencia ordinales de las alternativas), y se comparan con la matriz de evaluación de dichas alternativas con respecto a los diferentes criterios (matriz de decisión o de impacto).

Dentro de cada permutación, se computa un índice de concordancia/discordancia para cada pareja de alternativas (diferente al de los métodos ELECTRE), que refleja el grado de concordancia/discordancia de uno de los preórdenes con respecto a las valoraciones de la matriz de decisión.

Este índice es primero calculado a nivel de criterio y después como un índice global para el preorden estudiado, que se comparará con los índices del resto de permutaciones del preorden, siendo el objetivo encontrar el preorden que dé un mayor índice global.

Una vez encontrado dicho preorden, será éste el escogido ya que será el que mejor refleje (mejor solución de compromiso) la concordancia entre dicho preorden, y las valoraciones de las distintas alternativas.

La información requerida para el desarrollo del método será el vector de pesos asociado al conjunto de criterios, y las valoraciones de las alternativas según los distintos criterios, ordenadas en la matriz de decisión.

Así, dado un conjunto de alternativas A , y un conjunto de criterios C , el índice de concordancia/discordancia para cada par de alternativas $a, b \in A$, para un criterio $g_j \in C$ en la k -ésima permutación, se definirá como:

$$I_{jk}(a, b) = \begin{cases} 1 & \text{si para el criterio } g_j \text{ la alternativa } a \text{ es mejor valorada que } b \\ 0 & \text{si para el criterio } g_j \text{ las alternativas } a \text{ y } b \text{ son igualmente valoradas} \\ -1 & \text{si para el criterio } g_j \text{ la alternativa } b \text{ es mejor valorada que } a \end{cases}$$

El índice de concordancia/discordancia global para dicha permutación, con respecto al criterio g_j , se calculará entonces como:

$$I_{jk} = \sum_{a, b \in A} I_{jk}(a, b)$$

Finalmente, el índice de concordancia/discordancia global para dicha permutación, teniendo en cuenta los pesos para los distintos criterios, será:

$$I_k = \sum_{j \in C} I_{jk} \cdot w_j$$

Este índice fijará el preorden considerado como solución del problema de decisión. Debe tenerse en cuenta que el número de permutaciones será $m!$, con $m = \text{card}(A)$ (la cardinalidad del conjunto de alternativas).

Por último hay que resaltar que, aunque el método se base en comparaciones de pares de alternativas, no se construyen relaciones de sobreclasificación entre ellas, por lo que no se puede considerar como un método de sobreclasificación.

Ejemplo 2.2 [19]: Supongamos que tenemos tres alternativas a_1, a_2 y $a_3 \in A$, tres criterios de elección, g_1, g_2 y g_3 y la siguiente matriz de

valoración (en donde el valor 1 representa la mejor valoración, mientras que el valor 3 representa la peor):

	g_1	g_2	g_3
a_1	1	2	1
a_2	2	1	3
a_3	2	3	2

Tabla 2. 12: Matriz de valoraciones

Existen 3! permutaciones posibles en el ranking de alternativas, que son:

- $Per_1 = a_1 > a_2 > a_3$
- $Per_2 = a_2 > a_1 > a_3$
- $Per_3 = a_2 > a_3 > a_1$
- $Per_4 = a_3 > a_2 > a_1$
- $Per_5 = a_3 > a_1 > a_2$
- $Per_6 = a_1 > a_3 > a_2$

Para comprender el proceso de cálculo, se describirá en detalle el proceso de cálculo del índice de concordancia/discordancia global para la permutación 1 y el criterio 1.

Así, la permutación 1, puede dividirse en tres relaciones de preferencia: $Per_1: a_1 > a_2; a_1 > a_3; a_2 > a_3$

Observando la matriz de valoración, se obtienen los siguientes índices de concordancia, discordancia:

- $I_{11}(a_1, a_2) = +1$
- $I_{11}(a_1, a_3) = +1$
- $I_{11}(a_2, a_3) = 0$

Por tanto, el índice de concordancia/discordancia global para el criterio 1 en la permutación 1, será:

- $I_{11} = +2$

Los 18 índices de concordancia/discordancia globales del problema se resumen en la siguiente tabla:

	g_1	g_2	g_3
Per_1	2	1	1
Per_2	0	3	-1
Per_3	-2	1	-3
Per_4	-2	-1	-3
Per_5	0	-3	1
Per_6	2	-1	3

Tabla 2. 13: Índices de concordancia/discordancia globales, por criterio y permutación

Si suponemos que todos los criterios están normalizados y poseen la misma importancia ($w_1 = w_2 = w_3$), se obtienen los siguientes índices de concordancia/discordancia globales para cada permutación:

Per_1	Per_2	Per_3	Per_4	Per_5	Per_6
1.333	0.667	-1.333	-2	-0.667	1.333

Tabla 2. 14: Índices de concordancia/discordancia globales, por permutación

De estos índices globales, se puede inferir que los preórdenes globales, de las permutaciones 1 y 6 son las permutaciones más representativas de las preferencias de las distintas alternativas, según los criterios.

Para encontrar la permutación que maximiza el índice I_k , deberemos comprobar las diferentes combinaciones de pesos válidos, que se representan en la siguiente figura.

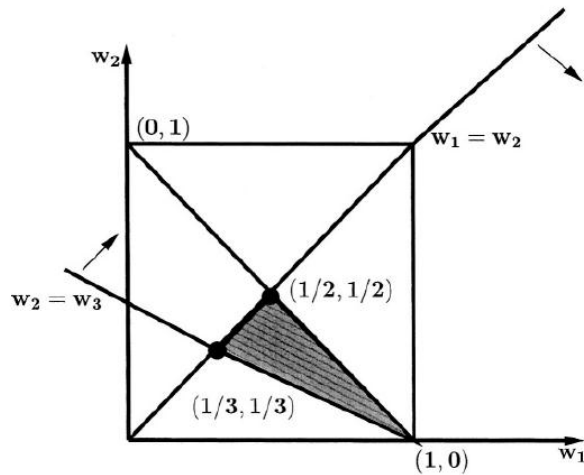


Figura 2. 3: Espacio de pesos válidos

El valor máximo de este índice I_k , se encuentra para las permutaciones 1 y 6, con la siguiente combinación de pesos $(1,0,0)$, siendo $I_1 = I_6 = 2$.

2.2.2.3.3- Métodos basados en estados de la naturaleza

En estos métodos, se sustituyen los criterios de elección por estados de la naturaleza (posibles escenarios o consecuencias) para cada alternativa. Así, si en nuestro problema de decisión existen n alternativas a_i con $i = 1, \dots, n$ y m estados de la naturaleza e_j con $j = 1, \dots, m$ ordenados en una matriz de decisión de elementos x_{ij} , se pueden aplicar los siguientes métodos de toma de decisión [2], [15]:

Criterio de Laplace, o de la razón insuficiente: Este método supone que, ante una situación de incertidumbre, no existe ninguna razón por la que unos estados tengan más probabilidades de ocurrir que otros, por lo que se puede aplicar en principio la misma probabilidad de ocurrencia a todos los estados. En esta situación se elige la alternativa que proporcione el mayor valor medio más elevado dentro de la matriz de decisión, es decir, se escoge la alternativa k tal que: $x_{kj} = \max_i \left\{ \frac{1}{m} \sum_j x_{ij} \right\}$, con $\frac{1}{m}$ la probabilidad de que ocurra uno de los m estados de la naturaleza independientes.

Criterio de Wald, o pesimista: Este método es el más conservador, ya que trata de escoger el mejor resultado si ocurre el peor escenario posible, es decir, se escoge la alternativa k tal que: $x_{kj} = \min_i (\max_j x_{ij})$

Criterio maximax u optimista: Este método es el opuesto al anterior y consiste simplemente en seleccionar el mejor resultado del mejor estado de la naturaleza posible, es decir, se escoge la alternativa k tal que: $x_{kj} = \max_i (\max_j x_{ij})$.

Criterio de Hurwicz: Este método consiste en aplicar el coeficiente de optimismo α de manera que, asignando valores a este coeficiente, nos movemos entre los extremos optimista y pesimista anteriormente mencionados. Así, si $\alpha = 1$ estaríamos en el criterio optimista, mientras que si $\alpha = 0$ tendríamos el criterio de Wald.

Se escoge por tanto la alternativa k tal que: $x_{kj} =$
 $\max_i(\alpha \cdot \max_j x_{ij} + (1-\alpha) \cdot \min_j x_{ij})$ si es una función de valor
 $\min_i(\alpha \cdot \min_j x_{ij} + (1-\alpha) \cdot \max_j x_{ij})$ si es una función de coste

Criterio de Savage o del coste de oportunidad: Según Savage (1951), una alternativa solo debería ser comparable con otra, si ambas están en el mismo estado de la naturaleza. Con esta idea, el criterio de Savage, se basa en el coste de oportunidad r_{ij} asociada a un resultado x_{ij} como la diferencia entre el resultado de la mejor alternativa, dado un criterio j , y la alternativa i .

$$r_{ij} = \max_{1 \leq k \leq n} \{x_{kj}\} - x_{ij}$$

Savage propone escoger la alternativa que proporcione la menor de las mayores pérdidas relativas, es decir, se escogerá la alternativa k tal que $r_k = \min_i(\max_j r_{ij})$

2.3- Introducción de los conjuntos borrosos en la teoría de la toma de decisión

Hasta ahora, en este tema, se han comentado varios enfoques y clasificaciones de los métodos de toma de decisión. Sin embargo, no se ha tenido en cuenta la naturaleza de las funciones objetivo y restricciones (caso de MODM), o de los criterios y alternativas (caso de MADM), suponiendo hasta el momento que se trataba de funciones nítidas, o elementos pertenecientes a conjuntos nítidos (bivaluados).

Es por tanto necesario tener en cuenta que según la naturaleza de los citados elementos, podemos tener diferentes modelos de toma de decisión, que requieren diferentes enfoques para su resolución. Así una clasificación inicial puede ser [9]:

		Objetivos (MODM)/Criterios (MADM)		
		Nítidos (Crisp)	Conjunto borroso (fuzzy set)	función borrosa (fuzzy function) MODM
Restricciones (MODM)	Nítidos (Crisp)	1) Modelo de elección tradicional	2) Modelo simétrico	3) Modelo de teoría de la utilidad no simétrico
Alternativas (MADM)	Borrosos (fuzzy)	4) Modelo no simétrico	5) Modelo simétrico	6) Modelo de teoría de la utilidad no simétrico

Tabla 2. 15: Clasificación de los problemas de decisión difusos

En lo que resta, se usará el operador min, como operador del conectivo lógico “and”, mientras que el conectivo lógico “or” se modelará con el operador max ya que son los operadores más ampliamente utilizados en la bibliografía [9], [18].

2.3.1- Modelos simétricos con una sola función objetivo y un conjunto de alternativas infinito, no numerable

Se entiende por modelo simétrico a aquel en el que tanto los objetivos como las restricciones se definen a partir de conjuntos difusos. Ante un problema decisión multiatributo de estas características, podemos optar por definir el “conjunto difuso de decisión” (conjunto de soluciones), o buscar la solución óptima como aquella cuyo grado de pertenencia al conjunto difuso de decisión sea el máximo. Pueden entonces definirse los siguientes conceptos:

Definición 2.1. Conjunto decisión: Sean μ_{Ci} con $i = 1, \dots, m$, las funciones de pertenencia de las restricciones en X , definido como el espacio de decisión, y μ_{Gj} con $j = 1, \dots, n$, las funciones de pertenencia de las funciones de utilidad o metas en X . Una decisión es entonces definida por su función de pertenencia:

$$\mu_{\bar{D}} = (\mu_{C1} * \dots * \mu_{Cm}) * (\mu_{G1} * \dots * \mu_{Gn}) = {}^*i\mu_{Ci} * {}^*j\mu_{Gj}$$

En donde * y * denotan los operadores de agregación (conectivos), apropiados, posiblemente dependientes del contexto.

Definición 2.2. Decisión de maximización: Sea M el conjunto de puntos de $x \in X$ para los cuales $\mu_{\tilde{D}}(x)$ alcanza el máximo, si existe. Entonces M es denominada la decisión de maximización. Si $\mu_{\tilde{D}}(x)$ tiene un único máximo en x_m , entonces la decisión de maximización es una decisión única y nítidamente definida, que puede ser interpretada como la acción (o elección) que pertenece a todos los conjuntos difusos a los que representa, o a las restricciones, o a las metas con el mayor grado de pertenencia posible.

Si aplicamos los operadores máximo y mínimo, este grado de pertenencia se calcularía como:

$$\mu_{\tilde{D}}(x_m) = \max_x \min\{\mu_{\tilde{G}}, \mu_{\tilde{C}}\}$$

Como puede comprobarse, los modelos tipo 2), se han introducido dentro de los modelos simétricos, ya que pueden tomarse como un caso particular del tipo 5) en el que las restricciones son conjuntos difusos con funciones de pertenencia del tipo Singleton (Cap. 1 aptdo. 1.2).

Bellman y Zadeh (Bellman,1970) indican que su interpretación de decisión, es más general que la aportada por los operadores máximo y mínimo, debido a una serie de razones:

- El modelo de intersección puede en ciertos contextos no ser el operador min, sino más bien el operador producto u otros.
- La intersección puede no ser siempre el modelo apropiado de “and” y parece mejor hablar de confluencia de metas y restricciones más que de intersección.
- En la definición de decisión difusa \tilde{D} , como la intersección (o más generalmente la confluencia) de las metas y restricciones, estamos asumiendo tácitamente que todas las metas y restricciones que entran en \tilde{D} , son, en cierto sentido, de igual importancia. Hay algunas situaciones, sin embargo, en las que algunas de las metas, y puede que algunas de las restricciones son de mayor importancia. En estos casos, \tilde{D} debe ser expresada como una combinación convexa de metas y restricciones, con los coeficientes de ponderación reflejando la importancia relativa de los términos consistentes.

Una vez definidos estos conceptos, estamos en condiciones de formular el problema de decisión como un problema de programación por metas ponderadas, tal y como se definió en el apartado 2.2.1.2.1, asumiendo que cada inecuación, ya sea la meta o una de las m restricciones, posee una función de pertenencia que mide en qué grado una solución x , satisface dichas inecuaciones.

Así, si suponemos que $(Bx)_i \leq d_i$, con $i = 1, \dots, m + 1$ representa las m restricciones más la función objetivo, p_i la variable de desviación positiva para i -ésima restricción, y con una función de pertenencia para dicha

restricción, en la que el grado de pertenencia sea 1 si se cumple totalmente y 0 si se viola completamente (por encima de p_i), tal como por ejemplo:

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } (Bx)_i \leq d_i \\ 1 - \frac{(Bx)_i - d_i}{P_i} & \text{si } d_i \leq (Bx)_i \leq d_i + P_i \\ 0 & \text{si } (Bx)_i > d_i + P_i \end{cases}$$

Tendremos que el conjunto difuso de decisión, se puede modelizar como:

$$\mu_{\bar{D}}(x) = \min_{i=1}^{m+1} \mu_i(x) = \min_{i=1}^{m+1} \left\{ 1 - \frac{(Bx)_i - d_i}{P_i} \right\} = \lambda$$

Y la solución óptima, $\max_{x>0} \min_{i=1}^{m+1} \left\{ 1 - \frac{(Bx)_i - d_i}{P_i} \right\}$, se puede calcular de la siguiente manera:

Maximizar

$$\lambda$$

Sujeto a

$$\begin{aligned} \lambda p_i + (Bx)_i &\leq d_i + P_i, \quad i = 1, \dots, m + 1 \\ \lambda, x &\geq 0 \end{aligned}$$

Como se comentó anteriormente, es posible introducir restricciones nítidas en el modelo ($Dx \leq b$), de manera que este, quedará como:

Maximizar

$$\lambda$$

Sujeto a

$$\begin{aligned} \lambda p_i + (Bx)_i &\leq d_i + P_i, \quad i = 1, \dots, m + 1 \\ Dx &\leq b \\ \lambda, x &\geq 0 \end{aligned}$$

Como comentario final de esta sección se debe decir que no solo las funciones de pertenencia lineal son susceptibles de ser utilizadas en este tipo de problemas, sino también cualquier otra función que crezca o decrezca de manera monótona en el intervalo $[d_i, d_i + P_i]$.

2.3.2- Modelos no simétricos con una sola función objetivo y un conjunto de alternativas infinito, no numerable

Al igual que en el caso anterior, los problemas de toma de decisión asimétricos pueden resolverse mediante un PPL o un PPNL (no lineal) siempre que se encuentre una función de pertenencia adecuada. En este caso, la no simetría se debe a que los objetivos no se definen como conjuntos difusos sino como funciones, o bien nítidas, o bien borrosas.

2.3.2.1- Funciones objetivo nítidas y restricciones difusas

Para este caso podemos plantearnos definir un conjunto borroso de decisión, o buscar la manera de definir la solución de maximización.

Si queremos definir un conjunto borroso es necesario realizar una serie de definiciones:

Definición 2.3. Conjunto de maximización sobre una restricción borrosa (Wernesrs 1984): Sea $f(x)$ una función real-valuada de $x \in X$ y $\tilde{C}(x)$ una restricción borrosa (sobre el espacio de solución). Si $f(x)$ está limitada en $S(\tilde{C})$ (soporte de \tilde{C}), entonces el conjunto de maximización sobre una restricción borrosa $\tilde{MC}(f)$, está definida por su función de pertenencia:

$$\mu_{MC}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } f(x) \leq \inf_{S(\tilde{C})} f \\ \frac{f(x) - \inf_{S(\tilde{C})} f}{\sup_{S(\tilde{C})} f - \inf_{S(\tilde{C})} f} & \text{si } \inf_{S(\tilde{C})} f < f(x) < \sup_{S(\tilde{C})} f \\ 1 & \text{si } f(x) \geq \sup_{S(\tilde{C})} f \end{cases}$$

Definición 2.4. Decisión optimizada: Una decisión optimizada del problema, maximizar $f(x)$, sujeto a la restricción \tilde{C} , con la función de pertenencia $\mu_{\tilde{C}}(x)$, se define como el conjunto \tilde{D}_{opt} , cuya función de pertenencia es:

$$\mu_{MC}(x) = \begin{cases} \sup_{x \in N(\alpha)} \mu_{\tilde{C}}(x) & \text{si } x \in \bigcup_{\alpha > 0} N(\alpha) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

En donde $N(\alpha)$ determina para cada conjunto α -corte (R_α), del espacio de solución, el conjunto de elementos para los que la función objetivo $f(x)$ alcanza el máximo en R_α . Así, por cada α en el que $R_\alpha \neq \emptyset$, será:

$$N(\alpha) = \{x | x \in R_\alpha \wedge \sup_{x' \in R_\alpha} f(x')\}$$

Una vez definidos estos conjuntos, el conjunto de decisión (solución) de un problema de decisión no simétrico se define de la siguiente forma:

Definición 2.5. Problema de decisión no simétrico: Sea $f(x)$ una función objetivo real-valuada, limitada sobre el espacio difuso de decisión $\tilde{C} = \{x, \mu_{\tilde{C}}(x) | x \in X\}$, inferiormente por $\inf_{S(\tilde{C})} f$ y superiormente por $\sup_{S(\tilde{C})} f$.

Si los conjuntos \tilde{D}_{opt} y $\tilde{MC}(f)$ están definidos conforme a las definiciones anteriores, entonces una decisión \tilde{D} se define por su función de pertenencia

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \mu_{MC}(x) * \mu_{opt}(x)$$

En donde hemos transformado un problema no simétrico en un problema simétrico, con la salvedad de que ahora la función de pertenencia de las metas está referida a la propia función objetivo, así como a las restricciones difusas.

Por tanto, para un problema con m restricciones, se puede resolver el siguiente problema de programación lineal para cada α -corte:

Maximizar

$$f(x)$$

Sujeto a

$$\mu_i(x) \geq \alpha \quad i = 1, \dots, m$$

$$x \in X$$

Si lo que se pretende es la determinación de una solución de maximización nítida, el problema se puede resolver aplicando el mismo problema de programación por metas ponderadas del problema simétrico, suponiendo la siguiente función de pertenencia para la función objetivo.

Sea $f: X \rightarrow \mathbb{R}^1$ (f es una imagen de X a \mathbb{R}^1), \tilde{R} una región de soluciones factibles, $S(\tilde{R})$ el soporte de \tilde{R} , y R_1 el α -corte de \tilde{R} para $\alpha = 1$. Entonces, la función de pertenencia para la meta, dado un espacio de solución \tilde{R} , se define como [18]:

$$\mu_{\tilde{G}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } f(x) \leq \sup_{R_1} f \\ \frac{f(x) - \sup_{R_1} f}{\sup_{S(\tilde{R})} f - \sup_{R_1} f} & \text{si } \sup_{R_1} f < f(x) < \sup_{S(\tilde{R})} f \\ 1 & \text{si } f(x) \geq \sup_{S(\tilde{R})} f \end{cases}$$

2.3.2.2- Funciones objetivo difusas y restricciones difusas

En una función objetivo nítida, tanto si no posee restricciones, como si estas restricciones se pueden modelizar mediante conjuntos nítidos, la solución óptima de un problema de maximización se alcanza en un único punto de la región de soluciones factibles.

Si tenemos en cuenta la definición de función difusa (Cap.1, def. 1.17), el máximo alcanzado por esta función, no será un punto, sino más bien un conjunto difuso, conocido como el “máximo difuso de \tilde{f} ”. Un enfoque sencillo es utilizar una extensión de los operadores máximo y mínimo, así, Dubois y Prade [1980] definen unas propiedades de los operadores extendidos $\tilde{\text{máx}}$ y $\tilde{\text{mín}}$, así como una serie de reglas para su utilización en el modelo computacional.

Así, podemos definir el máximo difuso de \tilde{f} como:

Sea \tilde{f} una función difusa de X a \mathbb{R} , definida sobre un dominio nítido y finito D . El máximo difuso de \tilde{f} se define entonces como:

$$\tilde{M} = \tilde{\text{máx}} \tilde{f}(x) = \{\text{sup } \tilde{f}(x), \mu_{\tilde{M}}(x) | x \in D\}$$

Sea $D = \{x_1, \dots, x_n\}$. Entonces la función de pertenencia de $\tilde{\text{máx}} \tilde{f}(x)$ viene dada por:

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \min_{j=1, \dots, n} \mu_{f(x_j)}(f(x_j)) \quad x \in D$$

2.3.3- Modelos multiobjetivo y con un conjunto de alternativas infinito, no numerable

Estos modelos, llamados generalmente problemas de “vector-máximo”, fueron mencionados por primera vez por Kuhn y Tucker (1951).

Consisten en maximizar $\{Z(x) | x \in X\}$, en donde $Z(x) = (z_1(x), \dots, z_k(x))$ es un vector, cuyas componentes son funciones, de $x \in \mathbb{R}^n$ en \mathbb{R}^k y X es el espacio de solución.

Como ya se comentó en el apartado de métodos pertenecientes a MODM clásicos (aptdo. 2.2), aquí se puede distinguir en dos tipos de métodos:

- 1- Aquellos que generan un conjunto eficiente de soluciones (en el sentido paretiano)
- 2- Aquellos que determinan una solución de compromiso óptima

La resolución de problemas multiobjetivo para determinar la solución de compromiso óptima, al igual que los problemas con una sola función objetivo, pueden resolverse mediante un problema de programación por metas ponderadas, con ciertas modificaciones.

En primer lugar, en los métodos clásicos se puede trazar una separación clara entre el conjunto de soluciones eficientes, y el conjunto de soluciones no eficiente, sin embargo, al utilizar conjuntos difusos, las soluciones no solo difieren respecto a los valores asociados a la función objetivo, sino también a su grado de factibilidad. Por tanto, debe extenderse la definición de solución eficiente para el caso borroso como sigue:

Definición 2.6. Solución eficiente en sentido difuso: Sea $f_l: X \rightarrow \mathbb{R}^1$, $l = 1, \dots, k$, una de las funciones objetivo del problema de programación por metas, y $\mu_i: X \rightarrow [0,1]$, $i = 1, \dots, m$, la función que representa el grado de pertenencia de la restricción i de dicho problema.

Una solución $x \in X$ se dice que es “eficiente en el sentido difuso” si no existe x' tal que:

$$f_l(x') \geq f_l(x) \quad \text{para todo } l = 1, \dots, k$$

Y

$$\mu_i(x') \geq \mu_i(x) \quad \text{para todo } i = 1, \dots, m$$

Y

$$f_{l_0}(x') > f_{l_0}(x) \quad \text{para al menos un } l_0 \in \{1, \dots, k\}$$

O

$$\mu_{i_0}(x') > \mu_{i_0}(x) \quad \text{para al menos un } i_0 \in \{1, \dots, m\}$$

En segundo lugar, si tenemos un problema en el que las restricciones están definidas nítidamente, se les pueden asignar unos límites superior e inferior (respectivamente las variables de desviación positivas y negativas) para el cumplimiento de las metas que, o bien se pueden asignar directamente desde el centro decisor, o bien se pueden calcular (por ejemplo Zimmerman propone utilizar como límite superior el valor óptimo para cada función del vector-máximo, y como límite inferior el menor valor “justificable” para cada función de dicho vector).

En el caso de restricciones definidas por conjuntos borrosos, puede no existir un único valor óptimo definido que pueda usarse como límite superior.

De la misma forma, la definición de mínimo valor de solución justificable es un poco imprecisa.

Se considerará como límite inferior del nivel de aspiración, para el que el grado de pertenencia es igual a cero, al mínimo valor justificable que el decisor puede obtener, si las soluciones óptimas individuales de las otras funciones objetivo (x^0, x^1), se han elegido, teniendo en cuenta que para una restricción l , su grado de pertenencia $\mu_l(x)$, será cero si, o bien es $f_l(x) \leq \min_{i'=1}^k f_l(x_{i'}^1) = f_{i'}'$, o $f_l(x) \leq \min_{i'=1}^k f_l(x_{i'}^0) = f_{i'}'$.

Dicho límite inferior será entonces:

$$f_{02} = \min\{f_{i'}', f_{i'}'\}$$

En donde x^0, x^1 , representan las soluciones en las que, para cada función objetivo, se alcanza el supremo de f , en el soporte del conjunto de soluciones factibles ($f_0 = \sup f(x) | x \in S(\tilde{R})$) y en el núcleo de dicho conjunto ($f_1 = \sup f(x) | x \in \text{Núcleo}(\tilde{R})$), respectivamente.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, y definiendo $F_0 = (f_{01}, \dots, f_{0k})^T$, $F_1 = (f_{11}, \dots, f_{1k})^T$, se puede modelar el problema de programación por metas ponderadas multiobjetivo, como:

Maximizar

$$\lambda$$

Sujeto a

$$\begin{aligned} \lambda(F_1 - F_0) - Cx &\leq -F_0 \\ \lambda p + Ax &\leq b + p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Dx &\leq b' \\ \lambda, x &\geq 0 \end{aligned}$$

2.3.4- Modelos con un conjunto de alternativas finito (multiaatributo)

Como ya se ha comentado, en este tipo de modelos, el espacio de solución no es continuo sino que es un conjunto discreto de alternativas dadas ($X = \{x_i\}, i = 1, \dots, n$), en donde el problema de decisión se centra en seleccionar la mejor de ellas según unas metas o criterios ($G = \{g_j\}, j = 1, \dots, m$), o bien seleccionar un conjunto eficiente de las mismas.

Al igual que en la teoría clásica podemos elegir tres enfoques:

- Funciones de utilidad difusas
- Relaciones de preferencia difusas
- Relaciones de sobreclasificación difusas

En este tipo de problemas multiaatributo, suelen existir dos fases independientemente del enfoque utilizado:

- Fase I: De agregación de juicios con respecto a todas las metas, o criterios, y por cada alternativa de decisión.
- Fase II: De clasificación, elección u ordenación de las alternativas de decisión, de acuerdo con los resultados de la fase de agregación.

2.3.4.1- Modelos basados en la teoría de la utilidad

Uno de los enfoques que más éxito han tenido es el enfoque basado en la escala de de prioridades de Saaty, de la cual hay dos acepciones básicas.

Utilizando factores de ponderación nítidos (enfoque de Yager, 1978):

Según este enfoque, si tenemos un conjunto finito de alternativas, $X = \{x_i\}, i = 1, \dots, n$, y un conjunto finito de metas (criterios) $G = \{g_j\}, j = 1, \dots, m$, . Los $g_j = \{i, \mu_j(x_i)\}$, son conjuntos difusos cuyo grado de pertenencia representa el grado normalizado de logro de la alternativa x_i sobre el criterio j -ésimo.

El espacio de decisión (\tilde{D}) se define entonces como la intersección de todas las metas borrosas, es decir:

$$\mu_{\tilde{D}}(x_i) = \min_{j=1}^m \mu_j(x_i), \quad i = 1, \dots, n$$

En donde la alternativa preferida será aquella con grado de pertenencia:

$$\mu_{\tilde{D}}(x_i') = \max \min_{j=1}^m \mu_j(x_i)$$

En el supuesto de que los criterios tengan distinta importancia, Yager propone una modificación de las funciones de pertenencia de la siguiente forma:

$$\mu_j'(x_i) = (\mu_j(x_i))^{w_j}$$

En donde los w_j representan las ponderaciones de los distintos criterios, calculados según la escala de preferencias de Saaty (método AHP). La utilización de factores de ponderación exponenciales, está muy relacionada con el concepto de modificador lingüístico mencionado en el capítulo 1.

Utilizando números difusos como factores de ponderación (enfoque de Laarhoven y Pedrycz, 1983):

Este enfoque difiere del anterior en la fase de agregación, siendo equivalente en la fase de ordenación, y se caracteriza por tres puntos: Utiliza números difusos con funciones de pertenencia triangular, para simplificar los cálculos.

- Es posible tratar con situaciones de decisión en las que no hay información suficiente respecto a las preferencias sobre las alternativas.
- Utilizando el principio de la composición jerárquica, los autores calculan primeramente los pesos entre los diferentes criterios, según sus preferencias, y más tarde comparan las preferencias entre alternativas, para cada criterio (método AHP).

En el último punto ha de tenerse en cuenta que las preferencias se modelan como números difusos, y por tanto, los elementos de las matrices de preferencia necesarias para calcular los autovectores, son también números difusos, por lo que el cálculo se vuelve más complicado que cuando se trata con matrices normales.

De esta forma, a la hora de realizar las operaciones propias del cálculo de pesos, o factores de ponderación, habrá que recurrir al concepto de operaciones aritméticas sobre números difusos, definidas en el capítulo 1.

Otro enfoque es el utilizado por Baas y Kwakernaak (1977), que es el referente de otros muchos modelos.

Según este enfoque, partimos de un conjunto finito de alternativas, $X = \{x_i\}$, $i = 1, \dots, n$, y un conjunto finito de metas (criterios) $G = \{g_j\}$, $j = 1, \dots, m$. \tilde{R}_{ij} es el conjunto difuso de evaluación de la alternativa i con respecto al criterio j y $\tilde{W}_j \in \mathbb{R}$ es el peso del criterio j . Se asume que la valoración de la alternativa i con respecto a la meta j es difusa, y se representa mediante la función de pertenencia de los elementos pertenecientes al conjunto de evaluación $\mu_{\tilde{R}_{ij}}(r_{ij})$. De forma similar, se supone que el peso de un factor j es un conjunto difuso \tilde{W}_j con función de pertenencia $\mu_{\tilde{W}_j}(w_j)$, y que todos los conjuntos difusos están normalizados.

La fase de valoración y agregación se centra en la función $g(z): \mathbb{R}^{2n} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$g(z) = \frac{\sum_{j=1}^n r_{ij} w_j}{\sum_{j=1}^n w_j}$$

Con $z = (w_1, \dots, w_n, r_{i1}, \dots, r_{in})$ el conjunto del producto cartesiano de $\tilde{W}_j \times \tilde{R}_{ij} \in \mathbb{R}^{2n}$, cuya función de pertenencia es: $\mu_{\tilde{Z}_i}(z) = \min \left\{ \min_{j=1}^n \left(\mu_{\tilde{W}_j}(w_j) \right), \min_{j=1}^n \left(\mu_{\tilde{R}_{ij}}(r_{ij}) \right) \right\}$

A través de la función g el conjunto difuso $\tilde{Z} = \{z, \mu_{\tilde{Z}_i}\}$ induce otro conjunto difuso $\tilde{R}_i = \{r, \mu_{\tilde{R}_i}\}$, con la función de pertenencia $\mu_{\tilde{R}_i} = \sup_{z: g(z)=r} \mu_{\tilde{Z}_i}(z) \quad r \in \mathbb{R}$.

Finalmente, la valoración de una alternativa x_i es el valor de dicha función de pertenencia $\mu_{\tilde{R}_i}(r)$, que servirá de punto de partida para la fase de ordenación de alternativas.

Para la segunda fase de un problema de decisión multicriterio, podemos en este enfoque, distinguir las dos vías típicas, elegir la mejor alternativa, o proceder a una ordenación de las mismas según un determinado nivel de preferencia.

Elección de la mejor alternativa: Para la elección de la mejor alternativa, nos valemos de dos conjuntos

El conjunto condicional $\{I|\tilde{R}\}$, con la función de pertenencia:

$$\mu_{\{I|\tilde{R}\}} = (x_i | r_1, \dots, r_m) = \begin{cases} 1 & \text{si } r_i > r_j, \forall j \in I \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Esta función de pertenencia representa que una alternativa x_i pertenece al conjunto de alternativas preferidas si y solo si $r_i > r_j, \forall j \in I$.

Las valoraciones borrosas finales, forman un conjunto difuso $\tilde{R} \in \mathbb{R}^m$:

$$\tilde{R} = \{(r_1, \dots, r_m), \mu_{\tilde{R}}(r_1, \dots, r_m)\}$$

Cuya función de pertenencia se define como:

$$\mu_{\tilde{R}}(r_1, \dots, r_m) = \min_{i=1, \dots, m} \mu_{\tilde{R}_i}(r_i)$$

Los dos conjuntos anteriores, definen finalmente un conjunto difuso $\tilde{I} = \{x_i, \mu_{\tilde{I}}(x_i)\}$, con la función de pertenencia $\mu_{\tilde{I}}(x_i)$, se define como:

$$\mu_{\tilde{I}}(x_i) = \sup_{r_1, \dots, r_m} \min \{ \mu_{\tilde{R}}(r_1, \dots, r_m), \mu_{\{I|\tilde{R}\}}(x_i) \}$$

Que puede ser interpretada como el grado en el que la alternativa x_i es la mejor alternativa.

Ordenación por niveles de preferencia: Partiendo de las distintas valoraciones obtenidas r_i para las distintas alternativas, si estos valores son nítidos, se puede establecer el nivel de preferencia de cada una de las m alternativas como:

$$p_i = r_i - \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m r_i$$

Si por el contrario, las valoraciones \tilde{R}_i son conjuntos difusos, entonces el mapeo $h_i: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ induce un conjunto difuso $\tilde{P}_i = \{p, \mu_{p_i}(p)\}$, cuya función de pertenencia se define por:

$$\mu_{p_i}(p) = \sup_{\substack{r_1, \dots, r_m \\ h_i(r_i)=p}} \mu_{\tilde{R}}(\bar{r}_1, \dots, \bar{r}_m) \quad p \in \mathbb{R}$$

Esta función de pertenencia, en la que $\mu_{\tilde{R}}(\bar{r}_1, \dots, \bar{r}_m)$ está definida como en el supuesto anterior, se puede entender como el grado en el que una alternativa x_i es preferida a las demás.

Con respecto a la segunda fase en un problema de MADM, algunos autores sostienen que el método propuesto por Baas y Kwakernaak no posee un grado suficiente de discriminación, así algunas alternativas a esta ordenación son:

Modificación de Jain (1977): Si suponemos una valoración difusa de m alternativas $\tilde{R}_i, i = 1, \dots, m$, podemos definir el conjunto S como la unión de todos los soportes de las valoraciones difusas $\tilde{R}_i = \{r, \mu_{\tilde{R}_i}\}$, es decir:

$$S = \bigcup_{i=1}^m S(\tilde{R}_i)$$

Se puede definir un conjunto difuso de maximización $\tilde{M}(S) = \{r, \mu_{\tilde{M}}(r)\}$, siendo la función de pertenencia de este conjunto:

$$\mu_{\tilde{M}}(r) = \left[\frac{r}{r_{max}} \right]^n \quad \text{con} \quad r_{max} = \sup_{r \in S} r$$

Siendo n un exponente dependiente del contexto.

Por otra parte, para cada alternativa, existe un conjunto $\tilde{R}_i^0(r_{ij}) = \{r_{ij}, \mu_{\tilde{R}_i^0}\}$, que representa las diferentes puntuaciones para la alternativa x_i con:

$$\mu_{\tilde{R}_i^0}(r_{ij}) = \min(\mu_{\tilde{M}}(r_{ij}), \mu_{\tilde{R}_i}(r_{ij}))$$

Finalmente, la “alternativa difusa óptima”, está representada por el conjunto difuso:

$$\tilde{O} = \{x_i, \mu_{\tilde{O}}(x_i)\}$$

Con

$$\mu_{\tilde{O}}(x_i) = \max_k \mu_{\tilde{R}_i^0}(r_{ij})$$

Algunos autores argumentan que la modificación de Jain, aún no es lo suficientemente discriminativa, siendo además muy dependiente del valor de n en la función de pertenencia $\mu_{\tilde{M}}(r)$ (si $n < 1$ la función es cóncava, mientras que si $n > 1$ se vuelve convexa).

Finalmente, tanto en esta modificación como en el método de Baas y Kwakernaak, solo tienen en cuenta el lado decreciente de las funciones de pertenencia.

Modificación de Chen (Clasificación de conjuntos difusos mediante conjuntos de maximización y minimización (Chen, 1985):

En este caso, el conjunto de maximización $\tilde{M}(S) = \{r, \mu_{\tilde{M}}(r)\}$ se define por la siguiente función de pertenencia:

$$\mu_{\tilde{M}}(r) = \begin{cases} \left[\frac{r - r_{min}}{r_{max} - r_{min}} \right]^n & \text{para } r \in [r_{min}, r_{max}] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

A partir del conjunto de maximización se define el valor $R(x_i) = \sup_r \min\{\mu_{\tilde{R}_i}(r), \mu_{\tilde{M}}(r)\}$

Por otra parte, se define un conjunto de minimización $\tilde{N}(S) = \{r, \mu_{\tilde{N}}(r)\}$, con la función de pertenencia asociada:

$$\mu_{\tilde{N}}(r) = \begin{cases} \left[\frac{r - r_{max}}{r_{min} - r_{max}} \right]^n & \text{para } r \in [r_{min}, r_{max}] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

A partir de este conjunto de minimización se define el valor $L(x_i) = \sup_r \min\{\mu_{\tilde{R}_i}(r), \mu_{\tilde{N}}(r)\}$

Finalmente, la clasificación y ordenación de las alternativas se realiza mediante el valor

$$O(x_i) = \frac{R(x_i) + 1 - L(x_i)}{2}$$

Un tercer enfoque, al margen de los anteriores es clasificación y ordenación de conjuntos difusos mediante “funciones de utilidad cardinales” (fuzzy utilities).

Este enfoque definido por Baldwin y Guild (1979) utiliza la siguiente relación bidimensional:

$$\tilde{P}_{ij} = \{[(r_i, r_j), \mu_{\tilde{P}_{ij}}(r_i, r_j)]\} \quad i, j \in \mathbb{N}, i \neq j$$

En donde la función de pertenencia expresa la diferencia entre las valoraciones de x_i y x_j , generalmente

$$\mu_{\tilde{P}_{ij}}(r_i, r_j) = f(r_i, r_j) = r_i - r_j \quad i, j \in \mathbb{N}, i \neq j$$

El conjunto alternativa óptima difusa $\tilde{O}(x_i) = \{x_i, \mu_{\tilde{O}}(x_i)\} \quad i \in \mathbb{N}$, posee la siguiente función de pertenencia

$$\mu_{\tilde{O}}(x_i) = \sup_{r_i, j} \min\{\mu_{\tilde{R}_i}(r), \mu_{\tilde{R}_j}(r), \mu_{\tilde{P}_{ij}}(r_i, r_j)\}$$

Este grado de pertenencia expresa el grado en que la alternativa x_i es preferible a su mejor rival.

2.3.4.2- Modelos basados en relaciones de preferencia

Estos modelos se basan en las preferencias del decisor sobre las diferentes alternativas, según cada criterio.

Teniendo en cuenta las definiciones sobre relación de orden y relación de preorden difusas definidas en el capítulo 1 (def. 1.15 y 1.16), se pueden definir las relaciones de preferencia, indiferencia y no dominancia difusas entre pares de alternativas como conjuntos difusos, con sus respectivas funciones de pertenencia.

Definición de relación de indiferencia difusa: Una relación de indiferencia difusa \widetilde{IR} se define como:

$$\widetilde{IR} = \{(x, y), \mu_{\widetilde{IR}}(x, y)\} \quad x, y \in X \times Y$$

Con

$$\mu_{\widetilde{IR}}(x, y) = \min\{\mu_{\widetilde{PR}}(x, y), \mu_{\widetilde{PR}}(y, x)\}$$

Definición de relación de preferencia difusa estricta: Una relación de preferencia difusa estricta \widetilde{PRS} , se define mediante su función de preferencia:

$$\mu_{\widetilde{PRS}}(x, y) = \begin{cases} \mu_{\widetilde{PR}}(x, y) - \mu_{\widetilde{PR}}(y, x) & \text{para } \mu_{\widetilde{PR}}(x, y) \geq \mu_{\widetilde{PR}}(y, x) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

En donde $\mu_{\widetilde{PR}}(x, y)$ es una relación de preferencia no estricta, definida generalmente mediante relaciones de preorden ordenadas en una matriz.

Este conjunto de preferencia difusa, así definido, solo contiene elementos (x, y) en los que x domina estrictamente a y .

El complemento de este conjunto difuso contiene, por tanto, todos los elementos de x que no son dominados por $y \in X$, es decir, el conjunto de elementos no dominados \widetilde{ND} , se define mediante la función de pertenencia:

$$\mu_{\widetilde{ND}}(x) = \inf_{y \in X} [1 - \mu_{\widetilde{PRS}}(y, x)] = 1 - \sup_{y \in X} \mu_{\widetilde{PRS}}(y, x) = 1 - \sup_{y \in X} \max\{\mu_{\widetilde{PR}}(x, y) - \mu_{\widetilde{PR}}(y, x), 0\}$$

Gracias a este conjunto, se puede definir el conjunto nítido de alternativas "máximamente no dominadas" $x \in X$:

$$MND = \{x | \mu_{\widetilde{ND}}(x) = \sup_{z \in X} \mu_{\widetilde{ND}}(z), x \in X\}$$

En particular son interesantes aquellas alternativas en las que $\sup_{z \in X} \mu_{\widetilde{ND}}(z) = 1$, ya que estas conforman el conjunto de alternativas nítidamente no dominadas o **CND** (crisply nodominated elements).

2.3.4.3- Modelos basados en relaciones de sobreclasificación (outranking)

Como ya se ha comentado, en estos modelos se renuncia a lo que Roy llama "axioma de la comparabilidad completamente transitiva", es decir, se renuncia a la idea de que las preferencias pueden ser modeladas únicamente por las dos relaciones binarias, "preferencia" e "indiferencia", descritas en el apartado anterior.

Este autor da tres razones principales para ello:

- 1- Es posible que un decisor no sea capaz de comparar un par de alternativas, debido a la falta de información, o a que la información disponible es demasiado incierta.
- 2- Un decisor puede no querer comparar alternativas, porque en una cierta etapa podría no ser apropiado adoptar un sistema de valores que pudiera permitir la comparación.
- 3- Un decisor puede no saber cómo comparar las alternativas debido a que, o bien existe una falta de información sobre las existencias preferentes, o bien existe un alta imprecisión en este conocimiento.

Para trabajar con estos modelos, además de las relaciones descritas en el subapartado anterior, es necesario definir dos relaciones más:

Definición de preferencia débil (Q): Una relación de preferencia débil entre dos alternativas ($x_i Q x_j$ o $x_j Q x_i$) impera si una de las alternativas no es estrictamente preferida a la otra y si es imposible decidir si la otra alternativa es estrictamente preferida o indiferente a la primer alternativa, es decir, si para dos alternativas $x_i, x_j \in A \subseteq X$ y algunos criterios $c_i(x_i), i = 1, \dots, m$ se cumple que:

$$c_i(x_i) = c_i(x_j) \quad \forall i \neq k$$

Y

$$c_i(x_i) - c_i(x_j) \leq s_k$$

Siendo s_k un umbral por debajo del cual no se puede realizar ninguna declaración sobre la relación de preferencia.

Definición de incomparabilidad (Y): Una relación de incomparabilidad entre dos alternativas ($x_i Y x_j$ o $x_j Y x_i$) impera si ninguna de las relaciones $x_i P x_j, x_i Q x_j, x_i I x_j$ o sus respectivas inversas existe, es decir, si para dos alternativas $x_i, x_j \in A \subseteq X$ y algunos criterios $c_i(x_i), i = 1, \dots, m$ se cumple que:

$$\begin{aligned} c_i(x_i) &> c_i(x_j) && \text{para } j = 1, \dots, k < m \\ c_i(x_i) &< c_i(x_j) && \text{para } j = k + 1, \dots, m \end{aligned}$$

Se asumen las siguientes propiedades para las relaciones descritas:

- Q y P son irreflexivas y antisimétricas
- I es reflexiva y simétrica
- Y es irreflexiva y simétrica

Una vez descritas las relaciones anteriores, podemos decir que una alternativa x_i "sobreclasifica" a otra alternativa x_j , si el decisor tiene suficientes razones (respecto a los resultados de los criterios) para admitir que la declaración " x_i es como mínimo tan buena como x_j " posee cierto grado de verdad. De la misma forma, se puede decir que la alternativa x_i "no sobreclasifica" a la alternativa x_j , si los argumentos en favor de la declaración " x_i es como mínimo tan buena como x_j " son insuficientes, y existen argumentos en favor de la declaración " x_j es como mínimo tan buena como x_i ".

Estas relaciones de sobreclasificación (\tilde{R}_A^d), de una alternativa x_i sobre otra alternativa x_j ($x_i, x_j \in X$) se pueden definir mediante un grado de sobreclasificación $d(x_i, x_j)$ como:

$$d(x_i, x_j) = d(c(x_i), c(x_j)) \quad \forall i, j \in A \subseteq X$$

Que cumple las siguientes propiedades

- Es una función no decreciente para $c(x_i), \forall i$ y no creciente para $c(x_j), \forall j$.
- $d(x_i, x_j) = 1$ implica la total certeza de que x_i sobreclasifica a x_j
- $d(x_i, x_j) = 0$ implica la total certeza de que, o bien x_j no está sobreclasificada por x_i , o la total ausencia de argumentos en favor de esa sobreclasificación.
- $d(x_i, x_j) \in [0, 1]$
- En analogía con los α -cortes, se puede definir una relación de sobreclasificación nítida R_A^α como:

$$x_i R_A^\alpha x_j \Leftrightarrow d(x_i, x_j) > \alpha$$

Por tanto, en las relaciones de sobreclasificación pueden darse cuatro casos, que son:

Indiferencia:

Esta relación aparece cuando en los criterios ocurre lo siguiente:

$$c_l(x_i) = c_l(x_j) \quad \forall l \neq k$$

$$c_k(x_i) - c_k(x_j) \leq s_k(c_k)$$

La relación de sobreclasificación en este caso se denotaría como:

$$\tilde{R}^d(x_i, x_j) = \tilde{R}^d(x_j, x_i) \quad 0 \leq d(x_i, x_j) \leq 1$$

Incomparabilidad:

Esta relación aparece en uno de los siguientes casos:

1-

$$\begin{aligned}c_l(x_i) &= c_l(x_j) \quad \forall l \neq k, h \\0 &\leq c_k(x_i) - c_k(x_j) \leq s_k \\0 &\leq c_h(x_j) - c_h(x_i) \leq s_h\end{aligned}$$

2-

$$\begin{aligned}c_l(x_i) &= c_l(x_j) \quad \forall l \neq k, h \\c_k(x_i) - c_k(x_j) &> s_k \\c_h(x_j) - c_h(x_i) &> s_h\end{aligned}$$

La relación de sobreclasificación se denotará por: $\tilde{R}^d(x_i, x_j) = \tilde{R}^d(x_j, x_i) \quad 0 \leq d \leq s$

Preferencia débil:

Aparece cuando los criterios cumplen con las siguientes características:

$$\begin{aligned}c_l(x_i) &= c_l(x_j) \quad \forall l \neq k, h \\c_k(x_i) - c_k(x_j) &> s_k \\c_h(x_j) - c_h(x_i) &< s_h\end{aligned}$$

Que se expresa como: $\tilde{R}^d(x_i, x_j) > \tilde{R}^d(x_j, x_i) > s$

Preferencia estricta:

Se da en uno de los siguientes casos:

1-

$$c_l(x_i) > c_l(x_j) \quad \forall l$$

2-

$$\begin{aligned}c_l(x_i) &> c_l(x_j) \quad \forall l \neq k \\c_k(x_i) - c_k(x_j) &< s_k\end{aligned}$$

Que se denota como: $\tilde{R}^d(x_i, x_j) = 1 - s$, $\tilde{R}^d(x_j, x_i) = 0$

La restricción de las relaciones difusas de sobreclasificación (superación) de cada método en particular se formalizará en el siguiente capítulo.

Es posible que la notación de dicho capítulo difiera de la expuesta aquí, sin embargo, se ha preferido mantener la notación de las fuentes, entendiendo que no afecta a los axiomas de la sobreclasificación.

Índice de figuras:

Figura 2. 1: Fases del proceso de toma de decisión	67
Figura 2. 2: Niveles jerárquicos del problema	85
Figura 2. 3: Espacio de pesos válidos	98

Índice de tablas:

Tabla 2. 1: Escala de preferencias de Saaty.....	82
Tabla 2. 2: Valores del índice de consistencia aleatorio para cantidades diferentes de elementos a comparar	84
Tabla 2. 3: Matriz de preferencias nivel 2	85
Tabla 2. 4: Matriz de preferencias nivel 3	85
Tabla 2. 5: Matriz de preferencias normalizada, nivel 2	86
Tabla 2. 6: Matrices de preferencia normalizada, nivel 3	86
Tabla 2. 7: Autovalores para los criterios	86
Tabla 2. 8: Autovalores para las alternativas, según cada criterio.....	86
Tabla 2. 9: Índices de concordancia para las diferentes matrices de comparación.....	87
Tabla 2. 10: Intensidades de preferencia para la comparación entre dos alternativas.	91
Tabla 2. 11: Matriz de juicios categóricos	92
Tabla 2. 12: Matriz de valoraciones	96
Tabla 2. 13: Índices de concordancia/discordancia globales, por criterio y permutación	97
Tabla 2. 14: Índices de concordancia/discordancia globales, por permutación	97
Tabla 2. 15: Clasificación de los problemas de decisión difusos	100

Bibliografía

[1]

<http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4010014/Contenidos/Capitulos%20PDF/CAPITULO%202.pdf>

[2] Oriol Escardibul, “Tema 6: La toma de decisiones”, 2011.

[3] Cengiz Kahraman, “Multi-criteria decision making methods and fuzzy sets”, D.I.E., Estambul, 2008.

[4] Fernando Aguiar, “Teoría de la decisión e incertidumbre: Modelos normativos y descriptivos”, IESA/CSIC, 2007.

[5] Carlos Romero, "Análisis de las decisiones multicriterio", Madrid, 1996.

[6] Carlos Baldasquin Cáceres, "Análisis comparativo de técnicas de generación eléctrica: Aplicando métodos de relaciones de superación", Cartagena, 2011.

[7] Diego Edher Maurtua Ollaguez, "Criterios de selección de personal mediante el uso del proceso de análisis gerárquico. Aplicación en la selección de personal para la empresa Exotic Foods S.A.C. Capítulo II. La toma de decisión". U.N.M. San Marcos, Lima, Perú, 2006.

[8] M^a del Socorro García Cascales, "Métodos para la comparación de alternativas mediante un sistema de ayuda a la decisión (S.A.D.) y soft computing", D.T.E.T.C.P., UPCT, Cartagena, 2009

[9] H. J. Zimmerman, "Fuzzy sets, decision making, and expert systems", Boston, 1987

[10] Pablo Pedregal, "Introduction to optimization", New York, 2004.

[11] Taho Yang, Chih-Ching Hung, "Multiple-attribute decision making methods for plant lay out design problem", 2005.

[12] C.A. Bana e Costa, J.M. De Corte, J.C. Vansnik, "MACBETH", Université de Mons, 2003.

[13] J.L. García Lapresta, L.C. Meneses Poncio, "Decisiones multicriterio: Un enfoque alternativo al MACBETH"

[14] M.A. Sanabria Aguilar, "Toma de decisiones con criterios múltiples: un resumen conceptual", 2006

[15] C. Rodrigo Ramirez, "Modelos de toma de decisiones"

[16] Dr. Gabriel de las Nieves Sánchez Guerrero, "La técnica ELECTRE", 2003

[17] Gabriela M. Fernández Barberis, "Los métodos PROMETHEE: Una Metodología de Ayuda a la Toma de Decisiones Multicriterio Discretas", 2002.

[18] W.F. Abd El- Wahed, "Intelligent fuzzy multi-criteria decision making: review and analysis", Menoufa University, Egipto 2008.

[19] J. Figueira, S. Greco, M. Ehrgott, "Multiple Criteria Decision Analysis. State of the art surveys", Boston, 2005.

[20] Hugo Roche, "Métodos cuantitativos aplicados a la administración .Material de apoyo al análisis multicriterio", 2005.

[21] María Jesús Mellinas Fernández, "Análisis comparativo de técnicas de generación eléctrica: AHP y TOPSIS fuzzificado", Cartagena, 2011.

Capítulo 3: Familias de métodos ELECTRE Y PROMETHEE

3.1- Introducción

Las dos familias de métodos que se presentan en este capítulo se basan en relaciones de sobreclasificación (Cap. 2, aptdo. 2.3.4.3, en el que se maneja información difusa) y gozan de una gran popularidad dentro del campo de la toma de decisión multiatributo (MADM) debido a su buena adaptación a los problemas de decisión en aplicaciones reales y a la capacidad para computar las preferencias y percepciones del decisor o decisores.

Las ideas básicas en las que se basan estos métodos fueron descritas en el apartado 2.2.2.2 del capítulo 2, por lo que ésta será una breve introducción histórica [1], [21].

Históricamente, la primera familia de métodos de sobreclasificación que aparece, es la familia ELECTRE (ELimination Et Choix Traduisant la REalité), particularmente el método ELECTRE I desarrollado por B. Roy.

A petición de la consultoría europea SEMA, B. Roy estudió las limitaciones del método de resolución de problemas multicriterio denominado MARSAN (Méthode d'analyse, de Recherche, et de Sélection d'activités Nouvelles), desarrollando rápidamente, una nueva metodología capaz de superar las limitaciones de MARSAN.

Así, el método ELECTRE I se presentó en Julio de 1965 en una conferencia en Roma (les journées d'études sur les méthodes de calcul dans les sciences de l'home). Sin embargo, el método no fue ampliamente conocido hasta su publicación en 1968 en RIRO (la Revue d'Informatique et de Recherche Opérationnelle).

Se siguió desarrollando por esta época el método ELECTRE I, dando una versión "extraoficial" llamada ELECTRE Iv, en el que se incluía el concepto de umbral de veto, y una versión posterior, el ELECTRE IS, que introduce el concepto de "pseudo- criterio", con el objetivo de tratar con información vaga e imprecisa.

Lindando con los setenta apareció una nueva situación en el mundo de la toma de decisión, la planificación de medios, referida a la definición de un plan de publicidad, cuyo problema inicial fue la respuesta a la pregunta, “¿cómo establecer un sistema adecuado de ranking de periódicos (revistas, magazines, etc.)?”. En este contexto, se desarrolla el método ELECTRE II, con el objetivo de establecer una ordenación total de alternativas, de la mejor a la peor. Sin embargo, este método aún necesitaba algunos retoques para poder tratar con información imprecisa. De esta forma, unos años más tarde, aparece el método ELECTRE III, que introduce, además del uso de pseudo-criterios, ya vista en ELECTRE IS, la utilización de relaciones de sobreclasificación difusas.

Paralelamente aparece el método ELECTRE IV, como herramienta de decisión, para resolver un problema relacionado con las redes de metro de París.

Este método presenta un enfoque novedoso y totalmente diferente de sus predecesores, ya que es el único método ELECTRE en el cual, para realizar el ranking completo de las alternativas no se utilizan ni factores de ponderación, ni los denominados índices de concordancia y discordancia.

Finalmente, a finales de los setenta, aparece otro método ELECTRE revolucionario, el ELECTRE TRI. Este método no se basa en establecimiento de un ranking parcial o completo entre alternativas, sino que trata de clasificar las alternativas dentro de grupos preestablecidos, siendo a su vez más simple y más general que sus predecesores.

Con respecto a la familia de métodos PROMETHEE (Preference Ranking Organization METHod of Enrichement Evaluations), los métodos PROMETHEE I y PROMETHEE II, fueron desarrollados por J.P. Brans y presentados por primera vez en 1982, en Quebec (Canadá), en una conferencia organizada en la Université Laval (L'Ingénierie de la décision. Elaboration d'Instruments d'Aide à la Décision).

Unos pocos años después, J.P. Brans y B. Mareschal desarrollaron PROMETHEE III (ranking basado en intervalos) y PROMETHEE IV (que se centra en conjuntos de alternativas infinitos y continuos). Los mismos autores proponen en 1988 el módulo visual interactivo GAIA, una herramienta gráfica de gran ayuda a la metodología PROMETHEE.

En 1992 y 1994, los mismos autores desarrollan dos nuevas extensiones de la metodología PROMETHEE:

PROMETHEE V (que, aun siendo un método de sobreclasificación, se aproxima a los problemas de programación lineal sujetos a “restricciones de segmentación”), y PROMETHEE VI, que junto con el módulo visual interactivo

GAIA, proporciona una representación del razonamiento humano de la toma de decisión.

El éxito y la amplia variedad de problemas en los que se utiliza esta metodología, radica en sus propiedades matemáticas, y en su facilidad de uso.

3.2- Familia de métodos ELECTRE

3.2.1- Características básicas de los métodos ELECTRE

3.2.1.1- Aspectos generales de los métodos

Según algunos autores, la utilización de estos métodos es conveniente en situaciones con las siguientes características [1]:

- El decisor quiere incluir en el modelo, como mínimo tres criterios (aunque realmente, los procesos de agregación están más preparados para contar con un número superior a cinco criterios).

Y, como mínimo, una de las siguientes situaciones debería de verificarse:

- Las alternativas se evalúan (al menos para un criterio) en una escala ordinal, o en una escala débilmente intervalar. Estas escalas no son adecuadas para la comparación de diferencias, de manera que definir preferencias mediante ratios del tipo $\frac{g_j(a)-g_j(b)}{g_j(c)-g_j(d)}$ (siendo $g_j(x)$ la evaluación de la alternativa x respecto al criterio g_j), se vuelve difícil o artificial.
- Existe una gran heterogeneidad con respecto a la naturaleza de los criterios, lo que hace complicado el agregar todos ellos en una escala común.
- Funciones de agregación de tipo compensatorio, podrían no ser aceptables para el decisor, por lo que se utilizan operadores de agregación no compensatorios.
- Como mínimo para un criterio, se cumple que: diferencias pequeñas en la evaluación de un criterio, no son significativas en términos de preferencia, mientras que la acumulación de pequeñas diferencias en varios criterios, podrían volverse significativas. Por esta razón se introducen los “umbrales de discriminación”, que proporcionan una relación binaria de indiferencia, totalmente intransitiva.

Los citados criterios de discriminación se usan para tener de algún modo en cuenta la falta de precisión en la evaluación de alternativas con respecto a los distintos criterios. Estos umbrales, que pueden ser constantes o variar a lo largo de la escala, se usan para modelizar situaciones en las que la diferencia entre las evaluaciones de dos alternativas puede:

- Justificar la preferencia de una de ellas (umbral de preferencia p_j)
- Ser compatible con la indiferencia entre ellas (umbral de indiferencia q_j)
- Ser interpretada como una duda entre la relación de preferencia, o la de indiferencia de las dos alternativas.

Otro aspecto a tener en cuenta es la valoración de la importancia entre los distintos criterios, que se realiza mediante los ya conocidos factores de ponderación o pesos, y por un nuevo umbral conocido como “umbral de veto”.

Así, el peso de cada criterio j (w_j) representa la intensidad con la que dicho criterio participa en la constitución de la mayoría que está en favor de una relación de sobreclasificación, siendo estos independientes tanto de los rangos como de la construcción de las escalas, mientras que el umbral de veto expresa la intensidad atribuida a un criterio para posicionarse en contra de la afirmación “ a sobreclasifica a b ”, cuando la diferencia entre $g_j(a)$ y $g_j(b)$ es mayor que dicho umbral. Al igual que con los umbrales de discriminación, el umbral de veto puede permanecer constante o variar a lo largo de la escala.

La asignación de valores, tanto para los factores de ponderación como de los distintos umbrales, se puede realizar mediante procedimientos de asignación directa, en la que el decisor proporciona directamente los valores de estos parámetros en base a su información, o mediante procedimientos de asignación indirecta, en los que estos valores son calculados a partir de las preferencias del decisor (como el cálculo de autovectores en el método AHP, o las técnicas de asignación DIVAPIME y SRF).

3.2.1.2- Elementos constitutivos

En general, los elementos constitutivos de los métodos ELECTRE son los de cualquier problema de toma de decisión multicriterio, es decir [1], [2], [8]:

- Un conjunto de criterios $J = \{g_1, \dots, g_n\}$, en donde por simplicidad, se denomina J al conjunto de índices de los criterios, es decir, si tenemos un criterio g_j , será $j = 1, 2, \dots, n \quad j \in J$.
- Un conjunto de posibles acciones o alternativas $A = \{a_1, \dots, a_m\}$, con cardinalidad $m \in \mathbb{N}$
- $g_j(a_i) \in E_j$, la evaluación de una alternativa a_i con respecto a un criterio g_j , para todo $a_i \in A$ y $j \in J$, en donde E_j es la escala asociada al criterio j . Estas evaluaciones se ordenan en la llamada “matriz de evaluación”, o de decisión.
- w_j , los pesos asociados a los j criterios, con $j \in J$
- $q_j(g_j(a_i))$, $p_j(g_j(a_i))$ y $v_j(g_j(a_i))$ los umbrales de indiferencia preferencia y veto, respectivamente, de un criterio g_j para toda alternativa $a_i \in A$ y $j \in J$.

A partir de estos elementos, y mediante los índices de concordancia y discordancia (que se detallarán en cada método), se establecen las relaciones binarias de sobreclasificación entre alternativas (aSb), que pueden ser de preferencia (aPb), preferencia débil (aQb) e indiferencia (aIb)

Cuando aparece la incomparabilidad (aRb), se supone que no hay relación entre las alternativas (en este caso la notación difiere de la utilizada en el capítulo 2, es decir aYb , sin embargo las características de esta relación siguen siendo las mismas). Para cada criterio j , serán P_j , Q_j , I_j o R_j respectivamente.

Un elemento característico de este método es el “grafico de decisión”. Este grafico describe las relaciones de sobreclasificación entre las diferentes alternativas, de manera que, para una serie de relaciones binarias, se puede construir un gráfico $G(U, V)$, en donde V representa el conjunto de vértices, y U el conjunto de arcos.

De esta forma, para cada alternativa $a \in A$ se asigna un vértice $i \in V$, y por cada par de alternativas $(a, b) \in A$, se asigna un arco (i, l) , si y solo si existe una relación de superación entre dichas alternativas (por tanto, una relación de incomparabilidad entre dos alternativas, no posee un arco entre ellas).

3.2.1.3- Concepto de robustez y análisis de sensibilidad

Independientemente de la tipología del problema a resolver, es frecuente que el decisor dude de los resultados obtenidos al usar algún método de ayuda a la toma de decisión, ya que al no tener en los problemas reales, un conocimiento total de todos los datos necesarios, puede existir una cierta arbitrariedad en la designación de los valores de parámetros de preferencia (pesos, umbrales, etc.) o en parámetros técnicos (índices de concordancia o discordancia, umbrales de credibilidad, etc.), por esta razón, se suelen realizar análisis de sensibilidad de estos resultados.

Estos análisis consisten en variar los parámetros anteriormente mencionados dentro de un rango para comprobar la robustez de los resultados, es decir, si estos resultados varían de manera apreciable, o no, con la variación de los parámetros del problema. Así, son generalmente preferidos los resultados o conclusiones robustas.

Definición 3.1. Conclusión robusta: Una conclusión C^r , se dice robusta respecto a un dominio Ω de posibles valores de preferencia y parámetros técnicos, si no hay un conjunto de parámetros particular, $\bar{\omega} \in \Omega$, que invalide claramente la conclusión C^r .

3.2.1.4- Fases generales y tipologías de problemas

Los métodos ELECTRE poseen en general dos fases: La fase de construcción de una o varias relaciones de sobreclasificación, y la fase de explotación (ambas coincidentes con las dos fases expuestas en el capítulo 2, apartado 2.3.4).

En la primera fase se construyen las relaciones de sobreclasificación de manera global comparando cada par de alternativas, según las ideas de Condorset (Cap. 2, aptdo. 2.2.2.2), a través de los índices de concordancia y discordancia. Por su parte, en la fase de explotación se elaboran recomendaciones sobre los resultados obtenidos en la primera fase cuya naturaleza depende del fin perseguido por el método, a saber: Elección (choosing), ordenación (ranking), o clasificación (sorting).

Problemas de elección: En estos problemas se pretende elegir un subconjunto de alternativas (eficientes), tan pequeño como sea posible, para finalmente elegir una alternativa

de entre todas ellas. Los métodos que siguen este enfoque son ELECTRE I y sus variantes ELECTRE IV y ELECTRE IS.

Problemas de ordenación: Como su propio nombre indica, en estos problemas, lo que nos interesa es la ordenación de todas las alternativas pertenecientes a un conjunto dado, posiblemente con el mismo nivel de valoración. Los métodos que siguen este enfoque son ELECTRE II, ELECTRE III y ELECTRE IV.

Problemas de clasificación: Para la aplicación de estos métodos es necesaria la formación previa de categorías. De esta forma, cada alternativa o grupo de alternativas asignadas a una categoría, serán consideradas de manera equivalente. En este tipo de problemas, la asignación de las alternativas a las diferentes categorías, se realiza mediante la comparación con algún perfil, una norma o una referencia. Así, los resultados se expresan mediante juicios absolutos del tipo, “la alternativa a está asignada (o no asignada) a cierta categoría”, “la alternativa a se adecúa (o no) a ciertas normas propias de la categoría”, o “la categoría a es similar (o no similar) respecto a un perfil de referencia”. El método ideado para tratar con estas problemáticas es el ELECTRE TRI.

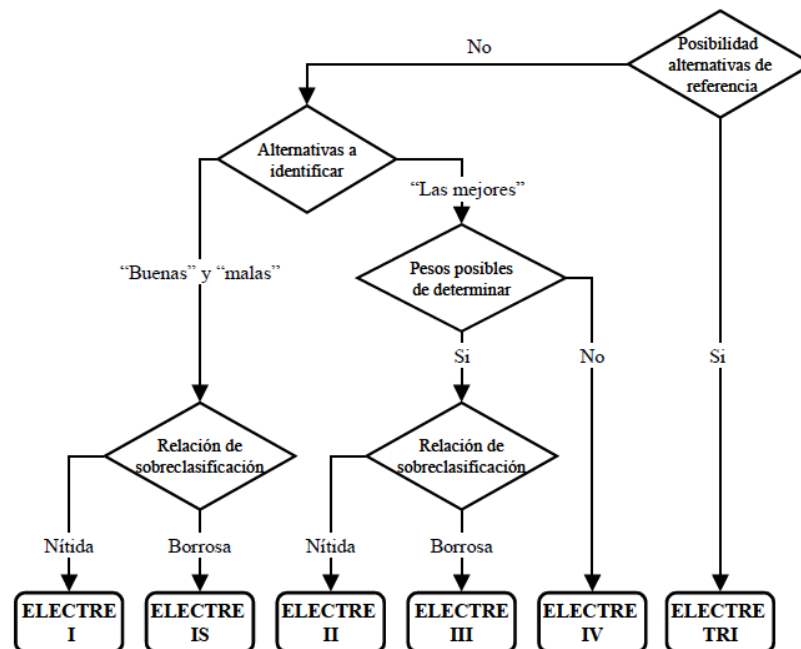


Figura 3. 1: Clasificación de los métodos ELECTRE

La exposición de los métodos concretos seguirá el mismo orden citado en este subapartado, centrándose principalmente en el método ELECTRE I ya que el resto de métodos consisten en posteriores modificaciones del mismo.

3.2.2- Problemas de elección (Choice problems) [1], [8]

3.2.2.1- Método ELECTRE I

La aplicación de este método resulta sencilla, y debería ser aplicada solo cuando todos los criterios han sido codificados en escalas numéricas con el mismo rango. En esta situación, para cada par de alternativas $(a_i, a_k) \in A$ se puede afirmar que “la alternativa a_i sobreclasifica a la alternativa a_k ” (es decir, que la alternativa a_i es al menos tan buena como la alternativa a_k) solo cuando se cumplen las dos condiciones siguientes:

- 1- La intensidad de la coalición concordante debe ser suficientemente alta como para soportar la afirmación, dicho de otro modo, la suma de los pesos de los criterios para los cuales esta afirmación es verdadera (y que por tanto forman coalición), debe ser suficientemente alta. Esta intensidad se define a través del índice de concordancia y debe ser igual o superior a un valor conocido como “umbral mínimo de concordancia” (\bar{c}), que generalmente se encuentra dentro del rango $[0.5, 1 - \min_{j \in J} w_j]$

Este valor se calcula para cada par de alternativas como: $C(a_i S a_k) = \frac{\sum_{\{j: g_j(a_i) \geq g_j(a_k)\}} w_j}{\sum_{j \in J} w_j}$ (suponiendo $\sum_{j \in J} w_j = 1$). Si el conjunto de pesos no está normalizado, este índice se calcula como:

$$C(a_i S a_k) = \frac{\sum_{\{j: g_j(a_i) \geq g_j(a_k)\}} w_j}{\sum_{j \in J} w_j}$$

En donde $J_c = \{j: g_j(a_i) \geq g_j(a_k)\}$, denota el conjunto de criterios para el cual la alternativa a_i es mejor valorada que la alternativa a_k . En este punto existe una división de autores en donde, si $g_j(a_i) = g_j(a_k)$, algunos asignan la mitad del peso a cada alternativa, mientras que otros asignan el peso completo.

- 2- La no discordancia con respecto a la afirmación juzgada. Esta discordancia se mide mediante el índice de discordancia, que no debe sobrepasar un cierto valor, conocido como “umbral máximo de discordancia” (\underline{d}), resultando la afirmación, no válida si se sobrepasa este valor.

El índice de discordancia se calcula, a partir de la matriz de decisión normalizada y ponderada como:

$$D(a_i S a_k) = \frac{\max_{\{j: g_j''(a_i) < g_j''(a_k)\}} |g_j''(a_k) - g_j''(a_i)|}{\max_{j \in J} |g_j''(a_k) - g_j''(a_i)|}$$

En donde el $J_D = \{j: g_j''(a_i) < g_j''(a_k)\}$, denota el conjunto de criterios para el cual, la alternativa a_k es mejor valorada que la alternativa a_i .

3.2.2.1.1- Secuencia de resolución del método ELECTRE I:

A continuación se describe la secuencia de pasos para resolver un problema de toma de decisión mediante el método ELECTRE I, que en general será la misma para el resto de métodos (aunque con algunas modificaciones) [1], [2], [4], [8]:

- 1- Determinación de los valores de la matriz de decisión y de los factores de ponderación del conjunto de criterios, es decir, dados un conjunto de alternativas A y un conjunto de criterios J , determinar las valoraciones de cada alternativa según cada criterio $g_j(a_i)$, así como los valores de w_j .
- 2- Determinar la matriz de índices de concordancia, calculando el índice de concordancia.
- 3- Determinación de la matriz de decisión normalizada. Este cálculo se realiza dividiendo cada elemento de la matriz de decisión por la máxima diferencia de valores en las puntuaciones de las alternativas para cada criterio concreto:

$$g_j'(a_i) = \frac{g_j(a_i)}{\max_{\{j \in J\}} |g_j(a_k) - g_j(a_l)|} \quad \text{con } k \neq l$$

- 4- Determinación de la matriz de decisión normalizada y ponderada. Este cálculo se realiza como:

$$g_j''(a_i) = w_j \cdot g_j'(a_i)$$

- 5- Determinación de la matriz de índices de discordancia.
- 6- Determinación de los umbrales de concordancia y discordancia. Estos valores suelen tomarse como la media de los valores de la matriz de concordancia y discordancia respectivamente, así, para un conjunto de m alternativas:

- Umbral mínimo de concordancia: $\bar{c} = \frac{\sum_i \sum_j c(a_i S a_j)}{m(m-1)}$
- Umbral máximo de discordancia: $\underline{d} = \frac{\sum_i \sum_j d(a_i S a_j)}{m(m-1)}$

- 7- Construcción de la matriz de concordancia dominante. A partir de la matriz de índices de concordancia y del umbral mínimo de concordancia, la matriz de concordancia dominante se calcula asignando a cada elemento de la matriz los siguientes valores:

$$cd_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } C(a_i S a_j) \geq \bar{c} \\ 0 & \text{si } C(a_i S a_j) < \bar{c} \end{cases}$$

- 8- Construcción de la matriz de discordancia dominante. En el mismo sentido que la anterior, la matriz de índices de discordancia, y del umbral máximo de discordancia, se calculan los valores de la matriz de discordancia dominante como:

$$dd_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } D(a_i S a_j) < \underline{d} \\ 0 & \text{si } D(a_i S a_j) \geq \underline{d} \end{cases}$$

Construcción de la matriz de concordancia agregada (concordante-discordante). Los elementos de esta matriz se calculan en base a las matrices de los pasos 7 y 8, de manera que los elementos de la misma se calculan como:

$$acd_{ij} = cd_{ij} \cdot dd_{ij}$$

9- Construcción del gráfico de decisión. A partir de los valores de la matriz de dominancia agregada se puede comprobar que en este primer método de la familia ELECTRE, solo aparecen relaciones de preferencia estricta (valor 1), o de incomparabilidad (valor 0).

Una vez construido el gráfico de decisión, la etapa de explotación consiste en identificar un subconjunto de alternativas (tan pequeño como sea posible), de donde se pueda seleccionar la mejor alternativa. Este conjunto forma en el gráfico lo que se denomina "núcleo del gráfico".

El núcleo del gráfico está formado por aquellas alternativas que no se sobreclasifican entre sí (no hay arcos entre sus correspondientes vértices). Además, es necesario que el resto de alternativas estén dominadas por una de las alternativas pertenecientes al núcleo (deben salir arcos a los vértices que no forman parte del núcleo desde al menos un vértice del núcleo) [4], [5].

Si tenemos un conjunto de arcos u_i (con $i \in J$), entendemos por circuito de longitud r (con $r = 1, 2, \dots, n$) a una colección ordenada de r arcos en la que el extremo final de u_{i-1} , es el extremo inicial de u_i , y el extremo final del mismo es el extremo inicial de u_{i+1} . De la misma forma, denominamos ciclo de longitud r a una colección ordenada de r arcos tal que una de las extremidades de u_i , es una extremidad de u_{i-1} , y la otra extremidad de u_i , es una extremidad de u_{i+1} . Además, un circuito o ciclo se dice que es elemental si y solo si cada vértice es una extremidad de, como máximo, dos arcos.

Si en el gráfico de decisión no existen ciclos directos, existe siempre un único núcleo, en caso contrario existen varios núcleos o ninguno, siendo todas las alternativas que forman un ciclo consideradas indiferentes entre sí, por lo que en algunos casos, el método ELECTRE I puede tener poca capacidad de discriminación. Una modificación de este (el ELECTRE IS), se desarrolló para evitar esta posible dificultad.

3.2.2.2- Variantes de ELECTRE I: ELECTRE Iv y ELECTRE IS:

3.2.2.2.1- ELECTRE Iv

El nombre de ELECTRE Iv es el nombre extraoficial para el método ELECTRE I al que se le añade un nuevo elemento, el umbral de veto. Un umbral de veto v_j puede ser atribuido a un cierto criterio g_j , perteneciente a la familia de criterios J . Este umbral de veto representa un límite superior a partir del cual la afirmación “la alternativa a_i sobreclasifica a la alternativa a_k ”, no es válida.

Es necesario distinguir este umbral de veto del concepto de índice de discordancia, ya que, mientras dicho índice está relacionado con el criterio g_j para una alternativa $a_i \in A$, el umbral de veto está relacionado con la diferencia entre las preferencias de dos alternativas, para un criterio dado $g_j(a_i)$ y $g_j(a_k)$ ($i \neq k$).

Así, para poder validar la afirmación “ a_i sobreclasifica a a_k ”, sigue siendo necesario el cumplimiento de las condiciones de concordancia y no discordancia, si bien, esta última condición se modifica, pasando a ser la condición de no-veto.

La condición de no-veto implica que, de entre todos los criterios que no forman parte de la coalición concordante (es decir, todos aquellos que se oponen a la afirmación “ a_k sobreclasifica a a_i ”), en ninguno de ellos debe superarse el umbral de veto. Por tanto, el valor de los elementos de la matriz de discordancia dominante, pasan a ser:

$$dd_{kl} = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(a_l) - g_j(a_k) \leq v_j(a_k) \\ 0 & \text{si } g_j(a_l) - g_j(a_k) > v_j(a_k) \end{cases} \quad \forall j \in J$$

3.2.2.2.2- ELECTRE IS

El método ELECTRE IS es una extensión del ELECTRE Iv, cuya principal característica es el uso de “pseudo-criterios”. Este enfoque tiene en cuenta la posibilidad de trabajar con criterios cuyos umbrales de indiferencia y preferencia sean no nulos, así como permite un refuerzo del efecto de veto cuando la importancia de los criterios que forman parte de la coalición concordante disminuye. Para continuar con la exposición, es necesario introducir el concepto de pseudo-criterio:

Definición 3.2 Pseudo-criterio: Un pseudo-criterio es una función g_j , asociada a dos umbrales $p_j(g_j(a))$ u $q_j(g_j(a))$, que satisfacen la siguiente condición: para todo $a \in A$, $p_j(g_j(a)) + g_j(a)$ y $q_j(g_j(a)) + g_j(a)$ son

funciones monótonas, no decrecientes de $g_j(a)$, siendo $p_j(g_j(a)) \geq q_j(g_j(a))$.

Un caso especial de pseudo-criterio es el denominado cuasi-criterio, cuyos umbrales poseen la particularidad de ser iguales, es decir: $p_j(g_j(a)) = q_j(g_j(a))$. A su vez, un criterio, o verdadero criterio es aquel pseudo-criterio en el que se cumple que $p_j(g_j(a)) = q_j(g_j(a)) = 0$.

Pueden definirse las relaciones de sobreclasificación, según la comparación de estos pseudo-criterios como sigue:

- $a_i I_j a_k \Leftrightarrow g_j(a_i) \leq g_j(a_k) + q_j(g_j(a_i))$
- $a_i Q_j a_k \Leftrightarrow g_j(a_k) + q_j(g_j(a_i)) < g_j(a_i) \leq g_j(a_k) + p_j(g_j(a_i))$
- $a_i P_j a_k \Leftrightarrow g_j(a_i) > g_j(a_k) + p_j(g_j(a_i))$

Una vez definidos estos conceptos, y suponiendo que $q_j(g_j(a))$, $p_j(g_j(a))$, y $v_j(g_j(a))$ son los respectivos umbrales de indiferencia, preferencia y veto, para un criterio j dado, con $q_j \leq p_j \leq v_j$, las nuevas definiciones de concordancia y no-veto, que varían con respecto al método ELECTRE IV, se expresarán como

Condición de concordancia:

$$C(a_i S a_k) = \frac{\sum_{j \in J} (w_j \varphi_j)}{\sum_{j \in J} w_j} \geq \bar{c}$$

Siendo

$$\varphi_j = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(a_i) + q_j(g_j(a_i)) \geq g_j(a_k), \quad (a_i S_j a_k) \\ \frac{g_j(a_i) + p_j(g_j(a_i)) - g_j(a_k)}{p_j(g_j(a_i)) - q_j(g_j(a_i))} & \text{si } g_j(a_i) + q_j(g_j(a_i)) < g_j(a_k) \leq g_j(a_i) + p_j(g_j(a_i)), \quad (a_i Q_j a_k) \\ 0 & \text{si } g_j(a_i) + p_j(g_j(a_i)) < g_j(a_k), \quad (a_k P_j a_i) \end{cases}$$

Condición de no-veto: Es una condición de tipo binario, siendo, para un criterio j dado:

$$dd_{kl} = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(a_i) + v_j(g_j(a_i)) \geq g_j(a_k) + q_j(g_j(a_k)) \eta_j \quad \forall j \in J_D \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Con

$$\eta_j = \frac{1 - C(a_i, a_k) - w_j}{1 - \bar{c} - w_j}$$

En la fase de explotación, las alternativas que pertenecen a un ciclo en el gráfico de decisión, ya no se consideran como indiferentes (tal como ocurría en las versiones anteriores del método), sino que se tiene en cuenta el grado de robustez de la afirmación “*a* sobreclasifica a *b*”. Esto permite crear clases de alternativas con la misma valoración, y definir un gráfico de decisión, no cíclico en dichas clases, por lo que siempre nos aseguramos de que existe un único núcleo.

3.2.2.3- ELECTRE I y la teoría de conjuntos difusos

Aunque el método ELECTRE I, no se ideó inicialmente para tratar con valores difusos en los factores de ponderación o las valoraciones de las alternativas, es fácil extender el uso de la teoría de conjuntos difusos a este método, utilizando las propiedades de la aritmética difusa y los operadores de comparación adecuados para crear las relaciones de sobreclasificación. Así, una metodología propuesta en [3], sienta las bases de la utilización de conjuntos difusos en el método ELECTRE I.

En esta metodología, se parte de los elementos constitutivos comentados en el apartado de generalidades (aptdo. 3.2.1.2), con la singularidad de que las evaluaciones de las alternativas con respecto a cada criterio, así como los pesos de dichos criterios son números difusos, cuyas funciones de pertenencia son funciones trapezoidales (perteneciente a la familia de funciones LR, definidas en Cap.1 aptdo. 1.2), debido a su facilidad de uso en aplicaciones prácticas. Por tanto, el factor de ponderación de un criterio *j* dado, será: $\tilde{W}_j = \{w_j^l, w_j^q, w_j^p, w_j^u\}$, $\tilde{g}_j(a_i) = \{x_{ij}^l, x_{ij}^q, x_{ij}^p, x_{ij}^u\}$, con $a_i \in A, j \in J$.

Una pequeña diferencia con respecto al método clásico es que, aquí, tanto los índices de concordancia como los índices de discordancia se calculan a partir de la matriz de decisión normalizada y ponderada.

De esta forma, una vez constituida la matriz de decisión, el siguiente paso será el cálculo de la matriz de decisión normalizada. Para cada elemento de la matriz de decisión, corresponde un elemento en la matriz de decisión normalizada r_{ij} , calculado en base a su función de pertenencia como:

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{x_{ij}^l}{d_j^*}, \frac{x_{ij}^q}{d_j^*}, \frac{x_{ij}^p}{d_j^*}, \frac{x_{ij}^u}{d_j^*} \right), i = 1, 2, \dots, m; j \in \Omega_B$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_j^-}{x_{ij}^u}, \frac{a_j^-}{x_{ij}^p}, \frac{a_j^-}{x_{ij}^q}, \frac{a_j^-}{x_{ij}^l} \right), i = 1, 2, \dots, m; j \in \Omega_C$$

Con $d_j^* = \{\max_i(x_{ij}^u) | j \in \Omega_B\}$, y $a_j^- = \{\min_i(x_{ij}^l) | j \in \Omega_C\}$, en donde Ω_B y Ω_C representan los índices de los subconjuntos de criterios de beneficio (a maximizar) y coste (a minimizar), respectivamente.

Una vez determinados los valores de la matriz de decisión normalizada, se multiplica cada columna por el factor de ponderación del criterio correspondiente, de manera que los valores de la matriz de decisión normalizada y ponderada (\tilde{v}_{ij}) son números difusos, cuya función de pertenencia se obtiene aplicando la operación de multiplicación difusa (Cap. 1 aptdo. 1.4.2).

Al tratar con números difusos, las comparaciones binarias entre los valores de dos alternativas \tilde{v}_{ij} y \tilde{v}_{kj} no son tan directas como en el método clásico. En esta metodología, se propone realizar la comparación mediante operadores de comparación por distancias, en particular, la distancia de Hamming (Cap. 1 aptdo. 1.5.3.2).

El primer paso para realizar estas comparaciones, es buscar el máximo entre las valoraciones de las dos alternativas (Cap. 1, def. 1.20), definido por $\max(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{kj})$. Después se calculan las distancias de Hamming, $d(\max(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{kj}), \tilde{v}_{ij})$, y $d(\max(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{kj}), \tilde{v}_{kj})$.

De esta forma se puede decir que $\tilde{v}_{ij} \geq \tilde{v}_{kj}$ si y solo si $d(\max(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{kj}), \tilde{v}_{kj}) \geq d(\max(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{kj}), \tilde{v}_{ij})$

Una vez comparadas las distancias de todas las parejas de alternativas, se pueden calcular los valores de las matrices de concordancia (\tilde{C}), y discordancia (\tilde{D}) como:

$$\tilde{c}_{ik} = \sum_{j \in J_c} \tilde{w}_j = \left(\sum_{j \in J_c} w_j^l, \sum_{j \in J_c} w_j^q, \sum_{j \in J_c} w_j^p, \sum_{j \in J_c} w_j^u \right); k \neq i$$

$$\tilde{d}_{ik} = \frac{\max_{\{j \in J_D\}} |\tilde{v}_{kj} - \tilde{v}_{ij}|}{\max_{\{j \in J\}} |\tilde{v}_{kj} - \tilde{v}_{ij}|} = \frac{\max_{\{j \in J_D\}} |d(\max(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{kj}), \tilde{v}_{ij})|}{\max_{\{j \in J\}} |d(\max(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{kj}), \tilde{v}_{ij})|}; k \neq i$$

En el siguiente paso se calcula el nivel de concordancia mínimo, y el nivel máximo de discordancia.

Hay que tener en cuenta que el cálculo de los índices de concordancia se realiza en base a los pesos, que en este caso resultan ser conjuntos

borrosos asociados a una función de pertenencia, por lo que el nivel de concordancia mínimo será a su vez un conjunto difuso, asociado a una función de pertenencia: $\tilde{C} = (c^l, c^q, c^p, c^u)$,

$$\text{Siendo: } c^l = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m \frac{c_{ik}^l}{m(m-1)}, c^q = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m \frac{c_{ik}^q}{m(m-1)}, c^p = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m \frac{c_{ik}^p}{m(m-1)} \text{ y } c^u = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m \frac{c_{ik}^u}{m(m-1)}$$

A su vez, el nivel máximo de discordancia se basa en las distancias de Hamming, calculadas con anterioridad, por lo que será un número real (nítido) \tilde{D} , calculado de la misma forma que en el método clásico.

Con los niveles, mínimo de concordancia y máximo de discordancia, calculados, obtenemos las matrices de concordancia dominante y discordancia dominante, utilizando nuevamente para las comparaciones la distancia de Hamming, de manera que, al igual que en el caso clásico, será:

$$cd_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si } \tilde{c}_{ik} \geq \tilde{C} \\ 0 & \text{si } \tilde{c}_{ik} < \tilde{C} \end{cases}$$

$$dd_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si } \tilde{c}_{ik} < \tilde{D} \\ 0 & \text{si } \tilde{c}_{ik} \geq \tilde{D} \end{cases}$$

Una vez llegados a este punto, la construcción de la matriz de dominancia agregada (concordante-discordante), y la siguiente fase de explotación, con la construcción del gráfico de decisión, se calcula de igual modo que en el método clásico.

Ejemplo 3.1 [3]: En este ejemplo, una compañía fabricante de alta tecnología, pretende seleccionar el suministrador de material más adecuado entre cinco candidatos (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5).

Se utilizan cinco criterios (todos a maximizar) para la elección de dicho suministrador, elección que se realiza mediante el consenso de tres decisores:

- Rentabilidad del suministrador (C_1)
- Cercanía en las relaciones (C_2)
- Capacidad tecnológica (C_3)
- Cumplimiento de requisitos de calidad (C_4)
- Resolución de conflictos (C_5)

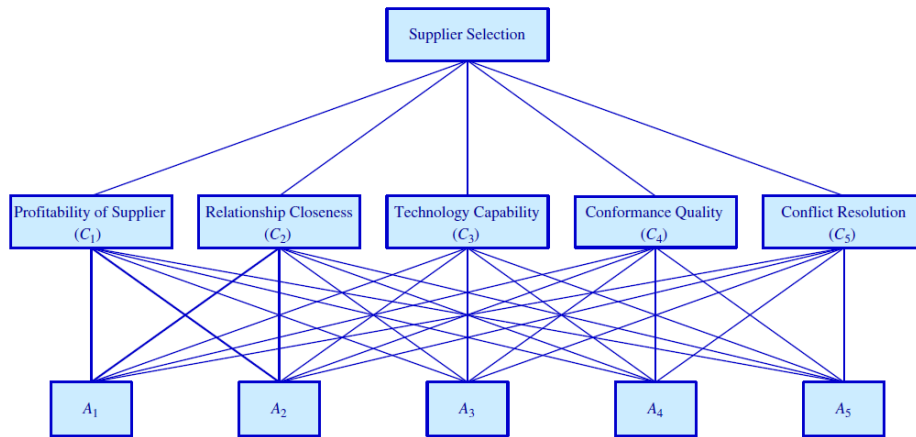


Figura 3. 2: Representación gráfica del problema

Los pesos para los criterios, y las evaluaciones para las distintas alternativas, según dichos criterios se representan mediante variables lingüísticas, cuyas etiquetas se describen mediante conjuntos difusos, con funciones de pertenencia trapezoidal, de forma que, tenemos los siguientes:

- Pesos:
 - Muy bajo (VL): (0,0, 0.1,0.2)
 - Bajo (L): (0.1,0.2,0.2,0.3)
 - Medio bajo (ML): (0.2,0.3,0.4,0.5)
 - Medio (M): (0.4,0.4,0.5,0.6)
 - Medio alto (MH): (0.5, 0.6, 0.7,0.8)
 - Alto (H): (0.7,0.8,0.8,0.9)
 - Muy alto (VH): (0.8,0.9,1,1)
- Valoraciones:
 - Muy pobre (VP): (0,0,1,2)
 - Pobre (P): (1,2,2,3)
 - Medio pobre (MP): (2,3,4,5)
 - Justo (F): (4,5,5,6)
 - Medio bueno(MG) : (5,6,7,8)
 - Bueno (G): (7,8,8,9)
 - Muy bueno (VG): (8,9,10,10)

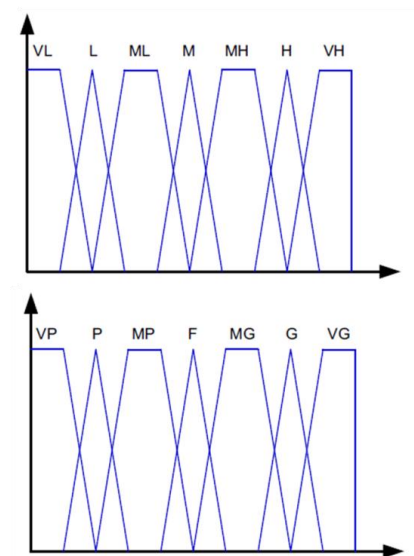


Figura 3. 3: Funciones de pertenencia de las variables lingüísticas

Finalizada la fase de agregación, de las opiniones de los decisores, tal y como se explica en [3], se obtienen los siguientes valores de la matriz de decisión, y el vector de pesos difusos:

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
A_1	(5,6,7,8)	(5,7,8,10)	(7,8,8,9)	(7,8,8,9)	(7,8,8,9)
A_2	(7,8,8,9)	(8,9,10,10)	(8,9,10,10)	(7,8,7,9.3,10)	(8,9,10,10)
A_3	(7,8,7,9.3,10)	(7,8.3,8.7,10)	(7,8.7,9.3,10)	(8,9,10,10)	(7,8.3,8.7,10)
A_4	(7,8,8,9)	(5,7.3,7.7,9)	(5,6.7,7.3,9)	(7,8,8,9)	(7,8.3,8.7,10)
A_5	(5,6,7,8)	(5,7.3,7.7,9)	(5,6,7,8)	(5,6.7,7.3,9)	(5,6,7,8)
w_j	(0.7,0.8,0.8,0.9)	(0.8,0.9,1,1)	(0.7,0.87,0.93,1)	(0.7,0.8,0.8,0.9)	(0.7,0.8,0.8,0.9)

Tabla 3. 1: Matriz de valoración difusa

Una vez obtenida la matriz de decisión, el primer paso será normalizarla, según la metodología expuesta, quedando como:

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
A_1	(0.5,0.6,0.7,0.8)	(0.5,0.7,0.8,1)	(0.7,0.8,0.8,0.9)	(0.7,0.8,0.8,0.9)	(0.7,0.8,0.8,0.9)
A_2	(0.7,0.8,0.8,0.9)	(0.8,0.9,1,1)	(0.8,0.9,1,1)	(0.7,0.87,0.93,1)	(0.8,0.9,1,1)
A_3	(0.7,0.87,0.93,1)	(0.7,0.83,0.87,1)	(0.7,0.87,0.93,1)	(0.8,0.9,1,1)	(0.7,0.83,0.87,1)
A_4	(0.7,0.8,0.8,0.9)	(0.5,0.73,0.77,0.9)	(0.5,0.67,0.73,0.9)	(0.7,0.8,0.8,0.9)	(0.7,0.83,0.87,1)
A_5	(0.5,0.6,0.7,0.8)	(0.5,0.73,0.77,0.9)	(0.5,0.6,0.7,0.8)	(0.5,0.67,0.73,0.9)	(0.5,0.6,0.7,0.8)

Tabla 3. 2: Matriz de valoración normalizada difusa

Realizando la operación de producto difuso, obtenemos la matriz de decisión normalizada y ponderada:

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
A_1	(0.35,0.48,0.56,0.72)	(0.4,0.63,0.8,1)	(0.49,0.7,0.74,0.9)	(0.49,0.64,0.64,0.81)	(0.49,0.64,0.64,0.81)
A_2	(0.49,0.64,0.64,0.81)	(0.64,0.81,1,1)	(0.56,0.78,0.93,1)	(0.49,0.7,0.74,0.9)	(0.56,0.72,0.8,0.9)
A_3	(0.49,0.7,0.74,0.9)	(0.56,0.75,0.87,1)	(0.49,0.76,0.86,1)	(0.56,0.72,0.8,0.9)	(0.49,0.66,0.7,0.9)
A_4	(0.49,0.64,0.64,0.81)	(0.4,0.66,0.77,0.9)	(0.35,0.58,0.68,0.9)	(0.49,0.64,0.64,0.81)	(0.49,0.66,0.7,0.9)
A_5	(0.35,0.48,0.56,0.72)	(0.4,0.66,0.77,0.9)	(0.35,0.58,0.68,0.9)	(0.49,0.64,0.64,0.81)	(0.35,0.48,0.56,0.72)

Tabla 3. 3: Matriz de valoración normalizada y ponderada difusa

Para poder comparar las distintas valoraciones de las alternativas, primero deberemos calcular las distancias de Hamming, para cada par de alternativas y para cada criterio, de esta forma, si por ejemplo queremos calcular la distancia de Hamming para las valoraciones de las alternativas 1 y 2, según el criterio 1 (esto es \tilde{v}_{11} y \tilde{v}_{21}), lo primero que debemos hacer es buscar el mínimo límite superior $\max(\tilde{v}_{11}, \tilde{v}_{21})$. Así, si tenemos:

$$\tilde{v}_{11}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0.35 \\ \frac{x - 0.35}{0.48 - 0.35} & \text{si } 0.35 \leq x \leq 0.48 \\ 1 & \text{si } 0.48 \leq x \leq 0.56 \\ \frac{0.72 - x}{0.72 - 0.56} & \text{si } 0.56 \leq x \leq 0.72 \\ 0 & \text{si } x > 0.72 \end{cases}$$

$$\tilde{v}_{21}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0.49 \\ \frac{x - 0.49}{0.64 - 0.49} & \text{si } 0.49 \leq x \leq 0.64 \\ \frac{0.81 - x}{0.81 - 0.64} & \text{si } 0.64 \leq x \leq 0.81 \\ 0 & \text{si } x > 0.81 \end{cases}$$

Estas funciones de pertenencia pueden definirse también en función de sus α -cortes como:

$$\tilde{v}_{11}(\alpha) = [0.35 + 0.13\alpha, 0.72 - 0.16\alpha]$$

$$\tilde{v}_{21}(\alpha) = [0.49 + 0.15\alpha, 0.81 - 0.17\alpha]$$

Aplicando la definición de máximo entre dos números difusos (Cap. 1, def. 1.20), se observa, que para cualquier valor de α , la valoración \tilde{v}_{21} , es el máximo, por lo que:

- $d(\max(\tilde{v}_{11}, \tilde{v}_{21}), \tilde{v}_{21}) = d(\tilde{v}_{21}, \tilde{v}_{21}) = 0$
- $d(\max(\tilde{v}_{11}, \tilde{v}_{21}), \tilde{v}_{11}) = d(\tilde{v}_{21}, \tilde{v}_{11}) = \int_0^1 |\tilde{v}_{21}(\alpha) - \tilde{v}_{11}(\alpha)| d\alpha = \int_0^1 [0.02\alpha + 0.15] d\alpha - \int_0^1 [0.09 - 0.01\alpha] d\alpha = 0.065$

Podemos expresar este resultado, como una pareja de valores, de la siguiente forma:

$$(d(\tilde{v}_{21}, \tilde{v}_{11}); d(\tilde{v}_{21}, \tilde{v}_{12})) = (0.065; 0)$$

Seguindo el mismo procedimiento, se obtienen los siguientes valores para las distancias de Hamming, entre alternativas, para cada criterio:

- Criterio 1

	\tilde{v}_{11}	\tilde{v}_{21}	\tilde{v}_{31}	\tilde{v}_{41}	\tilde{v}_{51}
\tilde{v}_{11}	–	(0.065; 0)	(0; 0)	(0.065; 0)	(0; 0)
\tilde{v}_{21}	–		(0.065; 0)	(0; 0)	(0; 0.065)
\tilde{v}_{31}	–	–	–	(0; 0.065)	(0; 0)
\tilde{v}_{41}	–	–	–	–	(0; 0.065)
\tilde{v}_{51}	–	–	–	–	–

Tabla 3. 4: Distancias de Hamming entre pares de alternativas para el criterio 1

- Criterio 2

	\tilde{v}_{12}	\tilde{v}_{22}	\tilde{v}_{32}	\tilde{v}_{42}	\tilde{v}_{52}
\tilde{v}_{12}	–	(0.205; 0)	(0.105; 0)	(0.035; 0.065)	(0.035; 0.065)
\tilde{v}_{22}	–	–	(0; 0.1)	(0; 0.105)	(0; 0.105)
\tilde{v}_{32}	–	–	–	(0; 0.005)	(0; 0.005)
\tilde{v}_{42}	–	–	–	–	(0; 0)
\tilde{v}_{52}	–	–	–	–	–

Tabla 3. 5: Distancias de Hamming entre pares de alternativas para el criterio 2

- Criterio 3

	\tilde{v}_{13}	\tilde{v}_{23}	\tilde{v}_{33}	\tilde{v}_{43}	\tilde{v}_{53}
\tilde{v}_{13}	—	(0.07; 0)	(0.08; 0)	(0; 0.1)	(0; 0.065)
\tilde{v}_{23}	—	—	(0; 0.1)	(0; 0.03)	(0; 0.005)
\tilde{v}_{33}	—	—	—	(0; 0.02)	(0; 0.015)
\tilde{v}_{43}	—	—	—	—	(0; 0.039)
\tilde{v}_{53}	—	—	—	—	—

Tabla 3. 6: Distancias de Hamming entre pares de alternativas para el criterio 3

- Criterio 4

	\tilde{v}_{14}	\tilde{v}_{24}	\tilde{v}_{34}	\tilde{v}_{44}	\tilde{v}_{54}
\tilde{v}_{14}		(0.065; 0)	(0.05; 0)	(0; 0)	(0; 0.09)
\tilde{v}_{24}	—	—	(0.015; 0)	(0; 0.065)	(0; 0.025)
\tilde{v}_{34}	—	—	—	(0; 0.05)	(0; 0.04)
\tilde{v}_{44}	—	—	—	—	(0; 0.09)
\tilde{v}_{54}	—	—	—	—	—

Tabla 3. 7: Distancias de Hamming entre pares de alternativas para el criterio 4

- Criterio 5

	\tilde{v}_{15}	\tilde{v}_{25}	\tilde{v}_{35}	\tilde{v}_{45}	\tilde{v}_{55}
\tilde{v}_{15}		(0.05; 0)	(0.065; 0)	(0.065; 0)	(0.065; 0)
\tilde{v}_{25}			(0; 0.015)	(0; 0.015)	(0; 0.015)
\tilde{v}_{35}	—	—	—	(0; 0)	(0; 0)
\tilde{v}_{45}	—	—	—	—	(0; 0)
\tilde{v}_{55}	—	—	—	—	—

Tabla 3. 8: Distancias de Hamming entre pares de alternativas para el criterio 5

Para construir las matrices de concordancia y discordancia, observamos los valores de las distancias de Hamming, calculadas, para cada par de alternativas, con el objetivo de construir los conjuntos J_C y J_D , ya comentados.

De esta forma, se puede observar, por ejemplo, que la alternativa 2 es mejor valorada que la alternativa 1 en todos los criterios, o que la alternativa 3 es mejor valorada que la alternativa 1 para todos los criterios, excepto para el criterio 1, en donde son igualmente valoradas.

Analizando dichas distancias, se calculan las matrices de índices de concordancia y discordancia, según la metodología señalada en este apartado, dando como resultado:

- Matriz de índices de concordancia:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
A_1	–	(0, 0, 0, 0)	(0.7, 0.8, 0.8, 0.9)	(2.2, 2.57, 2.73, 2.9)	(3.6, 4.17, 4.33, 4.7)
A_2	(3.6, 4.17, 4.33, 4.7)	–	(2.2, 2.57, 2.73, 2.9)	(3.6, 4.17, 4.33, 4.7)	(3.6, 4.17, 4.33, 4.7)
A_3	(3.6, 4.17, 4.33, 4.7)	(1.4, 1.6, 1.6, 1.8)	–	(3.6, 4.17, 4.33, 4.7)	(3.6, 4.17, 4.33, 4.7)
A_4	(2.1, 2.4, 2.4, 2.7)	(0.7, 0.8, 0.8, 0.9)	(0.7, 0.8, 0.8, 0.9)	–	(3.6, 4.17, 4.33, 4.7)
A_5	(0.7, 0.8, 0.8, 0.9)	(0, 0, 0, 0)	(1.4, 1.6, 1.6, 1.8)	(1.5, 1.7, 1.8, 1.9)	–

Tabla 3. 9: Matriz de índices de concordancia difusa

- Matriz de índices de discordancia:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
A_1	–	1	1	0.65	0
A_2	0	–	0.65	1	0
A_3	0	1	–	1	0
A_4	1	1	1	–	0
A_5	1	1	1	1	–

Tabla 3. 10. Matriz de índices de discordancia difusa

Como puede observarse, para construir los índices de concordancia, se utilizan los pesos referentes a cada criterio, con lo que dichos índices son a su

vez, números difusos. Sin embargo, los valores de la matriz de índices de discordancia se calculan, utilizando las distancias de Hamming, por lo que estos valores son números nítidos.

Por tanto, los valores del umbral mínimo de concordancia, y máximo de discordancia, serán, respectivamente, un valor difuso y un valor real:

- $\bar{C} = (2.2, 2.45, 2.535, 2.76)$
- $\underline{D} = 0.665$

Para construir la matriz de concordancia dominante, se comparan los valores de la matriz de índices de concordancia, con el valor del nivel mínimo de concordancia, utilizando nuevamente la distancia de Hamming, al igual que en las comparaciones entre pares de alternativas, mientras que para la matriz de discordancia dominante, la comparación se realiza de igual forma que en el método clásico.

Obtenemos entonces las siguientes matrices:

- Concordancia dominante:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
A_1	–	0	0	1	1
A_2	1	–	1	1	1
A_3	1	0	–	1	1
A_4	0	0	0	–	1
A_5	0	0	0	0	–

Tabla 3. 11: Matriz de concordancia dominante

- Discordancia dominante:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
A_1	—	0	0	0	1
A_2	1	—	0	1	1
A_3	1	0	—	1	1
A_4	0	0	0	—	1
A_5	0	0	0	0	—

Tabla 3. 12: Matriz de discordancia dominante

Por tanto, la matriz agregada concordante-discordante, será:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
A_1	—	0	0	0	1
A_2	1	—	0	1	1
A_3	1	0	—	1	1
A_4	0	0	0	—	1
A_5	0	0	0	0	—

Tabla 3. 13: Matriz de dominancia agregada concordante-discordante

Así, obtenemos el gráfico de decisión de ELECTRE I, en donde se puede ver que las alternativas que forman el núcleo, y por tanto las preferidas, son las alternativas A_2 y A_3 .

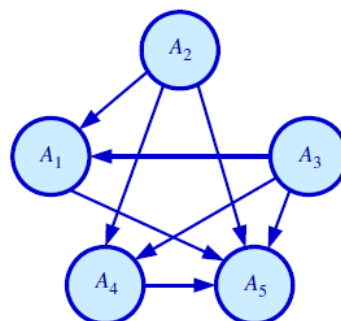


Figura 3. 4: Diagrama de decisión ELECTRE

3.2.3- Problemas de ordenación (ranking problems) [1], [8]

3.2.3.1- Método ELECTRE II

Este método tiene como fin una ordenación total de las alternativas, de la mejor a la peor, tolerando aquellas con la misma valoración.

En este tipo de problemas, no se tiene en cuenta el valor intrínseco de cada alternativa, sino el valor relativo en relación al resto de ellas.

Este método se basa en los conceptos de concordancia y no-concordancia utilizados en el método ELECTRE I, sin embargo, existen en él una serie de novedades como son, que en dichas relaciones, estos conceptos están imbricados los unos en los otros, o que existen dos relaciones de sobreclasificación: sobreclasificaciones fuertes y sobreclasificaciones débiles (basadas en las relaciones de preferencia fuerte y débil, comentadas en el capítulo 2).

La existencia de esta dualidad en las relaciones de sobreclasificación, permite la creación de un gráfico de sobreclasificación fuerte, y otro de sobreclasificación débil, cuya utilidad se comentará en la fase de explotación de los mismos.

En cuanto a las citadas relaciones de concordancia y no-concordancia, el índice de concordancia sigue calculándose de la misma forma que en el método ELECTRE I, es decir:

$$C(a_i S a_k) = \sum_{\{j \in J_c\}} w_j$$

Sin embargo existen algunas variaciones en cuando a la condición de concordancia.

En primer lugar, se establecen tres umbrales de concordancia (en vez de uno como ocurría en ELECTRE I), c^P , c^Q y c^I (con $c^P \geq c^Q \geq c^I$). De esta forma si ocurre que $C(a_i S a_k) \geq c^P$ (respectivamente $C(a_i S a_k) \geq c^Q$, $C(a_i S a_k) \geq c^I$), se dice que existe una certeza fuerte (respectivamente media y débil) sobre la afirmación "la alternativa a_i sobreclasifica a la alternativa a_k "

Además, se establece una nueva condición para la concordancia, que es:

$$\frac{\sum_{\{j \in J_C\}} w_j}{\sum_{\{j \in J_D\}} w_j} \geq 1$$

Lo que viene a significar que la suma de los pesos asociados a la coalición concordante para una alternativa, ha de ser superior a la suma de los pesos de los criterios discordantes. Esta condición se introduce con el objetivo de eliminar los ciclos en el grafo de decisión, de forma que exista un único núcleo en el [8].

Por tanto, en ELECTRE II, la condición de concordancia se puede expresar como:

$$\frac{\sum_{\{j \in J_C\}} w_j}{\sum_{\{j \in J_D\}} w_j} \geq 1 \quad y \quad \begin{cases} C(a_i S a_k) \geq c^P & \text{ó} \\ C(a_i S a_k) \geq c^Q & \text{ó} \\ C(a_i S a_k) \geq c^I & \end{cases}$$

Con respecto a la condición de no-discordancia, se fijan dos umbrales de discordancia d_1 y d_2 (con $d_1 \geq d_2$), pudiendo representarse la condición de no-discordancia como:

- Si $g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq d_{2(j)}$, $j \in J_D$, entonces puede decirse que existe una fuerte certeza de que el criterio j no se opone a la sobreclasificación de a_i sobre a_k .
- Si $g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq d_{1(j)}$, $j \in J_D$, entonces puede decirse que existe una certeza débil de que el criterio j no se opone a la sobreclasificación de a_i sobre a_k .

Como ya se ha comentado, para que exista una relación de sobreclasificación entre las alternativas a_i y a_k , deben cumplirse las condiciones de concordancia y no-discordancia, sin embargo, al existir en ELECTRE II varios niveles de aceptación en dichas condiciones, estos dos niveles están imbricados uno en el otro. Así, se pueden definir dos tipos de relaciones de sobreclasificación, una sobreclasificación fuerte (S_f), y otra sobreclasificación débil (S_d) en la que la afirmación de que una alternativa a_i sobreclasifica a otra alternativa a_k , posee un alto grado de certeza, o un grado más débil, respectivamente. Estas relaciones de sobreclasificación se pueden expresar como:

- **Sobreclasificación fuerte:** Se puede decir que una alternativa a_i sobreclasifica fuertemente a otra alternativa a_k ($a_i S_f a_k$) si se cumple

$$\begin{cases} C(a_i S a_k) \geq c^P & , y \\ g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq d_{1(j)} & \forall j \in F & , y \\ \frac{\sum_{\{j \in J_C\}} w_j}{\sum_{\{j \in J_D\}} w_j} \geq 1 & \end{cases} \quad y/o \quad \begin{cases} C(a_i S a_k) \geq c^Q & , y \\ g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq d_{2(j)} & \forall j \in F & , y \\ \frac{\sum_{\{j \in J_C\}} w_j}{\sum_{\{j \in J_D\}} w_j} \geq 1 & \end{cases}$$

- **Sobreclasificación débil:** Se puede decir que una alternativa a_i sobreclasifica débilmente a otra alternativa a_k ($a_i S_d a_k$) si se cumple

$$\begin{cases} C(a_i S a_k) \geq c^l, y \\ g_j(a_k) - g_j(a_i) \leq d_{1(j)} \quad \forall j \in F, y \\ \frac{\sum_{\{j \in J_C\}} w_j}{\sum_{\{j \in J_D\}} w_j} \geq 1 \end{cases}$$

Como se introdujo en el inicio de la explicación del método ELECTRE II, la existencia de dos relaciones de sobreclasificación, da lugar a dos gráficos de decisión, un grafo de relaciones fuertes (G_f), y otro grafo de relaciones débiles (G_d).

Con el objetivo de establecer una ordenación total de las alternativas, ELECTRE II construye en la etapa de explotación, dos preórdenes completos a partir de G_f , un preorden directo (V_1) y un preorden inverso (V_2), a partir de sendos algoritmos de formación, en donde G_d se utiliza únicamente para desempatar las alternativas con igual valoración (ex aequo), si es posible.

Finalmente se establece un preorden parcial final (\bar{V}) en base a la intersección matemática de los preórdenes totales, que da cuenta de las relaciones de incomparabilidad entre alternativas.

Así, teniendo en cuenta la eliminación previa de los ciclos en los gráficos de decisión tendremos:

Preorden directo (V_1):

En esta ordenación, los vértices-alternativas, son ordenados en función de la longitud de los caminos incidentes que llegan a ellos, en orden creciente de sus longitudes (es decir, en función del número de arcos que constituyen el camino).

La determinación de este preorden se realiza a través de un algoritmo para cuya exposición es necesario definir primero algunos términos:

- El algoritmo consiste en l pasos, empezando por $l = 0$
- Y_l representa un subgrafo en el que ya han sido clasificadas y eliminadas en los $l - 1$ etapas anteriores, diversos vértices-alternativas, y sus correspondientes arcos, de manera que para $l = 0$, es $Y_0 = G_f$
- El conjunto $D = \{a_i | a_i \in Y_l \wedge \nexists a_k S_f a_i ; a_k \in Y_l\}$, es el conjunto de todos los vértices pertenecientes a Y_l que no están sobreclasificados de manera fuerte.
- El conjunto $U = \{a_i, a_k | a_i, a_k \in D \wedge \exists a_i S_d a_k \vee a_k S_d a_i\}$, es el conjunto de todos los elementos de D que están relacionados en el grafo de sobreclasificación débil G_D .

- El conjunto $B = \{a_i | a_i \in U \wedge \nexists a_k S_d a_i ; a_k \in U\}$, es el conjunto de todos los elementos de U , que no están sobreclasificados por otro vértice de U .

En estas condiciones, el algoritmo se puede describir como:

Paso 0: $l = 0$

$$Y_0 = G_f$$

$$A_0 = A \text{ (siendo } A \text{ el conjunto de alternativas)}$$

Paso l : $l = l + 1$

$$Y_l \subseteq Y_0 = G_f$$

$$A_l \subset A$$

$$A_l = (D - U) \cup B ; (A_l = \emptyset \Rightarrow A_l = D)$$

$$r_1(a_i) = l + 1, \forall a_i \in A_l$$

$$Y_{l+1} = Y_l - A_l$$

$$\text{Si } Y_{l+1} = \emptyset \rightarrow \text{Fin}$$

$$\text{Si } Y_{l+1} \neq \emptyset \rightarrow \text{Ir al paso "l + 1"}$$

La explicación del algoritmo es la siguiente:

- En cada nueva etapa l , las alternativas ya clasificadas son eliminadas del grafo de sobreclasificación fuerte, de forma que las alternativas restantes constituyen el conjunto A_l , siendo este un subconjunto de A , cuyas relaciones están representadas en el grafo Y_l , que es a su vez un subgrafo de G_f .
- La clase de equivalencia de las alternativas clasificadas en la etapa l -ésima, está representada por la unión de los conjuntos $D - U$ y B , de forma que:
 - El conjunto $D - U$ representa todos los vértices que:
 - Todavía no han sido clasificados
 - No están sobreclasificados por ningún otro vértice de Y_l , siendo este un subgrafo de G_f , del cual se han eliminado los vértices y arcos correspondientes a las alternativas ya clasificadas.
 - No tienen relaciones de sobreclasificación débil entre ellos.
 - El conjunto B representa el conjunto de vértices que satisfacen las condiciones i) y ii), pero que poseen relaciones de sobreclasificación de tipo débil de los otros vértices que cumplen las condiciones i) y ii).

- A todas las alternativas a_i clasificadas en la etapa l -ésima se les atribuye el rango $r_1(a_i) = l + 1$, de manera que a cada alternativa le corresponde un rango obtenido por clasificación directa, cumpliendo se que la alternativa a_i es “mejor” que la alternativa a_k si $r_1(a_i) < r_1(a_k)$.
- Los vértices clasificados en la l -ésima etapa son retirados del grafo de sobreclasificación fuerte, dando lugar a un nuevo subgrafo Y_{l+1} , repitiendo el proceso hasta que no haya elementos en dicho subgrafo.

Preorden inverso (V_2):

En esta ordenación, los vértices-alternativas, son ordenados en función de la longitud de los caminos que salen de ellos, en orden decreciente de sus longitudes.

El algoritmo que lleva a la ordenación en sentido inverso de alternativas es el mismo que el algoritmo del preorden anterior, con algunas variaciones:

- Deben invertirse las direcciones de los arcos de G_f y G_d
- Una vez clasificada una alternativa a_i con un rango $r'_2(a_i) = l + 1$, este debe modificarse como

$$r_2(a_i) = 1 + r'_2(a_i)_{max} - r'_2(a_i)$$

Preorden parcial final (\bar{V}):

La intersección de los dos preórdenes completos estudiados anteriormente permite generar un preorden parcial en el que están permitidas las incomparabilidades.

Para construir este preorden parcial, habrá que seguir una serie de sencillas reglas:

- Si a_i es preferida a a_k en los dos preordenes completos, entonces también lo será en el preorden parcial.
- Si a_i es preferida a a_k en un preorden y equivalente en otro, entonces a_i es preferida a a_k en el preorden parcial.
- Si a_i es preferida a a_k en un preorden, y a_k es preferida a a_i en el otro, entonces las alternativa a_i y a_k serán incomparables en el preorden final.

3.2.3.2- Método ELECTRE III

Aunque este método se basa en el método ELECTRE II, realizando una ordenación total directa, una ordenación total inversa, y un preorden parcial final, posee una novedad interesante, y es que está diseñado para trabajar con relaciones de sobreclasificación difusas. De esta forma, ya no es necesario clasificar las parejas de acciones en sobreclasificación fuerte, sobreclasificación débil e incomparabilidad, ya que es posible cualquier grado intermedio entre los extremos. Para conseguir este grado se construye lo que se llama “credibilidad” (similar a una función de pertenencia al conjunto de alternativas i que sobreclasifican a otras k) de la hipótesis “ a_i sobreclasifica a a_k ”.

Otra característica importante de este método es que, al igual que en ELECTRE IS, hace uso de los conceptos de pseudo-criterio y de los umbrales de preferencia estricta e indiferencia, de forma que tiene en cuenta un cierto grado de incertidumbre en los valores de la matriz de decisión. Así mismo, también se hace uso del umbral de veto.

Por tanto, las relaciones de sobreclasificación difusas se definen igual que en ELECTRE IS (e igual que en el 2.3.4.3 del capítulo 2), es decir:

- $a_i I_j a_k \Leftrightarrow g_j(a_i) \leq g_j(a_k) + q_j(g_j(a_i))$
- $a_i Q_j a_k \Leftrightarrow g_j(a_k) + q_j(g_j(a_i)) < g_j(a_i) \leq g_j(a_k) + p_j(g_j(a_i))$
- $a_i P_j a_k \Leftrightarrow g_j(a_i) > g_j(a_k) + p_j(g_j(a_i))$

Con:

- $\frac{q_j(g_j(a_k)) - q_j(g_j(a_i))}{g_j(a_k) - g_j(a_i)} \geq -1$
- $\frac{p_j(g_j(a_k)) - p_j(g_j(a_i))}{g_j(a_k) - g_j(a_i)} \geq -1$

Por su parte En ELECTRE III, no se fijan niveles inferiores de concordancia y superiores de discordancia, sino que, partiendo de los pseudo-criterios, se pueden fijar las índices de concordancia y discordancia. A partir de estos índices se determina el grado de credibilidad de la afirmación “ a_i sobreclasifica a a_k ”.

Tendremos entonces:

Índice de concordancia global: Este índice se calcula de forma idéntica al método ELECTRE IS

$$C(a_iSa_k) = \frac{\sum_{j \in J} (w_j \varphi_j)}{\sum_{j \in J} w_j}$$

Siendo φ_j el índice de concordancia por criterio:

$$\varphi_j = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(a_i) + q_j(g_j(a_i)) \geq g_j(a_k), \quad (a_iS_ja_k) \\ \frac{g_j(a_i) + p_j(g_j(a_i)) - g_j(a_k)}{p_j(g_j(a_i)) - q_j(g_j(a_i))} & \text{si } g_j(a_i) + q_j(g_j(a_i)) < g_j(a_k) \leq g_j(a_i) + p_j(g_j(a_i)), \quad (a_iQ_ja_k) \\ 0 & \text{si } g_j(a_i) + p_j(g_j(a_i)) < g_j(a_k), \quad (a_kP_ja_i) \end{cases}$$

Índice de discordancia por criterio: En este caso, a diferencia de ELECTRE IS, este índice puede tomar cualquier valor entre 0 y 1, de forma que para un criterio j dado, será:

$$d_j(a_iSa_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(a_k) > g_j(a_i) + v_j(g_j(a_k)) \\ \frac{g_j(a_k) - g_j(a_i) - p_j(g_j(a_i))}{v_j(g_j(a_i)) - p_j(g_j(a_i))} & \text{si } g_j(a_i) + p_j(g_j(a_k)) \leq g_j(a_k) \leq g_j(a_i) + v_j(g_j(a_k)) \\ 0 & \text{si } g_j(a_k) \leq g_j(a_i) + p_j(g_j(a_k)) \end{cases}$$

Grado de credibilidad de la sobreclasificación: Para cada par de alternativas $a_i, a_k \in A$, el grado de credibilidad de la relación de sobreclasificación a_iSa_k , no es más que el debilitamiento del índice de concordancia global de esta relación por los índices de discordancia de los criterios pertinentes, expresándose como:

$$\delta_{ik} = C(a_iSa_k) \cdot \prod_{j \in \bar{F}} \frac{1 - d_j(a_iSa_k)}{1 - C(a_iSa_k)}$$

Siendo $\bar{F} = \{j | j \in F; d_j(a_iSa_k) > C(a_iSa_k)\}$, el subconjunto de F ($\bar{F} \subset F$) cuyos elementos son los criterios para los cuales el índice de discordancia por criterio es mayor que el índice de concordancia global. La definición de \bar{F} , implica que el debilitamiento del índice de concordancia por un criterio solo se aplica si el índice de discordancia del mismo es superior al índice de concordancia global.

De esta forma, si existe al menos un criterio en el que se cumpla $d_j(a_iSa_k) = 1$, el grado de credibilidad pasará a ser nulo ($\delta_{ik} = 0$), sea cual sea la importancia relativa de dicho criterio.

De igual manera, si el índice de concordancia global es la unidad, esto implica que todos los índices de discordancia son nulos y que el grado de credibilidad es la unidad.

$$C(a_i S a_k) = 1 \Rightarrow \begin{cases} \delta_{ik} = 1 \\ d_j(a_i S a_k) = 0 \quad \forall j \in F \end{cases}$$

Con respecto a la fase de explotación, esta se realiza, al igual que en ELECTRE II, mediante un algoritmo que proporciona dos preórdenes antagonistas, si bien en este caso, dicha ordenación se basa en el nivel de significación del grado de credibilidad, que expresa el valor a partir del cual la diferencia entre dos grados de credibilidad resulta significativa. La ordenación se realiza a través de un proceso de “destilación” ascendente, y otra descendente.

El nivel de significación anteriormente mencionado, que nos sirve para determinar cuáles son las relaciones de sobreclasificación que deben ser tenidas en cuenta y cuáles no, se denomina “umbral de discriminación” ($s(\lambda)$), y es una función definida para todo valor de $\lambda \in [0,1]$, que verifica la siguiente relación:

Para dos pares de alternativas a_i, a_k, a_e y a_m , si $\delta_{ik} = k$ y $\delta_{em} = \lambda - \eta$, con $\eta > s(\lambda)$, entonces puede decirse que la relación $a_i S a_k$ es estrictamente más creíble que $a_e S a_m$.

La necesidad de este umbral de discriminación, que puede escogerse como una constante o una función decreciente con λ , viene de la arbitrariedad con la que se definió el grado de credibilidad no permite admitir que, para dos pares de alternativas a_i, a_k, a_e y a_m , la relación $a_i S a_k$ sea estrictamente más creíble que $a_e S a_m$, únicamente cuando $\delta_{ik} > \delta_{em}$.

Para explicar el algoritmo de ordenación, aún han de definirse varios parámetros, como son:

- Potencia de una alternativa a_i , ($p(a_i)$): Se define como el número de alternativas a las que ésta es preferida.
- Debilidad de una alternativa a_i , ($d(a_i)$): Se define como el número de alternativas que son preferidas a ésta.
- Cualificación de una acción a_i , ($q(a_i)$): Se define como $q(a_i) = p(a_i) - d(a_i)$, siendo un indicador de la posición de la alternativa a_i en el preorden.
- λ -cualificación: Consiste en una generalización del concepto de cualificación anterior, siendo un umbral mínimo de credibilidad determinado, tal que solo tiene sentido incluir las relaciones de sobreclasificación con una credibilidad superior al mismo en el proceso de enumeración.

Destilación descendente (top-down):

El proceso iterativo consiste en determinar en cada una de las etapas (cadena de destilaciones) un subconjunto de alternativas cada vez más

reducido, que tenga una cualificación máxima para unos niveles cada vez más bajos.

El algoritmo comienza definiendo un valor $\lambda_0 = \max(\delta_{ik})$, es decir el mayor valor que alcanza el grado de credibilidad.

Posteriormente se va bajando el umbral λ desde λ_0 hasta 0, pasando por todos los sucesivos niveles. La determinación de dichos niveles se realiza mediante el nivel de separación λ_1 como:

$$\lambda_1 = \lambda_0 - s(\lambda_0)$$

De esta forma, solo se mantienen las relaciones de sobreclasificación difusa, cuyo grado de credibilidad sea mayor que λ_1

El siguiente paso es establecer una relación de sobreclasificación trivial S^{λ_1} tal que:

$$a_i S_A^{\lambda_1} a_k \Leftrightarrow \begin{cases} \delta_{ik} > \lambda_1 & y \\ \delta_{ik} > \delta_{ki} + s(\delta_{ik}) \end{cases}$$

Así, la afirmación “la alternativa a_i sobreclasifica a a_k ”, solo es tenida en cuenta si es significativamente más creíble que la afirmación “la alternativa a_k sobreclasifica a a_i ”.

A partir de esta relación de sobreclasificación, se establecen, para todo a_i , los siguientes valores:

- λ_1 -potencia: $p_A^{\lambda_1}(a_i) = |\{a_k \in A | a_i S_A^{\lambda_1} a_k\}|$
- λ_1 -debilidad: $d_A^{\lambda_1}(a_i) = |\{a_k \in A | a_k S_A^{\lambda_1} a_i\}|$
- λ_1 -cualificación: $q_A^{\lambda_1}(a_i) = p_A^{\lambda_1}(a_i) - d_A^{\lambda_1}(a_i)$

De esta forma, a cada destilación, se van extrayendo clases (subconjuntos de alternativas), de forma que si en el primer paso el conjunto de alternativas disponible es $A_0 = A$ (de donde obtenemos el primer conjunto de alternativas \bar{C}_1), al aplicar la n -ésima destilación, el conjunto de alternativas disponibles será $A_{n-1} = A \setminus \{\bar{C}_1 \cup \bar{C}_2 \cup \dots \cup \bar{C}_{n-1}\}$, es decir, el conjunto de alternativas no clasificadas. Así, el conjunto de alternativas clasificadas en \bar{C}_n es preferido al conjunto de alternativas clasificado en \bar{C}_{n+1} .

Es necesario indicar también que el paso de una destilación a la siguiente se realiza en base a la cardinalidad de los conjuntos, es decir que si en la n -ésima destilación, para un valor λ_{n+1} , se obtiene un subconjunto \bar{C}_n que consta de una sola alternativa, se pasa a la siguiente destilación. Si por el

contrario \bar{C}_n posee más de una alternativa, entonces se modifica el valor de λ_{n+1} , hasta encontrar aquel que proporciona una única alternativa, pasando aquella alternativa que tenga mayor valor de λ_{n+1} (caso de destilación descendente) a considerarse como el conjunto \bar{C}_n , pasando a la siguiente destilación.

Destilación ascendente (bottom-up):

En este caso, el proceso iterativo consiste en determinar en cada etapa un subconjunto de alternativas, cada vez más reducido, que tenga una λ -cualificación mínima.

Por tanto, el algoritmo de destilación es el mismo, con la diferencia de que, en vez de buscar las alternativas con la máxima cualificación $\bar{q} = \max q_{A_n}^{\lambda_{n+1}}(a_i)$, se buscaran las alternativas con $\underline{q} = \min q_{A_n}^{\lambda_{n+1}}(a_i)$

$$\text{Con } A_n = A \setminus \{\underline{C}_1 \cup \underline{C}_2 \cup \dots \cup \underline{C}_n\} = \{a_i \in A_{n-1} | q^{\lambda_{n+1}} = \underline{q}\}$$

Preorden parcial final:

La construcción de este preorden es idéntica a la del método ELECTRE II, por lo que no será necesario añadir nada más a este respecto.

3.2.3.3- Método ELECTRE IV

Aunque este método se basa en parte en los métodos anteriormente comentados ELECTRE II y III, en ELECTRE IV, existen una serie de modificaciones con respecto a los mismos, que proporcionan un enfoque novedoso.

Así, ELECTRE IV también utiliza el concepto de pseudo-criterio que aparecía en ELECTRE III y ELECTRE IS, por lo que todo lo comentado en relación a los umbrales de indiferencia, preferencia y veto se aplica en este método.

Sin embargo, un detalle interesante es que no se usan factores de ponderación (pesos) en la construcción de las relaciones de sobreclasificación.

De esta forma, la comparación entre pares de alternativas se realiza en base a unos ejemplos determinados, registrando el número de veces que estos ejemplos aparecen en el conjunto de criterios. Reglas simples, utilizando números, permiten establecer relaciones de sobreclasificación entre dichas alternativas, de manera que ninguno de los criterios sea demasiado “preponderante”, o “despreciable” frente a otro criterio. Esto es lo que se

conoce como “hipótesis de disparidad limitada”, que determina que ningún criterio tiene, por él mismo, una importancia superior o igual a la de una coalición que agrupe al menos a la mitad de los criterios.

Además, el método admite varias versiones con respecto a las relaciones de sobreclasificación:

- Cuatro niveles de credibilidad en las relaciones de sobreclasificación (aunque algunos autores establecen cinco)
- Dos niveles de credibilidad en las relaciones de sobreclasificación (sobreclasificación fuerte y débil)
- Combinaciones intermedias.

Se utilizará la siguiente notación con respecto al número de criterios que cumplen ciertas características:

- $m_P(a_i, a_k)$: Número de criterios para los que la alternativa a_i es estrictamente preferida a la a_k
- $m_Q(a_i, a_k)$: Número de criterios para los que la alternativa a_i es débilmente preferida a la a_k
- $m_I(a_i, a_k)$: Número de criterios para los que las alternativas a_i y a_k , son consideradas indiferentes.
- $m_0(a_i, a_k) = m_0(a_k, a_i)$: Número de criterios para los que las alternativas a_i y a_k tienen la misma valoración.

De esta forma se cumple que el número total de criterios $m(a_i, a_k)$ es:

$$m(a_i, a_k) = m_P(a_i, a_k) + m_Q(a_i, a_k) + m_I(a_i, a_k) + m_0(a_i, a_k) + m_Q(a_k, a_i) + m_P(a_k, a_i)$$

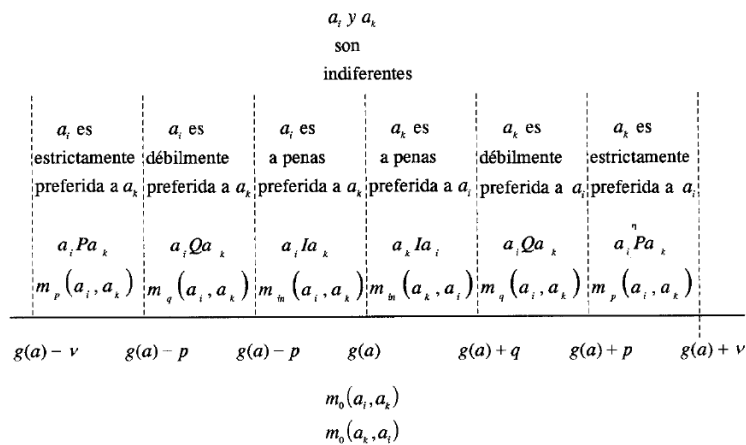


Figura 3. 5: Intervalos de sobreclasificación para cada par de alternativas

Para la construcción de las relaciones de sobreclasificación en este método, ya no se utilizan los índices de concordancia y discordancia, por lo que es necesario definir varios conceptos novedosos:

Relaciones de sobreclasificación encajadas:

A partir de la numeración de las preferencias locales por criterio, se distinguen cuatro niveles de credibilidad de las relaciones de sobreclasificación, así, se utiliza el concepto de grado de credibilidad de ELECTRE III, pero con la diferencia de que aquí se utilizan particiones concretas. Serán entonces:

Cuasi-dominancia (S_q): Se dice que una alternativa a_i sobreclasifica a otra a_k con cuasi-dominancia si y solo si:

- a) No existe ningún criterio que conduce a preferir (estricta o débilmente) a a_k sobre a_i
- b) Además, el número de criterios para los que a_k es considerada indiferente a a_i , aún teniendo mejor evaluación, no debe superar el número de criterios para los que a_i presenta una mejor evaluación que a_k más uno.

$$a_i S_q a_k \Leftrightarrow \begin{cases} m_Q(a_k, a_i) + m_P(a_k, a_i) = 0, & y \\ m_I(a_k, a_i) \leq 1 + m_P(a_i, a_k) + m_Q(a_i, a_k) + m_I(a_i, a_k) \end{cases}$$

Dominancia canónica (S_c): Se dice que una alternativa a_i sobreclasifica a otra a_k con dominancia canónica si y solo si

- a) No existe ningún criterio que conduce a preferir estrictamente a a_k sobre a_i
- b) Además, el número de criterios para los que a_k es preferido débilmente a a_i , es a lo sumo igual al número de criterios para los que a_i es preferido a a_k .
- c) Finalmente, el número de criterios para los que a_k posee mejor valoración que a_i , no debe superar el número de criterios para los que a_i presenta una mejor evaluación que a_k más uno

$$a_i S_c a_k \Leftrightarrow \begin{cases} m_P(a_k, a_i) = 0, & y \\ m_Q(a_k, a_i) \leq m_P(a_i, a_k), & y \\ m_I(a_k, a_i) + m_Q(a_k, a_i) \leq 1 + m_P(a_i, a_k) + m_Q(a_i, a_k) + m_I(a_i, a_k) \end{cases}$$

Pseudo-dominancia (S_p): Se dice que una alternativa a_i sobreclasifica a otra a_k con pseudo-dominancia si y solo si

- a) No existe ningún criterio que conduce a preferir estrictamente a a_k sobre a_i

- b) Además, el número de criterios para los que a_k es preferido estricta o débilmente a a_i , es a lo sumo igual al número de criterios para los que a_i es preferido a a_k débil o estrictamente.

$$a_i S_p a_k \Leftrightarrow \begin{cases} m_p(a_k, a_i) = 0, & y \\ m_Q(a_k, a_i) \leq 1 + m_p(a_i, a_k) + m_Q(a_i, a_k) \end{cases}$$

(nota: según [6], se podría introducir una sobreclasificación intermedia entre la pseudo-dominancia y la veto-dominancia, denominada sub-dominancia, en la que la única condición es que a_k no sea fuertemente preferida a a_i en ningún criterio)

Veto-dominancia (S_v): Se dice que una alternativa a_i sobreclasifica a otra a_k con veto-dominancia si y solo si

- a) O bien no existe ningún criterio para el que se prefiera estrictamente a a_k sobre a_i .
- b) O bien existe un único criterio que conduce a la preferencia de a_k sobre a_i pero sin veto-preferencia (la diferencia entre las dos evaluaciones es menor que el umbral de veto) y a_i es preferida a a_k en al menos la mitad de los criterios.

$$a_i S_v a_k \Leftrightarrow \begin{cases} \text{O bien } m_p(a_k, a_i) = 0 \\ \text{O bien } m_Q(a_k, a_i) = 1, \text{ y } \nexists a_k P_{vj} a_i \quad \forall j, \text{ y } y + m_p(a_i, a_k) \geq (m/2) \end{cases}$$

Debido a que en estas relaciones de sobreclasificación se cumple que $S_v \subset S_p \subset S_c \subset S_q$, se suele decir que son relaciones de sobreclasificación encajadas.

Relaciones de sobreclasificación difusas:

Una vez definidas las relaciones de sobreclasificación encajadas S_v, S_p, S_c, S_q , se pasa de éstas a las relaciones de sobreclasificación difusas asociando un grado de credibilidad para las relaciones anteriores, con cuidado de que puedan jugar su papel en las destilaciones. Cada nivel de destilación se definirá a partir del grado de credibilidad precedente y del umbral de discriminación mantenido.

A partir de la matriz de grados de credibilidad, el proceso de explotación se realiza mediante λ -cualificaciones, al igual que en ELECTRE III, de manera que a partir de un proceso de destilación descendente y otro de destilación ascendente se obtienen dos preordenes completos, y de la intersección de los mismos, un preorden parcial final.

3.2.4- Problemas de clasificación (sorting problems)

3.2.4.1- Método ELECTRE TRI [7], [8]

El método ELECTRE TRI, es una evolución del ELECTRE III, con la diferencia de que este método no trata de realizar una ordenación completa entre las diferentes alternativa, sino de clasificarlas en unas categorías predeterminadas.

La novedad de este método es el uso de alternativas de referencia, que sirven para definir las distintas categorías y clasificar el resto de alternativas en las mismas. Denotaremos $B = \{1, 2, \dots, p\}$ al conjunto de índices de las alternativas de referencia que definen las $p + 1$ categorías, definiéndose estas alternativas como $b_i = \{a_i \in A | i \in B\}$.

Así, las alternativas de referencia sirven como límite inferior de una categoría, y límite superior para la categoría siguiente.

La elección de las alternativas de referencia se puede realizar de dos maneras:

- Una forma es escoger el conjunto de alternativas perfectamente comparables entre ellas. En este caso, cada alternativa de referencia sobreclasifica o es sobreclasificada por el resto, denominándose el proceso de “segmentación multicriterio simple”
- Otra forma es admitir perfiles diferenciados, parcial o completamente incomparables entre ellos, denominándose entonces el proceso de “segmentación multicriterio generalizada”.

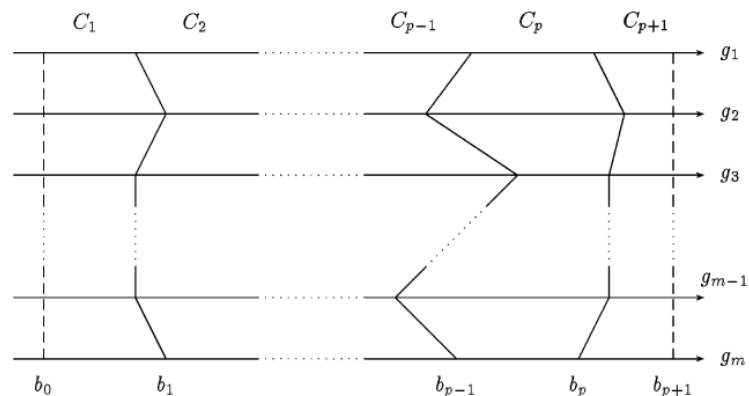


Figura 3. 6: Límites de separación entre diferentes categorías para cada criterio

Este método presenta una serie de ventajas con respecto a los anteriores, de las cuales se citan las más importantes:

- Permite juzgar una alternativa independientemente de las demás, es decir, por su valor absoluto (aunque en relación con las acciones de referencia definidas).
- Permite fijar uno o varios valores de referencia, por ejemplo, normas legales o resultados mínimos para la acción de candidatos.
- Permite considerar un número de alternativas potenciales más alto que otros métodos ELECTRE, debido a que no se comparan todas las alternativas dos a dos, sino solo las alternativas potenciales con las de referencia.

Una vez definidas las alternativas de referencia, la construcción de relaciones de sobreclasificación se realiza a través de niveles de significación λ relativos al nivel de credibilidad de las relaciones de sobreclasificación, con respecto a estas alternativas, por lo que la construcción de las relaciones de sobreclasificación es idéntica al método ELECTRE III. Tendremos entonces los siguientes resultados, teniendo en cuenta que b_k representa una alternativa de referencia:

Índice de concordancia global:

$$C(a_i S b_i) = \frac{\sum_{j \in J} (w_j \varphi_j)}{\sum_{j \in J} w_j}$$

Siendo φ_j el índice de concordancia por criterio:

$$\varphi_j = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(a_i) + q_j(g_j(a_i)) \geq g_j(b_k), \quad (a_i S_j b_k) \\ \frac{g_j(a_i) + p_j(g_j(a_i)) - g_j(b_k)}{p_j(g_j(a_i)) - q_j(g_j(a_i))} & \text{si } g_j(a_i) + q_j(g_j(a_i)) < g_j(b_k) \leq g_j(a_i) + p_j(g_j(a_i)), \quad (a_i Q_j b_k) \\ 0 & \text{si } g_j(a_i) + p_j(g_j(a_i)) < g_j(b_k), \quad (a_k P_j b_k) \end{cases}$$

Índice de discordancia por criterio:

$$d_j(a_i S b_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(b_k) > g_j(a_i) + v_j(g_j(b_k)) \\ \frac{g_j(b_k) - g_j(a_i) - p_j(g_j(a_i))}{v_j(g_j(a_i)) - p_j(g_j(a_i))} & \text{si } g_j(a_i) + p_j(g_j(b_k)) \leq g_j(b_k) \leq g_j(a_i) + v_j(g_j(b_k)) \\ 0 & \text{si } g_j(b_k) \leq g_j(a_i) + p_j(g_j(b_k)) \end{cases}$$

Grado de credibilidad de la sobreclasificación:

$$\delta_{ik} = C(a_i S b_k) \cdot \prod_{j \in F} \frac{1 - d_j(a_i S b_k)}{1 - C(a_i S b_k)}$$

Siendo $\bar{F} = \{j | j \in F; d_j(a_i S b_k) > C(a_i S b_k)\}$, el subconjunto de F ($\bar{F} \subset F$) cuyos elementos son los criterios para los cuales el índice de discordancia por criterio es mayor que el índice de concordancia global.

Para explicar el proceso de explotación, primero se explicará el proceso por el cual se establece la relación de sobreclasificación entre una alternativa a_i y una alternativa de referencia b_k , para explicar a continuación el proceso de asignación de dicha alternativa a_i a una categoría C_k .

Respetando la notación de [7], en este caso se supondrá que b_0 corresponde al límite inferior de la categoría C_1 , siendo esta categoría aquella que posee las alternativas más dominadas, o las peores. De esta forma $b_{i+h} > b_1$, y $C_{i+h} > C_1$ (como se puede observar, este orden es inverso al seguido por los métodos ELECTRE III y ELECTRE IV).

Establecimiento de la relación de sobreclasificación:

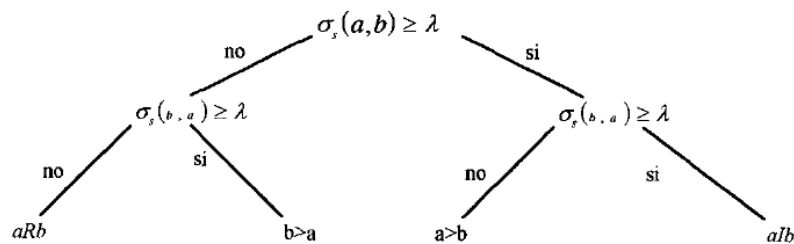


Figura 3. 7: Establecimiento de las relaciones de sobreclasificación de dos alternativas, según tu grado de credibilidad

Dado un nivel umbral λ , constante, para la credibilidad de la relación de sobreclasificación de una alternativa a_i con respecto a una alternativa de referencia b_k . Según el grado de credibilidad de esta relación ($\delta_{ih} = \sigma(a_i S b_k)$), tendremos las siguientes relaciones:

- Si $\sigma(a_i S b_k) \geq \lambda$ y $\sigma(b_k S a_i) \geq \lambda \Rightarrow a_i I b_k$ (a_i es indiferente a b_k)
- Si $\sigma(a_i S b_k) \geq \lambda$ y $\sigma(b_k S a_i) < \lambda \Rightarrow a_i S b_k$ (a_i sobreclasifica a b_k con preferencia estricta o débil)
- Si $\sigma(a_i S b_k) < \lambda$ y $\sigma(b_k S a_i) \geq \lambda \Rightarrow b_k S a_i$ (b_k sobreclasifica a a_i con preferencia estricta o débil)
- Si $\sigma(a_i S b_k) < \lambda$ y $\sigma(b_k S a_i) < \lambda \Rightarrow a_i R b_k$ (a_i es incomparable con b_k)

Procedimiento de asignación:

El procedimiento de asignación de una alternativa a una categoría tiene dos vertientes, una optimista y otra pesimista. El hecho de utilizar dos vertientes del procedimiento de asignación, es debido a que la

incomparabilidad de una alternativa con respecto a las alternativas de referencia se define a través de la clasificación de estas vertientes. Así, si una alternativa es clasificada en la misma categoría por las dos vertientes, se puede decir que la alternativa es comparable con las alternativas de referencia, mientras que en caso contrario, la alternativa será más o menos incomparable con respecto a las alternativas de referencia, según la disparidad en la clasificación de la misma.

Las alternativas que pretenden ser asignadas a una categoría predefinida, deben cumplir una serie de requisitos:

- Ninguna alternativa potencial puede ser indiferente a más de una alternativa de referencia
- Toda alternativa potencial debe ser atribuida a una y solo una categoría (unicidad)
- La asignación de una alternativa a una categoría no depende de la asignación de otras alternativas (independencia).
- La asignación de las alternativas a las categorías, debe ser conforme a la concepción de las alternativas de referencia (conformidad).
- Cuando dos alternativas se comparan de manera idéntica con respecto a las alternativas de referencia, deben ser asignadas a la misma categoría (homogeneidad).
- Si la alternativa a_i domina a la alternativa a_k (es decir $g_j(a_i) \geq g_j(a_k), \forall j$), entonces a_i debe ser asignada a una categoría superior o igual a la de a_k (monotonidad).
- El reagrupamiento de dos categorías vecinas no debe modificar la asignación de las alternativas no afectadas.

Procedimiento optimista (o disyuntivo):

En este caso, la alternativa a_i es comparada sucesivamente con b_k , con $k = p, p - 1, \dots, 0$, hasta encontrar el primer b_h , tal que $a_i \geq b_h$

Si b_h es el límite superior para la asignación a la categoría C_h , entonces la alternativa se asigna a la categoría inmediatamente superior C_{h+1} . Con esto se consigue clasificar a la alternativa potencial en la categoría más alta posible.

Procedimiento pesimista (o conjuntivo):

En este caso, la alternativa a_i es comparada sucesivamente con b_k , con $k = 1, 2, \dots, p + 1$, hasta encontrar el primer b_h , tal que $b_h \leq a_i$

Si b_h es el límite inferior para la asignación a la categoría C_h , entonces la alternativa se asigna a la categoría inmediatamente inferior C_{h-1} . Con esto se consigue clasificar a la alternativa potencial en la categoría más baja posible.

3.3- Familia de métodos PROMETHEE

3.3.1- Características básicas de los métodos PROMETHEE [1], [9], [10]

Esta familia de métodos está encuadrada dentro de los métodos de superación, al igual que la familia de métodos ELECTRE anteriormente comentada, por lo que comparte muchos elementos en común, si bien, el establecimiento de las relaciones de sobreclasificación es totalmente diferente en esta metodología. Así, la familia de métodos PROMETHEE hace uso de factores de ponderación, umbrales de indiferencia y preferencia, etc., centrándose en los conocidos problemas de elección (buscando el conjunto de alternativas eficientes o pareto-óptimas, y si es posible, la mejor de entre ellas) y ordenación (estableciendo una ordenación completa de alternativas desde “la mejor” a la peor).

3.3.1.1- Requisitos de la metodología PROMETHEE

Para construir una metodología de resolución de un problema multicriterio, y en especial para la metodología PROMETHEE, es necesario el cumplimiento de los siguientes requisitos:

- 1- La amplitud de las desviaciones entre las evaluaciones de las alternativas por cada criterio deberían ser tenidas en cuenta

$$d_j(a_i, a_k) = g_j(a_i) - g_j(a_k)$$

Aunque esta información es fácil de calcular, no se utiliza en la teoría de la eficiencia. Cuando estas relaciones son despreciables, la relación de dominancia puede posiblemente ser enriquecida.

- 2- Al ser las evaluaciones de cada criterio $g_j(a_i)$ expresadas en sus propias unidades, existen unos efectos de escala que deben ser eliminados. No es aceptable obtener conclusiones dependientes de las escalas de los criterios (hay que tener en cuenta que no todas las metodologías de resolución cumplen este requisito).
- 3- A la hora de realizar las comparaciones por parejas, una metodología multicriterio debería proporcionar la información siguiente:
 - a. a_i es preferido a a_k .
 - b. a_i y a_k son indiferentes.
 - c. a_i y a_k son incomparables.

El propósito es enriquecer las relaciones de sobreclasificación, es decir, eliminar las relaciones de incomparabilidad, pero no a costa de obtener unas conclusiones poco realistas. El procedimiento debe por tanto poder considerarse justo, pudiendo considerarse como discutibles los resultados de un proceso que elimina sistemáticamente estas incomparabilidades.

- 4- Los diferentes métodos de resolución de problemas multicriterio requieren diferente información adicional, y poseen procedimientos de cálculo distintos, por lo que pueden arrojar resultados diferentes entre ellos. Es por tanto necesario desarrollar métodos inteligibles por los decisores, intentando huir de los procedimientos “de caja negra”, en los que el decisor no entiende ni controla totalmente el proceso de decisión, puesto que provocan la falta de confianza de los decisores sobre las soluciones propuestas.
- 5- Un procedimiento apropiado debe evitar incluir en el análisis, parámetros que carezcan de significado para el decisor, ya que dichos parámetros inducen a los efectos de “caja negra” ya mencionados.
- 6- Un método apropiado debería aportar información sobre la naturaleza conflictiva de los distintos criterios.
- 7- Muchos de los métodos de toma de decisión utilizan pesos para significar la importancia relativa de diferentes criterios, representando estas las preferencias propias del decisor. Generalmente esta asignación es difícil ya que el decisor suele tener fuertes dudas sobre qué valor asignar. Un método apropiado debería ofrecer herramientas para medir la “sensibilidad” comparando fácilmente diferentes conjuntos de pesos (en el sentido de comprobación de la robustez de una conclusión el apartado 3.1).

3.3.1.2- Elementos constitutivos, relaciones de sobreclasificación y asignación de preferencias [9]

Un problema de decisión multicriterio se puede formular como:

$$\text{Maximizar } \{g_1(a), g_2(a), \dots, g_j(a), \dots, g_n(a) | a \in A\}$$

En donde $J = \{g_1, \dots, g_n\}$ representa el conjunto de criterios de evaluación del problema (en donde se deseará maximizar algunos criterios y minimizar otros) y $A = \{a_1, \dots, a_m\}$ el conjunto de alternativas, siendo por tanto $g_j(a_i) \in E_j$, la evaluación de una alternativa a_i con respecto a un criterio g_j , para todo $a_i \in A$ y $j \in J$, en donde E_j es la escala asociada al criterio j (con respecto a las diferentes escalas de los criterios, los métodos PROMETHEE permiten trabajar con escalas muy heterogéneas debido a que la construcción de las relaciones de preferencia no se realiza directamente a partir de las evaluaciones $g_j(a_i)$ como se verá a continuación).

Sin más datos que los mencionados al principio de este apartado, las relaciones de superación para cada par de alternativas a_i, a_k , se podrían representar como:

$$\begin{cases} g_j(a_i) \geq g_j(a_k), & \forall j \in J \\ \exists k \in J: g_k(a_i) > g_k(a_k) \end{cases} \Leftrightarrow a_i P a_k$$

$$g_j(a_i) = g_j(a_k), \quad \forall j \in J \Leftrightarrow a_i I a_k$$

$$\begin{cases} \exists k \in J: g_k(a_i) > g_k(a_k) \\ \exists r \in J: g_r(a_i) < g_r(a_k) \end{cases} \Leftrightarrow a_i R a_k$$

En donde P , I y R representan las relaciones de sobreclasificación ya presentadas. Por tanto, una alternativa a_i es estrictamente preferida a otra a_k si y solo si la primera es como mínimo tan buena como a_k para todos los criterios, ambas alternativas se consideran indiferentes si poseen la misma valoración en todos los criterios, y son incomparables si para algunos criterios, la alternativa a_i obtiene mejor valoración, mientras que en otros es a_k la alternativa mejor valorada.

Estas relaciones de superación o sobreclasificación, darían en la mayoría de los casos relaciones de incomparabilidad. Este hecho va en contra de la utilidad de los métodos de sobreclasificación, que tienen por objetivo enriquecer el grafo de decisión, es decir, reducir el número de relaciones de incomparabilidad dentro del mismo.

Por esta razón, para poder establecer el conjunto de soluciones, es necesario tener una información adicional.

Una importante ventaja de los métodos PROMETHEE, es que dicha información adicional es clara, y fácil de entender tanto por decisores como por analistas, siendo dicha información:

Información intercriterio:

Esta información se concreta en los factores de ponderación, o pesos (w_j , con $j \in J$) de los criterios, los cuales caracterizan su importancia relativa.

Estos pesos son no negativos e independientes de las unidades de medida de los criterios, siendo el criterio considerado como más importante cuanto mayor es el peso asociado al mismo. Una práctica muy habitual es utilizar pesos normalizados, de manera que $\sum_j w_j = 1$.

La determinación de estos pesos no es una tarea sencilla ya que deben reflejar las preferencias y percepciones del decisor, siendo considerada la elección de estos pesos como el “espacio de libertad” del decisor.

Información intracriterio:

La información intracriterio en los métodos PROMETHEE, está fuertemente relacionada con la manera en la que se asignan los grados de preferencia a las comparaciones entre parejas de alternativas. Dichos grados de preferencia no se asignan por la valoración directa de cada alternativa, sino a través de una función de preferencia que ofrece valores reales en el

intervalo $[0,1]$ ($0 \leq P_j(a_i, a_k) \leq 1$), basados en la diferencia entre valoraciones de alternativas, siendo esta función creciente con la magnitud de la mencionada diferencia, es decir, que el grado de preferencia de una alternativa a_i sobre otra a_k , para un determinado criterio g_j , viene definido por:

$$P_j(a_i, a_k) = F_j[d_j(a_i, a_k)], \quad \forall a_i, a_k \in A$$

Con

$$d_j(a_i, a_k) = g_j(a_i) - g_j(a_k), \quad j \in J$$

La función de preferencia así descrita está referida a criterios que se deseen maximizar, sin embargo, para criterios a minimizar, esta función debería basarse en diferencias negativas ($-d(a_i, a_k)$), de forma que para estos criterios será:

$$P_j(a_i, a_k) = F_j[-d_j(a_i, a_k)], \quad \forall a_i, a_k \in A$$

Con el objetivo de dar una mejor visión del área de indiferencia, es decir, el área para la cual la diferencia entre las valoraciones de la pareja de alternativas analizada no es significativa, se introduce la función $H_j(a_i, a_k)$, como:

$$H_j(a_i, a_k) = \begin{cases} P_j(a_i, a_k), & \text{si } d_j(a_i, a_k) \geq 0 \\ P_j(a_k, a_i), & \text{si } d_j(a_i, a_k) \leq 0 \end{cases}$$

En donde $H_j(a_i, a_k)$ no es, necesariamente, simétrica.

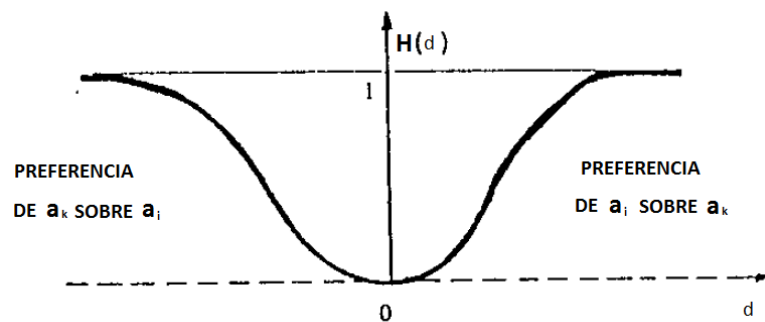


Figura 3. 8: Función $H_j(a_i, a_k)$

La dupla (2-tupla) $\{g_j(\cdot), H_j(a_i, a_k)\}$, es conocida como “criterio generalizado” asociado al criterio $g_j(\cdot)$, y debe ser definido para cada uno de los criterios, siendo la elección y definición de estos criterios generalizados tarea del analista, que debe respetar en todo momento las preferencias del decisor.

Como se puede intuir, la información intracriterio corresponde a la delimitación de ciertos valores y/o límites a la hora de construir dichas funciones de preferencia, en donde, según la función elegida, es necesario definir uno o varios de estos parámetros:

- Umbral de indiferencia (q): Es el mayor valor de $d_j(a_i, a_k)$, por debajo del cual se considera que las alternativas a_i y a_k son indiferentes.
- Umbral de preferencia estricta (p): Es el menor valor de $d_j(a_i, a_k)$, por encima del cual se considera que existe una preferencia estricta de la alternativa a_i sobre la alternativa a_k .
- Parámetro s: Este valor está relacionado con la función de preferencia de tipo gaussiano, que se describirá a continuación. Si bien algunos autores ([9]) lo relacionan directamente con el valor de desviación estándar de una distribución normal (σ), otros ([1], [10], [11]) consideran que este valor, que representa el punto de inflexión de la curva gaussiana, debe estar comprendido entre los valores p y q, siendo más sensible la función de preferencia a pequeñas desviaciones (diferencias entre valoraciones de alternativas).

Los autores de la metodología PROMETHEE ([9]), proponen seis funciones de preferencia específicas que sirven para cubrir las necesidades de la gran mayoría de los problemas de decisión aplicados al mundo real, aunque no existe objeción a la consideración de otros criterios generalizados. Estas seis funciones son:

Generalised criterion	Definition	Parameters to fix
<p>Type 1: Usual Criterion</p>	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ 1 & d > 0 \end{cases}$	-
<p>Type 2: U-shape Criterion</p>	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ 1 & d > q \end{cases}$	q
<p>Type 3: V-shape Criterion</p>	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ \frac{d}{p} & 0 \leq d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases}$	p
<p>Type 4: Level Criterion</p>	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ \frac{1}{2} & q < d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases}$	p, q
<p>Type 5: V-shape with indif- ference Criterion</p>	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ \frac{d-q}{p-q} & q < d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases}$	p, q
<p>Type 6: Gaussian Criterion</p>	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ 1 - e^{-\frac{d^2}{2s^2}} & d > 0 \end{cases}$	s

Figura 3. 9: Tipos básicos de funciones de preferencia

- Tipo I (Criterio usual o real): Esta función de preferencia asigna el valor unidad, siempre que el valor de $d_j(a_i, a_k)$ sea mayor que cero.
- Tipo II (Cuasi- criterio): Esta función de preferencia asigna un valor unidad, siempre que $d_j(a_i, a_k)$ supere un umbral de indiferencia q .
- Tipo III (Pseudo-criterio, o criterio con preferencia lineal): La función de preferencia en este caso varía linealmente con la diferencia $d_j(a_i, a_k)$, otorgando un valor cero, si dicha diferencia es nula, y un valor unidad cuando la diferencia mencionada supera un umbral de preferencia p .
- Tipo IV (Criterio de nivel): Esta función de preferencia asigna los valores 0, 0.5 y 1, si la diferencia $d_j(a_i, a_k)$, está respectivamente, por debajo del umbral de indiferencia, entre el umbral de indiferencia y preferencia o por encima del umbral de preferencia.
- Tipo V (Preferencia lineal y área de indiferencia): Esta función de preferencia posee una forma lineal, al igual que la de tipo III, con la diferencia de que aquí se incluye un umbral de indiferencia, por debajo del cual, esta función asigna un valor cero.
- Tipo VI (Criterio gaussiano): Esta es la función gaussiana cuyo punto de inflexión está definido por el parámetro s , ya comentado.

En resumen, los datos de entrada necesarios para la resolución de un problema de toma de decisión mediante la metodología PROMETHEE, son:

- Un conjunto de criterios $J = \{g_1, \dots, g_j, \dots, g_n\}$, con $j \in J$.
- Un conjunto de posibles acciones o alternativas $A = \{a_1, \dots, a_i, \dots, a_m\}$, con cardinalidad $m \in \mathbb{N}$
- $g_j(a_i) \in E_j$, la evaluación de una alternativa a_i con respecto a un criterio g_j , para todo $a_i \in A$ y $j \in J$, en donde E_j es la escala asociada al criterio j . De la comparación por parejas de estas evaluaciones, obtendremos los valores de las diferencias entre valoraciones $d_j(a_i, a_k)$.
- Información intercriterio, consistente en los pesos asociados a los j criterios w_j , con $j \in J$
- Información intracriterio consistente en la elección de las funciones de preferencia para los distintos criterios y la determinación de los parámetros necesarios para cada uno de ellos q_j, p_j y s_j para todo $j \in J$.

En las siguientes secciones se comentarán por orden, los métodos PROMETHEE I y II, módulo visual GAIA, PROMETHEE VI, PROMETHEE III, PROMETHEE IV y PROMETHEE V.

El hecho de incluir el método PROMETHEE VI antes que sus predecesores, es debido a la estrecha relación que mantiene con el módulo visual GAIA.

3.3.2- Problema de elección y ordenación completa. Métodos PROMETHEE I y PROMETHEE II [10]

El procedimiento seguido por los métodos de la familia PROMETHEE se basa en los conceptos de “índice de preferencia agregada” y “flujo de superación” que se describen a continuación.

3.3.2.1- Índice de preferencia agregada

Sean dos alternativas $a_i, a_k \in A$, se definen los índices de preferencia agregada de a_i sobre a_k y a_k sobre a_i respectivamente como:

$$\begin{cases} \pi(a_i, a_k) = \sum_{j=1}^n P_j(a_i, a_k)w_j \\ \pi(a_k, a_i) = \sum_{j=1}^n P_j(a_k, a_i)w_j \end{cases}$$

En donde $\pi(a_i, a_k)$ representa el nivel en que a_i es preferido a a_k para la totalidad de los criterios (es decir, que expresa un grado de preferencia en la relación de sobreclasificación de alternativa a_i sobre la alternativa a_k) y

$\pi(a_k, a_i)$ el nivel en el que a_k es preferida a a_i para la totalidad de estos, siendo ambos índices valores reales positivos.

De esta forma, para un par de alternativas a_i y a_k , el índice de preferencia agregada $\pi(a_i, a_k)$ cumple las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} \pi(a_i, a_i) = 0 \\ 0 \leq \pi(a_i, a_k) \leq 1 \\ 0 \leq \pi(a_k, a_i) \leq 1 \\ 0 \leq \pi(a_i, a_k) + \pi(a_k, a_i) \leq 1 \end{cases}$$

De donde se puede inferir lo siguiente:

$$\begin{cases} \pi(a_i, a_k) \sim 0 \Rightarrow \text{preferencia global débil de } a_i \text{ sobre } a_k \\ \pi(a_i, a_k) \sim 1 \Rightarrow \text{preferencia global fuerte de } a_i \text{ sobre } a_k \end{cases}$$

De manera similar a los métodos ELECTRE, estas relaciones de preferencia se pueden representar en un gráfico de sobreclasificación:

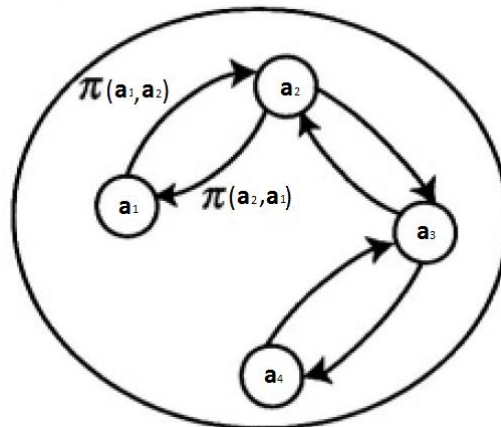


Figura 3. 10: Gráfico de sobreclasificación

3.3.2.2- Flujo de superación

Partiendo de los índices de preferencia agregada, y teniendo en cuenta la existencia de m alternativas y por tanto de $m - 1$ comparaciones para cada alternativa, se definen los llamados flujos de superación, de los que existen dos tipos:

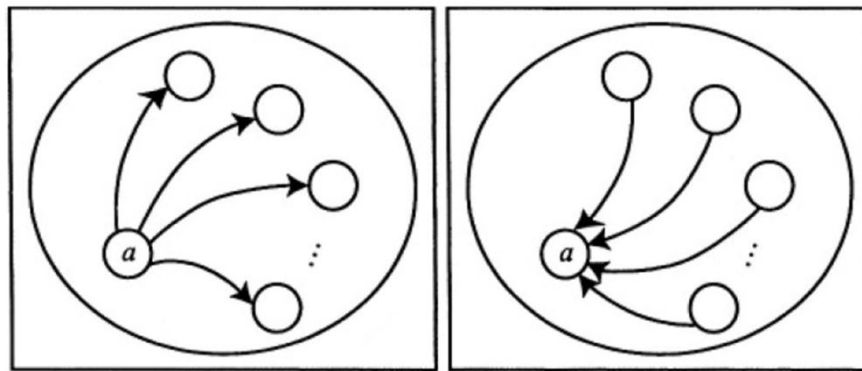
Flujos positivos, o de salida: Estos flujos representan el grado en que una alternativa a_i sobreclasifica o domina a las demás, esto es su fuerza o carácter dominador. Se define como:

$$\phi^+(a_i) = \frac{1}{m-1} \sum_{a_k \in A} \pi(a_i, a_k)$$

Flujos negativos, o de entrada: Estos flujos representan el grado en que una alternativa a_i es sobreclasificada o dominada por las demás, esto es su debilidad o tendencia a ser dominada. Se define como:

$$\phi^-(a_i) = \frac{1}{m-1} \sum_{a_k \in A} \pi(a_k, a_i)$$

De estas dos definiciones se puede intuir que la mejor alternativa será aquella que posea un mayor flujo de salida y a la vez un menor flujo de entrada.



a)

b)

Figura 3. 11: a) Flujos salientes de a, b)Flujos entrantes de a

3.3.2.3- El ordenamiento parcial de PROMETHEE I

Basándose en los flujos de superación, el método PROMETHEE I, construye las relaciones de sobreclasificación para cada par de alternativas, a_i y a_k , de la siguiente forma:

$$\begin{cases} a_i P^I a_k & \text{si } \begin{cases} \phi^+(a_i) > \phi^+(a_k) \text{ y } \phi^-(a_i) < \phi^-(a_k) \text{ ó} \\ \phi^+(a_i) = \phi^+(a_k) \text{ y } \phi^-(a_i) < \phi^-(a_k) \text{ ó} \\ \phi^+(a_i) > \phi^+(a_k) \text{ y } \phi^-(a_i) = \phi^-(a_k) \end{cases} \\ a_i I^I a_k & \text{si } \phi^+(a_i) = \phi^+(a_k) \text{ y } \phi^-(a_i) = \phi^-(a_k) \\ a_i R^I a_k & \text{si } \begin{cases} \phi^+(a_i) > \phi^+(a_k) \text{ y } \phi^-(a_i) > \phi^-(a_k) \text{ ó} \\ \phi^+(a_i) < \phi^+(a_k) \text{ y } \phi^-(a_i) < \phi^-(a_k) \end{cases} \end{cases}$$

En donde P^I , I^I y R^I son respectivamente las ya conocidas relaciones de preferencia estricta, indiferencia e incomparabilidad.

Al estar en un problema de elección, el ranking parcial del método PROMETHEE I establece una serie de relaciones de preferencia entre alternativas, en donde la incomparabilidad entre las mismas está permitida, de forma que es el decisor el que debe elegir cuál es para él la mejor decisión.

3.3.2.4- El ordenamiento completo de PROMETHEE II

El ordenamiento de alternativas mediante PROMETHEE II no admite la incomparabilidad, por lo que posee la ventaja de obtener un ordenamiento completo de las alternativas, de la “mejor” a la “peor”, sin embargo la información obtenida sobre las alternativas puede ser más discutible que la obtenida con PROMETHEE I, ya que existe una pérdida de dicha información al utilizar los llamados “flujos netos de superación”, que se definen a continuación.

Flujo neto de sobreclasificación: Dados, para una alternativa a_i los flujos de salida ($\phi^+(a_i)$), y de entrada ($\phi^-(a_i)$), se define para la misma el flujo neto de sobreclasificación como:

$$\phi(a_i) = \phi^+(a_i) - \phi^-(a_i)$$

Que cumple las siguientes propiedades:

$$\begin{cases} -1 \leq \phi(a_i) \leq 1 \\ \sum_{a_i \in A} \phi(a_i) = 0 \end{cases}$$

De esta forma, dadas dos alternativas a_i y a_k , se definen las siguientes relaciones de sobreclasificación:

$$\begin{cases} a_i P^{II} a_k & \text{si } \phi(a_i) > \phi(a_k) \\ a_i I^{II} a_k & \text{si } \phi(a_i) = \phi(a_k) \end{cases}$$

Pudiéndose decir que las alternativas con mayor flujo neto positivo tienen mayor grado de preferencia o dominación del resto de alternativas para todos los criterios, mientras que cuanto más negativo sea este flujo, mayor será su tendencia a ser dominadas o sobreclasificadas por el resto de alternativas para todos los criterios.

Para terminar, la mayoría de los autores consideran que la aplicación simultánea de los métodos PROMETHEE I y II resulta muy ventajosa, ya que PROMETHEE II da una información sobre las preferencias entre alternativas muy claras, mientras que PROMETHEE I ofrece información sobre la incomparabilidad entre dichas alternativas.

3.3.3- El módulo visual interactivo GAIA

El módulo GAIA (Graphical Analysis for Interactive Assistance) constituye una herramienta gráfica muy utilizada por los métodos PROMETHEE, que permite identificar de manera intuitiva el poder de discriminación de los criterios, la “calidad” de las distintas alternativas y el grado de conflicto entre criterios, entre otros aspectos.

Para entender el funcionamiento de esta herramienta hemos de definir el concepto de flujo neto por criterio.

3.3.3.1- Flujo neto por criterio [10]

Teniendo en cuenta la definición de flujo neto, flujos entrante y saliente, así como de los índices de preferencia agregada, el flujo neto para una alternativa a_i se puede escribir como:

$$\begin{aligned}\phi(a_i) &= \phi^+(a_i) - \phi^-(a_i) = \frac{1}{m-1} \sum_{\substack{k \in A \\ i \neq k}} (\pi(a_i, a_k) - \pi(a_k, a_i)) \\ &= \frac{1}{m-1} \sum_{a_k \in A} \left(\sum_{j=1}^n w_j (P_j(a_i, a_k) - P_j(a_k, a_i)) \right) \\ &= \sum_{j=1}^n w_j \left(\frac{1}{m-1} \sum_{a_k \in A} (P_j(a_i, a_k) - P_j(a_k, a_i)) \right) \\ &= \sum_{j=1}^n w_j \phi_j(a_i)\end{aligned}$$

En donde el parámetro $\phi_j(a_i) = \frac{1}{m-1} \sum_{a_k \in A} (P_j(a_i, a_k) - P_j(a_k, a_i))$, es conocido como flujo neto por criterio. El flujo neto por criterio $\phi_j(a_i)$ representa el grado de preferencia o dominancia de una alternativa a_i en el mismo sentido que el flujo neto, pero cuando solo es tenido en cuenta el criterio $g_j(\cdot)$ (es decir, que se atribuye todo el peso a un único criterio). Este valor posee tres ventajas con respecto al flujo neto.

La primera de estas ventajas es que el conjunto de flujos netos por criterio da una referencia de la “calidad” de una alternativa dada con respecto a cada uno de los citados criterios, construyendo lo que se llama “perfil de la alternativa”, una herramienta de gran interés para los decisores a la hora de finalizar el proceso de toma de decisión.

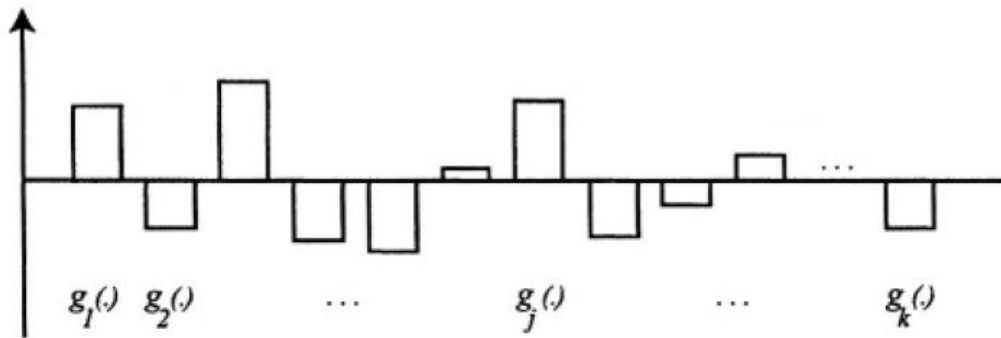


Figura 3. 12: Perfil de una alternativa

Las otras dos ventajas son que el valor $\phi_j(a_i)$ es adimensional, con lo que da una información con respecto al grado de preferencia de una alternativa a_i que es independiente de su escala, y que el flujo neto de una alternativa se puede calcular como el producto escalar de dos vectores igualmente ordenados, un vector que contenga todos los flujos netos por criterio, y otro vector que contenga los pesos de los criterios.

Esta última cualidad es explotada en el “plano GAIA”, sobre todo en referencia a los análisis de sensibilidad, como se comenta a continuación.

3.3.3.2- El plano GAIA [10]

Si organizamos todos los flujos netos por criterio de cada alternativa en una matriz, el resultado será una matriz M de orden $m \times n$, en la que los elementos que la componen ofrecen una información del grado de sobreclasificación de cada alternativa con respecto a cada criterio, independiente de los pesos de los criterios y de las escalas de los mismos.

Estos datos pueden representarse como una nube de m puntos (correspondientes a las alternativas), centrados en el origen de un espacio n -dimensional (con los ejes correspondientes a los diferentes criterios).

Si se tienen más de dos criterios (el caso más usual), es imposible visualizar claramente la posición relativa de las alternativas en relación con los criterios. Por esta razón, se suele proyectar la información incluida en el espacio n -dimensional (tanto los m puntos como los n vectores unitarios que constituyen los ejes) en un plano.

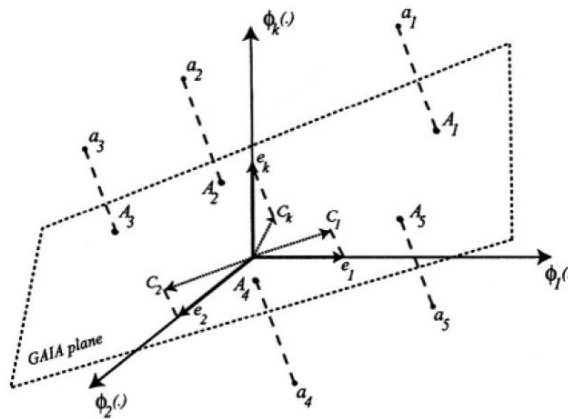


Figura 3. 13: Proyección sobre el plano GAIA

El “plano GAIA”, es el plano que preserva la mayor cantidad de información posible después de la proyección ya que está basada en la técnica del análisis de componentes principales, que define el plano en base a los dos vectores propios, que corresponden a los dos mayores valores propios de la matriz de covarianza Σ de los flujos netos por criterio.

3.3.3.3- Análisis de componentes principales y construcción del plano GAIA

[12]. [13]. [14]

El análisis de componentes principales es un método estadístico utilizado para transformar un conjunto de n variables correlacionadas en un conjunto m variables ($m \leq n$) incorreladas entre sí, que guardan la mayor parte de la información o variabilidad de los datos.

En general se buscan conjuntos de variables que sean combinaciones lineales de las variables originales. Esta independencia se calcula en base al concepto de covarianza de dos variables estadísticas X_i, X_j , en donde que se cumple que, si estas variables no están correlacionadas es

$$cov(X_i, X_j) = 0 \Rightarrow \begin{cases} E(X_i, X_j) = E(X_i) \cdot E(X_j) \\ f(X_i, X_j) = f(X_i) \cdot f(X_j) \end{cases}$$

Siendo $E(X_i)$ el operador media o esperanza matemática de una variable aleatoria X_i , $f(X_i, X_j)$ y $f(X_i)$ respectivamente, las funciones de densidad de probabilidad conjunta para las variables X_i y X_j , y la función de densidad de probabilidad marginal para X_i para dicha variable.

3.3.3.3.1- Matriz de varianzas-covarianzas

En el caso multivariable, los valores de varianzas y covarianzas, se suelen recoger en la llamada matriz de varianzas-covarianzas, que para un número n de variables aleatorias, será una matriz $n \times n$, de la forma:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$

Cuyas componentes son los valores de varianza para cada variable X_i , o la covarianza para cada pareja de variables X_i, X_j , respectivamente:

- $\sigma_i^2 = var(X_i) = E\left((X_i - E(X_i))^2\right)$
- $\sigma_{ij} = cov(X_i, X_j) = E\left((X_i - E(X_i)) \cdot (X_j - E(X_j))'\right)$, donde el superíndice “ ' ” denota transposición.

El operador esperanza o media de una variable X_i se puede calcular como:

- Caso discreto: Sea X_i una variable aleatoria discreta que toma valores $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$, con probabilidades $p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in}$, la media, o esperanza matemática de dicha variable, es el valor real:

$$\mu_i = E(X_i) = \sum_j x_{ij} p_{ij}, \text{ (supuesto que } \sum_j |x_{ij}| p_{ij} < \infty \text{)}.$$

- Caso continuo: Sea X_i una variable aleatoria continua con función de densidad de probabilidad f , la media o esperanza matemática de dicha variable, es el valor real:

$$\mu_i = E(X_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_i f_i(x_i) dx_i, \text{ (supuesto que } \int_{-\infty}^{+\infty} |x_i| f_i(x_i) dx_i < \infty \text{)}.$$

Aunque la técnica de análisis de componentes principales acepta más distribuciones de probabilidad, la más comúnmente utilizada es la distribución normal.

En caso de ser $E(X_i)$ un valor constante, se obtiene:

- $\sigma_i^2 = var(X_i) = E(X_i^2) - (E(X_i))^2$
- $\sigma_{ij} = cov(X_i, X_j) = E(X_i X_j) - E(X_i) \cdot E(X_j)$

Según [22], una manera alternativa de obtener una aproximación de la matriz de varianzas-covarianzas, igualmente útil para realizar el cálculo de las

componentes principales, y que requiere un esfuerzo de cálculo menor, es utilizar la relación:

$$\Sigma_2 = n\Sigma = \phi' \phi$$

Siendo n un número entero.

3.3.3.3.2- Cálculo de componentes principales:

El objetivo de esta técnica es, dado un conjunto de variables $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)'$, que en nuestro caso serán los valores de la matriz de flujos netos por criterio, suponiendo n criterios, obtener un nuevo conjunto de variables $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_j, \dots, y_n)'$, incorreladas entre sí, cuya varianza vaya disminuyendo progresivamente, mediante una combinación lineal de las variables originales. Es decir, que para cada y_j con $j = \{1, 2, \dots, n\}$ se tiene:

$$y_j = a_{j1}x_1 + a_{j2}x_2 + \dots + a_{jn}x_n = \mathbf{a}'_j \mathbf{x}$$

Siendo $\mathbf{a}'_j = (a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jn})$ un vector de constantes, en donde para mantener la ortogonalidad, se impone la condición de $\mathbf{a}'_j \mathbf{a}_j = \sum_{l=1}^n a_{jl}^2 = 1$.

Por tanto, para el primer componente y_1 , queremos escoger un valor de \mathbf{a}_1 , sujeto a la restricción $\mathbf{a}'_1 \mathbf{a}_1 = 1$, tal que maximice su varianza.

Para una transformación lineal como la descrita, la varianza de la nueva variable puede describirse en función de la variable original como $var(y_1) = var(\mathbf{a}'_1 \mathbf{x}) = \mathbf{a}'_1 \Sigma \mathbf{a}_1$.

Intuitivamente, se puede observar que queremos maximizar una función, sujeta a ciertas restricciones, por lo que volvemos a encontrarnos con un problema de programación lineal, cuya resolución se aborda normalmente mediante multiplicadores de LaGrange. Así, tendremos que:

$$L(\mathbf{a}_1) = \mathbf{a}'_1 \Sigma \mathbf{a}_1 - \lambda(\mathbf{a}'_1 \mathbf{a}_1 - 1)$$

Cuyo máximo se encuentra en:

$$\frac{\partial L(\mathbf{a}_1)}{\partial \mathbf{a}_1} = 2\Sigma \mathbf{a}_1 - 2\lambda \mathbf{a}_1 \Rightarrow (\Sigma - \lambda I) \mathbf{a}_1 = 0 \Rightarrow \Sigma \mathbf{a}_1 = \lambda \mathbf{a}_1$$

Esta última ecuación, tiene solución distinta de la trivial, si: $[\Sigma - \lambda I] = 0$ (Th. Roché-Frobenius).

De esta forma λ es un autovalor de la matriz Σ , que, si es una matriz de orden n y definida positiva, poseerá n autovalores diferentes, de forma que $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_n$.

Por la ecuación anterior, se obtiene que: $var(y_1) = var(\mathbf{a}'_1 \mathbf{x}) = \mathbf{a}'_1 \Sigma \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}'_1 \lambda I \mathbf{a}_1 = \lambda I \mathbf{a}'_1 \mathbf{a}_1 = \lambda \cdot 1 = \lambda$

Así, para obtener una variable y_1 , con la mayor varianza, se toma como dicha varianza el mayor autovalor, que se denotará como λ_1 , asociado al autovector \mathbf{a}_1 .

Una vez obtenida la combinación lineal para la variable y_1 , el procedimiento para encontrar la combinación lineal de la variable y_2 , es similar, al mencionado, pero imponiendo la nueva condición de que la covarianza entre y_1 e y_2 sea nula. Es decir:

$$cov(y_1, y_2) = \mathbf{a}'_1 \Sigma \mathbf{a}_2 = 0 \xrightarrow{(\Sigma \mathbf{a}_1 = \lambda I \mathbf{a}_1)} \lambda \mathbf{a}'_2 \mathbf{a}_1 = 0 \Rightarrow \mathbf{a}'_2 \mathbf{a}_1 = 0$$

Esta segunda condición implica que \mathbf{a}_1 y \mathbf{a}_2 son ortogonales.

Volviendo a hacer uso del multiplicador de LaGrange, tendremos:

$$L(\mathbf{a}_2) = \mathbf{a}'_2 \Sigma \mathbf{a}_2 - \lambda(\mathbf{a}'_2 \mathbf{a}_2 - 1) - \mu(\mathbf{a}'_2 \mathbf{a}_1)$$

Derivando:

$$\frac{\partial L(\mathbf{a}_2)}{\partial \mathbf{a}_2} = 2\Sigma \mathbf{a}_2 - 2\lambda I \mathbf{a}_2 - \mu \mathbf{a}_1 = 0$$

Si se multiplica el resultado por \mathbf{a}'_1 , se obtiene:

$$2\mathbf{a}'_1 \Sigma \mathbf{a}_2 - \mu = 0 \Rightarrow \mu = 2\mathbf{a}'_1 \Sigma \mathbf{a}_2 = 2\mathbf{a}'_2 \Sigma \mathbf{a}_1 = 0$$

Ya que se impuso la condición de $cov(y_1, y_2) = 0$

Por lo tanto, si se vuelve al multiplicador de LaGrange, se obtiene:

$$\frac{\partial L(\mathbf{a}_2)}{\partial \mathbf{a}_2} = 2\Sigma \mathbf{a}_2 - 2\lambda I \mathbf{a}_2 - \delta \mathbf{a}_1 = 2\Sigma \mathbf{a}_2 - 2\lambda I \mathbf{a}_2 = (\Sigma - \lambda I) \mathbf{a}_2$$

De esta forma, siguiendo un razonamiento similar al de la obtención de \mathbf{a}_1 , se tomará como varianza de \mathbf{a}_2 el segundo mayor valor de los autovalores de Σ , que denotaremos como λ_2 , asociado al autovector \mathbf{a}_2 .

Para el resto de los $n - 2$ vectores, se sigue exactamente el mismo razonamiento que el que se acaba de describir, obteniéndose la matriz:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Puede definirse entonces, el conjunto de nuevas variables incorreladas como: $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$, en donde la nueva matriz de varianzas-covarianzas asociada a las variables independientes, es:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix}$$

Se puede decir que es $\Lambda = \text{var}(\mathbf{y}) = \mathbf{A}'\text{var}(\mathbf{x})\mathbf{A} = \mathbf{A}'\Sigma\mathbf{A} \Rightarrow \Sigma = \mathbf{A}\Lambda\mathbf{A}'$

Ya que la matriz \mathbf{A} es ortogonal (debido a que para todas sus columnas es $\mathbf{a}'_j\mathbf{a}_j = 1$), por lo que $\mathbf{A}'\mathbf{A} = \mathbf{I}$.

Una vez obtenida la matriz \mathbf{A} , cuyas filas representan los coeficientes para la transformación de variables, las coordenadas de la proyección de los valores de la matriz de flujos netos por criterio sobre el espacio n -dimensional, representado por los elementos de \mathbf{Y} , se consigue multiplicando dicha matriz, que denominaremos $\boldsymbol{\phi}$, por la matriz \mathbf{A}' (aprovechando su ortogonalidad), es decir:

$$\boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{\phi} \times \mathbf{A}' = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n1} & \cdots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

Al buscar una representación sobre un plano (plano GAIA), solo utilizaremos las dos primeras columnas de \mathbf{A}' , que denotaremos por \mathbf{A}'_2 , de manera que obtendremos:

$$\boldsymbol{\Theta}_2 = \boldsymbol{\phi} \times \mathbf{A}'_2 = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \vdots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} \end{pmatrix}$$

Siendo cada fila, el par de coordenadas de una alternativa en el plano GAIA.

Siguiendo [22], la proyección de los vectores correspondientes a los criterios en el plano GAIA, coincidirán con las coordenadas de los ejes principales de representación (las dos primeras columnas de la matriz \mathbf{A}), de esta forma, para un criterio j (con $j = 1, 2, \dots, n$), la proyección del eje

correspondiente a dicho criterio será un vector, con origen en el eje de coordenadas, y extremo en el punto (a_{j1}, a_{j2}) .

3.3.3.3- Porcentajes de variabilidad:

Al pasar de un espacio n -dimensional, a la proyección sobre un plano, es posible determinar la cantidad de información retenida en dicha proyección en términos de variabilidad. Así, teniendo en cuenta que la varianza de un componente y_j es $var(y_j) = \lambda_j$, se puede determinar la varianza total de los componentes de \mathbf{y} , como:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n var(y_j) &= \sum_{j=1}^n \lambda_j = traza(\Lambda) = traza(\mathbf{A}'\Sigma\mathbf{A}) = traza(\Sigma\mathbf{A}\mathbf{A}') \\ &= traza(\Sigma) = \sum_{j=1}^n var(x_j) \end{aligned}$$

Por tanto, si escogemos un espacio de representación m -dimensional con $m < n$, se puede definir el porcentaje de información retenida en este espacio como:

$$\delta_m(\%) = \frac{\sum_{j=1}^m \lambda_j}{\sum_{j=1}^n \lambda_j} \times 100$$

Lo más usual es no sobrepasar $m = 3$ (representación en el espacio).

3.3.3.4- Interpretación del resultado gráfico del plano GAIA:

Dentro de la representación gráfica proporcionada por el plano GAIA, si tenemos un conjunto de alternativas $(A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_m)$, como m puntos representados en un espacio n -dimensional, cuyos ejes de coordenadas vienen definidos por los criterios $(g_1, g_2, \dots, g_j, \dots, g_n)$, todos ellos proyectados en el plano GAIA, y el parámetro δ_2 es suficientemente alto, se cumplen las siguientes propiedades:

- 1- Cuanto más largo es el eje de un criterio en el plano GAIA, más poder de discriminación tiene.
- 2- Los criterios que expresan preferencias similares están representados por ejes orientados aproximadamente en la misma dirección.
- 3- Los criterios que expresan preferencias en conflicto, están representados por ejes orientados en direcciones opuestas.
- 4- Los criterios que no están relacionados entre ellos en términos de preferencia están representados por ejes ortogonales.
- 5- Alternativas similares están representadas por puntos cercanos entre ellos.
- 6- Alternativas que son buenas desde el punto de vista de un criterio particular, están representadas por puntos situados en la dirección del eje del criterio correspondiente.

Un ejemplo gráfico muy didáctico, que se puede encontrar en [10], es el siguiente:

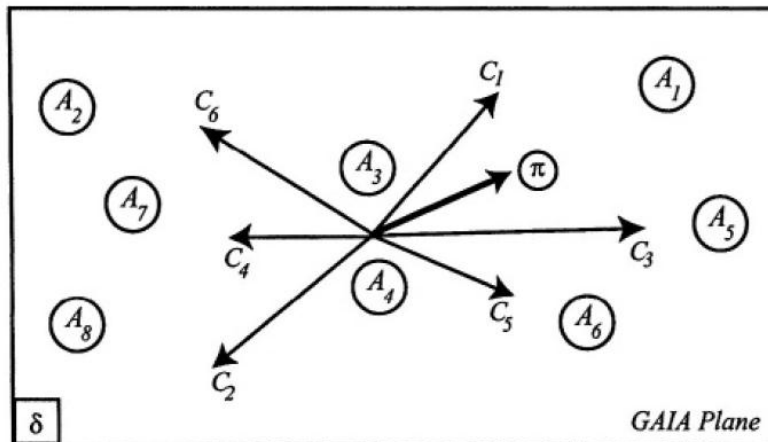


Figura 3. 14 Ejemplo de representación sobre el plano GAIA

En dicho ejemplo se realizan las siguientes observaciones:

- Los criterios g_1 y g_3 expresan preferencias similares, y las alternativas A_1 y A_5 son bastante buenas.
- Los criterios g_6 y g_4 también expresan preferencias similares, y las alternativas A_2 , A_7 y A_8 son bastante buenas según los mismos.
- Los criterios g_2 y g_5 son más bien independientes entre sí.
- Los criterios g_1 y g_3 son fuertemente conflictivos con los criterios g_2 y g_4 .
- Las alternativas A_1 , A_5 y A_6 son bastante buenas para los criterios g_1 , g_3 y g_5 .
- Las alternativas A_2 , A_7 y A_8 son bastante buenas para los criterios g_2 , g_4 y g_6 .
- Las alternativas A_3 y A_4 no se pueden clasificar como buenas o malas para ningún criterio.
- Etc.

3.3.3.3.5- Conceptos de puntero y eje de decisión

Hasta ahora no se ha tenido en cuenta, dentro del contexto del método GAIA, la introducción de las preferencias del decisor respecto a los criterios, esto es, la introducción dentro del plano GAIA de los pesos o factores de ponderación.

Como se comentó al inicio de este apartado, el flujo neto de una alternativa $\phi(a_i)$, se puede obtener como el producto escalar del vector de flujos netos por criterio para dicha alternativa a_i , y el vector de pesos asociado a los distintos criterios, o de forma equivalente, que el flujo neto de la alternativa a_i , es igual a la proyección del vector de flujos netos por criterio de la alternativa sobre el vector de pesos. Esto implica que las posiciones relativas de los vectores de flujo neto por criterio para todas las alternativas con

respecto al vector de pesos (\bar{w}), representa el ranking completo del método PROMETHEE II.

La proyección del vector \bar{w} sobre el plano GAIA, se conoce como “eje de decisión de PROMETHEE” (π), y la posición relativa de las proyecciones de las alternativas sobre este plano también da cuenta del ordenamiento completo de PROMETHEE II, si bien pueden existir algunas inconsistencias debido al propio proceso de proyección.

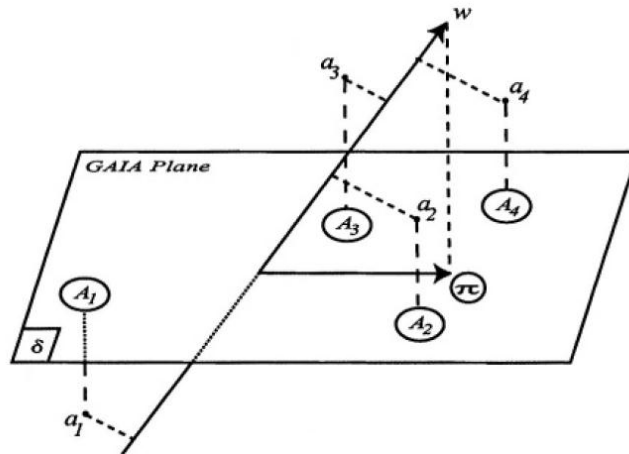


Figura 3. 15: Puntero y eje de decisión sobre el plano GAIA

El caso más general es que los pesos se repartan sobre todos los criterios, de manera que el vector π aparecerá como la suma ponderada de los ejes que representan a los n criterios, aunque si todo el peso es otorgado a un solo criterio, el eje de decisión coincidirá con el eje de dicho criterio.

Si π resulta ser largo, el eje de decisión de PROMETHEE tiene un fuerte poder de decisión, y el decisor está invitado a seleccionar alternativas, lo más alejadas posible en la dirección del eje.

Por otra parte, si π resulta ser corto, el eje de decisión de PROMETHEE no tiene un gran poder de discriminación, debido a que los criterios son fuertemente conflictivos entre sí, por lo que la elección de una buena solución de compromiso se convierte en un problema difícil (“hard”).

Una característica importante de la proyección de las alternativas sobre el plano GAIA, es que estas son independientes de la variación de los pesos con respecto a los criterios. Sin embargo la variación de estos pesos, que es la modificación directa del vector \bar{w} (puntero de decisión), representa la variación en las preferencias del decisor y en consecuencia de la ordenación de PROMETHEE.

De esta forma, la variación del puntero de decisión \bar{w} , y de su proyección, el eje de decisión de PROMETHEE π , constituyen una potente herramienta gráfica para realizar análisis de sensibilidad ya que las consecuencias de estas variaciones en los pesos, son fácilmente observables por el decisor en el plano GAIA.

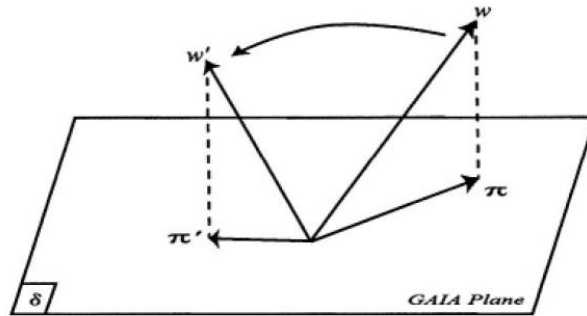


Figura 3. 16: Variación del eje de decisión sobre el plano GAIA

3.3.4- Método PROMETHEE VI y el análisis de sensibilidad

3.3.4.1- Introducción al análisis de sensibilidad [15]

Como se ha visto en el apartado referente al plano GAIA, la ordenación final de alternativas es extremadamente dependiente de la elección de los parámetros intercriterio (pesos) e intracriterio (funciones de preferencia y sus umbrales). Generalmente el decisor tiene dudas sobre qué valor asignar a dichos parámetros debido a la falta de información (incertidumbre en los datos), la capacidad de razonamiento limitada del ser humano, etc.

Por estos motivos, y al igual que ocurría en los métodos ELECTRE (y en general en cualquier método de toma de decisión), el analista está interesado en ofrecer al decisor soluciones robustas. En este aspecto, los análisis de sensibilidad proporcionan una medida de la robustez de los resultados proporcionados por el método.

Si nos centramos más en la construcción del modelo que en la incertidumbre de los datos de entrada, se pueden realizar análisis de sensibilidad variando los valores de dos grupos de parámetros distintos ya mencionados, los parámetros intercriterio, y los parámetros intracriterio. A su vez, dentro de estos dos grupos, se puede realizar el estudio de la variación de los valores de dichos parámetros, de uno en uno, o de manera generalizada.

Un resumen de las diferentes técnicas de análisis de estabilidad, se puede encontrar en [15]:

Variable	Fixed	Method	Output	Source
weight (one criterion)	preference parameter and type	change of weight within $[0, 1]$	$\Phi_{net}(a)$ (line plot)	[Geldermann, 1999]
weight (one criterion)	ranking of two selected alternatives a and b	analytical determination of maximal change	sensitivity indicator $\delta_{j,a,b}$	[Zhang, 2004]
weights (all criteria)	preference parameter and type, weighting limits	convex hull of all valid weighting vectors	area in GAIA plane	[Brans and Mareschal, 1995]
weights (all criteria)	ranking of a selected number of best alternatives	maximal change of all weighting factors	stability intervals $[w_j - \delta_j^-, w_j + \delta_j^+]$	[Zhang, 2004]
preference type (one criterion)	preference parameter	variation of preference type	$\Phi_j(a)$ (line plot)	new
preference type (all criteria)	preference parameter and weighting	variation of all preference types for all criteria	$\Phi_{net}(a)$ (line plot)	new
preference parameter (one criterion)	preference type	MCS (uniform distribution)	$\Phi_j(a)$ (line plot)	new
preference parameter (all criteria)	preference type and weighting	MCS (normal distribution)	$\Phi_{net}(a)$ (box plot)	new
attribute values	preference parameter and type, weighting	MCS (normal distribution)	scatter plot	new

Figura 3. 17: Técnicas de análisis de sensibilidad

Dada la amplia variedad de análisis realizables, se comentarán en este proyecto solo algunos métodos cuyos conceptos subyacentes están directamente relacionados con el método PROMETHEE VI.

3.3.4.1.1- Técnicas de análisis de parámetros intercriterio

El análisis de sensibilidad más frecuentemente aplicado en referencia a los pesos de los criterios, es aquel en el que se representa gráficamente la evolución de los flujos netos de cada alternativa con respecto a la variación del peso de un único criterio desde el 0% hasta el 100% de la preferencia total, que en un conjunto de pesos normado es el valor unidad (aunque nos centramos en el peso de un único criterio, el resto de los mismos debe variar proporcionalmente para mantener la condición de $\sum_j w_j = 1$).

En estos gráficos, el flujo neto de una alternativa $\phi(a_i)$, se representa como una recta cuya tendencia (gradiente) expresa cómo influye el criterio analizado en la evaluación de dicha alternativa, lo que viene a significar, que si la tendencia para dicha alternativa es positiva, el criterio colabora

favorablemente en la sobreclasificación con respecto al resto de alternativas, actuando en sentido contrario si la tendencia es negativa.

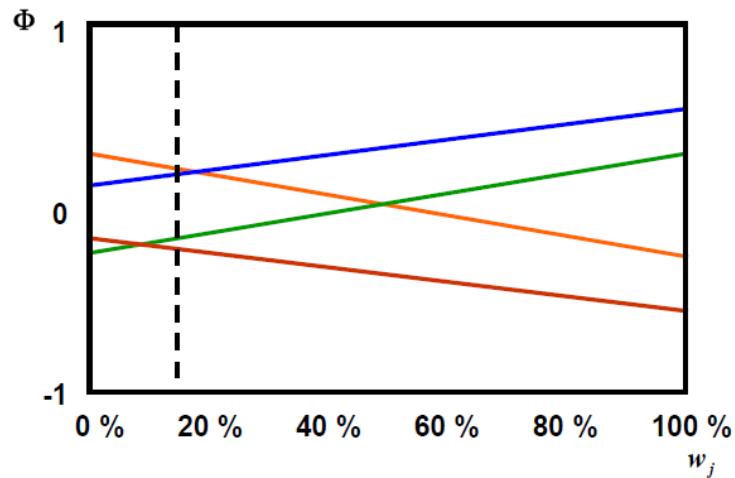


Figura 3. 18: Zona de estabilidad y variación del ranking de alternativas al variar w_j

Otra característica importante es la determinación del peso del criterio de estudio para el cual el ranking de alternativas cambia. Estos puntos vienen determinados por la intersección de las rectas correspondientes a los flujos netos de las alternativas.

Así, pueden construirse intervalos de “insensibilidad” o “estabilidad”, en referencia a los intervalos en los que el rango de valores que toma un determinado criterio, no afecta al ranking de alternativas (por ejemplo puede establecerse dicho intervalo como aquel rango de valores del peso del criterio j , para el cual, la posición de las tres mejores alternativas, no cambia).

Basados en este concepto de cambio de ordenación de alternativas, podemos definir un indicador de sensibilidad $\varepsilon_{j,a,b}$ como el mínimo valor (en términos absolutos o en porcentaje) de variación en el peso del criterio j , tal que se invierte la posición relativa en el ranking de las alternativas a y b .

De esta forma, para un problema de decisión con m alternativas y n criterios, el número de indicadores de sensibilidad es $\frac{n \cdot m \cdot (m-1)}{2}$, siendo el indicador con menor valor absoluto $|\varepsilon_{j,a,b}|$ el que marca el criterio j más sensible.

Puede además decirse que el ranking es estable respecto al criterio j , si no puede determinarse dicho indicador $\varepsilon_{j,a,b}$.

Puede estudiarse la robustez de la ordenación de las alternativas con respecto a todos los criterios simultáneamente utilizando un modelo de optimización (PPL), en el que para cada criterio se busca maximizar su intervalo

de estabilidad de forma que el criterio j pueda variar su factor de ponderación dentro de dicho intervalo $[w_j - \varepsilon_j^-, w_j + \varepsilon_j^+]$ para todo $j = 1, 2, \dots, n$, de la siguiente forma:

$$\max \sum_{j=1}^n (\varepsilon_j^- + \varepsilon_j^+)$$

Las restricciones de este problema vienen determinadas por los rangos de valores para los cuales no hay cambios en la posición de ninguna alternativa en el ranking, para ningún criterio.

Este tipo de análisis permite la representación en un diagrama de araña, de forma que si tenemos múltiples ejes representando cada uno un criterio, (todos ellos con un centro común y evaluados entre los valores $[-1, 1]$), el flujo neto de una alternativa se representa en dicho diagrama como un polígono en el que el corte con cada eje representa el flujo neto de la misma por criterio. Un ejemplo gráfico es el siguiente:

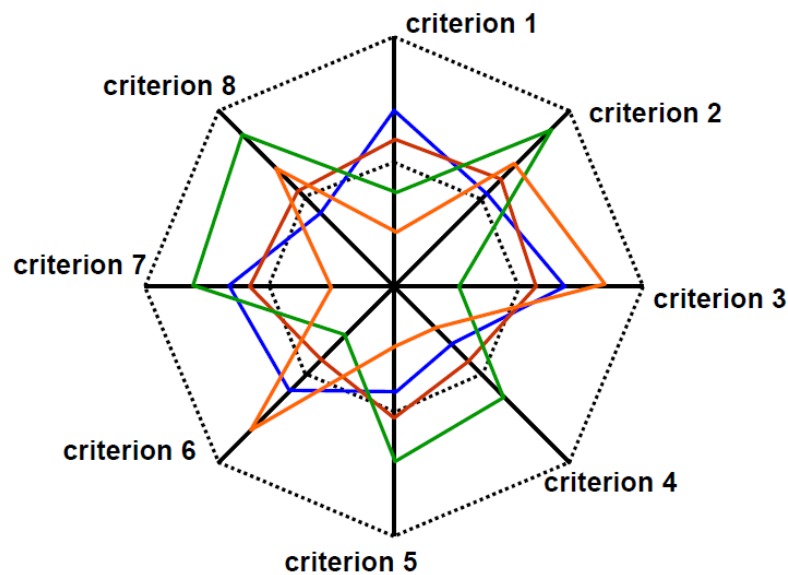


Figura 3. 19: Flujo neto por criterio de distintas alternativas, en diagrama de araña

Como se puede intuir, cuanto mayor es el número de alternativas y criterios, más confuso se vuelve el diagrama.

3.3.4.1.2- Técnicas de análisis de parámetros intracriterio

Al igual que con los parámetros intercriterio, el análisis de sensibilidad de los parámetros intracriterio se puede realizar para un solo criterio o para todos de manera simultánea.

Para analizar un solo criterio, el análisis se centra en todas las combinaciones posibles para cada tipo de función de preferencia. Así, para el

criterio j elegido, se representa en varios diagramas lineales el flujo neto por criterio de todas las alternativas, variando los seis tipos básicos de funciones de pertenencia (similar al utilizado en el estudio de la variación del peso para un criterio concreto).

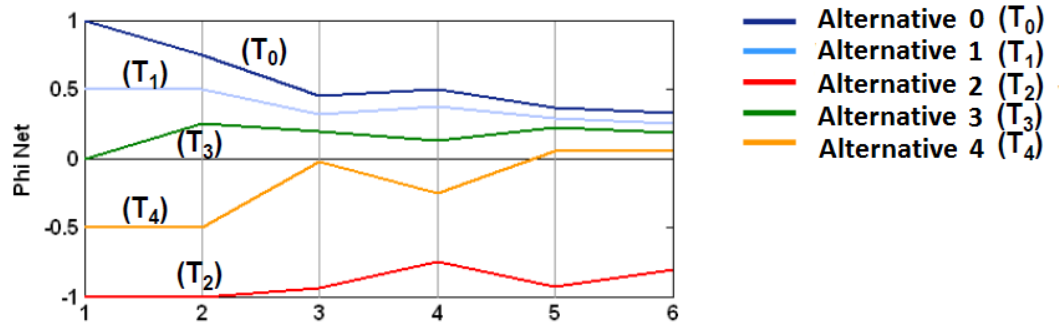


Figura 3. 20: Variación de los flujos netos de las alternativas, variando la función de preferencia de un solo criterio

En el caso de análisis de todos los criterios, el flujo neto es dibujado como un diagrama lineal, variando las seis posibles funciones de preferencia para cada alternativa y para todos los criterios. Por tanto el flujo neto para una alternativa $\phi(a_i)$ y las 6^n combinaciones posibles de funciones de preferencia.

En ambos casos, si no existen valores predefinidos para los parámetros de las funciones de preferencia, se fijan unos valores por defecto para efectuar los análisis.

Treitz (2006), propone los siguientes valores para los parámetros mencionados según la función de preferencia de un criterio j :

$$q = |\bar{d}_j - \sigma(d_j)|$$

$$p = \bar{d}_j + \sigma(d_j)$$

$$s = \frac{\max d_j - \min d_j}{2}$$

Siendo \bar{d}_j , el valor medio de la diferencia entre alternativas para un criterio j dado, y $\sigma(d_j)$ su desviación estándar.

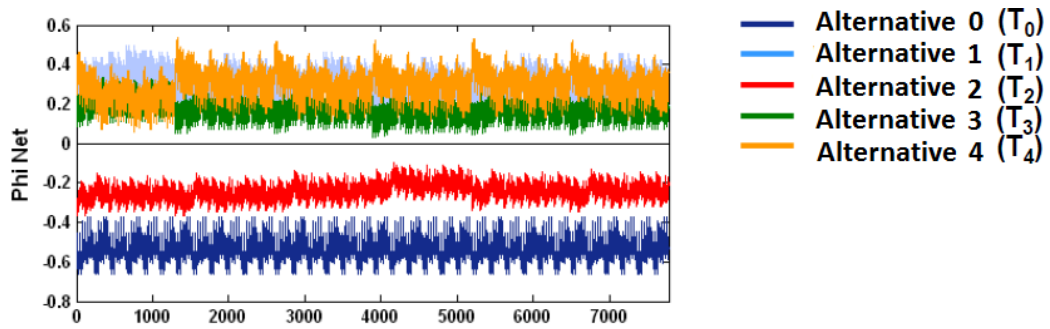


Figura 3. 21: Variación de los flujos netos de las distintas alternativas, variando simultáneamente las fdp de todos los criterios

3.3.4.2- PROMETHEE VI en el plano GAIA [10]

El método PROMETHEE VI es una extensión de PROMETHEE II, que permite al decisor asignar a cada criterio un intervalo para su factor de ponderación $[w_j^-, w_j^+]$, con $w_j^- < w_j < w_j^+$, $j = 1, 2, \dots, n$, en vez de utilizar un valor único. De esta forma, este método es capaz de aceptar cierto grado de incertidumbre e indeterminación en los datos de entrada.

Así, estos límites componen un polígono n -dimensional, que limita con una hipersfera de radio unidad, también n -dimensional (ya que $\sum_j w_j = 1$), y cuya intersección produce un polígono convexo de dimensión $n - 1$, conteniendo todas las combinaciones posibles de los pesos dentro de los límites fijados, que representa la “superficie cobertora” convexa de todos los vectores de pesos válidos (todos los punteros de decisión válidos).

Esta “superficie cobertora” puede proyectarse sobre el plano GAIA, denominándose dicha proyección “espacio de libertad del decisor” (ELD), o bien “cerebro humano” (que denotaremos por HB, Human Brain), ya que representa la percepción que el decisor tiene sobre el problema. Al ser una proyección de todos los valores válidos de vector ϖ , el HB encierra al eje de decisión de PROMETHEE (π) dentro del rango de valores permitidos.

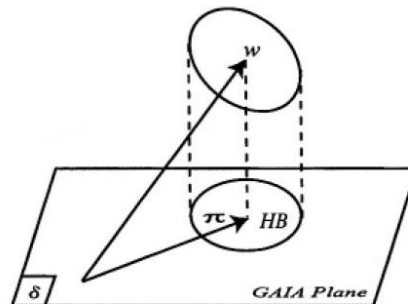


Figura 3. 22: Espacio de libertad del decisor o “human brain”

Una vez hecha esta proyección pueden ocurrir dos cosas:

- Que el HB no incluya el origen del plano GAIA. En este caso, cuando varían los pesos de los criterios, el eje de decisión de PROMETHEE permanece globalmente orientado en la misma dirección. Así, una alternativa orientada en la misma dirección, resulta ser preferida a las demás, y el problema es fácilmente resoluble. Este tipo de problemas se denominan problemas blandos (“soft problems”).
- Que el HB si incluya el origen del plano GAIA. En este caso el eje de decisión de PROMETHEE puede tomar cualquier dirección, por lo que se hace mucho más difícil tomar una decisión que en el caso anterior. Este tipo de problemas, son denominados, problemas duros (“hard problems”).

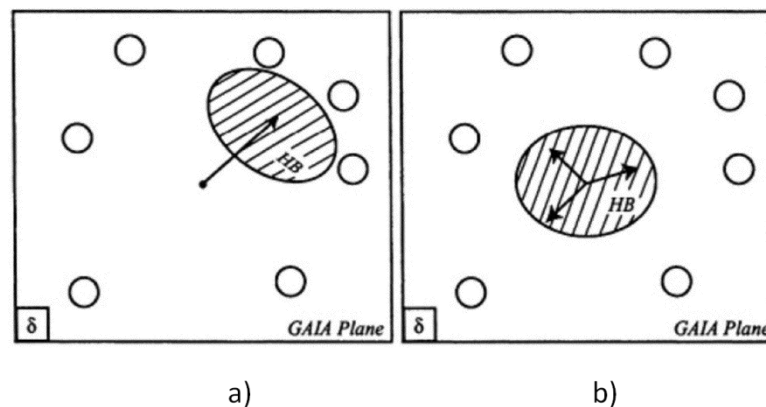


Figura 3. 23: a) Problema tipo soft, b) problema tipo hard

Afortunadamente, la mayoría de los problemas de decisión en la vida real, resultan estar más cercanos a los problemas blandos.

Recordando la definición de intervalo de estabilidad tratado en el subapartado anterior, puede ser de gran utilidad proyectar sobre el plano GAIA (y por tanto sobre el HB), los intervalos de estabilidad para los distintos criterios $[w_j - \varepsilon_j^-, w_j + \varepsilon_j^+]$, de forma que nos aseguremos de que nuestra combinación de pesos no altera el ranking de alternativas.

3.3.5- Método PROMETHEE III y el ambiente difuso

En este apartado tendremos en cuenta la incertidumbre en la información de entrada desde varios puntos de vista.

Primeramente se tendrá en cuenta la incertidumbre en la construcción de los flujos de sobreclasificación (método PROMETHEE III, [16]), mientras que en los subapartados siguientes se profundizará en el supuesto de que los valores de evaluación de las alternativas son, o bien intervalos [17], o bien conjuntos difusos con funciones de pertenencia propias [18], [19].

3.3.5.1- Método PROMETHEE III

El método PROMETHEE III es una extensión directa del método PROMETHEE II, que nos permite considerar un cierto grado de incertidumbre en la clasificación de alternativas, considerando intervalos de flujo neto para las mismas, en vez de utilizar números concretos. En este aspecto, PROMETHEE III, sigue los mismos pasos que su predecesor hasta la construcción de los índices de preferencia para las alternativas, diferenciándose en la construcción de sus flujos netos. Así, para una alternativa $a_i, i = 1, 2, \dots, m$, su flujo neto es un intervalo $\phi(a_i) = [\underline{a}, \bar{a}]$ tal que:

$$\underline{a} = \bar{\phi}(a_i) - \alpha \sigma_{a_i}$$

$$\bar{a} = \bar{\phi}(a_i) + \alpha \sigma_{a_i}$$

Con:

- $\bar{\phi}(a_i) = \frac{1}{m-1} \sum_{\substack{k \in A \\ i \neq k}} (\pi(a_i, a_k) - \pi(a_k, a_i))$, el flujo neto para la alternativa a_i tal y como se define en PROMETHEE II.
- $\sigma_{a_i} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{\substack{k \in A \\ i \neq k}} [\pi(a_i, a_k) - \pi(a_k, a_i)]^2}$, la desviación estándar del flujo neto para la alternativa a_i
- $\alpha \in [0, 1]$ Parámetro arbitrario definido por el decisor (usualmente se toma en torno a 0.15, según Brans [16]).

Con esta nueva definición de flujo neto, las relaciones de sobreclasificación para dos alternativas a_i y a_k , con sus flujos netos respectivos $[\underline{a}, \bar{a}]$ y $[\underline{b}, \bar{b}]$ que da como:

$$\begin{cases} a_i P^{III} a_k & \text{si } \underline{a} > \bar{b} \\ a_i I^{III} a_k & \text{si } \underline{a} \leq \bar{b} \text{ y } \underline{b} \leq \bar{a} \end{cases}$$

3.3.5.2- Proceso de ordenación para alternativas evaluadas en intervalos

Este punto de vista permite establecer el ranking parcial de PROMETHEE I o el total de PROMETHEE II para alternativas evaluadas en intervalos. Este enfoque requiere algunos cambios en la construcción de las preferencias con respecto a los métodos originales. Así, si queremos comparar dos alternativas a_i y a_k , las operaciones de resta entre sus respectivas valoraciones, la asignación del valor de la función de preferencia para cada criterio j , el cálculo de los índices de preferencia y de los flujos netos para dichas alternativas, se realizan mediante la aritmética de intervalos difusos (Cap. 1 aptdo. 1.4.1). Por tanto, los resultados de estas operaciones son a su vez intervalos, de manera que si las valoraciones de nuestras alternativas

para un criterio j son $g_j(a_i) = [\underline{g}_j(a_i), \overline{g}_j(a_i)]$ y $g_j(a_k) = [\underline{g}_j(a_k), \overline{g}_j(a_k)]$, tendremos:

- $d_j(a_i, a_k) = [d_j(a_i, a_k), \overline{d}_j(a_i, a_k)]$
- $P_j(a_i, a_k) = [P_j(\underline{d}_j(a_i, a_k)), P_j(\overline{d}_j(a_i, a_k))] = [P_j(a_i, a_k), \overline{P}_j(a_i, a_k)]$
- $\pi(a_i, a_k) = \sum_{j=1}^n P_j(a_i, a_k)w_j = [\sum_{j=1}^n P_j(a_i, a_k)w_j, \sum_{j=1}^n \overline{P}_j(a_i, a_k)w_j] = [\underline{\pi}(a_i, a_k), \overline{\pi}(a_i, a_k)]$
- $\phi^+(a_i) = [\frac{1}{m-1} \sum_{a_k \in A} \underline{\pi}(a_i, a_k), \frac{1}{m-1} \sum_{a_k \in A} \overline{\pi}(a_i, a_k)] = [\underline{\phi}^+(a_i), \overline{\phi}^+(a_i)]$
- $\phi^-(a_i) = [\frac{1}{m-1} \sum_{a_k \in A} \underline{\pi}(a_k, a_i), \frac{1}{m-1} \sum_{a_k \in A} \overline{\pi}(a_k, a_i)] = [\underline{\phi}^-(a_i), \overline{\phi}^-(a_i)]$
- $\phi(a_i) = \phi^+(a_i) - \phi^-(a_i) = [\underline{\phi}(a_i), \overline{\phi}(a_i)]$

El enfoque expuesto en este subapartado [17], se centrará en conseguir un ordenamiento completo siguiendo las relaciones de clasificación de PROMETHEE II, aunque es perfectamente extensible al ordenamiento parcial basado en flujos positivos y negativos de PROMETHEE I.

Etapas 1: muestreo del intervalo de flujo neto: Teniendo en cuenta que el flujo neto obtenido se representa por un intervalo, suponiendo que los valores extremos tienen una probabilidad menor de ser el valor representativo de la relación de sobreclasificación exacta que los valores centrales del rango, el primer paso es establecer un muestreo de los mismos, con el objetivo de asimilar dicho intervalo a un conjunto borroso con una función de pertenencia al mismo.

El muestreo del intervalo de flujo se realiza considerando dos problemas intermedios definidos por:

- Una matriz de decisión que contenga únicamente los límites de los intervalos de valoración de las alternativas según cada criterio considerados como “los peores” (dependiendo estos límites de si el criterio es a maximizar o a minimizar). Dando lugar al problema del “peor caso medio”.
- Una matriz de decisión que contenga únicamente los límites de los intervalos de valoración de las alternativas según cada criterio considerados como “los mejores”. Dando lugar al problema del “mejor caso medio”.

Los flujos netos salientes para una alternativa a_i , para cada uno de estos casos, son, respectivamente:

- $\underline{\underline{\underline{\underline{\phi}}}}^+(a_i) = [\frac{1}{m-1} \sum_{a_k \in A} \underline{\pi}(\underline{a}_i, \underline{a}_k)]$
- $\underline{\underline{\underline{\underline{\phi}}}}^+(a_i) = [\frac{1}{m-1} \sum_{a_k \in A} \underline{\pi}(\underline{a}_i, \underline{a}_k),]$

Extendiendo este mismo concepto a los flujos entrantes o negativos, y aplicando estos en el cálculo de los flujos netos para los dos casos mencionados, obtenemos respectivamente:

- $\underline{\underline{\underline{\phi(a_i)}}} = \underline{\underline{\underline{\phi^+(a_i)}}} - \underline{\underline{\underline{\phi^-(a_i)}}}$
- $\underline{\underline{\underline{\phi(a_i)}}} = \underline{\underline{\underline{\phi^+(a_i)}}} - \underline{\underline{\underline{\phi^-(a_i)}}}$

De esta forma, para cada alternativa a_i tenemos cuatro valores extremos para tipos distintos flujos netos de PROMETHEE como se muestra en la figura.

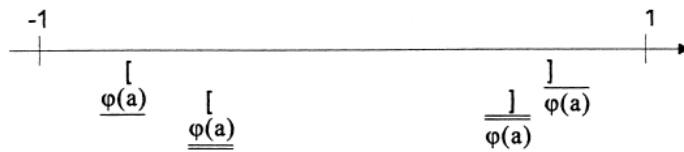


Figura 3. 24: Doble intervalo de flujo neto para la alternativa a

Estos dos intervalos pueden asemejarse a un conjunto difuso $\Phi(a_i)$ con una función de pertenencia de tipo trapezoidal como la mostrada en la figura.

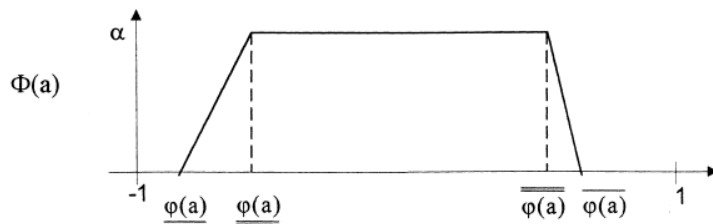


Figura 3. 25: Función de pertenencia para el flujo neto de la alternativa a

Etapa 2 : Defuzzificación y ordenación de alternativas: Para poder realizar la ordenación total de las alternativas mediante las relaciones de sobreclasificación de PROMETHEE II, es necesario obtener un valor nítido, representativo del conjunto difuso calculado para cada alternativa. Este valor se puede obtener con un operador de agregación adecuado. En este caso, el operador escogido es el operador de Yager.

Sea $\Phi_\alpha(a_i)$ un α -corte de $\Phi(a_i)$, se puede definir una función F que agregue todos los valores medios de los α -cortes en un único valor nítido como:

$$\Psi(a_i) = F(\Phi(a_i)) = \int_0^{\alpha_{max}} \phi_\alpha^Y(a_i) d\alpha$$

En donde $\phi_\alpha^\vee(a_i)$ representa el valor medio del intervalo $\Phi_\alpha(a_i)$, y α_{max} el máximo grado de pertenencia obtenido a partir de la función de pertenencia de $\Phi(a_i)$.

Para el caso de una función de pertenencia trapezoidal, este operador queda reducido a:

$$\Psi(a_i) = F(\Phi(a_i)) = \frac{\alpha_{max}(t_{a_i} + b_{a_i})}{2}$$

Con:

- $t_{a_i} = (\overline{\varphi_{a_i}} + \underline{\varphi_{a_i}})/2$
- $b_{a_i} = (\overline{\overline{\varphi_{a_i}}} + \underline{\underline{\varphi_{a_i}}})/2$

Siendo estos, los valores mínimo y máximo de la función trapezoidal de pertenencia del conjunto $\Phi(a_i)$ para los α -cortes correspondientes a $\alpha = 0$ y $\alpha = 1$, respectivamente.

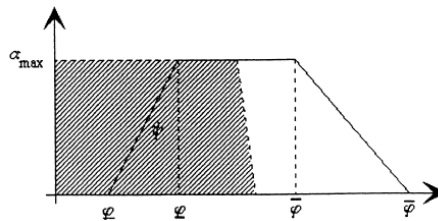


Figura 3. 26: Representación gráfica del operador de Yager

Una vez obtenidos estos valores $\Psi(a_i)$, para todas las alternativas, se puede proceder a ordenar dichas alternativas en base a estos valores.

3.3.5.3- Ordenación de alternativas utilizando números difusos. FUZZY-PROMETHEE (FPROMETHEE)

Al igual que ocurría en los métodos ELECTRE, los métodos PROMETHEE I y PROMETHEE II fueron inicialmente diseñados para tratar con valoraciones precisas de las alternativas (valores nítidos), según los criterios a considerar. Sin embargo, la generalización de estos métodos al campo de los conjuntos difusos resulta sencilla, considerando nuevamente las operaciones aritméticas de números difusos, en donde el conjunto difuso que representa una operación aritmética, y el grado de pertenencia del resultado de dicha operación al conjunto, se definieron en el apartado de operaciones aritméticas sobre números difusos (Cap. 1 aptdo. 1.4.2).

De esta forma, partimos de la matriz de valoraciones de m alternativas, según n criterios, y de n factores de ponderación para dichos

criterios, siendo representados todos estos mediante números difusos cuyas funciones de pertenencia se tomarán como un caso concreto de las funciones L-R difusos (Cap. 1 aptdo. 1.2). Por simplicidad, en este caso se escogerán funciones triangulares, es decir:

$$\tilde{W}_j = \{w_j^\alpha, w_j^m, w_j^\beta\}, \tilde{g}_j(a_i) = \{x_{ij}^\alpha, x_{ij}^m, x_{ij}^\beta\}, \text{ con } i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n.$$

El primer paso consiste en establecer para cada criterio las diferencias entre las distintas alternativas, y asignar a estas diferencias valores según una función de preferencia. Para un criterio j , y un par de alternativas a_i y a_k , se define el conjunto difuso “resta” como:

$$\tilde{d}_j(\tilde{g}_j(a_i), \tilde{g}_j(a_k)) = \{x_{ij}^\alpha + x_{ik}^\beta, x_{ij}^m - x_{ik}^m, x_{ij}^\beta + x_{ik}^\alpha\} = \{d_{j,ik}^\alpha, d_{j,ik}^m, d_{j,ik}^\beta\}$$

Para asignar el grado de preferencia a esta diferencia difusa, se vuelve a hacer uso del principio de extensión, de manera que esta función de preferencia se puede modelar igualmente como el conjunto difuso que define una operación de transformación. Por ejemplo, si el criterio j posee una función de preferencia de tipo V, el conjunto difuso “grado de preferencia” para la diferencia entre las alternativas a_i y a_k se calculará como:

$$\tilde{P}_j(a_i, a_k) = \tilde{P}_j(\tilde{d}_j(\tilde{g}_j(a_i), \tilde{g}_j(a_k)))$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{si } d_{j,ik}^m - d_{j,ik}^\alpha \leq 0 \\ \frac{\{d_{j,ik}^\alpha, d_{j,ik}^m, d_{j,ik}^\beta\} - q}{p - q} & \text{si } q \leq d_{j,ik}^m - d_{j,ik}^\alpha \text{ y } d_{j,ik}^m + d_{j,ik}^\beta \leq p \\ 1 & \text{si } d_{j,ik}^m + d_{j,ik}^\beta \leq p \end{cases}$$

Y el grado de pertenencia a dicho conjunto se calcula como en el resto de los casos. Hay que recordar que si el criterio se debe minimizar, será

$$\tilde{P}_j(a_i, a_k) = \tilde{P}_j(-\tilde{d}_j(\tilde{g}_j(a_i), \tilde{g}_j(a_k))).$$

En este caso es también necesario mencionar que los valores p y q se toman como valores nítidos para evitar una excesiva “borrosidad” en los resultados o la necesidad de utilizar aproximaciones (Ribeiro, 1996, Dubois y Prade, 1979, Hanss, 2005).

De igual forma, los conjuntos difusos correspondientes a los índices de preferencia, flujos de salida y entrada, y flujos netos, se calculan mediante las operaciones aritméticas para números difusos, como sigue:

$$- \tilde{\pi}(a_i, a_k) = \frac{\sum_{j=1}^n \tilde{P}_j(a_i, a_k) w_j}{\sum_{j=1}^n w_j}, \text{ pudiendo ser los pesos números difusos o nítidos.}$$

- $\tilde{\phi}^+(a_i) = \frac{1}{m-1} \sum_{a_k \in A} \tilde{\pi}(a_i, a_k)$
- $\tilde{\phi}^-(a_i) = \frac{1}{m-1} \sum_{a_k \in A} \tilde{\pi}(a_k, a_i)$
- $\tilde{\phi}(a_i) = \tilde{\phi}^+(a_i) - \tilde{\phi}^-(a_i) = \{\phi_i^\alpha, \phi_i^m, \phi_i^\beta\}$

Una vez definidos los conjuntos difusos correspondientes a los flujos positivos y negativos, así como los flujos netos, es necesario realizar una agregación de los valores obtenidos para las alternativas (defuzzificación) para poder aplicar el ranking parcial de PROMETHEE I, o el ranking total de PROMETHEE II.

Un operador de agregación adecuado podría ser el operador máximo (Cap.1 aptdo. 1.7), o de Yager, definido en el subapartado anterior [17], [20], pero en este caso se presenta el operador “centro de masas”, o “centroide” (Cap.1 aptdo. 1.7), que para el caso de una función de pertenencia triangular, tiene un valor particularmente sencilla.

Así, para una alternativa a_i , y en el caso de aplicar el operador de agregación al flujo neto (que en este caso es un número difuso triangular), será:

$$\phi_{defuz}(a_i) = \frac{1}{3} (3\phi_i^m - \phi_i^\alpha + \phi_i^\beta)$$

Una vez obtenidos estos valores, se puede aplicar el proceso de ordenación normalmente.

Ejemplo 3.2 [23], [19]: En este ejemplo se trata de decidir, qué tipo de especialista médico debería sumarse a la plantilla del servicio de emergencias del hospital Sfax.

Se barajan cuatro alternativas, o posibles especialistas:

1. Doctor formado en la sanidad pública.
2. Asistente, especialista en cirugía general.
3. Asistente especialista en ortopedia.
4. Médico general.

Para la evaluación se escogen tres criterios, todos ellos a minimizar:

- A) Costes
- B) Número de exploraciones
- C) Demanda (en opinión de otros especialistas)

En este ejemplo, el criterio costes corresponde a un cuasi-criterio (función tipo II), con el umbral de indiferencia indicado. El resto de criterios son de tipo lineal. Los pesos y umbrales de preferencia (p) e indiferencia (q), para los diferentes criterios, se resumen en la siguiente tabla:

	A)	B)	C)
w_j	0.25	0.4	0.35
q	200	0	0
p		60	30

Tabla 3. 14: Factores de ponderación y diferentes umbrales

Por otra parte, la matriz de valoraciones para el caso difuso, queda como:

	A)	B)	C)
	<i>dinares</i>		
1	(0, 1200, 0)	(10, 60, 20)	(10, 25, 5)
2	(0, 1600, 0)	(10, 40, 10)	(10, 10, 5)
3	(0, 1600, 0)	(10, 50, 10)	(5, 15, 10)
4	(0, 1000, 0)	(20, 80, 40)	(5, 35, 10)

Tabla 3. 15: Matriz de valoración difusa

Aplicando el ordenamiento completo de PROMETHEE II, por el método difuso, se obtienen los siguientes flujos netos:

	Matriz de índices de preferencia				ϕ^+	ϕ^-	ϕ
	1	2	3	4			
1	–	0,25	0,25	0,14	0,64	0,67	–0,03
2	0,67	–	0	0,75	1,42	0,5	0,92
3	0	0	–	0,95	0,95	0,5	0,45
4	0	0,25	0,25	–	0,5	1,84	–1,34

Tabla 3. 16: Matriz de índices de preferencia y flujos de superación

Finalmente, basándonos en los flujos netos obtenidos, la clasificación de las alternativas queda como:

Orden	Alternativas
1º	Especialista en cirugía general (2)
2º	Asistente especialista en ortopedia(3)
3º	Doctor formado en sanidad pública(1)
4º	Médico general (4)

Tabla 3. 17: Clasificación final de las alternativas

3.3.6- Método PROMETHEE IV [9]

Los métodos PROMETHEE estudiados hasta ahora se centran en conjuntos de alternativas finitos. El método PROMETHEE IV, es una extensión del método PROMETHEE II en el que se considera un conjunto de alternativas continuas. Por tanto si tenemos un conjunto de funciones alternativa $(f_1, f_2, \dots, f_m | f_i \in A)$, acotadas y continuas casi por todas partes, se pueden establecer las preferencias para las diferencias entre dos alternativas f_i y f_k , para un criterio j dado a maximizar, de manera normal como:

$$P_j(f_i, f_k) = P_j(a, b) = P_j(d_j(f_i, f_k))$$

Como una composición de funciones, que para dos valores concretos de las mismas, da una diferencia entre alternativas de:

$$d_j(f_i, f_k) = f_i(a) - f_k(b)$$

En este caso, dado que el índice de preferencia para un par de alternativas viene dado por una función analítica, y que la obtención de los flujos de sobreclasificación a partir de los índices de preferencia resulta muchas veces problemática (por ejemplo, el flujo saliente para el par de alternativas mencionado se calcularía como $\phi^+(a) = \int_A \pi(a, b)db$), se opta por calcular los flujos de superación por criterio a partir de las funciones de preferencia como:

$$\phi_j^+(a) = \int_A P_j(a, b)db$$

$$\phi_j^-(a) = \int_A P_j(b, a) db$$

$$\phi(a) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\phi_j^+(a) - \phi_j^-(a))$$

Una vez definidos los flujos netos de las alternativas, se puede utilizar el ranking completo de PROMETHEE II de manera normal.

3.3.7- Método PROMETHEE V [9], [11]

Hasta ahora, los métodos descritos previamente, se han centrado en ordenaciones parciales o totales de las alternativas, con el objetivo de escoger la mejor alternativa. El método PROMETHEE V se centra en la determinación de subconjuntos de alternativas óptimas, que además cumplen ciertas restricciones, tanto a nivel de grupo, como dentro de cada grupo. Este método por tanto, tiene la particularidad de aunar en un solo método, las técnicas de sobreclasificación clásica y los problemas de programación lineal entera (al estilo de las técnicas generadoras de conjuntos eficientes definidas en Cap. 2 aptdo. 2.2.1.1).

Este método se realiza en dos etapas:

Etapas 1: En esta etapa se considera el problema de decisión multicriterio, de manera que para un conjunto de m alternativas, se obtienen para cada una de ellas su flujo neto de sobreclasificación $\phi(a_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$, obteniéndose el ranking completo de PROMETHEE II.

Etapas 2: En esta etapa se analiza el siguiente problema de programación lineal entera sujeto a restricciones

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^m \phi(a_i) \cdot x_i$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^m \alpha_{p,i} \cdot x_i \sim \beta_p \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad p = 1, 2, \dots, P$$

$$\sum_{i=1}^m \gamma_{q_r,i} \cdot x_i \sim \delta_{q_r} \quad q_r = 1, 2, \dots, Q_r; \quad r = 1, 2, \dots, R$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

En donde:

- El signo \sim representa cualquiera de los siguientes ($=, \leq, \geq$)
- x_i representa una variable booleana asociada a la alternativa a_i , de forma que:

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{si } a_i \text{ es seleccionada} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Las P restricciones del tipo $\sum_{i=1}^m \alpha_{p,i} \cdot x_i \sim \beta_p$, son restricciones que se deben cumplir a nivel de subconjunto, para todos los subconjuntos.
- Las restricciones del tipo $\sum_{i=1}^m \gamma_{q_r,i} \cdot x_i \sim \delta_{q_r}$, representan un conjunto de Q_r restricciones que deben cumplir todas las alternativas pertenecientes a un subconjunto concreto, obteniéndose r grupos de restricciones diferentes para r subconjuntos de alternativas. Estas restricciones pueden representar limitaciones de cardinalidad, presupuestos, inversión, comercialización, etc.

3.3.8- El sistema de soporte para la decisión colectiva de PROMETHEE [11]

Aunque este proyecto se centra en la toma de decisión multicriterio para un solo experto, se presenta en este apartado un método de la familia PROMETHEE diseñado para la toma de decisión en grupo, el sistema de soporte para la decisión colectiva (Group Decision Support System o GDSS).

Este método se aplica en tres fases, cada una con sus respectivas etapas:

- Fase I: Generación de alternativas (y opcionalmente criterios)
- Fase II: Evaluación individual de de cada decisor
- Fase III: Evaluación global del problema por el grupo

Fase I: Generación de alternativas (y opcionalmente criterios):

Etapas1, primer contacto analista-decisores: En esta etapa, el analista contacta con los decisores, generalmente uno a uno, con el objetivo de ampliar el conocimiento que los decisores tienen sobre el problema concreto a tratar.

Etapas2, Descripción del problema en la sala de GDSS: En esta etapa, el analista reúne a los decisores en una sala, en donde se les describe la metodología PROMETHEE a seguir, e introduce el problema concreto.

Etapas 3, Generación de alternativas: En esta etapa, cada decisor describe su posible conjunto de alternativas, junto a una descripción de las mismas.

Etapa 4, Establecimiento de las alternativas: Todas las alternativas, almacenadas por el analista, son ahora expuestas de una en una al grupo decisor, de manera anónima o no. En esta etapa se abre un proceso de debate en el que se proponen nuevas alternativas, otras son eliminadas, otras combinadas, etc., hasta que se alcanza un conjunto estable de m alternativas (a_1, a_2, \dots, a_m) . Este proceso de "brainstorming", es muy útil, y permite generar alternativas imprevistas en un principio.

Etapa 5, Comentarios sobre las alternativas: Cada decisor implementa sus comentarios sobre el conjunto de alternativas. Todos estos comentarios son nuevamente almacenados en un soporte informático y comentados al grupo por el analista.

Etapa 6, Establecimiento de criterios (opcional): Si se opta por establecer un conjunto de n criterios $(g_1, \dots, g_j, \dots, g_n)$, único para el conjunto de decisores. En este caso el procedimiento a seguir es idéntico al del establecimiento de alternativas.

Fase II: Evaluación individual de cada decisor

En esta fase, se supondrá que existe un número R de decisores, cuya importancia en el proceso de decisión colectivo se estima mediante un factor de ponderación ω_r tal que $\sum_{r=1}^R \omega_r = 1$ con $r = 1, 2, \dots, R$.

Suponiendo, para dar más generalidad, que no se ha establecido un conjunto único de criterios, sino que cada decisor posee su propio conjunto de criterios $(g_1^r, \dots, g_j^r, \dots, g_{k_r}^r)$, se tendrán las siguientes etapas.

Etapa 7, Elaboración de las matrices de preferencia individuales: En esta etapa, cada decisor evaluará su propia matriz $(m \times k_r)$ de preferencias (esta coincidirá en dimensiones y escalas de criterios con la del resto de decisores, en caso de haber realizado la etapa 6).

Etapa 8, Obtención de información adicional: Se establece en este apartado una interacción entre el analista y cada decisor para establecer en cada caso, los vectores de pesos $(w_1^r, \dots, w_j^r, \dots, w_{k_r}^r)$, así como los parámetros necesarios para el desarrollo de las funciones de preferencia.

Etapa 9, Generación del ranking individual del problema: Cada decisor establece en esta etapa su propia evaluación de las alternativas, realizando una ordenación según los métodos PROMETHEE I y II, así como un análisis en el plano GAIA, generando cada uno un conjunto de flujos netos para las alternativas estudiadas $\phi^r(a_i)$.

Fase III: Evaluación global del problema por el grupo

Etapa 10, Comunicación de las investigaciones individuales: Los resultados obtenidos por cada decisor en el apartado 9, son recogidos por el analista y mostrados al grupo decisor, de manera que dicho grupo está informado de los puntos potencialmente conflictivos.

Etapa 11, Evaluación global: La realización de la evaluación global puede realizarse ahora desde dos procedimientos de soporte diferentes.

El primer procedimiento de soporte implica la estructuración de un problema multicriterio global, que incluya la valoración de las alternativas según todos los criterios definidos por todos los decisores. De esta forma, aplicando directamente la metodología PROMETHEE- GAIA, se obtiene un flujo neto de sobreclasificación global para cada alternativa a_i como:

$$\Phi^c(a_i) = \sum_{r=1}^R \left(\sum_{j=1}^{k_r} \phi_j^r(a_i) \cdot w_j^r \right) \cdot \omega_r$$

Este enfoque proporciona un ranking completo de las alternativas según su flujo neto global y tiene la ventaja de no perder información sobre las preferencias y percepciones de los distintos decisores. Sin embargo, el tener en cuenta todos estos parámetros, genera problemas de grandes dimensiones, con un costo computacional muy alto. En este sentido, hecho de haber establecido un conjunto de criterios común (etapa 6), reduce mucho el coste computacional del método.

Un segundo procedimiento de soporte permite obtener una tabla de evaluaciones global más reducida, de orden $(m \times R)$.

En este caso, para uno de los R decisores se asimila a un criterio, de forma que la valoración de cada alternativa según dicho "criterio" es igual al flujo neto de sobreclasificación obtenido por dicha alternativa, según el decisor.

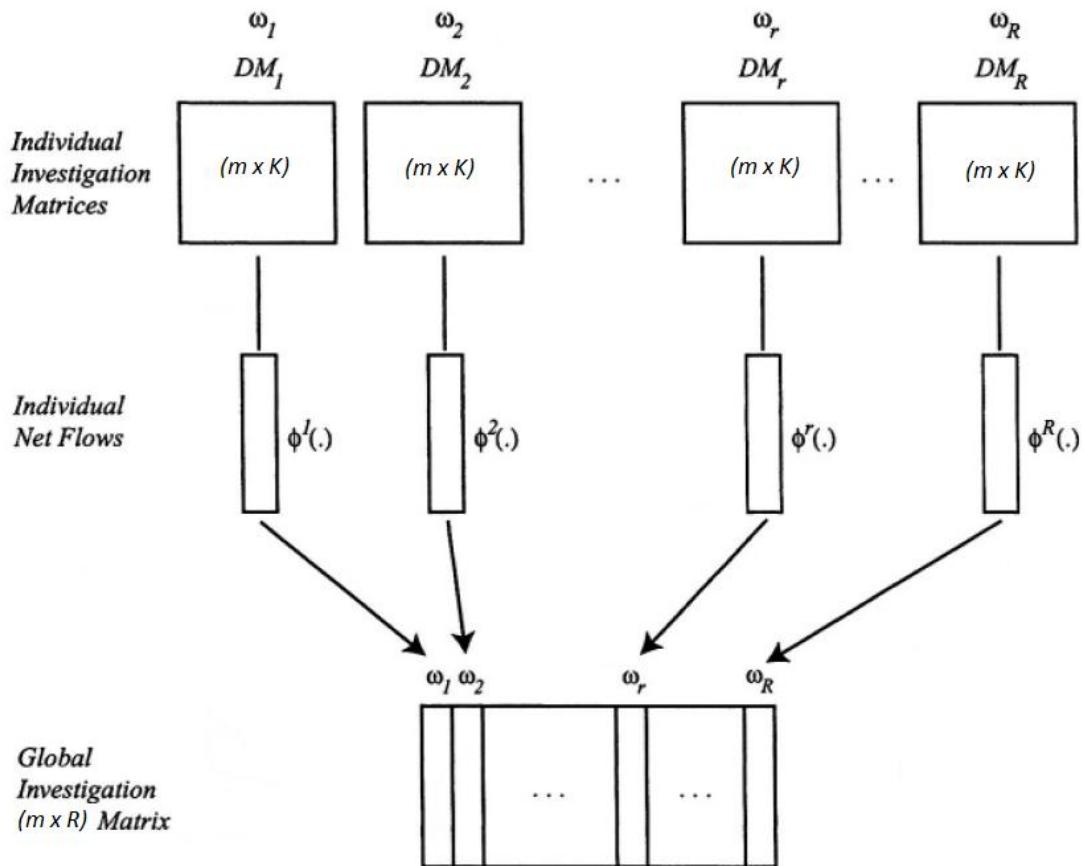


Figura 3. 27: Evaluación global de GDSS

De esta forma, la ventaja del enfoque es que permite obtener una matriz de valoraciones de las dimensiones mencionadas, cuyos valores están expresados en escalas similares, y normalizados en el rango $[-1,1]$.

Además, proyectando los distintos criterios sobre el plan GAIA, pueden verse claramente las situaciones de conflicto entre decisores.

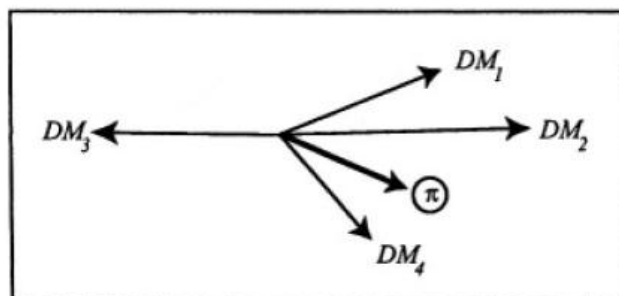


Figura 3. 28: Preferencias de los decisores

Aunque se puede asignar una función de preferencia a cada decisor-criterio, resulta difícil realizar esta operación, por lo que en este contexto

resulta más fácil calcular el flujo neto global de las alternativas, realizando una suma ponderada de los flujos netos individuales de la misma, es decir:

$$\phi^G(a_i) = \sum_{r=1}^R \phi^r(a_i) \cdot \omega_r$$

De donde se puede deducir que $\Phi^c(a_i) = \phi^G(a_i)$.

Índice de figuras

Figura 3. 1: Clasificación de los métodos ELECTRE.....	127
Figura 3. 2: Representación gráfica del problema	136
Figura 3. 3: Funciones de pertenencia de las variables lingüísticas	135
Figura 3. 4: Diagrama de decisión ELECTRE.....	143
Figura 3. 5: Intervalos de sobreclasificación para cada par de alternativas	154
Figura 3. 6: Límites de separación entre diferentes categorías para cada criterio	157
Figura 3. 7: Establecimiento de las relaciones de sobreclasificación de dos alternativas, según tu grado de credibilidad.....	159
Figura 3. 8: Función H_{jai}, ak	165
Figura 3. 9: Tipos básicos de funciones de preferencia.....	167
Figura 3. 10: Gráfico de sobreclasificación.....	169
Figura 3. 11: a) Flujos salientes de a, b)Flujos entrantes de a.....	170
Figura 3. 12: Perfil de una alternativa	173
Figura 3. 13: Proyección sobre el plano GAIA	174
Figura 3. 14 Ejemplo de representación sobre el plano GAIA.....	180
Figura 3. 15: Puntero y eje de decisión sobre el plano GAIA	181
Figura 3. 16: Variación del eje de decisión sobre el plano GAIA	182
Figura 3. 17: Técnicas de análisis de sensibilidad.....	183
Figura 3. 18: Zona de estabilidad y variación del ranking de alternativas al variar w_j	184
Figura 3. 19: Flujo neto por criterio de distintas alternativas, en diagrama de araña.	185
Figura 3. 20: Variación de los flujos netos de las alternativas, variando la función de preferencia de un solo criterio.....	186
Figura 3. 21: Variación de los flujos netos de las distintas alternativas, variando simultáneamente las fdp de todos los criterios	187
Figura 3. 22: Espacio de libertad del decisor o “human brain”	187
Figura 3. 23: a) Problema tipo soft, b) problema tipo hard	188
Figura 3. 24: Doble intervalo de flujo neto para la alternativa a	191
Figura 3. 25: Función de pertenencia para el flujo neto de la alternativa a	191
Figura 3. 26: Representación gráfica del operador de Yager	192
Figura 3. 27: Evaluación global de GDSS	201
Figura 3. 28: Preferencias de los decisores	201

Índice de tablas

Tabla 3. 1: Matriz de valoración difusa	137
Tabla 3. 2: Matriz de valoración normalizada difusa	137
Tabla 3. 3: Matriz de valoración normalizada y ponderada difusa	137
Tabla 3. 4: Distancias de Hamming entre pares de alternativas para el criterio 1	139
Tabla 3. 5: Distancias de Hamming entre pares de alternativas para el criterio 2	139

Tabla 3. 6: Distancias de Hamming entre pares de alternativas para el criterio 3	140
Tabla 3. 7: Distancias de Hamming entre pares de alternativas para el criterio 4.....	140
Tabla 3. 8: Distancias de Hamming entre pares de alternativas para el criterio 5	140
Tabla 3. 9: Matriz de índices de concordancia difusa	141
Tabla 3. 10. Matriz de índices de discordancia difusa.....	141
Tabla 3. 11: Matriz de concordancia dominante.....	142
Tabla 3. 12: Matriz de discordancia dominante	143
Tabla 3. 13: Matriz de dominancia agregada concordante-discordante	143
Tabla 3. 14: Factores de ponderación y diferentes umbrales	195
Tabla 3. 15: Matriz de valoración difusa	195
Tabla 3. 16: Matriz de índices de preferencia y flujos de superación	195
Tabla 3. 17: Clasificación final de las alternativas	196

Bibliografía:

[1] J. Figueira, S. Greco, M. Ehrgott, "Multiple Criteria Decision Analysis. State of the art surveys", Boston, 2005.

[2] J. Figueira, S. Greco, B. Roy, "ELECTRE methods with interaction between criteria: An extension of the concordance index", European Journal of Operational Research, 2008.

[3] A. Hatami-Marbini, Madjid Tavana, "An extension of the ELECTRE I method for group decision-making for a fuzzy environment".

[4] Concepción Cortés Rodríguez, "Tema 7: Métodos discretos", Universidad de Huelva, 2003.

[5] Zs. Borsó, "Recent results of ranking methods based on fuzzy preference relations", Budapest, 1995.

[6] A.M. Fernández Castro, A.S. Fernández Castro, "Selección de equipos con múltiples criterios sin emplear ponderaciones: Una comparación del DEA y el ELECTRE IV", Universidad de La Coruña, 2009.

[7] V. Mousseau, R. Slowinski, P. Zielniewicz, "A user-oriented implementation of the ELECTRE TRI integrating preference elicitation support".

[8] María A. de Vicente y Oliva, "Ayuda multicriterio a la decisión: problemática de los criterios en los métodos de sobreclasificación". Universidad Complutense de Madrid, 1998.

[9] J.P. Brans, B. Mareschal, Ph. Vinke, "PROMETHEE: A new family of outranking methods", 1984.

[10] Xavier Gironés, D. Madrid, A. Valls, "Comparación de dos métodos de toma de decisiones multicriterio: MACBETH y PROMETHEE", Tarragona, 2008.

[11] Gabriela M. Fernández Barberis, "Los métodos PROMETHEE: Una metodología de ayuda a la toma de decisiones multicriterio discretas".

[12] M. Febrero Bande, P. Galeano San Miguel, J. González Díaz, B. Pateiro López, "Estadística. Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas", 2007.

[13] J. M. Marín, "Tema 3: Análisis de componentes principales", 2006.

[14] A. Fernández Roa, "Método para la localización óptima de centrales de energías renovables", Santiago de Chile, 2011.

[15] J. Gelderman, M. Treitz, H. Schollenberg, J. Lidwig, O. Rentz, "Integrated process design for the inter-company plant layout planning of dynamic mass flow networks", Karlsruhe 2007.

[16] A. S. Fernández Castro, M. Jiménez López, "PROMETHEE : A new approach through fuzzy mathematical programming", 2003.

[17] J.F. Le Tenó, B. Mareschal, "An interval version of PROMETHEE for comparison of building products, design with ill-defined data on environmental quality", European Journal of Operational Research, 1997.

[18] M. Goumas, V. Lygerou, "An extension of the PROMETHEE method for decision making in fuzzy environment: Ranking of the alternative energy exploitation projects", European Journal of Operational Research, 1998.

[19] M.P. Moreira, Carlos J. Dupont, Marley M. B. R. Vellasco, "PROMETHEE multicriteria methods for ranking equipment failure modes", 2009.

[20] J. Ziolkowska, L. Simon, D. Zilberman, "Capturing uncertainties in evaluation of biofuels feedstocks: A multi-criteria approach", congreso de la E.A.A.E, "Cambio e incertidumbre. Retos de la agricultura, comida y reservas naturales", Zúrich, 2011.

[21] M^a del Socorro García Cascales, “Métodos para la comparación de alternativas mediante un sistema de ayuda a la decisión (S.A.D.) y soft computing”, D.T.E.T.C.P., UPCT, Cartagena, 2009.

[22] K. Lidouh, E. Zimanyi, Y. De Smet, “Analyse Spatiale Multicritère : Intégration d’outils multicritères dans les systèmes d’information géographique”, Académie universitaire Wallonie, Bruselas, 2008.

[23] J. Jlassi, A. El Mahmedi, H. Chabchoub, “Technical note: The improvement of the performance of the emergency departamento: Application of simulation model and multiple criteria decision method ”, Islamic Azad University, Tehran, 2011.

Capítulo 4: Elección de alternativas y criterios para el problema de toma de decisión

4.1-Introducción

Para comprender la formación y el crecimiento del parque de generación en nuestro país, así como el mercado eléctrico actual, es necesario conocer ciertas claves históricas. Se dan a continuación unos pequeños apuntes encaminados a dicha comprensión.

4.1.1- Contexto histórico-político. [1] a [13]

Desde sus inicios, la evolución del hombre y su civilización ha ido ligada a la explotación de diversas fuentes de energía, y la constante mejora de dichos métodos de explotación, de forma que a través de dicha evolución, se han ido adoptando diversos modelos energéticos.

Se puede decir que el recurso energético utilizado mayoritariamente hasta la revolución industrial fue la madera, seguido de un menor uso de la energía hidráulica y eólica que, aunque conocida ya desde la civilización romana, se extiende en Europa en la edad media en forma de molinos para la molienda de trigo, elevación de agua , etc.

Como decíamos, el uso indiscriminado de madera, y la cada vez mayor falta de este recurso energético, forzó a la búsqueda y utilización de nuevas fuentes de energía, de modo que en la Inglaterra de mediados del siglo XVIII, comenzó a utilizarse el carbón como fuente de energía primaria, iniciando la andadura de la revolución industrial.

Así, entre mediados del siglo XVIII, y las dos primeras décadas del siglo XIX, se asiste a una primera revolución industrial en Inglaterra, y posteriormente una segunda revolución industrial en el resto de Europa, que cambiarán el modelo productivo y energético, apareciendo las cadenas de montaje, y la producción en serie (desbancando a la producción artesanal), fechando el fin de esta segunda revolución aproximadamente a comienzos de la primera guerra mundial.

Aunque existían otros países europeos en donde podría haberse dado el inicio de esta revolución industrial, como por ejemplo Holanda, ésta surge en Inglaterra gracias a una serie de condiciones muy especiales:

- Liberalización del comercio internacional con el tratado de Utrecht (1713).
- 1) Creación de mercados financieros y acumulación de capital en los bancos.
- 2) Una revolución agraria previa, a través de las actas de cercamiento (1760-1840), que cambiaron el paradigma del sector agrario de cultivos abiertos por el de campos cerrados, en favor de los grandes terratenientes, generando dos efectos:
 - a) Alta migración de campesinos a las ciudades
 - b) Mejora sustancial de las técnicas de cultivo y explotación agrarias.
- 3) El desarrollo de redes de transporte interno y rutas comerciales.

Todos estos elementos, unidos a un importante desarrollo tecnológico, generan el paso hacia un modelo productivo industrializado marcado por la producción en cadena dentro de fábricas mediante el uso de máquinas, y el desarrollo del capitalismo industrial.

De las cuantiosas innovaciones tecnológicas desarrolladas en esta época, cabe destacar tres, que marcaron un antes y un después en la industria:

- 1) La máquina de hilar "Spinning Jenny" (James Hargreaves, 1764)
- 2) La máquina de vapor (James Watt, 1769)
- 3) Horno Bessemer (Henry Bessemer, 1855)

Estos inventos, que se pueden considerar como precursores de otros muchos, permitieron, la utilización de máquinas con una potencia nunca vista anteriormente, y una expansión sin precedentes en todos los campos: transportes (locomotoras de vapor y creación del ferrocarril, el barco de vapor), industria y comercio textil (telar mecánico de Cartwright), industria siderúrgica (que permitió una explotación mucho mayor del acero, a unos costes más asequibles). Todo esto contribuyó a la hegemonía tecnológica y comercial de Inglaterra hasta aproximadamente 1870.

Una segunda revolución industrial, cuyo inicio se fecha en términos aproximados, entre 1850 y 1870, tiene dos características principales:

- 1) El uso de los derivados del petróleo como fuente de energía (inicialmente en Estados Unidos), desbancando el uso del carbón y al resto de fuentes de energía existentes en la época, y estableciendo un dominio de dicha fuente de energía que aún hoy existe, en términos globales.
- 2) La aparición de la electricidad como vector energético, y el aprovechamiento industrial de las corrientes eléctricas.

Durante este periodo, se experimentó también un tremendo desarrollo de la medicina (Lister, Koch, Pasteur, Fleming...), de la industria química (dinamita de Nobel, fertilizantes...) y la ciencia en general, produciéndose la industrialización en Estados Unidos, países de Europa Occidental, Rusia, Japón, y Países Bajos.

Ya desde la época de Tales de Mileto, se conocía el efecto de atracción que una piedra de ámbar frotada con lana, producía sobre pequeños objetos, no fue, sin embargo, hasta esta revolución industrial cuando se produjo un tratamiento científico y técnico de la electricidad. Así, de entre los muchos hitos en el avance del conocimiento y la invención de artilugios eléctricos, se pueden destacar los siguientes:

- 1) Francois de Cisternay Du Fay, identifica en 1733 la existencia de dos tipos de carga, vítrea y resinosa (positiva y negativa).
- 2) Joseph Priestley, en 1766, demuestra que las cargas eléctricas se distribuyen uniformemente sobre una esfera hueca, y que la fuerza ejercida entre las mismas, es inversamente proporcional a su distancia.
- 3) Charles A. de Coulomb, enuncia y corrobora en 1776 que la fuerza entre cargas electrostáticas es proporcional al producto de las mismas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.
- 4) Volta construye en 1800, la primera celda electrostática (pila de Volta), basado en las observaciones de Galvani.
- 5) Oersted descubre, en 1819, la existencia de una relación entre el campo eléctrico y el magnético. Nace el electromagnetismo.
- 6) En 1820 Jean B. Biot y Félix Savart, enuncian su ley, determinando que la intensidad de un campo magnético producido por una corriente eléctrica es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.
- 7) Ampère, deduce las relaciones de atracción y repulsión entre dos cables por los que circula corriente eléctrica, y relaciona el campo magnético producido por una corriente, con dicha corriente.
- 8) En 1826, Georg S. Ohm, enuncia su ley, que relaciona con exactitud, corriente eléctrica, con la diferencia de potencial que la genera.
- 9) En 1831, Michael Faraday, establece que la fuerza electromotriz se puede conseguir a través de la variación de un flujo magnético en un conductor.
- 10) Gustav R. Kirchoff, enuncia sus dos leyes, que permiten calcular corrientes y tensiones en redes eléctricas.
- 11) En 1858, William Thomson (Lord Kelvin), inventa el cable flexible.
- 12) En 1868, Zénobe-Theóphile Gramme, construye su célebre dinamo, la primera máquina de corriente continua, punto de partida para el nacimiento de la industria eléctrica.
- 13) En 1870, James C. Maxwell, basándose en las anteriores observaciones formula las ecuaciones que forman la base matemática del electromagnetismo, aunque su forma actual se perfilaría posteriormente.

- 14) Tomas A. Edison, en 1881, produce la primera lámpara incandescente con filamento de algodón carbonizado, y en 1882 instala el primer sistema eléctrico para vender energía eléctrica, en corriente continua, principalmente centrado en la iluminación de la estación de Pearl Street (Nueva York, E.E. U.U.).
- 15) Un par de años más tarde Heinrich R. Hertz, demuestra en la práctica las teorías de Maxwell, y reescribe sus ecuaciones, dándoles la forma que poseen hoy en día.
- 16) Se construye en 1880 la primera central hidroeléctrica en Northumberland (Gran Bretaña).

Sin embargo, si hay alguien que puede ser nombrado el padre del sistema eléctrico actual, ése es Nicola Tesla.

Creador del motor de inducción (1888, mejora de la dinamo), del motor de corriente alterna (1890) y del generador eléctrico (1894), entre otros muchísimos, entabló una batalla comercial con Edison (“guerra de las corrientes”), que finalmente ganó la compañía Westinghouse (de la que Tesla formó parte), cuando se construyó una central hidroeléctrica en las cataratas del Niágara, consiguiendo transmitir electricidad hasta la ciudad de Búfalo en 1896.

Aunque Edison fue pionero en la comercialización de la electricidad, su sistema, basado en corriente continua poseía un elevado nivel de pérdidas debido al efecto Joule (1842). La corriente alterna, de la que Tesla era un gran defensor, demostró ser mucho más eficiente en el transporte de energía a largas distancias, ya que mediante el aumento del nivel de tensión eléctrica, se reducían tremendamente las pérdidas, razón por la cual, acabó imponiéndose la transmisión de energía eléctrica mediante corriente alterna a alta tensión a nivel mundial.

Otros inventos destacables de Tesla, además de los mencionados son la radio, el sistema de transmisión de potencia moderno o la bobina de Tesla (con el que consiguió voltajes de un Mega voltio).

Ya se ha comentado que en esta segunda revolución industrial, ocurrió entre otras, la industrialización de Europa Occidental, y entre sus países, la industrialización española, si bien, fue un proceso bastante rezagado con respecto al resto de países europeos.

La primera referencia del uso de la electricidad que se tiene en nuestro país, se da en Barcelona en 1852, en donde un farmacéutico, iluminó su farmacia mediante baterías, fabricadas por él mismo.

Posteriormente se importó una dinamo de Gramme a la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona, en 1873, importándose un segundo grupo, incorporado en una fragata y accionada por la máquina de vapor de la

misma (a tres kilómetros de Barcelona), cuyo objetivo fue iluminar las Ramblas, la Boquería, y el castillo de Montjuic, así como parte de los altos de gracia. A partir de aquí, comienza una electrificación industrial por todo el país, dando paso a la creación del primer proveedor eléctrico del país, la Sociedad Española de la Electricidad en 1881.

El desarrollo de las aplicaciones eléctricas cobró un gran impulso, de modo que entre 1885 y 1888 se publican, un primer decreto que ordena las instalaciones eléctricas, y una Real Orden que obliga a la iluminación eléctrica de los teatros, utilizándose las lámparas de aceite sólo como sistema de emergencia.

Un problema importante en la producción eléctrica española de finales del siglo XIX, era que esta producción era en corriente continua, por lo que los centros de consumo debían estar cerca de los centros de generación, hecho, que si bien no influía mucho cuando se usaban grupos térmicos, era de importancia capital si se querían usar generadores hidroeléctricos.

Adelantándonos a las primeras décadas del siglo XX, se publicó en 1901 la primera estadística oficial, según la cual, existían por aquel entonces 859 centrales eléctricas con una potencia instalada de 127940 HP, producida en un 61% por fuentes térmicas, y un 39% mediante saltos hidráulicos.

La aparición de la corriente alterna en esta época cambió drásticamente este porcentaje, ya que, al poder transportar la energía a grandes distancias, se multiplicó la construcción de centrales hidroeléctricas, sustentadas por sociedades anónimas de nueva fundación, que nacían con el objetivo de poder hacer frente a las costosas obras de construcción.

De esta forma, en 1929, la potencia eléctrica instalada se había multiplicado por 12 (1.154 MW), de los cuales, el 81 % era de origen hidroeléctrico, denotando un cambio drástico en el parque de generación eléctrica.

Por otra parte, en el nuevo continente, Einstein publicaba su “teoría de la relatividad especial”, y deducía la famosa relación entre masa y energía $\Delta E = \Delta m \cdot C^2$, que serviría de base matemática para el desarrollo nuclear.

Durante los siguientes años, hasta el inicio de la guerra civil española (1936), el grado de electrificación creció a un ritmo del 5 %, hasta alcanzar una potencia instalada de 1.491 MW.

Mientras tanto, los alemanes Otto Hahn y Fritz Strassmann conseguían separar un átomo de Uranio en restos cualitativamente diferentes en el año 1938. Este fenómeno es estudiado por los científicos austriacos Lise Meitner y

Otto Frisch, dando una explicación matemática al fenómeno en 1939, que corroboraba las hipótesis de Einstein. Ha nacido la fisión nuclear.

Volviendo a España, los efectos de la guerra civil son francamente notables en la infraestructura energética ya que se produce el bombardeo de un gran número de centrales de producción.

Al desolador paisaje de la postguerra hay que añadir el bloqueo internacional impuesto en la segunda guerra mundial, que impedía la importación de bienes y materiales, que unido a las sequías de los años 1944 y 1945 provocó una importante incapacidad para cubrir las necesidades energéticas, que comenzaban a crecer tras la guerra.

Aún queda por añadir otra dificultad que impedía el crecimiento de la capacidad de generación. Por aquel entonces, la venta de electricidad estaba sometida a unos precios estables, por lo que en esta época, de elevada inflación, las sociedades privadas tuvieron un ritmo de crecimiento de la producción inferior al crecimiento de la demanda eléctrica, de forma que existió un déficit energético crónico hasta finales de esta década, apareciendo además una diferencia entre costes energéticos e ingresos percibidos, que más tarde se conocería como déficit tarifario.

Para paliar la insuficiente capacidad de generación en España, e incentivar la construcción de nuevas centrales, se crean empresas eléctricas de carácter público (ENDESA, 1944, ENHER, 1949), mientras que por otra parte, en Estados Unidos, la energía nuclear avanza a pasos agigantados. Así, en 1942, Enrico Fermi construye el primer reactor atómico, y se pone en marcha el “proyecto Manhattan”, que bajo la dirección técnica de Robert Oppenheimer, contó con la aportación de, entre otros, Leo Szilard, Niels Bohr, Otto Frisch, John von Neumann, Isidor Rabi, Hans Bethe y Enrico Fermi, consiguiendo en julio de 1945 el primer ensayo exitoso de explosión nuclear en Nuevo Méjico (E.E. U.U.).

Nació de esta forma la bomba atómica, que fue tristemente utilizada en Agosto de este mismo año en Hiroshima y Nagasaki, con la consiguiente rendición de Japón a finales de esta segunda guerra mundial.

Sin embargo, habría que esperar hasta Diciembre de 1951 para que se construyera el primer reactor nuclear para la producción de electricidad en Idaho. Se abría entonces la puerta a la energía nuclear como productora de energía eléctrica. No obstante, la primera central nuclear civil del mundo, comenzó a operar en Óbninsk (Kaluga, Rusia), en 1954.

Se crea en España la Unidad Eléctrica S.A. (UNESA 1949), con el objetivo de maximizar la capacidad de generación, y optimizar el sistema de

generación, transporte y distribución de energía eléctrica a nivel nacional, integrada por las 17 principales compañías eléctricas.

UNESA, tenía las funciones de promover las interconexiones entre los distintos sistemas eléctricos regionales, la optimización de las redes de transporte, y la creación de un centro de control en donde se debería gestionar qué centrales son las que deberían producir en cada momento, y qué intercambios se deberían producir para asegurar el abastecimiento nacional. Posteriormente, en 1953, este centro de control pasaría a llamarse RECA (Repartidor central de Cargas).

La aplicación de las “Tarifas Tope Unificadas”, favoreció el crecimiento del parque de generación, de forma que el déficit energético de la anterior década desapareció en 1958.

Esta mejora en la producción energética, ayudó a la recuperación económica del país, gracias sobre todo al sector turístico, con el consiguiente crecimiento de la demanda eléctrica.

Durante la década de los 60 y principios de los 70, se produjo por tanto un gran aumento de la capacidad de generación eléctrica, en donde existe un cambio de tendencia, imponiéndose la instalación de centrales de fuel-oil, frente a las hidroeléctricas, de forma que a finales de los 60, la potencia instalada era de 6567 MW, y a finales de los 70 alcanzó los 56,5 GW, pasando de un porcentaje del 84 % de la producción basada en centrales hidroeléctricas en 1960, a un porcentaje del 39% en 1973, alentado por los bajos precios del petróleo hasta dicha fecha.

Otros hechos a remarcar en esta época son, la puesta en marcha de la primera central nuclear en España, la central José Cabrera (Guadalajara, 1968), y el primer plan energético nacional (PEN), en 1969.

Este plan energético nacional, tenía los siguientes objetivos:

- 1) Una demanda proyectada para todo el periodo del plan.
- 2) Una optimización a nivel nacional de la potencia que debía tener que ser instalada para cumplir con la demanda prevista.
- 3) Previsiones de las plantas que se necesitaría construir de acuerdo con los estudios previos.
- 4) Una previsión del sistema primario necesario para transporte y distribución.
- 5) Anticipar las inversiones necesarias.
- 6) Provisión de petróleo necesario.
- 7) Se siguen, tanto criterios económicos como técnicos:
 - a) El criterio de optimización debía estar basado en la solución de menor coste.
 - b) Un esfuerzo por la máxima utilización de materia prima nacional.

- c) Maximización del uso de las plantas ya instaladas, colocando en la base del diagrama de carga las nucleares y las de carbón.

En Mayo de 1973, comenzó una escalada de precios del petróleo, impuesta por la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP), y más bien, por la facción árabe de los mismos (OPEAEP), debido a un embargo impuesto a los países aliados con Israel en la guerra del Yom Kippur.

Esta subida de precios que multiplicó por seis los precios de referencia en menos de un año, abrió oficialmente, en Octubre del 73, lo que se llamó posteriormente “primera crisis del petróleo”, en donde los países afectados experimentaron una fuerte inflación y una contracción de su actividad económica.

Con el objetivo de coordinar las políticas de abastecimiento, y reservas de seguridad de los países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE ,1960), nace la Agencia Internacional de la Energía (AIE), en 1974.

Particularmente en España, la mayoría de centrales de generación que entraron en servicio, en el periodo 73-76, funcionaban con fuel-oil, y su reacción ante dicha crisis fue lenta, de forma que no se aprobó el primer PEN hasta 1975.

La situación aún empeoró más con la “segunda crisis del petróleo”, en la que la guerra Irán-Irak provocó el cese de la producción de petróleo de los mismos, alcanzando el precio por barril máximos nunca antes vistos.

Estos hechos obligaron a tomar una serie de medidas a los países consumidores de petróleo, para limitar la dependencia del mismo, y favorecer el uso eficiente de recursos, provocando un nuevo cambio en la concepción de generación eléctrica, que a partir de aquí, se orientaría a favor de las energías renovables y la generación mixta.

A su vez, este cambio provocó una bajada de los precios del petróleo, y la aparición de un mercado marginal del petróleo llamado “mercado spot”. Esta bajada de precios continuaría hasta 1990, en donde la Invasión de Kuwait por parte de Irak, y la posterior guerra del golfo, volverían a alzar los precios del petróleo hasta un valor del orden de los 40 \$/bbl.

Por otra parte, siguiendo la línea del ahorro energético, se promulgó en nuestro país la Ley de Conservación de la Energía, en 1981, con los siguientes objetivos:

- 1) Optimizar los rendimientos de los procesos de transformación de la energía, inherentes a sistemas productivos o de consumo.
- 2) Potenciar la adopción de fuentes de energía renovables, reduciendo en lo posible el consumo de hidrocarburos y en general la dependencia exterior de combustibles.
- 3) Promover la utilización de energías residuales de procesos industriales, así como la reducción de pérdidas, gastos e inversiones en transportes de energía.
- 4) Analizar y controlar el desarrollo de proyectos de creación de plantas industriales de gran consumo de energía, según criterios de rentabilidad energética a nivel nacional.
- 5) Regular las relaciones entre los autogeneradores y las compañías eléctricas distribuidoras.
- 6) Fomentar las acciones técnica y económicamente justificadas, encaminadas a reducir la dependencia energética exterior.

De esta forma, se potencia el uso del carbón tanto nacional como de importación, y de la energía nuclear.

El apoyo definitivo a los ciclos de cogeneración, y a las energías renovables, se plasmó en el PEN de 1983, formando parte en su mayoría de las denominadas tecnologías de generación en régimen especial.

En este año, se ordenó la parada de cinco grupos nucleares en construcción por motivos puramente políticos (debido al recelo provocado por los riesgos para el medio ambiente de un potencial accidente en los reactores, cuyos mayores exponentes históricos han los accidentes de las centrales de Mayak, 1957, Chernóbil, 1986 y el más reciente de Fukushima, en Marzo de 2011) llegando por otra parte, casi al límite técnico y económicamente rentable en el aprovechamiento de saltos hidráulicos.

Es necesario remarcar que la indemnización por el cierre de estas centrales nucleares aumentó el valor del déficit tarifario ya existente, valor que es una deuda histórica contraída por los consumidores, y sin el conocimiento de una gran mayoría de estos, que aún hoy en día se sigue pagando.

Debido a las indemnizaciones por la moratoria nuclear, y las grandes inversiones en infraestructura, el país se encontraba a finales de los 80, con una difícil situación energética, con una capacidad de producción, que llegó a sobrepasar con creces la demanda, permaneciendo dicha capacidad de producción inactiva, y también con déficit generado por la diferencia entre la retribución percibida por los productores energéticos mediante las tarifas (impuestas y reguladas por el estado, e iguales para todos los productores), y el coste propio de la producción de energía.

Para paliar esta situación de déficit crónico (déficit tarifario), se comenzaron a dar unos primeros pasos en 1988, con la regulación de un “Marco Legal y Estable” que fija una tarifa eléctrica basada en la amortización y retribución de las inversiones, costes de producción y distribución (según valores estándar), revisada anualmente (trimestralmente a partir de 2007); un sistema de compensación a los agentes y una corrección por desviaciones, al finalizar el año.

Este primer paso, se siguió en la década de los 90, en donde se dieron cambios sustanciales en la industria energética española, como son:

- 1) Aparece el protocolo de Kioto en la Convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático, en la sede de las Naciones Unidas (Nueva York, 1992), dando cuenta de la importancia de la reducción de los gases de efecto invernadero (GEI), aunque no entró en vigor hasta 2005.
- 2) En 1996 el Consejo de la Unión Europea aprobó la Directiva sobre Normas Comunes para el Mercado Interior de la Electricidad, que contiene unos objetivos claros y unos criterios mínimos de liberalización e introducción de la competencia.
- 3) El anterior protocolo se formaliza en la Ley 54/1997 del Sector Eléctrico, que introduce los cambios normativos necesarios para posibilitar la liberalización del mercado eléctrico, definiendo y separando jurídicamente las actividades reguladas de las actividades no reguladas. Sobre la estructura actual del sistema eléctrico se hablará más en detalle en el apartado siguiente.
- 4) Introducción en el parque eléctrico de los ciclos combinados de gas, con un alto rendimiento, y un combustible abundante y limpio, así como la introducción a nivel comercial de diferentes tecnologías de aprovechamiento de energía de fuentes renovables (eólica, solar, biocombustible, etc.).

Llegamos finalmente a nuestro siglo, en donde también se pueden encontrar cambios sustanciales, que están en proceso de desarrollo incluso hoy en día. La regulación energética en esta década es muy densa, por lo que destacamos sólo los acontecimientos y leyes principales, directamente relacionadas con nuestro proyecto.

Comenzando por la liberalización de la totalidad del mercado eléctrico el 1 de Enero de 2003, en consonancia con la tendencia europea, en donde a partir de esta fecha, cualquier consumidor eléctrico puede elegir entre seguir pagando la tarifa regulada, o contratar su suministro a precios del mercado. Siguen a este:

- 1) Plan Energético Nacional (PEN) 2001-2010, cuyos objetivos son:
 - a) Conseguir que el Gas Natural sea la fuente de energía con un mayor crecimiento (25% de crecimiento a finales del 2010)
 - b) Conseguir un mix de generación eléctrica con los siguientes pesos:
 - i) 33% gas natural

- ii) 28,4% energías renovables
 - iii) 19,4% energía nuclear
 - iv) 15% carbón
 - v) 4,1% productos petrolíferos
- 2) Entrada en vigor en 2005 del protocolo de Kioto
 - 3) Esto propicia la aparición del Plan de Energías Renovables (PER) 2005-2010, que trata de mantener el compromiso de cubrir con energías renovables:
 - a) 12% del consumo total de energía
 - b) 29,4% del consumo de energía eléctrica
 - c) 5,75% de biocarburantes en los transportes
 - 4) Con el objetivo de fomentar el uso de energías renovables, entra en vigor el Real Decreto 661/2007, de 25 de mayo, por el que se regula la actividad de producción de energía eléctrica en régimen especial.

Gracias al establecimiento de primas aumenta tremendamente la potencia instalada procedente de fuentes renovable, en especial de la energía solar fotovoltaica y solar térmica, si bien, la retribución percibida por la producción energética en régimen especial será otro concepto a incluir en el déficit de tarifa, llegando esta deuda a valores preocupantes en los últimos años.

- 1) Aparición de una crisis financiera fundamentalmente en Europa y Estados Unidos, en el segundo semestre de 2008, que, acompañada de unos altos precios del petróleo y el gas, debido al fuerte aumento de la demanda energética de países no pertenecientes a la OCDE (principalmente China), genera una fuerte recesión económica y descenso de la demanda energética en los países afectados durante el 2009, que aún hoy siguen sufriendo algunos países de la zona euro, como es el caso de España o Italia.
- 2) El 23 de Abril de 2009, aparece en el ámbito de la Unión Europea la Directiva 2009/28/CE, que persigue el objetivo “20-20-20”, es decir :
 - a) Reducir las emisiones de GEI un 20% respecto a los niveles de 1990
 - b) Conseguir una contribución del 20% de las energías renovables al consumo energético global de la Unión Europea en el 2020.
 - c) Reducir el consumo energético en un 20% del consumo total de energía para el 2020, gracias a una mejor utilización de la energía en los edificios, industria y transportes.
- 3) Entrada en vigor del Real Decreto-ley 6/2009, de 30 de abril, por el que se adoptan determinadas medidas en el sector energético y se aprueba el bono social. Con este Real Decreto desaparece el régimen de tarifas (aparecen los suministros de último recurso, y las tarifas de último recurso o TUR).
- 4) Como consecuencia de un crecimiento de la potencia instalada superior al establecido en el PEN 2005-2010, y del alarmante incremento en el déficit tarifario debido a las retribuciones por producción de energía en régimen especial, entra en vigor el Real Decreto-ley 1/2012, de 27 de enero, por el que se procede a la suspensión de los procedimientos de preasignación de retribución y a la supresión

de los incentivos económicos para nuevas instalaciones de producción de energía eléctrica a partir de cogeneración, fuentes de energía renovables y residuos.

- 5) Tras el desastre de Fukushima en Marzo de 2010, se programan en España una serie de pruebas de estrés en sus centrales nucleares, lo que se traduce en una bajada de producción de la energía nuclear y un repunte de la producción eléctrica con carbón en 2011.
- 6) Finalmente, el actual gobierno aboga por una subida escalonada de las tarifas eléctricas, que equipare los costes reales de producción eléctrica y la retribución percibida, de forma que el déficit de tarifa se reduzca hasta desaparecer.

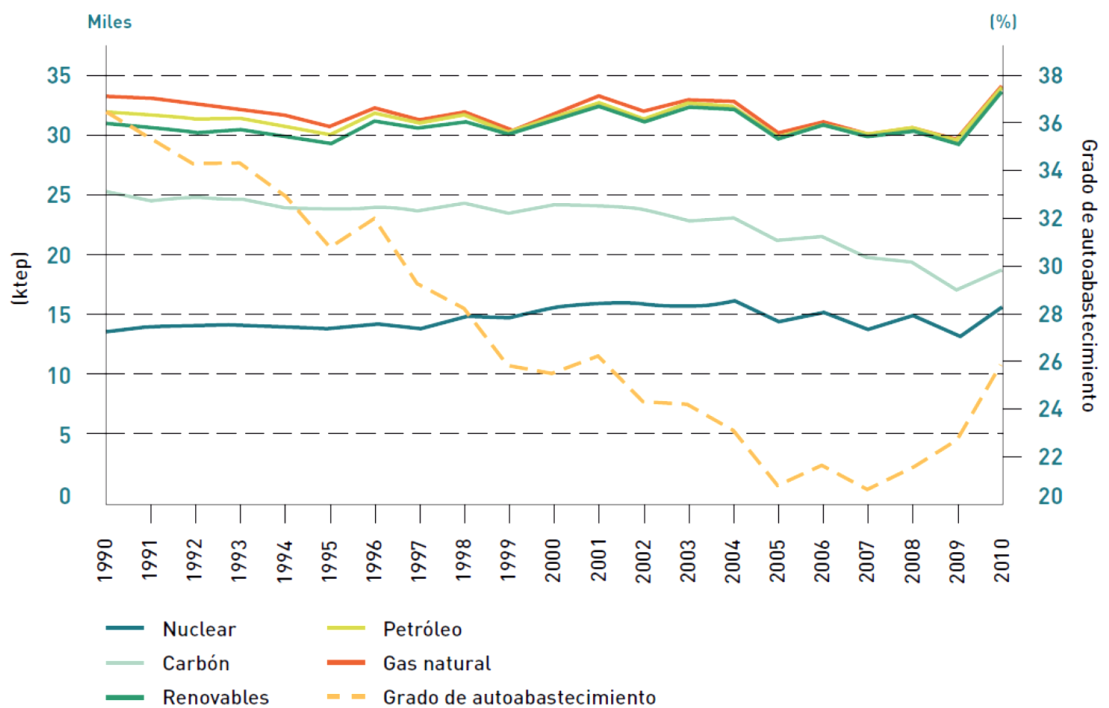
Así, se ha experimentado un tremendo incremento en las tarifas eléctricas durante los periodos trimestrales del último año 2012, que aún en 2013 continúan su escalada.

Finalmente nos encontramos con un parque de generación, con una capacidad de producción de 100.576 GW, a finales de 2010, en donde la cobertura de la demanda por fuentes de energía resultó del siguiente modo:

- 1) 22,4% carbón
- 2) 21,1% nuclear
- 3) 19,3% eólica
- 4) 15,6% ciclos combinados
- 5) 4,7% hidráulica
- 6) 16,9% otras fuentes

4.1.2- Producción y consumo energético actual. [12]. [13]. [14]

La evolución histórica comentada en el apartado anterior tiene su claro reflejo en la evolución de la producción y del consumo energético. Así, si analizamos la producción energética desde el 2000, se puede observar un claro dominio del petróleo (importado mayormente) y una mínima capacidad de autoabastecimiento, mientras que a partir de 2005, con la aparición del PER, empiezan a cobrar mayor importancia las energías renovables, acelerando notablemente su ritmo de producción con la entrada en vigor en 2007 del Real Decreto 661/2007.



Fuente: MITyC/IDAE

Figura 4. 1: Evolución del porcentaje de generación eléctrica por tecnologías

Así, en el siguiente gráfico se puede observar la evolución experimentada por el mix de producción y el más que notable aumento del porcentaje del conjunto de energías renovables.

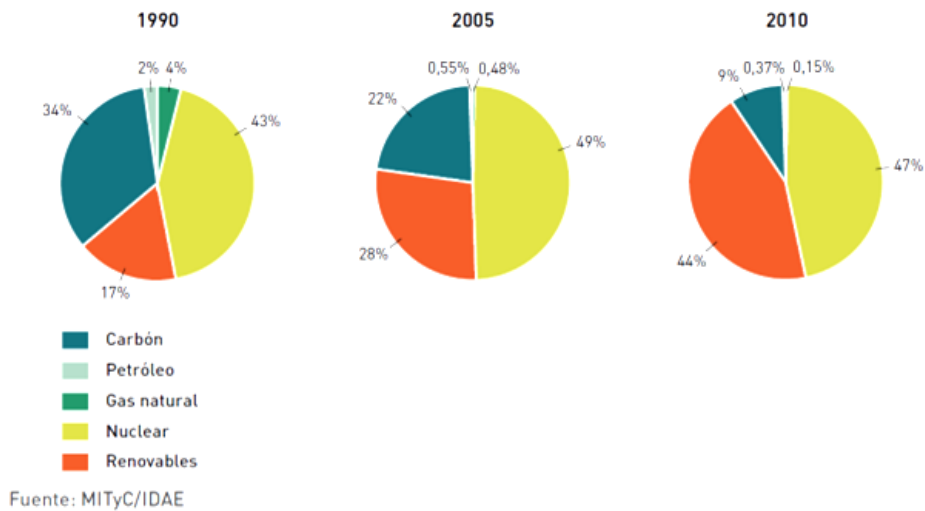


Figura 4. 2 Evolución en la contribución de energías renovables a la producción eléctrica

El siguiente diagrama muestra más claramente la evolución de dichas tecnologías de generación basadas en energías renovables, desde 2005, en donde se puede observar el impulso de la energía eólica, que constituye casi la mitad de la potencia instalada procedente de energías renovables, y la aparición a partir del 2008 de la energía termoeléctrica.

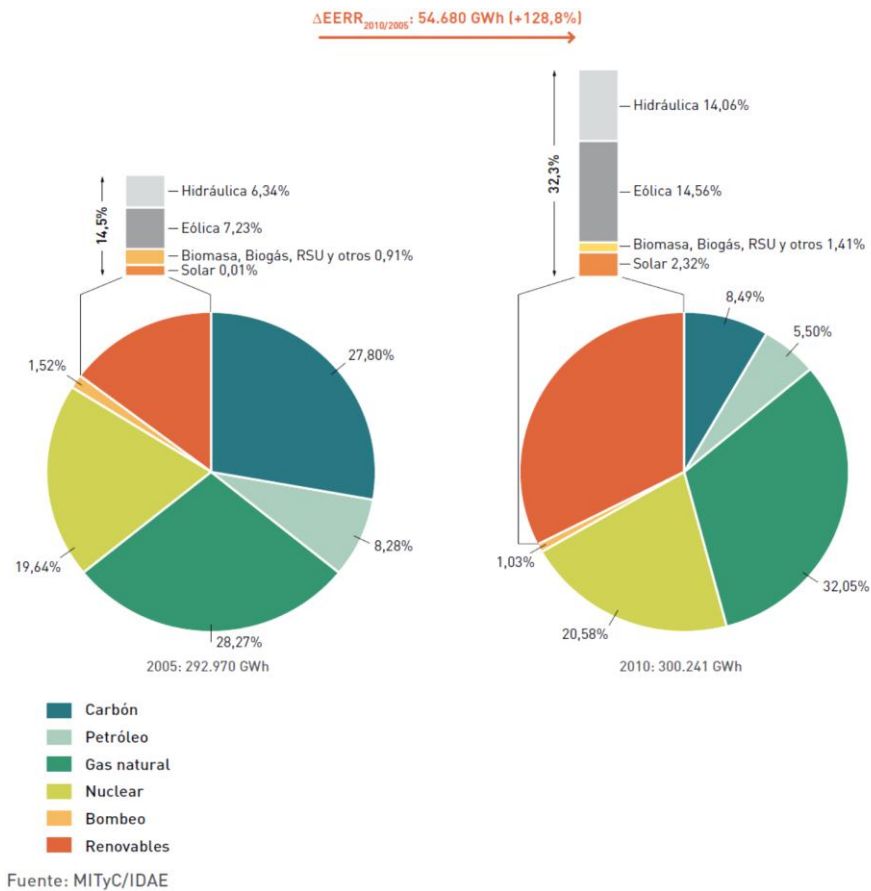
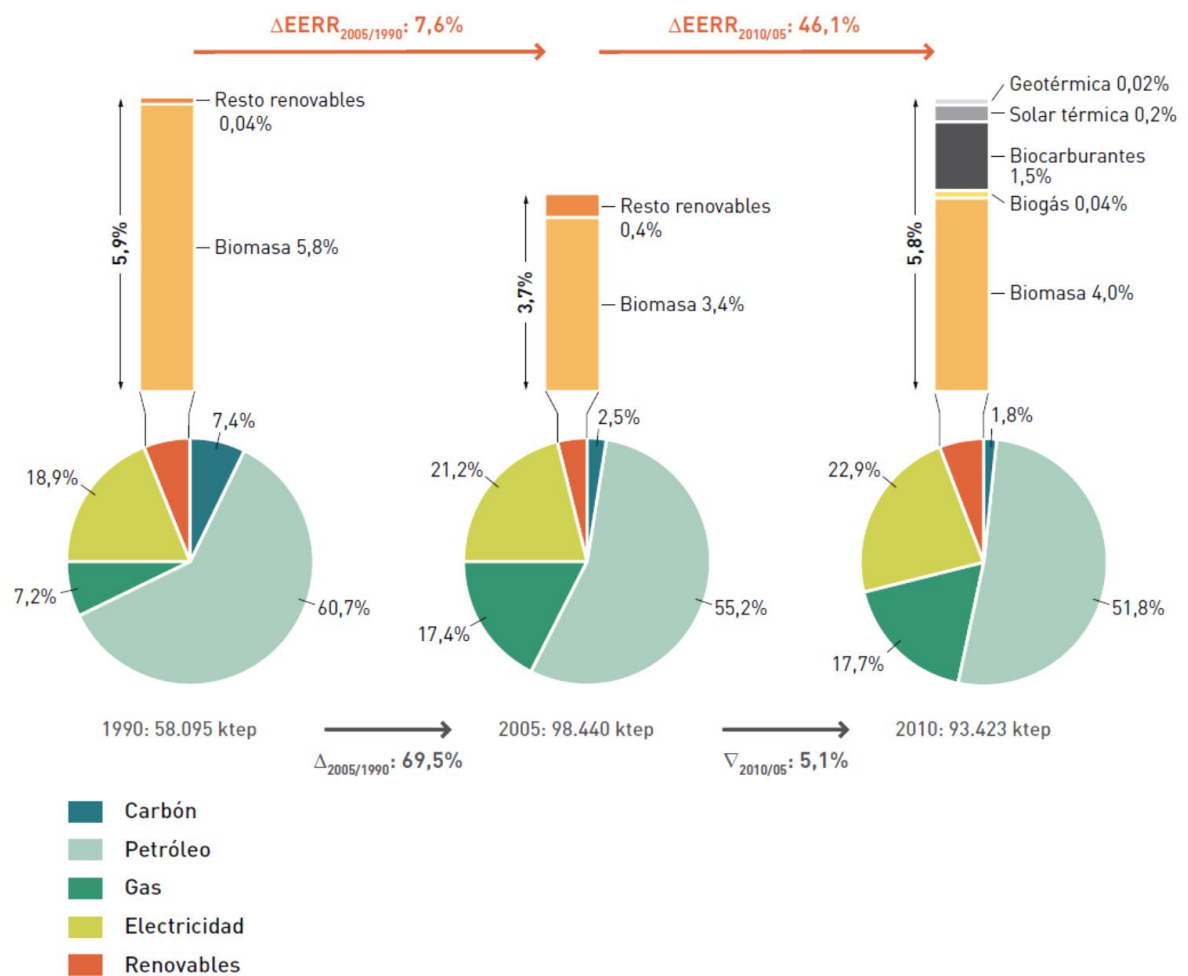


Figura 4. 3: Desglose de las diferentes tecnologías de generación basadas en fuentes de energía renovables

En cuanto al consumo energético final, se siguen una tendencia similar, a excepción de 2009, en donde la crisis económica iniciada en 2008 disminuyó la demanda energética en un 7,7%, debido a la reducción de actividad.

No obstante, se observó durante el 2010, un aumento del 2,8% de la demanda energética final. Esta recuperación de la demanda, se puede reflejar en todas las fuentes de energía, a excepción del petróleo, cuya demanda sigue bajando principalmente por el parón del sector automovilístico.

La evolución de la participación relativa de las diferentes fuentes de energía en la demanda, se refleja en la siguiente gráfica:



Fuente: MITyC/IDAE

Figura 4. 4: Evolución del porcentaje de tecnologías de generación para cubrir la demanda energética

La evolución del consumo final por fuentes de energía, se plasma más claramente en el siguiente gráfico:

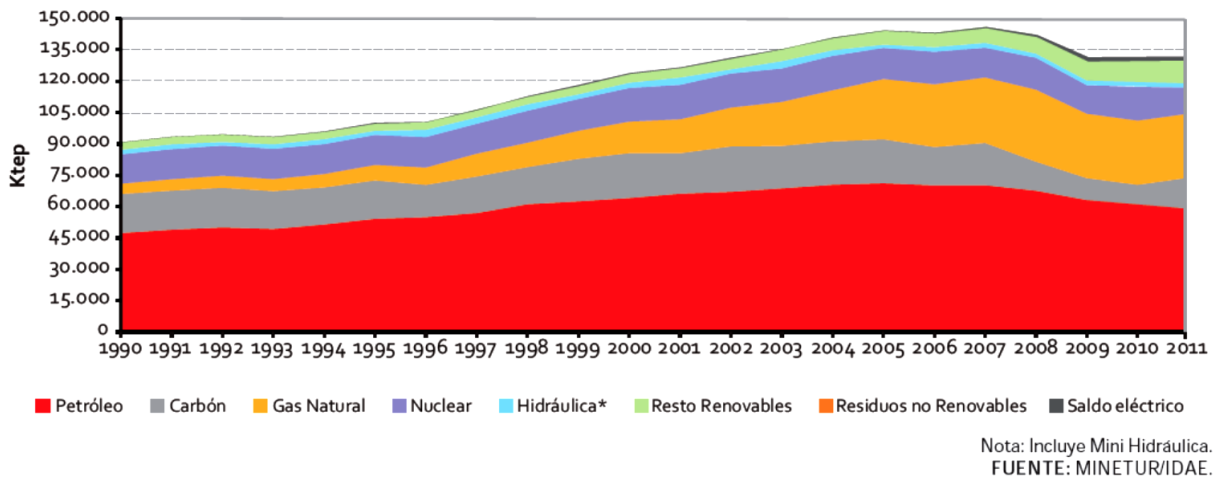


Figura 4. 5: Evolución del consumo energético total por fuentes de energía

Otro aspecto importante del consumo energético es la eficiencia del mismo. Un indicador de esta eficiencia, es la intensidad energética, que se define como la relación entre energía consumida en un país, dividida entre su producto interior bruto, generalmente en toneladas equivalentes de petróleo divididas entre cada mil dólares del PIB.

Así, la siguiente gráfica muestra la evolución de la intensidad energética española, frente al resto de países de la unión europea, en este caso en Kg equivalentes de petróleo, en relación al PIB, a precios constantes del 2000 y según el actual Sistema Europeo de Cuentas.

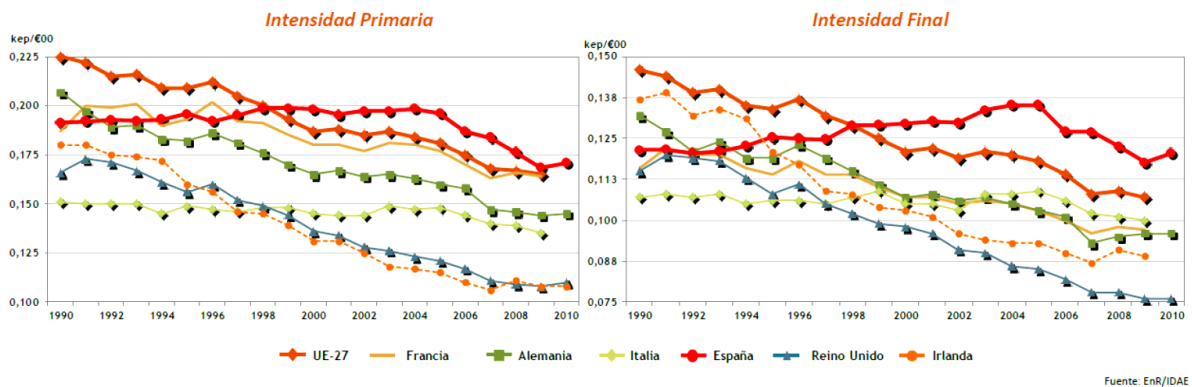


Figura 4. 6: Evolución de la intensidad energética en Europa

De esta forma, se puede observar el que el crecimiento de la demanda energética en España no fue acompañado de un aumento de la eficiencia (al contrario que la tendencia europea) hasta aproximadamente el 2005. A partir de aquí, la introducción de energías renovables, y la estructura de generación distribuida mejoraron la eficiencia energética, invirtiendo la tendencia anterior, y disminuyendo el valor de este indicador. Sin embargo, la anómala bajada de la intensidad energética en 2009, no sólo obedece a las mejoras técnicas señaladas, sino a la caída de la demanda energética producida por la crisis iniciada en 2008.

4.2- El sistema eléctrico español. [15] a [20]

4.2.1- Partes y agentes del sistema

La Ley 54/1997, tenía por objetivos los siguientes:

- 1) Garantizar el suministro eléctrico
- 2) Garantizar su calidad
- 3) Garantizar que este suministro se realice al menor coste posible
- 4) Que fuera respetuoso con el medio ambiente

A partir de la entrada en vigor de dicha ley, las actividades del sector eléctrico se encuentran divididas en:

- 1) Actividades reguladas
 - a) Transporte
 - b) Distribución
- 2) Actividades liberalizadas
 - a) Generación
 - b) Comercialización

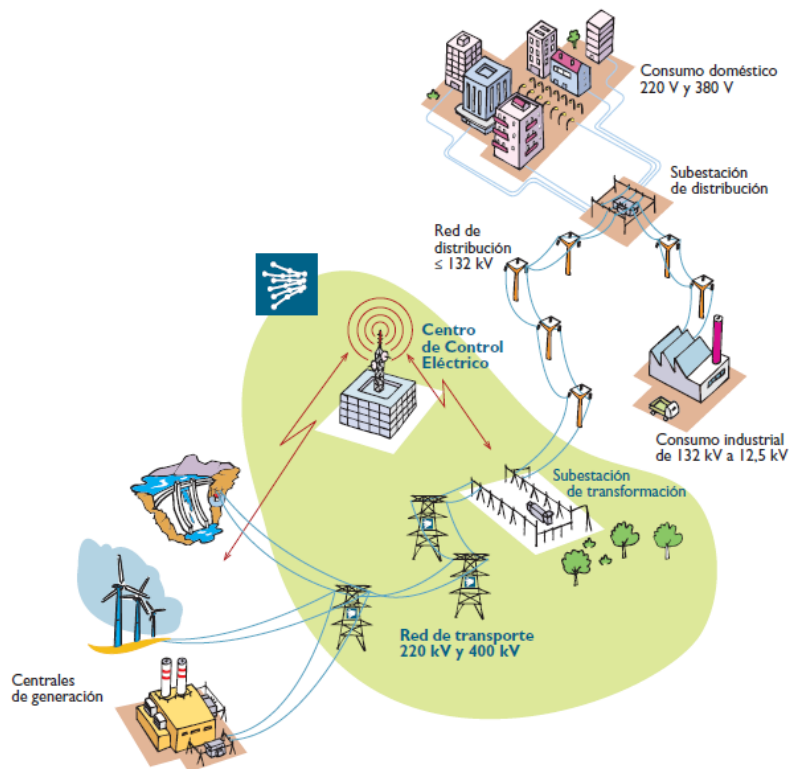


Figura 4. 7: Esquema del sistema eléctrico español

Además, se crean tres figuras clave en la operación del sistema:

- 1) Operador del sistema: Es el encargado de la gestión técnica del sistema eléctrico, encargándose de garantizar la calidad y seguridad del suministro eléctrico, además de la planificación y ejecución de ampliaciones en la red de transporte y distribución, así como de su mantenimiento. En este caso, el operador del sistema es Red Eléctrica Española (REE).
- 2) Operador de mercado: Es el encargado de la gestión comercial del sistema eléctrico, de manera que fija los precios de la energía volcada a la red cada hora del día. Desde Julio de 2007, el operador de mercado es conocido como Operador de Mercado Eléctrico (OMEL), y el mercado en el que actúa es el Mercado Ibérico de la Energía Eléctrica (MIBEL), fruto del acuerdo entre España y Portugal, con el objetivo de crear un mercado común, que a su vez consta de dos partes; el polo portugués (Operador del Mercado Ibérico Portugués, OMIP), y el polo español (Operador del Mercado Ibérico Español, OMIE).
- 3) Ente regulador del sistema eléctrico: Tiene por objetivos velar por la competencia efectiva en los sistemas energéticos y por la objetividad y transparencia de su funcionamiento, entendiéndose por sistemas energéticos, el mercado eléctrico y el de hidrocarburos. Este ente es conocido como Comisión Nacional de la Energía (CNE).

Veamos un Poco más en detalle las actividades mencionadas anteriormente:

Generación: Se entiende por generación como la actividad destinada a la obtención de energía eléctrica, a partir de fuentes de energía primarias. Una característica de la generación eléctrica es la imposibilidad de almacenar grandes cantidades de la misma, por lo que la generación debe ajustarse en todo momento al consumo, generando la energía eléctrica a una tensión de entre 6 y 20 KV normalmente.

El hecho de que sea una actividad liberalizada implica que cualquier agente (una vez obtenidas las autorizaciones correspondientes), puede invertir libremente en el sector. Además, según las características de la central de producción, y la fuente de energía utilizada, se puede diferenciar entre generación en régimen ordinario, y generación en régimen especial, aspecto que se comentará más adelante.

Transporte: La actividad de transporte, lleva la energía eléctrica desde los centros de generación, hasta los puntos de distribución, a través de largas distancias, por lo que se suele elevar la tensión a valores de entre los 220 y los 400 KV (muy alta tensión). Este sistema está compuesto por subestaciones, redes de alta tensión, que conectan todos los puntos de la península entre sí, y con los sistemas insulares, así como las líneas de cualquier tensión que pertenezcan a conexiones internacionales.

Esta actividad está regulada por el estado, siendo el operador del sistema el encargado de su gestión y mantenimiento. Dicho operador debe garantizar el acceso de los agentes a la red de transporte, de acuerdo con la normativa de aplicación sobre el derecho de acceso a la red.

Distribución: Las redes de reparto (consumidores de media tensión, entre 132 y 1 KV) y distribución (consumidores de baja tensión, entre los 1 KV y los 220 V) son las encargadas de llevar la energía eléctrica, desde las subestaciones, al consumidor final. A estas líneas se conectan también los generadores de pequeña potencia, que no pueden conectarse directamente a la red de transporte, formando lo que se conoce como generación distribuida, en donde se encuentra casi la totalidad de productores en régimen especial.

Al igual que con el transporte, la distribución es una actividad regulada, por lo que debe prestar servicio a todos los consumidores o productores o comercializadores, a los precios regulados por ley para cada actividad, garantizando la máxima fiabilidad en el servicio.

Comercialización: Esta actividad provee de energía eléctrica a los pequeños consumidores, a través del mercado minorista. Al ser esta una actividad liberalizada, los consumidores pueden elegir libremente una empresa comercializadora, y negociar los precios de la energía.

Otro caso es el de los consumidores sin capacidad de elección ($P_c \leq 10KW$), que contratan su suministro eléctrico a través de un comercializador de último recurso (CUR), en donde la tarifa, denominada de último recurso (TUR), es regulada por el estado.

4.2.2 El mercado eléctrico

Para entender el funcionamiento del mercado eléctrico, es necesario echar un vistazo a las curvas de demanda eléctrica, que tienen la siguiente forma:

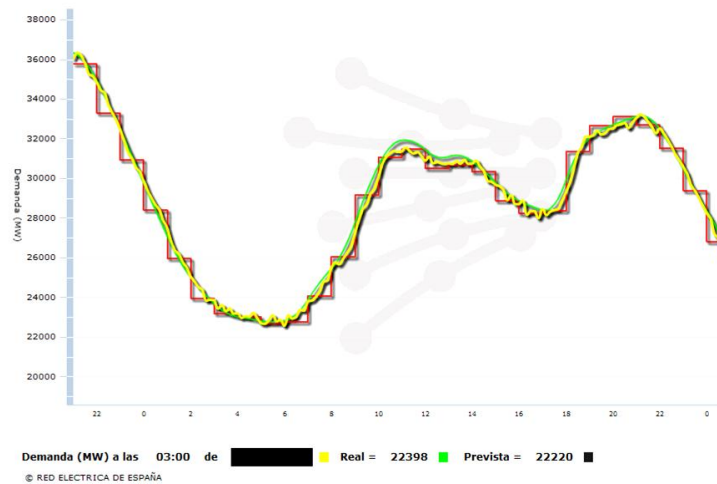


Figura 4. 8: Curva típica de demanda eléctrica

Así, podemos observar varios aspectos en relación a la demanda de energía eléctrica:

- 1) La demanda eléctrica suele tener cierta periodicidad, no sólo en el transcurso del día (horas valle, de menor consumo energético, y horas punta, de consumo más alto), sino que también posee cierta estacionalidad. De esta forma, atendiendo a datos históricos, y haciendo los ajustes pertinentes, se puede establecer una previsión de la demanda, bastante aproximada. En el gráfico se representa por la curva verde.
- 2) Aunque la previsión de la demanda anterior es muy precisa, no es exacta, por lo que suele haber unas pequeñas diferencias entre la potencia estimada y la real, como muestra la curva amarilla, correspondiente a la demanda real.
- 3) La producción programada durante el día, correspondiente a los diferentes grupos de generación, se plasma en la curva roja de forma escalonada.

La contratación energía con vistas a ser consumida en horizontes por encima de las 24h, se suele pactar en el mercado a plazo (horizontes anuales, trimestrales, mensuales, etc.). Sin embargo, hechos imposibles de prever, como un aumento inusual de la demanda, o la parada por fallo de algún grupo de generación, hacen necesaria la actuación rápida del sistema eléctrico para cubrir dichas contingencias. Para la compra de energía en estas circunstancias de ajuste a la demanda real, están los mercados spot (diario e intradiario).

La siguiente figura muestra lo comentado anteriormente

tiempo	Mercado	Quién lo gestiona	Producto	
Antes del despacho (hasta D-1)	Mercado de contratos bilaterales	OTC, OMIP	Contratos a plazo físicos y financieros	} MERCADOS A PLAZO
	Subastas de contratos a plazo	VPP: Endesa / IBD CESUR: CNE	VPP: Opciones sobre MW CESUR: Contratos físicos	
Día anterior al despacho (D-1)	Mercado del día anterior	OMEL	Energía horaria	} MERCADO DIARIO
	Mercado de restricciones	REE	REE compra opciones sobre energía (subir/bajar)	
	Mercados de SSSC: Reserva secundaria Reserva terciaria	REE	Reserva 2ª: MW Reserva 3ª: MWh El resto de SSSC son obligatorios	
Día del despacho (D)	Intradía	OMEL	Energía horaria	} MERCADOS DE CORTO PLAZO
	Gestión de desvíos	REE	Energía a subir y bajar	
	Gestión de restricciones	REE	Energía a subir y bajar	

Figura 4. 9: Resumen del mercado eléctrico

4.2.2.1- Mercado a plazo

Este mercado se basa en la compra-venta de productos energéticos en horizontes temporales por encima de las 24h. Estas transacciones pueden realizarse, o bien en mercados organizados, o bien de forma bilateral.

En dichas transacciones participan productores, comercializadores y “traders” (especuladores que compran y venden todo tipo de productos con los fondos de sus carteras de clientes).

Existen varios mercados a plazo en España:

- 1) El mercado no organizado de contratos bilaterales u “over the counter” (OTC), entre los sujetos de mercado.
Este tipo de contratos está diseñado a medida de las necesidades de compradores y vendedores, y tiene la particularidad de que no es necesario acudir a la institución gestora para realizarlos, sino que se formalizan por medio de los intermediarios (traders), de manera que se ajustan a las reglas que ellos mismos imponen. Pueden ser contratos con entrega física de la energía (cubren la tercera parte de la demanda horaria media), o con liquidación financiera por diferencias (el pago/cobro de la diferencia entre el precio del mercado diario, y un cierto valor pactado por contrato) con un volumen energético aproximadamente igual al 15% del total.
- 2) El mercado organizado gestionado por el Operador de Mercado Ibérico Portugués (OMIP) en el cual se negocian derivados futuros cuyo producto es la electricidad.

- 3) Mercado organizado de subastas de emisiones primarias de energías (EPEs) o subastas de capacidad virtual, también conocidas como “Virtual Power Plant” (VPPs), en las cuales se subastan contratos de opción de compra de energía, aunque no existe actualmente ninguna en vigor.
- 4) Mercado organizado de subastas para el suministro de último recurso (CESUR).

4.2.2.2- Mercados spot

En estos mercados, se negocia la energía que va a ser consumida durante el día siguiente (mercado diario), o el mismo día (mercados intradiarios), en donde cada productor cobra el MW al precio de casación final entre oferta y demanda de energía (es decir, que cada hora, el precio de venta de la energía coincide con el valor de la última oferta aceptada). A partir de la puesta en marcha de MIBEL, participan, tanto las unidades de producción portuguesas como españolas, siendo gestionadas por el polo español de mercado ibérico de la energía (OMIE) en caso de que las interconexiones España-Portugal no estén saturadas. Si se saturan, se recurre a la separación de mercados, o “market splitting”, en donde se realizan casaciones de precios separadas en los dos países, teniendo en cuenta la capacidad de intercambio de energía entre los mismos, de forma que hay un precio diferente de la energía para cada uno.

Por tanto, dentro de los mercados spot, tenemos:

Mercado diario: En este mercado, el operador de mercado recibe para cada una de las 24h siguientes las ofertas de producción y la demanda energética en MWh, relacionadas con el precio de la energía en €/MWh, realizando la casación entre oferta y demanda, teniendo estos contratos carácter vinculante, siempre que la seguridad del suministro lo permita.

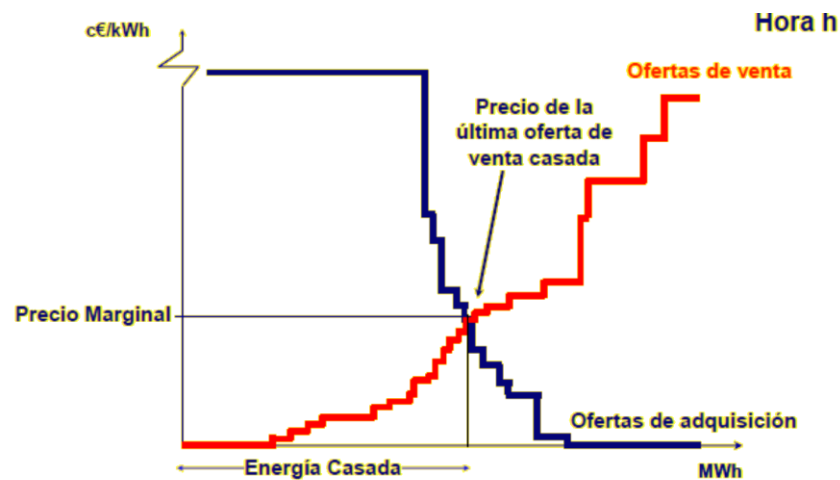


Figura 4. 10: Curva de casación horaria entre oferta y demanda de energía eléctrica

En esta gráfica se puede observar, que una vez cubierto un mínimo energético necesario que acepta precios elevados, la curva de demanda energética se desploma, mientras que la oferta aumenta a medida que sube el precio por KW. El hecho de que el precio de la energía sea el de la casación final, beneficia a la producción basada en ciertas fuentes de energía, que o bien pueden producir energía a precio cero (por ejemplo la energía eólica, o la solar fotovoltaica), o bien están obligadas a mantener un nivel de producción constante, por sus características técnicas (energía nuclear).

Los suministros energéticos acordados en este mercado, unidos a los contratados en el mercado a plazo, constituyen lo que se denomina “Programa Diario Base de Funcionamiento” (PDBF).

Mercado intradiario: Es un mercado de ajustes, en donde la participación no es obligatoria. Se realiza en seis sesiones, en donde se acuerdan ciertas cantidades de energía que serán producidas y consumidas en el mismo día.

SESIONES DEL INTRADIARIO Horarios

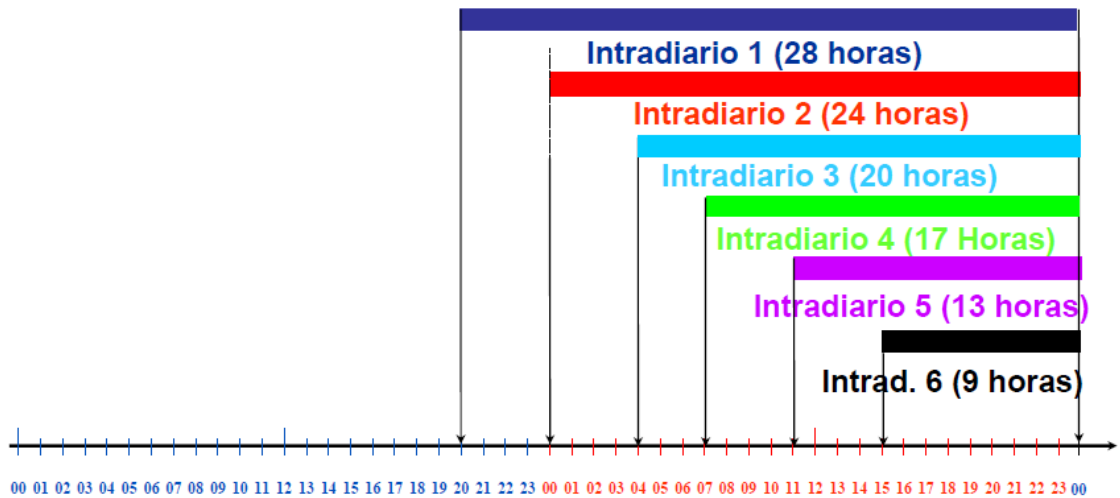


Figura 4. 11: Distribución de las sesiones del mercado intradiario

Dentro de los mercados intradiarios, el operador del sistema (REE), gestiona las siguientes actividades, todas ellas recogidas dentro de la “Resolución de 30 de julio de 1998 de la Secretaría de Estado de Energía y Recursos Minerales, por la que se aprueba un conjunto de procedimientos de carácter técnico e instrumental, necesarios para realizar la adecuada gestión técnica del sistema eléctrico”, modificada por la “Resolución de 17 de marzo de 2004 de la Secretaría de Estado de Desarrollo Industrial y Pequeña y Mediana Empresa, por la que se modifican un conjunto de procedimientos de carácter técnico e instrumental necesarios para realizar la adecuada gestión técnica del sistema eléctrico”:

- 1) Resolución de restricciones técnicas: Cuyo objetivo es identificar y resolver las restricciones técnicas en el SEP que se derivan en los programas de funcionamiento casados en el mercado diario (PBDF), en cada una de las sesiones del mercado intradiario, además de las que puedan identificarse en la operación en tiempo real.
Una vez introducidas estas restricciones en el PBDF, se obtiene el “Programa Diario Viable Provisional” (PDVP).
- 2) Servicios complementarios: Su objetivo es asegurar la fiabilidad y seguridad del sistema, y es ofrecido por los generadores. Entre estos servicios se encuentran (anexo II):
 - a) Servicios de regulación frecuencia-potencia
 - i) Regulación primaria
 - ii) Regulación secundaria
 - iii) Regulación terciaria
 - b) Servicio de control de tensión de la red de transporte
 - c) Reposición de servicio

- 3) Gestión de desvíos: Su objetivo es resolver los desvíos entre generación y demanda que pudieran aparecer entre la actuación efectiva de una sesión intradiaria y la siguiente. Se suele actuar cuando los desvíos son superiores a los 300MWh, y actúa sin utilizar las reservas de regulación secundaria y terciaria (también se recoge dentro de los procedimientos operativos).

De esta forma, una vez obtenida el programa diario viable provisional (PDVP), se produce la casación oferta-demanda, con la regulación necesaria para cada sesión del mercado intradiario, como se representa en la siguiente figura:

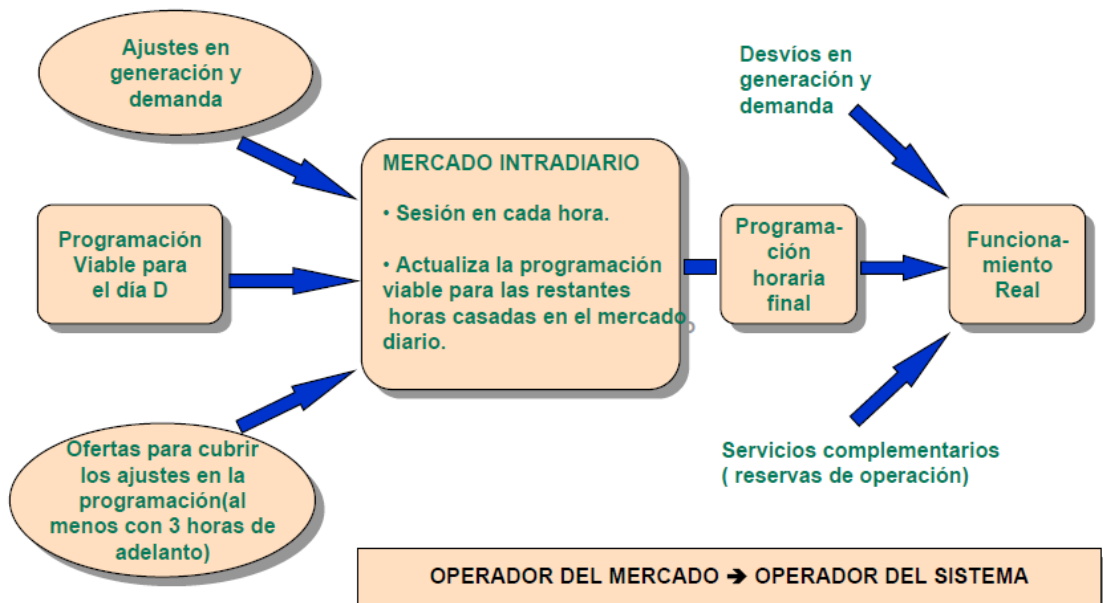


Figura 4. 12: Ajuste intradiario de la programación de producción energética

4.2.3- Retribución percibida por los centros de generación

Para comprender el sistema de retribución de la venta de energía en el mercado (excluimos los contratos bilaterales ya que sus condiciones son pactadas entre la parte contratante y la parte contratada) desde la entrada en vigor del RD 661/2007, hasta la entrada en vigor del RD-ley 1/2012, es necesario en primer lugar, distinguir entre productores de energía en régimen especial, y productores en régimen ordinario.

Así, se entiende por productores en régimen especial, a aquellos productores con una potencia instalada igual o inferior a 50MW, con las siguientes características:

- 1) Que utilicen como energía primaria fuentes de energía renovables.

- 2) Autoprodutores que utilicen cogeneración u otras formas de producción de electricidad asociadas a actividades no eléctricas, siempre que supongan un alto rendimiento.
- 3) Que utilicen como energía primaria residuos no renovables.
- 4) Instalaciones de tratamiento y reducción de residuos de los sectores agrícola, ganadero y de servicios, con una potencia instalada igual o inferior a 25 MW, cuando supongan un alto rendimiento.

El desglose de estos centros de generación en categorías y grupos, se puede encontrar en el artículo 2 del RD 661/2007.

El resto de productores, se consideran en régimen ordinario.

Si una central de generación en régimen ordinario vuelca a la red una cantidad de energía pactada en el mercado, la retribución percibida por KW volcado a la red, será la correspondiente al precio fijado en la casación de oferta-demanda, de acuerdo a lo expuesto en los artículos 21 a 26 de la Ley 54/1997.

Sin embargo, para aquellas instalaciones, con las características necesarias, que se acojan al régimen especial, existe un sistema de primas que complementan el precio de la energía. Así, un productor energético adscrito al régimen de generación especial tiene la opción, por periodos no inferiores a un año, de:

- 1) Ceder la electricidad al sistema a través de la red de transporte o distribución, percibiendo por ella una tarifa regulada, única para todos los periodos de programación, expresada en céntimos de euro por kilovatio hora.
- 2) Vender la electricidad en el mercado de producción de energía eléctrica. En este caso, el precio de venta de la electricidad será el precio que resulte en el mercado organizado o el precio libremente negociado por el titular o el representante de la instalación, complementado, en su caso, por una prima en céntimos de euro por kilovatio hora.

Con respecto a las primas, es necesario decir que existen unas primas para ciertas instalaciones en régimen ordinario, como son las centrales de producción que utilizan fuentes de energía renovables, no consumibles y no hidráulicas, biomasa, biogás, residuos agrícolas, ganaderos o de servicios con potencias instaladas superiores a los 50 MW.

Para ciertas tecnologías de generación en régimen especial, pertenecientes a la categoría b), estas primas son variables en función del precio del mercado de referencia. En este caso, las primas tienen un valor máximo y un valor mínimo con respecto a la suma del precio del mercado de referencia, y de la prima de referencia, mientras que para el resto de casos, es

la prima de referencia el valor a aplicar en el cálculo de la retribución (actualizada para cada periodo).

Además del valor de la tarifa regulada y de la prima, que se actualizan de forma trimestral o anual (según la categoría y grupo), en base a los valores de referencia de los índices de precios de combustibles (anexo VI del RD 661/2007), y del IPC; los productores en régimen especial percibían diversos tipos de complementos en base al tipo de contrato y la potencia instalada. Así tendríamos:

- 1) Complemento por eficiencia C_{ef} : Todas las instalaciones en régimen especial, y aquellas cogeneraciones con potencia instalada mayor de 50 MW e igual o inferior a 100 MW, tienen derecho a este complemento, siempre que puedan acreditar un rendimiento eléctrico equivalente mínimo superior al marcado por el tipo de tecnología, aplicable sólo a la energía cedida a través de la red de transporte o distribución. Dicho complemento se calcula como $C_{ef} = 1,1 \times (1/REE_{min} - 1/REE_i) \times Cmp$ Con
 - a) Cmp = coste de la materia prima (c€/KWh_{PCS}).
 - b) REE_{min} = Rendimiento eléctrico equivalente mínimo exigido (anexo I del RD 661/2007).
 - c) REE_i = Rendimiento eléctrico equivalente acreditado por la instalación durante el año (cálculo en anexo I del RD 661/2007).
- 2) Complemento por energía reactiva C_Q : Aplicable a todas las instalaciones en régimen especial, que fue modificada en el RD 1565/2010 y establece un rango de referencia obligatorio para el factor de potencia, entre el 0,98 inductivo y el 0,98 capacitivo.

De esta forma, se bonifica a las instalaciones con un f.d.p. dentro del rango obligatorio con un 4% sobre el valor de la energía volcada, mientras que si no se está en el mismo, se penaliza con un 3% sobre el valor de la energía volcada.
- 1) Complemento por discriminación horaria C_{DH} : Las instalaciones generadoras de energía en régimen especial, de categorías a), b4, b5, b6, b7 y b8, que vendan su energía según una tarifa regulada, pueden solicitar de forma voluntaria acogerse al régimen de discriminación horaria. En este caso, su tarifa regulada correspondiente se modificaría, con un factor multiplicativo de 1,0462 en horas punta, y de 0,967 en horas valle.

Los cambios de horario a horario de verano y viceversa, coincidan con la fecha del cambio oficial de hora, siendo:

Invierno		Verano	
Punta	Valle	Punta	Valle
11-21 h	21-24 h y 0-11 h	12-22h	22-24 h y 0-12 h

Tabla 4. 1: Periodos de punta y valle, según la época de tarificación

- 2) Garantía de potencia C_{GP} : Este complemento es aplicable a todas las instalaciones acogidas al régimen especial, que vendan la energía a precios de mercado, a excepción de las que utilicen fuentes de energía no gestionables. Posee un valor aproximado de unos $2\text{€}/\text{MW}_{\text{instalado}}$ y por cada hora.
- 3) Desvíos P_{desv} : Se abona, en concepto de penalización, el valor de la cantidad de energía desviada (diferencia entre la energía contratada y la que realmente se vuelca a la red). Si el productor se escoge la opción de tarifa regulada, existe un margen del $\pm 20\%$ en energía solar y eólica, y un $\pm 5\%$ en el resto de tecnologías; si por el contrario se acoge a la venta en el mercado, los desvíos funcionan como si se tratara de un productor en régimen ordinario.

Hay que comentar que la “prima” y el complemento por “garantía de potencia”, se unificaron a partir de la entrada en vigor del RD 222/2008. De esta forma, antes de la entrada en vigor del RD- ley 1/2012, un productor en régimen especial, podía obtener una retribución por volcar energía a la red eléctrica según las siguientes fórmulas:

- 1) Por venta a tarifa regulada: $P_{TR} = Valor_{tarifa_regulada} \pm C_{ef} \pm C_Q \pm C_{DH} - P_{desv}$
- 2) Por venta en el mercado: $P_M = Valor_{casación_mercado} + [Prima + C_{GP}] \pm C_{ef} \pm C_Q - P_{desv}$

A partir de la entrada en vigor de dicha ley, se suspenden los incentivos económicos y el procedimiento de preasignación de retribución, para las nuevas instalaciones que:

- 1) Instalaciones de régimen especial que a fecha de 27 de enero de 2012 no hubieran resultado inscritas en el Registro de preasignación de retribución previsto en el artículo 4.1 del Real Decreto-ley 6/2009, de 30 de abril, por el que se adoptan determinadas medidas en el sector energético y se aprueba el bono social.
- 2) Instalaciones de régimen especial de tecnología fotovoltaica que a fecha de 27 de enero de 2012 no hubieran resultado inscritas en el Registro de preasignación de retribución previsto en el artículo 4.1 del Real Decreto 1578/2008, de 26 de septiembre, de retribución de la actividad de producción de energía eléctrica mediante tecnología solar fotovoltaica para instalaciones posteriores a la fecha límite de mantenimiento de la retribución del Real Decreto 661/2007, de 25 de mayo, para dicha tecnología.

- 3) Instalaciones de régimen ordinario que a fecha de 27 de enero de 2012 no dispusieran de autorización administrativa otorgada por la Dirección General de Política Energética y Minas.

De esta forma, la ley suprime las tarifas reguladas, las primas, los complementos por eficiencia y complementos por energía reactiva para dichas instalaciones.

4.3- Tecnologías de generación

4.3.1- Introducción

Si basamos la clasificación de las tecnologías de generación eléctrica en sus fuentes de energía primarias, se podría obtener la siguiente clasificación:

- 1) Energías renovables
 - a) Solar, y sus derivadas:
 - i) Solar térmica
 - ii) Solar fotovoltaica
 - iii) Eólica
 - iv) Hidráulica
 - v) Maremotérmica
 - vi) Energía de las olas
 - vii) Biomasa
 - b) Geotérmica
 - c) Maremotriz
- 2) Energías no renovables
 - a) Carbón
 - b) Petróleo y derivados
 - c) Gas Natural
 - d) Energía nuclear

Cada una de estas fuentes de energía se asocia a una o varias tecnologías de generación, por lo que, para evitar extendernos inútilmente centraremos nuestra atención en comentar los detalles básicos de las tecnologías de generación escogidas como alternativas en este proyecto, es decir:

- 1) Energía Solar fotovoltaica
- 2) Solar termoeléctrica
- 3) Eólica
- 4) Minihidráulica (potencia instalada ≤ 10 MW)

- 5) Gas Natural (Micro-cogeneración, Micro-trigeneración).
- 6) Energía de la biomasa

Como conceptos previos, se debe definir qué se entiende por energía renovable y no renovable.

Se entiende por energía renovable, aquella fuente de energía que se considera inagotable a escala de consumo humana porque, o bien existen unas reservas tan grandes que no se puede prever su agotamiento, o bien se regenera a un ritmo mayor del que se consumen. Por tanto, las fuentes de energía no renovable son aquellas que no cumplen estas condiciones, es decir, aquellas cuyas reservas son finitas, e inevitablemente se agotarán en uno u otro momento.

Otro concepto interesante es el de energías generación de gestionables y no gestionables. Según el RD 661/2007, una generación no gestionable es “aquella cuya fuente primaria no es controlable ni almacenable y cuyas plantas de producción asociadas carecen de la posibilidad de realizar un control de producción siguiendo las instrucciones del operador del sistema sin incurrir en un vertido de energía primaria, o bien la firmeza de la previsión de la producción futura no es suficiente para que pueda considerarse como programa”.

Las energías consideradas como no gestionables por dicho RD, son la energía solar (térmica y fotovoltaica), eólica, maremotérmica, geotérmica, de las olas y las mareas, y de ciertos tipos de instalaciones hidráulicas (fluyentes), con potencia instalada inferior a 50 MW, considerándose el resto gestionables, con diferentes grados de flexibilidad en la operación.

Esta puntualización es importante porque es necesario un mínimo de potencia instalada basada en fuentes de energía gestionables, que varíen su régimen de producción, a fin de mantener en todo momento el equilibrio entre generación y consumo. Típicamente, las centrales que más capacidad de regulación tienen son las de ciclo combinado e hidráulicas en régimen ordinario.

Se pasará a continuación a describir un elemento clave de la generación eléctrica, el alternador, y posteriormente se comentarán las tecnologías de generación energética contempladas en este proyecto, divididas en dos tipos:

- 1) Tecnologías que requieren un ciclo termodinámico
- 2) Tecnologías que no requieren un ciclo termodinámico

4.3.2- El alternador. [21] a [26]

El elemento clave para realizar la transformación en energía eléctrica es el alternador. Los alternadores propios de las instalaciones de cierta potencia son generadores síncronos que, a partir de una pequeña corriente proporcionada por una excitatriz, y un par mecánico en el eje proporcionado por la fuente de energía primaria, son capaces de generar unas corrientes eléctricas de salida del orden de las decenas de KA, generando potencias que, en el caso de las grandes centrales pueden llegar a los 1500 MVA.

Según su forma constructiva, nos encontramos con dos tipos básicos de generadores; los generadores de polos salientes, y los generadores de rotor cilíndrico (liso).

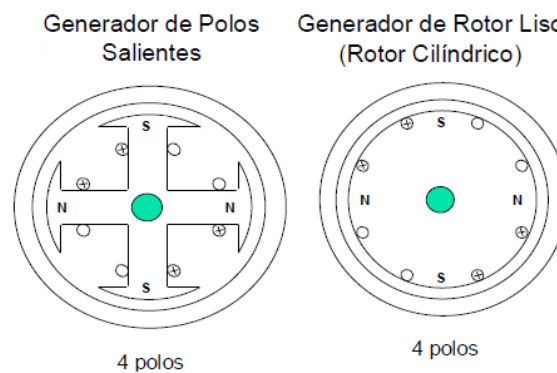
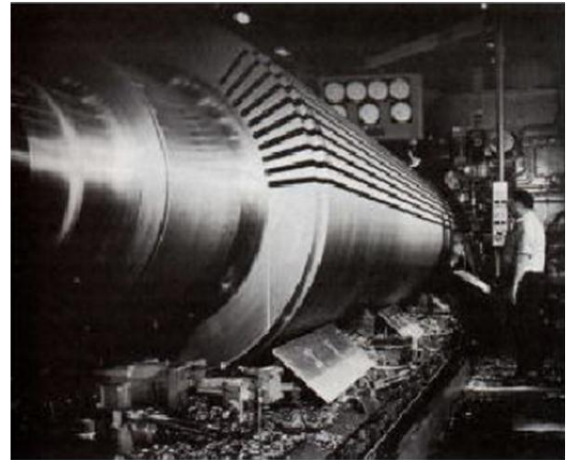


Figura 4. 13: Tipos constructivos de rotor en generadores síncronos

Los generadores de polos salientes son utilizados en centrales donde la velocidad de giro del rotor es relativamente baja (centrales hidráulicas, aerogeneradores), ya que su mayor rendimiento se alcanza en esos regímenes de giro, mientras que los generadores de rotor cilíndrico, también conocidos como turboalternadores, suelen utilizarse en centrales en las que se consiguen un régimen de giro alto (ciclos térmicos) por el mismo motivo.



a)



b)

Figura 4. 14: Topología de generadores síncronos. a) rotor polos salientes, b) rotor polos lisos

4.3.2.1- Principio de funcionamiento y partes

Las máquinas síncronas, al igual que el resto de máquinas eléctricas, están formadas por dos devanados independientes:

- 1) Un devanado inductor, alimentado por corriente continua, que da lugar a los polos de la máquina.
- 2) Un devanado inducido, que forma un arrollamiento trifásico, por donde circulará corriente alterna.
- 3) Una parte móvil, denominada Rotor (que aloja el devanado inductor, en este tipo de máquinas).
- 4) Una parte fija, denominada Estator (que aloja el devanado inducido, en este tipo de máquinas).
- 5) Un eje solidario al rotor (en régimen generador, este eje recibe el par de giro de una fuente externa, para generar una corriente eléctrica).
- 6) Una carcasa de protección unida al bastidor.
- 7) Un sistema de sistema de anillos rozantes para transmitir corriente continua al inductor.

A su vez, el generador está incluido dentro del “sistema de excitación”, cuyos elementos para motores de gran potencia, a parte del generador, son (todos ellos montados sobre el mismo eje), excitatriz principal y excitatriz piloto.

De esta forma, en el sistema de excitación clásico, la corriente de excitación de la excitatriz principal, provenía de la excitatriz piloto, siendo esta

un generador síncrono, cuyo rotor no estaba bobinado, sino que produce un campo de excitación con imanes permanentes (dinamo).

La excitatriz principal, a su vez era otro generador síncrono, con la particularidad de que su devanado inductor estaba alojado en el estator, y el devanado inducido, alojado en el rotor. La salida en alterna de esta excitatriz, era introducida en el inductor del generador, a través de un colector, que le proporcionaba una corriente continua.

Con esta corriente, y el movimiento proporcionado al eje mediante una fuente externa, se tienen todos los elementos para generar en el inducido una corriente alterna.

En los sistemas actuales, se sustituyen las escobillas por rectificadores, a base de diodos en puente trifásicos, gracias al avance de la electrónica de potencia.

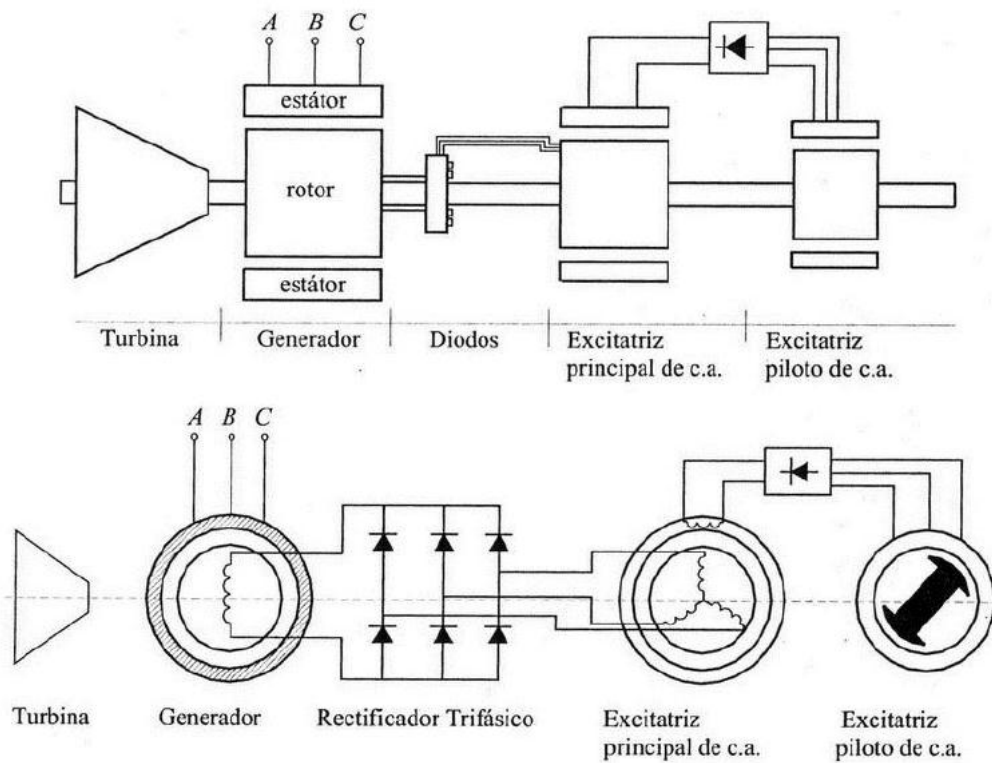


Figura 4. 15: Esquema de sistema de excitación moderno

Básicamente, cada par de polos del inductor, generan gracias a la corriente continua que circula por ellos un flujo magnético. Este flujo magnético crea por inducción una fuerza electromotriz alterna, con frecuencia proporcional a la velocidad de giro del inductor.

Por tanto, si tenemos un par de polos en el rotor, que generan un flujo magnético permanente, proporcional a la corriente continua de excitación I_e , y

al número de espiras del arrollamiento del inductor N (suponiendo una reluctancia magnética constante), tal como $\phi_{exc} = KNI_e$. Este flujo magnético varía con respecto a cada polo del estator conforme al ángulo geométrico que conforman dos ejes orientados en la dirección positiva de los polos comentados, es decir, que el inducido percibe el flujo del inductor como $\phi = \phi_{exc} \cdot \cos \theta = KNI_e \cdot \cos \theta$

Por la ley de Faraday-Lenz, se obtiene una fuerza electromotriz en el inducido, tal como:

$$e_0 = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(KNI_e \cdot \cos \theta)}{dt} = KNI_e \cdot \sin \theta \cdot \frac{d\theta}{dt} = KNI_e \cdot \sin \theta \cdot \omega$$

En donde ω es la velocidad de giro del rotor.

Si queremos calcular el valor efectivo de esta fuerza electromotriz, integramos dicha fuerza en un semiperiodo, y dividimos por el mismo; es decir:

$$E_f = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} e_0 \cdot dt = -\frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{d\phi}{dt} \cdot dt = \frac{4K'}{T} \phi_{max} = 4fK' \phi_{max}$$

En donde f representa la frecuencia, y la nueva constante K' , engloba, no sólo el número de espiras del inductor, el valor de reluctancia magnética media, o diversos factores numéricos, sino que también incluye los efectos de la construcción física del generador, de los cuales, los más importantes son:

- 1) Factor de forma (k_f): Este factor tiene en cuenta que en realidad, el flujo en el entrehierro no tiene una forma exactamente senoidal (con el objetivo de minimizar este efecto, en construcciones de tipo rotor de polos salientes se moldea la parte final del polo de forma que el entrehierro crezca desde el centro del polo hasta sus extremos, de manera que al variar gradualmente la reluctancia, se consiga un flujo con la forma lo más senoidal posible).
- 2) Factor de distribución (k_d): Este factor tiene en cuenta los efectos de un devanado distribuido (real), frente a un devanado concentrado (ideal).
- 3) Factor de paso o acortamiento (k_a): Este factor tiene en cuenta los el hecho de que, por razones constructivas, el polo norte y el polo sur de un arrollamiento están generalmente acortados (es decir, su ángulo eléctrico es algo menor de 180°).

Finalmente es necesario remarcar, que si el rotor tiene un número p de pares de polos, se cumple que para un ciclo mecánico (un giro completo del eje), se obtienen p ciclos eléctricos, es decir que $\theta = \frac{\theta_e}{p}$, por lo que:

$$p \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta_e}{dt} \rightarrow p\omega = \omega_e \rightarrow n \frac{2\pi}{60} p = 2\pi f \rightarrow n \frac{p}{60} = f$$

Esta ecuación refleja que la frecuencia en la corriente de salida de estas máquinas, se relaciona con su velocidad de giro, a través del número de pares de polos, de forma que para generar corriente a la frecuencia de red, los alternadores deben girar a velocidades fijas (velocidades de sincronismo), marcadas por el número de pares de polos.

4.3.2.2- Circuitos equivalentes, y ecuaciones de potencia en funcionamiento normal

Para simplificar el estudio de estas máquinas, se pueden utilizar circuitos eléctricos equivalentes, de forma que, una vez fijado el flujo inductor, se puede representar el circuito equivalente por fase del inducido, atendiendo a la forma del rotor, como sigue:

Para rotor liso:

Si suponemos inicialmente el generador en vacío, tendremos el siguiente circuito:

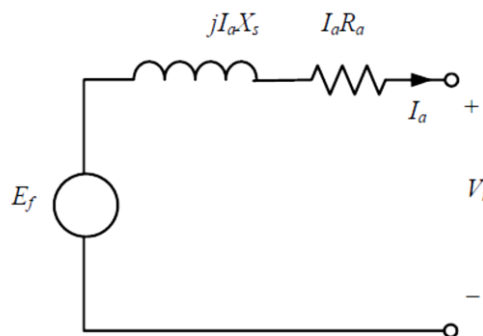


Figura 4. 16: Circuito equivalente de alternador con rotor de polos lisos

En donde son:

- 1) E_f : Fuerza electromotriz inducida, en valor eficaz.
- 2) I_a : Corriente inducida, que en vacío sería nula.
- 3) X_s : Reactancia síncrona, que se compone de dos términos,
 - a) Reactancia magnetizante (X_{mag}), que tiene en cuenta las líneas de campo magnético que enlazan al inductor y al inducido.
 - b) Reactancia de dispersión (X_{disp}), que tiene en cuenta las líneas de campo magnético, que salen y regresan al inductor, sin enlazar con el inducido (en régimen estacionario son despreciables frente a la reactancia magnetizante, sin embargo, en cortocircuito, el valor de la reactancia magnetizante decae a

valores ínfimos, de forma que el valor de la reactancia síncrona en estos casos, es aproximadamente igual al valor de la reactancia de dispersión).

- 4) R_a : Resistencia equivalente del inducido (generalmente es de un valor muy inferior al de la reactancia síncrona).

Si trabajamos en vacío, la corriente en el inducido será nula, y la tensión en bornes de la máquina coincidirá con la fuerza electromotriz. Sin embargo, si conectamos una carga, la tensión en bornes de la máquina se modifica, según el siguiente diagrama fasorial, en donde se han supuesto una conexión con una carga con impedancia compleja, y un cierto factor de potencia inductivo. Esta variación en la tensión en bornes es debida a la reacción de inducido:

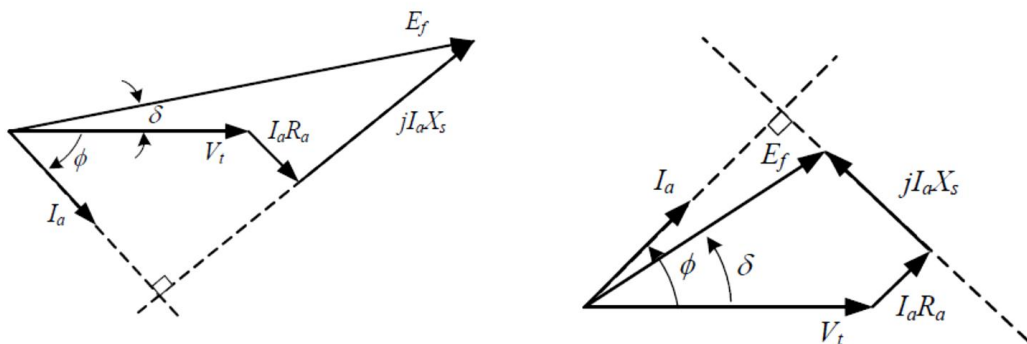


Figura 4. 17: Diagrama fasorial de un generador con polos lisos. Izquierda: Sobrecitado. Derecha: Subexcitado

En este diagrama de fasores podemos observar los diferentes modos de funcionamiento en régimen generador ($\delta > 0$), de manera que, si el generador produce potencia activa y reactiva, se dice que está sobrecitado, mientras que si produce potencia activa, absorbiendo potencia reactiva, se dice que está subexcitado.

El ángulo δ , entre fuerza electromotriz, y tensión en bornes de la máquina síncrona, es tremendamente importante, ya que marca el límite de estabilidad estático de la máquina, y el modo de operación, como veremos.

Así, la segunda ley de Kirchoff para este circuito equivalente, nos da la ecuación:

$$\bar{E}_f = \bar{V}_t + jX_s\bar{I}_a + R_a\bar{I}_a$$

Para el despeje de las ecuaciones de potencia, teniendo en cuenta la ecuación anterior, y las relaciones trigonométricas del diagrama fasorial, obtenemos, suponiendo que R_a es despreciable en comparación con X_s :

$$1) P = Re(\bar{V}_t \cdot \bar{I}_a^*) = \frac{\bar{V}_t \bar{E}_f}{X_s} \sin \delta$$

$$2) \quad Q = \text{Im}(\bar{V}_t \cdot \bar{I}_a^*) = \frac{\bar{V}_t}{X_s} [\bar{E}_f \cos \delta - \bar{V}_t]$$

Para rotor de polos salientes:

En el caso de rotor de polos salientes, el análisis es idéntico al caso anterior, con la salvedad de que en este caso, el entrehierro, y por tanto la reluctancia magnética cambia notablemente. Suponiendo aplicable el principio de linealidad, el caso de rotor de polos salientes se suele estudiar a partir de la teoría de las dos componentes (A. Blondel 1922), en donde se supone que la reacción de inducido se puede descomponer en dos partes, una en dirección del eje longitudinal (eje directo), y otra en dirección perpendicular (eje en cuadratura).

Así, el diagrama fasorial para una máquina de polos salientes en régimen generador queda como:

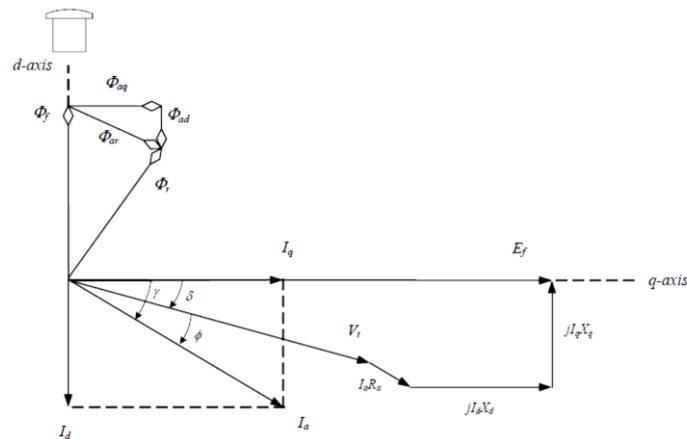


Figura 4. 18: Diagrama fasorial de un generador con polos salientes

De igual forma, la segunda ley de Kirchoff, nos da la siguiente relación:

$$\bar{E}_f = \bar{V}_t + jX_d \bar{I}_d + jX_q \bar{I}_q + R_a \bar{I}_a$$

Además, por trigonometría, se tiene que:

$$3) \quad I_d = I_a \text{ sen } \gamma$$

$$4) \quad I_q = I_a \text{ cos } \gamma$$

En donde los parámetros son los mencionados en rotor de polos lisos, con la diferencia de que las componentes con subíndice *d*, están orientadas en dirección del eje directo, y las componentes con subíndice *q*, están orientadas en dirección del eje transversal.

De esta forma, según el diagrama fasorial, las componentes de la potencia, se pueden calcular como:

- 1) $P = V_t I_a \cos \phi = V_t I_a \cos(\gamma - \delta) = V_t I_a [\cos \gamma \cos \delta + \sin \gamma \sin \delta] = V_t [I_q \cos \delta + I_d \sin \delta]$
- 2) $Q = V_t I_a \sin \phi = V_t I_a \sin(\gamma - \delta) = V_t I_a [\sin \gamma \cos \delta - \cos \gamma \sin \delta] = V_t [I_d \cos \delta - I_q \sin \delta]$

Del diagrama fasorial, obtenemos también las siguientes relaciones:

- 3) $I_q = \frac{V_t}{X_q} \sin \delta$
- 4) $I_d = \frac{E_f - V_t \cos \delta}{X_d}$

Integrando estas últimas ecuaciones, en las ecuaciones de potencia, se obtiene las expresiones para la potencia activa y reactiva:

$$P = \frac{V_t E_f}{X_d} \sin \delta + \frac{V_t^2}{2} \sin 2\delta \left[\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right]$$

$$Q = \frac{V_t E_f}{X_d} \cos \delta - V_t^2 \left[\frac{\cos^2 \delta}{X_d} + \frac{\sin^2 \delta}{X_q} \right]$$

En ambos casos, para calcular el par eléctrico, no hay más que utilizar la relación $T = \frac{P}{\omega}$.

4.3.2.3- Límites de estabilidad y zonas de actuación

Al hablar de límites de estabilidad de un generador, nos referimos al comportamiento de éste frente a pequeñas perturbaciones de tipo transitorio. De esta forma, dadas las ecuaciones de potencia activa y reactiva, calculadas en el apartado anterior, es posible graficar las zonas que marcan el límite del funcionamiento estable de la máquina síncrona, así como los límites de operación prácticos de dichas máquinas.

4.3.2.3.1- Estabilidad de los generadores

En este apartado se describen las zonas de estabilidad de los generadores, y su actuación frente a perturbaciones pequeñas, tanto en amplitud como en duración temporal. La descripción de la regulación del sistema de generación eléctrica frente la variación de cargas de carácter temporalmente indefinido, se encuentra en el anexo II.

Dado que las ecuaciones de potencia son diferentes según el tipo de rotor, también estas zonas de operación lo serán, por lo que podemos realizar la misma separación que en el apartado anterior.

Así tendremos:

Para rotor liso:

Si observamos la ecuación de potencia activa-ángulo para este tipo de rotor, vemos que la potencia activa, varía de forma senoidal con el ángulo δ .

Para explicar los límites del funcionamiento estable, hay que tener en cuenta que los generadores de las centrales se conectan al sistema eléctrico para volcar energía. Este sistema eléctrico puede entenderse como una red de potencia infinita, por lo que se puede suponer que la tensión en bornes de la máquina, y la frecuencia de la corriente en el inducido, son constantes e impuestas por la red de potencia infinita. De esta forma, la velocidad de sincronismo también permanecerá constante, siendo el par eléctrico resistente del generador proporcional a la potencia activa.

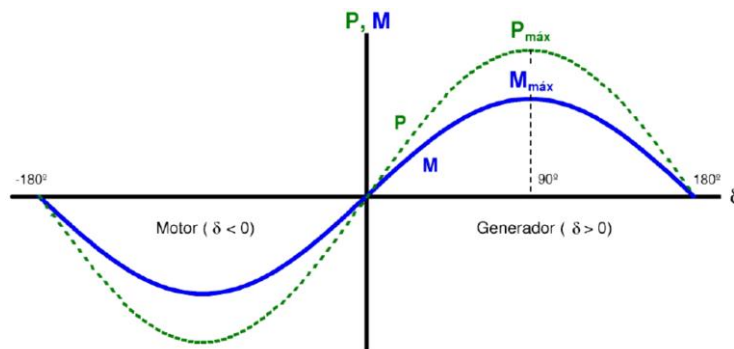


Figura 4. 19: : Curva de funcionamiento máquina síncrona de polos lisos

Con estas consideraciones, el ángulo δ coincidirá con el ángulo físico entre la posición del rotor, y un punto que gira a la velocidad de sincronismo correspondiente al generador funcionando en vacío ($\delta = 0$).

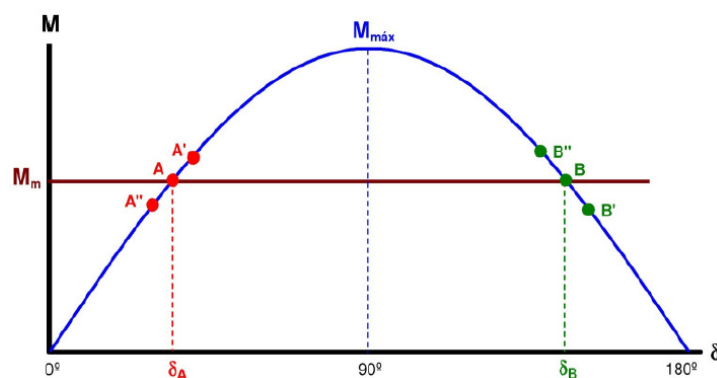


Figura 4. 20: Curva de par-ángulo para generador de polos lisos

Si partiendo del funcionamiento en vacío, se aumenta el par mecánico en el rotor por algún tipo de perturbación transitoria, se produce una pequeña

variación en la velocidad de giro del mismo, pasando el rotor de la posición A, a la posición A'. Esto provoca que el desfase entre el rotor, y el eje que gira a la velocidad de sincronismo aumente en un ángulo $\Delta\delta$, de manera que aumenta por eléctrico resistente en el rotor, frenando el mismo hasta volver a la velocidad de sincronismo, es decir, hasta volver al punto A. De la misma forma, si la perturbación reduce la velocidad de giro del rotor, pasando del punto A, a l punto A'', el desfase del ángulo δ en este caso producirá un par eléctrico motor que aumentará la velocidad de giro del rotor, hasta volver al punto A (velocidad de sincronismo).

Por tanto, el punto A (relacionado con la velocidad de sincronismo), es un punto de funcionamiento estable.

El caso del punto B, es diferente. En este caso, si se produce una pequeña perturbación transitoria de forma que aumente la velocidad de giro, pasando del punto B al B', se produce nuevamente un desfase $\Delta\delta$, sin embargo en este caso, el par electromagnético producido no es resistente sino motor, con lo que el rotor aumenta su velocidad sin control, pudiendo alcanzar regímenes de giro peligrosos. De la misma forma, si se produce una perturbación transitoria tal que se reduzca la velocidad de giro, pasando el rotor del punto B al punto B'', se produce un par electromagnético resistente, de forma que no solo no atenúa la perturbación, sino que se produce un frenado de la máquina.

Por tanto, en generadores de rotor liso, puede distinguirse la zona de funcionamiento estable como aquella en la que $0 \leq \delta \leq \frac{\pi}{2}$, y la zona de funcionamiento inestable como aquella en la que $\frac{\pi}{2} \leq \delta \leq \pi$.

Para rotor de polos salientes:

En el rotor de polos salientes, las consideraciones hechas en el rotor de polos lisos son igualmente válidos, con la salvedad de que su ecuación potencia ángulo posee dos componentes, una que varía senoidalmente con δ (cuyo par asociado se denomina par electromagnético), y otra que varía en función del ángulo doble 2δ (cuyo par asociado se denomina par de reluctancia).

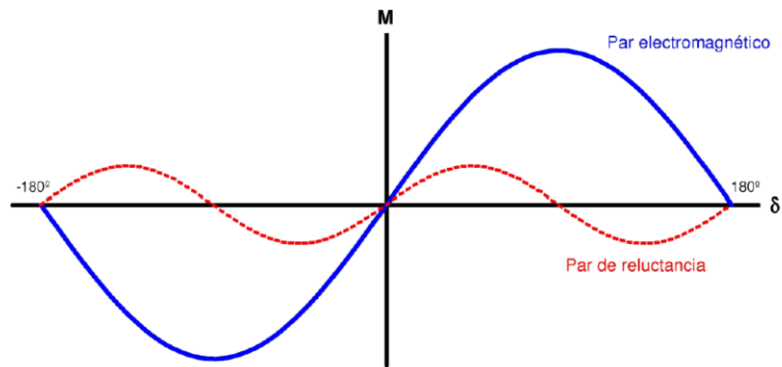


Figura 4. 21: Curva de funcionamiento máquina síncrona de polos salientes

La curva de par, resultado de la suma de las dos componentes mencionadas, alcanza su par máximo (y su límite de estabilidad) para un ángulo $\delta < \frac{\pi}{2}$. Sin embargo, la componente de reluctancia suele ser despreciable en comparación con la componente de par electromagnético, por lo que se suele fijar este límite en $\frac{\pi}{2}$.

4.3.2.3.2- Zonas de operación

Con respecto a las zonas de operación prácticas, si nos centramos en un rotor de polos lisos, si realizamos un gráfico Potencia activa-Potencia reactiva, observamos que describe una circunferencia de radio $\frac{\bar{V}_t \bar{E}_f}{X_s}$, y centro en el punto $(0, \frac{\bar{V}_t^2}{X_s})$, del cual, la semicircunferencia correspondiente a una potencia activa positiva es la zona ideal de operación de un generador síncrono.

Sin embargo existen ciertas limitaciones prácticas que reducen esta área de operación, como son:

- 1) El límite de estabilidad estático que acabamos de comentar ($0 \leq \delta \leq \frac{\pi}{2}$)
- 2) El máximo calentamiento del rotor (función de I_a)
- 3) El máximo calentamiento del estator(función de I_f)

De esta forma, para el rotor de polos lisos, se obtiene un área de operación limitada por las curvas remarcadas.

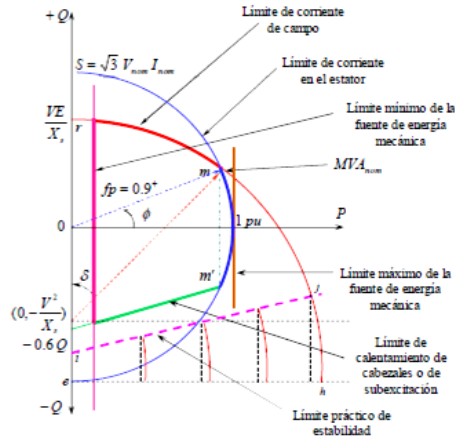


Figura 4. 22: Área de operación real de un generador de polos lisos, según diversos condicionantes

Lo comentado anteriormente, es aplicable al rotor de polos salientes, sin embargo, la representación gráfica resulta un poco más complicada, debido a la formulación más compleja de sus ecuaciones de potencia. De esta forma, si reformulamos las ecuaciones de potencia como:

$$1) \bar{S} = A + B + C$$

Con:

$$2) A = -j \frac{V_t^2}{2} \left[\frac{1}{X_q} + \frac{1}{X_d} \right]$$

$$3) B = \frac{V_t^2}{2} \left[\frac{X_d - X_q}{X_q X_d} \right] \cdot [\text{sen } 2\delta + j \text{cos } 2\delta]$$

$$4) C = \frac{V_t E_f}{X_d} [\text{sen } \delta + j \text{cos } \delta]$$

Se puede graficar el área de operación práctica como el área encerrada entre las siguientes curvas:

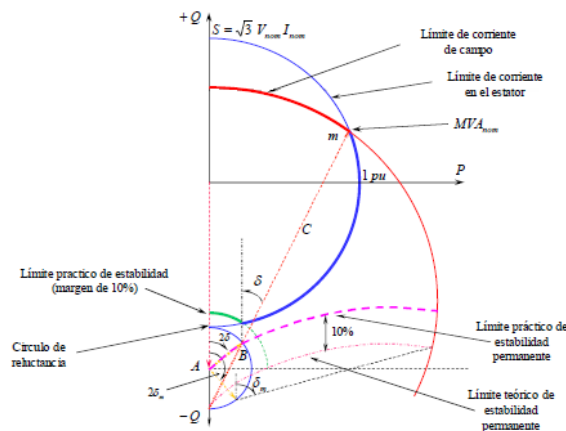


Figura 4. 23: Área de operación real de un generador de polos salientes, según diversos condicionantes

4.3.2.4- Conexión del alternador a la red de potencia

Por último, es necesario comentar que los generadores síncronos, no se conectan directamente al sistema eléctrico, sino que necesariamente, hay que igualar las condiciones de funcionamiento del generador a conectar, con las condiciones de dicha red. Este proceso se conoce con el nombre de “sincronización”, y de no realizarse se corre el peligro de un deterioro irreversible del generador, o grupo de generadores a conectar.

En este proceso de sincronización, se pretende conseguir que:

- 1) El nivel de tensión en bornes del generador sea el mismo que en el punto de conexión.
- 2) La frecuencia de la corriente generada sea la misma que la frecuencia de red
- 3) La tensión de salida del generador esté en fase con la tensión en el punto de conexión

El no cumplimiento de estas condiciones a la hora de realizar la conexión produciría un nivel de armónicos, y una corriente de tal magnitud en el devanado del generador, que pondría en peligro la integridad física del mismo.

Para comprobar la primera condición se suelen disponer de tres o más voltímetros, para que, midiendo la tensión de red, se pueda ajustar la excitación del generador hasta alcanzar la igualdad de tensiones buscada.

Aunque en la actualidad existen métodos más sofisticados, los métodos clásicos para comprobar la igualdad de fases y de frecuencia son los siguientes:

- 1) Conectar a cada generador un motor de inducción: Si estos giran en el mismo sentido y con la misma velocidad, existe igualdad de fases y de frecuencias.
- 2) Método de las tres lámparas: En este método, se conecta entre cada fase del generador y de la línea una lámpara, de forma que si estas se encienden lentamente y al mismo tiempo, las tensiones de generador y red están en fase; si por el contrario cada lámpara se enciende en instantes diferentes, la fase del generador no coincidirá con la de red, de forma que es necesario alterar la disposición de las conexiones hasta conseguir la igualdad de fases. Por otra parte, si las lámparas se apagan al mismo tiempo, se puede decir que existe la misma frecuencia de fases, y, si por el contrario tienen diferente velocidad de encendido-apagado, se deberá regular la velocidad de giro del generador hasta conseguir dicha igualdad entre frecuencias.

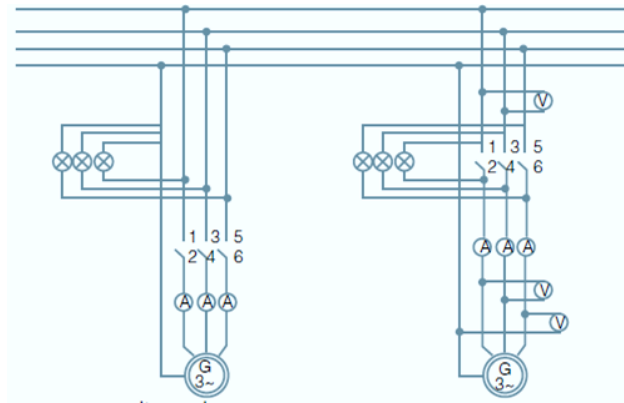


Figura 4. 24: Sincronización de generadores mediante el método de las tres lámparas

4.3.3- Tecnologías que requieren ciclos termodinámicos para la generación de energía eléctrica. [20] y de [27] a [45]

Dentro de este apartado se pueden englobar las alternativas denominadas como:

- 1) Solar termoeléctrica
- 2) Energía de la biomasa
- 3) Micro-cogeneración
- 4) Micro-trigeneración

Todas estas alternativas se basan en ciclos termodinámicos para producir el par de giro necesario en la generación de energía eléctrica mediante alternadores (apartado 4.3.2.1), si bien existen evidentes diferencias entre ellas.

Así, las centrales de producción mediante energía solar termoeléctrica y mediante biomasa contempladas en este proyecto, se basan en un ciclo de vapor, diferenciándose principalmente en el modo de generación de dicho vapor, mientras que, las alternativas denominadas micro-cogeneración y micro-trigeneración, se han basado en la utilización de grandes motores de combustión interna alternativos (MCIA), de entre todos los posibles métodos de cogeneración.

Otro aspecto a tener en cuenta es que los datos iniciales de la matriz de decisión, que fueron obtenidos en [20], son una recopilación de características de centrales de producción y equipos reales de forma que para las tecnologías tratadas en este apartado, las fuentes de información principales (aunque no las únicas) son:

Micro-cogeneración y micro-trigeneración:

En este caso, se ha escogido para la micro-cogeneración, el motor Jenbacher JG24 (4 MW_e , 3,6 MW_t), con calderas de recuperación para generación de flujos térmicos aplicados a procesos industriales, con la siguiente distribución en planta.

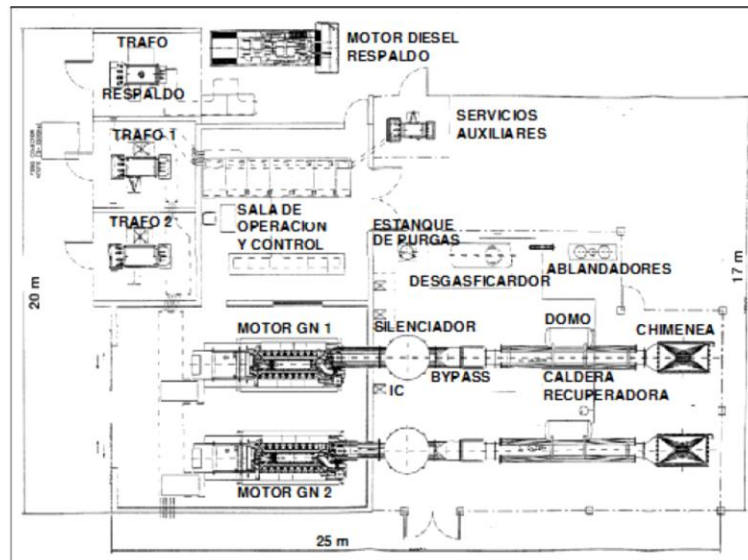


Figura 4. 25: Distribución en planta del ciclo de cogeneración con MCIA



Figura 4. 26: Motor Jenbacher J624 (11,6x2x2, 5 m)

Si hablamos de micro-trigeneración, las calderas de recuperación son complementadas o sustituidas por, grupos de refrigeración por absorción, modelo 16NK, de la marca Carrier.

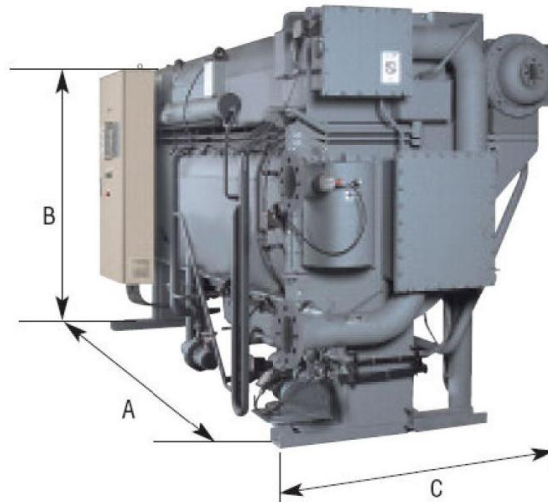


Figura 4. 27: Máquina de absorción Carrier 16NK (7,46x3, 65x3, 5 m)

Energía solar termoeléctrica

Para le evaluación de esta alternativa, se utilizaron principalmente valores promedio de las siguientes centrales

Planta	Localización
Casa de los pinos	Casa de los pinos (Cuenca)
Puerto Errado 1	Calasparra (Murcia)
Puertollano 1	Puertollano (Ciudad Real)
Puerto Errado 2	Calasparra (Murcia)
PS 10	Sanlúcar la Mayor (Sevilla)
Puertollano 7	Puertollano (Ciudad Real)
PS 20	Sanlúcar la Mayor (Sevilla)
Gemasolar	Fuentes de Andalucía (Sevilla)
Majadas	Majadas (Cáceres)
Termosolar Borges	Borges Blanques (Lleida)
Alcázar	Alcázar de San Juan (Ciudad Real)
Extresol	Torre de Miguel Sesmero (Badajoz)

Andasol1	Aldeire (Granada)
Solnova 1	Sanlúcar la Mayor (Sevilla)
Arcosol 50	San José del Valle (Cádiz)
Casablanca	Casablanca (Cáceres)
Solarcor 1	El Carpio (Córdoba)
La Risca	Alvarado (Badajoz)

Tabla 4. 2: Principales centrales termoeléctricas de referencia

Energía de la biomasa

Para la evaluación de criterios de esta tecnología, las centrales de referencia más significativas son las siguientes:

- 1) Central de Lautaro (Lautaro, Chile).
- 2) Central de San Pedro de la Paz (San Pedro de la Paz, Chile).
- 3) Central de Riviera (Riviera, Uruguay).

Dada la cantidad de combinaciones que se pueden realizar en la construcción de ciclos termodinámicos, nos limitaremos en este apartado a comentar los ciclos de potencia básicos, y las técnicas clásicas de mejora de sus rendimientos.

4.3.3.1- Ciclos termodinámicos básicos:

4.3.3.1.1- Ciclo de vapor (Rankine):

Para realizar el estudio básico de los ciclos de vapor, supondremos que la variación de energía cinética y potencial del flujo es despreciable en comparación con sus variaciones entálpicas, de forma que se supone un flujo casi estacionario. Si bien esta suposición no es del todo exacta (sobre todo en turbinas, como se verá más adelante), servirá para tener una visión más clara de los procesos termodinámicos seguidos.

Aunque podrían utilizarse otros fluidos que cambiaran de estado, se suele utilizar en estos ciclos agua, debido a sus numerosas ventajas, de entre las que se pueden destacar:

- 1) El ser abundante y barata
- 2) El vapor producido es un agente puro, limpio y seguro
- 3) Este vapor se puede regular fácilmente mediante la relación presión-temperatura
- 4) Dicho vapor tiene una gran capacidad calorífica, y en estado bifásico, puede disipar calor a temperatura constante.

En la siguiente gráfica, se pueden observar, las partes básicas y los procesos termodinámicos seguidos en un ciclo de vapor simple, en donde se desprecian las diferentes pérdidas del sistema.

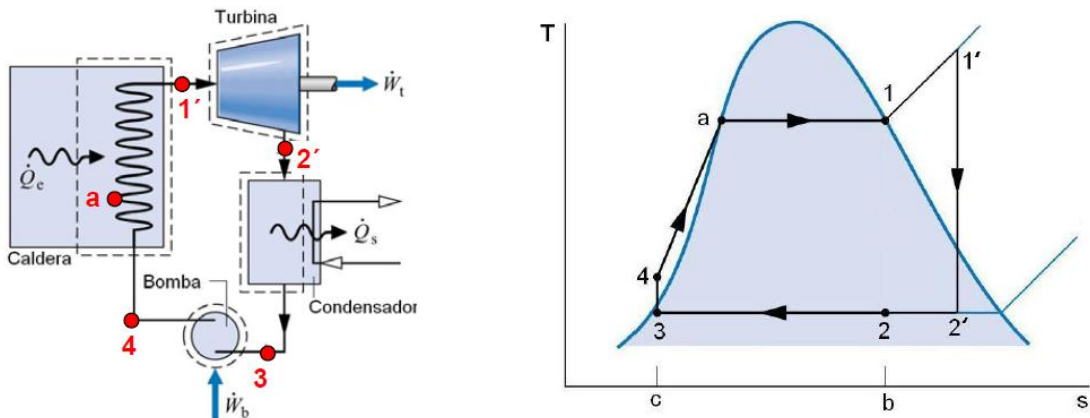


Figura 4. 28: Ciclo de vapor básico. Izquierda: Equipos. Derecha: diagrama temperatura entalpía

De esta forma, en un ciclo de vapor simple tenemos:

- 1) Una compresión “isentrópica” de líquido saturado a través de una bomba (puntos 3-4). Para realizar esta compresión, es necesario suministrar al flujo una potencia $\dot{W}_b = \dot{m}(h_4 - h_3)$, siendo \dot{m} el gasto másico de fluido (kg/s), y h_i el valor de entalpía específica para el punto i del ciclo (KJ/Kg).
Aprovechando que, el líquido saturado puede tomarse como un fluido incompresible, la expresión anterior de la potencia puede expresarse como: $\dot{W}_b = \dot{v}_f(P_4 - P_3)$, siendo \dot{v}_f la variación de volumen con respecto al tiempo, que atraviesa el volumen de control, y P_i la presión en el punto i (al trabajar con diferencias, se puede utilizar la presión manométrica).
- 2) Aporte de calor, a “presión constante”, al fluido hasta convertirlo en vapor saturado, a través de una caldera (puntos 4-a-1). En este caso, el calor aportado al fluido puede calcularse como $\dot{Q}_c = \dot{m}(h_1 - h_4)$. Es necesario remarcar, que en el ciclo de la figura, existe un recalentamiento, que lleva al fluido a condiciones de vapor sobrecalentado. La potencia calorífica aportada es pues $\dot{Q}_{cald}' = \dot{m}(h_{1'} - h_4)$.
- 3) Expansión en la turbina (puntos 1' - 2'). Esta etapa es la que produce un trabajo efectivo, que se transmite al alternador en forma de par de giro en su eje. De esta forma, el vapor entrega una potencia $\dot{W}_T = \dot{m}(h_{1'} - h_{2'})$.

En general, el recalentamiento representado en la etapa anterior tiene como fin llevar al punto 2', lo más cerca posible de la zona de vapor saturado para evitar los graves problemas de deterioro en la turbina, producidos por el impacto de líquido a alta velocidad y temperatura.

- 4) Condensación del vapor a baja presión en un condensador (puntos 2'-3). El calor cedido por el fluido, y cuya potencia calorífica se puede calcular como $\dot{Q}_{cond} = \dot{m}(h_3 - h_{2'})$, puede aprovecharse en otros procesos, es decir, este calor es el que se aprovecha en procesos de cogeneración.

Al hablar de ciclos reales, son inevitables ciertas pérdidas marcadas por el segundo principio de la termodinámica. Las principales pérdidas que se pueden encontrar en un ciclo de vapor son:

- 1) Pérdidas por fricción: El paso de un fluido a través de diferentes conductos, crea pérdidas de presión debidas a la fricción. Así, tanto en los conductos de conexión, como en calderas y condensadores, aparecen ciertas pérdidas de presión, que reducen la potencia obtenida y obligan a la bomba a aumentar la presión de salida del fluido.
- 2) Irreversibilidades en bombas y turbinas: Ningún proceso en la naturaleza es isentrópico, por tanto, siempre hay que esperar en los procesos pequeñas pérdidas de energía en forma de calor. Para corregir el ciclo ideal, acercándolo más a la realidad, se utiliza el concepto de rendimiento isentrópico.
- 3) Pérdidas de calor en conducciones: Las pérdidas anteriormente descritas, también se encuentran en las conducciones del fluido, si bien, estas pérdidas se reducen en gran medida con los aislamientos térmicos adecuados.

Teniendo en cuenta lo anteriormente mencionado, se puede graficar el ciclo en un diagrama temperatura- entropía, como:

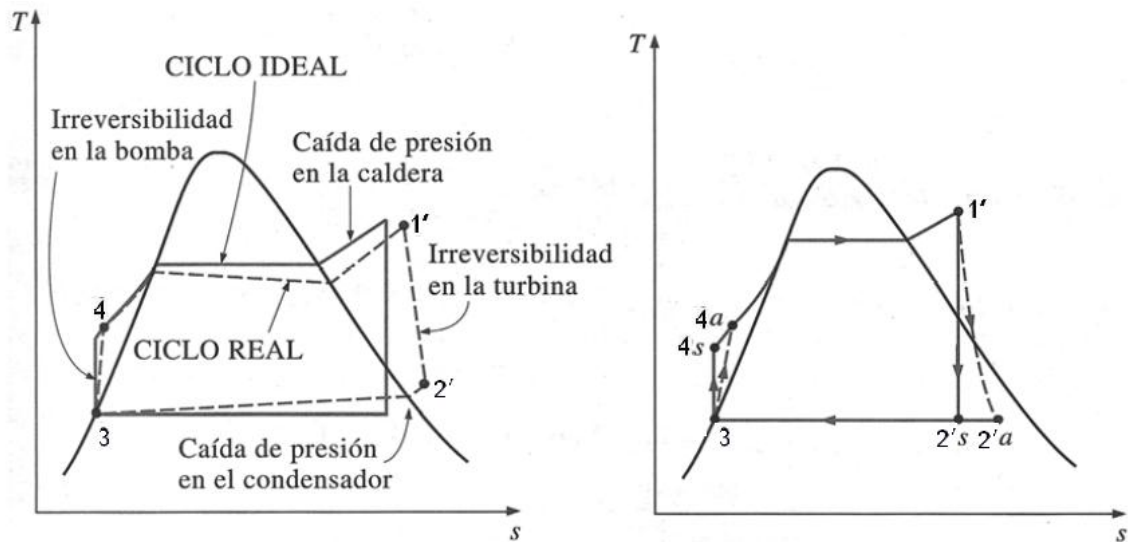


Figura 4. 29: Pérdidas reflejadas en un diagrama temperatura entropía real.

Izquierda: Caídas de presión. Derecha: variaciones entrópicas

En el diagrama de la izquierda, se pueden ver las diferencias entre un diagrama ideal, y un diagrama real, mientras que en el diagrama de la derecha, suponiendo unas bajas pérdidas de carga, podemos definir los rendimientos isentrópicos de bomba y turbina como:

$$\eta_b = \frac{\dot{W}_{b,s}}{\dot{W}_b} = \frac{h_{4s} - h_3}{h_4 - h_3}$$

$$\eta_T = \frac{\dot{W}_T}{\dot{W}_{T,s}} = \frac{h_{1'} - h_{2'}}{h_{1'} - h_{2's'}}$$

En donde el subíndice s, se refiere a puntos finales de procesos isentrópicos.

Por otra parte, si definimos el rendimiento de un ciclo de vapor (suponiendo que el gasto másico del flujo se mantiene constante) como:

$$\begin{aligned} \eta_{ciclo_vap} &= \frac{\dot{W}_{producido}}{\dot{Q}_{aportado}} = \frac{\dot{W}_T - \dot{W}_b}{\dot{Q}_{cald}} \cong \frac{(h_{1'} - h_{2'}) - (h_4 - h_3)}{h_{1'} - h_4} \cong 1 - \frac{\dot{Q}_{cond}}{\dot{Q}_{cald}} \\ &\cong 1 - \frac{h_3 - h_{2'}}{h_{1'} - h_4} \end{aligned}$$

Existen una serie de técnicas clásicas para aumentar dicho rendimiento, que son:

- 1) Aumento de presión en la caldera: Esta técnica tiene el inconveniente de obtener un título de vapor bajo a la salida de la caldera, con la consiguiente erosión de los álabes de la turbina.

- 2) Sobrecalentamiento del vapor: El grado de sobrecalentamiento alcanzable está en este caso limitado por la resistencia del material con el que están fabricados los tubos de la caldera.
- 3) Reducción de presión en el condensador: Con esto se consigue reducir la temperatura de vapor, de forma que aumenta el trabajo cedido por el fluido a la turbina.

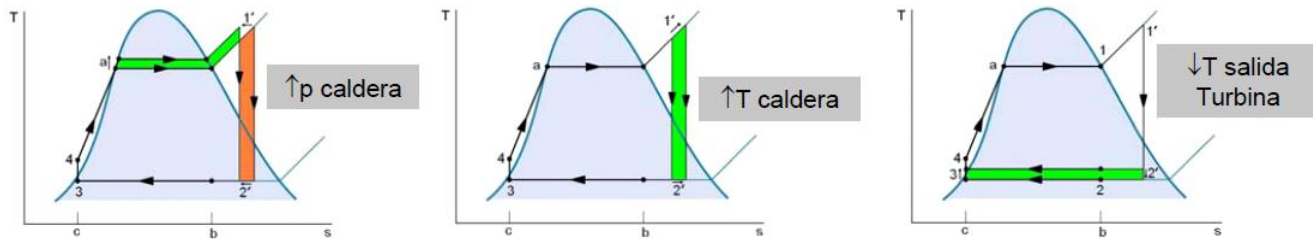


Figura 4. 30: Efecto de las técnicas de aumento del rendimiento sobre los diagramas T-s

Basados en esta idea de mejora del ciclo de vapor simple, se contemplan dos modificaciones del mismo, que pueden a su vez combinarse.

4.3.3.1.1- Ciclo de vapor con recalentamiento

Se basa en dividir la turbina en varias secciones o cuerpos que trabajan a diferentes presiones intermedias (cuerpo de alta presión, y cuerpo de baja presión básicamente, aunque se puede dividir en más cuerpos), de forma que una vez realizada la expansión en cada cuerpo, se recirculan nuevamente los gases a la caldera, a presión constante, para el recalentamiento de los mismos.

Conseguimos así un aumento de la presión en la caldera y una expansión en la turbina más escalonada, que proporciona un mayor trabajo al eje.

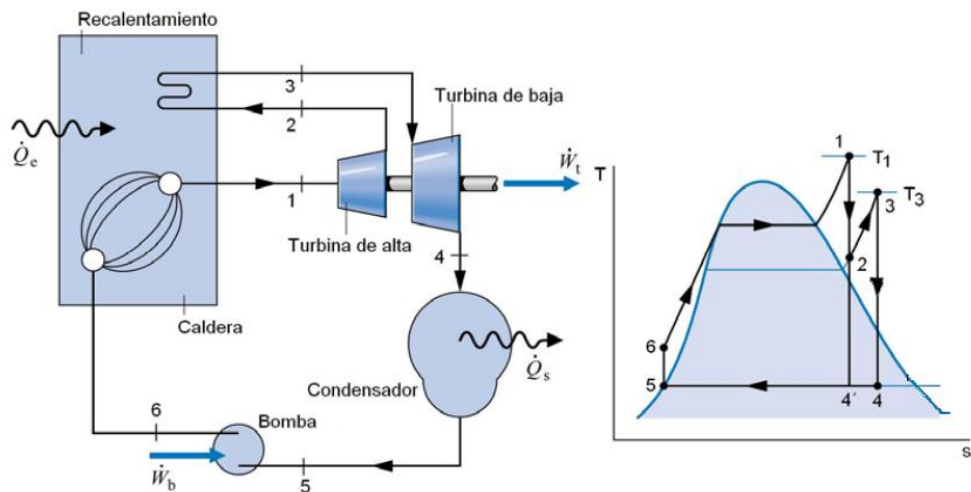


Figura 4. 31: Esquema y diagrama T-S de un ciclo de vapor con recalentamiento

El rendimiento a su vez se ve afectado, pero no aumenta necesariamente ya que el aumento de trabajo cedido por el flujo se realiza a costa de un aumento de calor aportado al mismo. Así, para un recalentamiento como el de la figura, el rendimiento pasa a calcularse como:

$$\eta_{recal} = \frac{\dot{W}_{producido}}{\dot{Q}_{aportado}} = \frac{\dot{W}_T - \dot{W}_b}{\dot{Q}_{cald}} \cong \frac{(h_1 - h_2) + (h_3 - h_4) - (h_6 - h_5)}{(h_1 - h_6) + (h_3 - h_2)}$$

$$\cong 1 - \frac{\dot{Q}_{cond}}{\dot{Q}_{cald}} \cong 1 - \frac{h_{4'} - h_5}{(h_1 - h_6) + (h_3 - h_2)}$$

4.3.3.1.1.2- Ciclo de vapor regenerativo

En este caso, también nos encontramos con varios cuerpos a diferentes presiones en la turbina. Sin embargo, en esta modificación, se recircula parte del flujo de una o varias etapas intermedias (sangrado), con el fin de precalentar el flujo de líquido saturado antes de su entrada en la caldera.

Este intercambio de calor se realiza a través de intercambiadores, que pueden ser abiertos (intercambio de calor y flujo másico), o cerrados (intercambio únicamente de calor, intercambiadores de superficie).

Con esta operación reducimos el calor que es necesario aportar a la caldera, si bien, al reducir el gasto másico en las turbinas, también se reduce en cierta medida la potencia cedida su eje.

Un esquema básico de ciclo regenerativo con intercambiador abierto, sería el siguiente

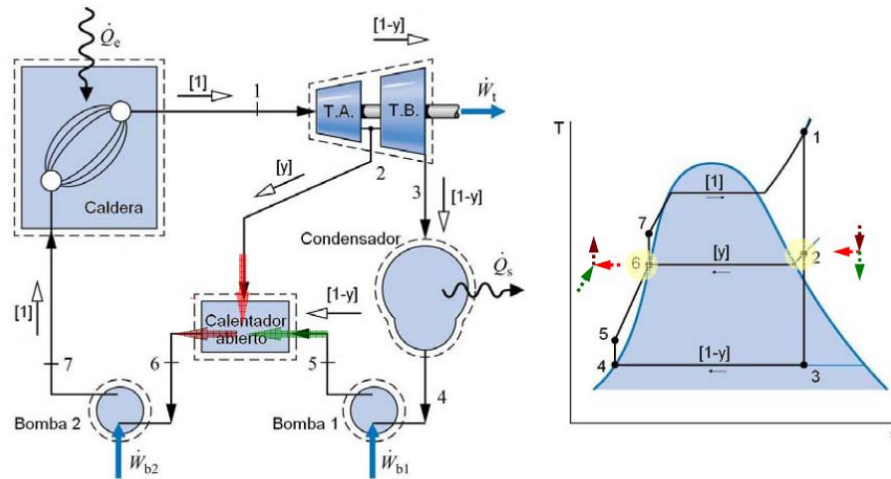


Figura 4. 32: Esquema y diagrama T-S de un ciclo de vapor regenerativo con intercambiador abierto

De esta forma, si tenemos un gasto másico total $\dot{m} = \dot{m}_2 + \dot{m}_3$, siendo \dot{m}_2 la cantidad de flujo másico extraído en el sangrado y \dot{m}_3 la cantidad de flujo que se expande completamente, dividiendo la relación anterior por el flujo másico total se obtiene la expresión $\frac{\dot{m}}{\dot{m}} = 1 = \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}} + \frac{\dot{m}_3}{\dot{m}} = y + (1 - y)$, de forma que las ecuaciones de conservación de la masa y la energía para el calentador, serán:

$$\dot{m} = \dot{m}y + \dot{m}(1 - y)$$

$$\dot{m}h_6 = \dot{m}yh_2 + \dot{m}(1 - y)h_5$$

De donde se puede despejar el valor de la entalpía final de la mezcla h_6 .

El rendimiento del ciclo queda en este caso como:

$$\eta_{reg_abierto} = \frac{\dot{W}_{producido}}{\dot{Q}_{aportado}} = \frac{(h_1 - h_2) + (1 - y)(h_2 - h_3) - [(1 - y)(h_5 - h_4) + (h_7 - h_6)]}{h_1 - h_7}$$

Para el caso de regeneración con intercambiador cerrado, se tiene un esquema de este tipo

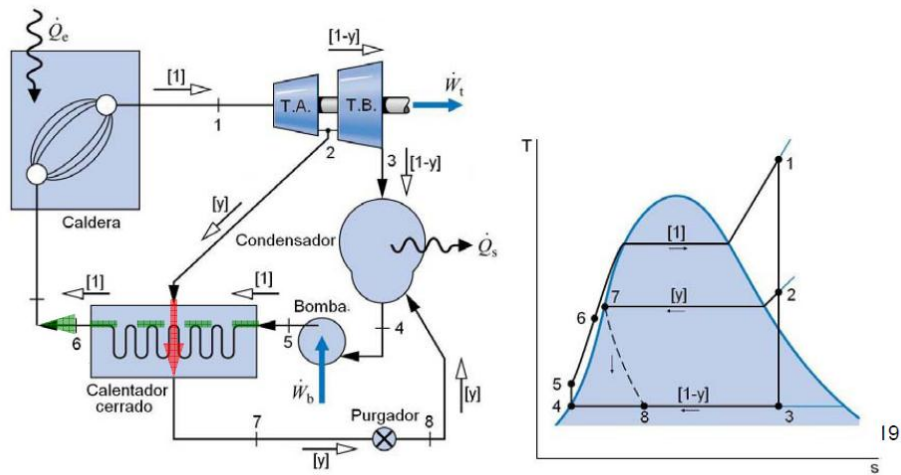


Figura 4. 33: Esquema y diagrama T-S de un ciclo de vapor regenerativo con intercambiador cerrado

De esta forma, y siguiendo un razonamiento similar al anterior, se puede definir el rendimiento para este ciclo como:

$$\eta_{reg_abierto} = \frac{\dot{W}_{producido}}{\dot{Q}_{aportado}} = \frac{(h_1 - h_2) + (1 - y)(h_2 - h_3) - [(h_5 - h_4)]}{h_1 - h_6}$$

Finalmente, se puede decir que los intercambiadores abiertos (de mezcla), tienen las ventajas de ser más baratos y proporcionar un mejor rendimiento que los intercambiadores de superficie. Por el contra, necesitan dos grupos de bombeo, a fin de conseguir la presión necesaria del flujo de salida del condensador, y evitar así recirculaciones peligrosas para el funcionamiento de la instalación.

Además, al utilizar intercambiadores abiertos, aparece el burbujeo en la mezcla de flujos.

4.3.3.1.2- Ciclo de gas (Brayton):

Si entendemos como “turbina de gas” al conjunto de equipos necesarios para realizar el ciclo termodinámico, es decir, turbina, cámara de combustión, compresor (además del intercambiador de calor si se posee), y demás elementos auxiliares, tendremos que, de entre los diferentes tipos de turbinas de gas, nos centraremos en los grupos con compresor y turbina axial, ya sean equipos pesados (“heavy duty”, instalaciones de gran potencia), o aeroderivados (potencias <10MW). Este tipo de equipos, suele ser más utilizado ya que, aunque los elementos radiales tienen mayor rendimiento específico, los elementos axiales permiten un flujo másico mucho mayor, lo que se traduce en una mayor generación de potencia.

Por otra parte, podemos encontrarnos con dos disposiciones para un ciclo Brayton simple e ideal, con las siguientes etapas:

- 1) Ciclo abierto: En este ciclo no hay recirculación de gases, sino que una vez expandidos, se liberan a la atmósfera.
Los procesos que conforman el ciclo son:
 - a) Compresión “adiabática” del aire de entrada en un compresor (puntos 1-2)
 - b) Mezcla del aire comprimido con el combustible a presión prácticamente constante, y combustión de dicha mezcla en las cámaras de combustión (puntos 2-3).
 - c) Expansión de los productos de la combustión en la turbina (puntos 3-4), hasta alcanzar la presión ambiente. Es en esta etapa donde se consigue trabajo útil.
- 2) Ciclo cerrado:
 - a) Compresión “adiabática” del aire recirculado de entrada en un compresor (puntos 1-2)
 - b) Adición de energía térmica al aire comprimido a presión casi constante, a través de un intercambiador de calor (puntos 2-3). En este caso la combustión se realiza en una cámara externa al ciclo.
 - c) Expansión de los productos de la combustión en la turbina (puntos 3-4), hasta alcanzar la presión ambiente.
 - d) Cesión de calor al ambiente, a través de un intercambiador de calor (puntos 4-1).

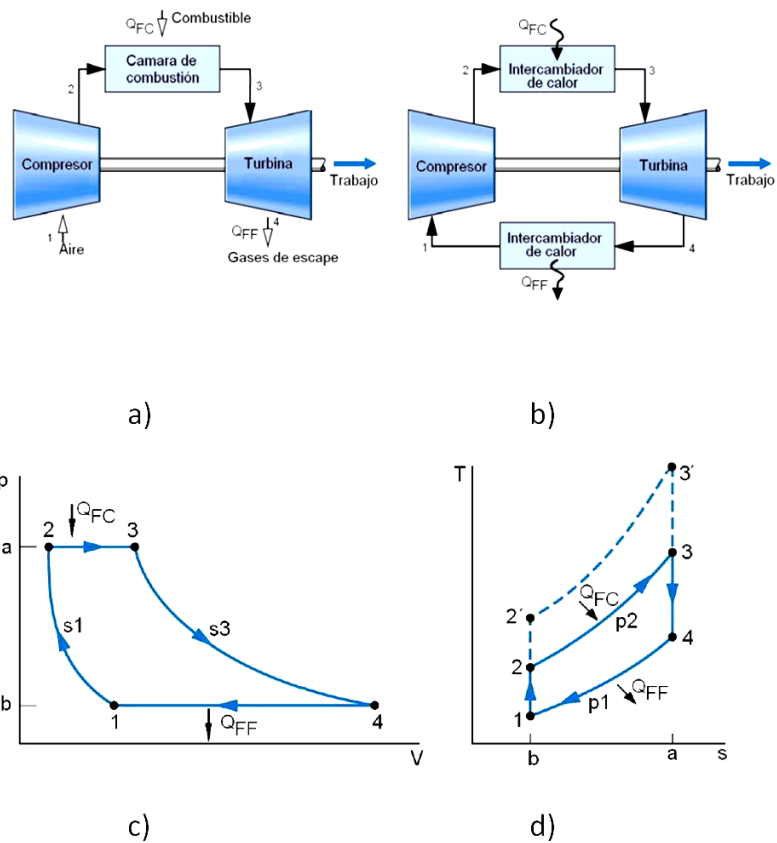


Figura 4. 34: Esquemas y diagramas P-V de ciclos de gas ideales. a) y b) esquemas de ciclos de gas abierto y cerrado respectivamente, c) y d) diagramas presión –volumen de los ciclos abierto y cerrado respectivamente

En este punto, y antes de seguir, es necesario realizar una serie de puntualizaciones:

- 1) El flujo de salida del punto 4, ya sea en ciclo abierto o cerrado, posee aún una importante energía térmica, siendo este flujo normalmente el foco caliente, que genera la ebullición del agua en el ciclo de vapor, cuando se integran ambos ciclos para formar un “ciclo combinado”.
- 2) Si bien, para un estudio básico de los ciclos de gas con turbinas se pueden despreciar la energía cinética y potencial, esta simplificación diverge demasiado de los procesos reales, por lo que en general, la energía cinética no se desprecia sino que se trabaja con magnitudes de remanso. De esta forma tendremos:
 - a) Entalpía de remanso en el punto i : $h_{i0} = h_i + \frac{V_i^2}{2} \cong c_p T_{i0}$ (se puede aplicar la segunda igualdad al tratar con gases).
 - b) Temperatura de remanso el punto i : $T_{i0} = T_i + \frac{V_i^2}{2c_p} \cong T_i \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)$ (suponiendo proceso adiabático).
 - c) A su vez, de la relación anterior se puede definir la presión de remanso en el punto i como:

$$\frac{T_{i0}}{T_i} = \left(\frac{P_{i0}}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \rightarrow P_{i0} = P_i \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = P_i \left(1 + \frac{V_i^2}{2c_p}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \text{ (suponiendo proceso adiabático)}$$

a) En las relaciones anteriores se han utilizado:

i) Número de Mach $M = \frac{V_i}{V_{sonido}} = \frac{V}{\sqrt{\gamma R T_i}}$

ii) Relación entre c_p y c_v , $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$

iii) c_p y c_v , calores específicos a presión y volumen constantes, respectivamente.

iv) Velocidad del flujo en el punto i , V_i .

- 2) En ciclo abierto, el gasto másico que atraviesa la turbina, es una mezcla de gases de combustión, por lo que en total debería sumarse el gasto másico de aire y combustible. Sin embargo, generalmente suele tomarse como el gasto másico del aire, ya que las frecuentes operaciones de sangrado del gasto másico en las etapas finales del compresor, coinciden aproximadamente con el gasto másico de combustible, por lo que $\dot{m}_{Turb} \cong \dot{m}_{Comp} = \dot{m}_{air_ent}$.
- 3) Mientras que las constantes c_p y c_v en un ciclo cerrado coinciden con los calores específicos del aire, tanto en turbina como en compresor, en el caso de ciclo abierto, los valores de estos calores específicos serán los del aire, sólo en el compresor, siendo para la turbina los correspondientes a los calores específicos de la mezcla de gases de escape.

Con todo esto, puede expresarse el rendimiento de un ciclo de gas como el trabajo neto producido, dividido entre el calor aportado, o bien en términos de potencia como:

$$\eta_{ciclo_gas} = \frac{\dot{W}_{producido}}{\dot{Q}_{aportado}} = \frac{\dot{W}_T - \dot{W}_{Comp}}{\dot{Q}_{cc}} \cong \frac{(h_{30} - h_{s40}) - (h_{s20} - h_{10})}{h_{30} - h_{20}}$$

$$\cong \frac{c_{p_ge}(T_{30} - T_{s40}) - c_{p_a}(T_{s20} - T_{10})}{c_{p_ge}T_{30} - c_{p_ge}T_{s20}}$$

Si suponemos que $c_{p_ge} \cong c_{p_a}$, se obtiene:

$$\eta_{ciclo_gas} = \frac{\dot{W}_{producido}}{\dot{Q}_{aportado}} \cong 1 - \frac{T_{40} - T_{10}}{T_{30} - T_{s20}}$$

Por otra parte, en procesos isentrópicos es: $\frac{T_{s20}}{T_{10}} = \left(\frac{P_{20}}{P_{10}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{P_{30}}{P_{40}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

De donde se obtiene:

$$\eta_{ciclo_gas} = \frac{\dot{W}_{producido}}{\dot{Q}_{aportado}} \cong 1 - \frac{T_{10}}{T_{s20}} = \left(\frac{P_{20}}{P_{10}}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{P_{20}}{P_{10}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$$= 1 - \frac{1}{r_p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

Con $r_p = \frac{P_{20}}{P_{10}}$, la relación de presiones.

Al igual que ocurría en los ciclos Rankine, y por los mismos motivos, el ciclo Bryton real experimenta divergencias con respecto al comportamiento ideal, como se puede ver en la siguiente figura, en donde se observan, por una parte las pérdidas de carga, y por otra, el hecho de que los procesos no son isentrópicos:

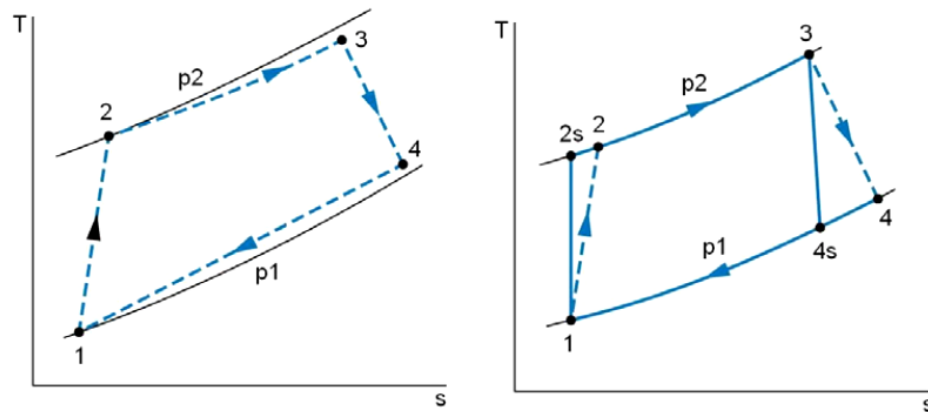


Figura 4. 35: Pérdidas reflejadas en un diagrama presión-volumen real.

Izquierda: Caídas de presión. Derecha: variaciones entrópicas

De esta forma, pueden definirse los rendimientos isentrópicos para turbina y compresor, denominados rendimientos, “total a total”, y son:

- 1) Para la turbina: $\eta_T = \frac{\dot{W}_T}{\dot{W}_{T,s}} = \frac{h_{30} - h_{40}}{h_{30} - h_{s40}}$
- 2) Para el compresor: $\eta_{comp} = \frac{\dot{W}_{C,s}}{\dot{W}_C} = \frac{h_{s20} - h_{10}}{h_{20} - h_{10}}$

Además, teniendo en cuenta la relación entre entalpía, y entalpía de remanso, se puede definir, un rendimiento alternativo en la turbina, que supone una expansión tal que agota también la energía cinética del fluido, este rendimiento se denomina “total a estático”: $\eta_T = \frac{\dot{W}_T}{\dot{W}_{T,s}} = \frac{h_{30} - h_{40}}{h_{30} - h_{s4}}$, en donde h_{s4} representa la entalpía a la salida de la turbina.

Con el ánimo de mejorar el ciclo Bryton simple, éste posee una serie de modificaciones que son:

4.3.3.1.2.1- Ciclo de gas con recalentamiento

En este ciclo, la expansión se realiza en dos o más turbinas. Una vez realizada la expansión en una turbina, se vuelve a aportar calor al fluido, a presión constante, a través de una segunda combustión, para volver a ser expandido en otra turbina que trabaje a una relación de presiones menor.

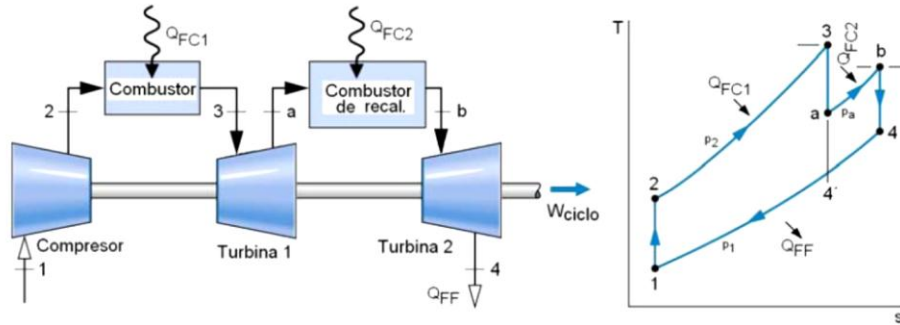


Figura 4. 36: Esquema y diagrama T-S de un ciclo de gas con recalentamiento

De esta forma, el trabajo total obtenido es suma de los trabajos obtenidos en las distintas expansiones, restando el trabajo requerido por el compresor:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\text{producido}} &= \dot{m}_{\text{air_ent}} [(h_{30} - h_{a0}) + (h_{b0} - h_{40}) - (h_{s20} - h_{10})] \\ &= \dot{m}_{\text{air_ent}} \left[\eta_{T1} c_{p_ge1} T_{a0} \left(\left(\frac{P_{30}}{P_{a0}} \right)^{\frac{\gamma_{ge1}-1}{\gamma_{ge1}}} - 1 \right) \right. \\ &\quad + \eta_{T2} c_{p_ge2} T_{40} \left(\left(\frac{P_{b0}}{P_{40}} \right)^{\frac{\gamma_{ge2}-1}{\gamma_{ge2}}} - 1 \right) \\ &\quad \left. - \frac{1}{\eta_{\text{Comp}}} c_{p_air} T_{10} \left(\left(\frac{P_{20}}{P_{10}} \right)^{\frac{\gamma_{air}-1}{\gamma_{air}}} - 1 \right) \right] \end{aligned}$$

Por otra parte, el calor cedido al ciclo será:

$$\dot{Q}_{\text{aportado}} = \dot{m}_{\text{air_ent}} c_{p_GN} [(T_{30} - T_{20}) + (T_{b0} - T_{a0})]$$

De donde se despeja el rendimiento global del ciclo como: $\eta_{\text{ciclo_gas}} =$

$$\frac{\dot{W}_{\text{producido}}}{\dot{Q}_{\text{aportado}}}$$

4.3.3.1.2.2- Ciclo de gas con refrigeración intermedia

En este caso, es la compresión la que se produce en varias etapas. El objetivo es refrigerar el flujo entre cada etapa de compresión, para reducir el trabajo necesario en esta operación:

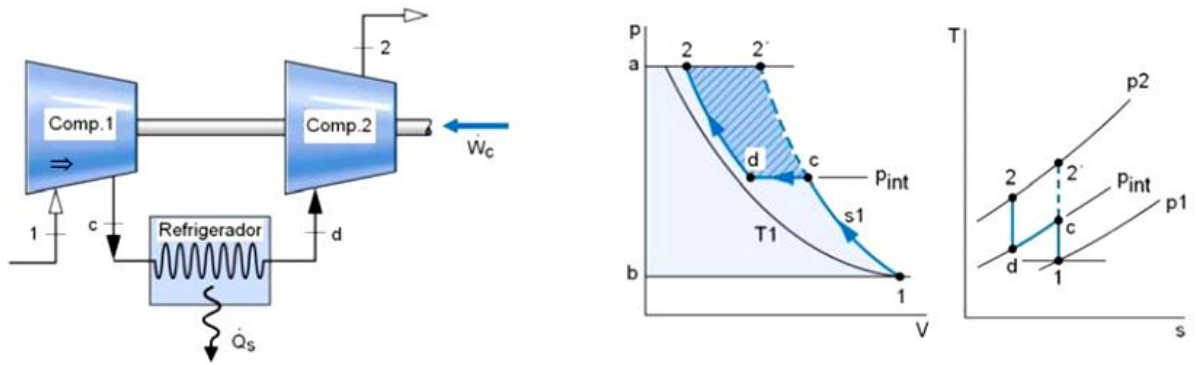


Figura 4. 37: Esquema y diagramas de estado de un ciclo de gas con refrigeración intermedia

La expresión para el trabajo de compresión, será en este caso:

$$\dot{W}_{comp} = \dot{m}_{air_ent} \left[\frac{1}{\eta_{Comp_1}} c_{p_air} T_{10} \left(\left(\frac{P_{int0}}{P_{10}} \right)^{\frac{\gamma_{air}-1}{\gamma_{air}}} - 1 \right) + \frac{1}{\eta_{Comp_2}} c_{p_air} T_{d0} \left(\left(\frac{P_{20}}{P_{int0}} \right)^{\frac{\gamma_{air}-1}{\gamma_{air}}} - 1 \right) \right]$$

4.3.3.1.2.3- Ciclo de gas regenerativo

Al igual que en los ciclos de vapor, en el ciclo de gas regenerativo, se aprovechan los gases de escape de salida de la turbina, para precalentar el aire que sale del compresor, antes de entrar en la cámara de combustión, ya que la diferencia de temperatura entre ambos puntos suele ser elevada. Así, el calor que es necesario aportar al flujo se reduce considerablemente.

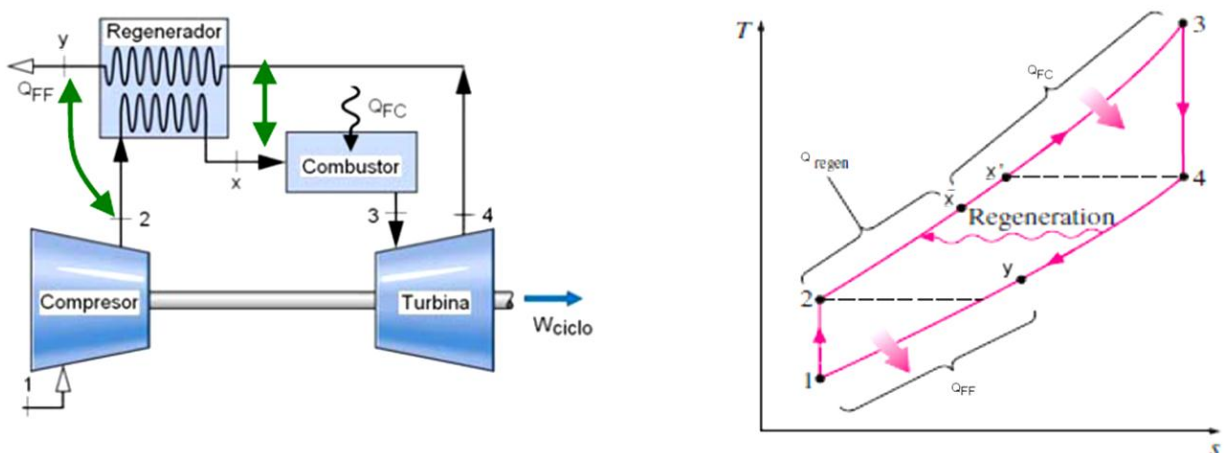


Figura 4. 38: Esquema y diagrama T-S de un ciclo de gas regenerativo

Por tanto, el calor que es necesario aportar en este ciclo, sería en un proceso ideal:

$$\dot{Q}_{aportado} = \dot{m}_{air_ent} c_{p_GN} [(T_{30} - T_{40})]$$

Sin embargo, debido a las pérdidas propias de un proceso real, es necesario aportar una cantidad mayor de calor, siendo:

$$\dot{Q}_{aportado} = \dot{m}_{air_ent} c_{p_GN} [(T_{30} - T_{x0})]$$

4.3.3.1.3- Ciclo combinado:

De la unión de los dos ciclos anteriores (ciclo de vapor y ciclo de turbina de gas) nace el ciclo combinado, como una opción para aumentar el rendimiento de los ciclos termodinámicos.

Teniendo en cuenta que los gases de escape de una turbina de gas tienen una importante energía térmica residual (pueden alcanzar los 600°C), es lógico aprovechar dicha energía como fuente de calor para la evaporación del fluido térmico en un ciclo de vapor a través de una caldera de recuperación.

De esta forma, el rendimiento aumenta con respecto a cada ciclo por separado ya que se consigue trabajo de ambos, siendo la expresión de su rendimiento

$$\eta_{ciclo_comb} = \frac{(\dot{W}_{T_gas} - \dot{W}_{compresor}) + (\dot{W}_{T_vapor} - \dot{W}_{bomba})}{\dot{Q}_{cámara_comb}}$$

Hay que remarcar que la potencia obtenida, que se traducirá en energía eléctrica mediante alternadores, se produce en los dos ciclos, de manera que como se ha comentado, se produce un aumento de la eficiencia con respecto a los ciclos simples.

4.3.3.1.4- MCIA. Motores que se ajustan al ciclo Miller

Para describir el ciclo Miller, en el que se basan los nuevos MCIA movidos a Gas Natural, es necesario hacer un breve repaso respecto del ciclo Otto.

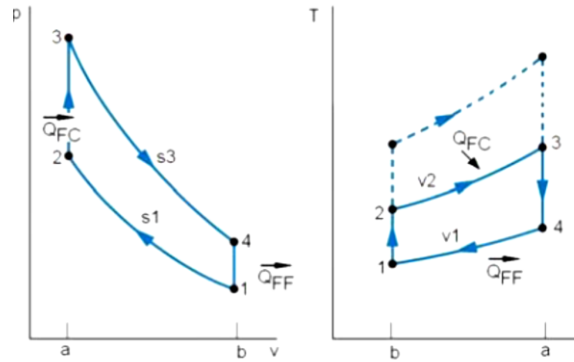


Figura 4. 39: Diagrama de aire equivalente de un ciclo Otto

El ciclo ideal de aire equivalente a volumen constante con el que se suele representar el comportamiento teórico de los motores de encendido provocado de cuatro tiempos, consta de las siguientes etapas, que representan el lazo de potencia, despreciando el lazo de renovación de la carga (lazo de bombeo):

- 1) Compresión “isentrópica” de la mezcla aire-combustible de entrada a la cámara de combustión (puntos 1-2).
- 2) Combustión “isocora”, de la mezcla aire combustible, en donde se supone que dicha combustión es instantánea (puntos 2-3).
- 3) Expansión “isentrópica” de los gases de la combustión, siendo ésta la etapa de potencia (puntos 3-4)
- 4) Escape de los gases de combustión, cesión de calor “isocora” (puntos 4-1).

De esta forma, en un ciclo ideal, se puede definir la potencia indicada del motor como:

$$N_i = pmi \cdot Z \cdot V_D \cdot n \cdot i$$

Siendo:

- 1) Presión media indicada (pmi): Un valor de presión equivalente para el cual se supone que se ha realizado el trabajo del ciclo a una presión constante, es decir, $pmi = \frac{W_i}{V_D}$.
- 2) Cilindrada unitaria (V_D): equivale al volumen desplazado por el pistón dentro del cilindro, es decir, si denominamos la carrera del pistón (recorrido del pistón dentro

del cilindro) como S , y el área del mismo como A_p , la cilindrada unitaria se calcula como $V_D = S \cdot A_p$

- 3) Número de cilindros (Z)
- 4) Velocidad de giro en el eje del cigüeñal (n)
- 5) Número de carreras de potencia por ciclo (i): para motores de cuatro tiempos, será $i = \frac{1}{2}$

Por otra parte, se puede definir la potencia efectiva como $N_e = pme \cdot Z \cdot V_D \cdot n \cdot i$, en donde se sustituye la presión media indicada por la presión media efectiva, siendo esta última, la presión media resultante del trabajo efectivo, es decir, el trabajo indicado menos el trabajo de pérdidas mecánicas (en dichas pérdidas se suele incluir el trabajo del lazo de bombeo). Por tanto es $pme = \frac{W_i - W_{pm}}{V_D}$.

En este ciclo ideal, se puede definir un rendimiento como $\eta_{Otto} = 1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}}$, en donde son:

- 1) Relación de compresión (r_c): Relación entre el volumen del cilindro y de la cámara de combustión, es decir, si el volumen del cilindro es igual al de la cámara de combustión más el desplazado por el pistón, la relación de compresión queda como $r_c = \frac{V_D + V_{ccomb}}{V_{ccomb}}$.
- 2) Relación entre calor específico a presión constante y calor específico a volumen constante (γ), ya comentada en el caso de turbinas de gas.

En esta simplificación, no se han tenido en cuenta los siguientes factores, de gran importancia, que deben ser considerados en un estudio detallado:

- 1) La alta inflamabilidad de la gasolina, impide relaciones de compresión muy altas en MEP debido a problemas de autoinflamación. Este defecto se ve paliado en motores a Gas Natural, que permiten relaciones de compresión más altas.
- 2) En general, la combustión no se produce de manera instantánea en todo el volumen, ni a volumen constante. Esta situación genera un frente de llama que inicialmente avanza de forma lenta motivado por las reacciones químicas de la combustión, y en una segunda fase, el avance del frente de llama se acelera tremendamente debido a factores de flujo turbulento como son, el vacío producido por la expansión del pistón en el cilindro, y la recirculación que provoca la diferencia entre los gases calientes producidos por la combustión, frente a la mezcla fría, que aún no ha sido alcanzada por el frente de llama.
- 3) No se han tenido en cuenta los efectos térmicos y turbulentos que afectan al rendimiento volumétrico.

- 4) No se han tenido en cuenta los efectos de cesión de calor de los gases de combustión a las paredes del cilindro, con el consiguiente descenso de la temperatura de los gases de combustión.
- 5) Tampoco se han tenido en cuenta los efectos de la drástica caída de presión, en el avance en la abertura de escape de gases (AAE).

La introducción de estos factores para analizar un modelo de ciclo más real, resulta tan complicada que requiere del uso de relaciones experimentales y del cálculo numérico, de forma que excede el objetivo perseguido en este apartado. No obstante, se puede dar una expresión más exacta para la potencia efectiva obtenida en el motor:

$$N_e = \eta_i \cdot \eta_m \cdot \eta_v \cdot C \cdot \rho_{ia} \cdot F_r \cdot F_e \cdot H_c \cdot Z \cdot V_D \cdot n \cdot i$$

En donde son:

- 1) Relación de volumen ocupado por el aire con respecto a la mezcla admitida en la cámara de combustión, que para combustibles de elevado peso molecular, se

puede calcular como
$$C = \frac{V_a}{Z \cdot V_D} = \frac{\frac{\dot{m}_a}{29}}{\frac{\dot{m}_a}{29} + \frac{\dot{m}_h}{18} + \frac{\dot{m}_f}{M_f}}$$

A su vez son :

- a) \dot{m}_a : flujo másico de aire en kg/s.
 - b) \dot{m}_h : flujo másico de inquemados en Kg/s.
 - c) \dot{m}_f : flujo másico de combustible en Kg/s.
 - d) M_f : peso molecular del combustible.
- 2) Densidad del aire en condiciones de referencia ρ_{ia}
 - 3) Rendimiento volumétrico, o relación entre masa de gases admitida en la cámara de combustión , con respecto a la masa que podría introducirse idealmente $\eta_v = \frac{\dot{m}_a}{C \cdot \rho_{ia} \cdot Z \cdot V_D \cdot n \cdot i}$
 - 4) Dosados estequiométrico y relativo, que multiplicados dan la relación real entre flujo de combustible y de aire $F_r \cdot F_e = F = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a}$. La inversa de este parámetro (relación aire combustible o AFR), puede calcularse con bastante exactitud, mediante la fórmula de Brettschneider [39].
 - 5) Rendimiento mecánico del motor η_v
 - 6) Rendimiento indicado del motor $\eta_i = \frac{N_i}{\dot{m}_f \cdot H_c}$
 - 7) Poder calorífico (en este caso inferior), del combustible H_c .

Para obtener las prestaciones de un motor, se determinan mediante ensayos, las curvas de potencia, par y consumo específico de dicho motor.

Un ensayo interesante, es el denominado ensayo “presión cilindro”, en el que se grafican los valores de presión absoluta y volumen, frente al ángulo de giro del cigüeñal. Este ensayo, permite mediante integración numérica, un

análisis de la combustión en un motor, de manera que, si definimos el ángulo de giro del cigüeñal por θ , se puede calcular la potencia indicada como:

$$N_i(KW) = \frac{Z}{1000} \frac{n(rpm)}{60} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{10} P_{mi,neta}(bar) V_D(cc) \right)$$

En donde el valor $P_{mi,neta}$, se calcula a partir de las presiones medias indicadas, obtenidas en el lazo de potencia, y en el lazo de bombeo, es decir $P_{mi,neta} = P_{mi,P} - P_{mi,G}$, obteniéndose ambas por integración numérica como:

$$P_{mi,P} = \frac{1}{2V_D(\theta)} \sum_{i=1+\frac{540^\circ}{\Delta\theta}}^{\frac{180^\circ}{\Delta\theta}} [P(i) + P(i+1)] [V_D(i+1) - V_D(i)] \text{ (Lazo potencia)}$$

$$P_{mi,G} = \frac{1}{2V_D(\theta)} \sum_{i=1+\frac{180^\circ}{\Delta\theta}}^{i=1+\frac{540^\circ}{\Delta\theta}} [P(i) + P(i+1)] [V_D(i+1) - V_D(i)] \text{ (Lazo bombeo)}$$

En donde el parámetro $\Delta\theta$ es el intervalo entre los distintos puntos de medida (que generalmente no superan el cuarto de radian).

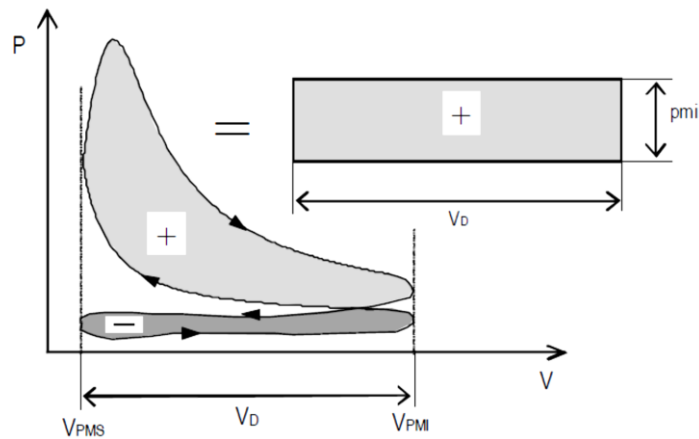


Figura 4. 40: Diagrama P-V de un ciclo real y concepto de presión media indicada

Por otra parte, se puede estimar el calor liberado en la combustión mediante la primera ley de la termodinámica, aplicada al volumen del control que es el cilindro, integrando numéricamente, de una forma similar al trabajo.

$$\text{Será pues: } \dot{Q} = \sum_{i=ESOC}^{EEOC} \left(p(i + \Delta\theta) - p(i) \cdot \left(\frac{V_D(i)}{V_D(i+\Delta\theta)} \right)^{\gamma(i)} \right) \cdot \left(\frac{1}{\gamma(T(i))-1} \cdot V_D(i + \Delta\theta) + \frac{1}{2} (V_D(i + \Delta\theta) - V_D(i)) \right) \cong \eta_v \cdot C \cdot \rho_{ia} \cdot F_r \cdot F_e \cdot H_c \cdot Z \cdot V_D$$

En donde

- 1) ESOC y ESOC, representan los puntos inicial y final de la combustión.
- 2) $\gamma(T(i))$, representa la relación entre calor específico a presión constante, y a volumen constante, siendo estos a su vez dependientes de la temperatura en cada punto de medida.
- 3) $T(i)$, re presenta la temperatura en cada punto de medida, y puede obtenerse, o bien directamente, o aplicando la relación de los gases ideales.
- 4) $n(i)$, representa el coeficiente politrópico de los procesos de compresión y expansión (que no coinciden en general con γ). Estos se pueden asemejar a dos valores fijos (uno para compresión, y otro para expansión), obtenidos a través de sendas rectas de regresión, del gráfico $(\log p - \log V_D(\theta))$.

Así, podemos estimar el rendimiento indicado del motor de combustión como $\eta_i = \frac{N_i}{\dot{Q}}$, o bien calcular el rendimiento efectivo del mismo como $\eta_e = \frac{N_e}{\dot{Q}}$, siempre que se pueda medir el par o la potencia desarrollada por el motor, en banco de ensayo.

Una vez hecha la revisión de los motores de ciclo Otto, se puede describir el ciclo Miller, como una variación del ciclo anterior, con las siguientes diferencias:

- 1) Se juega con el adelanto o cierre de las válvulas de cierre de admisión, con el objetivo de maximizar la relación de compresión efectiva, y por tanto la potencia cedida por el motor. Además reduce el trabajo necesario en el lazo de bombeo a cargas parciales.
- 2) En esta misma línea, se utilizan turbocompresores en la admisión del cilindro con el objetivo de incrementar el flujo másico admitido en el cilindro.

Las variaciones en los parámetros anteriores, no solo afectan a la potencia entregada por el motor, sino que también están relacionadas con la emisión de gases contaminantes, (principalmente óxidos de nitrógeno, muy relacionados con altas temperaturas de combustión, y bajas velocidades de revolución).

4.3.3.2- Cogeneración y trigeneración

Se puede definir cogeneración, como la aplicación de diferentes tecnologías para producir simultáneamente energía eléctrica y calor (y frío si se usa la trigeneración). Esta producción simultánea hace que esta tecnología de producción energética posea una alta eficiencia en comparación con otras tecnologías de producción, que sólo producen energía eléctrica, o calor, en cada caso.

Pueden definirse por tanto varios tipos de rendimiento en cogeneración:

- 1) El rendimiento eléctrico: $\eta_{\text{electrico}} = \frac{\text{Energía eléctrica generada}}{\text{Calor aportado}} = \frac{E}{Q_{ap}}$
- 2) El rendimiento térmico: $\eta_{\text{electrico}} = \frac{\text{Calor generado}}{\text{Calor aportado}} = \frac{Q_{gen}}{Q_{ap}}$
- 3) El rendimiento total de cogeneración: $\eta_{\text{electrico}} = \frac{\text{Energía eléctrica generada} + \text{Calor generado}}{\text{Calor aportado}} = \frac{E + Q_{gen}}{Q_{ap}}$

Por otra parte, las formas más usuales de cogeneración, son:

- 1) Cogeneración con turbina de gas (ciclo Brayton).
- 2) Cogeneración con turbina de vapor (ciclo Rankine).
- 3) Cogeneración en ciclo combinado con turbina de gas.
- 4) Cogeneración con gas o fuel en MCIA (ciclo Miller), con aprovechamiento indirecto de los gases de escape. En este caso, se aprovechan los gases de escape de la combustión para la evaporación de agua, a través de una caldera de recuperación, aprovechándose también el agua caliente que proviene de la refrigeración del propio motor.
- 5) Cogeneración con gas o fuel en MCIA (ciclo Miller), con aprovechamiento directo de los gases de escape. En este caso, los gases de escape del motor se aprovechan directamente en procesos de secado, bien directamente, bien mediante un intercambiador gas-aire.
- 6) Cogeneración en ciclo combinado con MCIA. En este caso, se sustituye el ciclo con turbina de gas, por un ciclo con motor de combustión, de manera que la energía para la evaporación del agua en el ciclo de vapor, se obtiene a través de una caldera de recuperación, haciendo pasar los gases de escape de la combustión, que cederán calor al flujo de agua de dicho ciclo. Este tipo de cogeneración, aumenta mucho el rendimiento eléctrico, a costa de disminuir considerablemente el rendimiento térmico, por lo que industrialmente, se utiliza este tipo de cogeneración en plantas cuyos procesos asociados no requieran flujos térmicos importantes.

Una pequeña variación en el concepto de cogeneración, es la trigeneración, que aprovecha una parte o la totalidad del calor generado en cogeneración, para la producción simultánea de frío. Esta modificación, permite la utilización de los ciclos de micro-cogeneración en donde son necesarios flujos de refrigeración de manera permanente o estacional, aumentando así la eficiencia de las centrales de generación, que pueden operar en régimen de cogeneración durante todo el año.

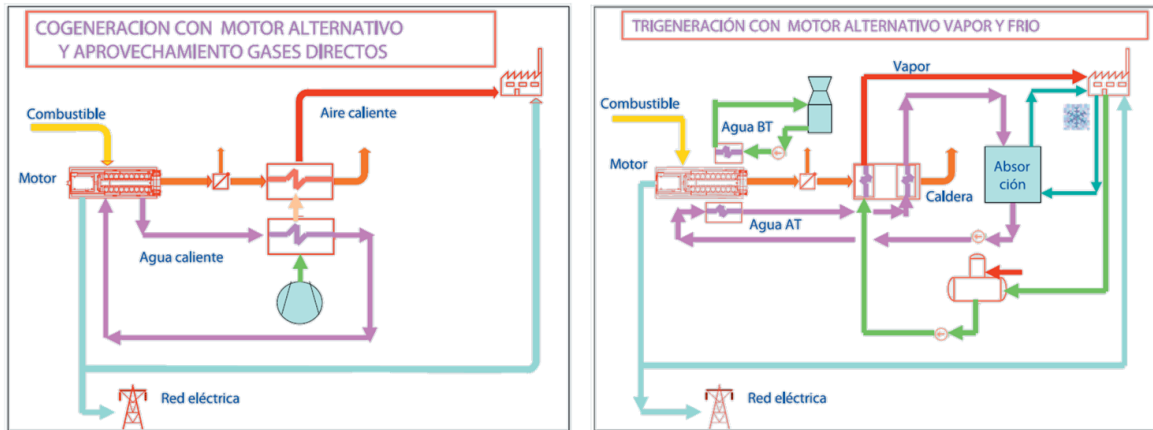


Figura 4. 41: Esquemas de funcionamiento de cogeneración y trigeneración con MCHP

4.3.3.2.1- Determinación del rendimiento en ciclos de climatización

Es necesario comentar que, en los ciclos de potencia, el rendimiento no se calcula igual que en los ciclos de refrigeración. Para calcular estos últimos se recurre al denominado “coefficient of performance” (COP), que se define como el calor suministrado (calefacción), o calor eliminado (refrigeración), dividido entre el trabajo necesario en la etapa de compresión. Así, si para un ciclo termodinámico completo, se puede definir el primer principio de la termodinámica como $W = Q_{fC} - Q_{fF}$, en donde, para un ciclo de refrigeración, es:

- 1) Calor aportado al foco caliente Q_{fC}
- 2) Calor extraído del foco frío Q_{fF}
- 3) Trabajo aportado al ciclo en la compresión W

Se tiene que, el COP en un ciclo cuyo objetivo sea la refrigeración es:

$$COP_{REF} = \frac{Q_{fF}}{W}$$

Para un ciclo, cuyo objetivo sea la calefacción, se obtiene:

$$COP_{CALEF} = \frac{Q_{fC}}{W} = \frac{Q_{fF} + W}{W} = 1 + COP_{REF}$$

Siendo este coeficiente mayor que la unidad, sin contravenir el segundo principio de la termodinámica.

4.3.3.2.2- Métodos de producción de frío en trigeneración

Los métodos más utilizados para la producción de frío en trigeneración son:

- 1) Refrigeración por absorción
 - a) Agua-bromuro de litio
 - b) Amoniaco-agua
- 2) Refrigeración por adsorción

Refrigeración por absorción

Estos métodos de refrigeración se basan en la capacidad que tienen algunas sustancias en fase líquida, para absorber vapores de otras sustancias. De esta forma, el enfriamiento se produce separando las dos sustancias (soluto y disolvente), mediante la aplicación de calor, y luego volviendo a producir la disolución.

El ciclo térmico que sigue este método de refrigeración, se asemeja en gran medida a un ciclo de compresión simple, con la diferencia de que en la etapa de compresión, se sustituye el compresor mecánico por un “compresor térmico”.

Así, en un ciclo de refrigeración por absorción, el fluido refrigerante absorbe calor del foco frío, evaporándose en un intercambiador de calor (evaporador) a baja presión, posteriormente, a mayor presión, cede calor al foco caliente a través de otro intercambiador de calor (condensador) hasta la condensación del fluido refrigerante, que seguidamente atraviesa una válvula de laminación, en donde su presión se reduce hasta la presión del evaporador.

La diferencia básica se encuentra en la etapa de compresión. En esta etapa, el fluido refrigerante, una vez evaporado a baja presión, se hace circular por el absorbedor, en donde el disolvente disuelve el vapor del flujo refrigerante en una reacción exotérmica, produciéndose una solución concentrada. Para elevar la presión al nivel requerido por el condensador, se utiliza una bomba, cuyo trabajo mecánico requerido es despreciable en comparación con el de un compresor.

Una vez obtenida la disolución concentrada a alta presión, se hace circular por un intercambiador de calor (generador), en donde se separan soluto y disolvente (vapor del fluido refrigerante y disolvente en fase líquida), gracias a un aporte de calor de una fuente externa, necesariamente a mayor temperatura que el foco caliente.

De esta forma, el vapor de fluido refrigerante pasa al condensador, mientras que el disolvente (en solución pobre ya que soluto y disolvente nunca

se separan totalmente) es reconducido a través de una válvula de laminación hacia el absorbedor.

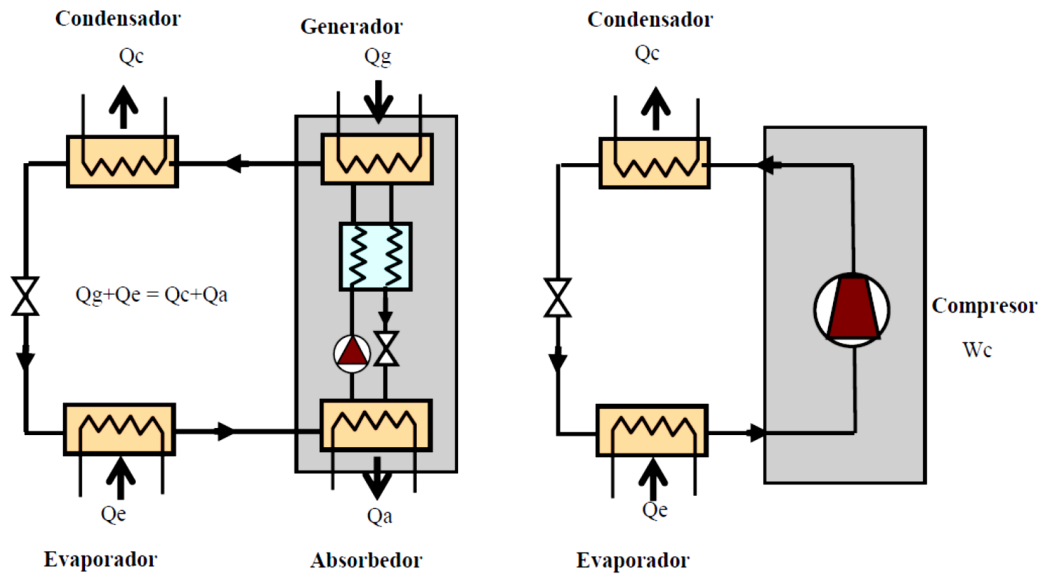


Figura 4. 42: Comparativa entre un ciclo de refrigeración por absorción (izquierda) y un ciclo de compresión simple (derecha)

Con el objetivo de mejorar la eficiencia, se suele interponer un intercambiador de calor entre absorbedor y generador, ya que:

- 1) Precalienta la solución concentrada antes de la entrada al generador.
- 2) Enfía la solución diluida antes de la entrada al absorbedor.

El esquema comentado corresponde a una máquina de absorción de efecto simple. Sin embargo, existen variaciones orientadas a la mejora del rendimiento, la capacidad frigorífica, o poder operar a muy bajas temperaturas.

Estas pueden ser:

- 1) Ciclos multiefecto: La condensación se realiza en varias etapas, aprovechando el calor cedido por el fluido refrigerante, para separar los componentes de la disolución concentrada en varias etapas, reduciendo el aporte de calor necesario.
- 2) Ciclos multietapa: En el que los niveles de refrigeración requeridos son tales que la refrigeración se realiza utilizando varios ciclos en cascada (varias etapas).

Finalmente, debe decirse que en los ciclos de refrigeración por absorción agua-bromuro de litio, no se puede conseguir condensación o evaporación del agua (fluido refrigerante), por debajo de los $0,01^\circ\text{C}$, por lo que no se puede utilizar para producción de frío a baja temperatura. Además, bajo ciertas condiciones de operación, el BrLi, puede producir cristalización,

debiendo detener el equipo hasta que se produzca su fusión. Esto obliga a que la diferencia entre las temperaturas entre el evaporador y el absorbedor no sea muy alta.

Por otra parte, las características del amoníaco como fluido refrigerante (ciclo amoníaco – agua), son bastante mejores que las del agua, pudiendo llegarse en estos ciclos a temperaturas de -55°C , en una sola etapa, mientras que las máquinas de compresión necesitarían varias etapas. Además no sufren el problema de cristalización anteriormente mencionado.

Sin embargo, el amoníaco es tóxico e inflamable, por lo que estos ciclos se restringen a procesos en los que sea imprescindible lograr temperaturas bajo cero, siendo necesario un estricto control de su explotación. Además, es necesario recurrir a conducciones de acero, ya que las de cobre o aleaciones del mismo son atacadas por el amoníaco.

Por otra parte, las presiones de saturación de agua y amoníaco son similares, lo que obliga a incluir un rectificador que separe ambos compuestos, entre el generador y el condensador.

Refrigeración por adsorción

El término adsorción deriva de otro término más general, “sorción”, que describe dos procesos diferentes.

Por un lado, tenemos el término “adsorción”, que describe el fenómeno en el que una superficie “adsorbente”, retiene o adsorbe una cantidad de materia en estado gaseoso, en un proceso exotérmico, mientras que por otro se describe el fenómeno complementario de liberación de esa misma materia en estado gaseoso mediante un aporte de energía térmica, denominándose este proceso “desorción”.

En este caso, el fluido refrigerante es agua, que es adsorbida en estado vapor. Además, el ciclo de refrigeración de adsorción tiene la característica atípica de ser un ciclo discontinuo, ya que el material adsorbente (silica-gel), necesita de una regeneración para no perder sus cualidades adsorbentes.

Se definen a continuación los seis periodos del ciclo de adsorción, sobre el esquema de una máquina típica de adsorción, en donde observamos el condensador en la parte superior, el evaporador en la parte inferior, y en el centro dos cámaras, que realizan de manera alternativa los procesos de adsorción-desorción, con sendos intercambiadores de calor.

Todo este conjunto es hermético, realizándose el proceso a una presión muy inferior a la atmosférica, por lo que la ebullición del agua se produce a temperaturas del orden de los 3,3 °C.

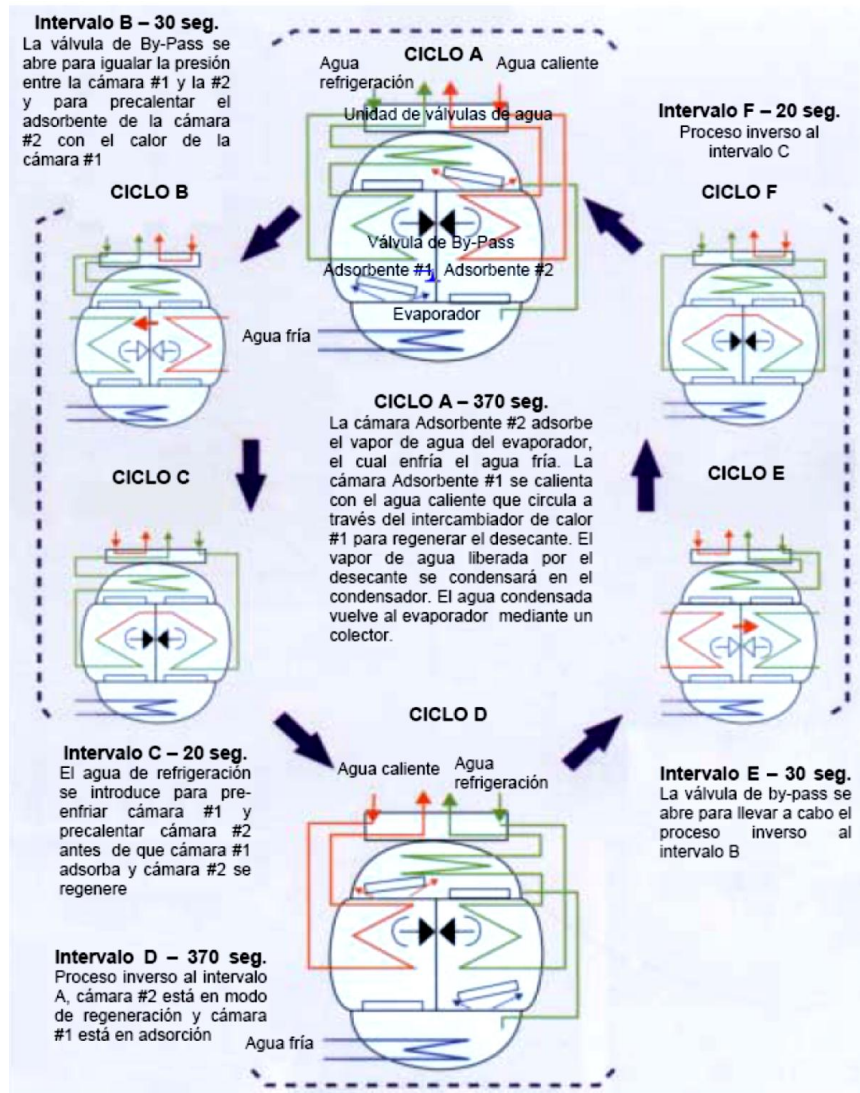


Figura 4. 43: Ciclo de adsorción

- 1) **Ciclo A:** En este periodo, una de las dos cámaras se encuentra realizando un proceso de adsorción del vapor de agua procedente del evaporador. Para realizar este proceso, es necesario que circule el agua de refrigeración, procedente de una torre de refrigeración, por el intercambiador de calor correspondiente. A su vez, en la otra cámara se realiza un proceso de regeneración, en el cual, se hace circular agua a 90 °C, a través del correspondiente intercambiador de calor, de forma que al aportar calor, el vapor de agua se libera del silica-gel, pasando al condensador, donde condensa, regresando por gravedad al evaporador.
- 2) **Ciclo B:** En esta etapa, se abre la válvula de by-pass, poniendo en contacto las dos cámaras, de forma que se igualan las presiones y temperaturas de ambas. En esta parte, el agua caliente no actúa, y el condensador sigue refrigerándose.

- 3) **Ciclo C:** El agua de refrigeración de la torre comienza a circular por las dos cámaras, de forma ordenada. Inicialmente enfría la cámara que terminó el proceso de desorción, y siguiendo por la que terminó el proceso de adsorción.
- 4) **Ciclo D:** Se repite el ciclo A, pero intercambiando el orden de las cámaras con respecto al mismo (es decir, la cámara que anteriormente estaba en proceso de adsorción, ahora realiza el proceso de desorción, y viceversa).
- 5) **Ciclo E:** Se repite el ciclo B, intercambiando el orden de las cámaras con respecto al mismo.
- 6) **Ciclo F:** Se repite el ciclo C, intercambiando el orden de las cámaras con respecto al mismo.

Estos ciclos suelen tener una duración total de 420 segundos, que se reparten en 370 segundos para los ciclos A y D, 30 segundos para los ciclos B y E, y finalmente 20 segundos para los ciclos C y F.

Una de las características más interesantes de la adsorción, es su capacidad de adaptación frente a variaciones de caudal y de temperatura de la fuente de calor. Además, es capaz de refrigerar con temperaturas del agua caliente de 50° C, pudiendo llegar a temperaturas de agua refrigerada de 3,3 ° C, algo imposible para las máquinas de absorción.

4.3.3.3- Tecnologías de aporte de calor al fluido de trabajo en las alternativas consideradas

El primer aspecto a tener en cuenta a la hora de suministrar calor al fluido de trabajo, es la fuente de energía utilizada. Así, el gas natural, es un combustible de origen fósil que se puede quemar directamente, en motores, o en calderas mediante quemadores, mientras que la energía solar puede también utilizarse directamente para producción de vapor, si bien es necesario un proceso de “concentración” de dicha energía, al ser esta muy dispersa.

Otro caso es el de la biomasa, ya que bajo esta denominación existen multitud de materias orgánicas de origen vegetal o animal, con diferentes capacidades caloríficas y necesidades de tratamiento. De esta forma, la biomasa se puede clasificar en:

- 1) Biomasa natural
- 2) Biomasa residual
 - a) Residual seca
 - i) Forestal
 - (1) Tratamientos silvícolas
 - (2) Aprovechamientos maderables
 - ii) Agrícola
 - (1) Cultivos herbáceos

- (2) Podas frutales
 - iii) Residuos de industrias agroalimentarias o de transformación de la madera
- b) Residual húmeda
 - i) Aguas residuales urbanas
 - ii) Residuos ganaderos
 - iii) Residuos industriales biodegradables
- 3) Cultivos energéticos
 - a) Destinados a la producción de calor
 - b) Destinados a la producción de biocarburantes

Dependiendo de la materia utilizada, la cantidad de recursos disponibles y del tipo de demanda energética disponible, se utilizan diferentes sistemas de aprovechamiento de la biomasa, como son:

Tipo de recurso	Sistema de aprovechamiento	Recurso obtenido
Biomasa residual seca	Basado en la combustión del recurso	Vapor
		Aceite térmico
		Agua caliente
		Aire caliente
	Basado en la gasificación del recurso	Gas combustible ¹
		Gas de síntesis ¹
	Producción de biocarburantes	Aceite vegetal ²
		Biodiesel ²
		Etanol ²
		ETBE ²
Biomasa residual húmeda	Compostaje	Compost
	Digestión anaerobia	Biogas ¹
	Basado en la combustión del recurso	
Cultivos energéticos	Basado en la gasificación del recurso	

¹ Se puede emplear para producir energía térmica y mecánica en el eje.

² Se puede emplear para producir energía mecánica en el eje (MCIA).

	Producción de biocarburantes	Aceite vegetal ²
		Biodiesel ²
		Etanol ²
		ETBE ²

Tabla 4. 3: Métodos de aprovechamiento energético de la biomasa

En el ámbito de este proyecto, la energía de la biomasa se centra en la combustión directa de biomasa residual seca, para producir vapor, por lo que no nos introduciremos en los procesos de gasificación o pirolisis.

La biomasa, necesita además, un pretratamiento que varía según el tipo de materia a utilizar, sin embargo, un proceso de pretratamiento para un residuo seco de cultivos leñosos (que suele ser el más complejo), consta al menos de las siguientes fases:

- 1) Recogida y tratamiento de la biomasa en el campo.
- 2) Transporte a la planta de tratamiento y almacenamiento de materias primas.
- 3) Triturado.
- 4) Molienda.
- 5) Secado, natural o forzado (eliminación de la humedad).
- 6) Compactado (en forma de pellets o briquetas).
- 7) Almacenamiento de la biomasa tratada.

Por otra parte, si nos centramos en la energía solar térmica, nos encontramos con una primera clasificación de la misma en energía de baja temperatura (T^a del fluido caloportador por debajo de los 100 °C, usada generalmente para la producción de agua caliente sanitaria) y energía de media/alta temperatura (que puede utilizarse para generar vapor, aprovechable en un ciclo termodinámico).

Dentro de esta segunda categoría, las diferentes tecnologías se basan en concentrar la radiación solar en una línea, o un punto, a través del que pasa el fluido caloportador, que puede ser el agua a evaporar, o aceites sintéticos que permiten alcanzar mayores temperaturas sin que aparezca el cambio de estado. Las tecnologías más conocidas son:

4.3.3.3.1- Centrales de concentrador cilíndrico-parabólico (CCP)

Dentro del grupo de la generación termoeléctrica, esta tecnología se considera como la más madura, y supone más del 95% de la potencia de generación termoeléctrica, instalada a nivel mundial.

En este tipo de centrales, la captación se realiza en campos solares, compuestos por lazos o hileras de captadores en serie. Estos captadores se componen principalmente de tres partes:

- 1) Espejo reflector: De forma cilíndrico-parabólica, que tiene la función de reflejar la radiación solar incidente hacia una línea, que atraviesa la zona coincidente con el foco de la parábola que forman.
- 2) Tubo absorbedor: Este tubo, situado en la línea anteriormente mencionada, absorbe el calor por radiación, cediéndolo al fluido caloportador que circula por su interior.
- 3) Estructura: Que da forma, sujeción y soporte al conjunto formado por el captador. Además, permiten el seguimiento de la luz solar en un eje.



Figura 4. 44: Componentes de un captador solar cilíndrico-parabólico

Para la generación de vapor, se utilizan bombas que aumentan la presión del agua líquida hasta una presión del orden de los 50 a 100 bares. Una vez conseguida dicha presión, se hace circular el agua líquida y el fluido caloportador por un intercambiador de tipo carcasa-tubo, produciendo vapor sobrecalentado a temperaturas cercanas a los 380 °C, que será aprovechado en un ciclo de vapor.

4.3.3.3.2- Centrales de concentrador lineal fresnel

Al igual que las centrales de concentrador cilíndrico-parabólico, las centrales con concentrador lineal, dirigen la radiación solar hacia una línea en donde se encuentra un absorbedor, por el que circula un fluido caloportador, sin embargo en este caso, los espejos utilizados son planos.

En este caso, los campos solares se componen de hileras de espejos primarios a un metro sobre la altura del terreno, un absorbedor y espejos secundarios.

Los espejos primarios tienen la función de reflejar la radiación solar en el absorbedor, colgado alrededor de unos 8 metros sobre el nivel de dichos espejos.

Por encima del absorbedor se encuentra el espejo secundario, con forma cilíndrica, encargado de redirigir los rayos ligeramente desviados que no han impactado en el absorbedor.

Aunque estas instalaciones son alrededor de un 15% menos eficientes que las de concentradores cilíndrico-parabólicos, poseen una serie de ventajas, como son, un coste de instalación menor (espejos planos), una menor necesidad de separación entre hileras, o la posibilidad de establecer un sistema de limpieza de espejos automática.

Además, al igual que las CCP, los espejos primarios permiten el seguimiento de la luz solar en un eje.

A diferencia de los CCP, el absorbedor del concentrador fresnel, no necesita recubrimiento de vidrio, ni el vacío entre el tubo metálico y la cubierta de vidrio, ya que no se ve sometido a las mismas condiciones térmicas.

Dentro del absorbedor viaja en este caso agua líquida, que llega al estado vapor a una temperatura máxima de 270 °C, y 55 bares de presión en la salida. Esta presión se ve reducida en el tanque de alimentación del calderín de vapor.

Otra diferencia es que, entre diferentes etapas de las turbinas asociadas a CCP, existe recalentamiento del vapor en expansión, por lo que el rendimiento mejora considerablemente. Sin embargo, en centrales tipo fresnel, se trabaja normalmente con vapor saturado, por lo que es necesario eliminar el líquido condensado entre etapas con ayuda de separadores de humedad.

4.3.3.3- Centrales de discos parabólicos unidos a un motor Stirling

Estas centrales están formadas por campos de discos parabólicos, que concentran la luz en un único punto (a diferencia de las centrales termoeléctricas anteriores), acompañados de motores de combustión externa (motores Stirling).



Figura 4. 45: Concentradores parabólicos con motores Stirling

El hecho de concentrar la luz en un único punto, aprovechado por el motor Stirling, tiene varias ventajas:

- 1) Al no necesitar hileras por donde circule un fluido caloportador, simplifica y abarata en gran medida la instalación de estos equipos.
- 2) Permite además una automatización de la planta, y un seguimiento de la luz solar en dos ejes.
- 3) A diferencia de las CCP, que conseguían unos ratios de concentración de radiación de 80:1, o los de discos planos, con un ratio de concentración del orden de 20:1, la concentración en un punto permite un ratio de concentración del orden de 2000:1, por lo que se pueden alcanzar temperaturas de entre 650 y 800 °C. Esto unido a un motor de combustión, hace que el rendimiento de estos colectores sea alto, del orden del 40%.

Por contra, este tipo de concentradores tienen la desventaja de necesitar una mayor superficie, estimándose que se aprovecha aproximadamente el 20% del terreno (es decir, que por un metro cuadrado de superficie de captación, se requieren 5 metros cuadrados de superficie total).

4.3.3.34- Plantas de receptor central, con generación directa de vapor (centrales de torre)

Estas centrales, también concentran la radiación solar en un punto, sin embargo, en este caso, todos los receptores concentran la radiación en el mismo punto, el receptor de la torre.

Por tanto, el campo solar de estas instalaciones consta de dos partes:

- 1) El conjunto de helióstatos: superficies reflectantes, que concentran la radiación incidente en el receptor. A su vez se componen de:
 - a) Sistema de espejos planos
 - b) Estructura soporte del conjunto

- c) Sistema de seguimiento en dos direcciones.
- 2) La torre: Que sirve de soporte al receptor
- 3) Receptor, que recibe la radiación, transfiriéndola al fluido caloportador. Se compone de tubos de intercambio de calor, que pueden ser interiores (de cavidad), o exteriores, según las particularidades de la planta, pudiendo estos últimos clasificarse como:
 - a) Receptor externo cilíndrico: Compuesto por diversos paneles planos, formando un prisma poligonal recto con numerosas caras.
 - b) Receptor semicilíndrico
 - c) Receptor plano.

Por otra parte, el fluido caloportador, puede ser el propio fluido de trabajo (agua líquida), o fluidos intermedios, tales como aire u otros gases inertes, o bien sales inorgánicas fundidas.

Finalmente, con respecto a los receptores, éstos pueden clasificarse según el mecanismo de transferencia de energía al fluido. Así, los tres tipos básicos son:

- 1) De placa: En los que la radiación incide sobre una placa, a la que van adosados los tubos a través de los cuales circula el fluido.
- 2) Tubulares: En donde los rayos solares inciden directamente sobre el tubo.
- 3) Volumétricos: En donde el sol incide sobre una superficie, con un mallado perpendicular a la misma, por el que circula generalmente aire.

Con respecto a la disposición del campo solar (en el hemisferio norte), existen dos tipos de distribución:

- 1) Campo norte: En el que los espejos se sitúan todos al norte de la torre. Esta disposición, permite un mejor ángulo de incidencia, de forma que, cuanto más alejados del ecuador, más aumenta la eficiencia óptica anual en un campo de este estilo. Además, la construcción del receptor es más sencilla, ya que sólo es necesario disponer el haz de tubos en un lateral de la misma.
- 2) Campo circular: En esta disposición, el campo de helióstatos es circular, estando la torre, no en el centro, sino desplazada hacia el sur. Esta disposición se debe a que el coste de la torre crece casi exponencialmente con la altura de la misma, teniendo en cuenta que cuanto mayor es el campo solar, mayor es la altura necesaria en las centrales de disposición campo norte, en campos solares muy grandes se prefiere la disposición de campo circular.



Figura 4. 46: Centrales de torre. Izquierda: Campo circular. Derecha: Campo norte

Como último apunte de la tecnología solar termoeléctrica, se debe decir que, si se utilizan sales inorgánicas como fluido caloportador, es posible almacenarlas en grandes depósitos, térmicamente aislados, obteniendo así una reserva energética en forma de energía térmica, que puede paliar en cierta medida el problema de la no gestionabilidad de esta tecnología de generación energética.

4.3.3.4- Calderas y generadores de vapor

De los aspectos comentados en este apartado 4.3.3, se puede destacar, que en todas las tecnologías de generación del apartado mencionado, aparecen en una u otra parte los grupos generadores de vapor, o simplemente calderas.

Se ha creído necesario mencionar los aspectos básicos de funcionamiento de estos grupos, dada su importancia dentro del ciclo de potencia.

Lo primero que necesitamos saber es qué se entiende por generador de vapor, y por caldera.

Definición 4.1. Caldera: Según el decreto 48/84, se define caldera como “un recipiente metálico, cerrado, destinado a producir vapor o calentar agua, mediante la acción del calor a una temperatura superior a la del ambiente y presión mayor a la atmosférica”.

Definición 4.2. Generador de vapor: Se llama así al conjunto o sistema formado por una caldera y sus accesorios. En la práctica es muy común llamar caldera al conjunto generador de vapor, lo cual lleva a veces a confusión.

En general describiremos el conjunto generador de vapor, y lo denominaremos caldera en este apartado.

Además, pueden distinguirse en todas las calderas dos zonas claramente diferenciadas que son:

- 1) Hogar, cámara de combustión, o zona de liberación de calor: En donde se produce la reacción de combustión del combustible. El hogar puede ser interior o exterior, en función de si se encuentra totalmente o parcialmente, o no se encuentra rodeado por la superficie metálica cobertora del mismo.
- 2) Zona de tubos: En esta zona, los gases de la combustión, transfieren gran parte de su calor al fluido de trabajo (agua), principalmente por convección

4.3.3.4.1- Diferentes clasificaciones de las calderas

Existen varias maneras de clasificar las calderas, de entre las que destacan las siguientes.

- 1) Según su posición
 - a) Horizontales
 - b) Verticales
- 2) Según su instalación
 - a) Fijas o estacionarias
 - b) Móviles o portátiles
- 3) Según la ubicación del hogar
 - a) De hogar interior
 - b) De hogar exterior
- 4) Según la circulación de los gases
 - a) Recorrido en un sentido (de un paso)
 - b) Con retorno simple (de dos pasos)
 - c) Con retorno doble (de tres pasos)
- 5) Según la forma de calefacción
 - a) Cilíndrica sencilla de hogar exterior
 - b) Con un tubo hogar (liso o corrugado)
 - c) Con dos tubos hogares (lisos o corrugados)
 - d) Con tubos múltiples de humo (acuotubulares o pirotubulares)
 - e) Con tubos múltiples de agua (acuotubulares o pirotubulares)
 - f) Con tubos múltiples de agua y humo (acuotubular o mixta)
- 6) Según la previsión del vapor a producir
 - a) De baja presión (hasta 2 Kg/cm^2)
 - b) De media presión (Entre 2 y 10 Kg/cm^2)
 - c) De alta presión (Entre 10 y 225 Kg/cm^2)
 - d) Supercríticas (más de 225 Kg/cm^2)
- 7) Según el volumen de agua que contienen, con respecto a su superficie de calefacción (se entiende por superficie de calefacción la superficie de planchas y tubos de la caldera, que están simultáneamente en contacto con los gases, y con el agua que se desea calentar, medido desde el lado de los gases).
 - a) De gran volumen de agua (más de 150 l/m^2 de superficie de calefacción o SC)
 - b) De mediano volumen de agua (entre 70 y 150 l/m^2 de SC)

- c) De pequeño volumen de agua (menos de 70 l/m^2 de SC)
- 8) Según su utilización
 - a) De vapor
 - b) De agua caliente
- 9) Según la circulación del agua dentro de la caldera
 - a) Circulación natural: El agua circula por la diferencia de densidades debida al gradiente térmico
 - b) Circulación forzada: El agua se hace circular mediante bombas
- 10) Según el tipo de combustible
 - a) Para combustibles sólidos
 - b) Para combustibles líquidos
 - c) Para combustibles gaseosos

Sin embargo, la clasificación más utilizada, y la que seguiremos en este apartado es la siguiente:

- 1) Piro tubulares, o de tubos de humo: En donde los humos calientes circulan por el interior de los tubos, cediendo su calor al agua.
- 2) Acuotubulares, o de tubos de agua: Aquí, el fluido que circula por el interior de los tubos, es el agua, que recibe el calor de los gases que circulan por el exterior.

4.3.3.4.2- Calderas con tubos múltiples de humo (Piro tubulares ó Igneotubulares)

En este tipo de calderas, los humos de la combustión circulan a través del interior de los tubos, calentando el agua que circula por el exterior. Pueden ser de tubos semisumergidos (si el agua no cubre la totalidad de los tubos por los que circulan los humos), o de tubos totalmente sumergidos (si el agua cubre todos los tubos).

Las calderas de este tipo, más utilizadas en nuestro país, son las denominadas “escocesas”, siendo horizontales, de tubos múltiples de humo, con hogar interno y retorno simple, o doble retorno.

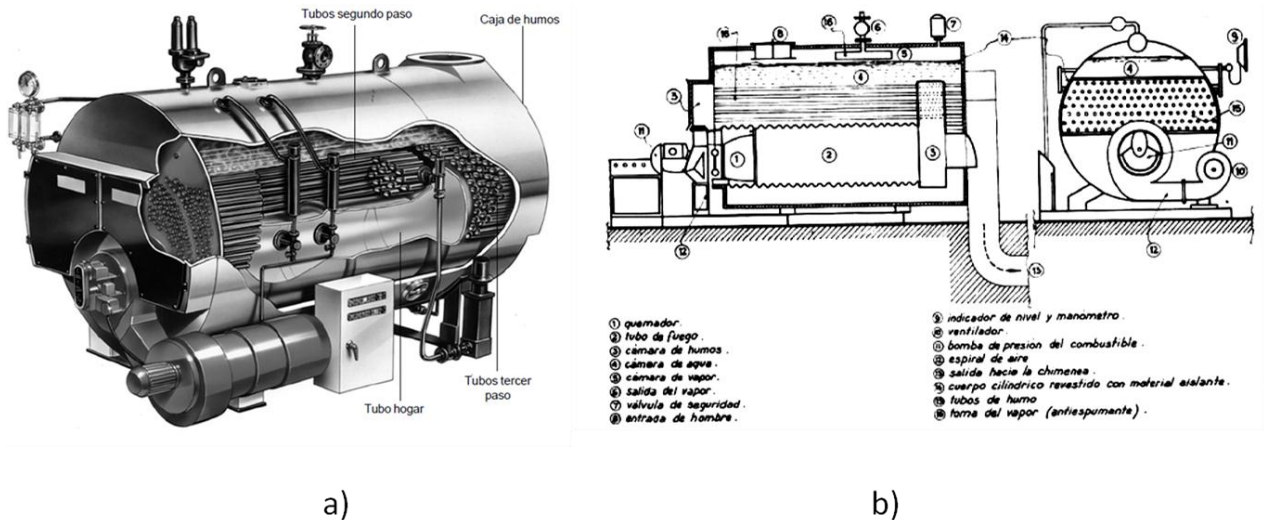


Figura 4. 47: Caldera "escocesa". a) Conjunto de caldera. b) Elementos que la integran

Se pueden considerar tres partes básicas en calderas con este tipo constructivo:

- 1) Una caja de fuego. Puede ser de sección rectangular o cilíndrica, y dentro de ella se encuentra el hogar. Suele ser de doble pared, por lo que el hogar queda rodeado de una masa de agua, si bien, es necesario reforzar las planchas con tirantes (pernos con orificio central para detectar filtraciones cuando se cortan).
- 2) Un cuerpo cilíndrico: Atravesado longitudinalmente por tubos de pequeño diámetro, de circulación de los gases calientes.
- 3) Una caja de humos: Prolongación del cuerpo cilíndrico a la que llegan los gases de escape después de pasar por el haz tubular, que desembocan en una chimenea.

Hay que añadir que estas chimeneas suelen poseer un tiro forzado que se consigue mediante un chorro de vapor de la propia caldera, o utilizando vapor de escape de la turbina.

Un diagrama de funcionamiento de estas calderas sería el siguiente:

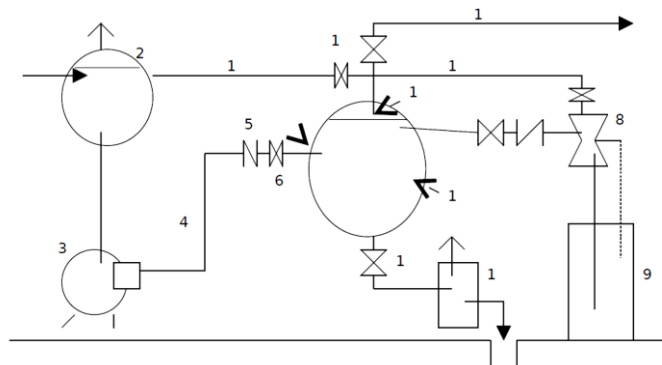


Figura 4. 48: Esquema de funcionamiento de caldera pirotubular

En donde se tiene:

1. Caldera: En donde se produce el intercambio de calor entre gases de combustión y agua, generándose vapor (formada por la combinación, carcasa-tubos de humo).
2. Tanque de alimentación y desgasificador: Acumula el agua proveniente del condensador, y de reposición (proveniente de la red), a la vez que separa las fases, líquida y vapor, para que sólo entre líquido saturado en la caldera.
3. Bomba de alimentación a la caldera: Se dimensiona para poder proporcionar una presión un 25% superior a la máxima de trabajo, y para poder proporcionar un caudal de agua un 25% superior al agua vaporizada en la caldera.
4. Tubería de alimentación
5. Válvula de retención: Evita el retorno de agua de la caldera.
6. Válvula de cierre: Cierra el paso del agua.
7. Conexión de entrada (extremo de carga)
8. Inyector: Medio alternativo para la alimentación de agua, en caso de fallo de las bombas de impulsión. Funciona con el propio vapor de la caldera
9. Tanque auxiliar: Para la alimentación del inyector
10. Válvula de purgas
11. Tanque de retención de purgas: Necesario para el enfriamiento del agua de purgas, control de la salinidad del agua de la caldera, y acumulación de lodos antes de su vertido al alcantarillado.
12. Separadores de vapor: Permite separar la humedad que el vapor arrastra en suspensión (pequeñas gotas).
13. Válvula principal de vapor: Controla la salida de vapor de la caldera
14. Línea principal de vapor: Es la cañería que lleva el vapor a su lugar de utilización.
15. Línea de vapor al desgasificador.
16. Línea de vapor al inyector.

4.3.3.4.3- Calderas con tubos múltiples de agua (acuotubulares)

En las calderas acuotubulares, el agua circula por el interior de los tubos, de forma que al necesitar estos un diámetro menor que las calderas pirotubulares, se ven sometidos a esfuerzos menores, lo que les permite trabajar a mayores presiones.

Además, este tipo de calderas, suele construirse a medida, por lo que existen multitud de tipos constructivos. No obstante, se pueden distinguir, como ya se ha comentado, dos parte principales; hogar y zona de tubos.

Este tipo de calderas, son más eficientes que las calderas pirotubulares, y permiten la integración de elementos para la mejora del rendimiento como economizadores, recalentadores y sobrecalentadores, etc.

Un esquema típico para este tipo de calderas, es el siguiente:

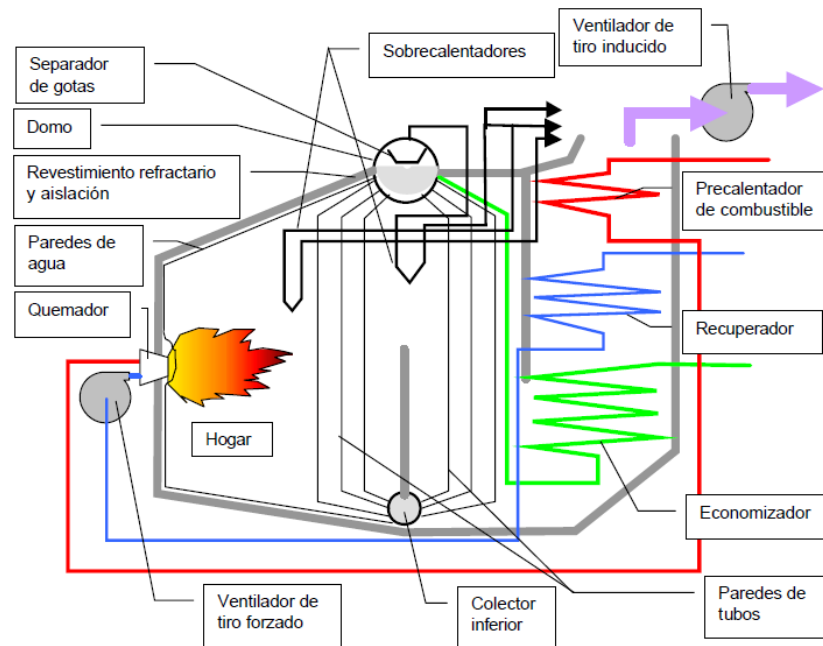


Figura 4. 49: Esquema de funcionamiento de caldera acuotubular

Se puede decir, que las partes mencionadas en el esquema de funcionamiento, de la caldera pirotubular, se encuentran también en la caldera acuotubular, si bien existen algunas diferencias.

- 1) Las paredes de agua, formadas por los haces de tubos, terminan en unos colectores que van a parar a los domos o calderines. En general se utiliza la circulación natural del fluido de trabajo, de forma que los condensados y el líquido de reposición, van a parar al calderín inferior, siendo calentado este a través de los haces de tubos mencionados, subiendo al domo o calderín principal debido al cambio de densidad del fluido. En este calderín, se produce la separación de vapor saturado.
- 2) Se intercalan una serie de elementos de aumento de la eficiencia, como son:
 - a) Economizadores: Que calienta el agua de alimentación mediante el calor residual de los gases de escape
 - b) Recuperadores: Recuperan energía térmica del fluidos como el agua de purgas, o el agua de condensados, para precalentar el agua de entrada a la caldera, aprovechando un calor residual, que de otro modo se perdería.
 - c) Sobrecalentadores: En donde se recirculan los flujos de vapor nuevamente por el hogar, con el objetivo de aumentar la temperatura por encima de la de vapor saturado, a una presión dada.

4.3.3.4.4- Circuito de humos en calderas acuotubulares

El circuito de humos posee diferentes configuraciones, en función del tipo de combustible a utilizar, si bien, se pueden definir unas partes comunes a todas ellas, que son:

- 1) Hogar (ya comentado)
- 2) Puerta del hogar: En esta zona se posicionan los quemadores, si se utilizan combustibles gaseosos, o se introduce el combustible a utilizar, en caso de combustibles sólidos.
- 3) Quemadores (de diferente tipo según sean calderas de combustibles gaseosos, líquidos o sólidos).
- 4) Conductos de humos: Zona de circulación de los humos, en donde se produce el intercambio de calor con el fluido de trabajo.
- 5) Caja de humos: En donde se acumulan los humos en su paso previo a la chimenea.
- 6) Chimenea: Conducto de salida de los gases de escape.
- 7) Regulador de tiro (templador): Ubicado a la entrada de la chimenea, o en una zona de la misma, este elemento regula el tiro, y por tanto el flujo de aire de combustión (si la ventilación es natural).

Si el combustible es gaseoso, se complementa la instalación con unos quemadores, compuestos por el inyector de la mezcla aire combustible, y el sistema de ignición. Por su parte, según la alimentación de aire y el sistema de mezcla aire combustible, los quemadores pueden ser:

- 1) Atmosféricos: Si se realizan por efecto venturi
- 2) Mecánicos: Si se requiere una compresión mecánica (en este caso se utiliza un ventilador)

Tradicionalmente, se utilizaba en el sistema de ignición una llama piloto, sin embargo, está siendo sustituida por sistemas de encendido con control electrónico.

Por otra parte, si el combustible es gaseoso, se suele pulverizar en la cámara de combustión para producir la llama.

Si lo que tenemos son combustibles sólidos, como el carbón, o la biomasa, el hogar se divide en la zona de la parrilla, (donde se coloca el combustible a quemar), y el cenicero, en donde se recogen las cenizas. La disposición en barras de la parrilla, hace que el aire primario para la combustión pueda penetrar a través de ella, procedente del cenicero, regulándose el gasto de aire mediante el templador ya comentado.

Es necesario comentar también, que se están imponiendo nuevas tecnologías, que mejoran el rendimiento de la combustión de combustibles sólidos, aproximándolos más a la combustión de los combustibles gaseosos.

Una de estas tecnologías es la caldera de lecho fluidizado, en donde el combustible, previamente triturado y molido, es introducido al hogar, en forma de material pulverizado, con contacto con un lecho de arena caliza. Esta tecnología:

- 1) Favorece un mayor aprovechamiento del combustible
- 2) Proporciona una combustión más uniforme dentro del hogar
- 3) Favorece la absorción de SO_2
- 4) Por contra, necesita del uso de ciclones para evitar inquemados, y se observa una mayor erosión y abrasión de la cámara de combustión.

4.3.3.4.5- Comparativa entre calderas pirotubulares y calderas acuotubulares

Las características más notables de ambas disposiciones, se pueden resumir en las siguientes.

Ventajas de las calderas pirotubulares frente a las acuotubulares:

- 1) A igual capacidad, mayor sencillez de diseño, lo que repercute en un menor costo
- 2) Mayor flexibilidad de operación, debido al gran volumen de agua, que permite absorber las fluctuaciones de la demanda de vapor
- 3) Menores exigencias de pureza en el agua de alimentación que las acuotubulares
- 4) Facilidad de inspección revisión y limpieza

Ventajas de las calderas acuotubulares frente a las pirotubulares:

- 1) Menor peso por unidad de potencia generada (debido al menor volumen de agua necesario)
- 2) Mayor velocidad de puesta en marcha
- 3) Más eficientes
- 4) No tienen el riesgo de explosión de las calderas pirotubulares por sobrepresión.

Dadas estas características, en generación de gran potencia, suelen utilizarse generalmente las calderas acuotubulares (hasta 200 t/h, hasta 160 bar, y producción de vapor sobrecalentado a altas temperaturas), mientras que las calderas pirotubulares entran en acción en instalaciones de pequeña potencia, y baja presión (hasta 30t/h, hasta 30 bar).

4.3.3.4.6- Recomendaciones generales en calderas acuotubulares

Al poseer las calderas acuotubulares un diámetro de tubo de intercambio relativamente pequeño, éstas son especialmente sensibles a los efectos de las impurezas contenidas en el agua de alimentación, tales como sales de sodio, calcio, magnesio y hierro; sílice y diferentes óxidos, o gases disueltos. Estas impurezas pueden provocar:

- 1) Incrustaciones en las superficies, aumentando la resistencia a la transmisión de calor entre gases y líquido, lo que a su vez redundaría en la pérdida de rendimiento en la caldera, y posible aparición de corrosión por estrés en los tubos.
- 2) Los gases disueltos en el fluido de trabajo, también pueden reducir el coeficiente de transmisión de calor, por lo que afectan igualmente al rendimiento. Además, cabe la posibilidad de corrosión por O₂
- 3) Se puede producir un arrastre de sílice hacia los álabes de la turbina de vapor, lo que provocaría un tremendo deterioro en los mismos.

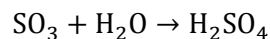
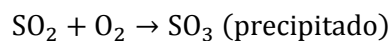
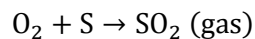
De esta forma, es importante un tratamiento adecuado frente a la corrosión, que generalmente consta de:

- 1) Acondicionamiento del PH (procesos de ablandamiento o filtrado)
- 2) Desgasificación, que a su vez puede ser
 - a) Desgasificación térmica
 - b) Desgasificación química

Con respecto a las impurezas sólidas precipitadas a partir de los tratamientos dados, es importante que el calderín inferior, a donde suelen ir a parar, posea una válvula de purgas y un tambor de recogida de impurezas y lodos.

Ya se ha comentado, que se suelen utilizar equipos auxiliares para aumentar el rendimiento de las instalaciones. De entre estos, los economizadores son los más ampliamente utilizados, y se debe prestar en ellos una especial atención a la temperatura de salida de los gases de escape, ya que se puede provocar la condensación de óxidos de azufre en el caso de alcanzar una temperatura lo suficientemente baja (temperatura de rocío).

Así, la precipitación de estos óxidos puede dar lugar a la aparición de ácido sulfúrico, en las superficies de intercambio de calor, mediante un sistema de reacciones como el siguiente:



Los parámetros más importantes para la determinación de esta temperatura son:

- 1) La composición y aditivos del combustible
- 2) El nivel de exceso de aire
- 3) La existencia de precipitadores electrostáticos

- 4) Paradójicamente, la existencia de lavadores (scrubbers), cuya función es eliminar el SO_3 , puede favorecer su aparición, si reduce demasiado la temperatura en la cámara de retención de los gases.

Como medidas preventivas, se procura no transferir todo el calor residual de los gases de escape al agua de alimentación, espaciar los tubos que se encuentran a la entrada de agua, o bien colocar el economizador en equicorriente, en vez de a contracorriente.

Por último, se pueden definir algunos requisitos esenciales en las calderas, que vienen a complementar las medidas comentadas en este apartado, como son:

- 1) Una construcción tal que permita compensar las dilataciones
- 2) Una capacidad de agua y vapor suficiente para absorber las fluctuaciones en la demanda de vapor.
- 3) Un posicionamiento de las juntas de dilatación tales que no queden expuestas al fuego
- 4) Un hogar de la caldera con las dimensiones necesarias para completar la combustión antes de que los gases de la misma pasen a los intercambiadores.
- 5) Facilidad de limpieza.

4.3.3.4.7- Calderas de recuperación

Se comentó, que en algunas tecnologías, el calor aportado para la generación de vapor podía provenir de los calores residuales de un flujo térmico utilizado en otro proceso (tales como los gases de escape en MCI, o los gases de salida de una turbina de gas en ciclos combinados). Para aprovechar dicho calor, se utiliza una caldera de recuperación, que posee las mismas características que los grupos generadores de vapor ya comentados, con la diferencia de que en estas no hay un proceso de combustión, por lo que no poseen hogar, ni quemadores. Por tanto, es interesante hacer notar que, si en una caldera convencional, el calor se transmite principalmente por radiación, en este tipo de calderas, el fenómeno predominante es el de convección.

Las recomendaciones hechas para calderas convencionales, son también de aplicación a este tipo de calderas.

4.3.4- Tecnologías que no utilizan ciclos termodinámicos para la generación eléctrica. ([46] a [55])

Dentro de este apartado, se engloban las alternativas denominadas como:

- 1) Energía eólica
- 2) Solar fotovoltaica
- 3) Minihidráulica

Al igual que con las alternativas del apartado 4.3.3, se han elegido en este caso centrales reales para la recolección de los datos a introducir en la matriz de decisión. Así, entre otras fuentes, las centrales de estudio más significativas para estas tecnologías son:

Energía eólica

Planta	Localización
Artes del Atlántico II	Gran Canaria
Pico Viento	Gáldar (Gran Canaria)
Hoya de Herrera	Teguise (Lanzarote)
Parque Eólico LZ07	San Bartolomé (Gran Canaria)
El Jume	Argentina

Tabla 4. 4: : Centrales principales para la valoración de criterios respecto a la generación eólica

Solar fotovoltaica

Planta	Localización
Peñarroya-Pueblonuevo	Córdoba
De Molina de Segura	Murcia
Ribera d'Ebre	Tivissa (Tarragona)
Benixama	Alicante
Ejea de los Caballeros	Zaragoza
Parque FV de Sal	Cabo Verde

Castalla	Alicante
La Verilleja	Castuera (Badajoz)
Guiglia	Módena (Italia)

Tabla 4. 5: Centrales principales para la valoración de criterios respecto a la generación fotovoltaica

Minihidráulica

Planta	Localización
Central de Copiapó	Chile
La Paloma	Santiago de Chile
Cayucupil	Arauco (Chile)
Tacura	Cautin (Chile)
Piriquina	Chiloé (Chile)
PH3	Jalacingo (México)
Presa de Giribaile	Jaén

Tabla 4. 6: Centrales principales para la valoración de criterios respecto a la generación minihidráulica

Una vez vistas las centrales de referencia, pasamos a comentar las características básicas de estas tecnologías de generación.

4.3.4.1- Energía eólica

Esta tecnología se basa en el aprovechamiento de las corrientes de viento para dotar de movimiento un eje unido a un alternador, reemplazando así el uso de ciclos termodinámicos para dicho fin.

Si bien, se puede utilizar esta tecnología en aerogeneradores (generan energía eléctrica), o en aerobombas (generan par mecánico aprovechable), nos centraremos en este proyecto a la descripción de aerogeneradores.

4.3.4.1.1- Causas de las corrientes de viento

Las causas de la generación de corrientes, se pueden clasificar según su escala. Así tendremos:

Escala global (distancias del orden de 10000km)

Dentro de esta escala encontramos:

- 1) La desigualdad de calentamiento en el globo terráqueo: Las regiones en el ecuador, son calentadas en mayor proporción que las zonas del resto del globo. De esta forma, el aire más caliente del ecuador, se eleva hasta una altura de aproximadamente 10km, y se extiende hacia el norte y hacia el sur. Si el globo no rotase, el aire simplemente llegaría a los polos, para descender ya enfriado, y volver al ecuador.
- 2) La fuerza de Coriolis: Esta fuerza, que se formula matemáticamente para sistemas de referencia no inerciales (por ejemplo un sistema de referencia que gire solidario al globo), tiene unos efectos reales en el movimiento de las corrientes de aire.

De esta forma En el hemisferio norte, los vientos giran en sentido contrario a las agujas del reloj, cuando encuentran una zona de bajas presiones, mientras que en el hemisferio sur, el sentido de giro se invierte.

Por lo tanto, y debido a la distribución de presiones en el globo, se obtiene aproximadamente cada 30º de latitud, una variación en la dirección del viento.

El efecto combinado de ambos factores se puede ver en la siguiente figura

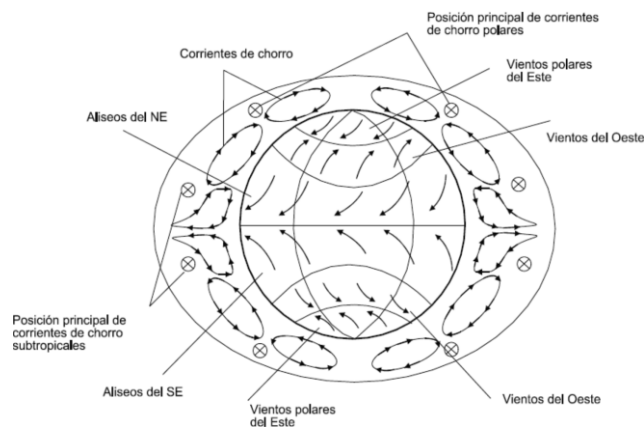


Figura 4. 50: : Causas de los vientos a escala global

En donde las direcciones de los vientos según la latitud, se pueden resumir en la siguiente tabla:

Latitud	90-60° N	60-30° N	30-0° N	30-0° S	60-30° S	90-60° S
Dirección	NE	SO	NE	SE	NO	SE

Tabla 4. 7: Dirección de los vientos según latitud

En la macroescala (distancias del orden de 1000km)

En esta escala, encontramos una combinación de fuerzas de Coriolis, ya comentadas, y variaciones de presión.

En la mesoescala (distancias del orden de 100 km)

En esta escala, los efectos más relevantes son:

- 1) Brisas marinas: Al calentarse y enfriarse la tierra más rápidamente que el agua, se genera una circulación del aire, por diferencia de densidades, debido al efecto térmico. De esta forma, durante el día, el aire caliente procedente de la superficie terrestre, se eleva en dirección al mar, donde se enfría, desciende y se recircula a la costa, denominándose este efecto “brisa marina”. Durante la noche, el agua mantiene una temperatura superior a la de la superficie terrestre, que se enfría más rápidamente, por lo que el sentido de la circulación de aire se invierte.
- 2) Vientos de montaña (efecto colina y efecto túnel): En el hemisferio norte, se generan en las laderas de las colinas que dan al sur, ya que cuando la superficie de estas laderas, y el aire cercano a estas se calienta, se produce una corriente ascendente de aire por diferencia de densidades, invirtiéndose el sentido por la noche, denominándose este fenómeno, “efecto colina”.
El “efecto túnel”, se produce en los estrechamientos en el paso de las corrientes de aire (producido por ejemplo, por la proximidad de varias colinas) en donde para mantener constante la cantidad de movimiento de dicha corriente, el flujo se ve obligado a aumentar su velocidad.

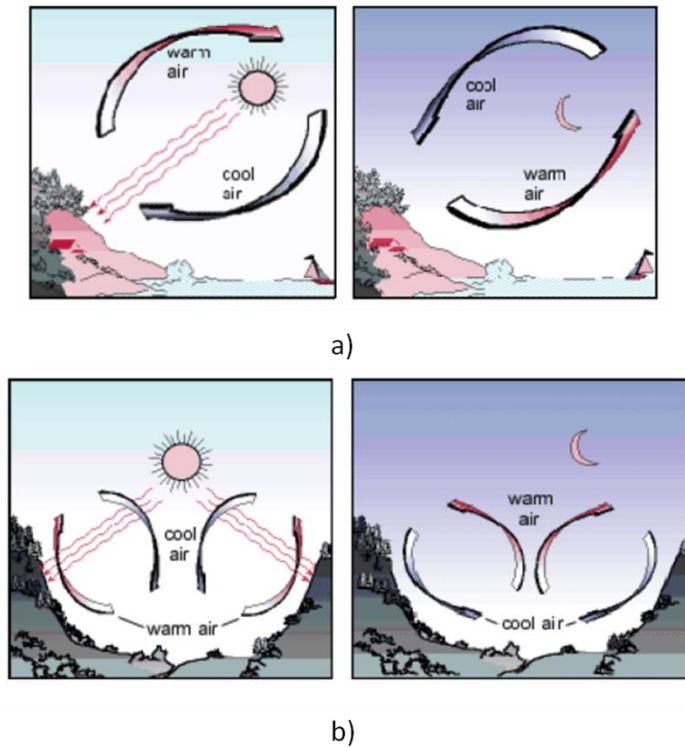


Figura 4. 51: Causas de los vientos en la mesoescala. a) brisas marinas. b) vientos de montaña

En la microescala (distancias del orden de 10 km)

En esta escala, encontramos efectos debidos a la resistencia que oponen elementos físicos tales como edificios, colinas, cerros, o las palas de los propios aerogeneradores, que generan aguas abajo de los mismos, una estela de turbulencias, y una pérdida de potencial eólico a tener en cuenta (lo que provoca la necesidad de espaciar los mismos, según las dimensiones que se describirán más adelante).

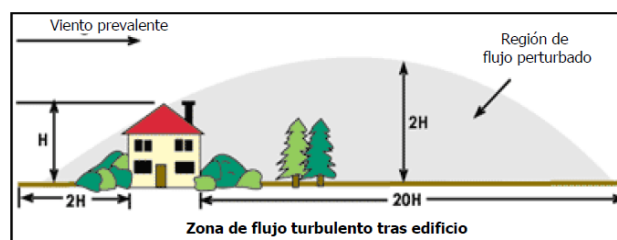


Figura 4. 52: Causas de los vientos en la microescala

4.3.4.1.2- Criterios para el emplazamiento de una central de generación eólica

En este subapartado se mencionan los criterios generales para la ubicación de una central de generación eólica. Es necesario comentar previamente que en generación eólica se distingue entre rugosidad del terreno, influencia de obstáculos y orografía. Estas tres condiciones, son tenidas en cuenta a la hora de emplazar las centrales ya mencionadas.

Dentro de los criterios tenemos:

Rugosidad: Perfil vertical del viento

Se define la longitud de rugosidad (Z_0), como la máxima distancia sobre el nivel del suelo, a la que teóricamente la velocidad del viento es nula. Así, los distintos rangos de longitud de rugosidad, están tipificados en unas categorías o “clases de rugosidad”.

En general, cuanto mayor es la rugosidad del terreno, mayor es la pérdida de velocidad experimentada por el viento.

Como ejemplo, una rugosidad clase 0 (superficie del mar), tiene una altura de rugosidad de 0,0002m, mientras que una rugosidad clase 0,5 (terreno completamente abierto con superficie lisa, como las pistas de hormigón de los aeropuertos), posee una altura de rugosidad de 0,0024m, o terrenos de clase 4 (grandes ciudades con rascacielos), posee una altura de rugosidad de 1,6m.

Cuando hablamos de perfil vertical del viento, nos referimos al perfil de velocidades del mismo, de forma que, dada una velocidad de referencia (v_{ref}), a una altura de referencia concreta (z_{ref}), se puede definir este como:

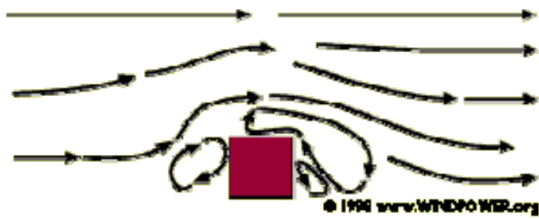
$$v(z) = v_{ref} \ln \left(\frac{z/z_0}{z_{ref}/z_0} \right)$$

Este perfil es extremadamente importante a la hora del diseño de un aerogenerador, ya que si las palas del mismo están situadas en un área demasiado baja, puede aparecer una diferencia importante entre los esfuerzos que sufre la parte superior del área conformada por las palas del aerogenerador, con respecto a los esfuerzos de la parte inferior del mismo, debido a las diferencias en la velocidad del viento entre estos puntos.

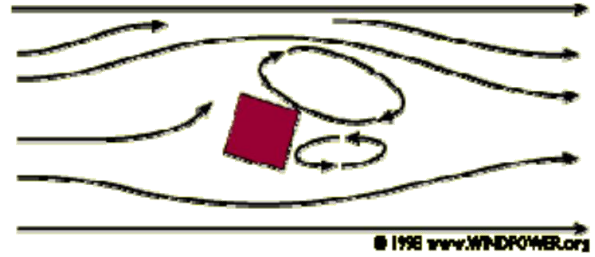
Influencia de obstáculos

La presencia de obstáculos, suele generar turbulencias, de forma que alrededor de un obstáculo aparece la denominada estela de turbulencia, con la consiguiente pérdida del perfil laminar de la corriente de aire, de su energía cinética, y en consecuencia de su potencial eólico. Además, estas turbulencias provocan mayores desgastes y roturas en las palas de los aerogeneradores.

Este efecto es más acusado en cuerpos romos que en cuerpos con perfiles alabeados, y se hace notar con más intensidad, aguas abajo del obstáculo y cerca de él, en la zona denominada “abrigo del viento”, en donde las velocidades del aire decaen hasta un 97% con respecto a su velocidad de entrada.



Vista lateral de la corriente de viento alrededor de un obstáculo



Vista superior de la corriente de viento alrededor de un obstáculo

Figura 4. 53: Flujo turbulento sobre un cuerpo romo

Aunque el soporte de un aerogenerador se diseña para ofrecer una mínima resistencia al avance del viento, el hecho de que se produzca un intercambio energético entre las palas del aerogenerador y el viento, provoca irremediablemente una zona de turbulencia, y un flujo de aire ralentizado tras de sí. Es necesaria cierta distancia entre aerogeneradores para que el viento que circula entre ellos recupere su perfil laminar, de forma que en una fila de aerogeneradores se suele dejar entre cada par de los mismos, una distancia equivalente a entre 3 y 5 veces el diámetro del rotor en dirección perpendicular a los vientos dominantes, y una distancia de entre 5 y 9 diámetros del rotor entre filas, en la dirección de los vientos dominantes.

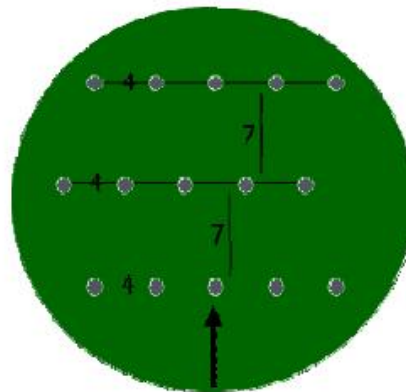


Figura 4. 54: Turbulencias provocadas por un aerogenerador (izquierda) y posicionamiento de aerogeneradores en una central de generación (derecha)

Influencia de la orografía

Los efectos propios de la orografía son, el “efecto colina” y el “efecto túnel”, ya mencionados. Nos limitaremos a decir, que es interesante aprovechar estos efectos, llamados “aceleradores”, disponiendo aerogeneradores en túneles entre colinas, o en la cima de las mismas, siempre que no existan colinas circundantes, o terrenos escarpados que produzcan unas turbulencias tales, que eliminen por completo las ventajas propias de estos efectos.

Otras consideraciones

Como norma general, es necesaria la presencia de líneas de media tensión relativamente cercanas para que las pérdidas por transporte, y el coste de cableado sea el mínimo posible. Además, el terreno sobre el que se asientan las cimentaciones de los aerogeneradores, deben proporcionarles una firme sujeción, ya que deben resistir los esfuerzos generados por las diferentes combinaciones de vientos, teniendo en cuenta que las torres de los aerogeneradores suelen alcanzar alturas importantes.

Puesto que la potencia generada por estos parques eólicos tiene cierta proporcionalidad con la velocidad del viento incidente (como veremos más adelante), es importante el estudio de las zonas con mayor potencial eólico, bien consultando mapas eólicos, bien consultando datos de referencia de parques de generación ya construidos.

Por ejemplo, las zonas de mayor interés en el territorio nacional son:

- 1) Galicia, zona del noroeste
- 2) Valle de Ebro
- 3) Estrecho de Gibraltar
- 4) Cataluña, zona noreste
- 5) Islas Canarias

Una opción interesante es la implantación de aerogeneradores en el mar (off shore). Dado que la rugosidad de la superficie es mínima, y que el aire suele ser menos turbulento en el mar, se consiguen aerogeneradores con el mismo rendimiento a alturas de torre más bajas, y un menor desgaste de los equipos (mayor vida útil).

Por tanto, como conclusión general, para el emplazamiento de los parques de generación eólicos se prefieren zonas amplias, de baja rugosidad, y alejadas de obstáculos que generen turbulencias. Además deben ser zonas con un buen potencial eólico, y con terrenos que permitan un adecuado agarre de las cimentaciones. Las zonas susceptibles de aprovechar los fenómenos acelerantes, o en el mar, son más atractivas.

4.3.4.1.3- Tipos de aerogeneradores, ecuación de Betz y rendimientos

Dentro de los aerogeneradores conectados a la red, se puede hacer la siguiente clasificación básica

- 1) Aerogeneradores de eje vertical

- a) Tipo Savonius: con sección recta en forma de S (rendimientos muy bajos, sólo para sistemas de potencia muy reducida)
 - b) Tipo Darrieus: Las palas de este aerogenerador poseen la forma de una cuerda girando alrededor de un eje, y están unidas al eje principal, tanto en su parte baja, como en su parte alta.
- 2) Aerogeneradores de eje horizontal
- a) Paso de pala fijo: El ángulo de ataque del viento respecto del perfil de la pala, depende únicamente de la dirección del viento incidente
 - i) Rotor a sotavento
 - ii) Rotor a barlovento
 - b) Paso de pala variable: permite la orientación de las palas del rotor de forma que optimizan el ángulo de ataque
 - i) Rotor a sotavento
 - ii) Rotor a barlovento

En general, se prefieren los aerogeneradores de eje horizontal ya que poseen mayor rendimiento, mayor velocidad de rotación (cajas de engranajes multiplicadoras más compactas), y una superficie de pala menor para la misma área barrida. Además se pueden elevar más, lo que permite un mejor aprovechamiento del área barrida.

Con respecto a si los generadores de eje horizontal se deben elegir a sotavento, o a barlovento, ambos tienen ventajas e inconvenientes. La ventaja principal del aerogenerador a sotavento es que no necesita un sistema de orientación, ya que el mismo viento gira la góndola hasta colocarla en la dirección adecuada. Sin embargo, en esta disposición, existe una pérdida en el potencial eólico ya que la propia torre se constituye como un obstáculo al avance del aire, generando una estela de turbulencias.

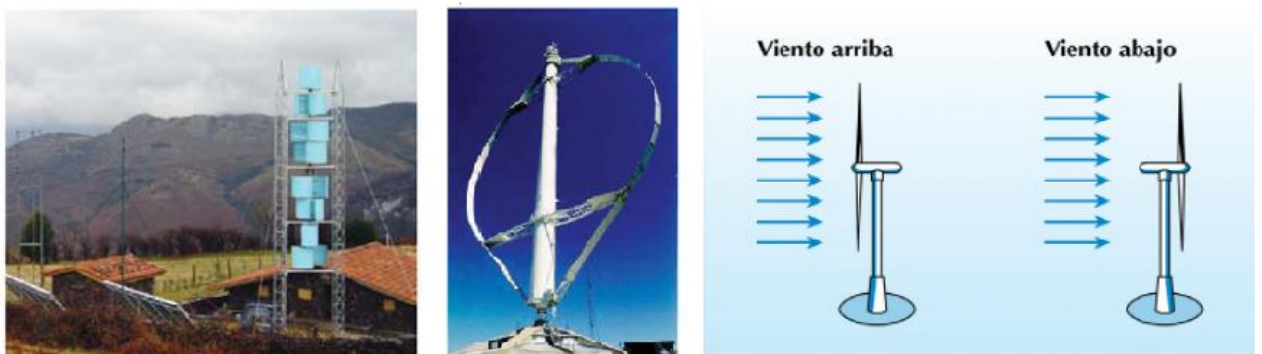


Figura 4. 55: Distintos aerogeneradores. Izquierda) Savonius. Centro) Darrieus. Derecha) De eje

Ya se ha comentado que la potencia generada está relacionada con la velocidad, de hecho, si suponemos que las palas de un rotor conforman un volumen de control, con la velocidad del viento perpendicular a dicho

volumen, se obtiene que la potencia del viento en una sección cualquiera de dicho volumen es la expresión conocida como fórmula de Betz.

Partimos de un volumen de control cilíndrico de volumen, $Vol = A \cdot d$

Teniendo en cuenta la relación Potencia igual a trabajo partido por tiempo, se puede decir que:

$$P_{Viento} = \frac{1}{2} m \cdot v_{viento}^2 / t$$

Siendo $m = \rho A d$, el gasto másico que atraviesa dicho volumen de control.

Puesto que es $d = v_{viento} \cdot t$, la expresión de la potencia queda finalmente como:

$$P_{Viento} = \frac{1}{2} \rho A v_{viento} \cdot t \cdot v_{viento}^2 / t = \frac{1}{2} \rho A v_{viento}^3$$

Por tanto, la potencia teóricamente transferida a las palas del rotor, será igual a la variación de potencia experimentada por el viento, en el volumen de control que engloba al conjunto palas-rotor.

Si numeramos a la sección de entrada como 1 y la de salida como 2, será:

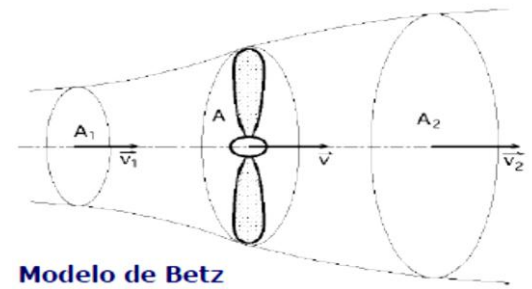
$$P_{transferida} = \Delta P_{Viento} = \frac{1}{2} \rho (A_1 v_1^3 - A_2 v_2^3)$$

Si ahora tenemos en cuenta la conservación de caudal, a densidad constante $Q = cte = A_1 v_1 = A_2 v_2 = A v$, obtenemos:

$$P_{transferida} = \Delta P_{Viento} = \frac{1}{2} \rho A v (v_1^2 - v_2^2)$$

En donde tenemos:

- 1) Densidad del aire ρ
- 2) Sección de paso de los álabes del rotor A
- 3) Velocidades de entrada y salida del viento, respectivamente v_1 y v_2
- 4) Velocidad del viento en la sección de paso de los álabes del rotor v , que se supone $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$



Modelo de Betz
 Figura 4. 56: Volumen de control del aerogenerador

Sin embargo, no toda la potencia disponible es aprovechada por el rotor, sino que sólo se transforma una fracción de la misma en energía de rotación en el eje.

Esta fracción se ve representada por un coeficiente, denominado coeficiente de potencia (C_p), de forma que será:

$$P_{\text{útil}} = C_p \cdot P_{\text{transferida}} = \frac{C_p}{2} \cdot \rho A v (v_1^2 - v_2^2)$$

Para calcular el máximo coeficiente de potencia teórico, además de la relación anterior, hacemos uso de la ecuación:

$$P_{\text{útil}} = F_{\text{Viento}} \cdot v = \frac{1}{2} \frac{\rho A d (v_1 - v_2)}{\Delta t} \cdot v = \rho A v^2 (v_1 - v_2)$$

Igualando ambas expresiones de potencia, y suponiendo que $v_2 = b v_1$, se obtiene:

$$P_{\text{útil}} = \frac{1}{2} \rho A \left(\frac{v_1 + b v_1}{2} \right) (v_1^2 - b^2 v_1^2) = \frac{1}{4} \rho A v_1^3 (1 + b)(1 - b^2)$$

Realizando la derivada de ambos lados de la igualdad, e igualando a cero, se obtiene:

$$\frac{dP_{\text{útil}}}{db} = 0 = (1 - b^2) + (1 + b)(-2b) = (1 + b)(1 - 3b)$$

De donde obtenemos que $b_{\text{ópt}} = 1/3$, y que $P_{\text{útil}} = \left(\frac{16}{27}\right) \frac{1}{2} \rho A v_1^3$, de forma que el valor máximo teórico para el coeficiente de potencia, será:

$$C_{p_{\text{ópt}}} = \frac{16}{27} \cong 0,59$$

Este valor, representa el mismo papel que el rendimiento del ciclo de Carnot en ciclos termodinámicos, y establece el límite teórico de rendimiento de esta tecnología.

Existen sin embargo otros factores, no tenidos en cuenta en la ecuación de Betz, tales como:

- 1) La resistencia aerodinámica de las palas
- 2) La pérdida de energía en la estela generada por la rotación
- 3) La compresibilidad del aire
- 4) La interferencia de las palas

- 5) Los rendimientos propios de los distintos componentes tales como la hélice, la caja de engranajes, el alternador, o el transformador.

Así, si definimos la velocidad específica (λ) como:

$$\lambda = \frac{\text{velocidades en punta de pala}}{\text{velocidad del viento}}$$

Se pueden trazar curvas del coeficiente de potencia respecto a este parámetro, que determinan el rendimiento de los distintos aerogeneradores:

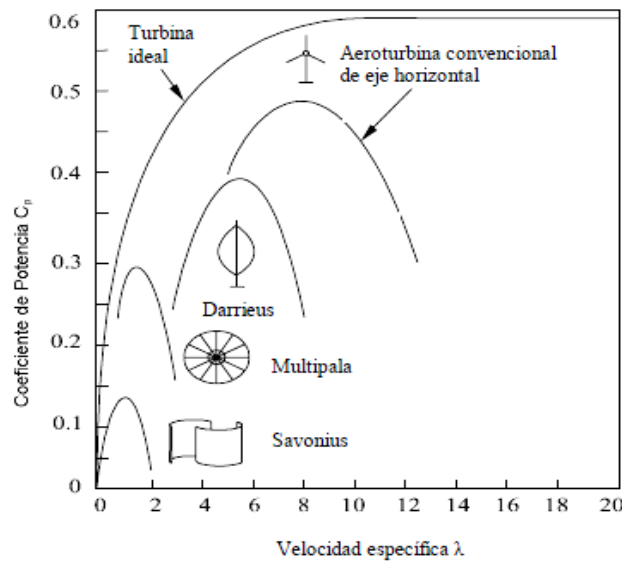


Figura 4. 57: Rendimiento de los distintos aerogeneradores en función de su velocidad específica

Dentro de este subapartado, hay que mencionar que la velocidad del viento, no permanece de ninguna manera constante a lo largo del tiempo, sino que se tienen:

- 1) Fluctuaciones a corto plazo, debidas a turbulencias, efectos superficiales, etc.
- 2) Fluctuaciones en el ciclo día-noche, ya que el viento tiene mayor velocidad durante los periodos diurnos que en los periodos nocturnos en la mayor parte del planeta. Si bien en estos periodos diurnos hay más turbulencias y cambios de dirección de los mismos.
- 3) Fluctuaciones estacionales, ya que en las zonas templadas, los vientos suelen ser más débiles en periodos estivales que en el invierno.

Para analizar el rendimiento de un aerogenerador, se utiliza una distribución estadística de las medidas del viento en la zona durante un periodo no inferior a un año. Esta distribución recibe el nombre de distribución de Weibull.

En general, para obtener una velocidad media con la que realizar los cálculos, se multiplica cada intervalo de probabilidad por la velocidad asociada, y luego se suman todos los valores.

Si el parámetro de forma es exactamente 2, la distribución se conoce como distribución de Rayleigh, como es el caso de la siguiente gráfica

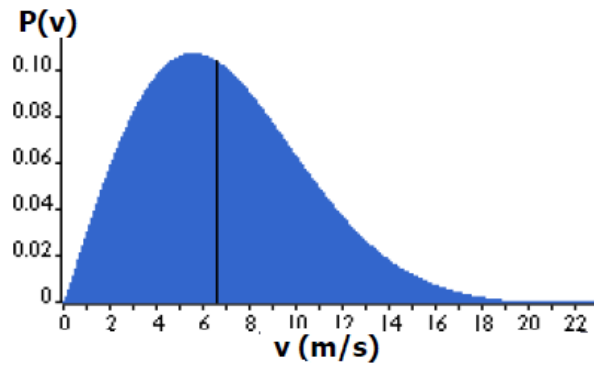


Figura 4. 58: Distribución de Rayleigh de las velocidades

Si ahora tenemos en cuenta la relación entre potencia y velocidad, podemos calcular, a partir de la distribución de Weibull, una función de densidad de potencia, multiplicando la potencia en cada punto por su probabilidad. Esto es extraordinariamente útil para calcular el coeficiente de potencia real de un aerogenerador para cada velocidad, ya que, para cada velocidad, sólo es necesario dividir la potencia eléctrica disponible, entre la potencia que probablemente esté disponible en el viento, a esa velocidad.

Con todo esto, podemos graficar la curva de potencia eléctrica útil de un aerogenerador, en función de su velocidad, que tendrá una forma similar a la siguiente:

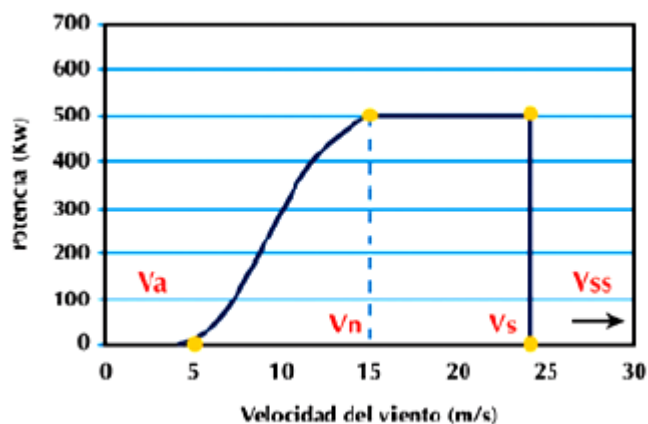


Figura 4. 59: Curva de potencia en las palas frente a la velocidad del viento

En donde se pueden distinguir las siguientes velocidades características:

- 1) Velocidad de arranque (V_a): Velocidad a partir de la cual se desbloquea el rotor para mover el alternador
- 2) Velocidad nominal (V_n): Esta es la velocidad de diseño a la cual debe funcionar el aerogenerador (que suele coincidir con el punto de máximo c_p)
- 3) Velocidad de parada o salida (V_s): A partir de esta velocidad se fuerza la parada del rotor, ya que el nivel de corriente generado puede exceder los valores nominales, con el consiguiente deterioro del alternador, y equipos asociados.
- 4) Velocidad de supervivencia (V_{ss}): Cuando se alcanza esta velocidad, tanto el rotor como la estructura del aerogenerador, pueden sufrir daños permanentes, a pesar de mantenerse dicho rotor parado.

4.3.4.1.4- Partes de un aerogenerador de eje horizontal

Dado que los aerogeneradores de eje horizontal son con diferencia los más utilizados (y en especial para la generación de energía a gran escala), describimos las partes básicas de un aerogenerador de este tipo, que son:

- 1) Torre: Elemento que sirve de soporte y elevación del conjunto de generación eléctrica. Puede ser tubular o de celosía (formada por perfiles de acero galvanizado, atornillados o soldados).
- 2) Góndola: Elemento cerrado de soporte y anclaje del sistema de generación. Descansa en la parte alta de la torre, sobre un gran rodamiento que soporta esfuerzos axiales, radiales y de vuelco, permitiendo la correcta orientación de las palas del aerogenerador. La góndola se suele construir en chapa, o fibra de vidrio.

Ubicados en la góndola se encuentran:

- 3) Palas del rotor: Fabricadas en fibra de vidrio, con un perfil alabeado, son los elementos que transmiten el esfuerzo del viento al eje.
- 4) Cubo o buje: Elemento donde se anclan las palas del aerogenerador. Está unido a través del eje de baja velocidad a la caja de engranajes multiplicadora.
- 5) Ejes de baja y alta velocidad: Encargados de transmitir el par de giro obtenido en las palas del rotor, al alternador, a la velocidad adecuada.
- 6) Caja de engranajes multiplicadora: Dado que la velocidad de giro de las palas es muy inferior a la de sincronismo, es necesario aumentar dicha velocidad mediante un multiplicador, de ejes paralelos, o de tipo planetario.
- 7) Sistema de frenos: Para limitar el movimiento de la góndola, y para limitar el movimiento del rotor unido a las palas.
- 8) Sistema de control: Para el chequeo y diagnóstico del aerogenerador.
- 9) Instalación eléctrica: Que comprende los circuitos de potencia y control, así como la aparatada de control y protección eléctrica.
- 10) Mecanismos de orientación (en caso de poseerse): A su vez se componen de
 - a) Veleta

- b) Corona de orientación y grupo motoreductor
- c) Frenos
- d) Sistema de control.

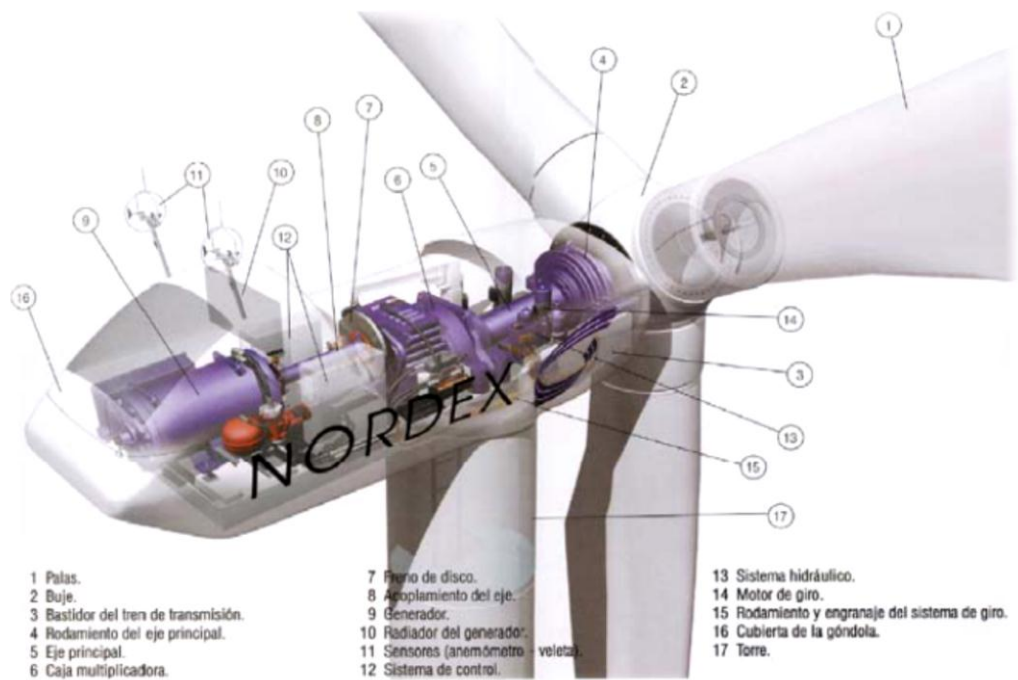


Figura 4. 60: Partes básicas de un aerogenerador

Como nota final en a la energía eólica conviene mencionar, que la transferencia de potencia entre el viento y las palas del rotor, dependen del ángulo con el que el viento incide sobre la pala, es decir del ángulo de ataque.

Teniendo en cuenta que las palas giran, este ángulo de ataque no es el mismo en las zonas de la pala cercanas al buje, que en los extremos, de forma que en general es necesario, no sólo proporcionar un perfil alabeado en la pala, sino torsionar dicha pala en su dirección longitudinal, para que la velocidad relativa en toda la longitud de dicha pala (suma vectorial de la velocidad del viento y la de giro de las palas) sea la adecuada para aportar la máxima fuerza de sustentación, que es en definitiva la fuerza que produce trabajo útil.

En la siguiente gráfica, se puede observar la diferencia en la orientación de la velocidad incidente en una pala, vista desde el buje.

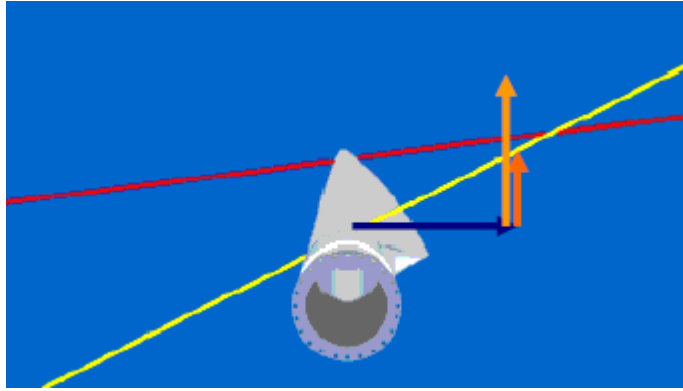


Figura 4. 61: Ángulos de ataque, en el extremo de la pala, y en el buje

Los vectores naranja y azul, representan la velocidad del viento incidente (que en principio supondremos casi constante a lo largo de la pala, al estar el conjunto palas-buje a una altura suficiente del suelo) y la velocidad lineal de la pala (proporcional a la velocidad de giro y a la distancia respecto del buje).

Las líneas amarilla y roja representan la suma vectorial de dichas velocidades, cerca del buje, y en el extremo de la pala, respectivamente.

Si tomamos el ángulo de ataque como el ángulo entre la línea neutra, o cuerda, del perfil de la pala, con respecto a la dirección del aire incidente, vemos que efectivamente, este ángulo cambia a lo largo del eje longitudinal de la pala, si esta no es torsionada convenientemente a lo largo de dicho eje.

Este fenómeno permite varios modos de control de potencia, para la prevención de un deterioro de las palas del rotor por una transferencia de potencia excesiva:

- 1) Regulación de potencia por cambio del ángulo de paso ("pitch controlled"): En este caso se hace variar por medio de sistemas electromecánicos, el ángulo formado por la cuerda de la pala y la dirección perpendicular al sistema palas-buje (ángulo de paso). Este método tiene la ventaja de la efectividad y la precisión, si bien necesita un sistema de sensorización y control muy avanzado.
- 2) Regulación de potencia por pérdida aerodinámica ("stall controlled"): En este caso, el ángulo de pala es fijo, si bien, el perfil de la pala ha sido aerodinámicamente diseñado para que al alcanzar el viento velocidades demasiado altas, se generen turbulencias en la zona que no está en contacto directo con el viento incidente, de forma que se produzca una pérdida de sustentación.

4.3.4.2- Energía solar fotovoltaica

Esta tecnología, basándose en los efectos fotoeléctrico y fotovoltaico, tiene el atractivo de transformar la energía de radiación solar en energía eléctrica de forma directa, sin necesidad de partes móviles ni alternadores, produciendo un nivel de emisiones nulo una vez instalado el parque de generación solar (sobre el tema de emisiones de gases de efecto invernadero de esta tecnología se hablará en el apartado 4.4.4.1).

4.3.4.2.1- Efecto fotoeléctrico, efecto fotovoltaico y radiación solar incidente

Efecto fotoeléctrico: Se entiende por efecto fotoeléctrico al fenómeno de emisión de electrones por parte de un metal cuando es irradiado por radiación electromagnética (generalmente luz ultravioleta), fue descubierto accidentalmente por H. Hertz en 1887.

Explicado mediante la teoría cuántica por A. Einstein, y comprobado de forma experimental por R.A. Millikan (lo que les valió el premio Nobel en 1920), esta teoría, en contra de la teoría clásica, dota a la radiación electromagnética de una naturaleza corpuscular.

Así, dicha radiación posee niveles de energía concretos (discontinuos), que son siempre múltiplos de un valor mínimo de energía (o “cuanto”), denominado “fotón”, cuyo valor se puede expresar como $E = h\nu$, siendo h la constante de Planck ($6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, ó $4,32 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$) y ν la frecuencia de la radiación.

Por tanto, un electrón en una órbita de valencia que choca con un fotón de forma adecuada y con la energía suficiente, absorbe la energía de este fotón de forma instantánea, liberándose del átomo o molécula al que estaba asociado, y adquiriendo una energía cinética que Einstein describió mediante la expresión:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = h\nu - \phi_i$$

En donde m representa la masa del electrón, v la velocidad del mismo, y ϕ_i la energía necesaria para arrancar al electrón de su órbita.

El mínimo valor del parámetro ϕ_i , se denomina función de trabajo, y se denota como ϕ_0 . Esta función de trabajo, está asociada con la máxima energía cinética que puede adquirir el electrón.

$$E_{C_m\acute{a}x} = \frac{1}{2}mv_{m\acute{a}x}^2 = h\nu - \phi_0$$

Para reducir dicha energía, es necesario operar sobre la frecuencia de la radiación, de manera que, esta energía se anula por debajo de frecuencia umbral ν_0 , o lo que es lo mismo, el efecto fotoeléctrico no se produce si se expone el metal a radiaciones con una frecuencia por debajo de la frecuencia umbral, ya que se obtendría una energía cinética negativa (sin sentido físico), por lo que la función de trabajo se puede describir como:

$$\phi_0 = h\nu_0$$

Así, se puede encontrar un potencial eléctrico mínimo, denominado “potencial de frenado”, que es necesario vencer para desplazar un electrón de su órbita, y se puede relacionar mediante la igualdad de energías:

$$eV_0 = h\nu_0$$

Siendo V_0 el potencial de frenado y e la carga del electrón ($1,602 \cdot 10^{-19}c$)

Finalmente, la teoría fue completada mediante la introducción de la definición de Planck de momento lineal (1908), para la cual, si se considera la velocidad de la luz constante y de valor c , el momento lineal queda como:

$$p = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda}$$

Siendo λ , la longitud de onda de la radiación incidente.

Efecto fotovoltaico: Para explicar el funcionamiento de las células fotovoltaicas, es necesario, no sólo tener en cuenta el efecto anterior, sino también el efecto fotovoltaico.

Este efecto se conoce desde principios del siglo XX, sin embargo, no se empleó en la producción de células fotovoltaicas hasta la aparición de la primera de las mismas en New Jersey, en 1954.

Este efecto se basa en la existencia de ciertos materiales, denominados “semiconductores”, que tienen cuatro electrones y cuatro huecos en su banda de valencia (tradicionalmente Germanio o Silicio). Si en la obtención de estos elementos se introducen ciertas impurezas, obtenemos materiales

“semiconductores dopados”, que poseen un número mucho mayor de electrones en dicha banda de los que tendría en su estado natural (de tipo N, dopados con Fósforo), o un número de electrones mucho menor (de tipo P, dopados con Boro).

Si unimos dos semiconductores, uno de tipo N, y otro de tipo P, parte de los electrones en exceso del semiconductor tipo N, en las proximidades de la unión PN, saltarán a la zona próxima a la unión del material tipo P, con la consiguiente creación de huecos, lo que provocará en las proximidades de esta unión PN, una zona con un pequeño potencial eléctrico que se opone al movimiento de electrones, conocida como “zona de transición”.

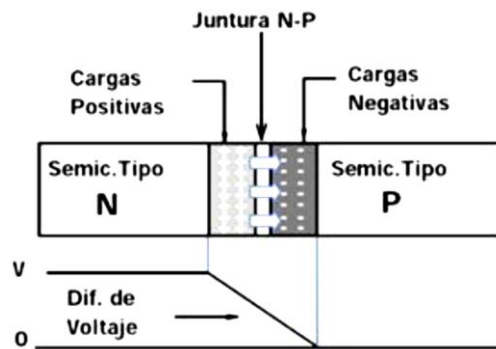


Figura 4. 62: Zona de transición en la unión PN de semiconductores dopados

Si se bombardea con energía suficiente un electrón de la capa N, de forma que sea capaz de superar dicha zona, una vez en el semiconductor de tipo P, ocupará un hueco, por lo que si este material forma parte de un circuito cerrado se generarán dos corrientes netas diferentes, una de electrones hacia la zona P, y otra de huecos hacia la zona N.

Así, uniendo los efectos fotoeléctrico y fotovoltaico, se puede decir que si se bombardea a los electrones de un semiconductor tipo N, unido a un semiconductor tipo P, en un circuito eléctrico cerrado, con la energía suficiente para que superen la zona de transición, se genera una corriente neta de electrones, y otra de huecos (nótese que este es el principio de funcionamiento de un diodo, con la diferencia de que se bombardea el material dopado con fotones, en vez de con electrones).

Radiación solar incidente: Con respecto a la radiación solar, es necesario conocer cómo varía la posición del sol en el tiempo, para poder orientar correctamente las placas compuestas de células fotovoltaicas, y aprovechar al máximo la energía disponible. Esta variación, tanto en valores diarios, como en periodos estacionales, está relacionada con lo que se denomina “factores astronómicos” (posición relativa de la tierra respecto al sol) y “factores geográficos” (orografía del terreno, obstáculos cercanos, etc.).

Dentro de los factores astronómicos tenemos que:

- 1) La tierra da una vuelta alrededor del sol cada 365,25 días, siguiendo una órbita elíptica, con una excentricidad muy pequeña (0,01673). Se denomina perihelio a la distancia más corta entre la tierra y el sol, y afelio a la distancia más larga, siendo la distancia media sol-tierra (r_0) una unidad astronómica (UA), que vale $1496 \times 10^8 \text{ km}$. Este movimiento causa los cambios estacionales
- 2) Cada 24 horas, la tierra da una vuelta sobre su eje polar. Este giro causa las variaciones diarias.

El plano de giro de la tierra alrededor del sol se denomina eclíptica, y se debe tener en cuenta, que el eje polar está desviado un ángulo de aproximadamente $23,5^\circ$ respecto del eje perpendicular a dicho plano. Si definimos ahora la “declinación” (δ) como el ángulo que forma la línea de centros sol-tierra, con respecto al ecuador de la tierra, veremos que este ángulo varía anualmente en el rango $[+23,5^\circ; -23,5^\circ]$, teniendo un valor de 0° en los equinoccios de invierno y verano (con un valor positivo en verano para el hemisferio norte).

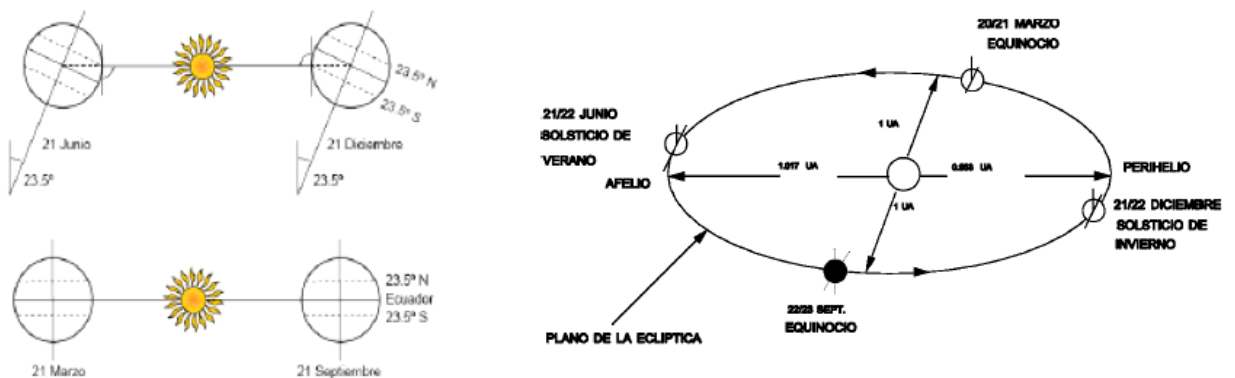


Figura 4. 63: Declinación en equinoccios y solsticios (izquierda), y plano de la eclíptica (derecha)

De esta forma, se establece una variación estacional en número de horas de exposición solar (máximo en el solsticio de verano y mínimo en el de invierno), y en el ángulo de incidencia de los rayos solares (perpendicularidad total en los equinoccios).

Por otra parte, teniendo en cuenta las relaciones anteriores, para calcular la radiación solar extraterrestre en dirección a una superficie horizontal de la tierra, podemos encuadrar la posición del sol respecto a dicha superficie mediante la “altura solar” (α) y el “ángulo de acimut” (ψ), dadas las coordenadas cartográficas de dicha superficie (latitud φ y longitud L).

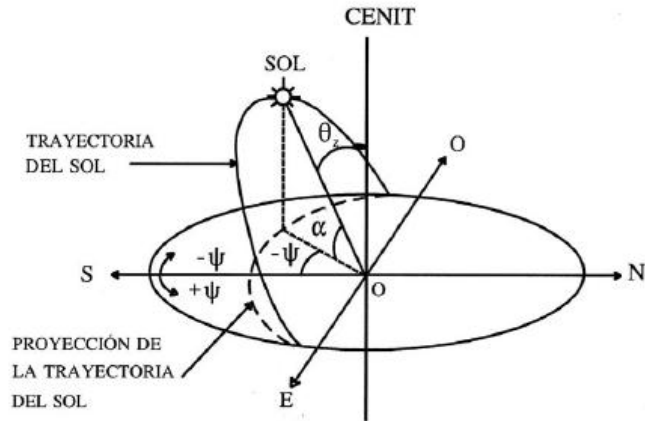


Figura 4. 64: Posicionamiento del sol con respecto a un punto determinado de la superficie terrestre

En donde se puede definir:

- 1) Altura solar (α): ángulo, en un plano vertical, entre los rayos del sol y la proyección de estos sobre un plano horizontal.
- 2) Ángulo acimutal (ψ): ángulo, medido en el plano horizontal, que forman la proyección de los rayos del sol en este plano con el sur (para el hemisferio norte).

Relacionado con la altura solar, se puede definir el “ángulo cenital” (θ_z) como el ángulo entre los rayos del sol, y una línea perpendicular al plano horizontal. Se cumple entonces que $\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta_z$

Otro ángulo necesario para poder calcular la posición relativa del sol con respecto a una superficie horizontal de coordenadas definidas, es el ángulo horario (ω), que se define como el ángulo relativo entre el meridiano del observador (en este caso la superficie), y el meridiano solar, medido en la bóveda celeste. Este ángulo cambia 15° cada hora.

Las relaciones trigonométricas buscadas, según los ángulos definidos anteriormente, serán:

$$\cos \theta_z = \sin \alpha = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos \omega$$

$$\cos \psi = \frac{\sin \alpha \sin \varphi - \sin \delta}{\cos \alpha \cos \varphi}$$

En donde se pueden calcular, la declinación y el ángulo horario respectivamente como:

$$\delta = 23,45^\circ \sin[360^\circ(284 + n)/365]$$

$$\omega = 15(12 - h)$$

Siendo n el número de día del año, dentro del rango [1; 365], y h la hora del día.

Sin embargo, en general, las superficies receptoras tienen una inclinación con respecto a la horizontal del terreno. Para calcular ahora la relación trigonométrica entre la radiación directa del sol y la superficie inclinada (que ahora denominaremos θ) es necesario introducir:

- 1) El ángulo de inclinación sobre el plano (β)
- 2) La orientación de la superficie (γ), medida como la desviación de la normal a dicha superficie con respecto al meridiano del observador, en el plano horizontal.

Se obtiene así la relación:

$$\cos \theta = \sin \delta \sin \varphi \cos \beta - \sin \delta \cos \varphi \sin \beta \cos \gamma + \cos \delta \cos \varphi \cos \omega \cos \beta + \cos \delta \cos \omega \cos \gamma \sin \varphi \sin \beta + \cos \delta \sin \omega \cos \gamma \sin \beta$$

Las relaciones trigonométricas anteriores, permiten orientar los receptores solares de forma que aprovechen de manera óptima la radiación solar extraterrestre (es decir, de forma que la radiación incida lo más perpendicular posible). Sin embargo, hasta este punto, sólo se han tenido en cuenta los factores astronómicos.

Para conocer qué cantidad de radiación llega realmente a nuestros receptores, será necesario introducir otros factores, que son, los factores geográficos, y atmosféricos.

Dentro de los factores atmosféricos, tenemos una serie de fenómenos, como son:

- 1) Reflexión de radiación debido a nubosidades
- 2) Absorción de radiación por la atmósfera (ciclo hidrológico, corrientes de aire y demás efectos atmosféricos)
- 3) Radiación difusa (al encontrarse la radiación con la atmósfera, parte de dicha radiación varía su trayectoria, dispersándose de la dirección original, sin llegar a ser completamente reflejada).

Dentro de los factores geográficos, nos encontramos:

- 1) Reflexión de radiación terrestre (del terreno o de elementos cercanos)
- 2) Apantallamiento o sombreado (debido a elementos cercanos como construcciones, colinas, etc.)

De esta forma, de la radiación solar espacial en la dirección de los receptores, solo llegan a estos de manera efectiva, un porcentaje de ésta,

denominada radiación solar directa, parte de la radiación solar dispersa, y parte de la radiación solar reflejada por algunas superficies, también conocida como “albedo”.

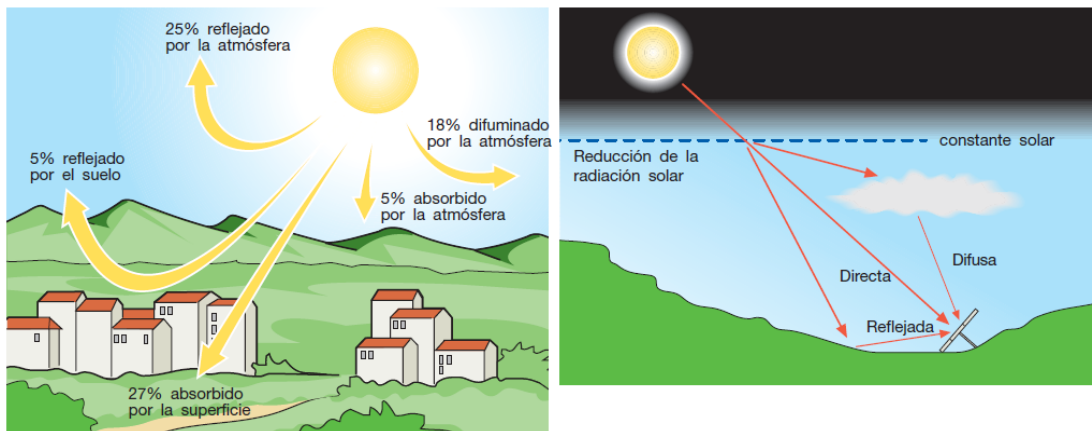


Figura 4. 65: Factores atmosféricos y geográficos

Por tanto, la radiación que llega a una superficie receptora, denominada radiación total o global H_G , se puede expresar como suma de las radiaciones anteriormente mencionadas:

$$H_G = \text{Directa} + \text{difusa} + \text{albedo}$$

4.3.4.2.2- Radiación, irradiación, irradiancia y emplazamiento de instalaciones

Para evitar equívocos, es necesario definir los conceptos de Irradiación e irradiancia.

- 1) Irradiancia solar (I): Se define como la energía incidente por unidad de tiempo (potencia) sobre una unidad de superficie, midiéndose en W/m^2 .
- 2) Irradiación, o radiación solar (H): Se define como la integral de la irradiancia, durante un cierto periodo de tiempo, de forma que se obtiene la energía incidente sobre la unidad de superficie, cuyas unidades son Wh/m^2 ó J/m^2 .

Dadas estas definiciones, la radiación solar extraterrestre diaria, sobre una superficie horizontal, se puede calcular por integración, partiendo de la intensidad de dicha radiación (irradiancia).

Esta intensidad varía de manera inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, por lo que, para cada día del año (n), se puede expresar como:

$$G(n) = k \cdot [1 + 0,333 \cos 360 \cdot n/365]$$

En donde el parámetro k , se conoce como “constante solar”, y está considerada como la referencia radiométrica mundial (World Radiometric Reference, ó WRR), con un valor que para la distancia media sol-tierra (r_0), posee un valor de 1367 W/m^2 , con una variación máxima de $\pm 7 \text{ W/m}^2$.

Por tanto, La radiación solar extraterrestre diaria, sobre una superficie horizontal, situada en una zona de coordenadas conocidas es:

$$H_0(n) = \int G(n) \cos \theta_z dt$$

Siendo $dt = [24\text{horas}/(2\delta)]d\omega$, con $0 \leq \omega \leq \omega_s$, es decir, que el diferencial de tiempo, se puede poner en función del ángulo horario, desde el momento en que el sol aparece por el horizonte, hasta que desaparece.

Como ya se ha dicho, no toda la radiación solar extraterrestre H_0 , se convierte en radiación solar aprovechable H_G . Para estimar esta última, se emplean diversos métodos, si bien no se introducirán aquí en detalle, al considerarse que la idea general ya está explicada. Para más detalles sobre estos métodos se recomienda consultar [49].

Estos métodos se pueden clasificar en:

- 1) Mediciones directas, a partir de
 - a) Pirheliómetros para la medición de la radiación solar directa
 - b) Piranómetros para la medición de la radiación solar global
 - c) Instrumentos para la medición de la duración del brillo solar
- 2) Métodos indirectos
 - a) Métodos computacionales
 - b) Métodos empíricos
 - i) Método de Angström modificado
 - ii) Modelo de Glover y McCulloch
 - iii) Modelo de Rietveld

Estas irradiaciones estimadas, se muestran en tablas y mapas para diferentes localizaciones e inclinaciones del receptor.

DISTRIBUCIÓN DE LA IRRADIACIÓN GLOBAL MEDIA EN ESPAÑA
ENERO - 2005
(Kwh/m²)

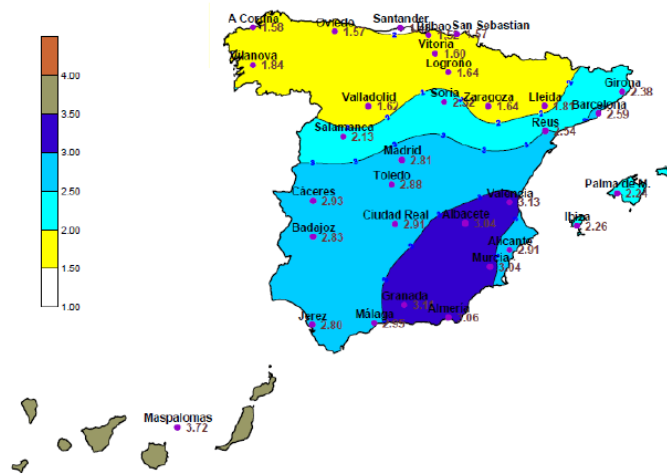


Figura 4. 66: Mapa de la irradiación solar en España

Cuando comentamos los factores astronómicos, definimos, el ángulo cenital y el ángulo horario del sol, para describir su trayectoria en la bóveda celeste. Dicha trayectoria se puede representar en unos diagramas, conocidos como “diagramas cilíndricos”. De esta forma, los diagramas cilíndricos, al describir las trayectorias mencionadas anteriormente, pueden utilizarse para determinar la existencia de posibles sobras debidas a obstáculos a determinadas distancias.

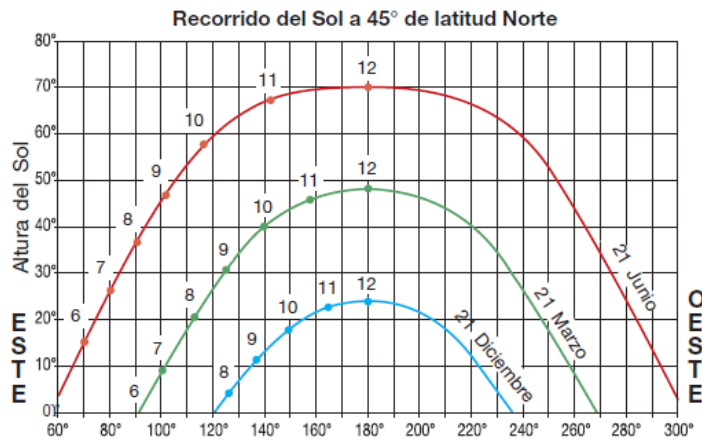


Figura 4. 67: Diagrama de cilindro

Por tanto, los mapas de irradiación global media y los diagramas cilíndricos, constituyen unas herramientas imprescindibles a la hora de decidir las ubicaciones de las plantas de generación de energía eléctrica fotovoltaica.

4.3.4.2.3- Partes principales de una planta fotovoltaica y diferentes configuraciones

Dentro de las instalaciones de producción de energía eléctrica de origen fotovoltaico, tenemos varias tipologías. Éstas pueden ser:

- 1) Plantas aisladas: Son sistemas de generación de pequeña potencia, no conectadas a la red, cuya energía generada se emplea en alimentar las cargas, directamente conectadas a dichos sistemas.

Estas plantas resultan ventajosas cuando no hay red eléctrica disponible, o su acceso es difícil, ya que pueden utilizarse en sustitución, de grupos electrógenos (aunque suele existir uno de estos grupos como apoyo, o bien sistemas de acumulación de energía, en instalaciones con esta tipología).

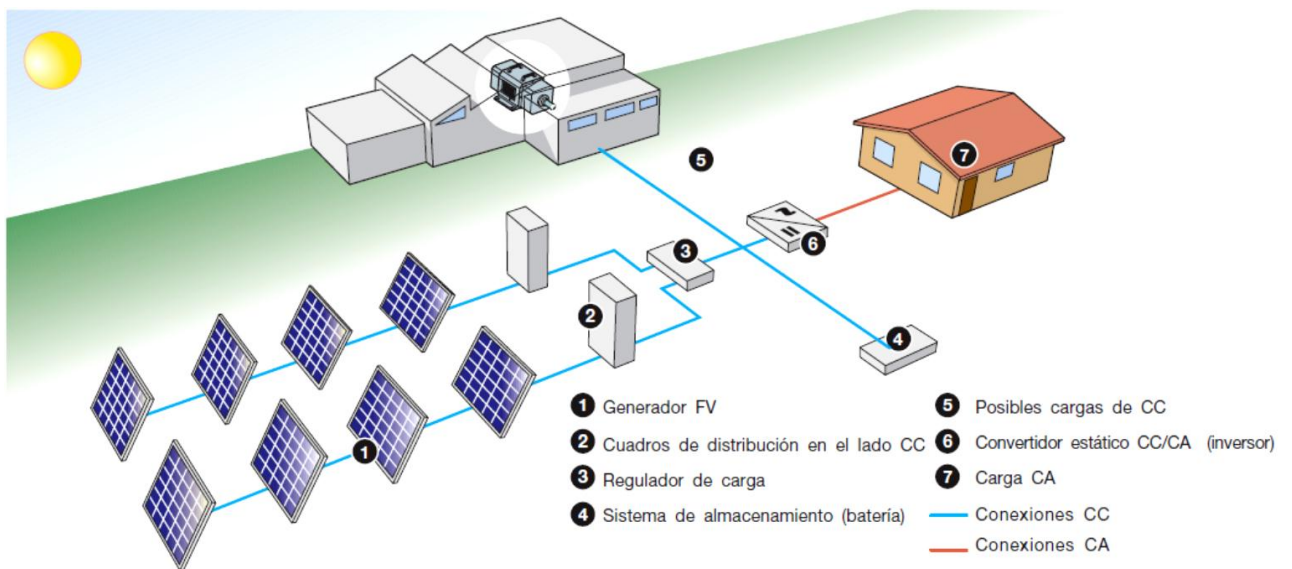


Figura 4. 68: Distribución de una planta de generación aislada

- 2) Plantas conectadas a la red: En esta tipología, la energía producida se vuelca directamente a la red, de forma que en general, no utiliza sistemas de acumulación. Dentro de esta categoría, se pueden englobar:
 - a) Edificios fotovoltaicos: En donde se utilizan módulos fotovoltaicos como material constructivo en cerramientos, cubiertas o fachadas de edificios, aunque mayoritariamente, se instalan dichos módulos en tejados. Si la energía eléctrica producida excede las necesidades del edificio en cuestión, esta puede volcarse a la red, en régimen de producción.
 - b) Huertos solares: Recintos en los que se concentra un número determinado de paneles solares de diferentes propietarios, con el fin de vender la energía a una empresa comercializadora. El hecho de incluir paneles fotovoltaicos de diferentes propietarios posibilita reducción de costes en el mantenimiento de la instalación, vigilancia, pólizas de seguros, etc.

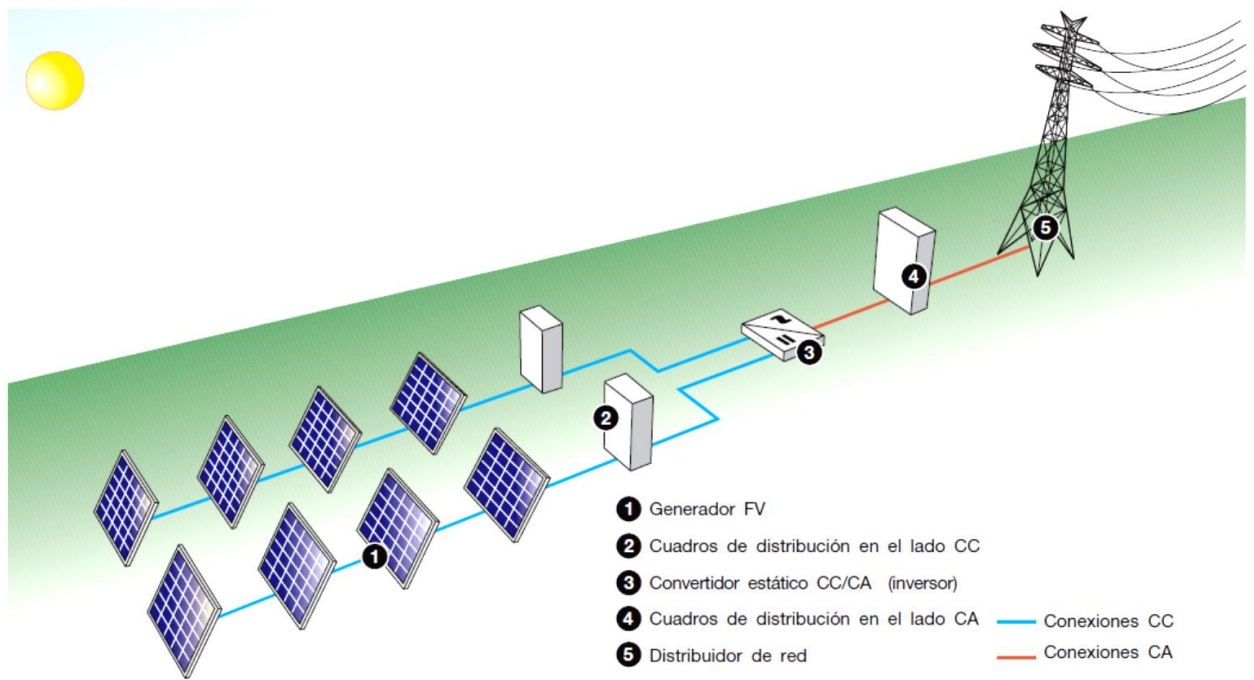


Figura 4. 69: Distribución de una planta de generación conectada a la red

Los elementos que componen de forma genérica un sistema de generación eléctrica son:

- 1) Paneles solares: En donde se produce la captación de radiación, y se genera la corriente eléctrica propiamente dicha.
- 2) Sistema de regulación: Este sistema se aplica en instalaciones con baterías, o sistemas de acumulación, de forma que mediante la regulación de la carga, se eviten problemas de sobrecarga o sobredescarga en dichos sistemas de acumulación.
- 3) Sistemas de acumulación: Suelen ser baterías, que acumulan parte de la energía producida durante las horas de luz, para poderse aprovechada en momentos en los que no haya radiación solar disponible.
- 4) Inversores: Estos elementos transforman la corriente continua generada en los paneles en corriente alterna, que se puede volcar directamente a la red, o bien utilizarse para alimentar equipos en corriente alterna.
- 5) Aparatura de protección y medida: Sistema de protección y medida típico de cualquier instalación eléctrica.

Puesto que en el ámbito de este proyecto nos centramos en plantas de producción conectadas a la red (de tipo huerto solar), se comentan, de manera algo más detallada, los elementos claves de este tipo de instalaciones, es decir, paneles solares e inversores.

Paneles fotovoltaicos:

En general, un huerto solar se agrupa en uno o varios generadores fotovoltaicos. Cada uno de estos generadores fotovoltaicos se compone a su vez de varias cadenas, es decir, varios conjuntos de paneles solares. A su vez, cada panel solar está formado por varios módulos, y cada módulo a su vez consta de un número determinado de células fotovoltaicas.

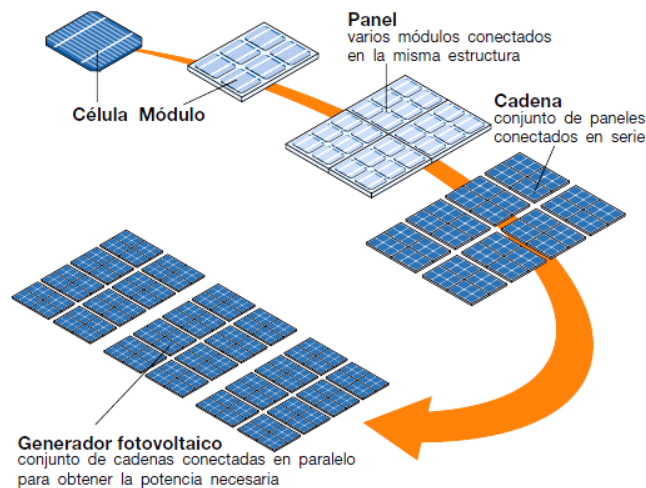


Figura 4. 70: Constitución y agrupamiento de paneles fotovoltaicos

Estas disposiciones, son agrupaciones en serie y en paralelo destinadas a producir un nivel de corriente adecuado, y a la tensión necesaria para ser volcada a la red, ya que la capacidad de producción de una sola célula fotovoltaica en condiciones de funcionamiento estándar es muy limitada (se estima que para una irradiancia de $1 \text{ W}/\text{m}^2$, y a 25° C , una célula fotovoltaica genera en promedio una intensidad de 3 A , con una tensión de $0,5 \text{ V}$, y una intensidad de pico de entre $1,5$ y $1,7 \text{ W}_p$, aunque el rendimiento de dichas células depende de su fabricación, como se verá más adelante).

Las células fotovoltaicas se suelen componer de un material tipo P y un material tipo N, unidos, a los que se les implanta un conjunto de conexiones eléctricas. Estas conexiones se sueldan directamente entre cada par de células, o se unen en su proceso de fabricación mediante capas de óxidos metálicos.

Dichas células, se montan en conjuntos denominados módulos. Los más usuales a nivel comercial suelen tener 36 células en 4 hileras paralelas, conectadas en serie, con una superficie de entre $0,5$ y 1 m^2 . Los módulos constan por tanto de:

- 1) Un conjunto de células soldadas entre si
- 2) Una lámina protectora en la parte superior expuesta a la luz (que generalmente es de vidrio templado, debido a su gran transparencia).

- 3) Un material encapsulante que evita el contacto directo entre el vidrio y la célula, y aísla eléctricamente a la célula del resto del panel (suele estar compuesto por acetato de etilen-vinilo, EVA).
- 4) Un sustrato de soporte en la parte posterior (plástico, vidrio, metal...)
- 5) Un bastidor metálico (normalmente de aluminio).
- 6) Una caja de conexiones en donde se conectan los conjuntos de celdas, para la posterior conexión con el resto de moldes, paneles cadenas, etc.

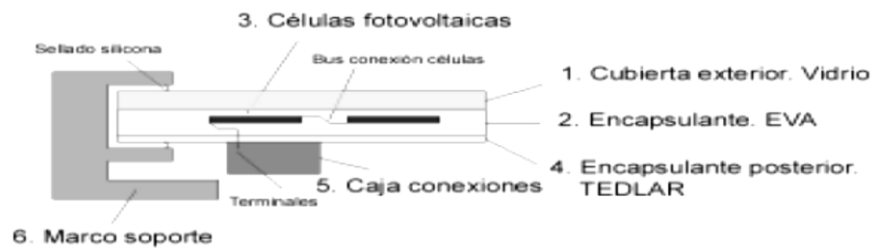


Figura 4. 71: Partes de un módulo fotovoltaico

A su vez, un panel, puede estar formado por uno o varios módulos, y estar montado sobre edificios, o bien sobre soportes.

Si está montado sobre soportes, estos pueden ser de posición fija, o estar dotados con sistema de seguimiento en uno o dos ejes.



Figura 4. 72: Paneles solares de posición fija (izquierda) y con sistema de seguimiento (derecha)

Inversores:

Ya que la corriente generada por los paneles solares es continua, es necesario un dispositivo que transforme dicha corriente en alterna, tanto en sistemas aislados que alimentan cargas en corriente alterna, como en sistemas

conectados a la red de alimentación. Estos elementos se denominan “inversores”.

El esquema básico de funcionamiento de un inversor, es el siguiente.

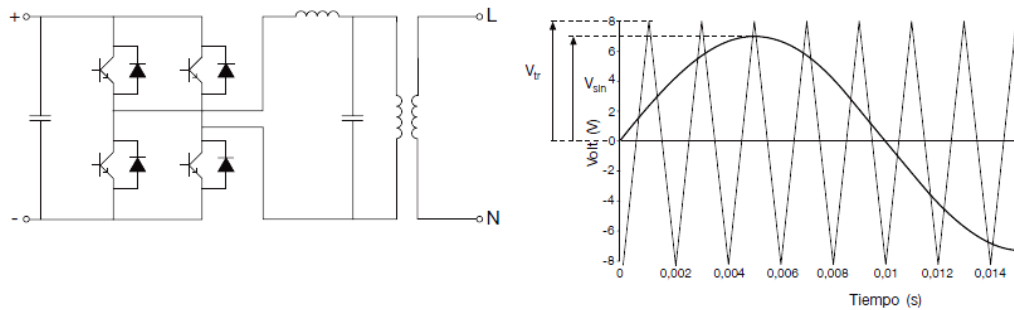


Figura 4. 73: Esquema básico de un inversor (izquierda) y señal de salida (derecha)

De esta forma, la corriente de entrada se transforma en corriente alterna gracias a un tren de transistores excitados mediante pulsos, de duración o ancho variable (pulse width modulation, ó PWM). Al no ser la salida totalmente senoidal, sino más bien triangular, se suelen colocar filtros L-C, para reducir el nivel de armónicos producido.

Es importante el hecho de que los pulsos de excitación sean variables, ya que esto permite, un control en motores de corriente alterna, alimentados a partir de estos inversores, en instalaciones aisladas, o bien, la capacidad de compensar las variaciones de frecuencia de la red eléctrica, comentada anteriormente, en sustitución de los lazos de regulación propios de los sistemas de generación basados en alternadores eléctricos.

4.3.4.2.4- Fabricación de una célula fotovoltaica, y rendimientos típicos

Con respecto a las tipologías de célula fotovoltaica, se pueden dividir en dos grandes grupos:

- 1) Paneles de Silicio cristalino (que en general dominan el mercado): Estas células fotovoltaicas se basan en la utilización de Silicio dopado como material base, y su rendimiento es alto, si bien sus costes de fabricación también. Dentro de estas tipologías podemos tener:
 - a) De Silicio monocristalino: En donde el material semiconductor se obtiene de un lingote de Silicio monocristalino de alta pureza. La principal ventaja de estas células es el alto rendimiento, junto con la larga duración, y el mantenimiento de sus propiedades a lo largo del tiempo, aunque sus costes de producción son los más elevados.
 - b) De Silicio policristalino: En este caso, el lingote de donde se obtienen las obleas es de Silicio policristalino, de forma que su coste de producción es algo más

reducido que en el caso monocristalino, mientras que su rendimiento es algo menor, aunque también mantiene durante largo tiempo sus propiedades.

- 2) Paneles de capa fina: Esta tecnología se basa en depositar sobre soportes tales como vidrio, polímeros, o aluminio, una fina capa de material semiconductor, a partir de mezclas gaseosas. El ahorro de material en este caso es considerable, aunque su rendimiento es peor que el de las células cristalinas y se deterioran a una mayor velocidad. Dentro de esta tipología, podemos encontrar:
- a) De Silicio amorfo
 - b) De telururo de cadmio, sulfuro de cadmio (CdTeS)
 - c) De arseniuro de galio (GaAs).
 - d) Aleaciones de diseleniuro de indio cobre (CIS,CIGS, ó CIGSS)

En la siguiente tabla se presentan unos valores promedios del rendimiento de los diferentes tipos de célula fotovoltaica, definiendo rendimiento o eficiencia como

$$\eta = \frac{\text{Potencia máxima}}{\text{Irradiancia}_{\text{condiciones estándar}} \times \text{Superficie}_{\text{célula}}}$$

Tecnología	η
Silicio monocristal	14-17%
Silicio policristal	12-14%
Silicio amorfo	4-10%
GaAs	32,5% (tóxico)
CdTe	11% (tóxico)
CIS	12% (tóxico)

Tabla 4. 8: Diferentes tecnologías según el tipo de célula fotovoltaica

Es necesario aclarar, que cuando hablamos de potencia máxima, nos referimos al punto en el que la potencia suministrada por la célula es la mayor, ya que no es constante. Según la energía de la irradiancia incidente en el panel fotovoltaico, se pueden obtener unas curvas de voltaje frente a intensidad como las siguientes:

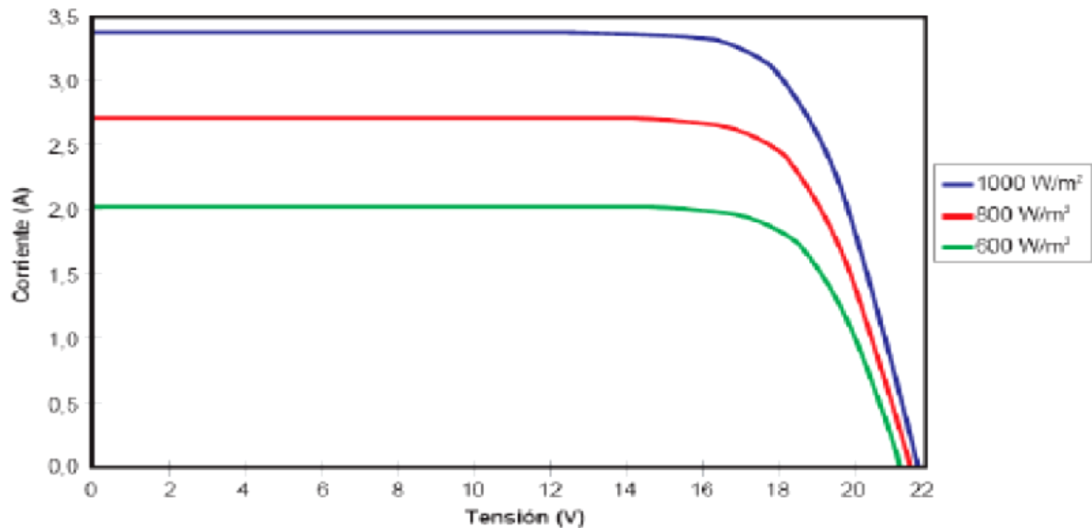


Figura 4. 74: Curva tensión-intensidad para un panel fotovoltaico

De esta forma, si realizamos el producto tensión-intensidad para cada valor de dicha gráfica, a una temperatura dada, se obtiene una curva del tipo siguiente, para cada valor de irradiancia:

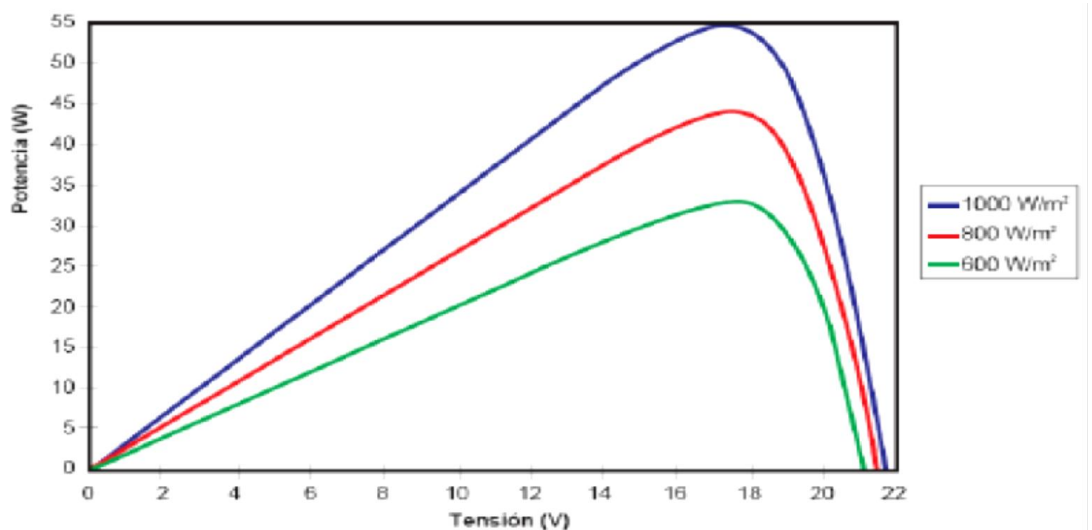


Figura 4. 75: Curva de tensión-potencia para un panel fotovoltaico

En donde se toma como referencia para el rendimiento, el punto de potencia más elevada.

Se ha comentado que, dentro de las posibles tipologías de las células fotovoltaicas, las tecnologías de fabricación claramente dominantes son las que se basan en el Silicio, tanto monocristalino como policristalino, debido a su mayor madurez tecnológica y facilidad de fabricación a nivel industrial con respecto a otras tipologías. En el siguiente gráfico se muestra la tendencia existente en el mercado fotovoltaico en el año 1990 a nivel mundial, si bien la tendencia en los últimos años se ha decantado más por el Silicio policristalino.

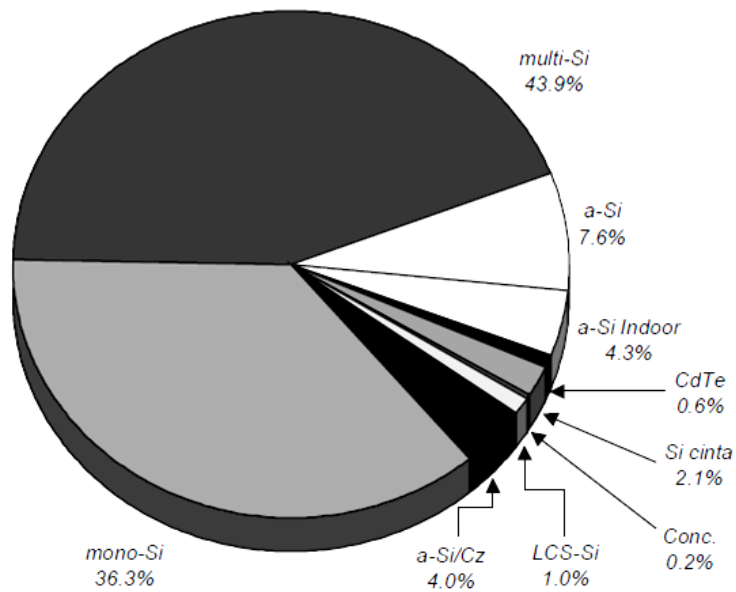


Figura 4. 76: Ratio de tecnologías de fabricación de células fotovoltaicas en 1990

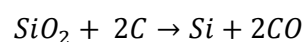
De esta forma, existen actualmente multitud de tecnologías de fabricación en la actualidad, pero a nivel de producción en serie siguen primando las tecnologías basadas en cristales de Silicio.

Dado este hecho, y la complejidad y extensión de una explicación exhaustiva de todas las tecnologías de fabricación de células fotovoltaicas, nos centraremos en el método clásico de fabricación de células fotovoltaicas, comentando los pasos necesarios para la fabricación de dichas células.

Obtención y purificación del Silicio:

Se estima que el Silicio es el segundo material más abundante de la corteza terrestre (cerca del 25%), por detrás del oxígeno. Sin embargo, se encuentra normalmente formando compuestos como el óxido de Silicio (SiO_2), en forma de arena de alta pureza, o de cuarcita (con un contenido en este compuesto cercano al 90%).

La fase inicial para la obtención del Silicio puro es la extracción de la cuarcita, y su tratamiento metalúrgico, que consiste en su fundición, junto con SiC , carbón de coque y astillas de madera en un horno de arco eléctrico a una temperatura aproximada de $1780^\circ C$, en atmósfera reductora, para conseguir la reacción:

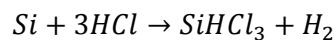


En donde se eliminan la mayor parte de las impurezas de la cuarcita (Al_2O_3 y Fe_2O_3), obteniendo una pureza del 98-99%, denominándose el

producto resultante “Silicio de grado metalúrgico”, a un coste de producción relativamente bajo.

Sin embargo, este grado de pureza, resulta insuficiente para las aplicaciones electrónicas y fotovoltaicas, por lo que es necesario un segundo proceso hasta obtener el llamado “Silicio de grado semiconductor”, que posee un grado de pureza de aproximadamente el 99,9999999%, a un coste de producción más elevado.

El primer paso en este segundo proceso es el de la cloración del Silicio metalúrgico, mediante la exposición al HCl gaseoso, a una temperatura de $300^{\circ}C$, facilitando la reacción:



El triclorosilano ($SiHCl_3$), es líquido a temperatura ambiente, y hierve a $31,7^{\circ}C$, mientras que muchas impurezas, obtenidas en el producto final de la reacción anterior tienen puntos de ebullición mayores, por lo que puede someterse al conjunto a un proceso de destilación fraccionado, hasta obtener el $SiHCl_3$, con un nivel de impurezas inferior a 1ppb.

Posteriormente, el triclorosilano se reduce, mezclado con H_2 , según la reacción inversa a la anterior, en presencia de barras de Silicio calentadas a una temperatura de entre 900 y $1100^{\circ}C$, de forma que la mezcla vaporosa Silicio/hidrógeno, con estructura policristalina, reacciona con la superficie de las barras, y se va depositando sobre las mismas, aumentando su sección hasta que las barras alcanzan un grosor determinado.

Hay que mencionar que este proceso es extremadamente lento ($<1mm/h$).

Las barras así obtenidas, se fraccionan en trozos o guijarros de altísima pureza, que serán la base para la formación de los lingotes.

Es necesario comentar, que existen vías de obtención del Silicio más baratas, que la mencionada anteriormente, consiguiendo guijarros de Silicio, denominado “Silicio de grado solar”, que aunque de menor pureza que el Silicio de grado semiconductor, son aptos para la industria fotovoltaica.

Crecimiento de lingotes:

Una vez obtenido el Silicio de la pureza necesaria, el siguiente paso es obtener obleas, o láminas planas, que permitan fabricar las células fotovoltaicas.

En general, todos los procesos de creación de lingotes parten de la fundición del Silicio policristalino, a temperaturas de entre 1400-1500 °C, con el que se pone en contacto una varilla o lámina de Silicio, llamada “semilla”, debidamente refrigerada, de forma que el Silicio fundido va solidificando al enfriarse en la interfase liquido-sólido. Dependiendo de la velocidad de este proceso, se obtienen lingotes monocristalinos ó policristalinos. Además, se suelen añadir en esta fase impurezas de boro, o potasio, para obtener semiconductores dopados de tipo P y N.

Existen dos enfoques en este apartado:

- 1) Fabricar un lingote cilíndrico o en forma de paralelepípedo, para obtener posteriormente las obleas, rebanándolo. Este método es el seguido de manera tradicional. Los métodos más utilizados en esta categoría son:
 - a) Método Czochralski (obtiene monocristales de $\tau = 100\mu s$, siendo el más utilizado)
 - b) Método de zona flotante (obtiene monocristales de $\tau = 1ms$, dando los cristales de mayor rendimiento)
 - c) Métodos de colada (obtiene policristales de $\tau = 1 a 10 \mu s$). Con sus refinamientos
- 2) Métodos para obtener directamente las obleas.
 - i) Solidificación direccional (obtiene un material casi monocristalino, pero con propiedades de los policristales)
 - ii) Método de intercambio de calor (HEM, obtiene Silicio policristalino)
 - iii) Arrastre electromagnético continuo (EMCP)

Debe finalmente tenerse en cuenta que el parámetro “ τ ” corresponde al denominado “tiempo de vida de los portadores minoritarios”, o simplemente tiempo de vida, siendo esta una magnitud de carácter estadístico que da idea del tiempo que tarda en recombinarse un portador minoritario a partir del momento en que se genera el par electrón-hueco.

Esta es una medida de la calidad del cristal de Silicio, siendo esta calidad mayor, cuanto mayor es el parámetro mencionado.

Para una visión más detallada de estos métodos, se recomienda consultar [53]

Corte de los lingotes en obleas:

Si se obtiene el Silicio dopado en forma de lingote, el siguiente paso es cortar dicho lingote con el máximo aprovechamiento de material, obteniendo además la mayor superficie de captación.

Se procede inicialmente al pulido superficial del lingote, para eliminar posibles imperfecciones, seguido del corte longitudinal del mismo, con el objetivo de producir obleas con forma cuadrada o rectangular extrayendo su núcleo de forma adecuada, ya que permiten un mayor grado de empaquetamiento, a la hora de ser montadas en módulos.

Para este fin, se busca un diámetro que proporcione el mayor aprovechamiento posible del material.

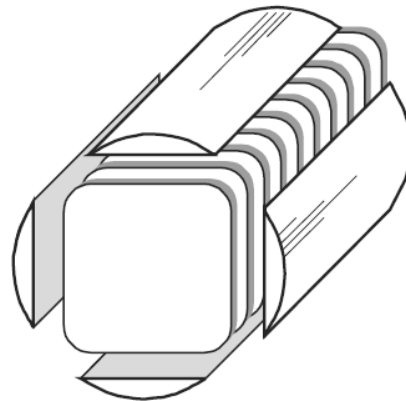


Figura 4. 77: Separación del núcleo del lingote y corte de obleas

Seguidamente se procede al corte del núcleo en obleas. Este es el proceso más costoso ya que, al ser el espesor de la sierra del mismo orden que el de las obleas (200 a 500 micras), se desperdicia la mitad del material.

Las herramientas más empleadas para este fin son las sierras de diámetro interno, y las sierras multihilo o multihilo (proceso más moderno que el anterior, con mayor velocidad de producción y menor desperdicio de material).

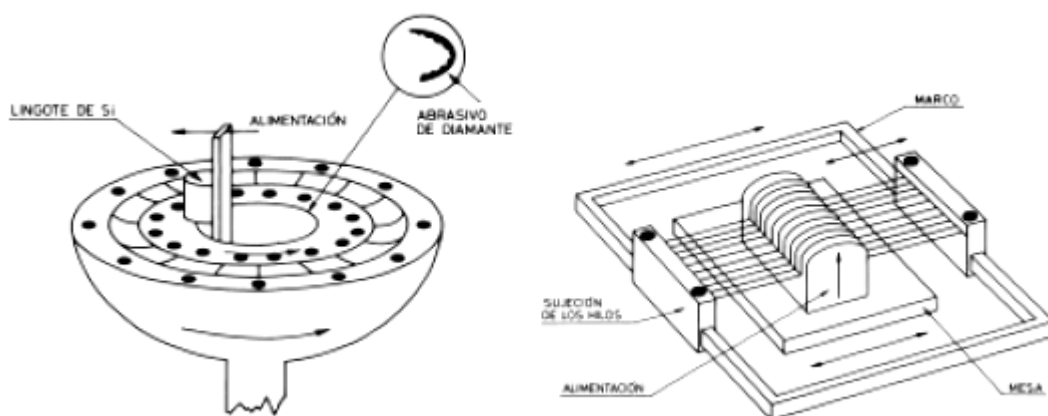


Figura 4. 78: Sierras para el corte de obleas. De diámetro interno (izquierda) y multihilo (derecha)

Limpieza y decapado:

Una vez producida la oblea, se somete esta a un proceso de limpieza con combinaciones de ácidos para eliminar restos metálicos y orgánicos, seguido de un proceso de aclarado con agua desionizada.

Con el objetivo de eliminar pequeñas irregularidades y tensiones superficiales, se recurre al decapado, eliminando unas pocas micras del material superficial de la oblea. De esta forma, la oblea queda lisa, y preparada para la siguiente etapa.

Texturización:

Una de las causas de la pérdida de eficiencia de en la conversión de radiación solar en energía eléctrica es la reflexión de parte de la radiación incidente. Para minimizar este efecto, se crean sobre la superficie frontal de las obleas, unas micropirámides mediante un ataque químico selectivo, que permiten que parte de la luz reflejada vuelva a incidir de nuevo en el Silicio.

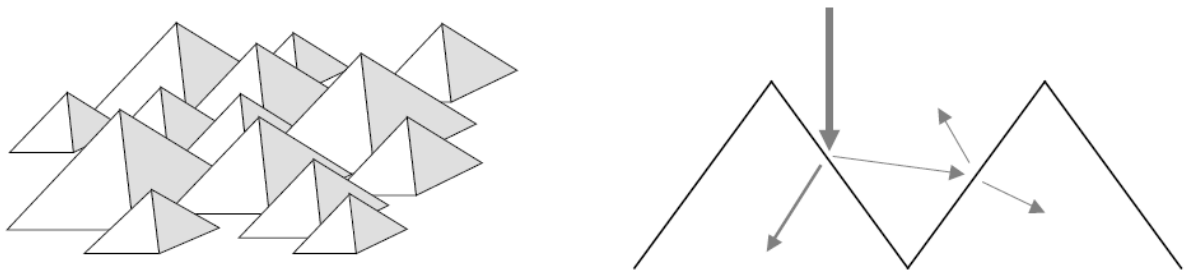


Figura 4. 79: Superficies de texturización en obleas (izquierda) y efecto sobre la radiación incidente (derecha)

Formación de la unión PN

El primer paso en esta etapa es la predeposición del elemento dopante sobre la superficie de la oblea. Normalmente se deposita una pequeña cantidad de dopante tipo N, sobre una oblea semiconductor dopada de tipo P. De esta forma, la unión PN, se forma por difusión, necesitando aplicación de calor, por lo que este proceso suele ocurrir en horno de cinta metálica, o en hornos de cuarzo, a temperaturas de entre 900 y 1000 °C.

Existen varias técnicas para este fin, como son, la serigrafía, la extensión de un líquido con el dopante por centrifugación, o poner en contacto superficial con la oblea discos con el dopante.

Tras este proceso, puede ser necesaria otra etapa de limpieza.

Formación de los contactos metálicos:

El procedimiento más empleado para este fin es el de la serigrafía, en el que se hace pasar una pasta viscosa, que contiene metal en polvo, a través de una máscara o pantalla que reproduce el dibujo que se pretende “imprimir”. Seguidamente, una paleta barre la pasta, de forma que ésta sólo atraviesa la máscara en las zonas en las que se permite que se atraviese.

Una vez adherida la pasta a las zonas de interés, se introducen en un horno a 800° C, de forma que se produce una fusión parcial entre los polvos metálicos y el Silicio.

Aislamiento de las zonas P y N:

Cuando los procesos anteriores terminan, los extremos de las células se encuentran conectados eléctricamente. Para romper dicho contacto, se recurre a técnicas que van desde el corte de los bordes con una sierra de disco, o láser, o el ataque con agentes abrasivos (como arenas), hasta el ataque con gases ionizados mediante un campo de alta frecuencia (ataque con plasma).

Adición de capas irreflexivas:

Finalmente, se añaden a la superficie de las células, capas de materiales transparentes al espectro solar, que adapten el índice de refracción del Silicio al del aire de forma que se reduce la reflectividad de las células hasta el 1% en superficies texturizadas, y hasta el 10% en superficies lisas. Los materiales más utilizados para este fin son los óxidos de Titanio, Tántalo, Aluminio y Silicio, o el nitruro de Silicio.

Si examinamos el proceso expuesto, se observa que la fabricación de células fotovoltaicas, es un proceso que requiere grandes cantidades de energía, y produce altas concentraciones de gases de efecto invernadero, por lo que, al analizar los criterios de elección, existirá un nivel de emisiones de CO_2 en esta tecnología, contrariamente a lo que se podría suponer en un primer momento.

4.3.4.3- Energía minihidráulica

En esta tecnología, se aprovecha la energía proporcionada por un flujo másico de agua en una turbina hidráulica, con el objetivo de proporcionar un par de giro mecánico a un alternador, en sustitución de las turbinas de gas o vapor, propias de los ciclos termodinámicos.

Como ya se ha mencionado, en el ámbito de este proyecto, nos centramos en la alternativa de la energía minihidráulica (con potencia instalada, no superior a 10 MW). Debe puntualizarse, que una central minihidráulica no es una central hidráulica en miniatura, sino que los criterios de diseño, tanto de la obra civil como de la turbina son completamente diferentes.

4.3.4.3.1- Potencia aprovechable en un salto hidráulico

Para una central de generación eléctrica, la expresión que da cuenta de la potencia eléctrica obtenible a partir de un salto de agua es la siguiente:

$$P_e = \rho g Q H_n e$$

En donde son:

- 1) Densidad del agua (ρ), que se puede suponer constante e igual a 1000 kg/m^3
- 2) Aceleración de la gravedad ($g \cong 9,81 \text{ m/s}^2$)
- 3) Caudal de equipamiento Q en m^3/s
- 4) Altura neta del salto de agua H_n en m
- 5) Factor de eficiencia e , que engloba una serie de rendimientos, de entre los que cabe destacar:
 - a) Rendimiento de la turbina hidráulica η_t
 - b) Rendimiento del generador eléctrico η_g
 - c) Rendimiento del transformador de salida η_s

Es decir, que en principio se puede suponer $e = \eta_t \eta_g \eta_s$. Este factor es muy variable, en función de la maquinaria utilizada, pero para una primera aproximación, se puede estimar en un valor de 0,85 para una minicentral moderna.

De la ecuación anterior se puede deducir que las dos variables clave en la potencia hidráulica aprovechable son la “altura neta” y el “caudal de equipamiento”. De esta forma, el emplazamiento de estas instalaciones y su dimensionado se ve limitado a saltos de agua con valores suficientemente altos de estos factores.

Veremos a continuación la manera de determinarlos.

Caudal de equipamiento:

Es importante elegir correctamente el valor del caudal de diseño de nuestra instalación para que esta trabaje al máximo rendimiento, durante la mayor parte del año.

Para este fin, es necesario realizar un estudio hidrológico en la zona de implantación de la central, en donde los datos necesarios para la estimación del caudal buscado, se pueden obtener de dos maneras:

- 1) Se puede partir de datos históricos de los caudales máximos, medios y mínimos diarios tomados mediante estaciones de aforo en la zona de interés. Estos datos pueden obtenerse a través de los Organismos de cuenca o en el Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX).
- 2) En caso de no existir estaciones de aforo en la zona de interés, se recurre a un estudio teórico, basado en datos de precipitaciones de la zona y en datos obtenidos en afloramientos existentes en cuencas semejantes. Se recopilan y analizan datos pluviométricos de la zona, completando periodos en los que no haya registros de dichos datos mediante métodos de correlación de cuencas, que aportan un factor corrector tal que permite una estimación de caudal de la cuenca de estudio, a partir de una cuenca semejante.

Es conveniente realizar mediciones de caudal en la zona de interés, durante al menos un año.

Una vez obtenidos los datos necesarios, se realiza una distribución estadística que nos tipifica los años en función de la aportación registrada como, muy secos, secos, medios, húmedos, y muy húmedos.

Con esta distribución, se toma un año medio representativo, y se construye una “curva de caudales clasificados” de la cuenca a estudiar.

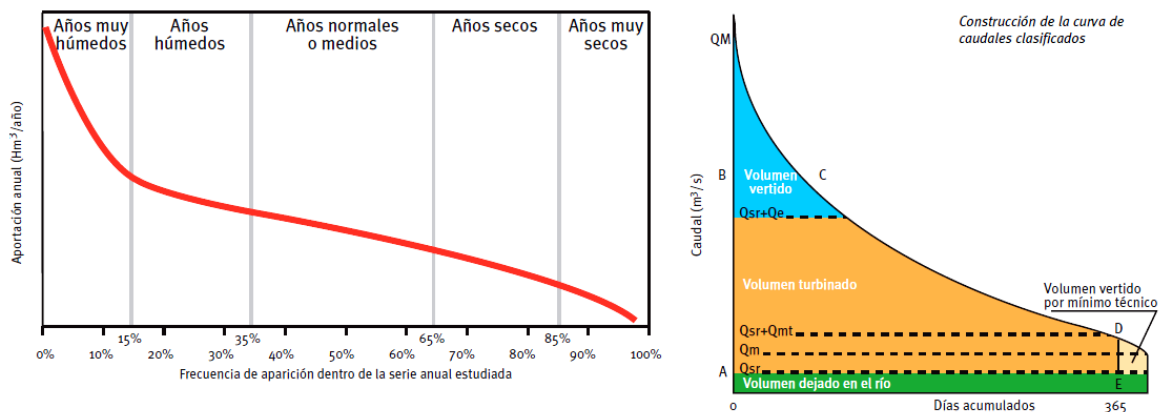


Figura 4. 80: Distribución estadística de caudal (izquierda) y curva de caudales clasificados (derecha)

La curva de caudales clasificados proporciona una valiosa información con respecto al volumen de agua existente. De hecho, si la observamos, el caudal de equipamiento (de diseño), se calcula de forma que maximice el volumen turbinado durante el año medio (área ABCDEA), respetando el caudal no aprovechable debido a la conservación del ecosistema, y factores diversos (caudal de servidumbre).

Otra forma de calcular el caudal de equipamiento es, una vez descartado el caudal de servidumbre, elegir el caudal como un valor comprendido entre el caudal que circula por el río en 80 días, y el caudal que circula por el río en 100 días (Q_{80} y Q_{100} respectivamente).

Además del caudal de equipamiento, se definen:

- 1) Caudal máximo alcanzado durante el año (caudal de crecida Q_M)
- 2) Caudal mínimo del año (estiaje Q_m)
- 3) Caudal de servidumbre (Q_s). Este es el caudal mínimo que es necesario dejar pasar, e incluye
 - a) Caudal ecológico (aproximadamente el 10% del caudal anual medio)
 - b) Caudal para otros servicios
- 4) Caudal mínimo técnico de producción ($Q_{mt} = kQ_e$), que es directamente proporcional al caudal de equipamiento, con una constante de proporcionalidad dependiente del tipo de turbina.
 - a) Kaplan: $k=0,25$
 - b) Pelton: $k=0,1$
 - c) Francis: $k=0,4$
 - d) Semikaplan: $k=0,4$

Salto o altura neta:

El objetivo en este caso es diseñar la instalación de forma que se aproveche la máxima altura susceptible de ser obtenida en las palas del rotor de la turbina hidráulica.

De esta forma, es necesario distinguir entre diferentes alturas:

- 1) Altura bruta (H_b): La máxima altura de la instalación. Coincide con la distancia vertical entre la toma de agua del azud, y el punto de descarga del caudal turbinado al río.
- 2) Altura útil (H_u): Desnivel existente entre la cámara de carga y el nivel de desagüe de la turbina
- 3) Altura neta (H_n): Es el salto útil, menos las pérdidas de carga debidas al paso por las conducciones. Esta es la máxima energía que se podría convertir en trabajo en la turbina hidráulica.

- 4) Altura de pérdidas (H_p): Esta altura, representa un equivalente de pérdida de energía cinética por fricción con las paredes de la tubería forzada, más las pérdidas por turbulencia, debidas a cambios de dirección, rejillas, etc, proporcionales al cuadrado del caudal y a la longitud de la conducción, e inversamente proporcionales a la quinta potencia del diámetro de la tubería forzada.

De esta forma, dada una altura bruta suficiente, determinada mediante planos o mediciones topográficas, será imprescindible reducir al mínimo las pérdidas de carga.

4.3.4.3.2- Tipos de minicentrales hidráulicas y partes principales

Dado el condicionamiento de los dos parámetros anteriormente mencionados, a su vez muy dependientes de la orografía y peculiaridades de las zonas donde vayan a ser implantadas, la construcción y tipología de estas centrales depende principalmente de estos factores.

4.3.4.3.2.1- Partes principales de una minicentral hidráulica

En este apartado se describirán las partes principales que componen los distintos tipos de minicentrales, de las cuales, según la tipología de dichas minicentrales, se tendrán unos u otros elementos.

Se van a distinguir dos apartados en concordancia con la bibliografía:

- 1) Instalaciones de obra civil, que se compone de las construcciones e infraestructuras necesarias para el funcionamiento de las instalaciones.
- 2) Equipamiento electromecánico, que comprende los grupos de generación de potencia, protección y distribución.

Instalaciones de obra civil:

- 1) Elementos de retención en el cauce del río. Pueden distinguirse dos tipos de estos elementos:
 - a) Azudes: Muros transversales al curso del río, de poca altura, que provoca un remanso de agua sin producir una elevación notable del nivel del mismo. Tiene como objetivo desviar una parte del caudal del río para su turbinación, desviando el resto mediante aliviaderos, para seguir su curso normal. Puede construirse en hormigón, ladrillo, escollera o tierra, si bien estos dos últimos suelen incluir anclajes al terreno.

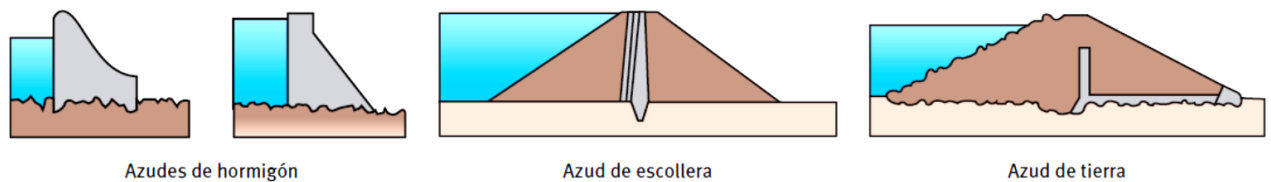


Figura 4. 81: Diferentes tipos de azudes

- b) Presas: En este caso son muros transversales de una altura considerable, que provocan una subida considerable del nivel del río, mediante la utilización de embalses. A su vez se pueden distinguir distintos tipos de presas:
- i) Presas de gravedad: Este tipo de presas soporta el empuje del agua con su propio peso, transmitiendo el esfuerzo al terreno.
 - ii) Presas en arco: La forma en arco del muro hace que el esfuerzo se transmita a las laderas de un valle, de forma que la zona convexa del muro está expuesta al agua del embalse.
- 2) Aliviaderos, compuertas y válvulas: Conjunto de dispositivos que permiten o impiden el paso del agua desde el embalse hasta el cauce del río (válvulas y compuertas), y que permiten la evacuación del agua sin pasar por el grupo de turbinas, en caso de ser necesario (Aliviaderos y desagües).
- a) Aliviaderos de superficie: Según el tipo de compuerta se pueden dividir en:
 - i) De compuertas verticales
 - ii) De compuertas Taintor, o compuertas de segmento
 - iii) De compuertas de sector
 - iv) De clapetas
 - b) Desagües de fondo o medio fondo
- 3) Toma de agua: Estructura que se realiza para desviar parte del agua del cauce del río y facilitar su entrada desde el azud o la presa. Se debe calcular para que las pérdidas por carga sean mínimas. Existen dos tipos:
- a) Toma normal: que dispone de rejilla para atrapar elementos sólidos, y compuerta de seguridad, que cierra en caso de emergencia, o para labores de inspección o reparación.
 - b) Toma sumergida: Se realiza un canal excavado transversalmente en el cauce del río, de forma que el agua entra a través de una reja superior de protección y sale transversalmente al curso del río, para incorporarse al canal de derivación.
- 4) Canales, túneles y tuberías: Conjunto de conducciones por donde físicamente circula el agua. El empleo de uno u otro tipo depende de la tipología de la instalación.
- 5) Cámara de carga: Es un depósito localizado al final del canal, o tubería de alimentación, previo a la tubería forzada que transporta el flujo de agua hasta las turbinas (en caso de existir). Su objetivo principal es asegurar el volumen necesario de agua para conseguir un arranque de las turbinas sin intermitencias. Si la alimentación de la cámara de carga se realiza a través de tubería a presión, es necesario incluir una chimenea de equilibrio para prevenir los efectos del golpe de ariete, y un aliviadero para desaguar en caso de parada.

- 6) Tubería forzada: Es la encargada de llevar el agua desde la cámara de carga hasta las turbinas. Debe estar reforzada para aguantar los efectos del golpe de ariete, así como la presión de columna de agua en funcionamiento normal. En función de la orografía del terreno , y de factores medioambientales, su implantación puede ser:
- a) Aérea
 - b) Enterrada
- 7) Edificio de la central: Es el edificio donde se instalan los equipos de la minicentral, turbinas, generadores, cuadros de protección y control, etc.
Su emplazamiento y construcción son muy dependientes del terreno y del equipamiento que vaya a ser utilizado (dependiente a su vez del caudal de diseño y la altura neta), y el tipo de instalación, pudiendo estar al pie del azud o presa, alejado del mismo para ganar altura en el salto de agua, e incluso enterrada.
- 8) Elementos de cierre y regulación: Estos elementos, aíslan al grupo de turbinas, u otros órganos de funcionamiento, del resto de la instalación, en caso de parada. Estos elementos son:
- a) Ataguías: Se utilizan para cerrar el acceso del agua a la toma en casos necesarios.
 - b) Compuertas
 - c) Válvulas

Equipamiento electromecánico:

- 9) Turbinas hidráulicas: Es el elemento clave de una central hidráulica, transformando la energía del flujo de agua en un par mecánico aprovechable en un eje.
Se pueden clasificar los distintos tipos de turbina en turbinas de acción (que transforman previamente la presión del agua en energía cinética), y turbinas de reacción (que aprovecha directamente dicha presión).
- a) Turbinas de acción
 - i) Pelton: Esta turbina posee un rodete móvil (disco circular), con álabes en forma de doble cuenco (cazoletas), de manera que el flujo de caudal es dirigido a los mismos en forma de chorro a través de inyectores, que sirven a su vez de elementos de regulación. Se emplean en saltos de gran altura y bajo caudal, teniendo rendimientos bastante elevados, y curvas de rendimiento muy planas con respecto a la variación de caudal.

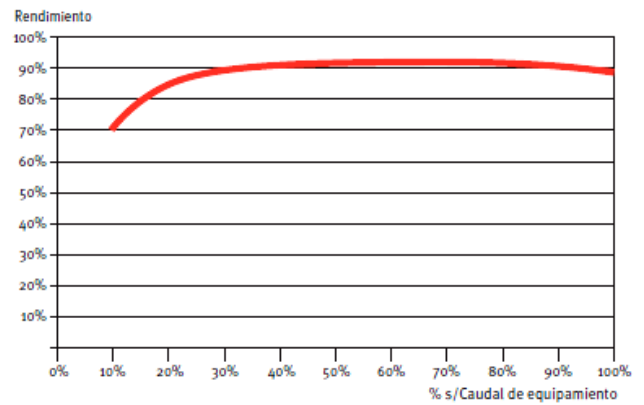
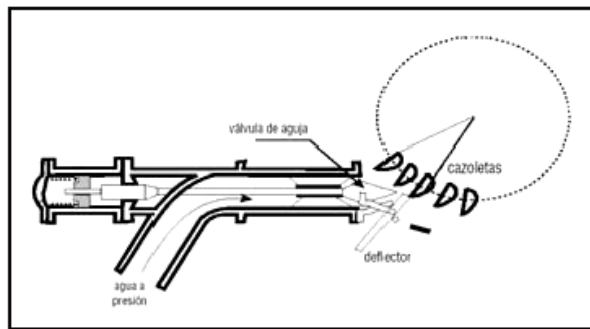


Figura 4. 82: Esquema y curva de funcionamiento de una turbina Pelton

- ii) De flujo cruzado (Ossberger): Está constituida por un inyector de sección rectangular provisto de un álabe longitudinal que regula y orienta el chorro de entrada a la turbina, y un rodete cilíndrico con múltiples palas dispuestas como generatrices y soldadas por los extremos a los discos terminales.

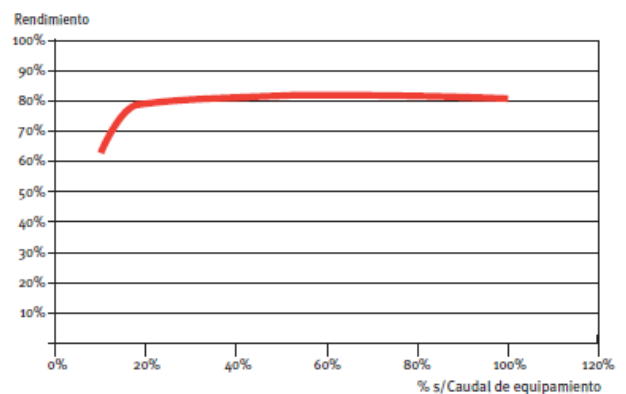
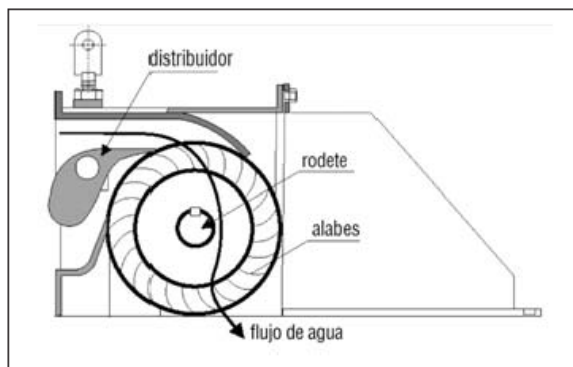


Figura 4. 83: Esquema y curva de funcionamiento de una turbina Ossberger

En este tipo de turbinas se produce un primer impulso a la salida del inyector hacia las palas del rodete, y un segundo impulso a la salida del rodete, al caer en el tubo de aspiración.

Se puede aplicar a un gran rango de condiciones, con saltos de entre 1 y 200m, y con caudales muy variables, si bien la potencia instalada se limita al entorno de 1MW.

Aunque su rendimiento máximo es inferior al de las ruedas Pelton, sigue siendo bastante alto, y prácticamente constante para la totalidad de rango de caudal.

- b) Turbinas de reacción: Este tipo de turbinas tienen un diseño de rotor, que les permite aprovechar la presión del agua de entrada, y convertirla en energía cinética. Esto hace que a la salida del rotor, tengan una presión por debajo de la atmosférica.

Este tipo de turbinas, tienen en la mayoría de los casos, los siguientes elementos:

- (1) Carcasa o caracol: Estructura fija en forma de espiral, que rodea los álabes del distribuidor, y la guía hacia los mismos, transformando parte de la presión del flujo de entrada en energía cinética.
- (2) Distribuidor: Compuesto por dos coronas de álabes concéntricas (una corona fija en el estator, y otra móvil en el rotor), dotan al flujo de entrada de un ángulo de incidencia en los álabes de la turbina, tales que se maximiza el par obtenido.
- (3) Rodete: Parte móvil de la turbina (sobre la que se montan los álabes) encargada de transformar la energía del flujo en trabajo.
- (4) Difusor: Tubo divergente que acompaña al flujo aguas abajo de su paso por el rodete, recuperando parte de la energía cinética del agua.

c) Dentro de este tipo de turbinas, las más conocidas son:

- i) Turbinas Francis: Se caracteriza por recibir el flujo en dirección radial, y a medida que atraviesa el rotor, cambia de dirección, hasta hacerse axial en la salida.

Su rendimiento es superior al 90% en condiciones de funcionamiento óptimo, sin embargo, su curva de rendimiento no es tan plana como en casos anteriores. Además permite un gran rango de variaciones, aceptando variaciones en el caudal de entre el 40% y el 105% del caudal de diseño, y variaciones de entre el 60% y el 125% de la altura de diseño.

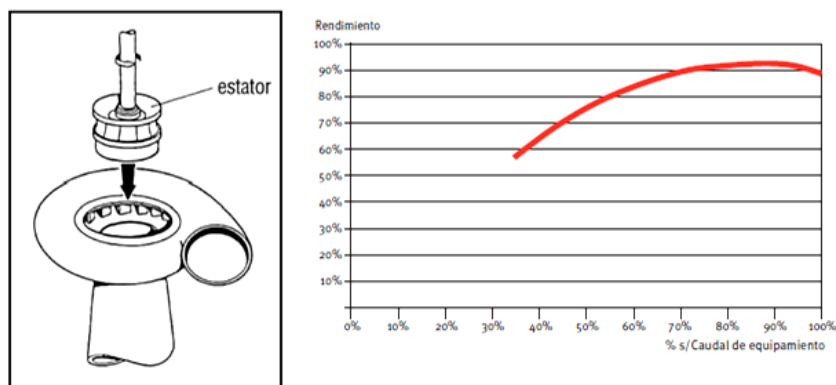


Figura 4. 84: Esquema y curva de funcionamiento de una turbina Francis

- ii) Turbinas de hélice, Kaplan y Semikaplan: Estas turbinas, se caracterizan por ser de flujo axial, si bien, las turbinas Kaplan y Semikaplan, pueden regular el ángulo de incidencia en los álabes del rotor, mientras que la turbina de hélice posee un ángulo fijo. Además, la turbina Kaplan posee un distribuidor regulable, que le da un rango más amplio de trabajo, con mejores rendimientos, a cambio de una mayor complejidad, y un coste más elevado.

En los tres tipos, la variación admisible en el salto se encuentra entre el 60% y el 140% de la altura de diseño, mientras que la variación con respecto al caudal de diseño se encuentra entre el 40% y el 105% para las turbinas de hélice y entre el 15% y el 110% para las Kaplan, situándose las Semikaplan en el punto medio entre ambas. Además poseen rendimientos de aproximadamente el 90% en el punto de funcionamiento nominal. Este tipo de turbinas se suele utilizar en zonas en donde el salto es pequeño, y los caudales son muy variables o grandes, de manera que se prefieren las turbinas Kaplan y Semikaplan para un salto constante y un caudal muy variable, mientras que las turbinas de hélice se utilizan en centrales con regulación propia, que funcionan con caudal casi constante entre unos niveles máximo y mínimo del embalse.

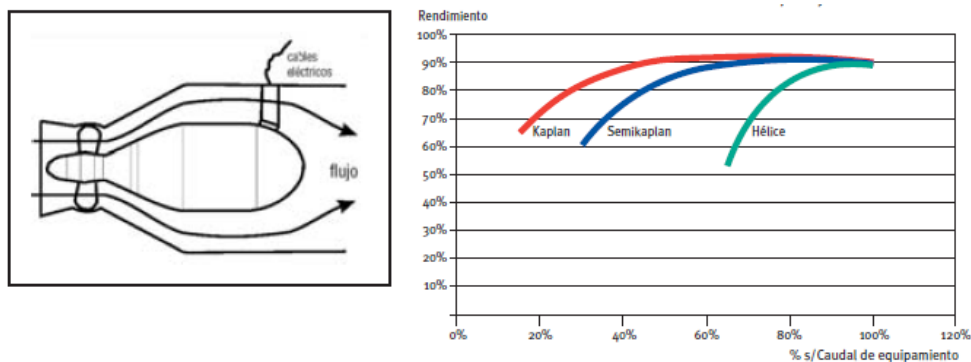


Figura 4. 85: Esquema de turbina de hélice y curvas de funcionamiento de las turbinas Kaplan, Semikaplan y de hélice

- 10) Generador y caja de engranajes multiplicadora: Ya comentada en apartados anteriores
- 11) Transformador, líneas eléctricas y aparamenta de protección.
- 12) Equipo de regulación y control, y sistemas auxiliares.

4.3.4.3.2.2- Tipos de minicentrales

Se puede realizar una clasificación de las centrales hidráulicas en base a su emplazamiento como:

- 1) Centrales de agua fluyente
- 2) Centrales de pie de presa
- 3) Centrales en canal de riego o de abastecimiento

Centrales de agua fluente:

En este tipo de centrales, se desvía parte del caudal de un río mediante una toma, y a través de una conducción o de canales hasta una central en donde accionará una turbina hidráulica o un grupo de las mismas.

Una característica importante dentro de las diversas formas de generación de energía eléctrica en esta tipología de centrales, es que poseen un salto de una altura útil, prácticamente constante, pero su caudal depende directamente de la hidrología, ya que no tienen capacidad de regulación.

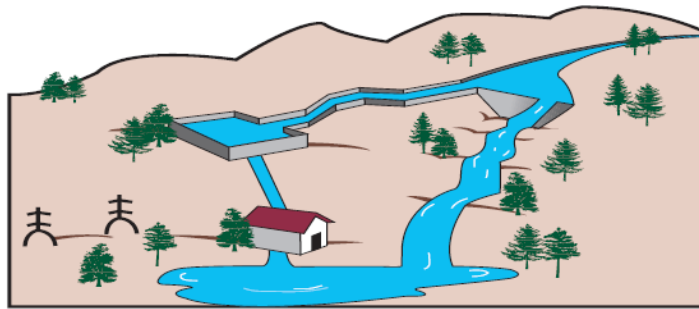


Figura 4. 86: Esquema típico de una central de agua fluente

En algunos casos, se construye una pequeña presa en la toma de agua para elevar la altura de esta, y así facilitar su entrada a la tubería o canal de derivación. Estos conductos por los que circula el agua se construyen con pequeña pendiente para mantener la altura hidráulica y una velocidad de flujo limitada, de forma que las pérdidas de carga sean mínimas.

Otra opción dentro de esta tipología es situar la central en el curso de un río que ha ganado altura mediante la construcción de un azud, sin necesidad de canal de derivación, cámara de carga o tubería forzada.

Dependiendo de dónde se construya este tipo de central, será necesario que contenga todos o algunos de los siguientes elementos:

- 1) Azud
- 2) Toma
- 3) Canal de derivación
- 4) Cámara de carga
- 5) Tubería forzada
- 6) Edificio central y equipamiento electromecánico
- 7) Canal de descarga
- 8) Subestación y línea eléctrica

Centrales de pie de presa

En esta tipología de minicentrales, existe la posibilidad de construir un embalse en el cauce de un río para almacenar las aportaciones de este, además del agua de lluvias, o del deshielo.

Otra posibilidad es situar la minicentral al pie de embalses destinados a otros usos, como riego o abastecimiento de agua a poblaciones. Dependiendo de los fines para los que fue creada la presa, se turbinan los excedentes, los caudales embalsados para riego o abastecimientos, e incluso los caudales ecológicos.

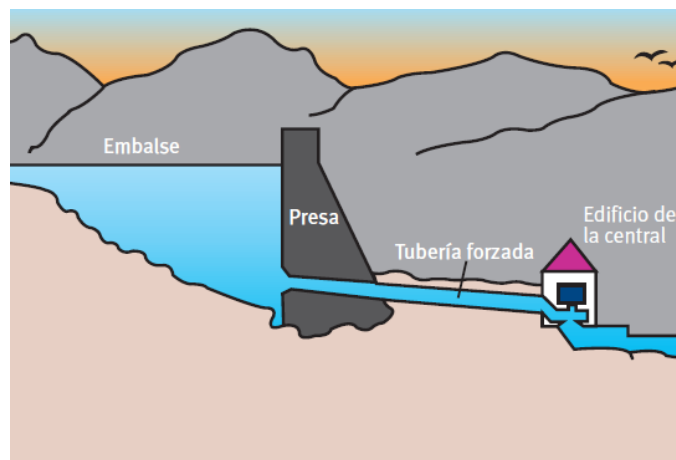


Figura 4. 87: Esquema típico de una central a pié de presa

La característica principal de este tipo de minicentrales es que si posee capacidad de regulación de los caudales de salida del agua, que se hará pasar por la turbina en los momentos que se precisen.

La toma de agua se encuentra en la denominada “zona útil”, que contiene el total de agua que puede ser turbinada, mientras que debajo de la misma, se encuentra la “zona muerta”, que contiene el volumen de agua no útil para ser turbinado.

Según la capacidad volumétrica en la zona útil, la regulación del caudal puede ser semanal, diaria u horaria, es decir, que si por ejemplo la regulación es horaria, la central turbinará el agua de embalse durante un cierto número de horas al día (generalmente las horas punta), mientras que el resto de horas se dedicará a recuperar el nivel del embalse; Si por el contrario su regulación es semanal, estas centrales producen energía durante el fin de semana, recuperando los niveles del embalse durante el resto de la semana.

Las obras e instalaciones para construir una minicentral de este tipo son:

- 1) Adaptación o construcción de las conducciones de la presa a la minicentral
- 2) Toma de agua con compuerta y reja
- 3) Tubería forzada hasta la central
- 4) Edificio central y equipamiento electromecánico
- 5) Subestación y línea eléctrica

Central hidráulica en canal de riego

En esta tipología de centrales, se pueden distinguir dos clases:

- 1) Centrales que utilizan el desnivel del propio canal. Mediante una tubería forzada, paralela a la vía rápida del canal de riego, se conduce el agua hasta la central, devolviéndola posteriormente a su curso normal en el canal.
- 2) Centrales que aprovechan el desnivel entre el canal y el curso de un río cercano. En este caso, se instala la central cercana al río, y se turbinan las aguas excedentes del canal.

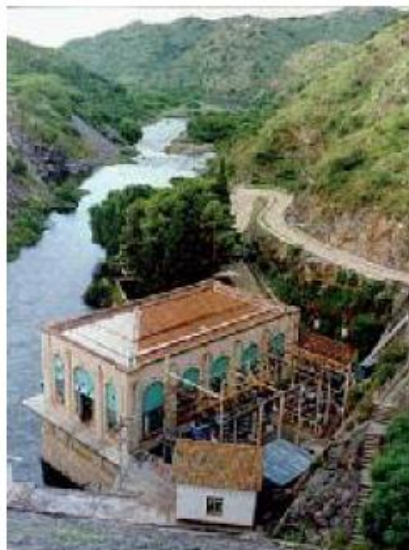


Figura 4. 88: Central en canal de riego

Las obras e instalaciones necesarias para la realización de este tipo de instalaciones son:

- 1) Toma de canal con aliviadero (habitualmente en forma de pico de pato para aumentar su longitud)
- 2) Tubería forzada
- 3) Edificio de la central con equipamiento electromecánico
- 4) Obra de incorporación al canal o al río, dependiendo del tipo de aprovechamiento
- 5) Subestación y línea eléctrica

4.4- Criterios de elección ([20] y [56])

Con respecto a los criterios de elección utilizados en este proyecto, se partió inicialmente de cuatro criterios que correspondían con las cuatro dimensiones básicas contempladas para el problema de elección, siendo estas la dimensión medioambiental, social, económica y tecnológica.

Sin embargo, estos criterios resultan ser demasiado abstractos, y difíciles de evaluar de forma objetiva, de manera que cada uno de ellos se fragmentó en una serie de subcriterios, más concretos y susceptibles de ser cuantificados, con mayor o menor dificultad. Así, los criterios y subcriterios de elección sobre los que se construye la matriz de decisión, son:

Criterios	Subcriterios
Medioambiente	Emisiones de CO_2
	Terreno necesario
Sociedad	Prejuicios
	Ruido
	Empleo generado
Tecnología	Madurez
	Proveedores cerca
	Rendimiento
	Disponibilidad
Economía	Inversión
	Coste de materia prima
	Pay-back
	Ingresos
	Costes

Tabla 4. 9: Desglose de criterios en subcriterios

Puede decirse que las alternativas basadas en energías renovables poseen en general una mejor valoración frente a las alternativas basadas en combustibles fósiles, con respecto a los criterios medioambientales y sociales.

Sin embargo, dada la madurez tecnológica y grado de implantación de las alternativas basadas en combustibles fósiles, éstas tienen por norma general una mejor valoración en los campos económico y tecnológico.

Se comentarán brevemente dichos criterios y las valoraciones obtenidas, recordando que dichas valoraciones se basan en el estudio de Carlos Baldasquín Cáceres [20], en base a datos de instalaciones reales, ya mencionadas.

4.4.1- Medio ambiente

Antes de especificar los valores de partida de los subcriterios correspondientes a la dimensión medioambiental, es necesario hablar de ciertos conceptos previos.

Uno de estos conceptos es el de impacto medioambiental, es decir el impacto que produce la acción del hombre sobre los ecosistemas, y en definitiva sobre los organismos vivos que existen en estos (inclusive el mismo hombre).

Se pueden citar algunos de los impactos más visibles a nivel global y local:

- 1) A nivel global:
 - a) El cambio climático, o calentamiento global, producido por un exceso en la concentración de gases de efecto invernadero (GEI).
 - b) La reducción de la capa de ozono, con el consiguiente aumento de radiación UV en la superficie terrestre.
 - c) Los impactos sobre ecosistemas, provocados por agentes ácidos como el SO_2 , los NO_x o los oxidantes fotoquímicos, como el ozono troposférico, sin olvidar los metales pesados, y residuos radiactivos, tóxicos y bioacumulativos. Dentro de estos impactos se encuentran los fenómenos de lluvia ácida, los efectos cancerígenos, o la eutrofización de suelos y ríos, provocando el envenenamiento de plantas y animales, eliminación del oxígeno en las aguas, y pérdida de la biodiversidad.
- 2) A nivel local:

- a) Deterioro de los materiales de las instalaciones, debido a los efectos ácidos del SO_2 en presencia de agua, los NO_x , el HCl , u otros contaminantes como el ozono.
- b) La generación de residuos peligrosos, imposibles de tratar, que deben ser almacenados en vertederos, en donde se producen filtraciones al terreno, ríos y mares cercanos, etc.
- c) La utilización del suelo, que puede generar desequilibrios importantes en los ecosistemas locales, a sustituir la vegetación de estos por edificios e instalaciones.
- d) El impacto visual sobre los paisajes.

Para la cuantificación de estos impactos ambientales, se utiliza el concepto de análisis de ciclo de vida (ACV), que consiste en una cuantificación de todos los flujos de materia y energía asociados a un sistema o proceso, de forma rigurosa y objetiva, desde el comienzo hasta el fin de la misma.

El ACV, es una herramienta de gestión ambiental reconocida internacionalmente, si bien existen varias normas sobre la definición y el cálculo del mismo, sobre todo de la huella de CO_2 , que será el dato de partida de un criterio de evaluación en este proyecto.

En general, la metodología del ACV, se basa en un método iterativo de análisis y actuación, de manera que se consigue con él, reducir el uso de materias primas, flujos energéticos, y minimizar la contaminación y la generación de residuos. Sus etapas básicas, que se muestran en el siguiente gráfico, se pueden definir de la siguiente forma:

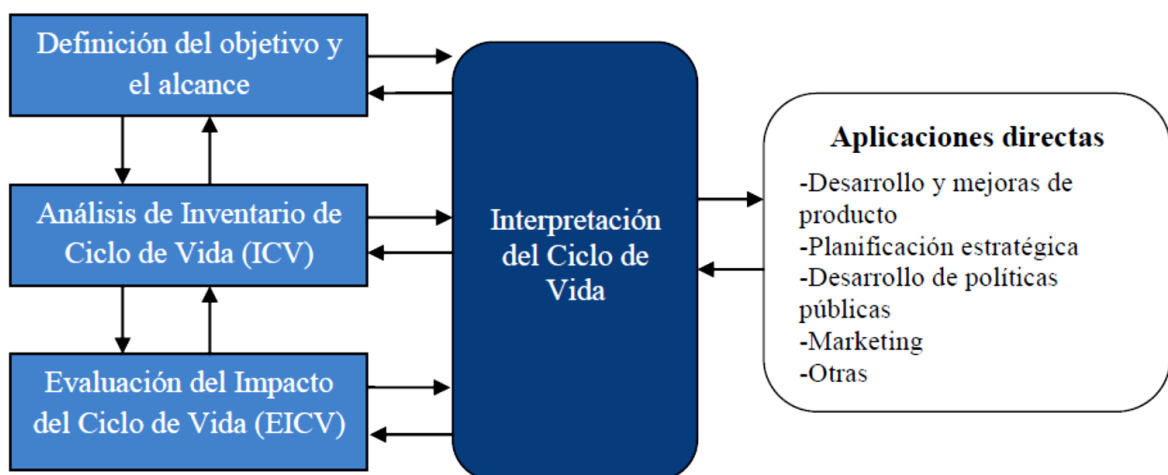


Figura 4. 89: Etapas del análisis del ciclo de vida

- 1) Definición de objetivos y alcance: En esta etapa debe definirse el objetivo y alcance del estudio, así como el sistema estudiado y la unidad funcional referida a la cantidad de productos o servicios necesarios para cumplir la función que se compara. De esta forma se establecen las bases para la comparación entre

diferentes sistemas y se cuantifican las entradas y salidas funcionales de un sistema productivo.

- 2) Análisis de inventario (ICV): En esta etapa se recopilan los datos y los procedimientos de cálculo para cuantificar las entradas y salidas relevantes de un sistema, tomando como referencia la unidad funcional. Es decir, que se fijan los flujos de entrada y salida de materiales (materias primas y emisiones) y energía (procesos) de un sistema productivo, a lo largo de todo su ciclo de vida.
- 3) Evaluación de impacto (EICV): En esta etapa se evalúan los potenciales impactos ambientales de los sistemas productivos en estudio, basándose en los datos recopilados en el ICV. En general consta de tres elementos obligatorios, y tres elementos opcionales :
 - a) Elementos obligatorios: Selección de categorías, clasificación y caracterización
 - b) Elementos opcionales: Normalización, agrupación y pesaje
- 4) Interpretación de resultados: En esta etapa se interpretan los resultados obtenidos, combinándolos con los objetivos y el alcance definidos, de forma que se obtiene una cifra final para cada proceso, representativa de todos los impactos ambientales presentes en cada una de las fases del ciclo.

Dentro del contexto de la generación de energía eléctrica, las etapas del ACV, se podrían resumir a grandes rasgos en el siguiente gráfico:

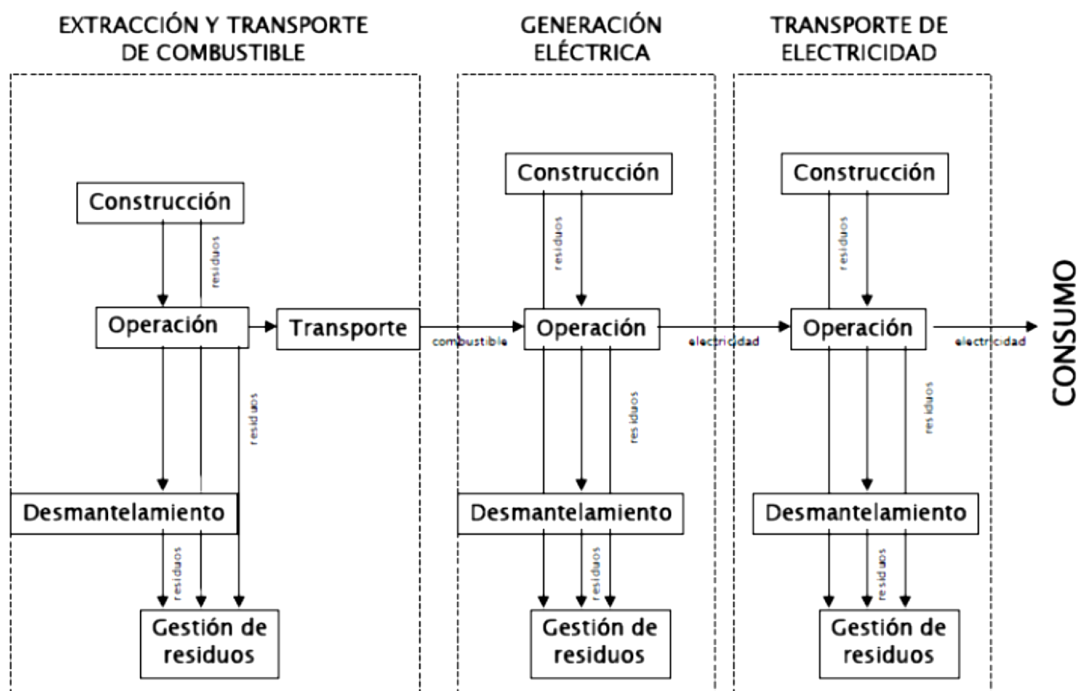


Figura 4. 90: Etapas del ACV en generación eléctrica

Como ya se ha comentado, dentro de la evaluación de impacto, se realiza de manera obligatoria una selección o creación de diferentes categorías para la clasificación de impactos. Una vez creadas esas categorías, y clasificados los diferentes impactos ambientales dentro de las mismas, se

procede a la caracterización, es decir al cálculo de los resultados de indicadores de cada categoría. Sin embargo, esta caracterización tiene ciertos problemas de subjetividad e incertidumbre asociados principalmente a los datos utilizados, y al método de evaluación.

Además, dentro del análisis del ciclo de vida, se evalúa la cantidad de contaminantes emitidos, pero no el daño que se genera en el medio ambiente. Para evaluar dicho daño, es necesario recurrir a la denominada "ruta de impacto".

La ruta de impacto, como su propio nombre indica, sigue el impacto medioambiental, desde que se genera el contaminante, hasta que causa daño en un receptor determinado. Así, partiendo de un contaminante determinado, se evalúa la dispersión del mismo atendiendo a factores geográficos, ambientales, topográficos, etc, determinando la cantidad de receptores afectados, y la magnitud del daño en los mismos.

Dada la importancia de alcanzar los niveles de emisión de GEI pactados en el protocolo de Kioto, y el impacto que provoca en el ecosistema la ocupación del suelo para actividades industriales, y de generación de energía eléctrica más concretamente, se han escogido como subcriterios medioambientales, los niveles de emisión de CO_2 y la ocupación del suelo en metros cuadrados.

4.4.1.1- Emisiones de CO_2

Se entiende por efecto invernadero, aquél por el cual, ciertos gases disueltos en la atmósfera retienen parte de la radiación reflejada por la corteza terrestre. Este efecto es un proceso normal que dota al planeta de una temperatura estable y apta para el desarrollo de la vida, además de absorber la energía necesaria para mantener el ciclo hidrológico.

Los gases que más contribuyen a este efecto, por orden de concentración son:

- 1) Vapor de agua (36-70%)
- 2) CO_2 (9-26%)
- 3) CH_4 (4-9%)
- 4) O_3 (3-7%)
- 5) NO_x y los clorofluorocarbonados (trazas)

Como vemos, el gas predominante es el vapor de agua, sin embargo, el criterio de decisión hace referencia más bien al calentamiento global, es decir,

al aumento del efecto invernadero por la acción del hombre, por lo que se centra en la emisión de los gases de efecto invernadero de origen antropogénico. De este grupo, el que mayor impacto y concentración tiene es el dióxido de carbono, por lo que se elige como representativo del grupo de emisión de contaminantes atmosféricos.

Los valores asignados para las diferentes tecnologías en este caso son:

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro-cogeneración (A ₄)	Micro-trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)	Minihidráulica (A ₇)
Emisiones CO ₂ (g/KWh) (C ₁₁)	24	138,15	29	257,41	257,41	35,8	11,93

Tabla 4. 10: Valoraciones del subcriterio “emisiones de CO₂”

Como cabía esperar, los niveles de emisión más altos son los de las tecnologías de micro-cogeneración y micro-trigeneración, ya que utilizan Gas Natural como fuente de energía primaria, debiendo matizar, que dentro de los combustibles convencionales, esta fuente de energía resulta ser la más limpia.

El hecho de que las tecnologías que utilizan fuentes de energía renovables posean también niveles de emisión, es debido a que en general se considera el ciclo de vida, ya comentado, de forma que se puede observar cómo el proceso de fabricación de los paneles fotovoltaicos, energéticamente muy costoso, y con altos niveles de emisión, dota a esta tecnología de los niveles de emisión más altos por debajo de los combustibles fósiles, de modo que para evitar una cantidad de CO₂ emitida a la atmósfera, equivalente a la que se emitió en la fabricación de dichos paneles, se estima que éstos deben funcionar a pleno rendimiento durante un periodo de entre 4 y 5 años.

El caso de la biomasa es digno de ser mencionado, ya que como cualquier combustible, durante el proceso de combustión emite a la atmósfera ciertos niveles de CO₂, sin embargo, ciertos autores como Marland y Schlamadinger (1995), Fernández (1997), Caparrós y Campos (2004), sostienen que si se analiza el ciclo de emisión de CO₂ de este recurso energético de manera global, dicho nivel de emisiones resulta nulo, ya que se supone que la cantidad de CO₂ emitido a la atmósfera durante la combustión, es equivalente al absorbido en fotosíntesis por las masas forestales y cultivos energéticos durante su periodo de crecimiento.

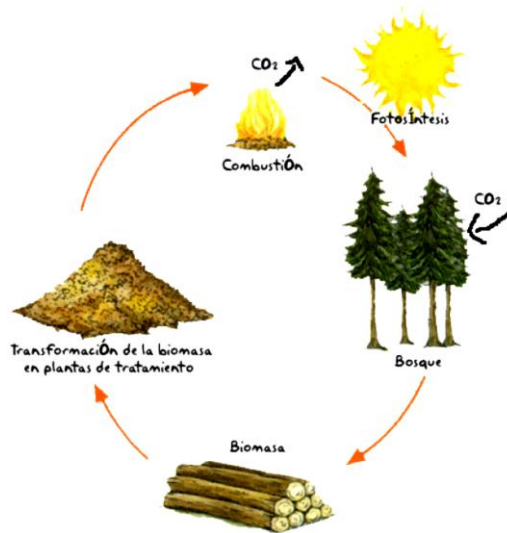


Figura 4. 91: Ciclo de CO_2 de la biomasa

De hecho, según Carpintero (1999), se estima que una hectárea de bosque captura 1,8 toneladas de CO_2 al año, mientras que Mingo (2002) sostiene que se capturan 0,8 toneladas de CO_2 anuales por tonelada de biomasa valorizada, por término medio.

Por tanto, los niveles de emisión otorgados a esta fuente de energía, se deben más bien a etapas de recolección, transporte y valorización.

4.4.1.2- Terreno necesario

Basándonos en las centrales de estudio reales, utilizadas para la estimación de los datos, se obtiene una estimación del terreno necesario como la siguiente:

	Eólica (A_1)	Solar fotovoltaica (A_2)	Solar termoeléctrica (A_3)	Micro-cogeneración (A_4)	Micro-trigeneración (A_5)	Biomasa (A_6)	Minihidráulica (A_7)
Terreno necesario (m^2) (C_{12})	350.000	100.000	137.500	25	51	14.600	2.000.000

Tabla 4. 11: Valoraciones del subcriterio "terreno necesario"

4.4.2- Sociedad

4.4.2.1- Prejuicios

Para poder evaluar la visión de la sociedad con respecto a las tecnologías de generación energética, se ha recurrido a varias encuestas de opinión, de las cuales, la principal es un estudio realizado por la fundación BBVA en 2007, denominado “Actitudes Sociales de los Españoles hacia la Energía y el Agua”, siendo la puntuación utilizada en el proyecto, una valoración entre 0 y 10, resultado del promedio de las puntuaciones de diferentes cuestiones analizadas en dicho estudio, que se puede resumir en la siguiente imagen.

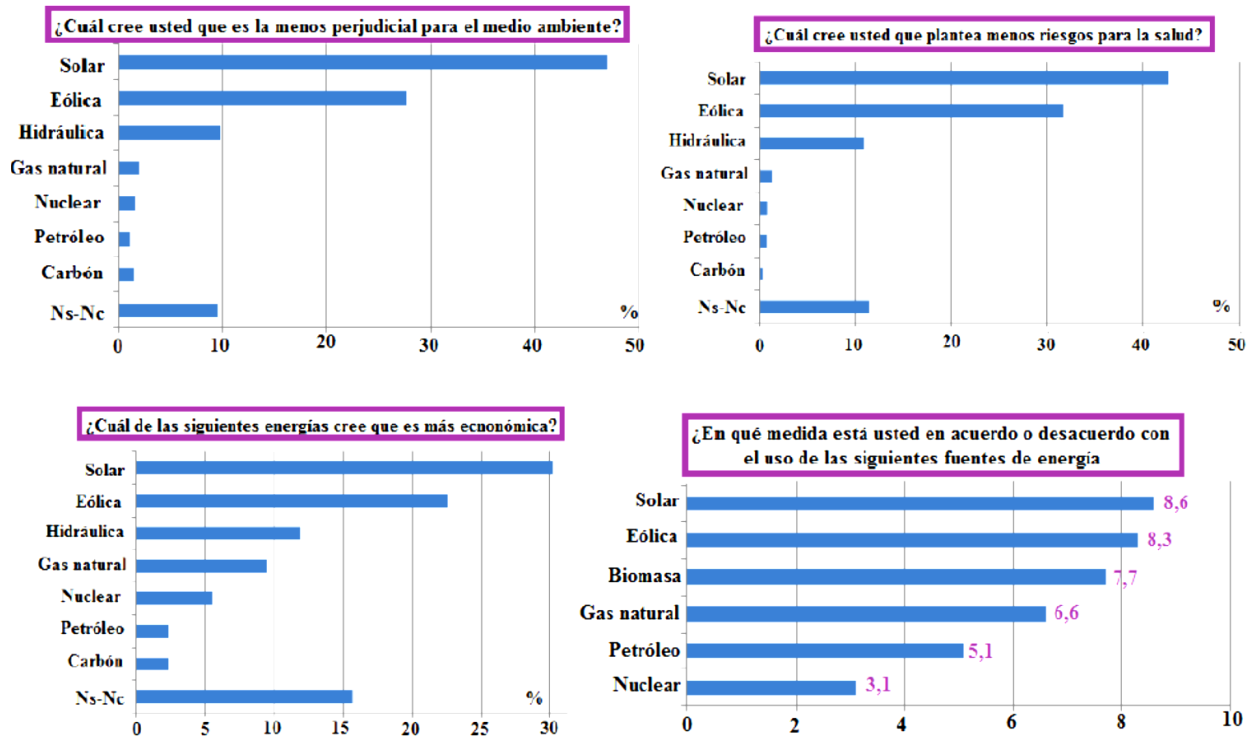


Figura 4. 92: Resultados en porcentaje del estudio “Actitudes Sociales de los Españoles hacia la Energía y

Sin embargo, dentro de este estudio existen varios problemas, como por ejemplo que no se distingue entre energía solar termoeléctrica y fotovoltaica, o que no aparece la tecnología minihidráulica, aunque si la hidráulica de gran potencia.

Para completar estos datos se recurre a un estudio de la Universidad de Murcia en el cual se concluye una clara preferencia por las energías de origen renovable, en especial la energía eólica con una preferencia del 37,7%, seguida por la solar térmica y la minihidráulica. La energía solar fotovoltaica y

la energía de la biomasa poseen una menor aceptación, esta última debido al desconocimiento de dicha energía.

Las valoraciones de base para el proyecto serán:

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro- cogeneración (A ₄)	Micro- trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)	Minihidráulica (A ₇)
Prejuicios (C ₂₁)	8,3	7,8	8,6	6,8	6,9	7,7	7,7

Tabla 4. 12: Valoraciones del subcriterio “prejuicios”

4.4.2.2- Ruido

Para la valoración de este criterio, se ha utilizado el dato de intensidad acústica de las partes más ruidosas de las instalaciones propias de las diferentes tecnologías, a una distancia de entre 300 y 350 metros de dicho foco de emisión de ruidos.

Este criterio resulta ser el aspecto más desfavorable de la energía eólica, puesto que aunque todas las tecnologías de generación de energía producen ciertas cantidades de ruido, en la mayoría de ellas, o bien el nivel de ruido generado es mucho menor en comparación con la energía eólica, o bien el propio edificio que contiene dichas instalaciones posee un aislamiento acústico, de forma que la intensidad percibida por los núcleos de población, a la distancia de estudio es mucho menor.

De esta forma, los datos para la valoración son:

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro- cogeneración (A ₄)	Micro- trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)	Minihidráulica (A ₇)
Ruido (dB) (C ₂₂)	108,1	31,2	53	33,2	42	67,5	44,625

Tabla 4. 13: Valoraciones del subcriterio “ruido”

4.4.2.3- Empleo generado

La valoración de este subcriterio resulta muy difícil debido a varios factores.

Por un lado, se encuentra el número de empleos que las distintas plataformas anuncian que se generarán al construir una central de generación según su tecnología de generación. Generalmente estos puestos de trabajo se refieren al periodo de construcción y puesta en marcha de las instalaciones que, para las tecnologías contempladas en este proyecto, no se suelen extender más allá de dos o tres años, por lo que estos datos de empleo no se pueden tomar como representativos de toda la vida útil de las instalaciones.

Por otra parte, si nos centramos en la etapa de operación de las plantas de generación, se alude a puestos directos de mantenimiento y operación, pero no se tienen en cuenta los puestos indirectos generados, como la comercialización energética, el abastecimiento de suministros, etc.

Finalmente, el número de puestos de trabajo estimados para cada tecnología de generación, es el siguiente:

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro-cogeneración (A ₄)	Micro-trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)	Minihidráulica (A ₇)
Empleo generado (C ₂₃)	6	14	16	24	24	56	6

Tabla 4. 14: Valoraciones del subcriterio "empleo generado"

4.4.3- Tecnología

Dentro de esta dimensión, se evalúan las tecnologías de generación de energía en aspectos como el grado de conocimiento, experiencia y fiabilidad de cada una (madurez), la facilidad y fiabilidad de los suministros (proveedores cercanos), su desarrollo tecnológico y eficiencia (rendimiento), o las horas de funcionamiento, y por tanto la cantidad de energía que es capaz de volcar a la

red durante un determinado periodo de tiempo (disponibilidad de recursos).

4.4.3.1- Madurez

Para la evaluación de este criterio, nos centramos en varios aspectos, según cada tecnología de generación, como son la media de edad de las instalaciones de generación, el grado de dedicación de las empresas, o el grado de desarrollo de dichas tecnologías.

Si nos centramos en la media de edad de las tecnologías de generación, según datos de encuestas del Ministerio de Industria, Turismo y Comercio, a través de la Escuela de Negocios (2008), las empresas de energías renovables son todas muy jóvenes, con una antigüedad media de 7 años. De entre estas, la más madura resulta ser la minihidráulica, siendo la energía solar termoeléctrica la más reciente.

Por otra parte, dentro de las energías que utilizan combustibles fósiles, las centrales de cogeneración tendrían una media de edad superior a los 14 años, siendo difícil calificar la trigeneración, puesto que en sí misma, se basa en acoplar una máquina de absorción a un ciclo de cogeneración. El principio de refrigeración por absorción se aplica industrialmente desde principios de los años 30 (aunque se debe tener en cuenta que la primera central de trigeneración, se inauguró en 2002).

Otro aspecto de los mencionados dentro de la madurez, es el grado de dedicación de las empresas a las energías renovables, y el subsector en el que trabajan. Así se puede tener una idea del grado de rentabilidad de las distintas tecnologías y su madurez, ya que si existen empresas que pueden subsistir centrándose en una sola tecnología de generación, es indicativo de que dicha tecnología es muy madura. Los datos utilizados en el proyecto se basan en varios estudios, de los cuales, el principal está realizado por Caja Madrid.

De esta forma, se observa que las empresas que se dedican totalmente al sector de las energías renovables se centran mayoritariamente en la energía eólica y fotovoltaica, mientras que las empresas que se dedican al sector de la biomasa y los biocombustibles, así como la energía solar termoeléctrica, suelen ser empresas con baja o media dedicación al sector de energías renovables.

Finalmente, si asimilamos las tecnologías de generación a productos, un análisis del ciclo de vida de dichas tecnologías, nos da una idea del grado de desarrollo de las mismas. De esta forma se puede decir que la energía solar termoeléctrica se encuentra en estado embrionario, y la biomasa se encuentra menos desarrollada que la solar fotovoltaica. Ésta a su vez se encuentra menos desarrollada que la eólica, situándose todas las tecnologías anteriores en la etapa de crecimiento, mientras que la tecnología que utiliza Gas Natural,

y la hidráulica de gran potencia se encuentran en la etapa de madurez (no así la minihidráulica que se encuentra en una etapa de crecimiento).



Figura 4. 93: Etapa del ciclo de desarrollo de las diferentes tecnologías

Por tanto, teniendo en cuenta estos elementos, la puntuación para este subcriterio, basada en una escala de 1 a 10 es la siguiente:

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro-cogeneración (A ₄)	Micro-trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)	Minihidráulica (A ₇)
Madurez (C ₃₁)	9,2	8,9	6,4	9,8	8,3	7,7	9

Tabla 4. 15: Valoraciones del subcriterio "madurez"

4.4.3.2- Proveedores cercanos

Para la valoración de este subcriterio, se consultaron, el Directorio de Empresas de Energías Renovables del IDEA, así como su Directorio de Empresas de Servicios Energéticos, y también la Clasificación Nacional de Actividades Económicas (última revisión, enero 2009), para contabilizar el número de empresas Murcianas que operan en este sector. La recolección se completó mediante portales de internet especializados en la búsqueda de empresas.

Los datos de evaluación, son básicamente el número de empresas con las características citadas:

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro- cogeneración (A ₄)	Micro- trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)	Minihidráulica (A ₇)
Proveedores ceranos (C ₃₂)	17	90	22	11	9	15	6

Tabla 4. 16: Valoraciones del subcriterio “proveedores cercanos”

4.4.3.3- Rendimiento

El rendimiento de las diferentes tecnologías de generación se comentó en los apartados 4.3.3 y 4.3.4, siendo además muy sencillo encontrar y contrastar datos sobre este parámetro en las hojas de fabricantes de distintos dispositivos, por lo que nos limitaremos a incluir las valoraciones de este subcriterio, que se basa en una estimación del rendimiento (en porcentaje) del conjunto de las partes de las centrales de las distintas tecnologías de generación:

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro- cogeneración (A ₄)	Micro- trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)	Minihidráulica (A ₇)
Rendimiento (C ₃₃)	50	13	19	90	76	26	85

Tabla 4. 17: Valoraciones del subcriterio “rendimiento”

4.4.3.4- Disponibilidad de recursos

Para poder valorar las horas de funcionamiento de cada tecnología, fue necesario realizar un estudio de la zona de ubicación del parque de generación objeto de este proyecto, y la consulta de algunos ejemplos. La disponibilidad, en términos de porcentaje de horas de funcionamiento, para cada tecnología es la siguiente:

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro- cogeneración (A ₄)	Micro- trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)	Minihidráulica (A ₇)
Disponibilidad De recursos (C ₃₄)	15,98	32,84	49,49	95,5	95,5	85,62	12,23

Tabla 4. 18: Valoraciones del subcriterio “disponibilidad de recursos”

4.4.4- Economía

Cuando hablamos del criterio economía, se intenta reflejar la rentabilidad de las distintas tecnologías de generación reflejando en los criterios de decisión diversos costes de las mismas, posibles beneficios, y periodos de retorno de la inversión de los mismos.

4.4.4.1- Inversión inicial

Para la inversión inicial, se parte del proyecto “Análisis Comparativo de Técnicas de Generación Eléctrica” (Mario Bastida Dólera, UPCT, 2009), en donde se estiman estos costes en Millones de Euros, con los siguientes valores:

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro- cogeneración (A ₄)	Micro- trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)	Minihidráulica (A ₇)
Inversión inicial (M€) (C ₄₁)	5,14	16	21,6	3,33	4	6	6,5

Tabla 4. 19: Valoraciones del subcriterio “inversión inicial”

4.4.4.2- Coste de materia prima

Este es sin duda uno de los mayores atractivos de la utilización de fuentes de energía renovables, ya que el coste de la energía primaria es nulo (energía procedente del sol, del viento o de un salto hidráulico), y únicamente se incurre en el gasto necesario para tratar de utilizar estas fuentes de energía.

Con respecto a las tecnologías de generación que utilizan combustibles (ciclos de vapor con Biomasa, y cogeneración o trigeneración a Gas Natural), se calculó el abastecimiento necesario para una hipotética central de producción de 4MW, de forma que como precio básico del combustible se tomó, para el caso de la biomasa, el precio publicado para los distintos tipos de este recurso energético en el IDAE, en julio de 2011, y para el Gas Natural, el precio publicado en la Resolución de 22 de junio de 2011, de la Dirección General de Política energética y Minas.

Por tanto, las valoraciones, en euros por MWh, son las siguientes:

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro-cogeneración (A ₄)	Micro-trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)	Minihidráulica (A ₇)
Coste materia prima (€/MWh) (C ₄₂)	0	0	0	46,9552	46,9552	17,3370	0

Tabla 4. 20: Valoraciones del subcriterio "coste de materia prima"

4.4.4.3- Pay-back (periodo de retorno de la inversión)

Para definir el concepto de periodo de retorno de la inversión, es necesario definir una serie de parámetros económicos previos, como son:

- 6) Flujo neto de caja (cash flow): Es el valor en suma de todos los cobros menos todos los pagos durante la vida útil del proyecto en el que se ha invertido.
- 7) Valor actual neto (VAN): Es una cantidad monetaria, que refleja el valor de los cobros en un periodo concreto de la inversión, menos el valor de los pagos actualizado para dicho periodo. Es decir, el valor del flujo de caja para un determinado periodo de tiempo.

Este indicador de la rentabilidad es uno de los más ampliamente usados en la evaluación de inversión en proyectos, de forma que se puede decir que un

proyecto es rentable si tiene un VAN positivo, y de entre varios proyectos, el que tenga mayor VAN, será el más rentable. Además, un VAN nulo implica que la rentabilidad de invertir en dicho proyecto es la misma que colocar los fondos de inversión en el mercado, con el interés equivalente a la tasa de descuento utilizada.

Matemáticamente puede definirse como:

$$VAN = \sum_{x=0}^n \left(\frac{\text{flujo de caja}}{(1+i)^x} \right) - I_0$$

En donde son:

- a) La tasa o tipo de interés (i), que representa el porcentaje al que está invertido el capital, en la unidad de tiempo.
 - b) Inversión inicial (I_0).
 - c) Tiempo de vida de la inversión (x), en la unidad de tiempo del tipo de interés (medido generalmente en años).
 - d) Momento de cálculo del VAN (n), fecha máxima para la que se calcula el VAN.
- 8) Tasa interna de rentabilidad (TIR): Dado un valor de amplitud del periodo de inversión (n), se define la TIR, como aquel valor de tasa (i), para el cual el VAN es nulo, es decir aquel valor que cumple:

$$Si \ i = i_n \rightarrow \sum_{x=0}^n \left(\frac{\text{flujo de caja}}{(1+i_n)^x} \right) - I_0 = 0$$

En general, una inversión es aconsejable si la TIR calculada es igual o mayor que la exigida por el inversor, y de entre varios proyectos, el que posea una mayor TIR será la más conveniente.

Este indicador debe calcularse mediante un procedimiento iterativo, y tiene la desventaja de que si en el proyecto en evaluación hay que efectuar otros desembolsos además de la inversión inicial, dichos desembolsos no son tenidos en cuenta.

Descritos estos indicadores, se puede definir el periodo de retorno de la inversión o pay-back, como aquel periodo de tiempo para el cual los beneficios obtenidos en una inversión igualen a los desembolsos realizados. Así, aquellos proyectos con un menor plazo de recuperación de la inversión, serán siempre más atractivos.

Este parámetro resulta muy valioso a la hora de estimar qué tecnología de generación permite recuperar más rápidamente la cantidad desembolsada en la inversión, razón ésta por la que se ha elegido como criterio de decisión.

Matemáticamente, puede calcularse de manera iterativa este pay-back (r), para una tasa de interés dada (i), despejándola de la ecuación:

$$\sum_{x=0}^r \left(\frac{\text{flujo de caja}}{(1+i)^x} \right) - I_0 = 0$$

Hay que tener en cuenta que este indicador varía mucho con factores externos como el año a partir del cual se parta para calcular los costes de generación, el precio de las materias primas, vida útil de la instalación, precio de las materias primas, tipos de interés, etc.

Para la valoración de este criterio se partió de multitud de estudios teóricos, ya que la información real de este tipo de indicadores está fuertemente restringida al público. Así, los valores estimados para este criterio son:

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro-cogeneración (A ₄)	Micro-trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)	Minihidráulica (A ₇)
Pay-back (años) (C ₄₃)	8,36	10,29	11,08	4,42	5,11	9,46	4,16

Tabla 4. 21: Valoraciones del subcriterio "pay-back"

Un apunte curioso es cómo afectan las subvenciones al periodo de recuperación de la inversión de las instalaciones de generación basadas en energías renovables. Como ejemplo se muestra una gráfica del periodo de retorno de inversión para la energía solar fotovoltaica en la región de Murcia, en la que se observa la comparación entre escenarios con subvenciones del 70%, 30% y sin las mismas, en función de terreno ocupado.

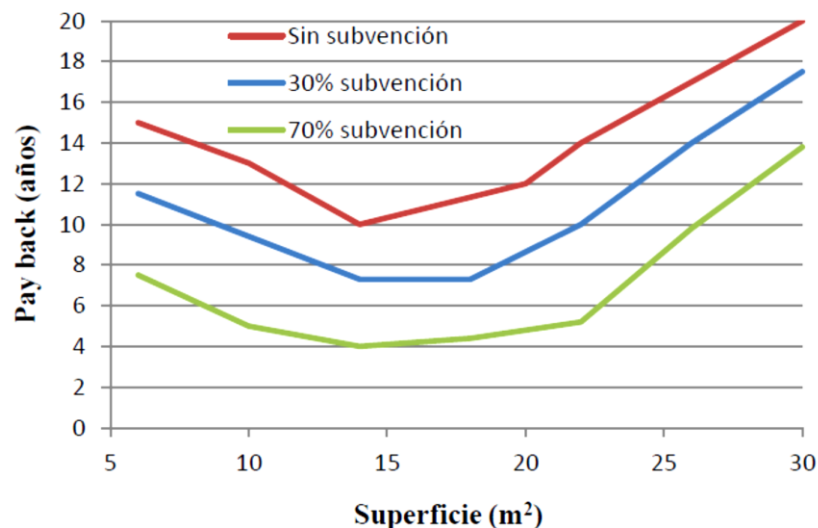


Figura 4. 94: comparativa de diferentes periodos de retorno de inversión de una central solar fotovoltaica, según diversos porcentajes de subvención

4.4.4.4- Ingresos

Ya se comentó previamente en el apartado 4.2.3 el sistema de retribución percibida por los productores de energía eléctrica, por lo que no se repetirá en este apartado.

Con respecto al sistema de contabilización de energía volcada a la red en régimen especial, y más concretamente en régimen de cogeneración, debe decirse que no se incluye en este proyecto, debido a que en el supuesto de inicio de los trámites de una nueva instalación de generación de energía eléctrica en régimen especial, ésta irremediamente queda fuera de unos plazos de inscripción en el registro de preasignación de retribución en régimen especial que ya han expirado (apartado 4.2.3), por lo que la retribución percibida por esta nueva central, sería la propia del régimen ordinario. No obstante, si se tiene curiosidad sobre el cálculo de la energía que se supone generada mediante cogeneración, pueden consultarse los anexos del RD 661/2007, y “la guía técnica para la medida y determinación del calor útil, de la electricidad y del ahorro de energía primaria de cogeneración de alta eficiencia” (IDAE, junio 2008).

Este cambio, debido a la entrada en vigor de RD-ley 1/2012, se contempla en el capítulo siguiente, modificando la valoración de los criterios, “coste de materias primas” e “ingresos”, si bien, para respetar las fuentes se mantiene sólo en este capítulo la valoración inicial de las alternativas en este criterio de decisión, de forma que dichas valoraciones (medidas en céntimos de euro por kWh producido) son:

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro-cogeneración (A ₄)	Micro-trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)	Minihidráulica (A ₇)
Ingresos (c€/kWh) (C ₄₄)	7,9084	45,0886	29,0916	9,4341	9,4341	12,6897	8,4237

Tabla 4. 22: Valoraciones del subcriterio “ingresos”

4.4.4.5- Costes

Para la valoración de los costes unitarios de explotación de las diferentes tecnologías, se recurrió a diversos estudios realizados por organismos como el Ministerio de Industria Turismo y Comercio, el IDAE, Ciemat, ASIF, CNE, AEE, NEO ENERGIA y similares, o bien realizados por particulares como Thomas S. Bradford, John R. Crocker, Ceferino Viescas o M. de Noord.

Fue necesario filtrar los datos de dichas fuentes debido a discrepancias en los conceptos contemplados, ya que algunos estudios sólo contemplaban gastos de operación y mantenimiento, obviando costes como el alquiler de equipos, terrenos o instalaciones, seguros, etc.

Algunas fuentes contabilizaban el coste del combustible, coste de almacenamiento y posible pretratamiento (caso de la biomasa), mientras que otras no lo hacían.

De todo esto se puede ver la distorsión en los datos de referencia, si bien los valores utilizados en el proyecto coinciden con los ofrecidos por el IDAE, excepción de la biomasa.

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro-cogeneración (A ₄)	Micro-trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)	Minihidráulica (A ₇)
Costes (c€/kWh) (C ₄₅)	6,81	30	23,23	5,05	5,55	13,7	7,3

Tabla 4. 23: Valoraciones del subcriterio "costes"

Para un desglose más exhaustivo de los costes de explotación contemplados, se recomienda consultar las fuentes.

Índice de figuras

Figura 4. 1: Evolución del porcentaje de generación eléctrica por tecnologías.....	220
Figura 4. 2 Evolución en la contribución de energías renovables a la producción eléctrica	221
Figura 4. 3: Desglose de las diferentes tecnologías de generación basadas en fuentes de energía renovables.....	221
Figura 4. 4: Evolución del porcentaje de tecnologías de generación para cubrir la demanda energética	222
Figura 4. 5: Evolución del consumo energético total por fuentes de energía	223
Figura 4. 6: Evolución de la intensidad energética en Europa	223
Figura 4. 7: Esquema del sistema eléctrico español.....	224
Figura 4. 8: Curva típica de demanda eléctrica	227
Figura 4. 9: Resumen del mercado eléctrico	228
Figura 4. 10: Curva de casación horaria entre oferta y demanda de energía eléctrica	230
Figura 4. 11: Distribución de las sesiones del mercado intradiario.....	231
Figura 4. 12: Ajuste intradiario de la programación de producción energética	232
Figura 4. 13: Tipos constructivos de rotor en generadores síncronos	238
Figura 4. 14: Topología de generadores síncronos. a) rotor polos salientes, b) rotor polos lisos	239
Figura 4. 15: Esquema de sistema de excitación moderno	240
Figura 4. 16: Circuito equivalente de alternador con rotor de polos lisos.....	242
Figura 4. 17: Diagrama fasorial de un generador con polos lisos. Izquierda: Sobrexcitado. Derecha: Subexcitado	243
Figura 4. 18: Diagrama fasorial de un generador con polos salientes	244
Figura 4. 19: : Curva de funcionamiento máquina síncrona de polos lisos.....	246
Figura 4. 20: Curva de par-ángulo para generador de polos lisos.....	246
Figura 4. 21: Curva de funcionamiento máquina síncrona de polos salientes.....	248
Figura 4. 22: Área de operación real de un generador de polos lisos, según diversos condicionantes	249
Figura 4. 23: Área de operación real de un generador de polos salientes, según diversos condicionantes	249
Figura 4. 24: Sincronización de generadores mediante el método de las tres lámparas	251
Figura 4. 25: Distribución en planta del ciclo de cogeneración con MCIA	253
Figura 4. 26: Motor Jenbacher J624 (11,6x2x2, 5 m)	253
Figura 4. 27: Máquina de absorción Carrier 16NK (7,46x3, 65x3, 5 m)	254
Figura 4. 28: Ciclo de vapor básico. Izquierda: Equipos. Derecha: diagrama temperatura entalpía.....	256
Figura 4. 29: Pérdidas reflejadas en un diagrama temperatura entropía real.....	258
Figura 4. 30: Efecto de las técnicas de aumento del rendimiento sobre los diagramas T-S	259
Figura 4. 31: Esquema y diagrama T-S de un ciclo de vapor con recalentamiento.....	260

Figura 4. 32: Esquema y diagrama T-S de un ciclo de vapor regenerativo con intercambiador abierto	261
Figura 4. 33: Esquema y diagrama T-S de un ciclo de vapor regenerativo con intercambiador cerrado	262
Figura 4. 34: Esquemas y diagramas P-V de ciclos de gas ideales. a) y b) esquemas de ciclos de gas abierto y cerrado respectivamente, c) y d) diagramas presión –volumen de los ciclos abierto y cerrado respectivamente	264
Figura 4. 35: Pérdidas reflejadas en un diagrama presión-volumen real.	266
Figura 4. 36: Esquema y diagrama T-S de un ciclo de gas con recalentamiento.....	267
Figura 4. 37: Esquema y diagramas de estado de un ciclo de gas con refrigeración intermedia	268
Figura 4. 38: Esquema y diagrama T-S de un ciclo de gas regenerativo	268
Figura 4. 39: Diagrama de aire equivalente de un ciclo Otto	270
Figura 4. 40: Diagrama P-V de un ciclo real y concepto de presión media indicada ...	273
Figura 4. 41: Esquemas de funcionamiento de cogeneración y trigeneración con MCIA	276
Figura 4. 42: Comparativa entre un ciclo de refrigeración por absorción (izquierda) y un ciclo de compresión simple (derecha)	278
Figura 4. 43: Ciclo de adsorción.....	280
Figura 4. 44: Componentes de un captador solar cilíndrico-parabólico	284
Figura 4. 45: Concentradores parabólicos con motores Stirling	286
Figura 4. 46: Centrales de torre. Izquierda: Campo circular. Derecha: Campo norte..	288
Figura 4. 47: Caldera “escocesa”. a) Conjunto de caldera. b) Elementos que la integran	291
Figura 4. 48: Esquema de funcionamiento de caldera pirotubular.....	291
Figura 4. 49: Esquema de funcionamiento de caldera acuotubular	293
Figura 4. 50: : Causas de los vientos a escala global	300
Figura 4. 51: Causas de los vientos en la mesoescala. a) brisas marinas. b) vientos de montaña	302
Figura 4. 52: Causas de los vientos en la microescala	302
Figura 4. 53: Flujo turbulento sobre un cuerpo romo.....	304
Figura 4. 54: Turbulencias provocadas por un aerogenerador (izquierda) y posicionamiento de aerogeneradores en una central de generación (derecha).....	304
Figura 4. 55: Distintos aerogeneradores. Izquierda) Savonius. Centro) Darrius. Derecha) De eje	306
Figura 4. 56: Volumen de control del aerogenerador	307
Figura 4. 57: Rendimiento de los distintos aerogeneradores en función de su velocidad específica.....	309
Figura 4. 58: Distribución de Rayleigh de las velocidades.....	310
Figura 4. 59: Curva de potencia en las palas frente a la velocidad del viento	310
Figura 4. 60: Partes básicas de un aerogenerador	312
Figura 4. 61: Ángulos de ataque, en el extremo de la pala, y en el buje.....	313
Figura 4. 62: Zona de transición en la unión PN de semiconductores dopados	316
Figura 4. 63: Declinación en equinoccios y solsticios (izquierda), y plano de la eclíptica (derecha)	317

Figura 4. 64: Posicionamiento del sol con respecto a un punto determinado de la superficie terrestre.....	318
Figura 4. 65: Factores atmosféricos y geográficos	320
Figura 4. 66: Mapa de la irradiación solar en España.....	322
Figura 4. 67: Diagrama de cilindro	322
Figura 4. 68: Distribución de una planta de generación aislada	323
Figura 4. 69: Distribución de una planta de generación conectada a la red.....	324
Figura 4. 70: Constitución y agrupamiento de paneles fotovoltaicos.....	325
Figura 4. 71: Partes de un módulo fotovoltaico	326
Figura 4. 72: Paneles solares de posición fija (izquierda) y con sistema de seguimiento (derecha)	326
Figura 4. 73: Esquema básico de un inversor (izquierda) y señal de salida (derecha) .	327
Figura 4. 74: Curva tensión-intensidad para un panel fotovoltaico	329
Figura 4. 75: Curva de tensión-potencia para un panel fotovoltaico.....	329
Figura 4. 76: Ratio de tecnologías de fabricación de células fotovoltaicas en 1990....	330
Figura 4. 77: Separación del núcleo del lingote y corte de obleas.....	333
Figura 4. 78: Sierras para el corte de obleas. De diámetro interno (izquierda) y multihilo (derecha)	333
Figura 4. 79: Superficies de texturización en obleas (izquierda) y efecto sobre la radiación incidente (derecha)	334
Figura 4. 80: Distribución estadística de caudal (izquierda) y curva de caudales clasificados (derecha).....	337
Figura 4. 81: Diferentes tipos de azudes	340
Figura 4. 82: Esquema y curva de funcionamiento de una turbina Pelton	342
Figura 4. 83: Esquema y curva de funcionamiento de una turbina Ossberger	342
Figura 4. 84: Esquema y curva de funcionamiento de una turbina Francis	343
Figura 4. 85: Esquema de turbina de hélice y curvas de funcionamiento de las turbinas Kaplan, Semikaplan y de hélice	344
Figura 4. 86: Esquema típico de una central de agua fluyente	345
Figura 4. 87: Esquema típico de una central a pie de presa.....	346
Figura 4. 88: Central en canal de riego.....	347
Figura 4. 89: Etapas del análisis del ciclo de vida	350
Figura 4. 90: Etapas del ACV en generación eléctrica	351
Figura 4. 91: Ciclo de CO ₂ de la biomasa	354
Figura 4. 92: Resultados en porcentaje del estudio “Actitudes Sociales de los Españoles hacia la Energía y.....	355
Figura 4. 93: Etapa del ciclo de desarrollo de las diferentes tecnologías	359
Figura 4. 94: comparativa de diferentes periodos de retorno de inversión de una central solar fotovoltaica, según diversos porcentajes de subvención	364

Índice de tablas

Tabla 4. 1: Periodos de punta y valle, según la época de tarificación.....	235
Tabla 4. 2: Principales centrales termoeléctricas de referencia	255
Tabla 4. 3: Métodos de aprovechamiento energético de la biomasa.....	283
Tabla 4. 4: : Centrales principales para la valoración de criterios respecto a la generación eólica	298
Tabla 4. 5: Centrales principales para la valoración de criterios respecto a la generación fotovoltaica	299
Tabla 4. 6: Centrales principales para la valoración de criterios respecto a la generación minihidráulica.....	299
Tabla 4. 7: Dirección de los vientos según latitud	301
Tabla 4. 8: Diferentes tecnologías según el tipo de célula fotovoltaica.....	328
Tabla 4. 9: Desglose de criterios en subcriterios.....	348
Tabla 4. 10: Valoraciones del subcriterio “emisiones de CO2”	353
Tabla 4. 11: Valoraciones del subcriterio “terreno necesario”	354
Tabla 4. 12: Valoraciones del subcriterio “prejuicios”	356
Tabla 4. 13: Valoraciones del subcriterio “ruido”	356
Tabla 4. 14: Valoraciones del subcriterio “empleo generado”	357
Tabla 4. 15: Valoraciones del subcriterio “madurez”	359
Tabla 4. 16: Valoraciones del subcriterio “proveedores cercanos”	360
Tabla 4. 17: Valoraciones del subcriterio “rendimiento”	360
Tabla 4. 18: Valoraciones del subcriterio “disponibilidad de recursos”	361
Tabla 4. 19: Valoraciones del subcriterio “inversión inicial”	361
Tabla 4. 20: Valoraciones del subcriterio “coste de materia prima”	362
Tabla 4. 21: Valoraciones del subcriterio “pay-back”	364
Tabla 4. 22: Valoraciones del subcriterio “ingresos”	365
Tabla 4. 23: Valoraciones del subcriterio “costes”	366

Bibliografía

[1] Roberto E. Cunningham, “La energía, historia de sus fuentes y transformación”

[2] <http://blocs.xtec.cat/teresunenaturals/files/2008/05/microsoft-word-historia-de-la-electricidad.pdf>.

[3] <http://www.epec.com.ar/docs/educativo/institucional/historia.pdf>.

[4] Wiki pedía.

- [5] José M. Marcos Fanso, "Historia y panorama actual del sistema eléctrico español", UNESA, 2002.
- [6] Diego Ibeas Cubillo, "Historia de la electricidad en España", 2012.
- [7] Juan P. Cavero, "Historia de la energía nuclear", 2011.
- [8] RD-ley 1/2012
- [9] Ley 54/1997
- [10] http://www.ree.es/sistema_electrico/informeSEE-avance2011.asp
- [11] Amalia Maroto Franco, "Observatorio de la electricidad 2012", 2012.
- [12] IDAE, "Plan de Energías Renovables 2011-2020", Diciembre 2011.
- [13] Subdirección General de Planificación Energética y Seguimiento, "La energía en España 2011", 2012.
- [14] Marga Ortega Izquierdo, "Informe anual de indicadores energéticos. Año 2010", 2012.
- [15] <http://www.cne.es>
- [16] <http://www.mibel.com>
- [17] Cristina Garcés Besga, "Modelado de la operación de un sistema eléctrico con alta producción eólica", ICAI, Madrid, 2011.
- [18] Carlos Solé, "Descripción del sistema y mercado eléctrico español", UCM, 2009.
- [19] RD 661/2007
- [20] Carlos Baldasquin Cáceres, "Análisis comparativo de técnicas de generación eléctrica: Aplicando métodos de relaciones de superación", Cartagena, 2011.
- [21] A. Gabaldón Marín, "Lección 1. Generadores sincrónicos (I)", Universidad Politécnica de Cartagena.
- [22] Armengol Blanco, "Máquinas sincrónicas", 2011.

- [23] Juan A. Tapia, "Capítulo 6. Máquina sincrónica", 2005.
- [24] Miguel Ángel Rodríguez Pozueta, "Máquinas síncronas: Potencias activa y reactiva. Pares. Estabilidad estática", DIEE, Universidad de Cantabria, 2012.
- [25] Paulo Arpi, "Paralelo de generadores", DIEME, Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador, 2011.
- [26] Jesús Fraile Mora, "Máquinas Eléctricas", ETSI Caminos Canales y Puertos, UPM, 2001.
- [27] Juan Pedro Solano Fernández, "Eficiencia energética térmica en la industria", Departamento de ingeniería térmica y de fluidos, UPCT, 2010.
- [28] Juan Pedro Solano Fernández, "Tema III.1. El carbón", Departamento de ingeniería térmica y de fluidos, UPCT, 2010.
- [29] Carlos J. Renedo, "Producción de frío", Universidad de Cantabria, 2010.
- [30] José Luis Puerta González, "Descripción de tecnologías de trigeneración", 2010.
- [31] Fundación de la energía de la Comunidad de Madrid (fenercom), "Guía de la cogeneración", Móstoles, 2010.
- [32] Fundación de la energía de la Comunidad de Madrid (fenercom), "Guía técnica de la energía solar termoeléctrica", Móstoles, 2012.
- [33] IDAE, "Energía de la biomasa", Ministerio de industria, turismo y comercio, 2009.
- [34] Red Eléctrica de España, "Límites del sistema eléctrico a la integración de generación de régimen especial", febrero, 2011.
- [35] Alberto Carbajo Josa, "La integración de las energías renovables en el sistema eléctrico", 2012.
- [36] Andrés Melgar Bachiller, "Introducción a los motores de combustión interna alternativos", Dpto. de ingeniería Energética y Fluidomecánica, Universidad de Valladolid, 2012.

[37] Juan Pedro Solano Fernández, “Principios de funcionamiento de las turbomáquinas térmicas”, Departamento de ingeniería térmica y de fluidos, UPCT, 2010.

[38] José Hernández Grau, “Fundamentos de motores de combustión interna alternativa (MCIA)”, Departamento de ingeniería térmica y de fluidos, UPCT.

[39] José Hernández Grau, “PRÁCTICA. Análisis de los datos de presión-volumen del cilindro en un MCIA”, Departamento de ingeniería térmica y de fluidos, UPCT

[40] Carlos J. Renedo, “Otros motores térmicos”, Universidad de Cantabria, 2009.

[41] Carlos J. Renedo, “Ciclos de potencia”, Universidad de Cantabria, 2010.

[42] <http://termoaplicadaunefm.files.wordpress.com/2009/02/tema-1-ciclo-de-vapor.pdf>

[43] Tomás Gómez Acebo, “Tema 11. Ciclos con vapor”, Universidad de Navarra, 2004.

[44] Josmery Sánchez, “Ciclos de potencia de gas abiertos. Ciclo Brayton”, Universidad Nacional Experimental, Francisco Miranda, 2010.

[45] D. Ricardo Novella Rosa, “Estudio de la influencia de los ciclos Atkinson y Miller sobre el proceso de combustión y las emisiones contaminantes en un motor Diesel”, UPV, Valencia, 2009.

[46] Juan Pedro Solano, “Tema IV.7. Energía eólica”, Departamento de ingeniería térmica y de fluidos, UPCT, 2010

[47]
http://www.uclm.es/PROFESORADO/ajbarbero/FAA/EEOLICA_Febrero2012_G9.pdf

[48] http://www.ugr.es/~bosca/WebFCenRed/indexFC_archivos/c3-s1.pdf

[49] http://www.corpoema.com/CDenergia/H_Cap3_Radiacion.PDF

[50] http://ocw.unia.es/ciencias-tecnologicas/caracterizacion-y-evaluacion-de-la-radiacion-solar/tema-1_new.pdf

[51] José González Carrillo, “Curso de energía solar fotovoltaica y térmica”, Alicante, 2012.

[52] ABB, “Cuadernillo de aplicaciones técnicas nº 10. Plantas fotovoltaicas”, 2011.

[53] José L. Balentzategui Manzanares, “Tecnología de células solares de Silicio cristalino”, EOI, escuela de negocios, 2002.

[54] Juan Pedro Solano, “Tema IV.5. Energía solar fotovoltaica””, Departamento de ingeniería térmica y de fluidos, UPCT, 2010

[55] Adriana Castro, “Manuales de energías renovables 6. Minicentrales hidroeléctricas”, IDEA, Ministerio de Industria, Turismo y Comercio, Madrid, 2006.

[56] María Jesús Mellinas Fernández, “Análisis comparativo de técnicas de generación eléctrica: AHP y TOPSIS fuzzificado”, Cartagena, 2011.

Capítulo 5: Aplicación práctica de las familias de métodos ELECTRE y PROMETHEE

5.1- Introducción

En el capítulo 4 se expusieron las alternativas y criterios contemplados dentro de este proyecto. En este capítulo nos centraremos en la aplicación práctica de los métodos de toma de decisión descritos en el capítulo 3, aplicados a las alternativas descritas en el capítulo anteriormente mencionado, según los criterios descritos en ese mismo capítulo. Si bien, la alternativa de generación mediante energía minihidráulica no se contemplará en los métodos de toma de decisión, ya que no existen saltos de agua o embalses aprovechables para este fin en el emplazamiento elegido para la implantación de dicha central, ni en sus cercanías.

5.2- Datos de partida

Puesto que uno de los objetivos del presente proyecto es establecer comparaciones entre los resultados obtenidos en el mismo y los resultados, tanto del proyecto “Análisis comparativo de técnicas de generación eléctrica: Aplicando métodos de relaciones de superación” [1], como del proyecto “Análisis comparativo de técnicas de generación eléctrica: AHP y TOPSIS fuzzificado” [2], se parte de la misma matriz de decisión, de forma que se mantienen tanto las alternativas a clasificar, como los criterios por los cuales se evalúan dichas alternativas y las valoraciones de las citadas alternativas, respecto a los criterios.

5.2.1-Métodos clásicos

De esta forma, las valoraciones iniciales, correspondientes a los métodos de toma de decisión clásicos, son los siguientes [1]:

Criterio (C_1): Medio ambiente

	Eólica (A_1)	Solar fotovoltaica (A_2)	Solar termoeléctrica (A_3)	Micro-cogeneración (A_4)	Micro-trigeneración (A_5)	Biomasa (A_6)
Emisiones CO_2 (g/KWh) (C_{11})	24	138,15	29	257,41	257,41	35,8
Terreno necesario (m^2) (C_{12})	350.000	100.000	137.500	25	51	14.600

Tabla 5. 1 : Valoraciones nítidas para los subcriterios del criterio “medio ambiente”

Criterio (C_2): Sociedad

	Eólica (A_1)	Solar fotovoltaica (A_2)	Solar termoeléctrica (A_3)	Micro-cogeneración (A_4)	Micro-trigeneración (A_5)	Biomasa (A_6)
Prejuicios (C_{21})	8,3	7,8	8,6	6,8	6,9	7,7
Ruido (dB) (C_{22})	108,1	31,2	53	33,2	42	67,5
Empleo generado (C_{23})	6	14	16	24	24	56

Tabla 5. 2: Valoraciones nítidas para los subcriterios del criterio “sociedad”

Criterio (C_3): Tecnología

	Eólica (A_1)	Solar fotovoltaica (A_2)	Solar termoeléctrica (A_3)	Micro-cogeneración (A_4)	Micro-trigeneración (A_5)	Biomasa (A_6)
Madurez (C_{31})	9,2	8,9	6,4	9,8	8,3	7,7
Proveedores cercanos	17	90	22	11	9	15

(C ₃₂)						
Rendimiento	50	13	19	90	76	26
(C ₃₃)						
Disponibilidad De recursos	15,98	32,84	49,49	95,5	95,5	85,62
(C ₃₄)						

Tabla 5. 3: Valoraciones nítidas para los subcriterios del criterio “tecnología”

Criterio (C₄): Economía

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro- cogeneración (A ₄)	Micro- trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)
Inversión inicial (M€) (C ₄₁)	5,14	16	21,6	3,33	4	6
Coste materia prima (€/MWh) (C ₄₂)	0	0	0	46,9552	46,9552	17,3370
Pay-back (años) (C ₄₃)	8,36	10,29	11,08	4,42	5,11	9,46
Ingresos (c€/kWh) (C ₄₄)	7,9084	45,0886	29,0916	9,4341	9,4341	12,6897
Costes (c€/kWh) (C ₄₅)	6,81	30	23,23	5,05	5,55	13,7

Tabla 5. 4: Valoraciones nítidas para los subcriterios del criterio “economía”

Debido a la puesta en funcionamiento del Real Decreto Ley 1/2012, que elimina de manera temporal los incentivos económicos para la puesta en marcha de nuevas instalaciones de producción de energía eléctrica en régimen especial, y de las primas establecidas en el Real Decreto 661/2007, es necesario revisar las valoraciones

para ciertos subcriterios, del criterio “economía”, de manera que sus valoraciones finales quedarán como [2]:

Criterio (C_4): Economía (revisado)

	Eólica (A_1)	Solar fotovoltaica (A_2)	Solar termoeléctrica (A_3)	Micro- cogeneración (A_4)	Micro- trigeneración (A_5)	Biomasa (A_6)
Inversión inicial (M€) (C_{41})	5,14	16	21,6	3,33	4	6
Coste materia prima (€/MWh) (C_{42})	0	0	0	49,9125	49,9125	17,3770
Pay-back (años) (C_{43})	8,36	10,29	11,08	4,42	5,11	9,46
Ingresos (c€/kWh) (C_{44})	8,1270	46,3348	29,8957	11,0864	11,0864	13,0404
Costes (c€/kWh) (C_{45})	6,81	30	23,23	5,05	5,55	13,7

Tabla 5. 5: Valoraciones nítidas modificadas para los subcriterios del criterio “economía”

Aunque los métodos de toma de decisión que se aplican en la problemática práctica de este proyecto están preparados para trabajar con criterios de diferente naturaleza, se decide normalizar la matriz de decisión por las siguientes razones:

- Evitar la comparación entre criterios cuyas valoraciones están medidas en unidades incoherentes entre ellas, por lo que dicha comparación, sin una normalización previa, perdería sentido.
- Evitar el posible sesgo producido en los resultados del método de toma de decisión aplicado, en el caso de que los criterios en los que se basa dicho método posean valoraciones numéricas de orden muy diferente.

- Trabajar con valores normalizados suele proporcionar al centro decisor una visión más intuitiva a la hora de realizar comparaciones entre criterios.
- De manera específica en este proyecto, y con el ánimo de poder establecer comparaciones con los resultados de proyectos precedentes ([1], [2]), es necesario que los datos de entrada sean los mismos.

El método utilizado para normalizar la matriz de preferencias consiste en dividir en cada criterio, las valoraciones de cada alternativa, entre la máxima valoración obtenida para dicho criterio [2]. Por tanto, las valoraciones de las alternativas, según cada criterio quedarán como:

Criterio (C_1): Medio ambiente

	Eólica (A_1)	Solar fotovoltaica (A_2)	Solar termoeléctrica (A_3)	Micro-cogeneración (A_4)	Micro-trigeneración (A_5)	Biomasa (A_6)
Emisiones CO_2 (g/KWh) (C_{11})	0,0932	0,5380	0,1126	1	1	0,1390
Terreno necesario (m^2) (C_{12})	0,025	0,050	0,0687	$1,25 \cdot 10^{-5}$	$2,55 \cdot 10^{-5}$	0,0023

Tabla 5. 6: Valoraciones nítidas normalizadas para los subcriterios del criterio “medio ambiente”

Criterio (C_2): Sociedad

	Eólica (A_1)	Solar fotovoltaica (A_2)	Solar termoeléctrica (A_3)	Micro-cogeneración (A_4)	Micro-trigeneración (A_5)	Biomasa (A_6)
Prejuicios (C_{21})	0,9651	0,9069	1	0,7906	0,8023	0,8953
Ruido (dB) (C_{22})	1	0,2886	0,4902	0,3071	0,3885	0,6244
Empleo generado (C_{23})	0,1071	0,250	0,2857	0,4285	0,4285	1

Tabla 5. 7: Valoraciones nítidas normalizadas para los subcriterios del criterio “sociedad”

Criterio (C_3): Tecnología

	Eólica (A_1)	Solar fotovoltaica (A_2)	Solar termoeléctrica (A_3)	Micro-cogeneración (A_4)	Micro-trigeneración (A_5)	Biomasa (A_6)
Madurez (C_{31})	0,9387	0,9081	0,6530	1	0,8469	0,7857
Proveedores cercanos (C_{32})	0,0777	1	0,2444	0,1222	0,1	0,0555
Rendimiento (C_{33})	0,555	0,1444	0,2111	1	0,8444	0,2888
Disponibilidad De recursos (C_{34})	0,0626	0,3438	0,5182	1	1	0,8965

Tabla 5. 8: Valoraciones nítidas normalizadas para los subcriterios del criterio "tecnología"

Criterio (C_4): Economía

	Eólica (A_1)	Solar fotovoltaica (A_2)	Solar termoeléctrica (A_3)	Micro-cogeneración (A_4)	Micro-trigeneración (A_5)	Biomasa (A_6)
Inversión inicial (M€) (C_{41})	0,2379	0,7407	1	0,1541	0,1851	0,2777
Coste materia prima (€/MWh) (C_{42})	0	0	0	1	1	0,3481
Pay-back (años) (C_{43})	0,7445	0,9287	1	0,3989	0,4611	0,8537
Ingresos (c€/kWh)	0,1753	1	0,6452	0,2382	0,2382	0,2814

(C_{44})						
Costes (c€/kWh) (C_{45})	0,2270	1	0,7743	0,1683	0,1850	0,1233

Tabla 5. 9: Valoraciones nítidas normalizadas para los subcriterios del criterio "economía"

El procedimiento aplicado para calcular los pesos de los criterios es el de la jerarquización propia del método AHP (Cap.2, aptdo. 2.2.2.1.3).

De esta forma, tenemos que en una primera etapa de modelización, se obtiene la jerarquía del problema, como:

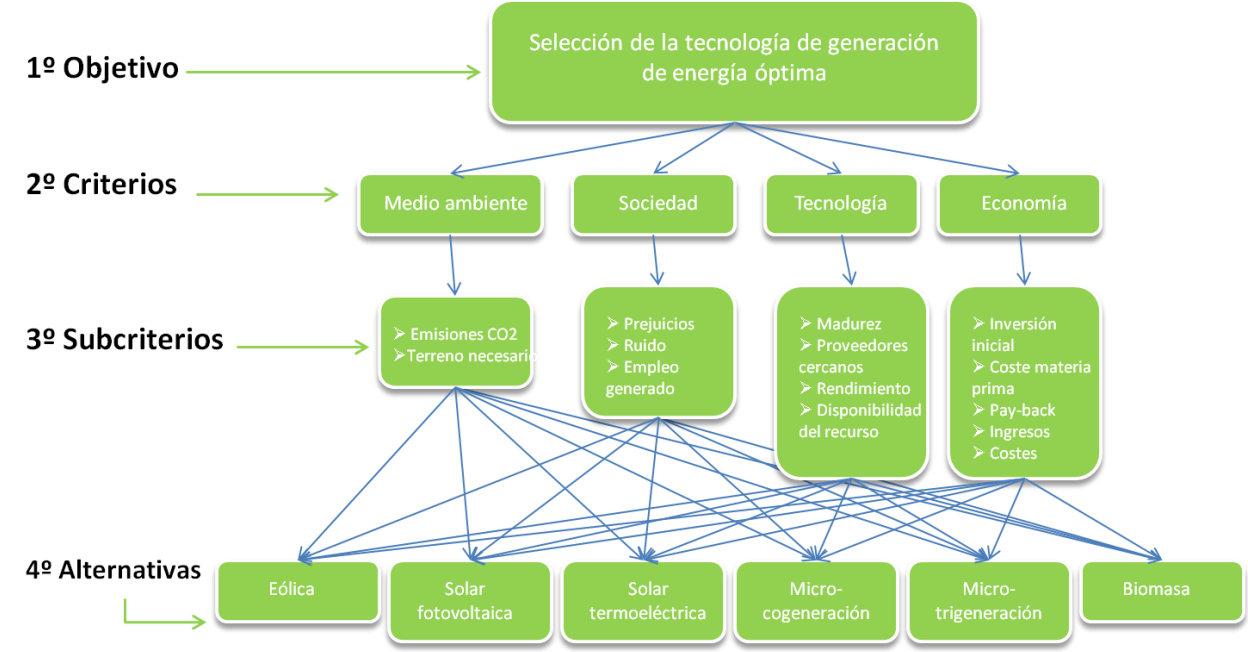


Figura 5. 1: Niveles jerárquicos del problema de decisión

En la segunda etapa, o de valorización, se introducen las matrices de comparación por niveles, de forma ascendente, tal y como se comentó en el capítulo 2. De esta forma, se comparan las distintas alternativas para cada subcriterio, los distintos subcriterios correspondientes a un criterio concreto, siguiendo la línea jerárquica, y finalmente, se compara la prioridad de los propios criterios.

A modo de ejemplo, se recogen las matrices de comparación de las diferentes alternativas, según cada subcriterio:

C_{11}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	1	5	2	9	9	2
A_2	1/5	1	1/4	5	5	1/4
A_3	1/2	4	1	8	8	1
A_4	1/9	1/5	1/8	1	1	1/8
A_5	1/9	1/5	1/8	1	1	1/8
A_6	1/2	4	1	8	8	1

Tabla 5. 10: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “emisiones CO_2 ”

C_{12}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	1	1/7	1/6	1/9	1/9	1/8
A_2	7	1	3	1/7	1/7	1/6
A_3	6	1/3	1	1/6	1/6	1/5
A_4	9	7	6	1	1	1
A_5	9	7	6	1	1	1
A_6	8	6	5	1	1	1

Tabla 5. 11: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “terrenos necesarios”

C_{21}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	1	2	1	3	3	2
A_2	1/2	1	1/2	2	2	1
A_3	1	2	1	3	3	2
A_4	1/3	1/2	1/3	1	1	1/2
A_5	1/3	1/2	1/3	1	1	1/2
A_6	1/2	1	1/2	2	2	1

Tabla 5. 12: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “prejuicios”

C_{22}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	1	1/7	1/5	1/7	1/6	1/4
A_2	7	1	3	1	2	4
A_3	5	1/3	1	1/3	1/2	2
A_4	7	1	3	1	1	4
A_5	6	1/2	2	1	1	3
A_6	4	1/4	1/2	1/4	1/4	1

Tabla 5. 13: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “ruido”

C_{23}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	1	1/2	1/2	1/4	1/4	1/9
A_2	2	1	1	1/2	1/2	1/7
A_3	2	1	1	1/2	1/2	1/7
A_4	4	2	2	1	1	1/6
A_5	4	2	2	1	1	1/6
A_6	9	7	7	6	6	1

Tabla 5. 14: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “empleo generado”

C_{31}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	1	2	4	1	2	3
A_2	1/2	1	4	1/2	2	3
A_3	1/4	1/4	1	1/4	1/2	1/3
A_4	1	2	4	1	2	3
A_5	1/2	1/2	3	1/2	1	2
A_6	1/3	1/3	2	1/3	1/2	1

Tabla 5. 15: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “madurez”

C_{32}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	1	1/8	1/2	1	2	1
A_2	8	1	7	9	9	8
A_3	2	1/7	1	2	2	2
A_4	1	1/9	1/2	1	1	2
A_5	1/2	1/9	1/2	1	1	1/2
A_6	1	1/8	1/2	2	2	1

Tabla 5. 16: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “Proveedores cercanos”

C_{33}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	1	4	3	1/5	1/4	3
A_2	1/4	1	1/2	1/8	1/7	1/2
A_3	1/3	2	1	1/7	1/6	1
A_4	5	8	7	1	2	7
A_5	4	7	6	1/2	1	6
A_6	3	2	1	1/7	1/6	1

Tabla 5. 17: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “rendimiento”

C_{34}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	1	1/4	1/5	1/9	1/9	1/8
A_2	4	1	1/2	1/7	1/7	1/5
A_3	5	2	1	1/5	1/5	1/4
A_4	9	7	5	1	1	2
A_5	9	7	5	1	1	2
A_6	8	5	4	1/2	1/2	1

Tabla 5. 18: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “disponibilidad recursos”

C_{41}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	1	5	8	1/2	1/2	1
A_2	5	1	2	1/6	1/6	1/5
A_3	8	1/2	1	1/8	1/8	1/7
A_4	2	6	8	1	1	2
A_5	2	6	8	1	1	2
A_6	1	5	7	1/2	1/2	1

Tabla 5. 19: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “inversión inicial”

C_{42}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	1	1	1	9	9	4
A_2	1	1	1	9	9	4
A_3	1	1	1	9	9	4
A_4	1/9	1/9	1/9	1	1	1/6
A_5	1/9	1/9	1/9	1	1	1/6
A_6	1/4	1/4	1/4	6	6	1

Tabla 5. 20: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “coste de material”

C_{43}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	1	3	3	1/4	1/3	2
A_2	1/3	1	2	1/5	1/5	1
A_3	1/3	1/2	1	1/6	1/6	1/2
A_4	4	5	6	1	2	5
A_5	3	5	6	1/2	1	5
A_6	1/2	1	2	1/5	1/5	1

Tabla 5. 21: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “pay-back”

C_{44}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	1	1/8	1/5	1/5	1/2	1/2
A_2	8	1	4	8	8	7
A_3	5	1/4	1	4	4	4
A_4	5	1/8	1/4	1	1	1
A_5	2	1/8	1/4	1	1	1
A_6	2	1/7	1/4	1	1	1

Tabla 5. 22: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio "ingresos"

C_{45}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	1	7	5	1/2	1/2	3
A_2	1/7	1	1/3	1/8	1/8	1/5
A_3	1/5	3	1	1/6	1/6	1/3
A_4	2	8	6	1	1	4
A_5	2	8	6	1	1	4
A_6	1/3	5	3	1/4	1/4	1

Tabla 5. 23: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio "costes"

Una vez establecidas las matrices de prioridad, se calcula en la tercera etapa, o de síntesis, los autovectores correspondientes a cada matriz, y se establecen los pesos de los subcriterios, tal y como se explica en el capítulo 2.

De esta forma, se obtienen los siguientes pesos para los criterios:

Criterios	Pesos	Subcriterios	pesos
Medioambiente	0,1197	Emisiones de CO_2	0,05985
		Terreno necesario	0,05985
Sociedad	0,0489	Prejuicios	0,00978
		Ruido	0,00978
		Empleo generado	0,02934
Tecnología	0,226094	Madurez	0,065641
		Proveedores cerca	0,021879
		Rendimiento	0,051053
		Disponibilidad	0,087521
Economía	0,6052843	Inversión	0,181590
		Coste de materia prima	0,0792943
		Pay-back	0,06053
		Ingresos	0,141935
		Costes	0,141935

Tabla 5. 24: Valores nítidos de los pesos de los criterios y subcriterios

Siguiendo el procedimiento descrito en el capítulo 2, se establece la consistencia de las valoraciones de los expertos descritas en las matrices de decisión, calculando el ratio de consistencia para todas las matrices de comparación de los diferentes niveles jerárquicos.

Los ratios de consistencia para las matrices de comparación de las alternativas según cada subcriterio (nivel 4), se muestran en la siguiente tabla:

Criterios	$\lambda_{m\acute{a}x}$	CI	CR
C_{11}	1,224	-0,955	-0,770
C_{12}	1,969	-0,806	-0,650
C_{21}	2,059	-0,788	-0,635
C_{22}	2,74	-0,651	-0,525
C_{23}	1,902	-0,819	-0,660
C_{31}	2,828	-0,634	-0,511
C_{32}	0,287	-1,142	-0,921
C_{33}	1,179	-0,964	-0,777
C_{34}	1,860	-0,827	-0,667
C_{41}	1,919	-0,816	-0,658
C_{42}	1,31	-0,937	-0,756
C_{43}	2,635	-0,672	-0,542
C_{44}	1,896	-0,820	-0,661
C_{45}	3,213	-0,557	-0,449

Tabla 5. 25: Índices de consistencia y ratios de consistencia de las matrices de comparación para el último nivel jerárquico

Al no superar ningún RC , el valor 0,1, se supone que los juicios emitidos por los expertos son suficientemente coherentes, por lo que se consideran como válidos, los pesos calculados.

5.2.2- Métodos implementados mediante lógica difusa

Para poder utilizar un método de toma de decisión difuso, es necesario que los datos de entrada se correspondan con conjuntos difusos, por tanto, para obtener los datos de partida necesarios, partiremos de las valoraciones de los expertos, expresados mediante expresiones lingüísticas.

Así, nos valdremos de la utilización de la variable lingüística (Cap1, aptdo. 1.5), eligiendo en este caso un modelo de representación con las siguientes características:

- Se escoge un conjunto de valores lingüísticos $T(X)$, compuesto por nueve etiquetas
- A la hora de elegir la regla semántica que asocia cada etiqueta con su significado, se escoge un modelo ordinal. De esta forma, las etiquetas se asocian a números difusos triangulares equiespaciados en el rango entre 0 y 1, tal y como se explica en el capítulo 1, apartado 1.5.2.2

Con respecto al modelo computacional, cada método utiliza el suyo propio. Dichos métodos se comentaron extensamente en el capítulo 3, por lo que no se repetirán.

Por lo tanto, se puede resumir el modelo de representación en la siguiente tabla:

Escala de importancia	Etiqueta lingüística	Descripción	Conjunto difuso asociado
1	Aml	Absolutamente menos importante	[0; 0; 0,2]
2	Sml	Sumamente menos importante	[0; 0,15; 0,3]
3	Mml	Mucho menos importante	[0,05; 0,2; 0,3]
4	Alml	Algo menos importante	[0,25; 0,35; 0,45]
5	Igl	Igualmente importante	[0,35; 0,5; 0,65]
6	AlMsl	Algo más importante	[0,55; 0,65 ; 0,75]
7	MMsl	Mucho más importante	[0,65; 0,8 ; 0,95]
8	SMsl	Sumamente más importante	[0,7; 0,85; 1]
9	AMsl	Absolutamente más importante	[0,8; 1; 1]

Tabla 5. 26: Valoraciones lingüísticas y conjunto difuso asociado

Este modelo de representación, se corresponde con la versión difusa de la escala de valores de Saaty normalizada.

Esta normalización es clave ya que la obtención de los pesos difusos se basa en la aplicación del método AHP, difuso. Se puede decir que dicho método es la extensión del método clásico al campo de la lógica difusa debido a que el procedimiento seguido

es el mismo que en el método clásico, aplicando en este caso las operaciones aritméticas a números difusos (Cap.1, aptdo. 1.4.2).

Dado que la aplicación de este método es uno de los objetivos de [2], mientras que en este proyecto se centra en otros métodos de toma de decisión, partiendo de los datos de la citada fuente como referencia para establecer comparaciones entre los resultados de los distintos métodos, se prescinde en este proyecto de realizar una presentación detallada del método AHP difuso.

Para una lectura en profundidad del método AHP difuso, se recomienda consultar dicha fuente.

Por tanto, las matrices de comparación para los elementos de cada nivel jerárquico se compondrán de expresiones lingüísticas, asociadas a números difusos (con función de pertenencia triangular en este caso).

Las matrices de comparación entre alternativas para cada subcriterio (último nivel), serán las siguientes:

C_{11}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	Igl	MMsl	AIMsl	AMsl	AMsl	AIMsl
A_2	Mml	Igl	Mml	MMsl	MMsl	Mml
A_3	Alml	MMsl	Igl	Aml	AMsl	Igi
A_4	Aml	Mml	Aml	Igl	Igl	Aml
A_5	Aml	Mml	Aml	Igl	Igl	Aml
A_6	Alml	MMsl	Igl	AMsl	AMsl	Igl

Tabla 5. 27: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para emisiones CO_2

C_{12}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	Igl	Sml	Sml	Aml	Aml	Aml
A_2	SMsl	Igl	AIMsl	Alml	Alml	Alml
A_3	SMsl	Alml	Igl	Mml	Mml	Alml
A_4	AMsl	AIMsl	MMsl	Igl	Igl	AIMsl
A_5	AMsl	AIMsl	MMsl	Igl	Igl	AIMsl
A_6	AMsl	AIMsl	AIMsl	Alml	Alml	Igl

Tabla 5. 28: : Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para terrenos necesarios

C_{21}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	Igl	Igl	Igl	AIMsl	AIMsl	Igl
A_2	Igl	Igl	Igl	AIMsl	AIMsl	Igl
A_3	Igl	Igl	Igl	AIMsl	AIMsl	AIMsl
A_4	Alml	Alml	Alml	Igl	Igl	Alml
A_5	Alml	Alml	Alml	Igl	Igl	Igl
A_6	Igl	Igl	Alml	AIMsl	Igl	Igl

Tabla 5. 29: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para prejuicios

C_{22}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	Igl	Sml	Mml	Sml	Sml	Mml
A_2	SMsl	Igl	AIMsl	Igl	Igl	MMsl
A_3	MMsl	Alml	Igl	Alml	Igl	AIMsl
A_4	SMsl	Igl	AIMsl	Igl	Igl	AIMsl
A_5	SMsl	Igl	Igl	Igl	Igl	AIMsl
A_6	MMsl	Mml	Alml	Alml	Alml	Igl

Tabla 5. 30: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para ruido

C_{23}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	Igl	Alml	Alml	Mml	Mml	Aml
A_2	AlMsl	Igl	Igl	Alml	Alml	Sml
A_3	AlMsl	Igl	Igl	Alml	Alml	Sml
A_4	MMsl	AlMsl	AlMsl	Igl	Igl	Mml
A_5	MMsl	AlMsl	AlMsl	Igl	Igl	Mml
A_6	AMsl	SMsl	SMsl	MMsl	MMsl	Igl

Tabla 5. 31: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para empleo generado

C_{31}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	Igl	Igl	MMsl	Igl	Igl	AlMsl
A_2	Igl	Igl	MMsl	Igl	Igl	MMsl
A_3	Mml	Mml	Igl	Mml	Alml	Alml
A_4	Igl	Igl	MMsl	Igl	AlMsl	MMsl
A_5	Igl	Igl	AlMsl	Alml	Igl	Igl
A_6	Alml	Mml	AlMsl	Mml	Igl	Igl

Tabla 5. 32: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para Madurez

C_{32}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	Igl	Aml	Igl	Igl	AlMsl	Igl
A_2	AMsl	Igl	SMsl	AMsl	AMsl	AMsl
A_3	Igl	Sml	Igl	Igl	AlMsl	Igl
A_4	Igl	Aml	Igl	Igl	Igl	Igl
A_5	Alml	Aml	Alml	Igl	Igl	Igl
A_6	Igl	Aml	Igl	Igl	Igl	Igl

Tabla 5. 33: : Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para proveedores cercanos

C_{33}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	Igl	MMsl	MMsl	Mml	Alml	AlMsl
A_2	Mml	Igl	Igl	Aml	Mml	Alml
A_3	Mml	Igl	Igl	Sml	Mml	Alml
A_4	MMsl	AMsl	SMsl	Igl	AlMsl	SMsl
A_5	AlMsl	MMsl	MMsl	Alml	Igl	MMsl
A_6	Alml	AlMsl	AlMsl	Sml	Mml	Igl

Tabla 5. 34: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para rendimiento

C_{34}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	Igl	Alml	Mml	Aml	Aml	Sml
A_2	AlMsl	Igl	Alml	Sml	Sml	Mml
A_3	MMsl	AlMsl	Igl	Mml	Mml	Alml
A_4	AMsl	SMsl	MMsl	Igl	Igl	AlMsl
A_5	AMsl	SMsl	MMsl	Igl	Igl	AlMsl
A_6	SMsl	MMsl	AlMsl	Alml	Alml	Igl

Tabla 5. 35: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para disponibilidad de recursos

C_{41}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	Igl	MMsl	SMsl	Alml	Igl	Igl
A_2	Mml	Igl	AlMsl	Sml	Mml	Mml
A_3	Sml	Alml	Igl	Aml	Aml	Sml
A_4	AlMsl	AMsl	AMsl	Igl	Igl	AlMsl
A_5	Igl	AMsl	Igl	Igl	Igl	AlMsl
A_6	Igl	SMsl	Alml	Alml	Alml	Igl

Tabla 5. 36: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para inversión inicial

C_{42}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	Igl	Igl	Igl	AMsl	AMsl	AIMsl
A_2	Igl	Igl	Igl	AMsl	AMsl	AIMsl
A_3	Igl	Igl	Igl	AMsl	AMsl	AIMsl
A_4	Aml	Aml	Aml	Igl	Igl	Sml
A_5	Aml	Aml	Aml	Igl	Igl	Sml
A_6	Alml	Alml	Alml	SMsl	SMsl	Igl

Tabla 5. 37: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para coste de materia prima

C_{43}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	Igl	MMsl	MMsl	Mml	Alml	Igl
A_2	Mml	Igl	Igl	Sml	Sml	Alml
A_3	Mml	Igl	Igl	Sml	Sml	Alml
A_4	MMsl	SMsl	SMsl	Igl	Igl	MMsl
A_5	AIMsl	SMsl	SMsl	Igl	Igl	MMsl
A_6	Igl	AIMsl	AIMsl	Mml	Mml	Igl

Tabla 5. 38: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para pay-back

C_{44}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	Igl	Aml	Mml	Alml	Alml	Alml
A_2	AMsl	Igl	MMsl	SMsl	SMsl	SMsl
A_3	MMsl	Mml	Igl	AIMsl	AIMsl	AIMsl
A_4	AIMsl	Sml	Alml	Igl	Igl	Igl
A_5	AIMsl	Sml	Alml	Igl	Igl	Igl
A_6	AIMsl	Sml	Alml	Igl	Igl	Igl

Tabla 5. 39: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para ingresos

C_{45}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	Igl	SMsl	MMsl	Igl	Igl	AIMsl
A_2	SMsl	Igl	Alml	Aml	Aml	Sml
A_3	Mml	AIMsl	Igl	Sml	Mml	Mml
A_4	Igl	AMsl	SMsl	Igl	Igl	MMsl
A_5	Igl	AMsl	MMsl	Igl	Igl	AIMsl
A_6	AIMsl	SMsl	MMsl	Mml	Alml	Igl

Tabla 5. 40: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para costes

A partir de los números difusos asociados a las etiquetas lingüísticas anteriores, y al igual que en el método clásico, el primer paso en la tercera etapa (de priorización) en el método AHP difuso, es calcular las prioridades locales para los elementos de cada nivel, aunque en este caso, las operaciones a realizar se implementan mediante la aritmética de números difusos.

Las prioridades locales para el último nivel jerárquico de nuestro problema (calculadas mediante medias geométricas normalizadas, utilizando números difusos), serán en nuestro caso las valoraciones de las alternativas según los criterios, dicho de otro modo, serán las componentes de nuestra matriz de valoración difusa, cuyos valores son:

Criterio (C_1): Medio ambiente

	Eólica (A_1)	Solar fotovoltaica (A_2)	Solar termoeléctrica (A_3)	Micro- cogeneración (A_4)	Micro- trigeneración (A_5)	Biomasa (A_6)
Emisiones CO_2 (g/KWh) (C_{11})	(0,168;0,31;0,486)	(0,046;0,154;0,314)	(0,136;0,267;0,436)	(0;0;0,188)	(0 ;0 ;0,188)	(0,136;0,267;0,436)
Terreno necesario (m^2) (C_{12})	(0;0;0,139)	(0,099;0,17; 0,298)	(0,051;0,132;0,252)	(0,144;0,245;0,391)	(0,144;0,245;0,391)	(0,116;0,201;0,324)

Tabla 5. 41: Valoraciones difusas normalizadas para los subcriterios del criterio "medio ambiente"

Criterio (C_2): Sociedad

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro- cogeneración (A ₄)	Micro- trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)
Prejuicios (C ₂₁)	(0,110;0,212;0,357)	(0,110;0,212;0,357)	(0,119;0,221;0,366)	(0;0;0,233)	(0,08;0,163;0,238)	(0,097;0,191;0,328)
Ruido (dB) (C ₂₂)	(0;0,07;0,183)	(0,126;0,214;0,388)	(0,100;0,174;0,317)	(0,122;0,207;0,373)	(0,113;0,198;0,364)	0,063;0,135;0,264
Empleo generado (C ₂₃)	(0;0;0;0,301)	(0;0,148;0,406)	(0;0,148;0,406)	(0,089;0,198;0,513)	(0,089;0,198;0,513)	(0,17;0,306;0,717)

Tabla 5. 42: Valoraciones difusas normalizadas para los subcriterios del criterio “sociedad”

Criterio (C₃): Tecnología

	Eólica (A ₁)	Solar fotovoltaica (A ₂)	Solar termoeléctrica (A ₃)	Micro- cogeneración (A ₄)	Micro- trigeneración (A ₅)	Biomasa (A ₆)
Madurez (C ₃₁)	(0,111;0,195;0,359)	(0,114;0,201;0,373)	(0,031;0,096;0,213)	(0,123;0,211;0,382)	(0,094;0,169;0,317)	(0,049;0,125;0,258)
Proveedores cericanos (C ₃₂)	(0;0;0,802)	(0,189;0,669;1,365)	(0;0,33;0,858)	(0;0;0,783)	(0;0;0,693)	(0;0;0,783)
Rendimiento (C ₃₃)	(0,088;0,227;0,455)	(0;0;0,290)	(0;0,138;0,33)	(0,168;0,347;0,624)	(0,135;0,286;0,537)	(0;0;0,307)
Disponibilidad De recursos (C ₃₄)	(0;0;0,191)	(0;0,108;0,256)	(0,057;0,15;0,318)	(0,148;0,256;0,480)	(0,148;0,256;0,480)	(0,116;0,210;0,395)

Tabla 5. 43: Valoraciones difusas normalizadas para los subcriterios del criterio “tecnología”

Criterio (C_4): Economía

	Eólica (A_1)	Solar fotovoltaica (A_2)	Solar termoeléctrica (A_3)	Micro-cogeneración (A_4)	Micro-trigeneración (A_5)	Biomasa (A_6)
Inversión inicial (M€) (C_{41})	(0,112;0,209;0,387)	(0;0,101;0,237)	(0;0;0,176)	(0,143;0,252;0,435)	(0,131;0,238;0,421)	(0,106;0,197;0,364)
Coste materia prima (€/MWh) (C_{42})	(0,139;0,266;0,412)	(0,139;0,266;0,412)	(0,139;0,266;0,412)	(0;0;0,17)	(0;0;0,17)	(0,104;0,201;0,334)
Pay-back (años) (C_{43})	(0,079;0,169;0,397)	(0;0,097;0,270)	(0;0,097;0,270)	(0,146;0,250;0,540)	(0,142;0,241;0,519)	(0,057;0,144;0,351)
Ingresos (c€/kWh) (C_{44})	(0;0;0,408)	(0,172;0,312;0,940)	(0,096;0,209;0,683)	(0;0,159;0,560)	(0;0,159;0,560)	(0;0,159;0,560)
Costes (c€/kWh) (C_{45})	(0,12;0,203;0,44)	(0;0,131;0,315)	(0;0,089;0,248)	(0,128;0,218;0,461)	(0,123;0,209;0,440)	(0,072;0,148;0,342)

Tabla 5. 44: : Valoraciones difusas normalizadas para los subcriterios del criterio "economía"

De la misma manera, las prioridades locales para el nivel de subcriterio (nivel 3), corresponderán con los pesos de los mismos, siendo estos:

Criterios	Subcriterios	pesos
Medioambiente	Emisiones de CO_2	0,25;0,35;0,45
	Terreno necesario	0,25;0,35;0,45
Sociedad	Prejuicios	0;0;0,2
	Ruido	0;0;0,2
	Empleo generado	0;0,15;0,3
Tecnología	Madurez	0,25;0,35;0,45
	Proveedores cerca	0;0,15;0,3
	Rendimiento	0,05;0,2;0,35
	Disponibilidad	0,35;0,5;0,65
Economía	Inversión	0,8;1;1
	Coste de materia prima	0,35;0,5;0,65
	Pay-back	0,25;0,35;0,45
	Ingresos	0,65;0,8;0,95
	Costes	0,65;0,8;0,95

Tabla 5. 45: Valores difusos de los pesos de los criterios y subcriterios

Una observación a tener en cuenta, es que, al igual que en el caso clásico, los subcriterios del criterio economía son los que poseen un mayor peso, y por tanto mayor relevancia a la hora de la toma de decisiones, y de entre estos, los subcriterios de inversión inicial, ingresos y costes.

Para comprobar la consistencia de las comparaciones entre los diferentes criterios, se realiza igualmente el cálculo del ratio de consistencia.

Un aspecto a destacar del método AHP difuso, es que el autovalor máximo λ_{max} , necesario para calcular el índice de consistencia, es ahora un valor difuso, por lo que para que sea posible calcular el ratio de consistencia buscado, se propone en [2] el uso del valor central del autovalor máximo como representativo del valor difuso.

De esta forma, se obtiene:

Criterios	$\lambda_{m\acute{a}x}$	CI	CR
C_{11}	1,224	-0,955	-0,770
C_{12}	1,969	-0,806	-0,650
C_{21}	2,059	-0,788	-0,635
C_{22}	2,74	-0,651	-0,525
C_{23}	1,902	-0,819	-0,660
C_{31}	2,828	-0,634	-0,511
C_{32}	0,287	-1,142	-0,921
C_{33}	1,179	-0,964	-0,777
C_{34}	1,860	-0,827	-0,667
C_{41}	1,919	-0,816	-0,658
C_{42}	1,31	-0,937	-0,756
C_{43}	2,635	-0,672	-0,542
C_{44}	1,896	-0,820	-0,661
C_{45}	3,213	-0,557	-0,449

Tabla 5. 46: Índices de consistencia y ratios de consistencia de las matrices de comparación para el último nivel jerárquico

Como puede verse, con esta elección del valor representativo de λ_{max} , se obtienen los mismos ratios de consistencia que con los métodos clásicos.

5.3- Resolución por medio de los métodos PROMETHEE difusos

Dado que la base matemática de estos métodos se desarrolló en el capítulo 3, y los algoritmos de resolución desarrollados en MATLAB, se comentan en el anexo I, en este apartado nos centraremos en las incidencias halladas a la hora de la resolución práctica, y en los resultados finales obtenidos mediante los métodos PROMETHEE implementados.

5.3.1-Incidencias en PROMETHEE

Como premisa básica, hay que decir, que de entre las posibles formas de interactuar con información difusa, se ha escogido la metodología propuesta en el capítulo 3, apartado 3.3.5.3, por lo que se trabajará básicamente con operaciones aritméticas para números difusos triangulares (Cap.1, aptdo. 1.4.2), y con el operador de Yager como operador de agregación.

El primer problema a resolver se encuentra en los dos primeros pasos de cualquier método PROMETHEE, el cálculo de las diferencias difusas entre las valoraciones de las distintas alternativas, según cada criterio, y el cálculo de preferencias difusas, basadas en dichas diferencias.

Estos dos pasos están muy interrelacionados ya que, si bien, la operación de resta entre dos números difusos, está bien definida, y su implementación no ofrece mayores dificultades, el soporte del número difuso resultado de dicha operación, puede ser tan amplio que impida asignar un valor de preferencia a las distintas alternativas, basado en dicha diferencia, siendo imposible en este caso aplicar la metodología PROMETHEE.

Por tanto, se define un parámetro para limitar la longitud del soporte del conjunto difuso que representa cada una de las valoraciones de las alternativas, según cada criterio (b_{max} , descrito en el anexo I).

De esta forma, se realizan varias simulaciones, basadas en los datos de los ejemplos [4], [7] y en los propios datos de nuestro proyecto, variando la amplitud de los conjuntos difusos que representan las valoraciones de las alternativas con respecto a los criterios, desde un valor 0 (que correspondería a conjuntos nítidos), hasta un valor del 50% con respecto al valor central de los números difusos, tanto en el semi intervalo izquierdo, como en el derecho, y siempre de forma simétrica.

Observando las matrices de índices de preferencia obtenidas, se comprueba, que para amplitudes del semi intervalo, mayores del 25%, se va reduciendo drásticamente el número de índices de preferencia distintos de 0, de forma que para

valores por encima del 45% no se puede establecer prácticamente ninguna relación de preferencia.

Si utilizamos los datos de referencia de este proyecto, se obtienen las siguientes variaciones en la matriz de índices de preferencia, variando los semi intervalos, tal y como se comentó anteriormen

Amplitud de semi intervalo al 0%						Amplitud de semi intervalo al 10%					
0,0000	0,0977	0,0437	0,1989	0,1640	0,1060	0,0000	0,0977	0,0417	0,1432	0,1416	0,1059
0,6176	0,0000	0,4088	0,3703	0,3370	0,4310	0,6176	0,0000	0,4088	0,3703	0,3368	0,3508
0,5987	1,0405	0,0000	0,5563	0,5229	0,2662	0,4237	1,0974	0,0000	0,5563	0,5229	0,2662
0,9043	1,3385	1,1211	0,0000	0,0277	0,6075	0,9043	1,4221	1,1211	0,0000	0,0004	0,6075
0,8767	1,2257	1,0924	0,0334	0,0000	0,4965	0,8768	1,3093	1,0924	0,0000	0,0000	0,4966
0,9139	1,0972	0,5466	0,3082	0,2748	0,0000	0,2044	1,0972	0,5466	0,2783	0,2448	0,0000
Amplitud de semi intervalo al 20%						Amplitud de semi intervalo al 25%					
0,0000	0,0885	0,0419	0,1352	0,1352	0,1063	0,0000	0,0004	0,0022	0,1352	0,1352	0,1052
0,6176	0,0000	0,4089	0,3233	0,2899	0,3512	0,3500	0,0000	0,0592	0,0000	0,0000	0,0000
0,4237	0,0000	0,0000	0,5563	0,5229	0,2662	0,4237	0,0000	0,0000	0,5563	0,5229	0,0000
0,9040	1,3010	0,9470	0,0000	0,0000	0,3521	0,8500	1,3011	0,5974	0,0000	0,0000	0,0025
0,8500	1,3010	0,9185	0,0000	0,0000	0,3505	0,8500	1,3010	0,5687	0,0000	0,0000	0,0007
0,0000	1,0971	0,0265	0,0181	0,0181	0,0000	0,0000	1,0971	0,0265	0,0000	0,0000	0,0000
Amplitud de semi intervalo al 30%						Amplitud de semi intervalo al 40%					
0,0000	0,0000	0,0021	0,1352	0,1352	0,1052	0,0000	0,0000	0,0000	0,1352	0,1352	0,0000
0,0000	0,0000	0,0595	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,4237	0,0000	0,0000	0,8000	0,4460	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,8000	0,8000	0,0000
0,3500	1,3012	0,0979	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,5015	0,0956	0,0000	0,0000	0,0000
0,3500	1,3011	0,0677	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,5014	0,0014	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	1,3265	0,0265	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Amplitud de semi intervalo al 50%											
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000						
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000						
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000						
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000						
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000						
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000						

Tabla 5. 47: Matrices de índices de Yager de los índices de preferencia para distintas amplitudes de los valores de preferencia difusos de las alternativas

Por tanto, se elige como valor efectivo de amplitud de semi-intervalo para cada valoración difusa, un valor del 18% con respecto al valor central de cada número difuso, siguiendo las referencias de [4].

Una vez resuelto el problema de la amplitud de los conjuntos difusos, queda el problema de cómo definir las funciones de preferencia difusas, propias de los métodos PROMETHEE.

Una revisión de la bibliografía existente revela dos hechos. Que dicha bibliografía es tremendamente escasa, y que no sólo se encuentra muy vagamente definido el cálculo de valores de preferencia difusos, utilizando funciones de preferencia difusas, sino que en la mayoría de los textos disponibles se centra únicamente en funciones de preferencia de tipo lineal (Cap.3, aptdo. 3.3.1.2).

Por estas razones, y siguiendo las pautas marcadas en [4] y [5], así como el principio de extensión de los números difusos (Cap.1, def. 1.22), se construyen las funciones de preferencia difusa siguiendo los preceptos que se presentan a continuación:

- Dado un número triangular difuso resultado de la diferencia entre dos números triangulares difusos, definido mediante la terna $\tilde{d} = (d_l, d_m, d_u)$. Se define el número difuso triangular "preferencia" \tilde{P} , como un número difuso tal que, si p es una de las funciones de preferencia para el caso de números nítidos, entonces \tilde{P} se calcula como:
 - $\tilde{P} = [(p(d_m) - p(d_m - d_l)), p(d_m), (p(d_u + d_m) - p(d_m))] = [p_l, p_m, p_u]$
- En opinión de [4], si los umbrales propios de las distintas funciones de preferencia (p, q, s , etc.) se toman como valores difusos, existe la posibilidad de que el valor de preferencia difusa posea un soporte demasiado amplio, pudiendo llegar a abarcar la totalidad del intervalo $[0,1]$. Este hecho imposibilitaría el uso de los métodos PROMETHEE para la toma de decisión (de manera similar al caso de una excesiva amplitud en el soporte de las diferencias difusas). Esta es la razón por la cual, los umbrales típicos de las distintas funciones de preferencia, se implementarán como en los métodos clásicos (es decir, utilizando números nítidos).
- Siguiendo la mayoría de textos consultados, se determina un valor de preferencia difuso siempre que el número difuso correspondiente a la diferencia esté comprendido dentro de los umbrales máximo y mínimo propios de dicho criterio (siempre que el criterio en cuestión posea umbrales), mientras que en caso contrario:
 - Si el límite inferior del conjunto difuso $(d_m - d_l)$ es menor que el umbral de indiferencia, el valor de preferencia asignado será el valor nítido 0.
 - Si el límite superior del conjunto difuso $(d_u + d_m)$ es mayor que el umbral de preferencia, el valor de preferencia asignado será el valor nítido 1.
- Debido al carácter nítido de las funciones de preferencia tipo I y tipo II, que hace imposible trabajar en estas funciones directamente con números difusos, es necesario trabajar en estas dos funciones de preferencia con un valor representativo de la diferencia difusa. Se elige como dicho valor el índice de Yager, de dicho número difuso, por lo que estas dos funciones de preferencia, a excepción del resto, calcula sus preferencias en base al índice de Yager de las diferencias difusas.
- Si, debido a la propia estructura de los métodos PROMETHEE, el valor de preferencia obtenido es un valor nítido, éste se trata como un caso especial de número triangular, en el que el soporte de dicho número sólo contiene al valor central (es decir, $p_l = p_u = 0$, lo que equivale a decir

que se trata como un número difuso, con función de pertenencia tipo Singleton, ya comentada en el apartado 1.2 del capítulo 1)

De esta manera, se presentan a continuación las funciones de preferencia difusas para aquellos criterios que se desee maximizar, teniendo en cuenta que en los criterios a minimizar, la forma de las funciones es la misma, si bien se trabaja con el opuesto del valor de diferencia difuso ($-\tilde{d}(a_i, a_k)$), al igual que en el caso clásico, comentado en el capítulo 3, apartado 3.3.1.2:

- Tipo I (Criterio usual o real): Si definimos $Y = Y_j(\tilde{d}(a_i, a_k)) = \frac{1}{3} \cdot (3 \cdot d_m - d_l + d_u)$, como el índice de Yager, representativo de la diferencia entre las valoraciones difusas de las alternativas a_i y a_k para el criterio j , su valor de preferencia se calculará como:

$$\tilde{P}_I = \begin{cases} 1 & \text{si } Y > 0 \\ 0 & \text{si } Y \leq 0 \end{cases}$$

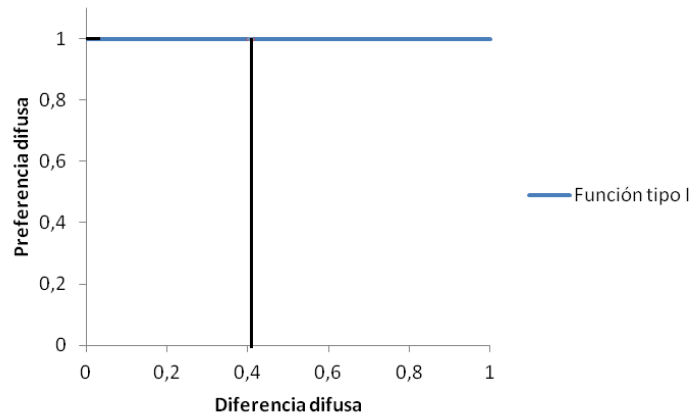


Figura 5. 2: Función de preferencia difusa tipo I

- Tipo II (Cuasi- criterio): Si definimos $Y = Y_j(\tilde{d}(a_i, a_k)) = \frac{1}{3} \cdot (3 \cdot d_m - d_l + d_u)$, como el índice de Yager, representativo de la diferencia entre las valoraciones difusas de las alternativas a_i y a_k para el criterio j , su valor de preferencia se calculará como:

$$\tilde{P}_{II} = \begin{cases} 1 & \text{si } Y > q \\ 0 & \text{si } Y \leq q \end{cases}$$

Siendo q el umbral mínimo de indiferencia.

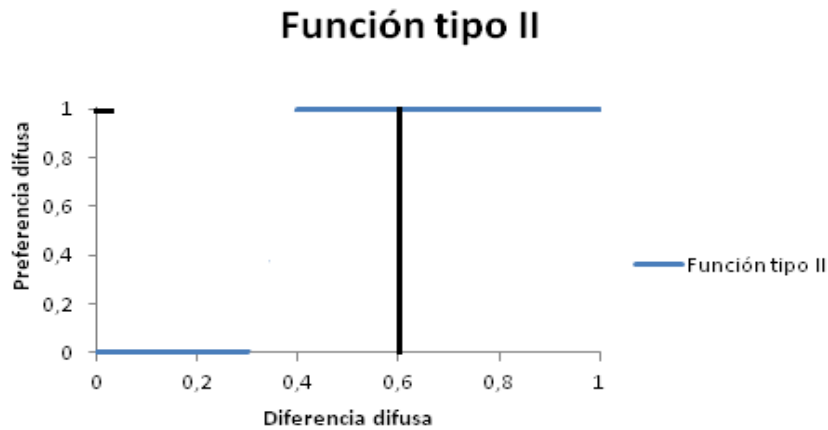


Figura 5. 3: Función de preferencia difusa tipo II para un umbral $q = 0,4$

- Tipo III (Pseudo-criterio, o criterio con preferencia lineal): Si se define p como el umbral de preferencia estricta, el valor de preferencia en este tipo de criterios se calcula como:

$$\tilde{P}_{III} = \begin{cases} 1 & \text{si } (d_u + d_m) > p \\ \frac{\tilde{d}(a_i, a_k)}{p} & \text{si } p \geq (d_u + d_m) \text{ y } (d_m - d_l) \geq 0 \\ 0 & \text{si } (d_m - d_l) < 0 \end{cases}$$

Definiéndose la operación $\frac{\tilde{d}(a_i, a_k)}{p} = (p_l, p_m, p_u)$ como:

- $p_l = \frac{d_m}{p} - \frac{d_m - d_l}{p}$
- $p_m = \frac{d_m}{p}$
- $p_u = \frac{d_u + d_m}{p} - \frac{d_m}{p}$

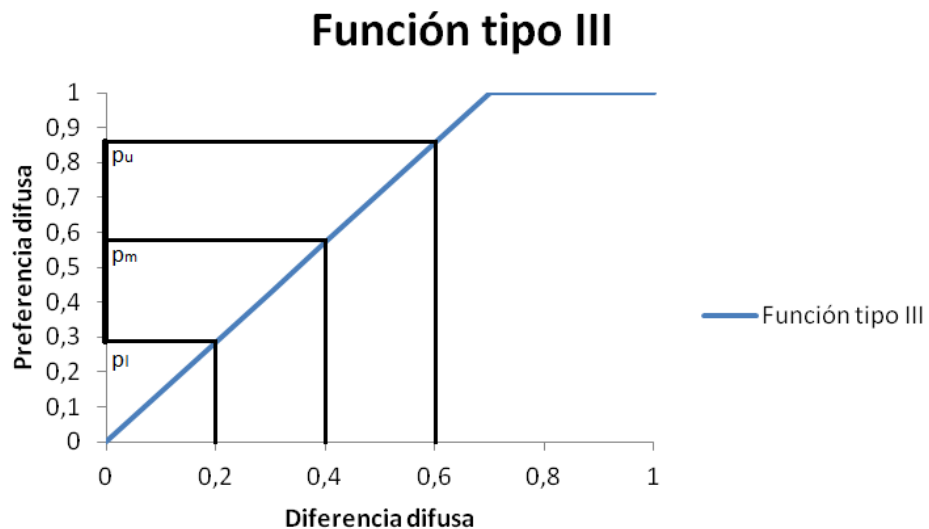


Figura 5. 4: Función de preferencia difusa tipo III para un valor de $p = 0,7$

- Tipo IIIb (Pseudo-criterio modificado, o criterio con preferencia lineal modificado):
 En esta variación del pseudo-criterio, se determinan dos umbrales de preferencia, el umbral m , que establece un valor de preferencia determinado, y el umbral de preferencia estricta p , ya comentado. De esta forma, la función de preferencia es lineal por partes, estableciéndose dos tramos de la recta, con distinta pendiente. Finalmente, también se introduce el parámetro $h \in [0,1]$, que establece el grado de importancia entre los dos tramos con distinta pendiente.

$$\tilde{P}_{IIIb} = \begin{cases} 1 & \text{si } (d_u + d_m) > p \\ \frac{\tilde{d}(a_i, a_k)}{p-m} \cdot (1-h) + h & \text{si } p \geq (d_u + d_m) \text{ y } (d_m - d_l) \geq m \\ \frac{\tilde{d}(a_i, a_k)}{m} \cdot h & \text{si } m > (d_m - d_l) \geq 0 \\ 0 & \text{si } (d_m - d_l) < 0 \end{cases}$$

Definiéndose la operación $\frac{\tilde{d}(a_i, a_k)}{p-m} \cdot (1-h) + h = (p_l^1, p_m^1, p_u^1)$ como:

- $p_l^1 = \left(\frac{d_m}{p-m} \cdot (1-h) + h\right) - \frac{d_m-d_l}{p-m} \cdot (1-h)$
- $p_m^1 = \frac{d_m}{p-m} \cdot (1-h) + h$
- $p_u^1 = \frac{d_u+d_m}{p-m} \cdot (1-h) - \left(\frac{d_m}{p-m} \cdot (1-h) + h\right)$

Y la operación $\frac{\tilde{d}(a_i, a_k)}{p} \cdot h = (p_l^2, p_m^2, p_u^2)$ como:

- $p_l^2 = \frac{d_m}{p} \cdot h - \frac{d_m-d_l}{p} \cdot h$
- $p_m^2 = \frac{d_m}{p} \cdot h$
- $p_u^2 = \frac{d_u+d_m}{p} \cdot h - \frac{d_m}{p} \cdot h$

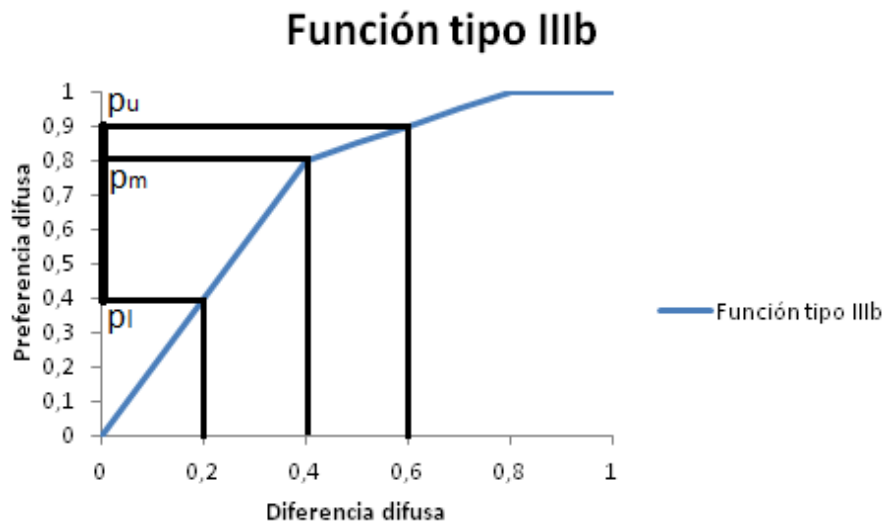


Figura 5. 5: : Función de preferencia difusa tipo III modificada para los valores $m = 0,4$, $p = 0,8$ y $h = 0,6$

- Tipo IV (Criterio de nivel): Si establecemos los umbrales de indiferencia q , y preferencia estricta p , el valor de preferencia según esta función se calcula como:

$$\tilde{P}_{IV} = \begin{cases} 1 & \text{si } (d_u + d_m) > p \\ 0,5 & \text{si } p \geq (d_u + d_m) \text{ y } (d_m - d_l) \geq q \\ 0 & \text{si } (d_m - d_l) < q \end{cases}$$

Función tipo IV

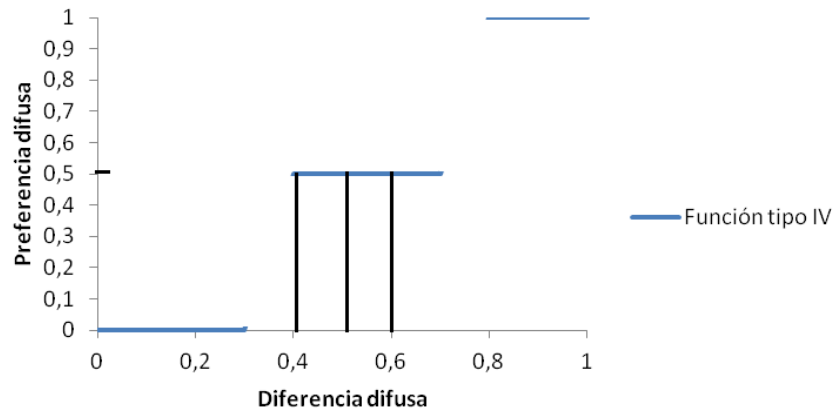


Figura 5. 6: : Función de preferencia difusa tipo IV para unos umbrales $q = 0,3$ y $p = 0,8$

- Tipo V (Preferencia lineal y área de indiferencia) Si se define p como el umbral de preferencia estricta, y q como umbral de indiferencia, el valor de preferencia en este tipo de criterios se calcula como:

$$\tilde{P}_V = \begin{cases} 1 & \text{si } (d_u + d_m) > p \\ \frac{\tilde{d}(a_i, a_k) - q}{p} & \text{si } p \geq (d_u + d_m) \text{ y } (d_m - d_l) \geq q \\ 0 & \text{si } (d_m - d_l) < q \end{cases}$$

Definiéndose la operación $\frac{\tilde{d}(a_i, a_k) - q}{p} = (p_l, p_m, p_u)$ como:

- $p_l = \frac{d_m - q}{p} - \frac{(d_m - d_l) - q}{p}$
- $p_m = \frac{d_m - q}{p}$
- $p_u = \frac{(d_u + d_m) - q}{p} - \frac{(d_m) - q}{p}$

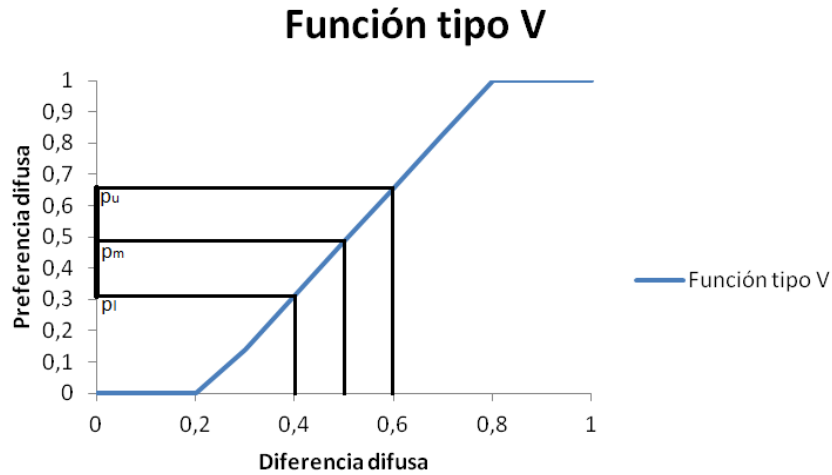


Figura 5. 7: : Función de preferencia difusa tipo V para unos umbrales $p = 0,3$ y $q = 0,8$

- Tipo VI (Criterio gaussiano): Definiendo el parámetro s , la función gaussiana sigue las mismas premisas que las anteriores funciones de preferencia, siendo:

$$\tilde{p}_{VI} = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{\tilde{d}^2}{2 \cdot s^2}} & \text{si } (d_m - d_l) > 0 \\ 0 & \text{si } (d_m - d_l) \leq 0 \end{cases}$$

En donde el cuadrado de la diferencia difusa, $\tilde{d}^2 = (d'_l, d'_m, d'_u)$, se implementa mediante la operación de producto difuso de dicha diferencia por sí misma,

definiéndose la operación $1 - e^{-\frac{\tilde{d}^2}{2 \cdot s^2}} = (p_l, p_m, p_u)$ como:

- $p_l = \left(1 - e^{-\frac{d'_m}{2 \cdot s^2}}\right) - \left(1 - e^{-\frac{d'_l}{2 \cdot s^2}}\right)$
- $p_m = 1 - \frac{1}{e^{-\frac{d'_m}{2 \cdot s^2}}}$
- $p_u = \left(1 - e^{-\frac{d'_u}{2 \cdot s^2}}\right) - \left(1 - e^{-\frac{d'_m}{2 \cdot s^2}}\right)$

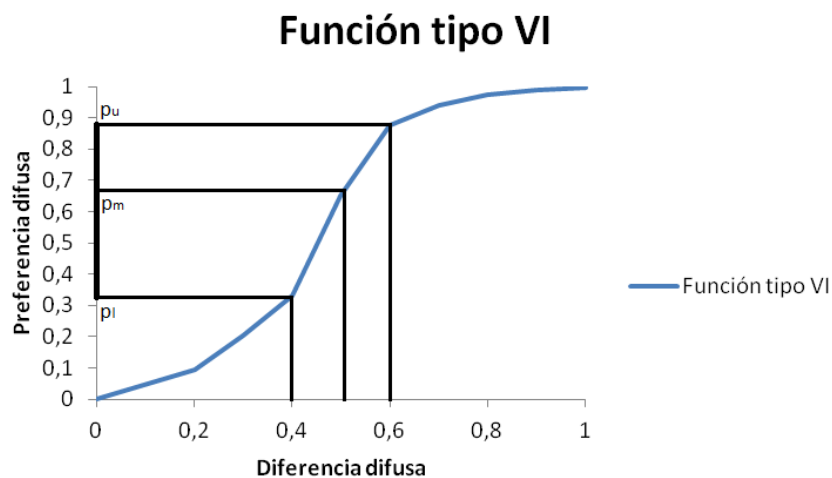


Figura 5. 8: Función de preferencia difusa tipo VI para un valor de $s \cong 0,488$

Con respecto al parámetro s , existe el mismo problema de definición que en el caso clásico, es decir, se puede tomar como un valor de desviación estándar para los valores que conforman las diferencias entre alternativas para un criterio tipo VI, o como un valor comprendido dentro del rango de las mencionadas diferencias. Si se escoge el segundo camino, no hay problema, sin embargo, si escogemos calcular el parámetro s como un valor de desviación estándar, hemos de tener en cuenta que estas diferencias son números difusos, de forma que tenemos la posibilidad de elegir un valor de desviación, basado en los índices de Yager de las mencionadas diferencias difusas, o bien escoger como representativo un valor de las desviaciones propias del soporte de las diferencias difusas, con respecto a su valor central.

Siguiendo este segundo camino, si escogemos el parámetro s como un valor de desviación, se escoge este valor, para un criterio del tipo VI, como la media de las desviaciones de las diferencias difusas entre alternativas, para dicho criterio.

Resuelto el problema de las funciones de preferencia difusas, el siguiente objetivo es conseguir una matriz de índices de preferencia agregada, que nos permita en un siguiente paso, calcular los distintos flujos de superación.

Como ya se comentó, los números difusos no poseen una relación de orden, a diferencia de los números nítidos reales, por lo que es necesario obtener un valor representativo de estos números difusos, susceptible de ser comparado, para poder establecer una ordenación en los mismos.

Se elegía para desempeñar el papel de parámetro representativo de estos números el índice de Yager. Sin embargo, aquí surge otra dificultad, la de saber en qué punto del desarrollo del algoritmo de los métodos PROMETHEE aplicar el operador de Yager, para “defuzzificar”, los valores difusos.

¿Se debe aplicar dicho operador, directamente sobre los valores obtenidos en las funciones de preferencia?, ¿es preferible aplicar la defuzzificación una vez obtenidos los índices de preferencia difusos?, ¿o es necesario calcular los flujos de superación difusos, y obtener finalmente el índice de Yager de los mismos, para realizar a partir de ellos las clasificaciones propias de los distintos métodos PROMETHEE?

Tras una serie de pruebas, basadas en los ejemplos de referencia ([3], [4], [5], [6] y [7]), se comprueba que los resultados obtenidos al realizar una operación suma entre dos números difusos, y posteriormente calcular su índice de Yager, son los mismos que al aplicar la suma a los índices de Yager de dichos números, no siendo así a la hora de aplicar la operación producto difuso. De esta forma, los resultados indican que, una vez obtenidos los índices de preferencia difusos, es indiferente calcular los flujos de superación difusos a partir de estos, y posteriormente calcular el índice de Yager de los flujos de superación, o bien, calcular unos flujos de superación nítidos, a partir de los índices de Yager de los índices de preferencia difusos.

Dado que se produce una reducción en el esfuerzo de cálculo necesario, se escoge la segunda opción, por lo que las matrices de índices de preferencia agregada estarán compuestas por los índices de Yager de los valores mencionados.

A partir de aquí, las clasificaciones de los métodos PROMETHEE I, II y III, se realizan de manera análoga a la descrita para los métodos clásicos en el capítulo 3.

La siguiente dificultad se encuentra en la representación, en el plano GAIA, de los flujos netos de las alternativas, los criterios, y el espacio de libertad del decisor.

Ya se comentó, en el apartado 3.3.3 del capítulo 3, la base necesaria para representar e interpretar los resultados de las proyecciones de los flujos netos de las alternativas sobre el plano GAIA, en el caso clásico.

Nos encontramos ahora con el problema de representar proyecciones de conjuntos difusos, no sólo de los flujos netos, sino de los ejes que representan los criterios, el eje de decisión, y los puntos extremos de dicho eje, al variar los pesos difusos que conforman los puntos extremos de la proyección del polígono convexo, llamado "Espacio de Libertad del Decisor" (ELD).

Es fácil comprender, no sólo la complejidad operativa de esta proyección, sino la dificultad en la interpretación de los resultados, y la falta de definición en los extremos del ELD. En definitiva, la pérdida de la comprensión intuitiva de las relaciones entre las distintas alternativas, y con respecto al eje de decisión, que persigue el método PROMETHEE VI.

Por esta razón, se opta por trabajar sobre los índices de Yager de los flujos netos por criterio, con respecto a los índices de Yager del puntero de decisión. Así, una vez calculados los flujos netos por criterio difusos (que posteriormente se utilizarán en el análisis de sensibilidad), se crea una matriz con los índices de Yager de dichos flujos, que representarán las coordenadas de las alternativas en un espacio n -dimensional (con n igual al número de criterios utilizado), realizando la misma operación con el vector "puntero de decisión".

Una vez obtenidos, tanto la matriz como el vector mencionados, la operativa es la misma que en el caso clásico.

Una ventaja del operador de Yager, es que el índice de Yager de un número nítido, es este mismo número. Este hecho nos permite comprobar la correcta implementación del algoritmo de representación de la proyección sobre el plano GAIA, utilizando el software comercial "Visual PROMETHEE", y un ejemplo de los propios Brans y Mareschal, resuelto en [8] y [9], en el que se usan valoraciones nítidas (métodos clásicos).

Es necesario, para esta comprobación, el uso de un ejemplo con valores nítidos (que nosotros conseguiremos utilizando números difusos, con funciones de

pertenencia tipo Singleton), ya que el citado software, no está preparado para trabajar con lógica difusa. Así, comprobada la coincidencia entre la proyección utilizando dicho software, y la proyección utilizando nuestro algoritmo, se puede decir que la proyección del problema sobre el que se basa este proyecto, también será correcta.

Es necesario, no obstante, indicar una pequeña diferencia entre el funcionamiento del software comercial, y nuestra función de representación.

En el software comercial, se representa el EDL del decisor como un polígono convexo, en el que se representa la máxima variación posible de los diferentes componentes del puntero de decisión (pesos de los criterios) en valor absoluto, es decir, sin tener en cuenta si dicha variación para un criterio concreto redundaría en un aumento del peso del mismo, o en una disminución. En nuestra función de representación se generan dos proyecciones; una correspondiente a variaciones positivas (aumento ordenado del peso de cada uno de los criterios), y otra correspondiente a variaciones negativas (disminución ordenada del peso de cada uno de los criterios). La unión de ambas proyecciones representa el polígono descrito, con la ventaja de que se puede ver cómo actúan las variaciones mencionadas.

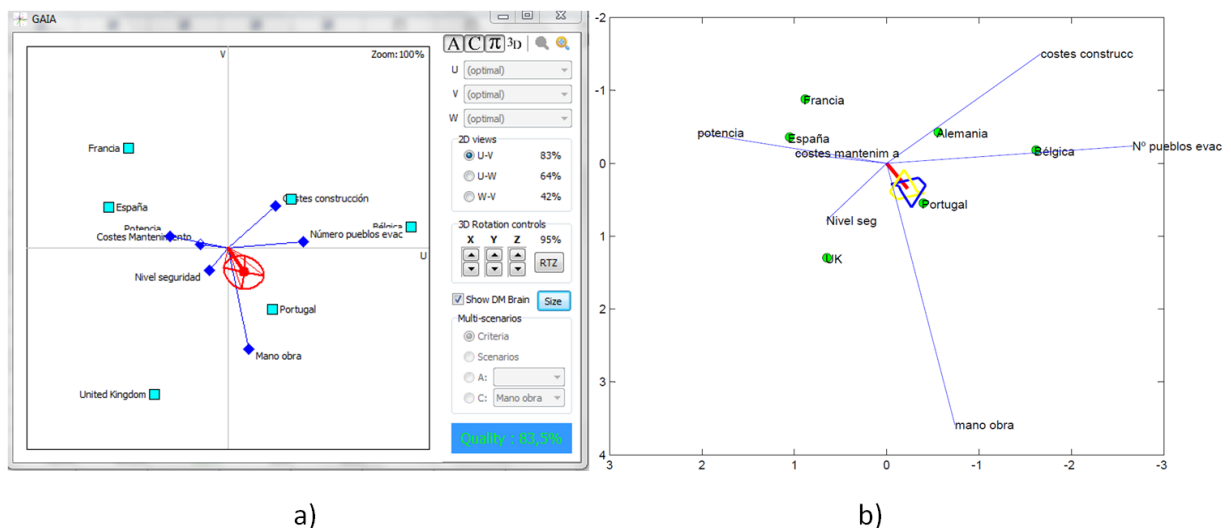


Figura 5. 9: Representación del problema de toma de decisión en el plano GAIA.

a) Visual PROMETHEE, b) elaboración propia

La última dificultad a superar en la aplicación de estos métodos es el análisis de sensibilidad.

Una vez fijada la amplitud de las valoraciones difusas de las alternativas, como se comentó al principio de este apartado, el análisis de sensibilidad se centra en conocer cómo varían los flujos netos de las alternativas, al variar el peso de un criterio concreto en todo el intervalo $[0,1]$, según lo descrito en el capítulo 3, apartado 3.3.4.1.1.

La dificultad surge, al igual que en los casos anteriores, debido a la naturaleza difusa, tanto de los flujos netos calculados específicamente para este apartado de análisis de sensibilidad, como de los pesos de los criterios.

Una posible solución sería trabajar con los índices de Yager, tanto de los flujos netos de las alternativas, como de los pesos de los criterios. Esta solución, nos daría una visión más intuitiva y clara de la relación entre los flujos netos de las distintas alternativas y sus variaciones al variar el peso de cada criterio (y por tanto, las variaciones con respecto a la ordenación total, propia de PROMETHEE II).

El problema de esta solución es que ofrece puntos de corte nítidos entre los flujos netos de las alternativas, es decir, que identifica los cambios en el ranking de PROMETHEE II con puntos concretos, cuando realmente, lo que ocurre al utilizar flujos netos difusos es que el cambio en el orden total de las alternativas se produce en una franja, dentro de la cual no se puede afirmar la superioridad de una alternativa sobre otra.

Este hecho impulsa la idea de otra solución, la de trabajar con flujos netos difusos, e índices de Yager de los pesos difusos. Esta solución proporciona extremos nítidos del peso de un criterio difuso en donde, dentro de dichos extremos, no se puede afirmar la sobreclasificación de una alternativa sobre otra, pero fuera de los mismos sí. Por tanto esos extremos proporcionan un intervalo de estabilidad.

El problema de esta solución, es la dificultad de interpretación de los gráficos resultantes, puesto que los intervalos de estabilidad pueden llegar a abarcar todo el rango $[0,1]$, o bien, el flujo neto de una alternativa puede verse ocultado, tanto superior como inferiormente por el flujo neto de otra.

Una tercera opción sería realizar los gráficos típicos de este tipo de análisis de sensibilidad trabajando, tanto con flujos netos difusos, como con valores difusos. Sin embargo, los gráficos obtenidos por este método (tridimensionales), resultarían extraordinariamente difíciles de interpretar, por lo que esta tercera solución se ha descartado.

Puesto que el ranking completo de PROMETHEE II se basa en los índices de Yager de los flujos netos, nos basaremos en la primera solución para establecer unos intervalos de estabilidad aproximados. Estos intervalos se tomarán como aquel rango de valores para el cual, las dos alternativas mejor valoradas mantienen esta posición.

Se implementan igualmente las gráficas basadas en la segunda solución, para comprobar la dificultad, y en muchos casos la imposibilidad, de establecer en la práctica un intervalo de estabilidad basado en flujos netos difusos.

5.3.2- Resultados obtenidos por los métodos PROMETHEE

Se resume en una tabla la información referente a los criterios que, junto a la matriz de valoración difusa, constituyen los datos de entrada necesarios para aplicar los métodos PROMETHEE.

Es necesario comentar que, al igual que se normalizaron las valoraciones de las alternativas, también se deben normalizar por el mismo método los umbrales propios de cada criterio. De esta manera, la información referente a los criterios es la siguiente:

Criterios	Subcriterios	pesos	Objetivo	Tipo	parámetros
Medioambiente	Emisiones de CO_2	0,25;0,35;0,45	Minimizar	IV	q=0,0194242 p=0,046618
	Terreno necesario	0,25;0,35;0,45	Minimizar	III	P=0,514286
Sociedad	Prejuicios	0;0;0,2	Maximizar	VI	s=0,9
	Ruido	0;0;0,2	Minimizar	V	q=0,092506 p=0,462534
	Empleo generado	0;0,15;0,3	Maximizar	IIIb	p=0,892857 m=0,178571 h=0,8
Tecnología	Madurez	0,25;0,35;0,45	Maximizar	VI	s=1,1
	Proveedores cerca	0;0,15;0,3	Maximizar	IIIb	p=0,888888 m=0,111111 h=0,9
		0,05;0,2;0,35	Maximizar	III	p=0,444444
	Rendimiento	0,35;0,5;0,65	Maximizar	III	p=0,188481
	Disponibilidad	0,8;1;1	Minimizar	V	q=0,0462963

					p=0,462963
Economía	Inversión	0,35;0,5;0,65	Minimizar	V	q=0,319453 p=0,425937
	Coste de materia prima	0,25;0,35;0,45	Minimizar	VI	s=2
	Pay-back	0,65;0,8;0,95	Maximizar	III	p=0,110893
	Ingresos	0,65;0,8;0,95	Minimizar	III	p=0,215239
	Costes	0,25;0,35;0,45	Minimizar	IV	q=0,0194242 p=0,046618

Tabla 5. 48. : Datos de entrada para la implementación de los métodos PROMETHEE

5.3.2.1- Resultados obtenidos mediante PROMETHEE I

El ranking parcial de las alternativas, obtenido mediante PROMETHEE I es:

1ª	Micro-trigeneración	$\phi^+ = 0,683973$ $\phi^- = 0,233870$
2ª	Micro-cogeneración	$\phi^+ = 0,700881$ $\phi^- = 0,305558$
3ª	Solar termoeléctrica	$\phi^+ = 0,545071$ $\phi^- = 0,468542$
4ª	Biomasa	$\phi^+ = 0,284087$ $\phi^- = 0,285228$
Alternativas peor valoradas	Eólica	$\phi^+ = 0,103254$ $\phi^- = 0,586798$
	Solar fotovoltaica	$\phi^+ = 0,513352$ $\phi^- = 0,950622$

Tabla 5. 49: Resultados obtenidos con PROMETHEE I difuso

En el siguiente gráfico se muestran las relaciones de sobreclasificación e incomparabilidad entre alternativas:

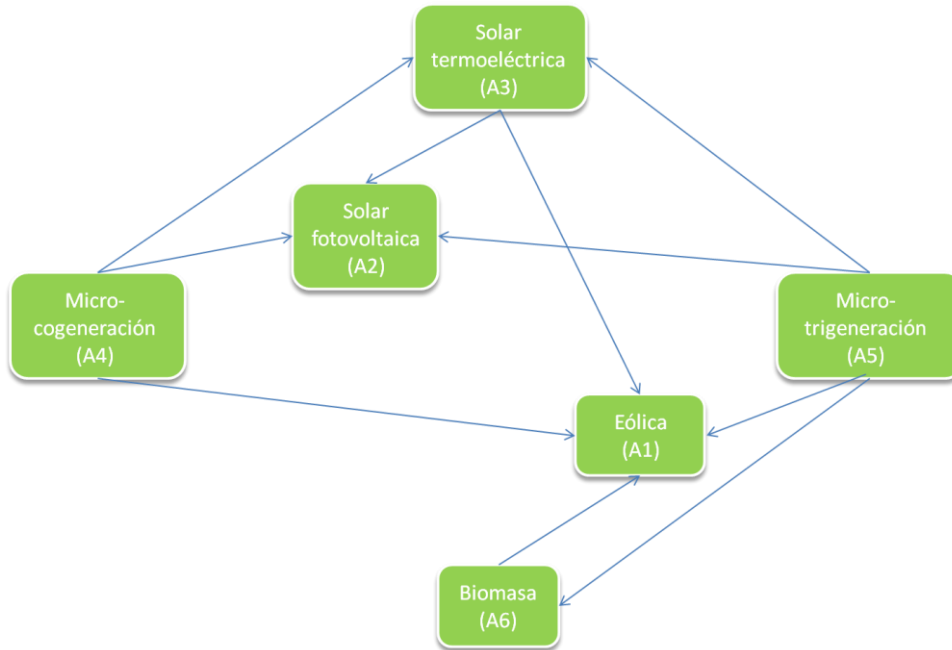


Figura 5. 10: Relaciones de sobreclasificación obtenidas mediante PROMETHEE I

En este gráfico se observa cómo la alternativa mejor valorada, micro – trigeneración, es incomparable con la segunda alternativa mejor valorada, micro-cogeneración, y sobreclasifica al resto, mientras que la micro-cogeneración, sobreclasifica a la energía de la solar fotovoltaica, solar termoeléctrica y a la energía eólica, siendo incomparable con la energía de la biomasa. A su vez, las energías solar termoeléctrica y energía de la biomasa, son incomparables entre sí, sobreclasificando ambas a la energía eólica. Finalmente, la energía solar termoeléctrica sobreclasifica a la energía solar fotovoltaica, siendo esta última incomparable con la energía de la biomasa.

5.3.2.2- Resultados obtenidos mediante PROMETHEE II

La ordenación total obtenida mediante PROMETHEE II se resume en la siguiente tabla:

1ª	Micro-trigeneración	$\phi = 0,450102$
2ª	Micro-cogeneración	$\phi = 0,395323$
3ª	Solar termoeléctrica	$\phi = 0,076529$
4ª	Biomasa	$\phi = -0,001141$
5ª	Eólica	$\phi = -0,437270$
6ª	Solar fotovoltaica	$\phi = -0,483544$

Tabla 5. 50: Resultados obtenidos con PROMETHEE II difuso

5.3.2.3- Resultados obtenidos mediante PROMETHEE III

Como ya se comentó, la ordenación parcial de PROMETHEE III, proviene de la ordenación total de PROMETHEE II, en donde se considera un cierto valor de incertidumbre en los flujos netos de superación, lo que permite la existencia de indiferencia si los intervalos que representan los flujos netos se solapan entre las distintas alternativas, siendo los resultados obtenidos los siguientes:

Alternativas mejor valoradas	Micro-cogeneración	$\phi = [0,318780; 0,471866]$
	Micro-trigeneración	$\phi = [0,369872; 0,530332]$
Alternativas en posición intermedia	Solar-termoeléctrica	$\phi = [0,016089; 0,136969]$
	Biomasa	$\phi = [-0,058898; 0,056616]$
Alternativas peor valoradas	Eólica	$\phi = [-0,570823; -0,396264]$
	Solar- fotovoltaica	$\phi = [-0,543210; -0,331330]$

Tabla 5. 51: : Resultados obtenidos mediante PROMETHEE III

5.3.2.4- Representación en el plano GAIA, y análisis de sensibilidad

Al existir un alto número de criterios, la proyección en el plano GAIA resulta un poco confusa, por lo que se ha decidido referenciar, tanto las alternativas como los criterios, por su numeración, y mostrar los resultados por etapas. Así, se muestra por una parte la proyección de las alternativas y criterios en el plano GAIA, y por otra parte, el espacio de libertad del decisor para un rango de variación de los criterios en el intervalo $[0,1]$, es decir la mayor amplitud posible para dicho espacio de libertad, en donde se conserva un 93,34% de la información (variabilidad), con respecto al espacio

n-dimensional inicial:

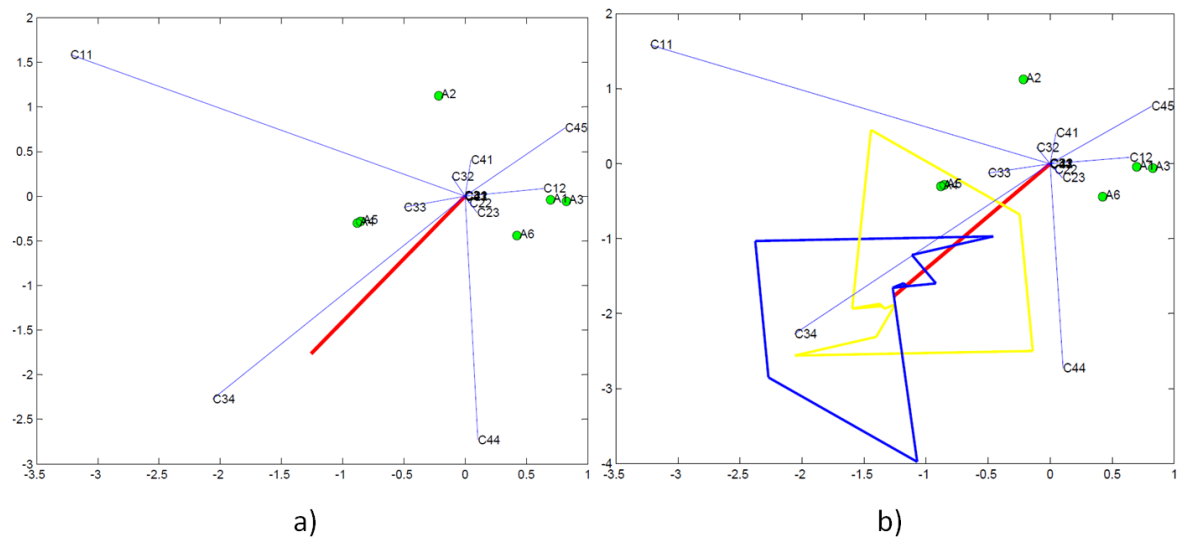


Figura 5. 11: a) Eje de decisión PROMETHEE, b) Espacio de libertad del decisor

En la imagen podemos observar, varias cosas:

- Los subcriterios con más influencia para el decisor son los de “emisiones de CO_2 ”, “disponibilidad de recursos”, “ingresos” y “costes”.
- Las alternativas mejor valoradas son las de micro-cogeneración y micro-trigeneración, con una diferencia ínfima en sus valoraciones, mientras que la alternativa peor valorada es claramente la energía solar fotovoltaica.
- Los criterios de “disponibilidad de recursos” y “emisiones de CO_2 ” presentan una fuerte contraposición con el criterio “ingresos”.
- El problema se puede clasificar como blando (soft), por lo que con cualquier combinación de pesos posibles, el eje de decisión permanecerá orientado en direcciones similares, y las alternativas mejor valoradas serán las mismas para dichas combinaciones.

Con respecto al análisis de sensibilidad, se presentan a continuación las gráficas obtenidas para cada criterio, y se comentarán seguidamente:

- **Emisiones de CO_2 , (C_{11}):**

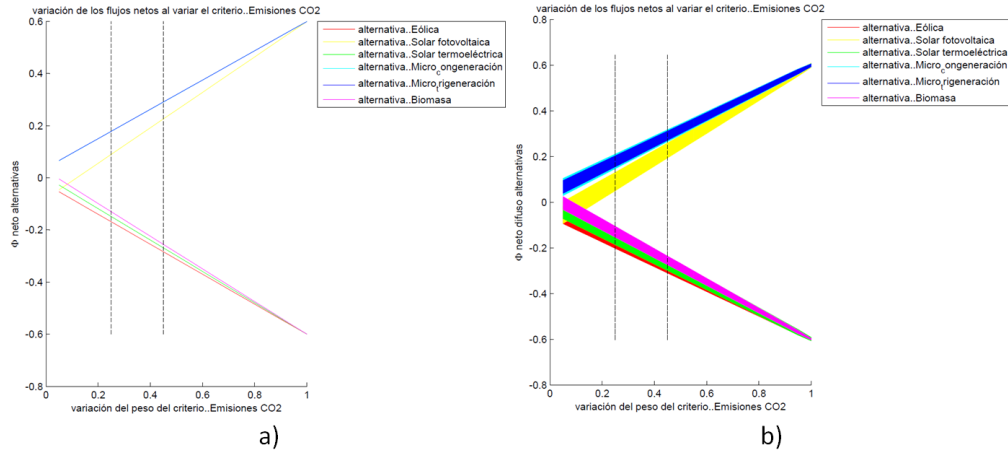


Figura 5. 12: Emisiones de CO_2 , a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos

En este criterio se muestra una gran estabilidad, ya que a partir de un límite inferior de peso de 0,13, las posiciones relativas de las distintas alternativas, permanecen inalterables.

- **Terreno necesario, (C_{12}):**

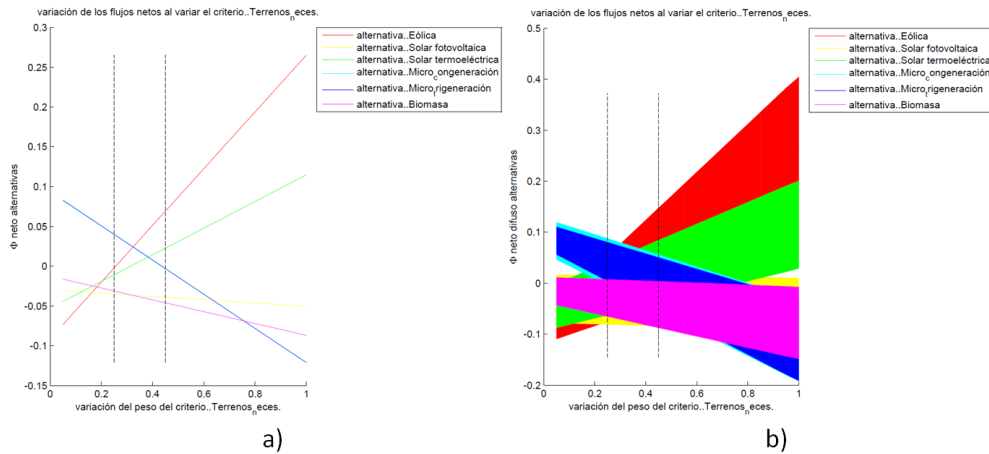


Figura 5. 13: Terrenos necesarios, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos

Este criterio es un ejemplo de la mencionada dificultad a la hora de establecer intervalos de estabilidad, si trabajamos con valores difusos.

El intervalo de estabilidad, tal y como lo hemos definido será el $[0; 0,325]$.

Prejuicios, (C₂₁):

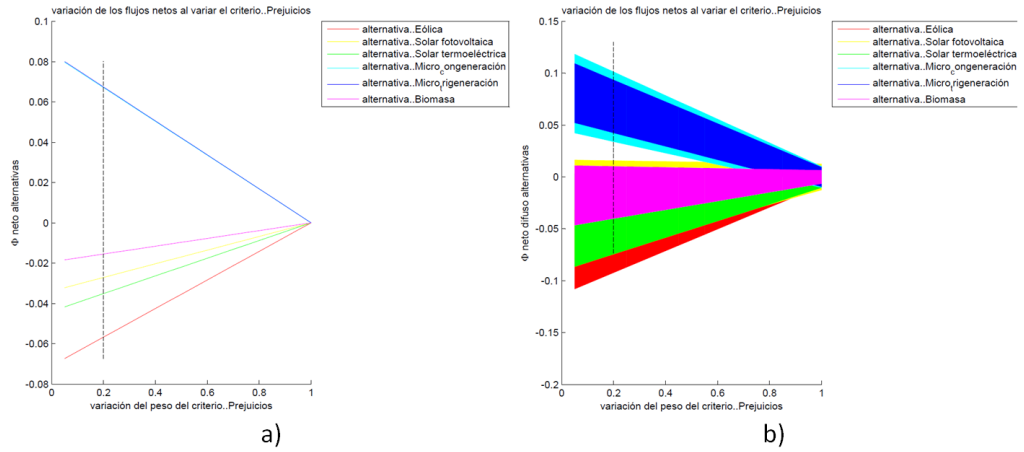


Figura 5. 14: Prejuicios, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos

En este caso, el criterio posee una estabilidad total, ya que abarca todo el rango de valores entre 0 y 1.

Ruido, (C₂₂):

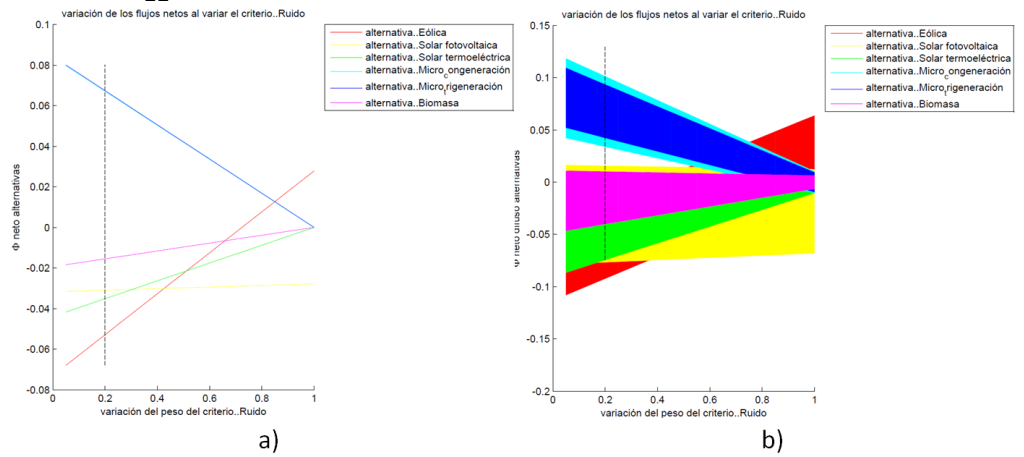


Figura 5. 15: Ruido, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos

Este criterio, también resulta ser bastante estable, con un rango, de [0; 085].

- **Empleo generado, (C₂₃):**

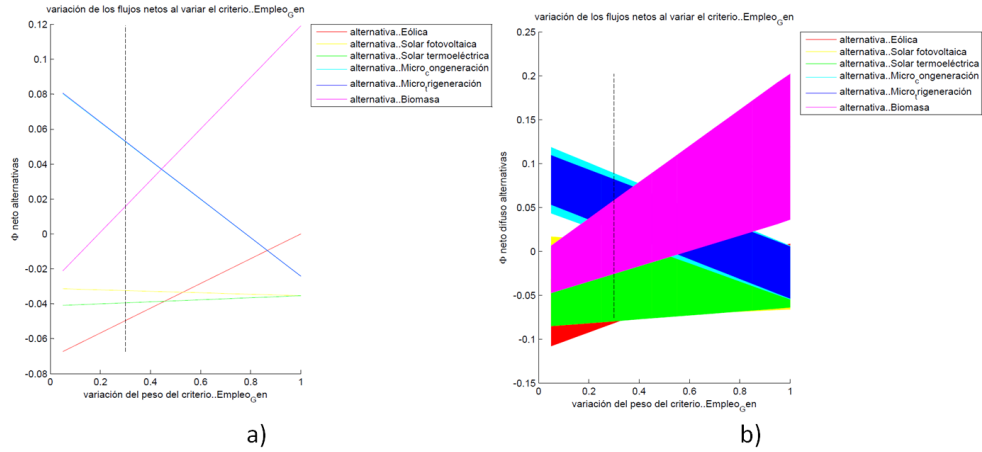


Figura 5. 16: Empleo generado, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos

Se obtiene un intervalo de estabilidad para este criterio de [0; 0,455].

- **Madurez, (C₃₁):**

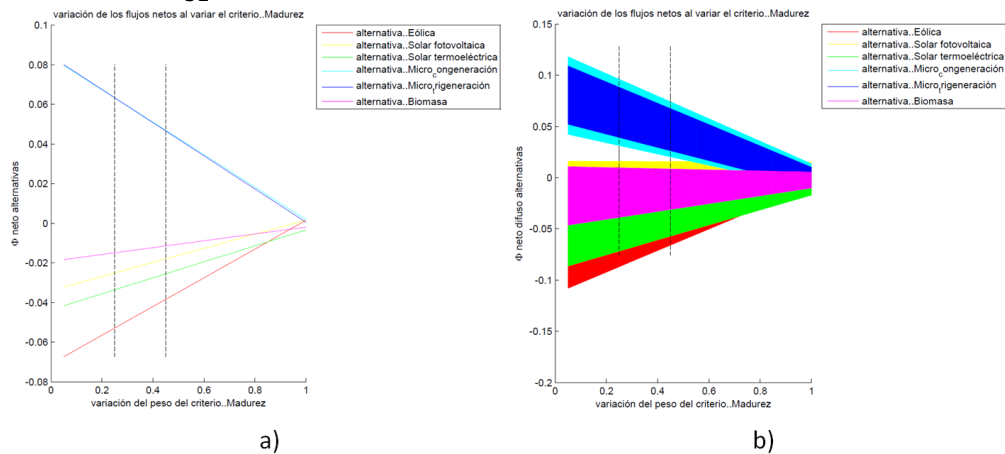


Figura 5. 17: Madurez, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos

En este criterio, se tiene un intervalo de estabilidad de $[0; 0,45]$, por encima del cual, la segunda alternativa mejor valorada (micro-cogeneración), pasaría a sobreclasificar a la alternativa mejor valorada (micro-trigeneración).

- **Proveedores cercanos, (C_{32}):**

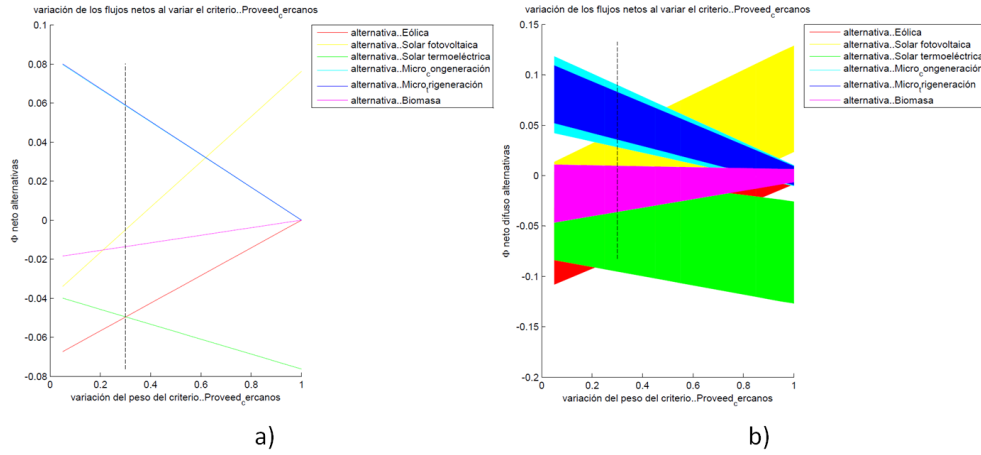


Figura 5. 18: Cercanía de proveedores, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos

Se obtiene en este caso un intervalo de estabilidad de $[0; 0,615]$.

- **Rendimiento, (C_{33}):**

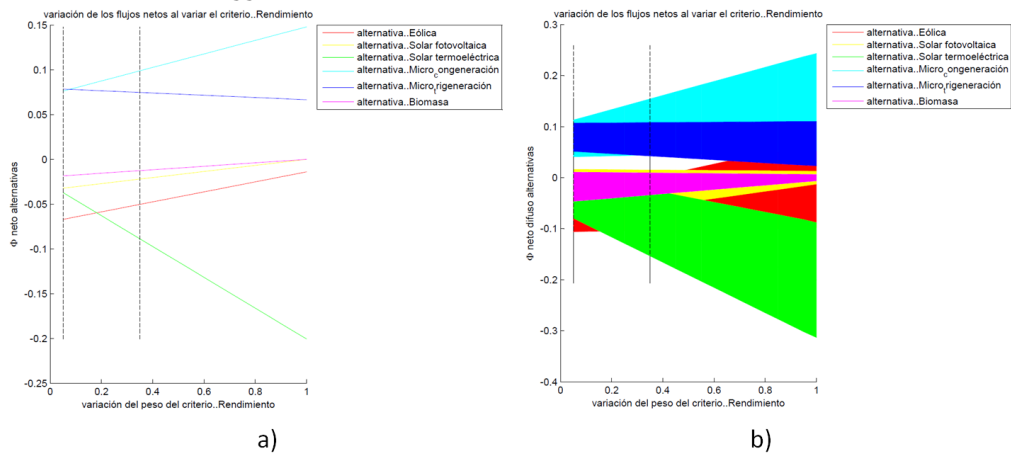


Figura 5. 19: Rendimiento, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos

En este intervalo existe un pequeño intervalo de estabilidad de varía entre los valores [0; 0,075].

- **Disponibilidad de recursos, (C₃₄):**

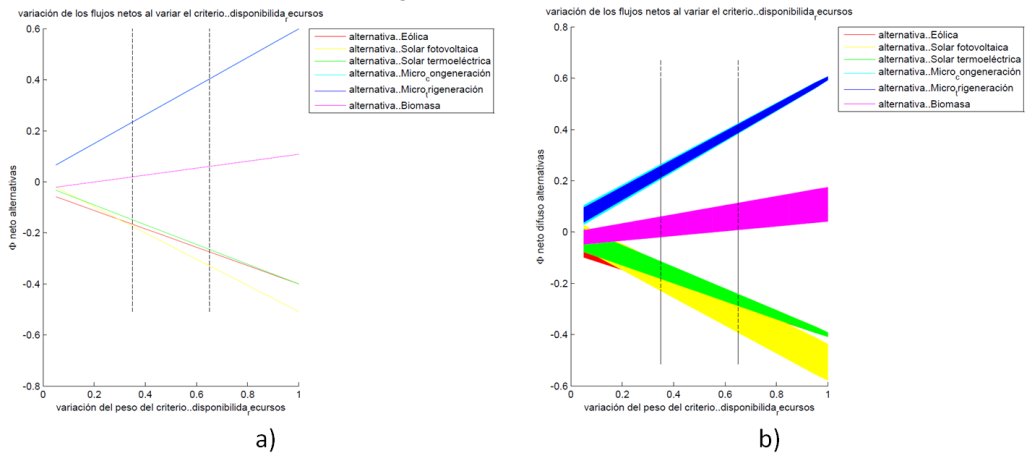


Figura 5. 20: : Disponibilidad de recursos, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos

Este criterio es estable en todo el rango posible de pesos.

- **Inversión inicial, (C₄₁):**

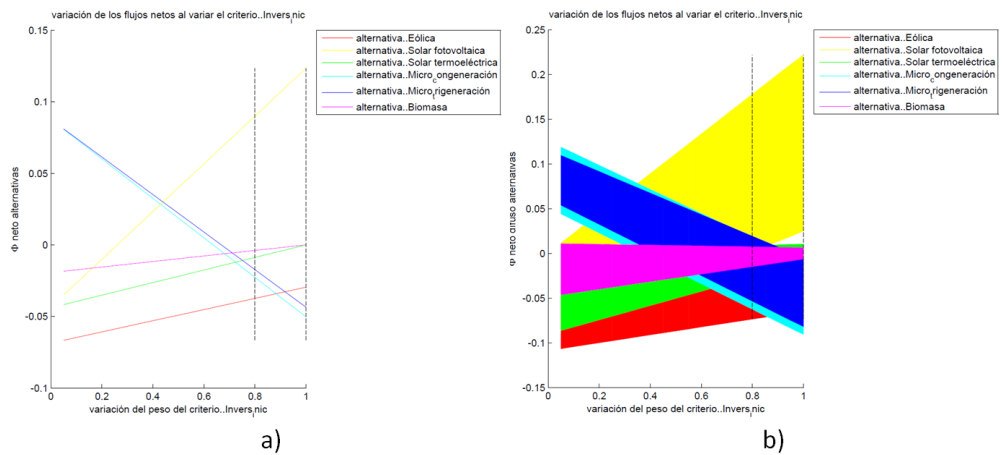


Figura 5. 21: Inversión inicial, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos

El rango de estabilidad de este criterio, lo encontramos en el intervalo [0; 0,425].

- **Coste de la materia prima, (C_{42}):**

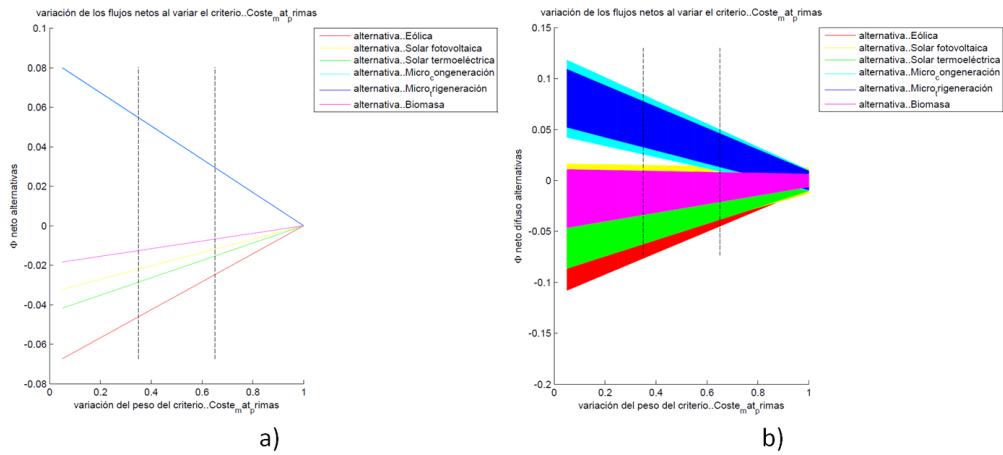


Figura 5. 22: Coste de las materias primas, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos

Este criterio, muestra igualmente un rango de estabilidad que abarca todo el intervalo [0; 1]

- **Pay-back, (C_{43}):**

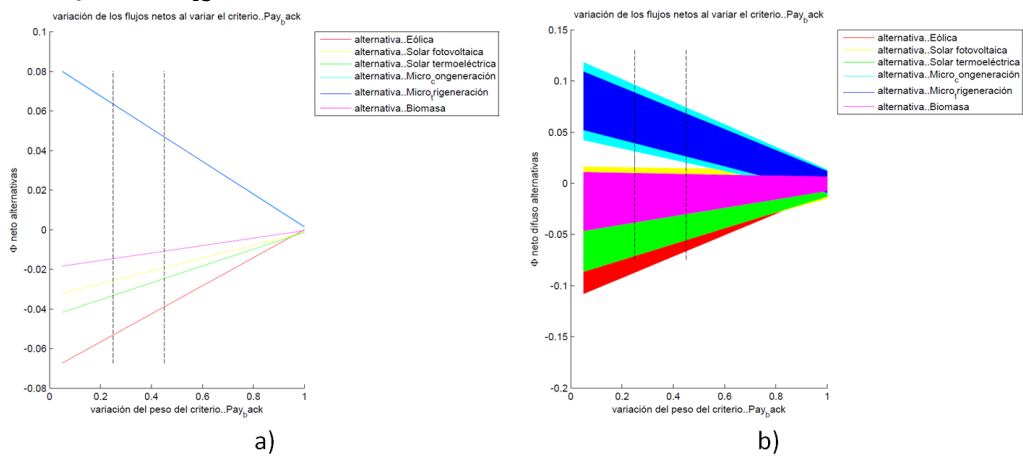


Figura 5. 23: Pay-back, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos

Al igual que el criterio anterior, muestra un rango de estabilidad total.

- **Ingresos, (C₄₄):**

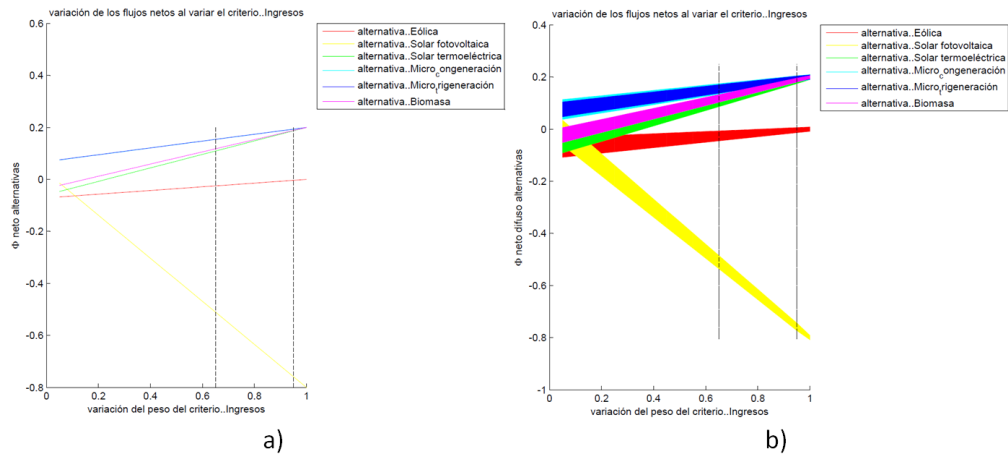


Figura 5. 24: Ingresos, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos

Al igual que los dos criterios anteriores, este criterio también muestra un rango de estabilidad total.

- **Costes, (C₄₅):**

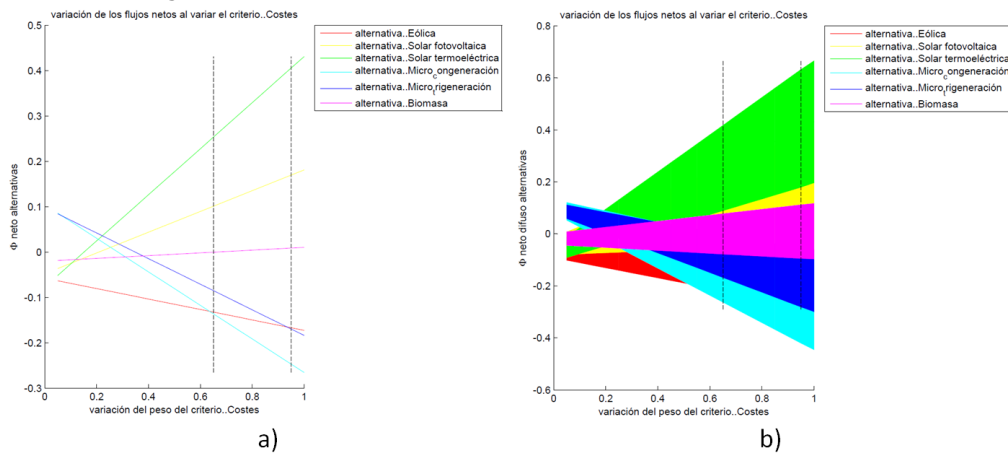


Figura 5. 25: Costes, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos

Finalmente, el rango de estabilidad del último criterio, está comprendido en el intervalo [0; 0,205].

5.4- Resolución por medio de los métodos ELECTRE difusos

5.4.1- Incidencias en ELECTRE

La mayor dificultad encontrada en este método es la definición práctica de la distancia de Hamming, en la que basamos las comparaciones entre números difusos para esta familia de métodos de toma de decisión, tal y como se expuso en el apartado 3.2.2.3, del capítulo 3.

Existen abundantes documentos en los que se trata dicha definición, en su vertiente computacional, a nivel de código binario, en los que se define la distancia de Hamming entre dos números binarios, como el número de dígitos distintos entre los mencionados números binarios (es decir, si por ejemplo tenemos un número binario con tres ceros y cuatro unos, mientras que por otro lado tenemos otro número binario con cuatro ceros y tres unos, la distancia de Hamming entre estos dos números es uno). Sin embargo, la definición de distancia de Hamming, asimilable según [12] a la 1-norma de Minkowski, tal y como se define en capítulo 1 (apartado 1.5.3.2), se encuentra en escasos documentos.

Si nos basamos en [11] para el cálculo práctico de dicha distancia para el caso de números difusos triangulares, que son los utilizados para la resolución práctica de este proyecto, lo primero que hemos de definir es la distancia difusa, y los conceptos de distancia por la izquierda y por la derecha entre dos números difusos.

Definición 5.1. Distancia difusa: Sean \tilde{A} , \tilde{B} y \tilde{C} , tres números difusos pertenecientes al universo de discurso U , continuos en \mathbb{R} , con $\tilde{A}_\alpha = [a_1(\alpha), a_2(\alpha)]$, $\tilde{B}_\alpha = [b_1(\alpha), b_2(\alpha)]$ y $\tilde{C}_\alpha = [c_1(\alpha), c_2(\alpha)]$, $\alpha \in [0,1]$ (siendo $[a_1(\alpha), a_2(\alpha)]$, $[b_1(\alpha), b_2(\alpha)]$ y $[c_1(\alpha), c_2(\alpha)]$ los límites de los soportes de \tilde{A}_α , \tilde{B}_α y \tilde{C}_α , respectivamente).

Una función $d(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) \in \mathbb{R}$, con $(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) \in U \times U$, es una distancia si y solo si $\forall \tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C} \in U$ se cumple que:

- $d(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) \geq 0$
- $d(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) = 0 \leftrightarrow \tilde{A}_\alpha = \tilde{B}_\alpha$
- $d(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) = d(\tilde{B}_\alpha, \tilde{A}_\alpha)$
- $d(\tilde{A}_\alpha, \tilde{C}_\alpha) \leq d(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) \oplus d(\tilde{B}_\alpha, \tilde{C}_\alpha)$

De esta forma, para dos números difusos \tilde{A}_α y \tilde{B}_α , se pueden definir respectivamente la distancia por la izquierda y por la derecha como:

- $d_i(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) = |a_1(\alpha) - b_1(\alpha)|$
- $d_d(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) = |a_2(\alpha) - b_2(\alpha)|$

Así, según Kaufman y Gupta, la distancia entre dos números difusos, para cada valor de α , es la suma de sus distancias, por la izquierda y por la derecha, es decir:

$$d(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) = d_i(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) + d_d(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha)$$

Por lo que la diferencia total entre dos números difusos, se puede calcular como:

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \int_0^1 d(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) \cdot d\alpha = \int_0^1 d_i(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) \cdot d\alpha + \int_0^1 d_d(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) \cdot d\alpha$$

Para números difusos, no normalizados, se puede calcular una distancia normalizada, conocida como índice de desemejanza o disimilitud, de la siguiente forma:

$$\delta(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) = \frac{d(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha)}{2 \cdot (\beta_2 - \beta_1)}$$

En donde $(\beta_2 - \beta_1)$ es la amplitud de un intervalo, calculado de tal forma que engloba a los soportes de \tilde{A}_α y \tilde{B}_α , y cumple que $0 \leq \delta(\tilde{A}, \tilde{B}) = \int_0^1 \delta(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) \cdot d\alpha \leq 1$.

Un ejemplo aclarará el cálculo de estas distancias.

Ejemplo 5.1 [11]:

Si suponemos dos números difusos triangulares \tilde{A} y \tilde{B} , cuyas funciones de pertenencia son, respectivamente:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{6} & \text{si } 3 \leq x \leq 6 \\ \frac{13-x}{4} & \text{si } 9 \leq x \leq 13 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{B}}(x) = \begin{cases} \frac{x-4}{3} & \text{si } 4 \leq x \leq 7 \\ \frac{16-x}{4} & \text{si } 7 \leq x \leq 16 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Estas funciones de pertenencia se definen en función de sus α -cortes como:

$$\mu_{\tilde{A}}(\alpha) = [3 + 6\alpha, 13 - 4\alpha]$$

$$\mu_{\tilde{B}}(\alpha) = [4 + 3\alpha, 16 - 9\alpha]$$

Es necesario definir los α -cortes en donde se cruzan las funciones de pertenencia triangulares, tanto por la izquierda como por la derecha, resultando ser, respectivamente: $\alpha_i = 1/3$, $\alpha_d = 3/5$.

Se calcula entonces la distancia entre \tilde{A} y \tilde{B} , como:

$$\begin{aligned} d(\tilde{A}, \tilde{B}) &= \int_0^{1/3} (b_1(\alpha) - a_1(\alpha)) \cdot d\alpha + \int_{1/3}^1 (a_1(\alpha) - b_1(\alpha)) \cdot d\alpha \\ &+ \int_0^{3/5} (b_2(\alpha) - a_2(\alpha)) \cdot d\alpha + \int_{3/5}^1 (a_2(\alpha) - b_2(\alpha)) \cdot d\alpha \\ &- \int_{13/15}^1 (b_2(\alpha) - a_1(\alpha)) \cdot d\alpha = 1,9 \end{aligned}$$

En donde el término que aparece restado corresponde al área triangular en la cual se cruzan, la parte creciente de la función de pertenencia de \tilde{A} (parte izquierda), con la parte decreciente de la función de pertenencia de \tilde{B} (parte decreciente), y que se suma de manera automática al realizar la integración, no siendo realmente parte de la distancia a calcular, por lo que es necesario restarla del resultado final.

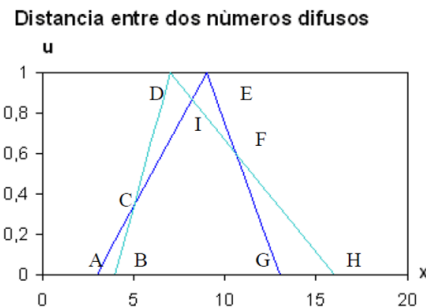


Figura 5. 26: Distancia de Hamming estricta entre dos números difusos

Hay que añadir que, esta definición se puede extender a cualquier número difuso, una vez obtenidas sus funciones de pertenencia difusas con respecto a α .

Una vez hecha la definición formal del cálculo de distancias para números difusos nos encontramos con una complicación más, ya que, en el ejemplo en el cual nos basamos para extender los métodos ELECTRE al campo de la lógica difusa [10], no interpreta el cálculo de la distancia de Hamming de la misma forma, sino que utiliza la siguiente expresión simplificada:

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \int_0^1 d(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) \cdot d\alpha = \left| \int_0^1 d_i(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) \cdot d\alpha - \int_0^1 d_d(\tilde{A}_\alpha, \tilde{B}_\alpha) \cdot d\alpha \right|$$

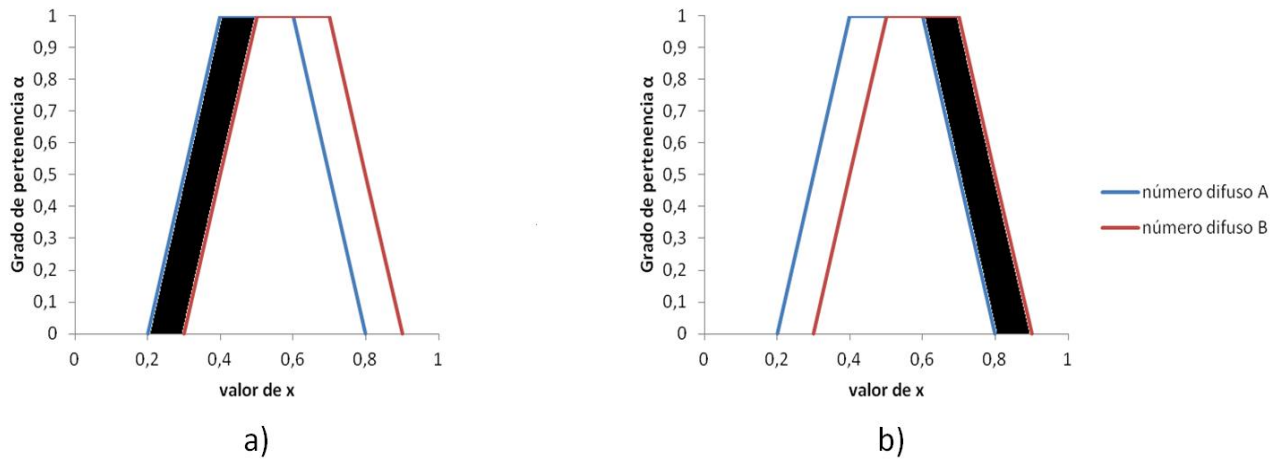


Figura 5. 27: Área de las integrales que conforman la distancia de Hamming entre dos números difusos.

a) distancia por la izquierda b) distancia por la derecha

Ante esta situación, el curso de acción seguido es el siguiente:

1. Se implementa una función de cálculo de las distancias de Hamming tal y como se describe en [10], (a la que llamaremos “distancia de Hamming simple”) aplicado a números difusos trapezoidales, con el que se comprueba que efectivamente, ésta forma simplificada es la que se utiliza en los cálculos desarrollados en el ejemplo de referencia.
2. Se implementan dos funciones de cálculo de distancias de Hamming (una que calcula las distancias “simples”, y otra que calcula las distancias de forma “detallada”) para números triangulares difusos.
3. Se modifica, por otra parte, la matriz de valoraciones de [10], de forma que pasan a ser números triangulares difusos, con el mismo soporte, pero con un valor central que resulta de la media de los valores extremos de x para los cuales se tiene $\alpha = 1$.
4. Se aplican las dos funciones de cálculo de las distancias de Hamming, tanto a los datos modificados del ejemplo de referencia, como a los datos del proyecto.

Tras realizar las acciones descritas en el punto 4, se observa que, para el ejemplo de referencia [10], la ordenación total de las alternativas, proporcionada por ELECTRE II, coincide al utilizar cualquiera de las dos interpretaciones de la distancia de Hamming, mientras que en la ordenación parcial de ELECTRE I, aparece una relación de incomparabilidad entre las alternativas 3 y 4, que no aparece utilizando la interpretación detallada de dichas distancias.

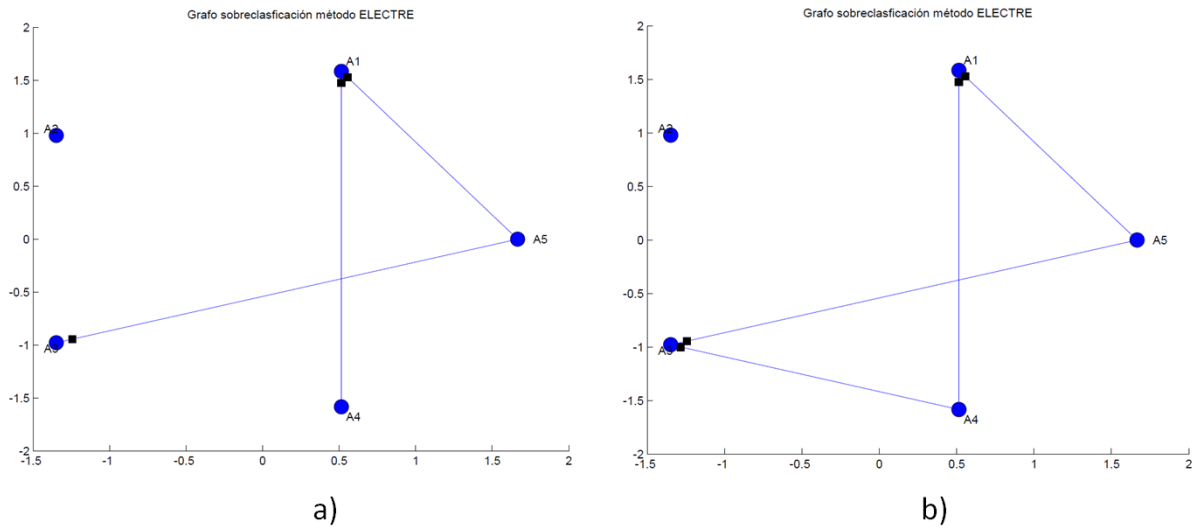


Figura 5. 28: Gráfico de sobreclasificación de [10] utilizando ELECTRE I difuso.

a) distancia de Hamming simple b) distancia de Hamming estricta

Por otra parte, utilizando los datos referentes al proyecto, tanto la ordenación parcial de ELECTRE I, como la ordenación total de ELECTRE II coinciden utilizando cualquiera de las dos interpretaciones de la distancia de Hamming.

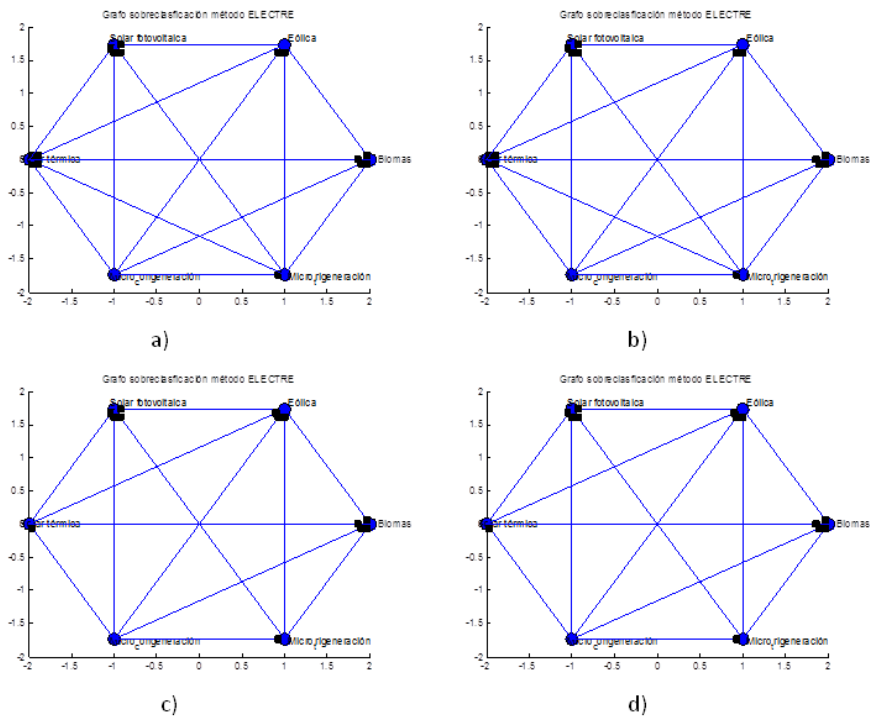


Figura 5. 29: Gráficos de sobreclasificación de los datos referentes a este proyecto.

a) ELECTRE I utilizando distancia de Hamming simple, b) ELECTRE I utilizando distancia de Hamming estricta

c) ELECTRE II utilizando distancia de Hamming simple d) ELECTRE II utilizando distancia de Hamming estricta

Por tanto, con el objetivo de ser fieles al texto de referencia, se elige por defecto la distancia de Hamming, "simple", aunque se puede pasar al cálculo estricto de dicha distancia en cualquier momento sin más que modificar un valor de entrada en el algoritmo implementado en MATLAB, tal y como se especifica en el Anexo I (apartado 3.1).

Otro problema a resolver es el cálculo de los umbrales de concordancia y discordancia difusos para la implementación del método ELECTRE II. En este caso, el problema surge de la necesidad de disponer de tres umbrales de concordancia y dos umbrales de discordancia, acordes con los datos del problema a tratar.

Si bien estos umbrales deberían ser evaluados y aportados por una comisión de expertos, nos encontramos con que en los datos de partida de este proyecto, no se ha contemplado esta necesidad.

Por otra parte, uno de los objetivos del proyecto, es la comparación de resultados con respecto a proyectos anteriores, por lo que no es posible alterar los datos de partida del proyecto.

La solución adoptada para solventar este problema es el de partir del umbral de concordancia difuso calculado en ELECTRE I como media de los índices de concordancia difusos, y de un umbral de discordancia central, calculado especialmente para ELECTRE II, como media de los índices de discordancia difusos.

De esta forma, el umbral de concordancia intermedio, se calcula para ELECTRE II, de la misma manera que en ELECTRE I, obteniendo el umbral de concordancia máximo como el umbral de concordancia medio, aumentado en un porcentaje (típicamente un 15% mayor), y el umbral de concordancia mínimo como una reducción en un porcentaje del umbral de concordancia medio (típicamente un 15% menor).

De la misma manera, el umbral o límite de discordancia débil coincidirá con el valor central calculado, mientras que el límite de discordancia fuerte, será este valor reducido en un porcentaje (típicamente un 25% menor).

Una vez resueltas estas problemáticas, los métodos ELECTRE I y II, se desarrollan tal y como se especifica en el capítulo 3, por lo que no se repetirá en este apartado la explicación de los mismos.

5.4.2- Resultados obtenidos por los métodos ELECTRE

Puesto que en este método no existe el problema de la excesiva amplitud en las valoraciones difusas, tal y como ocurría en los métodos PROMETHEE, los datos de partida para estos métodos, serán, la matriz de valoración de alternativas difusas (tablas 41 a 44), y la tabla resumen con los pesos de los criterios, utilizada en PROMETHEE (tabla 48), con la diferencia de que en este caso no utilizamos las funciones de preferencias propias del método anterior.

5.4.2.1-Resultados obtenidos aplicando ELECTRE I

Como ya se comentó, la ordenación parcial, obtenida por ELECTRE I, es la misma tanto si utilizamos la versión simplificada de la distancia de Hamming, como si utilizamos la versión estricta.

De esta forma, la ordenación parcial queda como:

1ª	Micro-cogeneración
2ª	Micro-trigeneración
3ª	Eólica
4ª	Solar termoeléctrica
Alternativas peor valoradas	Biomasa
	Solar fotovoltaica

Tabla 5. 52: : Resultados obtenidos mediante ELECTRE I difuso

Cuyo grafo de superación denota las relaciones de superación y las posibles incomparabilidades entre alternativas:

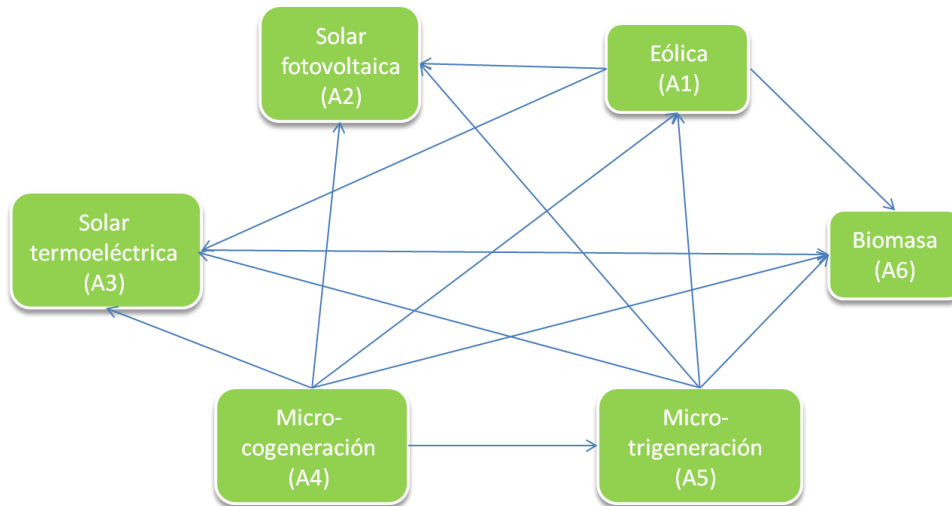


Figura 5. 30: Grafico de decisión obtenido mediante ELECTRE I

A partir de dicho grafo se desprende que, la energía de mirco-cogeneración, es la mejor valorada en este caso, y sobreclasifica al resto de alternativas. Por su parte, la micro-trigeneración, que es la segunda alternativa mejor valorada, sobreclasifica al resto de alternativas, con la excepción de la micro-cogeneración. La energía eólica sobreclasifica a las alternativas de energía solar termoeléctrica, de la biomasa y solar fotovoltaica, dominando a su vez la energía solar termoeléctrica a la energía de la biomasa y siendo incomparable con la energía solar fotovoltaica.

Finalmente, las alternativas peor valoradas, energía de la biomasa y energía solar fotovoltaica resultan ser mutuamente incomparables.

5.4.2.2- Resultados obtenidos aplicando ELECTRE II

Como se ha comentado a lo largo de este proyecto, el método ELECTRE II proporciona un preorden directo, un preorden inverso y un orden parcial total, resultado de la intersección de los dos preórdenes anteriores, los resultados son:

Ordenación directa:

Grupo 1º	Micro-cogeneración
	Solar termoeléctrica
Grupo 2º	Micro-trigeneración
Grupo 3º	Eólica
Grupo 4º	Biomasa
	Solar fotovoltaica

Tabla 5. 53: Ordenación directa obtenida mediante ELECTRE II

Ordenación inversa:

Grupo 1º	Micro-cogeneración
Grupo 2º	Micro-trigeneración
Grupo 3º	Eólica
Grupo 4º	Solar termoeléctrica
Grupo 5º	Biomasa
	Solar fotovoltaica

Tabla 5. 54: Ordenación inversa obtenida mediante ELECTRE II

Ordenación total:

La ordenación parcial de ELECTRE II, es muy similar a la ordenación parcial de ELECTRE I, con la diferencia de que se invierten las posiciones de la energía solar termoeléctrica y eólica, y que las alternativas de energía de micro-trigeneración y termoeléctrica resultan ahora incomparables.

1ª	Micro-cogeneración
2ª	Micro-trigeneración
3ª	Solar termoeléctrica
4ª	Eólica
Alternativas peor valoradas	Biomasa
	Solar fotovoltaica

Tabla 5. 55: Ordenación total obtenida mediante ELECTRE II

Con su correspondiente grafo de superación:

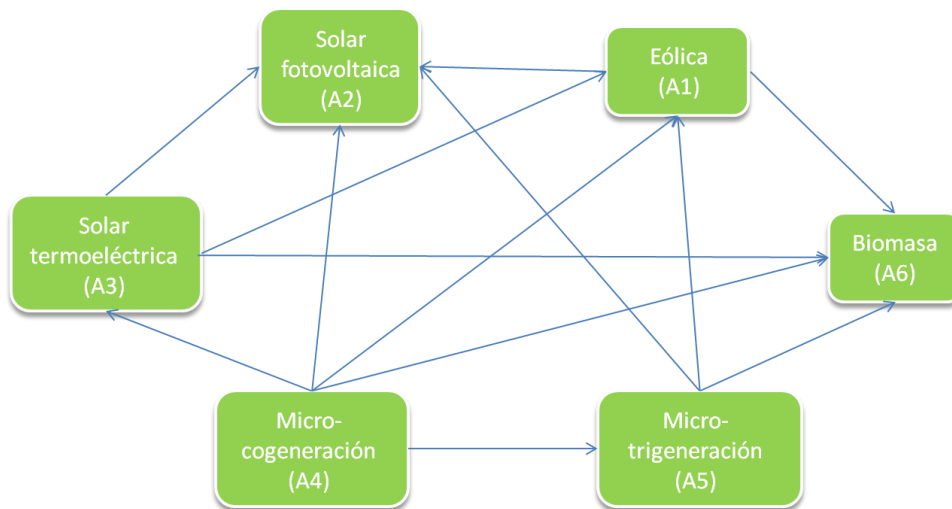


Figura 5. 31: Grafico de decisión obtenido mediante ELECTRE II

De esta forma, el grafo de superación muestra cómo la alternativa de micro-cogeneración, sobreclasifica al resto de alternativas, mientras que la alternativa de micro-trigeneración, domina a todas las alternativas, menos a la micro-cogeneración, y a la energía solar termoeléctrica, con la que resulta incomparable. Por su parte, la energía solar termoeléctrica sobreclasifica a las energías, eólica, solar fotovoltaica y de la biomasa, y a su vez la energía eólica domina a las energías solar fotovoltaica y de la biomasa, que resultan ser las peor valoradas, e incomparables entre sí.

5.5- Comparación de resultados obtenidos por los diferentes métodos

En primer lugar, se presentan en dos tablas, los resultados obtenidos por los métodos de elección (PROMETHEE I y III, ELECTRE I) y por los métodos de ordenación (PROMETHEE II y ELECTRE II).

Orden	PROMETHEE I	Orden	PROMETHEE III	Orden	ELECTRE I
1º	Micro-trigeneración	1º	Micro-trigeneración	1º	Micro-cogeneración
2º	Micro-cogeneración		Micro-cogeneración	2º	Micro-trigeneración
3º	Solar termoeléctrica	2º	Solar termoeléctrica	3º	Eólica
4º	Biomasa		Biomasa	4º	Solar termoeléctrica
5º	Eólica	3º	Eólica	5º	Biomasa
	Solar fotovoltaica		Solar fotovoltaica		Solar fotovoltaica

Tabla 5. 56: Resumen de resultados obtenidos mediante métodos de elección

Orden	PROMETHEE II	Orden	ELECTRE II
1º	Micro-trigeneración	1º	Micro-cogeneración
2º	Micro-cogeneración	2º	Micro-trigeneración
3º	Solar termoeléctrica	3º	Solar termoeléctrica
4º	Biomasa	4º	Eólica
5º	Eólica	5º	Biomasa
	Solar fotovoltaica		Solar fotovoltaica

Tabla 5. 57: Resumen de resultados obtenidos mediante métodos de ordenación

A continuación se presentan en una tabla los resultados de la aplicación de los métodos clásicos, PROMETHEE y ELECTRE, obtenidos, en [1], así como los resultados obtenidos mediante AHP difuso en [2]:

Carlos Baldasquín (Septiembre 2011)						María Jesús Mellinas (Septiembre 2012)	
Orden	PROMETHEE I	Orden	PROMETHEE II	Orden	ELECTRE I	Orden	AHP (fuzzy)
1º	Micro-cogeneración	1º	Micro-cogeneración	1º	Biomasa	1º	Micro-cogeneración
2º	Eólica	2º	Micro-trigeneración		Micro-cogeneración	2º	Micro-trigeneración
3º	Solar fotovoltaica	3º	Eólica		Solar fotovoltaica	3º	Solar fotovoltaica
4º	Solar termoeléctrica	4º	Solar fotovoltaica	2º	Eólica	4º	Biomasa
5º	Micro-trigeneración	5º	Solar termoeléctrica		Micro-trigeneración	5º	Eólica
	Biomasa	6º	Biomasa	3º	Solar termoeléctrica	6º	Solar termoeléctrica

Tabla 5. 58. : Resultados obtenidos en proyectos anteriores

Con respecto a los resultados obtenidos mediante los métodos difusos, implementados en este proyecto, se observa que dentro de cada familia de métodos, los resultados obtenidos en la clasificación de las alternativas son bastante consistentes, existiendo algunos cambios en la relación de sobreclasificación entre alternativas cuando comparamos los resultados obtenidos en las dos familias de métodos implementados con lógica difusa.

No obstante, se pueden distinguir de manera global, tres grandes grupos, que son:

Alternativas mejor valoradas	Micro-trigeneración
	Micro-cogeneración
Alternativas intermedias	Solar termoeléctrica
	Biomasa
	Eólica
Alternativas peor valoradas	Solar fotovoltaica

Tabla 5. 59: Clasificación general de las alternativas

De esta forma, y en general, los métodos de generación de energía mejor valorados son, la micro-cogeneración y la micro-trigeneración, debido a su alto grado de eficiencia y madurez tecnológica frente a las energías de origen renovable, aún a pesar de las ventajas medioambientales y de ausencia de costes de materia prima (Cap.4, aptdo. 4.4.4.2).

El hecho de que en una familia de métodos domine la micro-cogeneración frente a la micro-trigeneración, invirtiéndose esta sobreclasificación en la otra familia de métodos estudiada, indica que no se puede establecer una dominación clara entre estas dos alternativas.

La alternativa peor valorada, o dominada por el resto, resulta ser la energía solar fotovoltaica en todos los casos, ya que en la etapa de fabricación de los paneles solares, se incurre en un alto coste, tanto de material como energético. Además posee un alto nivel de emisiones de dióxido de carbono, con respecto al resto de renovables, en esta etapa de fabricación.

Comparando estos resultados con los obtenidos mediante AHP difuso en [2], se observa que existe coincidencia con respecto a las alternativas pertenecientes al grupo de las mejor valoradas, encontrándose pocas diferencias con respecto a la posición del resto de alternativas.

Una diferencia notable es que en el caso de AHP difuso, la alternativa peor valorada no es la energía solar fotovoltaica, sino la solar termoeléctrica.

Con respecto a los resultados obtenidos mediante la implementación de métodos clásicos, se encuentra en la ordenación total de PROMETHEE II la misma coincidencia con respecto al orden de las alternativas mejor valoradas. Sin embargo, un hecho notable es la subida en el ranking final de la energía solar fotovoltaica en estos métodos clásicos.

Esta diferencia en las posiciones de las alternativas, responde claramente a la aplicación del Real Decreto Ley 1/2012, en donde, la eliminación temporal de los

incentivos por producción en régimen espacial (que se ve reflejada en la variación de la valoración del criterio “ingresos”) hace que en el marco actual, la tecnología de generación fotovoltaica pierda gran parte de su atractivo.

5.6- Trabajos futuros

Durante el desarrollo de este proyecto se ha tenido la oportunidad de conocer multitud de teorías y métodos de análisis con relación directa o indirecta respecto al estudio desarrollado en este proyecto. Estos campos suscitan nuevos enfoques para estudios posteriores, especialmente al utilizar la teoría de conjuntos difusos, estando esta en desarrollo en la actualidad.

De manera inmediata surge la idea de la implementación de métodos como ELECTRE IV, o ELECTRE-TRI, utilizando lógica difusa, ya que estos métodos ofrecen una visión novedosa de los métodos de superación.

Otra posible línea de investigación podría ser el estudio de la relación entre diferentes criterios, ya que aunque se pretenden que estos sean totalmente independientes entre sí, no es posible en ciertas ocasiones conseguir dicha independencia.

Estas posibles relaciones deberían ser introducidas en los modelos matemáticos de la etapa de análisis del problema de decisión para obtener unos resultados con mayor objetividad en la aplicación de métodos de decisión.

Una premisa de este proyecto es la utilización de métodos de toma de decisión de un único decisor, sin embargo, según el entorno organizativo en el que nos movamos, las decisiones pueden ser tomadas por un grupo de decisores.

Desde este punto de vista, sería de gran interés explorar los métodos toma de decisión en grupo, implementados mediante la lógica difusa.

Índice de figuras

Figura 5. 1: Niveles jerárquicos del problema de decisión.....	381
Figura 5. 2: Función de preferencia difusa tipo I.....	403
Figura 5. 3: Función de preferencia difusa tipo II para un umbral $q = 0,4$	404
Figura 5. 4: Función de preferencia difusa tipo III para un valor de $p = 0,7$	404
Figura 5. 5: : Función de preferencia difusa tipo III modificada para los valores $m = 0,4$, $p = 0,8$ y $h = 0,6$	405
Figura 5. 6: : Función de preferencia difusa tipo IV para unos umbrales $q = 0,3$ y $p =$ $0,8$	406
Figura 5. 7: : Función de preferencia difusa tipo V para unos umbrales $p = 0,3$ y $q =$ $0,8$	407
Figura 5. 8: Función de preferencia difusa tipo VI para un valor de $s \cong 0,488$	407
Figura 5. 9: Representación del problema de toma de decisión en el plano GAIA.....	410
Figura 5. 10: Relaciones de sobreclasificación obtenidas mediante PROMETHEE I	414
Figura 5. 11: a) Eje de decisión PROMETHEE, b) Espacio de libertad del decisor	416
Figura 5. 12: Emisiones de CO ₂ , a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos	417
Figura 5. 13: Terrenos necesarios, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos	417
Figura 5. 14: Prejuicios, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos	418
Figura 5. 15: Ruido, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos	418
Figura 5. 16: Empleo generado, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos	419
Figura 5. 17: Madurez, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos	419
Figura 5. 18: Cercanía de proveedores, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos	420
Figura 5. 19: Rendimiento, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos	420
Figura 5. 20: : Disponibilidad de recursos, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos	421
Figura 5. 21: Inversión inicial, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos	421
Figura 5. 22: Coste de las materias primas, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos	422
Figura 5. 23: Pay-back, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos	422
Figura 5. 24: Ingresos, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos	423
Figura 5. 25: Costes, a) índices de Yager de los flujos netos b) flujos netos difusos...	423
Figura 5. 26: Distancia de Hamming estricta entre dos números difusos.....	426
Figura 5. 27: Área de las integrales que conforman la distancia de Hamming entre dos números difusos.....	427
Figura 5. 28: Gráfico de sobreclasificación de [10] utilizando ELECTRE I difuso.	428
Figura 5. 29: Gráficos de sobreclasificación de los datos referentes a este proyecto.	428
Figura 5. 30: Grafico de decisión obtenido mediante ELECTRE I	431
Figura 5. 31: Grafico de decisión obtenido mediante ELECTRE II	433

Índice de tablas

Tabla 5. 1 : Valoraciones nítidas para los subcriterios del criterio “medio ambiente”	376
Tabla 5. 2: Valoraciones nítidas para los subcriterios del criterio “sociedad”	376
Tabla 5. 3: Valoraciones nítidas para los subcriterios del criterio “tecnología”	377
Tabla 5. 4: Valoraciones nítidas para los subcriterios del criterio “economía”	377
Tabla 5. 5: Valoraciones nítidas modificadas para los subcriterios del criterio “economía”	378
Tabla 5. 6: Valoraciones nítidas normalizadas para los subcriterios del criterio “medio ambiente”	379
Tabla 5. 7: Valoraciones nítidas normalizadas para los subcriterios del criterio “sociedad”	379
Tabla 5. 8: Valoraciones nítidas normalizadas para los subcriterios del criterio “tecnología”	380
Tabla 5. 9: Valoraciones nítidas normalizadas para los subcriterios del criterio “economía”	381
Tabla 5. 10: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “emisiones CO2”	382
Tabla 5. 11: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “terrenos necesarios”	382
Tabla 5. 12: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “prejuicios”	382
Tabla 5. 13: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “ruido”	383
Tabla 5. 14: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “empleo generado”	383
Tabla 5. 15: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “madurez”	383
Tabla 5. 16: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “Proveedores cercanos”	384
Tabla 5. 17: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “rendimiento”	384
Tabla 5. 18: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “disponibilidad recursos”	384
Tabla 5. 19: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “inversión inicial”	385
Tabla 5. 20: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “coste de material”	385
Tabla 5. 21: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “pay-back”	385

Tabla 5. 22: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “ingresos”.....	386
Tabla 5. 23: Matriz de comparación de preferencias de las alternativas para el subcriterio “costes”	386
Tabla 5. 24: Valores nítidos de los pesos de los criterios y subcriterios	387
Tabla 5. 25: Índices de consistencia y ratios de consistencia de las matrices de comparación para el último nivel jerárquico	388
Tabla 5. 26: Valoraciones lingüísticas y conjunto difuso asociado.....	389
Tabla 5. 27: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para emisiones CO2	390
Tabla 5. 28: : Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para terrenos necesarios.....	391
Tabla 5. 29: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para prejuicios	391
Tabla 5. 30: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para ruido	391
Tabla 5. 31: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para empleo generado	392
Tabla 5. 32: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para Madurez	392
Tabla 5. 33: : Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para proveedores cercanos.....	392
Tabla 5. 34: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para rendimiento.....	393
Tabla 5. 35: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para disponibilidad de recursos	393
Tabla 5. 36: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para inversión inicial.....	393
Tabla 5. 37: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para coste de materia prima	394
Tabla 5. 38: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para pay-back	394
Tabla 5. 39: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para ingresos	394
Tabla 5. 40: Matriz de comparación de preferencias lingüísticas de las alternativas para costes	395
Tabla 5. 41: Valoraciones difusas normalizadas para los subcriterios del criterio “medio ambiente”	395
Tabla 5. 42: Valoraciones difusas normalizadas para los subcriterios del criterio “sociedad”	396
Tabla 5. 43: Valoraciones difusas normalizadas para los subcriterios del criterio “tecnología”	396
Tabla 5. 44: : Valoraciones difusas normalizadas para los subcriterios del criterio “economía”	397
Tabla 5. 45: Valores difusos de los pesos de los criterios y subcriterios.....	398

Tabla 5. 46: Índices de consistencia y ratios de consistencia de las matrices de comparación para el último nivel jerárquico	399
Tabla 5. 47: Matrices de índices de Yager de los índices de preferencia para distintas amplitudes de los valores de preferencia difusos de las alternativas	401
Tabla 5. 48. : Datos de entrada para la implementación de los métodos PROMETHEE	413
Tabla 5. 49: Resultados obtenidos con PROMETHEE I difuso	413
Tabla 5. 50: Resultados obtenidos con PROMETHEE II difuso	415
Tabla 5. 51: : Resultados obtenidos mediante PROMETHEE III.....	415
Tabla 5. 52: : Resultados obtenidos mediante ELECTRE I difuso.....	430
Tabla 5. 53: Ordenación directa obtenida mediante ELECTRE II.....	431
Tabla 5. 54: Ordenación inversa obtenida mediante ELECTRE II	432
Tabla 5. 55: Ordenación total obtenida mediante ELECTRE II	432
Tabla 5. 56: Resumen de resultados obtenidos mediante métodos de elección	433
Tabla 5. 57: Resumen de resultados obtenidos mediante métodos de ordenación ...	434
Tabla 5. 58. : Resultados obtenidos en proyectos anteriores	434
Tabla 5. 59: Clasificación general de las alternativas	435

Bibliografía

[1] Carlos Baldasquin Cáceres, “Análisis comparativo de técnicas de generación eléctrica: Aplicando métodos de relaciones de superación”, Cartagena, 2011.

[2] María Jesús Mellinas Fernández, “Análisis comparativo de técnicas de generación eléctrica: AHP y TOPSIS fuzzificado”, Cartagena, 2011.

[3] Selçuk Percin, Tuba Yakici Ayan, “” AHS VE BULANIK PROMETHEE YAKLASIMLARIYLA ESNEK ÜRETİM SİSTEMLERİ SEÇİMİ”, Marmara University, Turquía, 2010.

[4] M. Goumas, V. Lygerou, “An extension of the PROMETHEE method for decision making in fuzzy enviroment: Ranking of the alternative energy exploitation projects”, European Journal of Operational Research, 1998.

[5] M.P. Moreira, Carlos J. Dupont, Marley M. B. R. Vellasco, “PROMETHEE multicriteria methods for ranking equipment failure modes”, 2009.

[6] J. Ziolkowska, L. Simon, D. Zilberman, “Capturing uncertainties in evaluation of biofuels feedstocks: A multi-criteria approach”, congreso de la E.A.A.E, “Cambio e incertidumbre. Retos de la agricultora, comida y reservas naturales”, Zúrich, 2011.

[7] J. Jlassi, A. El Mahmedi, H. Chabchoub, "Technical note: The improvement of the performance of the emergency departamento: Application of simulation model and multiple criteria decision method ", Islamic Azad University, Teherán, 2011.

[8] <https://polimedia.upv.es/visor/?id=e9384a0c-012f-844b-9aa6-bc1a25026ffa>

[9] <http://polimedia.upv.es/visor/?id=40cde4dc-5921-6a4c-bbc0-282eb96c842c>

[10] A. Hatami-Marbini, Madjid Tavana, "An extension of the ELECTRE I method for group decision-making for a fuzzy environment".

[11] G. A. Clavijo Méndez, M. P. Enríquez Criollo, "Control lógico difuso: Modelo de control de inventario aplicado a una fábrica de producción", Escuela politécnica Nacional, Quito, 2008.

[12] <http://www.math.osu.edu/~gerlach.1/math/BVtypset/node6.html>.

Anexo I: Código MATLAB

AI.1- Introducción

En el presente anexo se detalla la estructura del código desarrollado en MATLAB, para la resolución de los métodos de toma de decisión, así como su distribución y funcionamiento. De esta forma, se detalla en primer lugar una explicación del funcionamiento del código para la resolución de los métodos PROMETHEE, seguida de una explicación similar para el caso de los métodos ELECTRE desarrollados, introduciendo finalmente el propio código desarrollado en MATLAB.

Con respecto a la bibliografía, ésta se usa de manera indistinta a la hora de desarrollar el programa a utilizar, por lo que no se puede especificar de manera concreta la aportación de cada documento en dicho desarrollo.

AI.2-Resolución de métodos PROMETHEE

En el apartado de resolución práctica del proyecto se ha calculado la clasificación de las diferentes alternativas utilizando los métodos PROMETHEE I, PROMETHEE II, PROMETHEE III y PROMETHEE-GAIA, dejando a un lado los métodos PROMETHEE IV y PROMETHEE V ya que el conjunto de alternativas que definen la problemática del proyecto, es un conjunto discreto.

AI.2.1-Datos de entrada en PROMETHEE

Para iniciar los algoritmos de clasificación de los diferentes métodos implementados, se parte de los siguientes datos:

- Número de alternativas: define el número de alternativas que aparecerán en el problema.
- Número de criterios: define el número de criterios que se toman en consideración para la sobreclasificación.
- b_{max} : es el valor máximo de borrosidad (valor máximo del soporte) de un número difuso.
- Alternativas: es una estructura de datos, que almacena en su interior los siguientes campos
 - Nombre de la alternativa
 - Valoración de la alternativa según cada criterio (número difuso triangular)

- Criterios: es una estructura de datos, que almacena en su interior los siguientes campos
 - Nombre del criterio
 - Peso del criterio (número difuso triangular)
 - Si el criterio es a maximizar o a minimizar
 - Tipo de función de preferencia a la que responde dicho criterio, según los seis tipos básicos definidos por Brans y Mareschal, más un séptimo tipo que resulta de la modificación del criterio lineal.
 - Diferentes umbrales de indiferencia, preferencia, o desviación para los distintos criterios, dependiendo del tipo de función de preferencia al que pertenezcan.
- h: define la distancia entre puntos de evaluación en el análisis de sensibilidad.
- lim_inf: define la amplitud del semi-intervalo izquierdo que posee el peso de un criterio, al ir variando el mismo, en el análisis de sensibilidad.
- lim_sup: define la amplitud del semi-intervalo derecho que posee el peso de un criterio, al ir variando el mismo, en el análisis de sensibilidad.
- Variabilidad: es un vector que define, en valor absoluto, la mayor desviación que pueden alcanzar el peso de cada criterio dentro del espacio de libertad del decisor, es decir, marca el movimiento del puntero de decisión, y de su proyección (el eje de decisión), en el plano GAIA.
- punt_refer_max: es el punto o vértice del espacio de libertad del decisor que se emplea para dibujar la proyección de dicho espacio de libertad correspondiente a las variaciones positivas.
- punt_refer_min: es el punto o vértice del espacio de libertad del decisor que se emplea para dibujar la proyección de dicho espacio de libertad correspondiente a las variaciones negativas.

La función denominada “funcion_PROMETHEE_difuso_II”, proporciona el preorden parcial de PROMETHEE I y el preorden total de PROMETHEE II, además de proporcionar la estructura de preferencias, que posteriormente utilizarán, PROMETHEE III para desarrollar su preorden parcial, y el método PROMETHEE-GAIA para representar el espacio de libertad del decisor en el plano GAIA, así como para realizar el análisis de sensibilidad del método.

AI.2.2-Métodos PROMETHEE I y PROMETHEE II

Los métodos PROMETHEE I y II, se engloban dentro de la función, “funcion_PROMETHEE_difuso_II”, como se comentó anteriormente. Estructuralmente se divide en las siguientes funciones:

- **“funcion PROMETHEE difuso II”**
 - “calculo_diferencias_difuso”
 - “calculo_preferencias_difuso”
 - i. “funcion_tipo_I_difuso”
 - ii. “funcion_tipo_II_difuso”
 - iii. “funcion_tipo_IV_difuso”
 - iv. “funcion_tipo_V_difuso”
 - v. “funcion_tipo_Vb_difuso”
 - vi. “funcion_tipo_VI_difuso”
 - “funcion_PROMETHEE_I”
 - i. “funcion_ordenacion_prometheel”
 - “funcion_PROMETHEE_II”
 - i. “funcion_ordenacion_prometheell”

En este caso, la primera función en juego es la denominada “calculo_diferencias_difuso”, que devuelve una estructura de datos con las diferencias difusas entre alternativas, para cada criterio.

La función “calculo_preferencias_difuso”, utiliza dichas diferencias para calcular en cada caso el valor de preferencia para la comparación de cada par de alternativas, según el criterio, atendiendo a si este es a maximizar o a minimizar.

La primera operación a realizar es definir el valor “s” de los criterios cuya función de preferencia sea del tipo VI como el valor de desviación para la diferencia difusa de cada par de alternativas.

Seguidamente se pregunta al decisor si prefiere un valor concreto para este parámetro “s”, introduciendo dicho valor en caso afirmativo, y manteniéndose el valor calculado en caso negativo.

Una vez calculados todos los parámetros requeridos, se calculan los valores de preferencia para las diferencias entre pares de alternativas, según cada criterio, llamando a las “funciones tipo”.

Estas funciones calculan el valor de preferencia difuso implementando las seis funciones de preferencia básicas, más una variación de la función lineal, requerida para ciertos criterios tenidos en cuenta en nuestro proyecto.

Al igual que ocurría con las diferencias, las preferencias calculadas, se almacenan en una estructura de datos, con la que posteriormente se calcularán los índices de preferencia difusos.

Estos índices de preferencia difusos, se defuzzifican utilizando el operador de Yager, ya comentado en el capítulo 3.

Una vez obtenidos los índices de Yager de los índices de preferencia, ordenados en una matriz, se utiliza dicha matriz como entrada para las funciones “funcion_PROMETHEE_I” y “funcion_PROMETHEE_II”.

De las funciones anteriores, la primera genera inicialmente los flujos entrantes y salientes, de las alternativas, almacenándolos en la estructura de entrada “alternativas”, en dos nuevos campos, denominados “flujo_entrante” y “flujo_saliente”.

De forma paralela, la función “funcion_PROMETHEE_I” genera en pantalla una matriz que denota las relaciones de sobreclasificación entre las diferentes alternativas (sobreclasificación, independencia o incomparabilidad), a partir de los flujos anteriores, y un valor numérico, que servirá de base para la creación de la ordenación parcial propia de PROMETHEE I.

La ordenación parcial de PROMETHEE I se realiza mediante la llamada a la función “funcion_ordenacion_prometheeI”. En esta función, a partir de un valor numérico previamente calculado, se localizan y ordenan las alternativas, según dicho valor, de mayor a menor, almacenándolas en una estructura denominada “ordenacion_parcial”. Al existir la posibilidad de que varias alternativas sean incomparables, la ordenación parcial permite que varias alternativas sean igualmente valoradas, por lo que las alternativas con la misma valoración numérica, son igualmente valoradas.

La función “funcion_PROMETHEE_II”, actúa de manera análoga a “funcion_PROMETHEE_I”, partiendo de la matriz de índices de Yager de los índices de preferencia, con la diferencia de que, en este caso, la ordenación de alternativas se basa en el flujo neto, siendo esta ordenación de alternativas completa (no se admite la incomparabilidad).

Al igual que en el caso anterior, se genera en pantalla una matriz con las relaciones de sobreclasificación entre las diferentes alternativas (únicamente sobreclasificación o indiferencia), así como un valor numérico que servirá de base para la ordenación completa de las alternativas.

Dicha ordenación se realiza mediante la llamada a la función “funcion_ordenacion_prometheeII”, que ordena las alternativas en una estructura

denominada “ordenacion_total”, en donde no existe la posibilidad de que dos alternativas sean igualmente valoradas.

AI.2.3 Método PROMETHEE III

El método PROMETHEE III se implementa en la función “funcion_PROMETHEE_III”, que se puede descomponer estructuralmente como:

- **“funcion PROMETHEE III”**
 - “funcion_ordenacion_prometheeIII”

Esta función sigue un planteamiento similar al utilizado en los métodos PROMETHEE I y II.

Partiendo de la matriz de índices de Yager de los índices de preferencia, se calculan los flujos netos como intervalos, tal y como se describe en el capítulo 3. En este caso, el parámetro α , se introduce en la función como “alfa” (0.15 por defecto), mientras que el parámetro σ_{α_i} , se introduce como “sigma”.

Se introducen en la estructura de entrada “alternativas”, tres nuevos campos, que definen el valor de flujo neto medio, para cada alternativa (“flujo_netoIII”), que coincide con el flujo neto calculado mediante PROMETHEE II, el valor de desviación de este flujo neto medio para cada alternativa (“sigma”), y los límites superior e inferior para dichos flujos (“limites_flujo”).

Paralelamente, se crea una matriz con las relaciones de sobreclasificación (preferencia o indiferencia), entre las distintas alternativas, además de un valor numérico, que servirá de referencia a la función “funcion_ordenacion_prometheeIII”, para establecer la ordenación parcial del método PROMETHEE III.

Dicha función genera una estructura de datos, denominada “ordenacion_parcial III”, con la ordenación final de las alternativas mediante PROMETHEE III, que posee los campos “nombre_alternativa”, “valor_numerico” y “limites_flujo”.

AI.2.4- PROMETHEE-GAIA

El análisis gráfico PROMETHEE-GAIA, así como el análisis de sensibilidad, se incluyen dentro de la función “algoritmo_gaia_difuso”, que estructuralmente se compone de las siguientes funciones:

- **“algoritmo_gaia_difuso”**
 - “ordenación_vectoresp_gaia_difuso”
 - “análisis_sensibilidad_difuso”
 - “análisis_sensibilidad_difuso2”
 - “espacio_libertad_decisor2”

El primer paso en este caso es el de la creación de los flujos netos por criterios difusos para las diferentes alternativas, almacenados en una estructura de datos, denominada “flujos_netos_criterio”.

Se calcula el índice de Yager de los flujos netos por criterio anteriores, creando una matriz (“matriz_fi”), que servirá de base para la proyección de dichos flujos en el plano GAIA.

Se calcula a continuación la matriz de covarianzas de “matriz_fi”, con dos posibles, métodos:

- Utilizando el comando “cov” en MATLAB.
- Multiplicando “matriz_fi”, por su traspuesta, lo que da como resultado una matriz proporcional a la matriz de covarianzas (Cap. 3, apartado 3.3.3.3.1)

Una vez obtenida la matriz de covarianzas, se calculan sus valores y vectores propios, utilizando el comando “eig”.

Estos autovalores y autovectores, servirán como datos de entrada de la función “ordenación_vectoresp_gaia_difuso”, la cual devuelve una matriz con los vectores propios ordenados según el orden de valores propios, de mayor a menor, una matriz con los flujos netos por criterios, ordenando las columnas que representan las valoraciones para cada criterio en la misma forma, y un vector que posee las posiciones iniciales de las columnas reordenadas.

Asociado a esta matriz de vectores propios ordenados, y a sus autovalores, se muestra en pantalla el parámetro “delta_GAIA”, que expresa el porcentaje de información retenido al pasar de un espacio n -dimensional al plano GAIA.

Como ya se comentó en el capítulo 3, se toman como ejes principales del plano GAIA, los dos vectores propios correspondientes a los dos mayores autovalores, por tanto, la representación en el plano GAIA, de las alternativas, se obtiene como

proyección de “matriz_fi”, con respecto a dichos vectores. De la misma manera, se representa el eje de decisión como la proyección del puntero de decisión (más bien el vector de índices de Yager del mismo) respecto a los vectores mencionados.

Para la representación de los criterios de decisión, se proyectan vectores unitarios con respecto a los vectores propios principales, por lo que el vector unitario que representa al criterio j corresponderá a la coordenada j de los vectores mencionados, como ya se comentó en el capítulo 3.

Para proyectar sobre el plano GAIA, el espacio de libertad del decisor, se llama a la función “espacio_libertad_decisor2”, que, partiendo del vector de índices de Yager del puntero de decisión, y del vector “variabilidad”, que contiene el rango máximo en valor absoluto dentro del cual puede variar cada criterio, genera y proyecta todos los puntos extremos posibles del puntero de decisión, uniendo estos en dos polígonos que, unidos, representa el espacio de libertad buscado.

En este caso se tiene en cuenta dos tipos de variación en el peso de los criterios, uno positivo, en el que cada criterio aumenta su peso individualmente hasta el límite marcado por la variabilidad, reduciendo el resto de criterios su peso de forma proporcional, y otro negativo, en el que se reduce el peso de dicho criterio, aumentando proporcionalmente el peso del resto de criterios.

Estos dos tipos de variación, producen sendos polígonos (azul para variaciones positivas y amarillo para variaciones negativas), de forma que obtenemos la superficie límite de todas las distribuciones posibles de los pesos de los criterios tales que su suma siempre es la unidad, y que ninguno de ellos es inferior a cero. Es decir, que la unión de estos polígonos, nos da el espacio de libertad del decisor.

Para la unión de los puntos y la generación de los dos polígonos anteriores, es necesaria la elección de dos puntos de referencia (de entre todos los puntos a unir), que se tomarán como puntos iniciales del dibujo; Uno para el polígono de variaciones positivas, y otro para el polígono de variaciones negativas.

Es de resaltar la existencia del parámetro “factor_escalas”, el cual permite ajustar la escala de los ejes principales, y la proyección de los vectores representantes de los criterios, con respecto a la proyección de las alternativas, en caso de ser necesario.

Como se dijo anteriormente, el análisis de sensibilidad se recoge en esta función. Este análisis de sensibilidad se centra en la variación del peso de un criterio, visualizando cómo se modifican las posiciones en la ordenación total de PROMETHEE II.

Existen dos versiones para la visualización de este análisis de sensibilidad en cada uno de los criterios:

- “análisis sensibilidad difuso”, que presenta en pantalla la variación de los índices de Yager de los flujos netos difusos, con respecto al índice de Yager del peso difuso “móvil” de cada criterio.
- “análisis sensibilidad difuso2”, que presenta en pantalla la variación de los propios flujos netos difusos, con respecto al índice de Yager del peso difuso “móvil” de cada criterio.

En el primer caso se obtiene una visión más clara e intuitiva de las variaciones en la ordenación total de PROMETHEE II, mientras que el segundo caso establece un rango en el cual ocurre la transición entre preferencia e indiferencia de dos alternativas, ya que al tratar con variables difusas, el cambio en la ordenación de alternativas no ocurrirá para un valor concreto del peso del criterio a variar, sino en todo un intervalo.

En un principio se barajó la posibilidad de representar en pantalla la variación de los flujos netos de las diferentes alternativas, con respecto a la variación del peso difuso de cada alternativa en concreto, sin embargo, la dificultad para la interpretación de dicha representación gráfica, hizo que finalmente se desestimara esta opción.

AI.3- Resolución de métodos ELECTRE

En el apartado de resolución práctica del proyecto, se ha realizado la clasificación de las diferentes alternativas en juego según los métodos ELECTRE I y ELECTRE II, dejando de lado el resto de métodos ELECTRE, debido a la enorme experimentalidad y restringida información existente con respecto a la implementación de estos métodos mediante variable difusa.

AI.3.1 Datos de entrada en ELECTRE

Para iniciar los algoritmos de clasificación de los métodos ELECTRE implementados, se parte de los siguientes datos:

- Número de alternativas: define el número de alternativas que aparecerán en el problema.
- Número de criterios: define el número de criterios que se toman en consideración para la sobreclasificación.
- Alternativas: es una estructura de datos, que almacena en su interior los siguientes campos
 - Nombre de la alternativa
 - Valoración de la alternativa según cada criterio (número difuso triangular)

- Criterios: es una estructura de datos, que almacena en su interior los siguientes campos
 - Nombre del criterio
 - Peso del criterio (número difuso triangular)
 - Si el criterio es a maximizar o a minimizar
- Alpha: variable simbólica que se utiliza en la integración necesaria para el cálculo de distancias de Hamming, ya comentadas en el capítulo 3.
- Hamm: valor numérico que indica si las distancias de Hamming se han calculado con el método simplificado (Hamm=0), o con el método estricto (Hamm=1).

AI.3.2- Método ELECTRE I

La función encargada de calcular la ordenación de alternativas según el método ELECTRE I, se denomina “algoritmo_electre_I” y se puede descomponer estructuralmente en el siguiente conjunto de funciones:

- **“algoritmo_electre I”**
 - “normalizacion_y_ponderacion”
 - “calculo_distancias_Hamming_simple”
 - “calculo_distancias_Hamming_detallado”
 - “calculo_matriz_indices_concordancia”
 - “calculo_matriz_concordancia_dominante_EI”
 - i. “calculo_distancias_Hamming_simple”
 - ii. “calculo_distancias_Hamming_detallado”
 - “calculo_matriz_discordancia_dominante_EI”
 - “calculo_matriz_dominancia_agregada_EI”
 - “grafo_electre_I”

Es necesario describir en primer lugar el funcionamiento de las funciones “calculo_distancias_Hamming_simple” y “calculo_distancias_Hamming_detallado”, puesto que son la base de las comparaciones entre números difusos tanto en ELECTRE I como en ELECTRE II, y por esta razón, estas funciones son llamadas por multitud de funciones durante el desarrollo de ambos métodos.

El analista puede decidir cómo implementar las distancias de Hamming, entre el método simplificado del ejemplo “An extension of the ELECTRE I method for group decision-making for a fuzzy environment” (A. Hatami-Marbini, Madjid Tavana), o el método más estricto “Control lógico difuso: Modelo de control de inventario aplicado a una fábrica de producción” (G. A. Clavijo Méndez, M. P. Enríquez Criollo), descritos en el capítulo 5, seleccionando el valor 0 ó 1, en el parámetro “Hamm”, respectivamente.

Si se elige utilizar “calculo_distancias_Hamming_simple”, esta función tiene como datos de entrada dos números difusos triangulares y la variable simbólica “alpha”.

A partir de estos datos construye dos funciones “f1” y “f2”, en la que “f1” representa la diferencia entre la parte ascendente del primer número difuso introducido y la parte ascendente del segundo número difuso, siendo “f2” una función del mismo tipo, solo que dedicada a la parte descendente de los números difusos triangulares.

Teniendo en cuenta las posiciones relativas de los valores inferiores, centrales y superiores de los números difusos, definidos como en el ejemplo del capítulo 3 (ejemplo 3.1), se determina en cada intervalo, cuál de los dos es el máximo para cada valor del grado de pertenencia (α), entre 0 y 1 y realiza la integración de las funciones “f1” y “f2”, de manera que si en un intervalo dado, por ejemplo en la zona ascendente, el primer número difuso introducido resulta ser el máximo, la distancia entre el valor máximo y dicho número difuso, será nula, mientras que si el máximo resulta ser el segundo número difuso introducido, la distancia entre el primer número difuso introducido, y el máximo, será la integral de “f1” en α entre los valores inicial y final en dicho intervalo. El mismo tratamiento se aplica al segundo número difuso introducido, con la salvedad, de que en su caso, no es necesario cambiar el signo de la función “f1” al realizar la integración. De esta forma, se calcula la distancia de Hamming, entre cada uno de los dos números difusos introducidos, y el máximo de ambos en la parte ascendente de dichos números.

Para calcular la distancia de Hamming, simple en la parte descendente de los números difusos, el planteamiento es idéntico, con la diferencia de que ahora se utiliza para la integración la función “f2”.

Una vez calculadas las distancias de Hamming de la parte ascendente y descendente para cada uno de los dos números difusos, la distancia de Hamming total, entre cada número difuso y el máximo se calcula como el valor absoluto de la resta entre la distancia obtenida en la parte ascendente y la obtenida en la parte descendente.

Si se elige utilizar “calculo_distancias_Hamming_detallado”, el planteamiento es similar, aunque es necesario tener en cuenta algunas diferencias.

Se realiza de igual manera el cálculo de las distancias de las zonas ascendentes y descendentes, sin embargo, en este caso, la distancia de Hamming total entre cada número difuso y el máximo, se calcula sumando las distancias calculadas para la zona ascendente y la descendente.

Si en un intervalo concreto, se produce el cruce entre la parte descendente de uno de los números difusos, y la parte ascendente de otro, el área comprendida entre

el valor de α para el cual se produce el cruce y 1, debe restarse de la distancia de Hamming total para el número difuso, cuya parte descendente se cruza con la parte ascendente del segundo número difuso en cuestión, ya que este valor de área, se suma en el cálculo de distancias anterior, dando distancias mayores entre números difusos, de las que realmente existen.

Tanto si se utiliza “calculo_distancias_Hamming_simple”, como “calculo_distancias_Hamming_detallado”, no se utiliza ninguna normalización, puesto que el conjunto de números difusos a comparar ha sido previamente normalizado, mediante la función “normalizacion_y_ponderacion”.

El algoritmo de resolución por el método ELECTRE I, comienza llamando a la función normalizacion_y_ponderacion”, la cual realiza en un primer paso la normalización de la matriz de decisión, almacenada en la estructura “alternativas”, por el método descrito en el capítulo 3.

Una vez normalizada la matriz de decisión, se procede a la ponderación de la valoración de las alternativas según cada criterio, realizando el producto difuso de las mismas por el peso difuso asignado a dicho criterio.

El resultado es una matriz de decisión normalizada y ponderada, a la que, para cada par de alternativas, se llamará a cualquiera de las dos funciones que realizan el cálculo de las distancias de Hamming, de forma que, si tenemos dos alternativas a_i y a_k , valoradas según un criterio c_j , la distancia entre la alternativa a_i y el máximo, para ese criterio, se almacenará la posición i, k, j de una matriz multidimensional, denominada “matriz_distancias_Hamming”, mientras que la distancia entre la alternativa a_k y el máximo, se almacenará en la posición k, i, j de dicha matriz.

El siguiente paso consiste en calcular la matriz de concordancia dominante, tal y como se explicó en el capítulo 3. De esta forma, las distancias de Hamming calculadas en el paso anterior, sirven de comparación entre las distintas alternativas.

Por tanto, teniendo en cuenta que para cada par de alternativas a_i y a_k , si la distancia de Hamming para la alternativa a_i es menor que la calculada para la alternativa a_k , entonces la alternativa a_i es mayor que a_k para un criterio en cuestión, y al contrario, si la distancia de Hamming para la alternativa a_i es mayor que la calculada para la alternativa a_k , entonces la alternativa a_i es menor que a_k para el mismo criterio.

Siguiendo este razonamiento, la función “calculo_matriz_indices_concordancia” genera una matriz, denominada “matriz_indices_concordancia”, de forma que en la posición i, j de dicha matriz se encuentra el sumatorio de los pesos difusos de los criterios para los cuales, si el criterio es a maximizar, la alternativa a_i es mayor o igual a la alternativa a_k ($d(\max(a_i, a_k), a_i) \leq d(\max(a_i, a_k), a_k)$), mientras que si el criterio es a minimizar,

la alternativa a_i es menor o igual a la alternativa a_j ($d(\max(a_i, a_k), a_i) \geq d(\max(a_i, a_k), a_k)$).

Esta función, también devuelve el límite de concordancia, como la media de los valores difusos de los índices de concordancia.

Para el cálculo de los índices de discordancia se llama a la función “calculo_indices_discordancia”, que calcula para cada par de alternativas a_i y a_k , el índice de discordancia de la sobreclasificación $a_i S a_k$, como la mayor distancia de Hamming que pertenece a un criterio de la coalición discordante respecto a dicha sobreclasificación, dividido entre la mayor distancia de Hamming, referente a la sobreclasificación mencionada, para todos los criterios, siguiendo el procedimiento explicado en el capítulo 3.

La discriminación entre criterios pertenecientes a la coalición discordante con respecto a la relación de sobreclasificación $a_i S a_k$, se realiza también en base a las distancias de Hamming, de forma que, para considerar a un criterio perteneciente a la coalición discordante, es necesario que, si el criterio es a maximizar, debe cumplirse que a_i sea menor que a_k ($d(\max(a_i, a_k), a_i) \geq d(\max(a_i, a_k), a_k)$), y si el criterio es a minimizar, debe cumplirse lo contrario ($d(\max(a_i, a_k), a_i) \leq d(\max(a_i, a_k), a_k)$).

Teniendo en cuenta todo lo anterior, la función “calculo_indices_discordancia”, devuelve una matriz denominada “matriz_indices_discordancia”, cuyos elementos son valores nítidos.

En este caso, también devuelve el límite de discordancia máximo como media de los valores de la matriz de índices de discordancia, siendo este un valor nítido.

Para calcular la matriz de concordancia dominante, se realiza una llamada a la función “calculo_matriz_concordancia_dominante_EI”.

En la posición i, k de esta matriz, denominada “matriz_concordancia_dominante”, se tiene:

- 0 si el índice de concordancia de la matriz de índices de concordancia es menor que el límite de concordancia.
- 1 si el índice de concordancia de la matriz de índices de concordancia es mayor o igual que el límite de concordancia.

Al ser números difusos, tanto los índices de concordancia, como el límite de concordancia, se realiza para cada índice de concordancia, una llamada a una de las dos funciones que realizan el cálculo de las distancias de Hamming, para comparar éste con el límite de discordancia.

El cálculo de la matriz de discordancia dominante, se llama a la función “calculo_matriz_discordancia_dominante_EI”, la cual devuelve la matriz “matriz_discordancia_dominante”, en la que cada elemento en la posición i, k , es:

- 0 si el índice de discordancia de la matriz de índices de discordancia es mayor que el límite de discordancia.
- 1 si el índice de discordancia de la matriz de índices de discordancia es menor que el límite de discordancia.

En este caso, la comparación resulta sencilla, ya que los valores a comparar son nítidos, y se puede realizar mediante operadores lógicos.

Por último, queda calcular la matriz de dominancia agregada, concordante-discordante, y el grafo de sobreclasificación, para lo cual se llama a las funciones “calculo_matriz_dominancia_agregada_EI” y “grafo_electre_I”, respectivamente.

La función “calculo_matriz_dominancia_agregada_EI”, que devuelve la matriz de dominancia agregada concordante-discordante se limita a comprobar el valor de los elementos de las matrices de concordancia dominante y discordancia dominante, de forma que si en la posición i, k de ambas matrices, se encuentra el valor 1, entonces el elemento de posición i, k de la matriz de dominancia agregada concordante-discordante, será 1, siendo 0 en cualquier otro caso.

Al igual que ocurría en los métodos PROMETHEE, en ELECTRE I, se muestra en pantalla una matriz, que da cuenta de las relaciones de sobreclasificación entre alternativas.

Para terminar con el algoritmo de resolución de ELECTRE I, se presenta en pantalla el grafo de sobreclasificación del método ELECTRE I, mediante la llamada a la función “grafo_electre_I”, que construye dicho gráfico basándose en la matriz de dominancia agregada concordante-discordante. Puede identificarse entonces claramente las alternativas que forman el núcleo (que serán las preferidas).

AI.3.3 Método ELECTRE II

El algoritmo encargado de crear la ordenación de alternativas, según el método ELECTRE II, denominada “algoritmo_electre_II”, comparte gran parte de de las funciones introducidas en “algoritmo_electre_I”, basando las comparaciones entre números difusos en sus respectivas distancias de Hamming.

Por tanto, no se repetirá el mecanismo de las funciones ya comentadas.

La función “algoritmo_electre_II”, puede descomponerse de la siguiente manera:

- **“algoritmo_electre_II”**
 - “normalizacion_y_ponderacion”
 - “calculo_distancias_Hamming_simple”
 - “calculo_distancias_Hamming_detallado”
 - “calculo_matriz_indices_concordancia”
 - “calculo_matriz_indices_discordancia_EII”
 - “comprobacion_condicion_pesos_concordantes_discordantes”
 - i. “calculo_distancias_Hamming_simple”
 - ii. “calculo_distancias_Hamming_detallado”
 - “comprobacion_condicion_no_veto”
 - i. “calculo_distancias_Hamming_simple”
 - ii. “calculo_distancias_Hamming_detallado”
 - “calculo_niveles_concordancia_EII”
 - i. “calculo_distancias_Hamming_simple”
 - ii. “calculo_distancias_Hamming_detallado”
 - “matrices_sobreclasificacion_fuerte_debil_EII”
 - “ordenacion_directo_electre_II”
 - “ordenacion_inverso_electre_II”
 - “ordenacion_total_electre_II”
 - “grafo_electre_I”

Los pasos seguidos para la ordenación de alternativas, mediante el “algoritmo_electre_II”, son los mismos que los seguidos por el “algoritmo_electre_I”, hasta el cálculo de la matriz de índices de concordancia.

A partir de aquí, la primera función en ser llamada, es la función “calculo_matriz_indices_discordancia_EII”, la cual devuelve una matriz denominada “matriz_indices_discordancia_n”, en la que cada elemento i, j , contiene el sumatorio de pesos de los criterios que forman parte de la coalición discordante con respecto a la

afirmación $a_i S a_j$, realizándose el cálculo de manera análoga a la obtención de la matriz de índices de concordancia.

Esta función devuelve también un límite de discordancia difuso como media de los índices de discordancia calculados, que utilizaremos posteriormente.

La matriz de índices de discordancia, junto con la matriz de índices de concordancia, serán los elementos de entrada de la función “comprobacion_condicion_pesos_concordantes_discordantes”, la cual devuelve una matriz denominada “matriz_verificacion_concordancia” cuyos elementos son:

- 0 si el sumatorio de pesos de la coalición discordante para la relación de sobreclasificación $a_i S a_k$ es mayor que el sumatorio de pesos de la coalición concordante.
- 1 si el sumatorio de pesos de la coalición discordante para la relación de sobreclasificación $a_i S a_k$ es menor o igual que el sumatorio de pesos de la coalición concordante.

El método ELECTRE II posee tres límites de concordancia, y dos límites de discordancia, para crear las relaciones de sobreclasificación fuerte y débil. Partiendo del límite de concordancia y del límite de discordancia difuso, calculados previamente, se calculan el resto, aumentando o disminuyendo dichos límites en un porcentaje, de forma que el límite de concordancia medio, coincide con el calculado previamente, mientras que los límites de concordancia fuerte y débil son valores difusos respectivamente aumentados y rebajados en un porcentaje. De igual manera, el límite de discordancia débil coincide con el calculado previamente, mientras que el límite de concordancia fuerte, está rebajado en un porcentaje con respecto al anterior.

El definir de esta manera los límites de concordancia y discordancia, permite realizar un análisis de sensibilidad sobre la robustez de la solución alcanzada.

A partir de los límites de discordancia obtenidos y de la matriz de decisión normalizada y ponderada, la función “comprobacion_condicion_no_veto”, devuelve las matrices “verificacion_condicion_veto_fuerte” y “verificacion_condicion_veto_debil”.

Los elementos de estas matrices son 0 si no cumplen la condición de no-veto fuerte y débil respectivamente, siendo 1 en caso contrario.

Utilizando los niveles de concordancia previamente establecidos, y la matriz de índices de concordancia, la función “calcula_niveles_concordancia_EII”, devuelve tres matrices:

- “matriz_concordancia_mayor”
- “matriz_concordancia_medio”

- "matriz_concordancia_menor"

Los elementos de estas matrices son, o bien 0, o bien 1, teniendo en cuenta que, si para la relación de sobreclasificación $a_i S a_k$, el índice de concordancia de dicha sobreclasificación, es superior o igual al límite de concordancia fuerte, el elemento i, k de "matriz_concordancia_mayor", será 1, mientras que en el resto de matrices será 0. De la misma forma, si dicho índice de concordancia es menor que el límite máximo, pero mayor o igual que el límite de concordancia medio, el elemento i, k de "matriz_concordancia_medio", será 1, siendo 0 en el resto. Lo mismo ocurre en el caso del límite de concordancia débil y la "matriz_concordancia_menor", siendo el elemento i, k de todas las matrices 0, en caso de que el índice de concordancia sea menor que el límite de concordancia débil.

Debe apuntarse, que la comparación entre números difusos efectuada por las funciones "comprobacion_condicion_pesos_concordantes_discordantes", "comprobacion_condicion_no_veto" y calculo_niveles_concordancia_EII", se basa en el cálculo de las distancias de Hamming, ya comentadas.

Una vez obtenidas las matrices de concordancia y las de verificación de concordancia-discordancia y de no-veto, la función "matrices_sobreclasificacion_fuerte_debil_EII", devuelve las matrices de sobreclasificación fuerte y débil, comentadas en el capítulo 3, denominadas "matriz_sobreclasificacion_fuerte" y "matriz_sobreclasificacion_debil"

Esta función se basa en operadores lógicos, de forma que en función de si en la posición i, k de las matrices de verificación, y de las matrices correspondientes a los distintos niveles de concordancia existe un 0 ó un 1, se establece la existencia, o no existencia de una relación de sobreclasificación fuerte o débil, simbolizada por un valor 0 ó 1 en la posición i, k de la matriz de sobreclasificación fuerte, o en la matriz de sobreclasificación débil, respectivamente.

A partir de las matrices de sobreclasificación fuerte y débil, comienza la fase de explotación del método ELECTRE II, en donde se construyen los preórdenes totales directo en inverso, y el orden parcial final, que viene acompañado de un grafo de sobreclasificación, al estilo del obtenido con el método ELECTRE I.

El algoritmo desarrollado para obtener los preórdenes completos y el orden parcial, es el expuesto en el capítulo 3, por lo que se describirá el mecanismo de las funciones, de manera somera.

Tanto la función "ordenacion_directo_electre_II", como la función "ordenacion_inverso_electre_II" se componen de un bucle que sigue los mismos pasos, con las dos excepciones siguientes:

- Para establecer el ordenamiento inverso de las alternativas, es necesario invertir el sentido de las relaciones de sobreclasificación, lo que implica trasponer las matrices de sobreclasificación fuerte y débil, y trabajar con dichas traspuestas.
- La ordenación obtenida tras aplicar el algoritmo de ordenación inversa, no es la ordenación final, sino justamente su inversa, por lo que la ordenación final en el algoritmo de ordenación inversa, se determina, invirtiendo el orden obtenido tras aplicar el algoritmo. Así, la alternativa mejor valorada (la primera en el orden final), correspondería a la alternativa que ha quedado en último lugar tras aplicar el algoritmo de ordenación, la segunda mejor alternativa correspondería a la obtenida en penúltimo lugar, etc.

En las dos funciones anteriores se parte, como ya se ha dicho, de las matrices de sobreclasificación fuerte y débil, cuyas relaciones de sobreclasificación están ordenadas, según el orden de las alternativas, y devuelve dos estructuras de datos, denominadas "orden_directo" y "orden_inverso", con los dos preórdenes de las alternativas.

Para la ordenación directa, se analiza una primera etapa la matriz de sobreclasificación fuerte, por columnas, buscando todas aquellas alternativas que no sean dominadas por otras, es decir, las alternativas cuyo orden coincida con el número de columna para el cual, dicha columna sólo posea ceros (por ejemplo, si las columnas 2 y 5 de la matriz de sobreclasificación fuerte poseen únicamente ceros, las alternativas que han sido introducidas el orden 2 y 5 a la hora de introducir los datos, serán las alternativas no dominadas por ninguna otra).

Estas alternativas forman, en esta etapa, el conjunto denominado D.

Posteriormente, se analiza la matriz de sobreclasificación débil por filas, atendiendo únicamente a las filas que corresponden a alternativas del conjunto D. En estas filas, se buscan relaciones de sobreclasificación débil entre elementos del conjunto D. Los elementos de D que posean relaciones de sobreclasificación débil, formarán el conjunto U (es decir que, si siguiendo el supuesto anterior, el conjunto D está formado por las alternativas 2 y 5, y existe un valor 1 en la posición 2; 5 de la matriz de sobreclasificación débil, en la posición 5; 2, o en ambas, las alternativas 2 y 5, forman parte del conjunto U).

Buscamos ahora dentro del conjunto U, las alternativas pertenecientes a este conjunto, que no sean dominadas por otras alternativas (también pertenecientes a U), en la matriz de sobreclasificación débil. Las alternativas que cumplan este requisito, formarán parte del conjunto B (siguiendo con el ejemplo anterior, si tenemos que en la posición 2; 5 de la matriz de sobreclasificación débil existe un valor 0, mientras que en la posición 5; 2 de dicha matriz existe un valor 1, la alternativa 2 es la alternativa

perteneciente al conjunto U , no dominada por otra alternativa perteneciente a ese conjunto, por lo que la alternativa 2 formará el conjunto B).

Una vez obtenidos los conjuntos de alternativas, D , U y B , se obtiene el conjunto $A_l = (D - U) \cup B$. Éste es el conjunto de alternativas no dominadas por otras ni fuerte ni débilmente, y es el conjunto de alternativas que ocuparán la primera posición (o la clasificación más alta), en el ordenamiento directo (en el ejemplo orientativo, el conjunto A_l sería el propio conjunto B , ya que el conjunto $D - U$ es un conjunto vacío).

Las alternativas pertenecientes a este conjunto, una vez clasificadas, se eliminan del conjunto de alternativas, por lo que las matrices de sobreclasificación fuerte y débil eliminan los elementos que se encuentren en las filas y columnas coincidentes con las alternativas del conjunto A_l , reduciendo su dimensión en dicho número (es decir, que si en nuestro ejemplo A_l está compuesto por la alternativa 2, esta alternativa, ya clasificada en el primer nivel, se elimina del problema, al igual que la fila y la columna 2 de las matrices de sobreclasificación, fuerte y débil, por lo que si en un principio dichas matrices eran de orden 5×5 , pasan a ser de orden 4×4).

Una vez realizada dicha operación, se repiten los mismos pasos hasta ordenar todas las alternativas en sus correspondientes categorías. Por tanto, se continúan las iteraciones hasta que no queden alternativas por clasificar.

Por último, hay que destacar dos aspectos interesantes. Lo primero que se debe tener en cuenta, es que el orden de las relaciones de sobreclasificación sólo coincide con el orden en el que se introdujeron las alternativas en los datos de entrada del problema en el primer paso, por lo que se crea un vector dinámico que conecta los elementos de las matrices de sobreclasificación fuerte y débil, con las alternativas, que aún no han sido clasificadas en cada etapa del algoritmo.

El segundo aspecto a tener en cuenta, es que se introducen una serie de condiciones que disparan una variable llamada "cond_bucle", que finaliza el bucle del algoritmo, bien porque ha finalizado, bien porque existe un error que generaría un bucle infinito.

Como ya se ha comentado, el algoritmo de ordenación inversa es el mismo, a excepción de los dos aspectos mencionados en este apartado, por lo que no se repetirá la explicación.

El orden parcial final se obtiene de la función "ordenacion_total_electre_II", que devuelve una matriz de sobreclasificación basada en el orden parcial fina, denominada "matriz_sobreclasificacion_total", y muestra en pantalla las relaciones de sobreclasificación, al estilo de el método ELECTRE I, y los métodos PROMETHEE.

Dicho orden parcial, se desarrolla en base a las premisas comentadas en el capítulo 3, de forma que la función se basa en una serie de condicionales lógicos, que comparan el orden de cada alternativa, en los preórdenes totales anteriormente calculados.

Finalmente, la matriz de sobreclasificación del orden parcial final, se utiliza como entrada de la función “grafo_electre_I”, que muestra en pantalla el grafo con las relaciones de sobreclasificación propias de ELECTRE II.

AI.4-Código desarrollado en MATLAB para métodos PROMETHEE

AI.4.1 Función: “funcion_PROMETHEE_difuso_II”

```
function
[ordenacion_parcial,ordenacion_total,alternativas,criterios,estructura
_preferencias,estructura_diferencias,matriz_indices_preferencia,array_
comparacion,array_comparacionII]=funcion_PROMETHEE_difuso_II(num_alter
nativas,num_criterios,alternativas,criterios)

%calculo las diferencias difusas%
[estructura_diferencias]=calculo_diferencias_difuso(num_alternativas,n
um_criterios,alternativas);

%calculo las preferencias difusas %
[estructura_preferencias,criterios]=calculo_preferencias_difuso(num_al
ternativas,num_criterios,criterios,estructura_diferencias);

% calculamos los índices de Yager de los índices de
preferencia,calculados%
%a partir de preferencias difusas %

matriz_indices_interm=zeros(num_alternativas,num_alternativas);
k=zeros(num_criterios,3);

for cont4=1:1:num_criterios
    [k(cont4,:)]=deal(criterios(cont4).peso_criterio);
end

%disp('k');
%disp(k);

for cont1=1:1:num_alternativas
    for cont2=1:1:num_alternativas
```

```

matriz_inicial=deal(estructura_preferencias(cont2,cont1).preferencia_s
egun_criterio);
    %disp('matriz inicial');
    %disp(matriz_inicial);

    for cont3=1:1:num_criterios

        a=matriz_inicial(cont3,1);
        m=matriz_inicial(cont3,2);
        b=matriz_inicial(cont3,3);

        c=k(cont3,1);
        n=k(cont3,2);
        d=k(cont3,3);

        if n>=0 && m>=0

            elem_menor=c*m+a*n;
            elem_medio=m*n;
            elem_mayor= d*m+b*n;

        else if n>=0 && m<0

            elem_menor=a*n-d*m;
            elem_medio=m*n;
            elem_mayor= b*n-c*m;

        else if n<0 && m<0

            elem_menor=-b*n-d*m;
            elem_medio=m*n;
            elem_mayor= -a*n-c*m;

        end
    end
end

matriz_intermedia(cont3,:)= [elem_menor,elem_medio,elem_mayor];

    end

estructura_indices_preferencia(cont1,cont2).indice_preferencia=(sum(ma
triz_intermedia));

a1=estructura_indices_preferencia(cont1,cont2).indice_preferencia(1);
m1=estructura_indices_preferencia(cont1,cont2).indice_preferencia(2);
b1=estructura_indices_preferencia(cont1,cont2).indice_preferencia(3);

matriz_indices_interm(cont1,cont2)=(3*m1-a1+b1)/3;

    end
end

```

```

matriz_indices_preferencia=(matriz_indices_interm. ');

for cont3=1:1:num_alternativas

    matriz_indices_preferencia(cont3,cont3)=0;

end

disp('matriz de indices de preferencia');
disp(matriz_indices_preferencia);

% calculo los flujos entrantes, salientes y netos de las alternativas%

[ordenacion_parcial,array_comparacion,alternativas]=
funcion_PROMETHEE_I
(num_alternativas,alternativas,matriz_indices_preferencia);
[ordenacion_total,array_comparacionII,alternativas]=
funcion_PROMETHEE_II
(num_alternativas,alternativas,matriz_indices_preferencia);

clear cont1
clear cont2
clear a
clear m
clear b
clear n
clear c
clear d
clear a1
clear m1
clear b1

clear matriz_inicial
clear matriz_intermedia
clear matriz_indices_interm
clear vect_interm
clear indice_Yager
clear k
clear k2

end

```

AI.4.1.1 Función: "calculo_diferencias_difuso"

```
function
[estructura_diferencias]=calculo_diferencias_difuso(num_alternativas,n
um_criterios,alternativas)

% calculo las diferencias difusas%

for cont1=1:1:num_alternativas
    for cont2=1:1:num_alternativas
        for cont3=1:1:num_criterios

            if cont1==cont2

                elem_inic=0;
                elem_cent=0;
                elem_fin=0;

                estructura_diferencias(cont1,cont2).diferencia_segun_criterio(cont3,:)
                =[elem_inic,elem_cent,elem_fin];

            else

                elem_inic=alternativas(1,cont1).valor_segun_criterio(cont3,1)+alternat
                ivas(1,cont2).valor_segun_criterio(cont3,3);

                elem_cent=alternativas(1,cont1).valor_segun_criterio(cont3,2)-
                alternativas(1,cont2).valor_segun_criterio(cont3,2);

                elem_fin=alternativas(1,cont1).valor_segun_criterio(cont3,3)+alternati
                vas(1,cont2).valor_segun_criterio(cont3,1);

                estructura_diferencias(cont1,cont2).diferencia_segun_criterio(cont3,:)
                =[elem_inic,elem_cent,elem_fin];

                end
                clear elem_inic
                clear elem_cent
                clear elem_fin

            end
        end
    end

end

%disp('estructura de diferencias')

%for cont4=1:1:num_alternativas

    %disp(estructura_diferencias(cont4));

end
```

AI.4.1.2 Función: “calculo_preferencias_difuso”

```
function
[estructura_preferencias,criterios]=calculo_preferencias_difuso(num_al
ternativas,num_criterios,criterios,estructura_diferencias)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% Calculamos desviaciones solo para el caso en que la función de
% preferencia a usar sea del tipo VI
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%

for cont1=1:1:num_criterios
    for cont2=1:1:num_alternativas
        for cont3=1:1:num_alternativas
            for cont4=1:1:num_criterios

                if strcmp(criterios(cont4).tipo,'VI')==1

                    vect_difuso=deal(estructura_diferencias(cont2,cont3).diferencia_segun_
                    criterio(cont4,:));

                    estructura_desviacion(cont2,cont4).desviac(cont3)=std(vect_difuso,0,2)
                    ;

                    else

                    estructura_desviacion(cont2,cont4).desviac(cont3)=0;

                    end

                end

            end

        end

    end

end

for cont9=1:1:num_alternativas
    for cont10=1:1:num_criterios
        for cont11=1:1:num_alternativas
```

```

        vect_inicial(cont11)=
estructura_desviacion(cont9,cont10).desviac(cont11);

        end
        % matriz_desviac(cont9,cont10)=max(vect_inicial);
matriz_desviac(cont9,cont10)=mean(vect_inicial);

    end

end

for cont12=1:1:num_criterios

    vect_final=matriz_desviac(:,cont12);
    criterios(cont12).desviac_s= max(vect_final);

end

for cont8=1:1:num_criterios

    if strcmp(criterios(cont8).tipo, 'VI')

        disp(criterios(cont8).nombre_criterio);

        elecc=input('desea introducir un valor concreto para el
parámetro s del criterio y/n ? ','s');

        if strcmp(elecc, 'y')==1

            desv_med= input('escriba desviación para el criterio ');

            criterios(cont8).desviac_s = desv_med;

        else

            end

        else

            end

    end

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

for cont5=1:1:num_alternativas
    for cont6=1:1:num_alternativas
        for cont7=1:1:num_criterios

```



```

caract_1=criterios(cont7).maximizar_minimizar;
caract_2=criterios(cont7).q;
caract_3=criterios(cont7).p;
caract_5=criterios(cont7).desviac_s;
caract_8=criterios(cont7).m;
caract_9=criterios(cont7).h;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

caract_4=estructura_diferencias(cont5,cont6).diferencia_segun_criterio
(cont7,2);

```

```

    if strcmp(caract_1,'minimizar')==1

```

```

caract_6=estructura_diferencias(cont5,cont6).diferencia_segun_criterio
(cont7,2)+estructura_diferencias(cont5,cont6).diferencia_segun_criterio
(cont7,3);

```

```

caract_7=estructura_diferencias(cont5,cont6).diferencia_segun_criterio
(cont7,2)-
estructura_diferencias(cont5,cont6).diferencia_segun_criterio(cont7,1)
;

```

```

    else if strcmp(caract_1,'maximizar')==1

```

```

caract_6=estructura_diferencias(cont5,cont6).diferencia_segun_criterio
(cont7,2)-
estructura_diferencias(cont5,cont6).diferencia_segun_criterio(cont7,1)
;

```

```

caract_7=estructura_diferencias(cont5,cont6).diferencia_segun_criterio
(cont7,2)+estructura_diferencias(cont5,cont6).diferencia_segun_criterio
(cont7,3);

```

```

        else
            disp('error en maximizar_minimizar');
        end
    end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

a=estructura_diferencias(cont5,cont6).diferencia_segun_criterio(cont7,
1);

```

```

m=estructura_diferencias(cont5,cont6).diferencia_segun_criterio(cont7,
2);

```

```

b=estructura_diferencias(cont5,cont6).diferencia_segun_criterio(cont7,
3);

```

```

switch(criterios(cont7).tipo)

    case('I')

[elem_menor,elem_medio,elem_mayor]=funcion_tipo_I_difuso(caract_1,a,m,
b);

        %[elem_menor]= funcion_tipo_I(caract_1,caract_6);
        %[elem_medio]= funcion_tipo_I(caract_1,caract_4);
        %[elem_mayor]= funcion_tipo_I(caract_1,caract_7);

estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,
1)=elem_menor;

estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,
2)=elem_medio;

estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,
3)=elem_mayor;

    case('II')

[elem_menor,elem_medio,elem_mayor]=funcion_tipo_II_difuso(caract_1,car
act_2,a,m,b);

estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,
1)=elem_menor;

estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,
2)=elem_medio;

estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,
3)=elem_mayor;

    case('III')

[elem_menor,elem_medio,elem_mayor]=funcion_tipo_V_difuso(caract_1,carac
t_2,caract_3,caract_4,caract_6,caract_7);

estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,
1)=elem_menor;

estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,
2)=elem_medio;

estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,
3)=elem_mayor;

```

```
case ('IV')
```

```
[elem_menor,elem_medio,elem_mayor]=funcion_tipo_IV_difuso(caract_1,caract_2,caract_3,caract_6,caract_7);
```

```
estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,1)=elem_menor;
```

```
estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,2)=elem_medio;
```

```
estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,3)=elem_mayor;
```

```
case ('V')
```

```
[elem_menor,elem_medio,elem_mayor]=funcion_tipo_V_difuso(caract_1,caract_2,caract_3,caract_4,caract_6,caract_7);
```

```
estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,1)=elem_menor;
```

```
estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,2)=elem_medio;
```

```
estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,3)=elem_mayor;
```

```
case ('Vb')
```

```
[elem_menor,elem_medio,elem_mayor]=funcion_tipo_Vb_difuso(caract_1,caract_3,caract_4,caract_6,caract_7,caract_8,caract_9);
```

```
estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,1)=elem_menor;
```

```
estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,2)=elem_medio;
```

```
estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,3)=elem_mayor;
```

```
case ('VI')
```

```
[elem_menor,elem_medio,elem_mayor]=funcion_tipo_VI_difuso(caract_1,caract_4,caract_6,caract_7,caract_5);
```

```

estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,
1)=elem_menor;

estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,
2)=elem_medio;

estructura_preferencias(cont5,cont6).preferencia_segun_criterio(cont7,
3)=elem_mayor;

        otherwise
            disp('error. Tipo de función no esperada');

        end

clear elem_menor
clear elem_medio
clear elem_mayor

clear caract_1
clear caract_2
clear caract_3
clear caract_4

    end
end
end

clear cont1
clear cont2
clear cont3
clear cont4
clear cont5
clear cont6
clear cont7
clear cont8
clear cont9
clear cont10
clear cont11
clear cont12

clear estructura_desviacion
clear vect_inicial
clear vect_final
clear matriz_desviac

clear a
clear m
clear b

end

```

AI.4.1.2.1 Función: "funcion_tipo_I_difuso"

```
function [elem_menor,elem_medio,elem_mayor] =
funcion_tipo_I_difuso(caract_1,a,m,b)

caract_4=(3*m -a+b)/3;

% Esta función de preferencia devuelve el valor 1, o preferencia total
%
% entre dos alternativas si la diferencia entre ellas es, en valor
%
% absoluto% ,mayor que 0
%
if strcmpi(caract_1,'maximizar')==1
    if caract_4>0

        elem_menor=0;
        elem_medio=1;
        elem_mayor=0;

    else

        elem_menor=0;
        elem_medio=0;
        elem_mayor=0;

    end
else if strcmpi(caract_1,'minimizar')==1;

    if caract_4<=0

        elem_menor=0;
        elem_medio=1;
        elem_mayor=0;

    else

        elem_menor=0;
        elem_medio=0;
        elem_mayor=0;

    end
end
end
end
```

AI.4.1.2.2 Función: "funcion_tipo_II_difuso"

```
function
[elem_menor,elem_medio,elem_mayor]=funcion_tipo_II_difuso(caract_1,car
act_2,a,m,b)

caract_4=(3*m -a+b)/3;

%%% En esta función de preferencia se asigna el valor 1 si la
diferencia%%%
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%supera el valor umbral de indiferencia
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
if strcmpi(caract_1,'maximizar')==1
    if caract_4>=0
        if abs(caract_4)>abs(caract_2)

            elem_menor=0;
            elem_medio=1;
            elem_mayor=0;

        else if abs(caract_4)<=abs(caract_2)

            elem_menor=0;
            elem_medio=0;
            elem_mayor=0;

        end
    end

    else if caract_4<0

        elem_menor=0;
        elem_medio=0;
        elem_mayor=0;

    end
end
else if strcmpi(caract_1,'minimizar')==1;
    if caract_4<=0
        if abs(caract_4)>abs(caract_2)

            elem_menor=0;
            elem_medio=1;
            elem_mayor=0;

        else if abs(caract_4)<=abs(caract_2)

            elem_menor=0;
            elem_medio=0;
            elem_mayor=0;

        end
    end

    else if caract_4>0

        elem_menor=0;
        elem_medio=0;
        elem_mayor=0;

    end
end
end
end
end
```

AI.4.1.2.3 Función: "funcion_tipo_IV_difuso"

```
function
[elem_menor,elem_medio,elem_mayor]=funcion_tipo_IV_difuso(caract_1,car
act_2,caract_3,caract_6,caract_7)

% Esta función tiene la misma estructura que el criterio de
preferencia %
%tipo V, solo que si nos encontramos dentro del rango
(caract_2,caract_3)%
%el valor de preferencia siempre es 0.5%

if strcmpi(caract_1,'maximizar')==1

    if (caract_6)>=(caract_2)
        if (caract_7)<=(caract_3)

            a=0.5;
            b=0.5;
            c=0.5;

            elem_menor=b-a;
            elem_medio=b;
            elem_mayor=c-b;

        else if (caract_7)>(caract_3)

            elem_menor=0;
            elem_medio=1;
            elem_mayor=0;

        end
    end
    else if (caract_6)<(caract_2)

        elem_menor=0;
        elem_medio=0;
        elem_mayor=0;

    end

end

else if strcmpi(caract_1,'minimizar')==1;

    if (caract_6)<=-(caract_2)
        if (caract_7)>=-abs(caract_3)

            a=0.5;
            b=0.5;
            c=0.5;

            elem_menor=b-a;
            elem_medio=b;
            elem_mayor=c-b;

        end
    end
end
```

```

else if (caract_7)<-abs(caract_3)

    elem_menor=0;
    elem_medio=1;
    elem_mayor=0;

end

end

else if (caract_6)>-abs(caract_2)

    elem_menor=0;
    elem_medio=0;
    elem_mayor=0;

end

end

end

clear a
clear b
clear c

end

```

AI.4.1.2.3 Función: “funcion_tipo_V_difuso”

```

function
[elem_menor,elem_medio,elem_mayor]=funcion_tipo_V_difuso(caract_1,caract_2,caract_3,caract_4,caract_6,caract_7)

```

```

% Esta función también es válida para criterios del tipo III ya que %
% su única diferencia con las de tipo V es que en III es q=0
%

```

```

if strcmpi(caract_1,'maximizar')==1
    if caract_6 >=0
        if abs(caract_6)>=abs(caract_2)
            if abs(caract_7)<=abs(caract_3)

                a=(caract_6-caract_2)/(caract_3-caract_2);
                b=(caract_4-caract_2)/(caract_3-caract_2);
                c=(caract_7-caract_2)/(caract_3-caract_2);

                elem_menor=b-a;
                elem_medio=b;
                elem_mayor=c-b;

            else if abs(caract_7)>abs(caract_3)

                elem_menor=0;

```



```

        elem_medio=1;
        elem_mayor=0;

    end
end
else if abs(caract_6)<abs(caract_2)

    elem_menor=0;
    elem_medio=0;
    elem_mayor=0;

    end

end
else if caract_6<0

    elem_menor=0;
    elem_medio=0;
    elem_mayor=0;

    end
end
else if strcmpi(caract_1,'minimizar')==1;
if caract_6 <=0
    if abs(caract_6)>=abs(caract_2)
        if abs(caract_7)<=abs(caract_3)

            a=(abs(caract_6)-caract_2)/(caract_3-caract_2);
            b=(abs(caract_4)-caract_2)/(caract_3-caract_2);
            c=(abs(caract_7)-caract_2)/(caract_3-caract_2);

            elem_menor=b-a;
            elem_medio=b;
            elem_mayor=c-b;

        else if abs(caract_7)>abs(caract_3)

            elem_menor=0;
            elem_medio=1;
            elem_mayor=0;

        end
    end

    else if abs(caract_6)<abs(caract_2)

        elem_menor=0;
        elem_medio=0;
        elem_mayor=0;

        end
    end
end
else if caract_6>0

    elem_menor=0;
    elem_medio=0;

```

```

        elem_mayor=0;

    end
end
end
end

clear a
clear b
clear c
end

```

AI.4.1.2.4 Función: "funcion_tipo_Vb_difuso"

```

function
[elem_menor,elem_medio,elem_mayor]=funcion_tipo_Vb_difuso(caract_1,caract_3,caract_4,caract_6,caract_7,caract_8,caract_9)

```

```

% Esta función es una modificación de la función tipo III que
introduce una %
% doble pendiente %

```

```

if strcmpi(caract_1,'maximizar')==1
    if caract_6 >=0
        if abs(caract_6)>=abs(caract_8)
            if abs(caract_7)<=abs(caract_3)

                a=((caract_6-caract_8)/(caract_3-caract_8))*(1-
caract_9);
                b=((caract_4-caract_8)/(caract_3-caract_8))*(1-
caract_9)+caract_9;
                c=((caract_7-caract_8)/(caract_3-caract_8))*(1-
caract_9);

                elem_menor=b-a;
                elem_medio=b;
                elem_mayor=c-b;

            else if abs(caract_7)>abs(caract_3)

                elem_menor=0;
                elem_medio=1;
                elem_mayor=0;

            end
        end
    else if abs(caract_6)<abs(caract_8)

        a=((caract_6-caract_8)/(caract_8))*(caract_9);
        b=((caract_4-caract_8)/(caract_8))*(caract_9);
        c=((caract_7-caract_8)/(caract_8))*(caract_9);

        elem_menor=b-a;
    end
end
end
end

```

```

        elem_medio=b;
        elem_mayor=c-b;

        end

    end
else if caract_6<0

        elem_menor=0;
        elem_medio=0;
        elem_mayor=0;

    end

end
else if strcmpi(caract_1,'minimizar')==1;
    if caract_6 <=0
        if abs(caract_6)>=abs(caract_8)
            if abs(caract_7)<=abs(caract_3)

                a=abs(((caract_6-caract_8)/(caract_3-caract_8)))*(1-
caract_9);
                b=abs(((caract_4-caract_8)/(caract_3-caract_8)))*(1-
caract_9)+caract_9;
                c=abs(((caract_7-caract_8)/(caract_3-caract_8)))*(1-
caract_9);

                elem_menor=b-a;
                elem_medio=b;
                elem_mayor=c-b;

            else if abs(caract_7)>abs(caract_3)

                elem_menor=0;
                elem_medio=1;
                elem_mayor=0;

            end

        end

    else if abs(caract_6)<abs(caract_8)

        a=abs(((caract_6-caract_8)/(caract_8)))*(caract_9);
        b=abs(((caract_4-caract_8)/(caract_8)))*(caract_9);
        c=abs(((caract_7-caract_8)/(caract_8)))*(caract_9);

        elem_menor=b-a;
        elem_medio=b;
        elem_mayor=c-b;

    end

end
else if caract_6>0

        elem_menor=0;
        elem_medio=0;
        elem_mayor=0;

```

```

        end
    end
end
end
end

```

```

clear a
clear b
clear c
end

```

AI.4.1.2.4 Función: "funcion_tipo_VI_difuso"

```

function
[elem_menor,elem_medio,elem_mayor]=funcion_tipo_VI_difuso(caract_1,car
act_4,caract_6,caract_7,caract_5)
if strcmpi(caract_1,'maximizar')==1
    a1=caract_4-caract_6;
    m1=caract_4;
    b1=caract_7-caract_4;

    if caract_6>=0
        % lo primero que hacemos es calcular el cuadrado de la
diferencia
        % difusa en valor absoluto

        dl2=2*abs(a1)*abs(m1);
        dm2=abs(m1)*abs(m1);
        du2=2*abs(m1)*abs(b1);

        a=1-exp(-abs(dm2-dl2)/(2*(abs(caract_5))^2));
        b=1-exp(-abs(dm2)/(2*(abs(caract_5))^2));
        c=1-exp(-abs(du2+dm2)/(2*(abs(caract_5))^2));

        elem_menor=b-a;
        elem_medio=b;
        elem_mayor=c-b;

    else if caract_6<0

        elem_menor=0;
        elem_medio=0;
        elem_mayor=0;

    end
end
else if strcmpi(caract_1,'minimizar')==1;

    a1=caract_4-caract_7;
    m1=caract_4;
    b1=caract_6-caract_4;

    if caract_6<=0

        % lo primero que hacemos es calcular el cuadrado de la
diferencia

```

```

% difusa en valor absoluto

dl2=2*abs(a1)*abs(m1);
dm2=abs(m1)*abs(m1);
du2=2*abs(m1)*abs(b1);

a=1-exp(-abs(du2+dm2)/(2*(abs(caract_5))^2));
b=1-exp(-abs(dm2)/(2*(abs(caract_5))^2));
c=1-exp(-abs(dm2-dl2)/(2*(abs(caract_5))^2));

elem_menor=b-a;
elem_medio=b;
elem_mayor=c-b;

else if caract_6>0

elem_menor=0;
elem_medio=0;
elem_mayor=0;

end
end
end
clear a
clear b
clear c
end

```

AI.4.1.3 Función: "funcion_PROMETHEE_I"

```

function [ordenacion_parcial,array_comparacion,alternativas]=
funcion_PROMETHEE_I
(num_alternativas,alternativas,matriz_indices_preferencia)

% Esta función genera la clasificación parcial propia del método de
%
%***** superación PROMETHEE I
%*****

cont1=0;
cont2=0;
cont3=0;
cont4=0;
cont5=0;
cont6=0;
cont7=0;

format long

escalar=ones(1,num_alternativas);
Y1=zeros(1,num_alternativas);
Y2=zeros(1,num_alternativas);
Y3=zeros(1,num_alternativas);

mens1='nada';

```

```

mens2='nada';
mens3='nada';

matriz_valoracion_orden=zeros(num_alternativas,num_alternativas);
array_comparacion{num_alternativas}=[];

% Generamos los valores de flujos entrante y saliente,y los
almacenamos de%
%%%%%%%%%% manera ordenada en la estructura alternativas
%%%%%%%%%%

for cont1=1:1:num_alternativas
    for cont2=1:1:num_alternativas
        Y1(cont2)=matriz_indices_preferencia(cont1,cont2);
        Y2(cont2)=matriz_indices_preferencia(cont2,cont1);
    end

alternativas(cont1).flujo_saliente=(escalar*(Y1'))/(num_alternativas-1);

alternativas(cont1).flujo_entrante=(escalar*(Y2'))/(num_alternativas-1);

    clear Y1
    clear Y2
end

for cont3=1:1:num_alternativas
    for cont4=1:1:num_alternativas

        if alternativas(cont3).flujo_saliente >
alternativas(cont4).flujo_saliente
            if alternativas(cont3).flujo_entrante <
alternativas(cont4).flujo_entrante

                matriz_valoracion_orden(cont3,cont4)=1;

                mens1={num2str(cont3)};
                mens2={'prefiere'};
                mens3={num2str(cont4)};

array_comparacion(cont3,cont4)=strcat(mens1,mens2,mens3);

                end

            else if alternativas(cont3).flujo_saliente <
alternativas(cont4).flujo_saliente
                if alternativas(cont3).flujo_entrante >
alternativas(cont4).flujo_entrante

                    matriz_valoracion_orden(cont3,cont4)=0;

                    mens1={num2str(cont4)};
                    mens2={'prefiere'};

```

```

        mens3={num2str(cont3)};

array_comparacion(cont3,cont4)=strcat(mens1,mens2,mens3);

        end

        else if alternativas(cont3).flujo_saliente ==
alternativas(cont4).flujo_saliente
            if alternativas(cont3).flujo_entrante
==alternativas(cont4).flujo_entrante

                matriz_valoracion_orden(cont3,cont4)=0.5;

                mens1={num2str(cont3)};
                mens2={'indiferente'};
                mens3={num2str(cont4)};

array_comparacion(cont3,cont4)=strcat(mens1,mens2,mens3);

                end

                else if alternativas(cont3).flujo_saliente <
alternativas(cont4).flujo_saliente
                    if alternativas(cont3).flujo_entrante <=
alternativas(cont4).flujo_entrante

                        matriz_valoracion_orden(cont3,cont4)=0;

                        mens1={num2str(cont3)};
                        mens2={'incomparable'};
                        mens3={num2str(cont4)};

array_comparacion(cont3,cont4)=strcat(mens1,mens2,mens3);

                        end

                        else if alternativas(cont3).flujo_saliente >
alternativas(cont4).flujo_saliente
                            if alternativas(cont3).flujo_entrante >=
alternativas(cont4).flujo_entrante

                                matriz_valoracion_orden(cont3,cont4)=0;

                                mens1={num2str(cont3)};
                                mens2={'incomparable'};
                                mens3={num2str(cont4)};

array_comparacion(cont3,cont4)=strcat(mens1,mens2,mens3);

                                end
                            end
                        end
                    end
                end
            end
        end
    end
end

```

```

    end
end

for cont5=1:1:num_alternativas
    for cont6=1:1:num_alternativas

        Y3(1,cont6)=matriz_valoracion_orden(cont5,cont6);

        end
        ordenacion_parcial_intermedio(cont5).valor_numerico=escalar*(Y3');

ordenacion_parcial_intermedio(cont5).nombre_alternativa=alternativas(cont5).nombre_alternativa;

ordenacion_parcial_intermedio(cont5).flujo_saliente=alternativas(cont5).flujo_saliente;

ordenacion_parcial_intermedio(cont5).flujo_entrante=alternativas(cont5).flujo_entrante;

        %disp(ordenacion_parcial_intermedio(cont5).nombre_alternativa);
        %disp(ordenacion_parcial_intermedio(cont5).valor_numerico);

end

%%%%%%%%%      Esta función genera el ranking parcial de PROMETHEE I
%%%%%%%%%

[ordenacion_parcial]=funcion_ordenacion_prometheeI(num_alternativas,ordenacion_parcial_intermedio);

clear cont1
clear cont2
clear cont3
clear cont4
clear cont5
clear cont6
clear cont7
clear mens1
clear mens2
clear mens3
clear escalar
end

```


AI.4.1.3.1 Función: "funcion_ordenacion_prometheeI"

```
function [ordenacion_parcial]=
funcion_ordenacion_prometheeI(num_alternativas,ordenacion_parcial_intermedio)

cont7=0;
cont8=0;
cont9=0;
cont10=0;
cont11=0;

vector_valores_ordenado=zeros(1,num_alternativas);
ordenacion_parcial=struct('valor_numerico', {}, 'nombre_alternativa', {},
'flujo_saliente', {}, 'flujo_entrante', {});

valores_clasificacion=zeros(1,num_alternativas);

for cont8=1:1:num_alternativas

valores_clasificacion(1,cont8)=ordenacion_parcial_intermedio(cont8).valor_numerico;

end

valores_clasificacion_intermedio=valores_clasificacion;

for cont9=1:1:num_alternativas

valor_maximo=max(valores_clasificacion_intermedio);

vector_valores_ordenado(1,cont9)=valor_maximo;

[inutil1, indice_maximo, inutil2]=find(valores_clasificacion_intermedio==valor_maximo,1, 'first');

valores_clasificacion_intermedio(inutil1, indice_maximo)=0;

indice_permutacion(1,cont9)=indice_maximo;

end

for cont11=1:1:num_alternativas
```

```
ordenacion_parcial(cont11).valor_numerico=vector_valores_ordenado(1,cont11);
```

```
ordenacion_parcial(cont11).nombre_alternativa=ordenacion_parcial_intermedio(indice_permutacion(1,cont11)).nombre_alternativa;
```

```
ordenacion_parcial(cont11).flujo_entrante=ordenacion_parcial_intermedio(indice_permutacion(1,cont11)).flujo_entrante;
```

```
ordenacion_parcial(cont11).flujo_saliente=ordenacion_parcial_intermedio(indice_permutacion(1,cont11)).flujo_saliente;
```

```
end
```

```
disp('*****');  
disp('ordenación parcial PROMETHEE I');
```

```
for cont13=1:1:num_alternativas
```

```
    disp(ordenacion_parcial(cont13).nombre_alternativa);  
    disp('puntuación (Alternativas con la misma puntuación, son igualmente valoradas)');  
    disp(ordenacion_parcial(cont13).valor_numerico);  
    disp('flujo saliente');  
    disp(ordenacion_parcial(cont13).flujo_saliente);  
    disp('flujo entrante');  
    disp(ordenacion_parcial(cont13).flujo_entrante)
```

```
end
```

```
clear cont8  
clear cont9  
clear cont10  
clear cont11  
clear cont12  
clear cont13
```

```
clear valores_clasificacion  
clear valores_clasificacion_intermedio  
clear ordenacion_parcial_intermedio
```

```
end
```

AI.4.1.4 Función: "funcion_PROMETHEE_II"

```
function [ordenacion_total,array_comparacionII,alternativas]=
funcion_PROMETHEE_II
(num_alternativas,alternativas,matriz_indices_preferencia)

% Esta función se utiliza para generar el orden total de preferencia
entre %
%%%%%%%%%%      alternativas, propio de PROMETHEEII
%%%%%%%%%%

cont1=0;
cont2=0;
cont3=0;
cont4=0;
cont5=0;
cont6=0;
cont10=0;
cont11=0;

format long

escalar=ones(1,num_alternativas);
Y1=zeros(1,num_alternativas);
Y2=zeros(1,num_alternativas);
Y3=zeros(1,num_alternativas);

mens1='nada';
mens2='nada';
mens3='nada';

matriz_valoracion_orden=zeros(num_alternativas,num_alternativas);
array_comparacion{num_alternativas}=[];
ordenacion_total=struct('nombre_alternativa','','valor_numerico',{},'f
lujo_total',{});

% Inicializo los valores de ordenacion_total, para que no me de
problemas %
for cont10=1:1:num_alternativas

    ordenacion_total(cont10).valor_numerico=0.7;

end
%%%%%%%%%%

% Generamos los valores de flujos entrante y saliente,y los
almacenamos de%
%%%%%%%%%%      manera ordenada en la estructura alternativas
%%%%%%%%%%

for cont1=1:1:num_alternativas
    for cont2=1:1:num_alternativas
        Y1(cont2)=matriz_indices_preferencia(cont1,cont2);
        Y2(cont2)=matriz_indices_preferencia(cont2,cont1);
    end
end
```

```

alternativas(cont1).flujo_total=(escalar*(Y1'))/(num_alternativas-1)-
(escalar*(Y2'))/(num_alternativas-1);

    clear Y1
    clear Y2
end

for cont3=1:1:num_alternativas
    for cont4=1:1:num_alternativas

        if alternativas(cont3).flujo_total >
alternativas(cont4).flujo_total

                matriz_valoracion_orden(cont3,cont4)=1;

                mens1={num2str(cont3)};
                mens2={'prefiere'};
                mens3={num2str(cont4)};

array_comparacionII(cont3,cont4)=strcat(mens1,mens2,mens3);

        else if alternativas(cont3).flujo_total <
alternativas(cont4).flujo_total

                matriz_valoracion_orden(cont3,cont4)=0;

                mens1={num2str(cont4)};
                mens2={'prefiere'};
                mens3={num2str(cont3)};

array_comparacionII(cont3,cont4)=strcat(mens1,mens2,mens3);

        else if alternativas(cont3).flujo_total ==
alternativas(cont4).flujo_total

                matriz_valoracion_orden(cont3,cont4)=0;

                mens1={num2str(cont3)};
                mens2={'indiferente'};
                mens3={num2str(cont4)};

array_comparacionII(cont3,cont4)=strcat(mens1,mens2,mens3);

                end
            end
        end
    end
end
end

```

```

for cont5=1:1:num_alternativas
    for cont6=1:1:num_alternativas

        Y3(1,cont6)=matriz_valoracion_orden(cont5,cont6);

    end
    ordenacion_total_intermedio(cont5).valor_numerico=escalar*(Y3');

ordenacion_total_intermedio(cont5).nombre_alternativa=alternativas(cont5).nombre_alternativa;

ordenacion_total_intermedio(cont5).flujo_total=alternativas(cont5).flujo_total;

end

%%%%%%%% Esta función genera el ranking total de PROMETHEE II %%%

ordenacion_total=funcion_ordenacion_prometheeII(num_alternativas,ordenacion_total,ordenacion_total_intermedio);

%%%%%%%%%%%%%%

clear cont1
clear cont2
clear cont3
clear cont4
clear cont5
clear cont6
clear cont10
clear cont11
clear mens1
clear mens2
clear mens3
clear escalar
clear Y3
clear ordenacion_total_intermedio
end

```

AI.4.1.4.1 Función: "funcion_ordenacion_prometheeII"

```
function [ordenacion_total]=
funcion_ordenacion_prometheeII(num_alternativas,ordenacion_total,orden
acion_total_intermedio)
cont7=0;
cont8=0;
cont9=0;

vector_valores_orden=zeros(1,num_alternativas);
vector_orden_final=zeros(1,num_alternativas);

for cont7=1:1:num_alternativas

[vector_valores_orden(1,cont7)]=deal(ordenacion_total_intermedio(cont7
).valor_numerico);

end

vector_orden_final=sort(vector_valores_orden,'descend');

disp('*****');
disp('ordenacion_total PROMETHEE II');

for cont8=1:1:num_alternativas
    for cont9=1:1:num_alternativas

        if
vector_orden_final(1,cont8)==ordenacion_total_intermedio(cont9).valor_
numerico

ordenacion_total(cont8).valor_numerico=ordenacion_total_intermedio(con
t9).valor_numerico;

ordenacion_total(cont8).nombre_alternativa=ordenacion_total_intermedio
(cont9).nombre_alternativa;

ordenacion_total(cont8).flujo_total=ordenacion_total_intermedio(cont9)
.flujo_total;

        else if
vector_orden_final(1,cont8)~=ordenacion_total_intermedio(cont9).valor_
numerico

            continue ;

        end
    end
end

end
```

```

disp(ordenacion_total(cont8).nombre_alternativa);
disp('flujo neto');
disp(ordenacion_total(cont8).flujo_total);
%disp(ordenacion_total(cont8).valor_numerico);

```

```
end
```

```

clear cont7
clear cont8
clear cont9
clear ordenacion_total_intermedio

```

```
end
```

AI.4.2 Función: “funcion_PROMETHEE_III”

```

function [ordenacion_parcialIII,array_comparacionIII,alternativas]=
funcion_PROMETHEE_III
(num_alternativas,alternativas,matriz_indices_preferencia)

```

```
alfa=0.15;
```

```

mens1='nada';
mens2='nada';
mens3='nada';
Y3=zeros(1,num_alternativas);

```

```

matriz_valoracion_orden=zeros(num_alternativas,num_alternativas);
array_comparacionIII{num_alternativas}=[];

```

```
%calculo los flujos netos y sus desviaciones, conforme requiere el
método %
```

```

val_med=0;
val_sigma=0;

```

```

for cont1=1:1:num_alternativas
for cont2=1:1:num_alternativas

```

```

    val_med = val_med +(matriz_indices_preferencia(cont1,cont2)-
matriz_indices_preferencia(cont2,cont1));
    val_sigma = val_sigma +
((matriz_indices_preferencia(cont1,cont2)-
matriz_indices_preferencia(cont2,cont1))^2);

```

```
end
```

```

alternativas(cont1).flujo_netoIII = val_med/(num_alternativas -1);
alternativas(cont1).sigma=sqrt(val_sigma/(num_alternativas -1));

```

```
val_med=0;
```

```

    val_sigma=0;

end

for cont7=1:1:num_alternativas

    fi = alternativas(cont7).flujo_netoIII ;
    sigma = alternativas(cont7).sigma;

    alternativas(cont7).limites_flujo=[fi-alfa*sigma,fi+alfa*sigma];
end

for cont3=1:1:num_alternativas
    for cont4=1:1:num_alternativas

        if alternativas(cont3).limites_flujo(1,1) >
alternativas(cont4).limites_flujo(1,2)

            matriz_valoracion_orden(cont3,cont4)=1;

            mens1={num2str(cont3)};
            mens2={'prefiere'};
            mens3={num2str(cont4)};

array_comparacionIII(cont3,cont4)=strcat(mens1,mens2,mens3);

        else if alternativas(cont3).limites_flujo(1,2) <
alternativas(cont4).limites_flujo(1,1)

            matriz_valoracion_orden(cont3,cont4)=0;

            mens1={num2str(cont4)};
            mens2={'prefiere'};
            mens3={num2str(cont3)};

array_comparacionIII(cont3,cont4)=strcat(mens1,mens2,mens3);

        else if alternativas(cont3).limites_flujo(1,1) <=
alternativas(cont4).limites_flujo(1,2)

            matriz_valoracion_orden(cont3,cont4)=0;

            mens1={num2str(cont3)};
            mens2={'indiferente'};
            mens3={num2str(cont4)};

array_comparacionIII(cont3,cont4)=strcat(mens1,mens2,mens3);

```



```

        else if alternativas(cont4).limites_flujo(1,1) <=
alternativas(cont3).limites_flujo(1,2)

            matriz_valoracion_orden(cont4,cont3)=0;

            mens1={num2str(cont4)};
            mens2={'indiferente'};
            mens3={num2str(cont3)};

array_comparacionIII(cont4,cont3)=strcat(mens1,mens2,mens3);

            end

        end

    end

end

for cont5=1:1:num_alternativas
    for cont6=1:1:num_alternativas

        Y3(1,cont6)=matriz_valoracion_orden(cont5,cont6);

        end
        ordenacion_parcial_intermedio(cont5).valor_numerico=Y3*(Y3');

ordenacion_parcial_intermedio(cont5).nombre_alternativa=alternativas(c
ont5).nombre_alternativa;

ordenacion_parcial_intermedio(cont5).limites_flujo=alternativas(cont5)
.limites_flujo;

        %disp(ordenacion_parcial_intermedio(cont5).nombre_alternativa);
        %disp(ordenacion_parcial_intermedio(cont5).valor_numerico);

    end

[ordenacion_parcialIII]=
funcion_ordenacion_prometheeIII(num_alternativas,ordenacion_parcial_in
termedio);

clear cont1
clear cont2

```

```

clear cont3
clear cont4
clear cont5
clear cont6
clear cont7

clear val_med
clear val_sigma
clear fi
clear sigma
clear Y3

```

```
end
```

AI.4.2.1 Función: “funcion_ordenacion_prometheeIII”

```
function [ordenacion_parcialIIII]=
funcion_ordenacion_prometheeIII(num_alternativas,ordenacion_parcial_in
termedio)
```

```

cont7=0;
cont8=0;
cont9=0;
cont10=0;
cont11=0;

```

```

vector_valores_ordenado=zeros(1,num_alternativas);
ordenacion_parcialIIII=struct('valor_numerico',{},'nombre_alternativa',
{},'limites_flujo',{});

```

```
valores_clasificacion=zeros(1,num_alternativas);
```

```
for cont8=1:1:num_alternativas
```

```

valores_clasificacion(1,cont8)=ordenacion_parcial_intermedio(cont8).va
lor_numerico;

```

```
end
```

```
valores_clasificacion_intermedio=valores_clasificacion;
```

```
for cont9=1:1:num_alternativas
```

```
valor_maximo=max(valores_clasificacion_intermedio);
```

```

vector_valores_ordenado(1,cont9)=valor_maximo;

[inutil1, indice_maximo, inutil2]=find(valores_clasificacion_intermedio=
=valor_maximo,1,'first');

valores_clasificacion_intermedio(inutil1,indice_maximo)=-1;

indice_permutacion(1,cont9)=indice_maximo;

end

for cont11=1:1:num_alternativas

ordenacion_parcialIII(cont11).valor_numerico=vector_valores_ordenado(1
,cont11);

ordenacion_parcialIII(cont11).nombre_alternativa=ordenacion_parcial_in
termedio(indice_permutacion(1,cont11)).nombre_alternativa;

ordenacion_parcialIII(cont11).limites_flujo=ordenacion_parcial_interme
dio(indice_permutacion(1,cont11)).limites_flujo;

end

disp('*****');

disp('ordenación parcial PROMETHEE III');

for cont13=1:1:num_alternativas

disp(ordenacion_parcialIII(cont13).nombre_alternativa);
disp('puntuación (Alternativas con la misma puntuación, son igualmente
valoradas)');
disp(ordenacion_parcialIII(cont13).valor_numerico);
disp('límites de flujo');
disp(ordenacion_parcialIII(cont13).limites_flujo);

end

clear cont8
clear cont9

```

```

clear cont10
clear cont11
clear cont12
clear cont13

clear valores_clasificacion
clear valores_clasificacion_intermedio
clear ordenacion_parcial_intermedio

end

```

AI.4.3 Función: “algoritmo_gaia_difuso”

```

function
[matriz_coordenadas_alternativas]=algoritmo_gaia_difuso(h,lim_inf,lim_
sup,num_alternativas,num_criterios,alternativas,variabilidad,criterios
,estructura_preferencias,punt_refer_max,punt_refer_min)

cont1=0;
cont2=0;
cont3=0;
cont4=0;
cont5=0;
cont6=0;
cont7=0;
cont8=0;
cont9=0;

factor_escala=4;

puntero_decision=zeros(num_criterios,3);
puntero_decision_Yager=zeros(num_criterios,1);
for cont10=1:1:num_criterios

puntero_decision(cont10,:)=deal(criterios(cont10).peso_criterio);

pa=puntero_decision(cont10,1);
pm=puntero_decision(cont10,2);
pb=puntero_decision(cont10,3);

puntero_decision_Yager(cont10)=(3*pm-pa+pb)/3;

end

clear pa
clear pm
clear pb

%%%%%%%%%%%%%%          algoritmo para método visual GAIA
%%%%%%%%%%%%%%

a1=0;
a2=0;
a3=0;

```

```

b1=0;
b2=0;
b3=0;

%disp('flujos salientes y entrantes');

for cont1=1:1:num_alternativas
    for cont2=1:1:num_criterios
        for cont3=1:1:num_alternativas

            a1 = a1 +
estructura_preferencias(cont1,cont3).preferencia_segun_criterio(cont2,
1);
            b1 = b1 +
estructura_preferencias(cont3,cont1).preferencia_segun_criterio(cont2,
1);

            a2 = a2 +
estructura_preferencias(cont1,cont3).preferencia_segun_criterio(cont2,
2);
            b2 = b2 +
estructura_preferencias(cont3,cont1).preferencia_segun_criterio(cont2,
2);

            a3 = a3 +
estructura_preferencias(cont1,cont3).preferencia_segun_criterio(cont2,
3);
            b3 = b3 +
estructura_preferencias(cont3,cont1).preferencia_segun_criterio(cont2,
3);

                end

estructura_flujo_saliente(cont1,cont2).flujo=[a1/(num_alternativas-
1),a2/(num_alternativas-1),a3/(num_alternativas-1)];

estructura_flujo_entrante(cont1,cont2).flujo=[b1/(num_alternativas-
1),b2/(num_alternativas-1),b3/(num_alternativas-1)];

                a1=0;
                a2=0;
                a3=0;

                b1=0;
                b2=0;
                b3=0;
                % ka(cont2,:)=deal(estructura_flujo_saliente(cont1,cont2).flujo);
                % kb(cont2,:)=deal(estructura_flujo_entrante(cont1,cont2).flujo);

                end

                %disp(ka);
                %disp(kb);
end

```

```

%disp('flujos netos');

for cont6=1:1:num_alternativas
    for cont7=1:1:num_criterios

c1=estructura_flujo_saliente(cont6,cont7).flujo(1,1)+estructura_flujo_
entrante(cont6,cont7).flujo(1,3);
        c2=estructura_flujo_saliente(cont6,cont7).flujo(1,2)-
estructura_flujo_entrante(cont6,cont7).flujo(1,2);

c3=estructura_flujo_saliente(cont6,cont7).flujo(1,3)+estructura_flujo_
entrante(cont6,cont7).flujo(1,1);

        flujos_netos_criterio(cont6,cont7).flujo=[c1,c2,c3];

        clear c1
        clear c2
        clear c3

        % kc(cont7,:)=deal(flujos_netos_criterio(cont6,cont7).flujo);

    end

    % disp(kc);

end

for cont8=1:1:num_alternativas
    for cont9=1:1:num_criterios

matriz_fi_Yager(cont8,cont9)=(flujos_netos_criterio(cont8,cont9).flujo
(1,3)-flujos_netos_criterio(cont8,cont9).flujo(1,1)...
        +3*flujos_netos_criterio(cont8,cont9).flujo(1,2))/3;

    end

end

%disp ('matriz de índices de Yager de flujos netos por criterio');
%disp (matriz_fi_Yager);

% calculo matriz varianzas-covarianzas%

%matriz_varianzas=(cov(matriz_fi_Yager));
matriz_varianzas=(matriz_fi_Yager.')*matriz_fi_Yager;
%disp('matriz de varianzas');
%disp(matriz_varianzas);

% Valores y vectores propios %

[vectores_propios,valores_propios] = eig(matriz_varianzas);

```

```

%disp('valores propios');
%disp(valores_propios);

%disp('vectores propios ');
%disp(vectores_propios);

% Esta función genera los vectores propios y la matriz de
preferencias, %
% ambas ordenadas según sus valores de mayor a menor
%

[matriz_fi_ordenado,matriz_vectp_ordenado,indice_permutacion]=
ordenacion_vectoresp_gaia_difuso(num_criterios,vectores_propios,valore
s_propios,matriz_fi_Yager);

matriz_coordenadas_alternativas=
(matriz_fi_Yager)*(matriz_vectp_ordenado);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%
%% calculo y muestro en pantalla el porcentaje de información que
retiene
%% la proyección del espacio n-dimensional sobre el plano GAIA
dividendo=0;

for cont11=1:1:2

    dividendo=dividendo +
valores_propios(indice_permutacion(cont11),indice_permutacion(cont11))
;

end

divisor=trace(valores_propios);

delta_GAIA=(dividendo/divisor)*100;

disp('*****');
disp('porcentaje (%) de información retenida en la proyección del
plano GAIA');
disp(delta_GAIA);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%

%disp('matriz de coordenadas de alternativas en k dimensiones');
%disp(matriz_coordenadas_alternativas);

vector_principal=deal(matriz_vectp_ordenado(:,1));
vector_secundario=deal(matriz_vectp_ordenado(:,2));
vector_referencia=[vector_principal,vector_secundario];

%disp('vector de referencia');
%disp(vector_referencia);

```



```

figure (indice_figuras+1)

title('plano gaia');
xlabel('eje principal');
ylabel('eje secundario');

% representación alternativas %

plot(coord_x,coord_y,'o','MarkerEdgeColor','k','MarkerFaceColor','g',.
    ..
    'MarkerSize',7);
% representación eje de decisión %

line([0,coord_x_ed*factor_escal],[0,coord_y_ed*factor_escal],'Color'
    , 'r','linewidth',3,'MarkerSize',4);

hold on
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%           introducimos el espacio de libertad del decisor
%
%
%[~,~,~,~,~,~,~,~]=espacio_libertad_decisor(num_criterios,indice_figur
as,puntero_decision_Yager,vector_principal,vector_secundario,variabili
dad,factor_escal);

[~,~,~,~,~,~,~,~]=espacio_libertad_decisor2(num_criterios,indice_figur
as,puntero_decision_Yager,vector_principal,vector_secundario,variabili
dad,factor_escal,punt_refer_max,punt_refer_min);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% etiquetas para las alternativas %

for cont5=1:1:num_alternativas

text(coord_x(cont5)+0.02,coord_y(cont5)+0.02,alternativas(cont5).nombr
e_alternativa);

end

% etiquetas para los criterios %

for cont4=1:1:num_criterios

    line([0,
coord_x_vp(cont4)*factor_escal],[0,coord_y_vp(cont4)*factor_escal]);
    text
(coord_x_vp(cont4)*factor_escal,coord_y_vp(cont4)*factor_escal,crite
rios(cont4).nombre_criterio);

end

hold off

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

clear cont1
clear cont2
clear cont3
clear cont4
clear cont5
clear cont6
clear cont7
clear cont8
clear cont9
clear cont10
clear escalar
clear escalar2
clear X1
clear X2
clear coord_x
clear coord_y
clear coord_x_vp
clear coord_y_vp
clear vector_principal
clear vector_secundario
clear vector_referencia
clear estructura_flujo_saliente
clear estructura_flujo_entrante

end

```

AI.4.3.1 Función: "ordenación_vectoresp_gaia_difuso"

```

function
[matriz_fi_ordenado,matriz_vectp_ordenado,indice_permutacion]=
ordenacion_vectoresp_gaia_difuso(num_criterios,vectores_propios,valor
s_propios,matriz_fi)

cont1=0;
cont2=0;
cont3=0;
cond_bucle=0;
valores_propios_intermedio=zeros(1,num_criterios);
matriz_fi_ordenado=zeros(size(matriz_fi));
matriz_vectp_ordenado=zeros(size(vectores_propios));
indice_permutacion=zeros(1,num_criterios);
vector_valores_ordenado=zeros(1,num_criterios);

for cont3=1:1:num_criterios

    valores_propios_intermedio(1,cont3)=valores_propios(cont3,cont3);

end

valores_propios1=valores_propios_intermedio;

for cont1=1:1:num_criterios

```

```

valor_maximo=max(valores_propios1);
%disp('valor máximo');
%disp(valor_maximo);

    vector_valores_ordenado(1,cont1)=valor_maximo;

[inutil1,indice_maximo,inutil2]=find(valores_propios_intermedio==valor
_maximo,1,'first');

valores_propios_intermedio(inutil1,indice_maximo)=1e6;
tamaño_vector=size(valores_propios1,2);
indice_permutacion(1,cont1)=indice_maximo;

valores_propios1=zeros(1,tamaño_vector-1);

for cont4=1:1:tamaño_vector

    if valores_propios_intermedio(1,cont4)<1e5

valores_propios1(1,cont4)=valores_propios_intermedio(1,cont4);
        else
            continue
        end

    end

end

for cont2=1:1:num_criterios

matriz_fi_ordenado(:,cont2)=matriz_fi(:,indice_permutacion(1,cont2));

matriz_vectp_ordenado(:,cont2)=vectores_propios(:,indice_permutacion(1
,cont2));

end

%disp(valores_propios);
%disp(matriz_fi_ordenado);

%disp('matriz vectores propios ordenados');
%disp(matriz_vectp_ordenado);

%disp('índice de permutación');
%disp(indice_permutacion);

clear cont1

```

```

clear cont2
clear cont3
clear valor_maximo
clear inutil1
clear inutil2
clear indice_maximo
clear valores propios_intermedio
clear tamaño_vector
clear valores_propios1

```

AI.4.3.2 Función: “análisis_sensibilidad_difuso”

```

function [indice_figuras]=
análisis_sensibilidad_difuso(h,lim_inf,lim_sup,num_alternativas,num_cr
iterios,alternativas,criterios,estructura_preferencias,puntero_decisio
n_inic)

%%% análisis de sensibilidad de las alternativas según cada criterio
%%%

niter=1/h;
puntero_decision=zeros(num_criterios,3);

%%%%% en esta parte del bucle, conseguimos una variación de los pesos
% difusos con una amplitud de paso h

for cont1=1:1:num_criterios
    for cont2=1:1:niter

        %disp(cont2);

        for cont3=1:1:num_criterios
            k=h*cont2;

            if cont1==cont3
                puntero_decision(cont3,2)=k;
                puntero_decision(cont3,1)=h*lim_inf;
                puntero_decision(cont3,3)=h*lim_sup;

            else

                puntero_decision(cont3,2)=(1-k)/(num_criterios-1);
                puntero_decision(cont3,1)=h*lim_inf;
                puntero_decision(cont3,3)=h*lim_sup;

            end

            if cont1==cont3 && puntero_decision(cont3,2)-
puntero_decision(cont3,1)<0

                puntero_decision(cont3,2)=0;
                puntero_decision(cont3,1)=0;
                puntero_decision(cont3,3)=0;

            else if cont1==cont3 &&
puntero_decision(cont3,2)+puntero_decision(cont3,3)>1

```

```

        puntero_decision(cont3,2)=1;
        puntero_decision(cont3,1)=0;
        puntero_decision(cont3,3)=0;

        if cont1~=cont3 && puntero_decision(cont3,2)-
puntero_decision(cont3,1)<0

            puntero_decision(cont3,2)=0;
            puntero_decision(cont3,1)=0;
            puntero_decision(cont3,3)=0;

        else if cont1~=cont3 &&
puntero_decision(cont3,2)+puntero_decision(cont3,3)>1

            puntero_decision(cont3,2)=1/(num_criterios-1);
            puntero_decision(cont3,1)=0;
            puntero_decision(cont3,3)=0;

            end
            end
            end
        end

    end
    % disp(puntero_decision);
    estructura_etapas(cont1,cont2).etapa=puntero_decision;
end

end

for cont1=1:1:num_alternativas
for cont2=1:1:num_alternativas
    for cont8=1:1:niter
        for cont9=1:1:num_criterios
            for cont10=1:1:num_criterios

                %en esta etapa calculamos el producto difuso entre
                %preferencias según criterios y pesos de los mismos

a=estructura_preferencias(cont1,cont2).preferencia_según_criterio(cont
10,1);

m=estructura_preferencias(cont1,cont2).preferencia_según_criterio(cont
10,2);

b=estructura_preferencias(cont1,cont2).preferencia_según_criterio(cont
10,3);

                c=estructura_etapas(cont9,cont8).etapa(cont10,1);
                n=estructura_etapas(cont9,cont8).etapa(cont10,2);
                d=estructura_etapas(cont9,cont8).etapa(cont10,3);
            end
        end
    end
end

```

```

    if n>=0 && m>=0

        elem_menor=c*m+a*n;
        elem_medio=m*n;
        elem_mayor= d*m+b*n;

    else if n>=0 && m<0

        elem_menor=a*n-d*m;
        elem_medio=m*n;
        elem_mayor= b*n-c*m;

    else if n<0 && m<0

        elem_menor=-b*n-d*m;
        elem_medio=m*n;
        elem_mayor= -a*n-c*m;

    end
    end
end

    % en esta etapa calculamos los índices de Yager de los índices
de
    % preferencia para los pares de alternativas, según el
criterio que
    % varía, y por orden de variación

matriz_interm(cont10,:)= [elem_menor,elem_medio,elem_mayor];

    end
    vect_interm=sum(matriz_interm);
    valor_Yager=(3*vect_interm(2)-
vect_interm(1)+vect_interm(3))/3;

    matriz_indices_Yager(cont1,cont2,cont9,cont8)=valor_Yager;
    end
end
end
%disp('matriz_multidimensional de índices de Yager de los índices de
preferencia');
%disp(matriz_indices_Yager);

for cont11=1:1:num_alternativas
    for cont12=1:1:num_criterios
        for cont13=1:1:niter
            A_fn=matriz_indices_Yager(cont11, :,cont12,cont13);
            B_fn=matriz_indices_Yager(:,cont11,cont12,cont13);

            matriz_fn_variable(cont11,cont12,cont13)=(sum(A_fn.')-
sum(B_fn))/(num_alternativas -1);

        end
    end
end

```

```

end
end

%disp('matriz de flujos netos variables');
%disp(matriz_fn_variable);

for cont18=1:1:niter
    a_vc=estructura_etapas(1,cont18).etapa(1,1);
    m_vc=estructura_etapas(1,cont18).etapa(1,2);
    b_vc=estructura_etapas(1,cont18).etapa(1,3);

    variac_crit(cont18)=(3*m_vc-a_vc+b_vc)/3;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

for cont14=1:1:num_criterios

    vect_p_min=min(matriz_fn_variable(:,cont14,:));
    vect_p_max=max(matriz_fn_variable(:,cont14,:));
    p_min=min(vect_p_min);
    p_max=max(vect_p_max);

    figure(cont14)

    orden_crit=criterios(cont14).nombre_criterio;
    texto='variación de los flujos netos al variar el criterio..';
    texto2='variación del peso del criterio..';
    mens2=strcat(texto,orden_crit);
    mens3=strcat(texto2,orden_crit);
    title(mens2);
    xlabel(mens3);
    ylabel('\Phi neto alternativas');

    for cont15=1:1:num_alternativas

        for cont16=1:1:niter

matriz_representac(cont15,cont16)=matriz_fn_variable(cont15,cont14,con
t16);

end

orden_alt=alternativas(cont15).nombre_alternativa;
nombre='alternativa..';
mens1=strcat(nombre,orden_alt);

```

```

    vect_mens(cont15)={mens1};

    end

    hold on
    for cont17=1:1:num_alternativas

        cmap=hsv(num_alternativas);

        vect_representac=matriz_representac(cont17,:).';
        line(variac_crit, vect_representac,'color',cmap(cont17,:));

    end
    legend(vect_mens,-1);

    % representación del peso difuso inicial %

    line([puntero_decision_inic(cont14,2)-
puntero_decision_inic(cont14,1);puntero_decision_inic(cont14,2)-
puntero_decision_inic(cont14,1)], [p_min;p_max], 'LineStyle', '--
', 'color', 'k');

    line([puntero_decision_inic(cont14,2)+puntero_decision_inic(cont14,3);
puntero_decision_inic(cont14,2)+puntero_decision_inic(cont14,3)], [p_min;p_max], 'LineStyle', '--', 'color', 'k');

    hold off

end

indice_figuras=cont14;

clear cont1 cont2 cont3 cont8 cont9 cont_pd
clear cont10 cont11 cont12 cont13 cont14 cont15 cont16 cont17 cont18

clear A_fn B_fn n p_max p_min valor_Yager

clear a a_vc
clear m m_vc
clear b b_vc c d cmap
clear elem_mayor elem_medio elem_menor

clear variac_crit vect_interm vect_p_max vect_p_min vect_representac
clear matriz_fn_variable matriz_indices_Yager matriz_interm
matriz_representac

clear estructura_etapas

clear mens1 mens2 mens3 texto texto2 vect_mens
clear orden_alt orden_crit

```


AI.4.3.3 Función: "análisis_sensibilidad_difuso2"

```
function [indice_figuras]=
análisis_sensibilidad_difuso2(h,lim_inf,lim_sup,num_alternativas,num_c
riterios,alternativas,criterios,estructura_preferencias,puntero_decisi
on_inic)

%%% análisis de sensibilidad de las alternativas según cada criterio
%%%

niter=1/h;
puntero_decision=zeros(num_criterios,3);

for cont1=1:1:num_criterios
    for cont2=1:1:niter

        %disp(cont2);

        for cont3=1:1:num_criterios
            k=h*cont2;

            if cont1==cont3

                puntero_decision(cont3,2)=k;
                puntero_decision(cont3,1)=h*lim_inf;
                puntero_decision(cont3,3)=h*lim_sup;

            else

                puntero_decision(cont3,2)=(1-k)/(num_criterios-1);
                puntero_decision(cont3,1)=h*lim_inf;
                puntero_decision(cont3,3)=h*lim_sup;

            end

            if cont1==cont3 && puntero_decision(cont3,2)-
puntero_decision(cont3,1)<0

                puntero_decision(cont3,2)=0;
                puntero_decision(cont3,1)=0;
                puntero_decision(cont3,3)=0;

            else if cont1==cont3 &&
puntero_decision(cont3,2)+puntero_decision(cont3,3)>1

                puntero_decision(cont3,2)=1;
                puntero_decision(cont3,1)=0;
                puntero_decision(cont3,3)=0;

            if cont1~=cont3 && puntero_decision(cont3,2)-
puntero_decision(cont3,1)<0

                puntero_decision(cont3,2)=0;
                puntero_decision(cont3,1)=0;
                puntero_decision(cont3,3)=0;
```

```

        else if cont1~=cont3 &&
puntero_decision(cont3,2)+puntero_decision(cont3,3)>1

            puntero_decision(cont3,2)=1/(num_criterios-1);
            puntero_decision(cont3,1)=0;
            puntero_decision(cont3,3)=0;

            end
            end
            end
        end

        end
        % disp(puntero_decision);
        estructura_etapas(cont1,cont2).etapa=puntero_decision;
    end

end

for cont1=1:1:num_alternativas
for cont2=1:1:num_alternativas
    for cont8=1:1:niter
        for cont9=1:1:num_criterios
            for cont10=1:1:num_criterios

                %en esta etapa calculamos el producto difuso entre
                %preferencias según criterios y pesos de los mismos

a=estructura_preferencias(cont1,cont2).preferencia_segun_criterio(cont
10,1);

m=estructura_preferencias(cont1,cont2).preferencia_segun_criterio(cont
10,2);

b=estructura_preferencias(cont1,cont2).preferencia_segun_criterio(cont
10,3);

            c=estructura_etapas(cont9,cont8).etapa(cont10,1);
            n=estructura_etapas(cont9,cont8).etapa(cont10,2);
            d=estructura_etapas(cont9,cont8).etapa(cont10,3);

            if n>=0 && m>=0

                elem_menor=c*m+a*n;
                elem_medio=m*n;
                elem_mayor= d*m+b*n;

            else if n>=0 && m<0

                elem_menor=a*n-d*m;
                elem_medio=m*n;

```

```

        elem_mayor= b*n-c*m;

else if n<0 && m<0

        elem_menor=-b*n-d*m;
        elem_medio=m*n;
        elem_mayor= -a*n-c*m;

        end
        end
end

        % en esta etapa calculamos los índices de Yager de los índices
de
        % preferencia para los pares de alternativas, según el
criterio que
        % varía, y por orden de variación

matriz_interm(cont10,:)= [elem_menor,elem_medio,elem_mayor];

        end
        vect_interm=sum(matriz_interm);

        % disp(vect_interm);

        valor_Yager=(3*vect_interm(2)-
vect_interm(1)+vect_interm(3))/3;

        matriz_indices_Yager(cont1,cont2,cont9,cont8)=valor_Yager;

        matriz_ip_difuso(cont1,cont2,cont9,cont8)=vect_interm;

        end
end
end
end

%disp('matriz_multidimensional de índices de Yager de los índices de
preferencia');
%disp(matriz_indices_Yager);
%disp('matriz_multidimensional de índices de índices de preferencia');
%disp(matriz_ip_difuso);
%disp('matriz de flujos netos variables');
%disp(matriz_fn_variable);

for cont11=1:1:num_alternativas
    for cont12=1:1:num_criterios
        for cont13=1:1:niter

matriz_fs_difuso(cont11,cont12,cont13)=sum(matriz_ip_difuso(cont11,
,cont12,cont13),2)/(num_alternativas-1);

```

```

matriz_fe_difuso(cont11, :, cont12, cont13) = sum(matriz_ip_difuso(:, cont11
, :, cont12, cont13), 1) / (num_alternativas - 1);

        A_fn = matriz_indices_Yager(cont11, :, cont12, cont13);
        B_fn = matriz_indices_Yager(:, cont11, cont12, cont13);

        matriz_fn_variable(cont11, cont12, cont13) = (sum(A_fn.') -
sum(B_fn)) / (num_alternativas - 1);

        end
    end
end

%disp('matriz multidimensional de flujos entrantes');
%disp(matriz_fe_difuso);
%disp('matriz multidimensional de flujos salientes');
%disp(matriz_fs_difuso);

for cont20 = 1:1:num_alternativas
    for cont21 = 1:1:num_criterios
        for cont22 = 1:1:niter

            a_fnd = matriz_fs_difuso(cont20, 1, cont21, cont22);
            m_fnd = matriz_fs_difuso(cont20, 2, cont21, cont22);
            b_fnd = matriz_fs_difuso(cont20, 3, cont21, cont22);

            c_fnd = matriz_fe_difuso(cont20, 1, cont21, cont22);
            n_fnd = matriz_fe_difuso(cont20, 2, cont21, cont22);
            d_fnd = matriz_fe_difuso(cont20, 3, cont21, cont22);

            elem_menor_fnd = a_fnd + d_fnd;
            elem_medio_fnd = m_fnd - n_fnd;
            elem_mayor_fnd = b_fnd + c_fnd;

matriz_fn_variable_difuso(cont20, :, cont21, cont22) = [elem_menor_fnd, elem
_medio_fnd, elem_mayor_fnd];

%disp(matriz_fn_variable_difuso(cont20, :, cont21, cont22));
        end
    end
end

%disp('matriz multidimensional de flujo neto variable');
%disp(matriz_fn_variable_difuso);

```

```

for cont18=1:1:niter

    a_vc=estructura_etapas(1,cont18).etapa(1,1);
    m_vc=estructura_etapas(1,cont18).etapa(1,2);
    b_vc=estructura_etapas(1,cont18).etapa(1,3);

    variac_crit(cont18,:)= [a_vc,m_vc,b_vc];
    variac_crit_Yager(cont18)=(3*m_vc-a_vc+b_vc)/3;

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

for cont14=1:1:num_criterios

    % valores en y para la representación de las franjas de los pesos
    % iniciales para cada criterio

    vect_pd_min=min(matriz_fn_variable_difuso(:,1,cont14,:));
    vect_pd_max=max(matriz_fn_variable_difuso(:,3,cont14,:));

    vect_p_min=min(matriz_fn_variable(:,cont14,:));
    vect_p_max=max(matriz_fn_variable(:,cont14,:));

    pd_min=min(vect_pd_min);
    pd_max=max(vect_pd_max);

    py_min=min(vect_p_min);
    py_max=max(vect_p_max);

    p_min=py_min-pd_min;
    p_max=py_max+pd_max;

    figure(cont14)

    orden_crit=criterios(cont14).nombre_criterio;
    texto='variación de los flujos netos al variar el criterio..';
    texto2='variación del peso del criterio..';
    mens2=strcat(texto,orden_crit);
    mens3=strcat(texto2,orden_crit);
    title(mens2);
    xlabel(mens3);
    ylabel('\Phi neto difuso alternativas');

    hold on

        for cont15=1:1:num_alternativas

            for cont16=1:1:niter

```

```

matriz_representac_min(cont15,cont16)=matriz_fn_variable_difuso(cont15
,2,cont14,cont16)-matriz_fn_variable_difuso(cont15,1,cont14,cont16);

matriz_representac_max(cont15,cont16)=matriz_fn_variable_difuso(cont15
,3,cont14,cont16)+matriz_fn_variable_difuso(cont15,2,cont14,cont16);

    end

    orden_alt=alternativas(cont15).nombre_alternativa;
    nombre='alternativa..';
    mens1=strcat(nombre,orden_alt);
    vect_mens(cont15)={mens1};

    end

hold on

for cont17=1:1:num_alternativas

    cmap=hsv(num_alternativas);

    vect_representac_min=matriz_representac_min(cont17,:).';
    vect_representac_max=matriz_representac_max(cont17,:).';

    C=cmap(cont17,:);
    for cont23=2:1:niter

        x=[variac_crit_Yager(cont23-
1),variac_crit_Yager(cont23-
1),variac_crit_Yager(cont23),variac_crit_Yager(cont23)];
        y=[vect_representac_min(cont23-
1),vect_representac_max(cont23-
1),vect_representac_max(cont23),vect_representac_min(cont23)];
        fill(x,y,C,'EdgeColor',C);

    end

end

legend(vect_mens,-1);

% representación del peso difuso inicial %

line([puntero_decision_inic(cont14,2)-
puntero_decision_inic(cont14,1);puntero_decision_inic(cont14,2)-
puntero_decision_inic(cont14,1)], [p_min;p_max], 'LineStyle', '--
', 'color', 'k');

line([puntero_decision_inic(cont14,2)+puntero_decision_inic(cont14,3);
puntero_decision_inic(cont14,2)+puntero_decision_inic(cont14,3)], [p_mi
n;p_max], 'LineStyle', '--', 'color', 'k');

hold off

```

```

end

indice_figuras=cont14;

clear cont1 cont2 cont3 cont8 cont9 cont10
clear cont11 cont12 cont13 cont14 cont15 cont16 cont17 cont18 cont19
cont20
clear cont21 cont22 cont23 cont_pd

clear A_fn B_fn C cmap k valor_Yager p_max p_min
clear a a_fnd a_vc
clear b b_fnd b_vc
clear c c_fnd c_vc
clear d d_fnd
clear m m_fnd m_vc
clear n n_fnd
clear elem_mayor elem_mayor_fnd
clear elem_medio elem_medio_fnd
clear elem_menor elem_menor_fnd

clear estructura_etapas
clear matriz_fn_variable matriz_fn_variable_difuso
clear matriz_fs_difuso matriz_fe_difuso matriz_ip_difuso
clear matriz_representac_max matriz_representac_max
clear variac_crit variac_crit_Yager
clear vect_interm vect_p_max vect_p_min vect_representac_max
vect_representac_min
clear x y

clear mens1 mens2 mens3 vect_mens
clear texto clear texto2
clear orden_alt orden_crit nombre

```

AI.4.3.4 Función: “espacio_libertad_decisor2”

```

function
[vect_x_max,vect_x_min,vect_y_max,vect_y_min,vect_x_max_ord,vect_x_min_
_ord,vect_y_max_ord,vect_y_min_ord]=espacio_libertad_decisor2(num_crit
erios,indice_figuras,puntero_decision,u,v,variabilidad,factor_escal,p
unt_refer_max,punt_refer_min)

%% nota:, lo que aquí se denomina puntero_decision, corresponde al
vector
%% denominado puntero_decision_Yager en el algoritmo_gaia, es decir,
los
%% índices de Yager del puntero de decisión difuso, ya que de otro
modo,
%% aparecería una excesiva borrosidad en la representación del
espacio de
%% libertad del decisor que impediría una interpretación clara.

```

```

% algoritmo para los puntos extremos %

variac_puntero=zeros(num_criterios,1);
variacion=zeros(num_criterios,1);
matriz_variac_puntero=zeros(num_criterios);

vect_x_max=zeros(num_criterios,1);
vect_y_max=zeros(num_criterios,1);
vect_x_min=zeros(num_criterios,1);
vect_y_min=zeros(num_criterios,1);

vect_variab=zeros(num_criterios,1);
vect_posic=zeros(num_criterios,1);

for cont1=1:1:num_criterios

    variacion(cont1)=puntero_decision(cont1)*variabilidad(cont1);
    vect_posic(cont1)=cont1;

end

for cont2=1:num_criterios
    for cont3=1:1:num_criterios

        if cont2==cont3
            matriz_variac_puntero(cont2,cont3)=variacion(cont3);
        else
            matriz_variac_puntero(cont2,cont3)=-
            variacion(cont3)/(num_criterios-1);
        end

    end
end

% generamos las coordenadas de los posibles puntos extremos, variando
% cada
% criterio, como proyección de las nuevas coordenadas de cada criterio
% sobre los ejes del plano GAIA

for cont13=1:1:num_criterios

variac_puntero=(matriz_variac_puntero(cont13,:).');

puntero_decision_max = ((puntero_decision + variac_puntero));
puntero_decision_min = ((puntero_decision - variac_puntero));

for cont4=1:1:num_criterios

    if puntero_decision_max(cont4)<=0

        puntero_decision_max(cont4)=0;
    end
end

```



```

else
    puntero_decision_max(cont4)=puntero_decision_max(cont4);
end

end

for cont5=1:1:num_criterios
    if puntero_decision_min(cont5)<=0
        puntero_decision_min(cont5)=0;
    else
        puntero_decision_min(cont5)=puntero_decision_min(cont5);
    end

end

coord_x_ed_max = (puntero_decision_max.)*u;
coord_y_ed_max = (puntero_decision_max.)*v;

coord_x_ed_min = (puntero_decision_min.)*u;
coord_y_ed_min = (puntero_decision_min.)*v;

vect_x_max(cont13)=coord_x_ed_max;
vect_y_max(cont13)=coord_y_ed_max;

vect_x_min(cont13)=coord_x_ed_min;
vect_y_min(cont13)=coord_y_ed_min;

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% algoritmo para las líneas que unen los puntos extremos %

% valores iniciales %
tamano=num_criterios;
vect_posic_interm_max=vect_posic;
vect_posic_interm_min=vect_posic;

vect_x_max_interm=vect_x_max;
vect_y_max_interm=vect_y_max;
vect_x_min_interm=vect_x_min;

```

```

vect_y_min_interm=vect_y_min;

matriz_comparac_max=zeros(num_criterios);
matriz_comparac_min=zeros(num_criterios);

vect_x_max_ord=zeros(num_criterios,1);
vect_y_max_ord=zeros(num_criterios,1);
vect_x_min_ord=zeros(num_criterios,1);
vect_y_min_ord=zeros(num_criterios,1);

for cont6=1:1:num_criterios
    for cont7=1:1:num_criterios
        if cont6==cont7

            matriz_comparac_max(cont6,cont7)=10;
            matriz_comparac_min(cont6,cont7)=10;

        else

            matriz_comparac_max(cont6,cont7)=sqrt((vect_x_max(cont6)-
            vect_x_max(cont7))^2+(vect_y_max(cont6)-vect_y_max(cont7))^2);
            matriz_comparac_min(cont6,cont7)=sqrt((vect_x_min(cont6)-
            vect_x_min(cont7))^2+(vect_y_min(cont6)-vect_y_min(cont7))^2);

        end
    end
end

matriz_comparac_max_interm=matriz_comparac_max;
matriz_comparac_min_interm=matriz_comparac_min;
%disp('matriz de distancias sin ordenar para una variación positiva');
%disp(matriz_comparac_max_interm);

%% tomamos un punto de referencia para las variaciones positivas y
otro para las variaciones negativas%%

vect_x_max_ord(1)=vect_x_max(punt_refer_max);
vect_y_max_ord(1)=vect_y_max(punt_refer_max);
vect_x_min_ord(1)=vect_x_min(punt_refer_min);
vect_y_min_ord(1)=vect_y_min(punt_refer_min);

% disp('*****');
% disp('vector coordenada x máximos sin ordenar');
% disp(vect_x_max);

%%%%%%%%%%
%%%%

```

```

% comienza el segundo bucle %
ref_max=punt_refer_max;
ref_min=punt_refer_min;
posic=2;

while tamaño >1||posic<=num_criterios

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    % asignación de valores %

    % buscamos la mínima distancia de un punto con respecto al de
    % referencia

vector_referencia_max=sort(matriz_comparac_max_interm(ref_max,:),2,'ascend');

vector_referencia_min=sort(matriz_comparac_min_interm(ref_min,:),2,'ascend');

    valor_referencia_max=vector_referencia_max(1);
    valor_referencia_min=vector_referencia_min(1);

[fila_max,orden_max]=find(matriz_comparac_max_interm(ref_max,')==valor_referencia_max,1,'first');

[fila_min,orden_min]=find(matriz_comparac_min_interm(ref_min,')==valor_referencia_min,1,'first');

    % disp('*****');
    % disp('columna seleccionada');
    % disp(orden_max);
    %disp(fila_max);

    % incluimos el punto seleccionado por orden dentro del vector de
puntos
    % ordenado

vect_x_max_ord(posic)=vect_x_max_interm(orden_max);
vect_y_max_ord(posic)=vect_y_max_interm(orden_max);
vect_x_min_ord(posic)=vect_x_min_interm(orden_min);
vect_y_min_ord(posic)=vect_y_min_interm(orden_min);

    % disp('*****');
    % disp('vector coordenada x máximos ordenado');
    % disp(vect_x_max_ord);

%de entre todos los puntos de referencia, eliminamos la referencia
%utilizada en esta iteración, para no volver a usarla

vect_posic_interm_max(ref_max)=0;
vect_posic_interm_min(ref_min)=0;

vect_posic_interm_max=nonzeros(vect_posic_interm_max);
vect_posic_interm_min=nonzeros(vect_posic_interm_min);

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% preparación para la siguiente iteración %
% obtenemos una matriz de comparación que no contenga al punto de
% referencia utilizado en la iteración anterior

matriz_columnas_comparac_max=zeros(num_criterios,tamano-1);
matriz_columnas_comparac_min=zeros(num_criterios,tamano-1);

for cont14=1:1:tamano-1

matriz_columnas_comparac_max(:,cont14)=matriz_comparac_max(:,vect_posi
c_interm_max(cont14));

end

%disp('*****');
%disp('matriz columnas')
%disp(matriz_columnas_comparac_max);

for cont15=1:1:tamano-1

matriz_columnas_comparac_min(:,cont15)=matriz_comparac_min(:,vect_posi
c_interm_min(cont15));

end

matriz_comparac_max_interm=zeros(tamano-1,tamano-1);
matriz_comparac_min_interm=zeros(tamano-1,tamano-1);

for cont16=1:1:tamano-1

    matriz_comparac_max_interm(cont16,:)=
matriz_columnas_comparac_max(vect_posic_interm_max(cont16),:);

end

%disp('*****');
%disp('matriz comparaciones intermedia')
%disp(matriz_comparac_max_interm);

for cont17=1:1:tamano-1

    matriz_comparac_min_interm(cont17,:)=
matriz_columnas_comparac_min(vect_posic_interm_min(cont17),:);

end

```

```

    % elimino el punto seleccionado como mínimo y puesto en el vector
de
    % puntos ordenado, del vector de puntos sin ordenar, para no
volver a
    % colocarlo

vect_x_max_interm(orden_max)=0;
vect_y_max_interm(orden_max)=0;
vect_x_min_interm(orden_min)=0;
vect_y_min_interm(orden_min)=0;

vect_x_max_interm=nonzeros(vect_x_max_interm);
vect_y_max_interm=nonzeros(vect_y_max_interm);
vect_x_min_interm=nonzeros(vect_x_min_interm);
vect_y_min_interm=nonzeros(vect_y_min_interm);

if orden_max>ref_max

    ref_max=orden_max-1;

else if orden_max<=ref_max

    ref_max=orden_max;

else
    disp('error en el algoritmo de ordenación');

end
end

if orden_min>ref_min

    ref_min=orden_min-1;

else if orden_min<ref_min

    ref_min=orden_min;

else
    disp('error en el algoritmo de ordenación');

end
end

%disp('*****');
%disp('referencia para la siguiente iteración');
%disp(ref_max);
posic=posic+1;
tamanio=tamanio-1;

```



```

%plot(vect_x_min(cont14)*factor_escala,vect_y_min(cont14)*factor_escala, 'o', 'MarkerEdgeColor','k', 'MarkerFaceColor','y',...
%    'MarkerSize',7);

%text(vect_x_min(cont14)*factor_escala+0.002,vect_y_min(cont14)*factor_escala+0.002,nota);

end

hold off

clear cont1
clear cont2
clear cont3
clear cont4
clear cont5
clear cont6
clear cont7
clear cont8
clear cont9
clear cont10
clear cont11
clear cont12
clear tamaño

clear coord_x_ed_max
clear coord_y_ed_max
clear coord_x_ed_min
clear coord_y_ed_min

clear vect_x_max_interm
clear vect_y_max_interm
clear vect_x_min_interm
clear vect_y_min_interm

clear vect_x_max_interm1
clear vect_y_max_interm1
clear vect_x_min_interm1
clear vect_y_min_interm1

clear matriz_comparac_max
clear matriz_comparac_min

clear matriz_comparac_max_interm
clear matriz_comparac_min_interm

clear matriz_variac_puntero

end

```

AI.5-Código desarrollado en MATLAB para métodos ELECTRE

AI.5.1 Función: “calculo_distancias_Hamming_simple”

```
function
[distancia_Hamming_linea,distancia_Hamming_columna]=calculo_distancias
_Hamming_simple(a1,m1,b1,a2,m2,b2,alpha)

    if a1>=a2 && m1>=m2

        f1= (a1-a2)+((m1-a1)-(m2-a2))*alpha;
        d_izq_1_sim=0;
        d_izq_2_sim=int(f1,alpha,0,1);

        d_izq_1=d_izq_1_sim;
        d_izq_2=double(d_izq_2_sim);

    else if a1<a2 && m1<m2

        f1= (a1-a2)+((m1-a1)-(m2-a2))*alpha;
        d_izq_1_sim=int(-f1,alpha,0,1);
        d_izq_2_sim=0;

        d_izq_1=double(d_izq_1_sim);
        d_izq_2=d_izq_2_sim;

    else if a1>=a2 && m1<m2

        alpha_zero=abs((a1-a2)/((m2-a2)-(m1-a1)));

        f1= (a1-a2)+((m1-a1)-(m2-a2))*alpha;
        d_izq_1_sim=int(-f1,alpha,alpha_zero,1);
        d_izq_2_sim=int(f1,alpha,0,alpha_zero);

        d_izq_1=double(d_izq_1_sim);
        d_izq_2=double(d_izq_2_sim);

    else if a1<a2 && m1>=m2

        alpha_zero=abs((a1-a2)/((m2-a2)-(m1-a1)));

        f1= (a1-a2)+((m1-a1)-(m2-a2))*alpha;
        d_izq_1_sim=int(-f1,alpha,0,alpha_zero);
        d_izq_2_sim=int(f1,alpha,alpha_zero,1);

        d_izq_1=double(d_izq_1_sim);
        d_izq_2=double(d_izq_2_sim);
```



```

end
end
end
end

if b1>=b2 && m1>=m2

    f2=(b1-b2)-((b1-m1)-(b2-m2))*alpha;
    d_der_1_sim=0;
    d_der_2_sim=int(f2,alpha,0,1);

    d_der_1=d_der_1_sim;
    d_der_2=double(d_der_2_sim);

else if b1<b2 && m1<m2

    f2=(b1-b2)-((b1-m1)-(b2-m2))*alpha;
    d_der_1_sim=int(-f2,alpha,0,1);
    d_der_2_sim=0;

    d_der_1=double(d_der_1_sim);
    d_der_2=d_der_2_sim;

else if b1>=b2 && m1<m2

    alpha_zero=abs((b1-b2)/((b1-m1)-(b2-m2)));

    f2=(b1-b2)-((b1-m1)-(b2-m2))*alpha;
    d_der_1_sim=int(-f2,alpha,alpha_zero,1);
    d_der_2_sim=int(f2,alpha,0,alpha_zero);

    d_der_1=double(d_der_1_sim);
    d_der_2=double(d_der_2_sim);

else if b1<b2 && m1>=m2

    alpha_zero=abs((b1-b2)/((b1-m1)-(b2-m2)));

    f2=(b1-b2)-((b1-m1)-(b2-m2))*alpha;
    d_der_1_sim=int(-f2,alpha,0,alpha_zero);
    d_der_2_sim=int(f2,alpha,alpha_zero,1);

    d_der_1=double(d_der_1_sim);
    d_der_2=double(d_der_2_sim);

end
end
end
end

```

```

distancia_Hamming_linea=abs(d_izq_1-d_der_1);
distancia_Hamming_columna=abs(d_izq_2-d_der_2);

```

```

end

```

AI.5.2 Función: “calculo_distancias_Hamming_detallada”

```
function
[distancia_Hamming_linea,distancia_Hamming_columna]=calculo_distancias
_Hamming_detallada(a1,m1,b1,a2,m2,b2,alpha)

    if a2==a1 && m1==m2 && b2==b1

        distancia_Hamming_linea=0;
        distancia_Hamming_columna=0;

    else

        if a2>=a1 && m1>m2 && b2>=b1

            alpha_1=abs((a1-a2)/((m2-a2)-(m1-a1)));
            alpha_2=abs((b1-b2)/((b1-m1)-(b2-m2)));
            alpha_c=abs((b2-a1)/((m1-a1)+(b2-m2)));

            f1=(a1-a2)+((m1-a1)-(m2-a2))*alpha;
            f2=(b1-b2)-((b1-m1)-(b2-m2))*alpha;
            fc=(b2-a1)-((m1-a1)+(b2-m2))*alpha;

            d_izq_1=int(-f1,alpha,0,alpha_1);
            d_izq_2=int(f1,alpha,alpha_1,1);

            d_der_1=int(-f2,alpha,0,alpha_2);
            d_der_2=int(f2,alpha,alpha_2,1);

            d_c=int(-fc,alpha,alpha_c,1);

            d_izq_1=double(d_izq_1);
            d_izq_2=double(d_izq_2);
            d_der_1=double(d_der_1);
            d_der_2=double(d_der_2);
            d_c=abs(double(d_c));

            distancia_Hamming_linea=d_izq_1+d_der_1;
            distancia_Hamming_columna=d_izq_2+d_der_2-d_c;

            % disp('caso complejo');
            %disp('d_c');
            %disp(d_c);

        else if a2<=a1 && m1<m2 && b2<=b1

            alpha_1=abs((a1-a2)/((m2-a2)-(m1-a1)));
            alpha_2=abs((b1-b2)/((b1-m1)-(b2-m2)));
            alpha_c=abs((b1-a2)/((b1-m1)+(m2-a2)));

            f1=(a1-a2)+((m1-a1)-(m2-a2))*alpha;
            f2=(b1-b2)-((b1-m1)-(b2-m2))*alpha;
            fc=(b1-a2)-((m2-a2)+(b1-m1))*alpha;%
```

```

d_izq_1=int(-f1,alpha,alpha_1,1);
d_izq_2=int(f1,alpha,0,alpha_1);

d_der_1=int(-f2,alpha,alpha_2,1);
d_der_2=int(f2,alpha,0,alpha_2);

d_c=int(-fc,alpha,alpha_c,1);

d_izq_1=double(d_izq_1);
d_izq_2=double(d_izq_2);
d_der_1=double(d_der_1);
d_der_2=double(d_der_2);
d_c=abs(double(d_c));

distancia_Hamming_linea=d_izq_1+d_der_1-d_c;
distancia_Hamming_columna=d_izq_2+d_der_2;

%disp('caso complejo');
%disp('d_c');
%disp(d_c);

else if a1>=b2

    f1=(a1-a2)+((m1-a1)-(m2-a2))*alpha;
    f2=(b1-b2)-((b1-m1)-(b2-m2))*alpha;

    d_izq_1_sim=0;
    d_izq_2_sim=int(f1,alpha,0,1);

    d_izq_1=d_izq_1_sim;
    d_izq_2=double(d_izq_2_sim);

    d_der_1_sim=0;
    d_der_2_sim=int(f2,alpha,0,1);

    d_der_1=d_der_1_sim;
    d_der_2=double(d_der_2_sim);

    distancia_Hamming_linea=d_izq_1+d_der_1;
    distancia_Hamming_columna=d_izq_2+d_der_2;

else if a1<b2 && m1>m2

    f1=(a1-a2)+((m1-a1)-(m2-a2))*alpha;
    f2=(b1-b2)-((b1-m1)-(b2-m2))*alpha;

    d_izq_1_sim=0;
    d_izq_2_sim=int(f1,alpha,0,1);

    d_izq_1=d_izq_1_sim;
    d_izq_2=double(d_izq_2_sim);

```

```

d_der_1_sim=0;
d_der_2_sim=int(f2,alpha,0,1);

d_der_1=d_der_1_sim;
d_der_2=double(d_der_2_sim);

fc=(b2-a1)-((b2-m2)+(m1-a1))*alpha;
alpha_c=abs((b2-a1)/((b2-m2)+(m1-a1)));

d_c=int(-fc,alpha,alpha_c,1);%%%
d_c=abs(double(d_c));

distancia_Hamming_linea=d_izq_1+d_der_1;
distancia_Hamming_columna=d_izq_2+d_der_2- d_c;

%disp('caso complejo');
%disp('d_c');
%disp(d_c);

else if b1>=a2 && m1<=m2

f1=(a1-a2)+((m1-a1)-(m2-a2))*alpha;
d_izq_1_sim=int(-f1,alpha,0,1);
d_izq_2_sim=0;

d_izq_1=double(d_izq_1_sim);
d_izq_2=d_izq_2_sim;

f2=(b1-b2)-((b1-m1)-(b2-m2))*alpha;
d_der_1_sim=int(-f2,alpha,0,1);
d_der_2_sim=0;

d_der_1=double(d_der_1_sim);
d_der_2=d_der_2_sim;

fc=(b1-a2)-((m2-a2)+(b1-m1))*alpha;

alpha_c=abs((b1-a2)/((m2-a2)+(b1-m1)));%

d_c=int(-fc,alpha,alpha_c,1);
d_c=abs(double(d_c));

distancia_Hamming_linea=d_izq_1+d_der_1-d_c;
distancia_Hamming_columna=d_izq_2+d_der_2;

% disp('caso complejo');
% disp('d_c');
% disp(d_c);

else if a2>=b1

f1=(a1-a2)+((m1-a1)-(m2-a2))*alpha;

```

```

f2=(b1-b2)-((b1-m1)-(b2-m2))*alpha;

d_izq_1_sim=int(-f1,alpha,0,1);
d_izq_2_sim=0;

d_izq_1=double(d_izq_1_sim);
d_izq_2=d_izq_2_sim;

d_der_1_sim=int(-f2,alpha,0,1);
d_der_2_sim=0;

d_der_1=double(d_der_1_sim);
d_der_2=d_der_2_sim;

distancia_Hamming_linea=d_izq_1+d_der_1;
distancia_Hamming_columna=d_izq_2+d_der_2;

end
end
end
end
end

end

end

```

AI.5.3 Función: “normalizacion_y_ponderacion”

```

function
[alternativas]=normalizacion_y_ponderacion(num_alternativas,num_criterios,alternativas,criterios)

matriz_normal_max=zeros(num_alternativas,num_criterios);
matriz_normal_min=zeros(num_alternativas,num_criterios);

for cont1=1:1:num_alternativas
    for cont2=1:1:num_criterios

matriz_normal_max(cont1,cont2)=alternativas(cont1).valor_segun_criterio(cont2,2)+alternativas(cont1).valor_segun_criterio(cont2,3);

matriz_normal_min(cont1,cont2)=alternativas(cont1).valor_segun_criterio(cont2,2)-alternativas(cont1).valor_segun_criterio(cont2,1);

```

```

        end
    end

    vect_normal_max=max(matriz_normal_max);

    % para evitar errores de cálculo, se eligen para la normalización de
    los
    % criterios a minimizar, los valores mínimos "distintos de cero"
    %matriz_normal_min_2=nonzeros(matriz_normal_min);

    for cont11=1:1:num_criterios

        vect_min_I=nonzeros(matriz_normal_min(:,cont11));
        vect_normal_min(cont11)=min(vect_min_I);

    end
    %vect_normal_min=min(matriz_normal_min);

    k=4;

    matriz_decision=zeros(num_alternativas,num_criterios,3);
    matriz_decision_n=zeros(num_alternativas,num_criterios,3);

    for cont3=1:1:num_alternativas
        for cont4=1:1:num_criterios
            for cont5=1:1:3

                matriz_decision(cont3,cont4,cont5)=alternativas(cont3).valor_segun_cri
                terio(cont4,cont5);

            end
        end
    end

    %disp('*****');
    %disp('vector máximo');
    %disp(vect_normal_max);
    %disp('vector mínimo');
    %disp(vect_normal_min);
    %disp('matriz de decisión , sin normalizar');
    %disp(matriz_decision);
    %disp('*****');

    for cont6=1:1:num_alternativas
        for cont7=1:1:num_criterios
            for cont8=1:1:3

                if
                    strcmp(criterios(cont7).maximizar_minimizar,'maximizar')==1

```

```

matriz_decision_n(cont6,cont7,cont8)=matriz_decision(cont6,cont7,cont8
)/vect_normal_max(cont7);

    else if
strcmp(criterios(cont7).maximizar_minimizar,'minimizar')==1

        if matriz_decision(cont6,cont7,k-cont8)==0

            matriz_decision_n(cont6,cont7,cont8)=0;
        else

matriz_decision_n(cont6,cont7,cont8)=vect_normal_min(cont7)/matriz_dec
ision(cont6,cont7,k-cont8);
            end

        else
            disp('error en la normalización');
        end
    end

end

end

end

end

%disp('matriz de decisión normalizada');
%disp(matriz_decision_n);

for cont9=1:1:num_alternativas
    for cont10=1:1:num_criterios

        a=matriz_decision_n(cont9,cont10,1);
        m=matriz_decision_n(cont9,cont10,2);
        b=matriz_decision_n(cont9,cont10,3);

        c=criterios(cont10).peso_criterio(1);
        n=criterios(cont10).peso_criterio(2);
        d=criterios(cont10).peso_criterio(3);

        if n>=0 && m>=0

            elem_menor=c*m+a*n;
            elem_medio=m*n;
            elem_mayor= d*m+b*n;

        else if n>=0 && m<0

            elem_menor=a*n-d*m;
            elem_medio=m*n;
            elem_mayor= b*n-c*m;

        else if n<0 && m<0

            elem_menor=-b*n-d*m;
            elem_medio=m*n;

```

```

        elem_mayor= -a*n-c*m;

        end
    end

    end

alternativas(cont9).valor_segun_criterio_nyp(cont10,:)= [elem_menor,elem_medio,elem_mayor];

    end
end

clear cont1 cont2 cont3 cont4 cont5 cont6 cont7 cont8 cont9 cont10 k
clear a m b c n d elem_menor elem_medio elem_mayor
clear vect_normal_max vect_normal_min
clear matriz_decision matriz_decision_n matriz_normal_max
matriz_normal_min

end

```

AI.5.4 Función: “calculo_matriz_indices_concordancia”

```

function
[matriz_indices_concordancia_n,limite_concordancia]=calculo_matriz_indices_concordancia(num_alternativas,num_criterios,criterios,matriz_distancias_Hamming)

for cont4=1:1:num_alternativas
    for cont5=1:1:num_alternativas
        for cont6=1:1:num_criterios

            if
                strcmp(criterios(cont6).maximizar_minimizar,'maximizar')==1

                    if
                        matriz_distancias_Hamming(cont4,cont5,cont6)<=matriz_distancias_Hamming(cont5,cont4,cont6)

                            estructura_indices_concordancia(cont4,cont5).valor(cont6,:)=criterios(cont6).peso_criterio;

                        else

```



```

estructura_indices_concordancia(cont4,cont5).valor(cont6,:)= [0 0 0];

    end

    else if
strcmp(criterios(cont6).maximizar_minimizar, 'minimizar')==1

        if
matriz_distancias_Hamming(cont4,cont5,cont6)>=matriz_distancias_Hamming(cont5,cont4,cont6)

estructura_indices_concordancia(cont4,cont5).valor(cont6,:)=criterios(cont6).peso_criterio;

        else

estructura_indices_concordancia(cont4,cont5).valor(cont6,:)= [0 0 0];

            end

                end

                    end

                        end

                            end

                                end

matriz_indices_concordancia=zeros(num_alternativas,num_alternativas,3)
;
matriz_indices_concordancia_n=zeros(num_alternativas,num_alternativas,3);

for cont7=1:1:num_alternativas
    for cont8=1:1:num_alternativas
        for cont9=1:1:num_criterios
            for cont10=1:1:3

                if cont7==cont8
                    matriz_indices_concordancia(cont7,cont8,cont10)=0;
                else
                    matriz_indices_concordancia(cont7,cont8,cont10)=
matriz_indices_concordancia(cont7,cont8,cont10)+estructura_indices_concordancia(cont7,cont8).valor(cont9,cont10);
                end

            end

        end

    end

end

%disp(matriz_indices_concordancia);

divisor_pesos=zeros(1,3);

```

```

for cont11=1:1:num_criterios

    divisor_pesos=divisor_pesos + criterios(cont11).peso_criterio;

end

% para la normalización realizamos la división difusa de los valores
de la
% matriz de índices de concordancia como la multiplicación de los
mismos
% por el inverso de la suma de los pesos de los criterios.

for cont12=1:1:num_alternativas
    for cont13=1:1:num_alternativas

        a=matriz_indices_concordancia(cont12,cont13,1);
        m=matriz_indices_concordancia(cont12,cont13,2);
        b=matriz_indices_concordancia(cont12,cont13,3);

%definimos el inverso de divisor_pesos%

        n=1/divisor_pesos(2);
        c=divisor_pesos(3)*n^2;
        d=divisor_pesos(1)*n^2;

        if n>=0 && m>=0

            elem_menor=c*m+a*n;
            elem_medio=m*n;
            elem_mayor= d*m+b*n;

        else if n>=0 && m<0

            elem_menor=a*n-d*m;
            elem_medio=m*n;
            elem_mayor= b*n-c*m;

        else if n<0 && m<0

            elem_menor=-b*n-d*m;
            elem_medio=m*n;
            elem_mayor= -a*n-c*m;

        end
        end

    end

    matriz_indices_concordancia_n(cont12,cont13,1)=elem_menor;
    matriz_indices_concordancia_n(cont12,cont13,2)=elem_medio;
    matriz_indices_concordancia_n(cont12,cont13,3)=elem_mayor;

end
end

```

```

%%%           calculo el límite de concordancia mínimo
%%%

vect_elem_menor_concordancia=sum(matriz_indices_concordancia_n(:, :, 1))
;
vect_elem_medio_concordancia=sum(matriz_indices_concordancia_n(:, :, 2))
;
vect_elem_mayor_concordancia=sum(matriz_indices_concordancia_n(:, :, 3))
;

elem_menor_concordancia=sum(vect_elem_menor_concordancia);
elem_medio_concordancia=sum(vect_elem_medio_concordancia);
elem_mayor_concordancia=sum(vect_elem_mayor_concordancia);

limite_concordancia=[elem_menor_concordancia,elem_medio_concordancia,e
lem_mayor_concordancia]/(num_alternativas*(num_alternativas-1));

end

```

AI.5.5 Función: “grafo_electre_I”

```

function
[indice_figuras]=grafo_electre_I(num_alternativas,alternativas,indice_
figuras,matriz_da_cd)

r=num_alternativas/3;

teta=2*pi/num_alternativas;
porcent=0.965;

coord_x_alt=zeros(num_alternativas,1);
coord_y_alt=zeros(num_alternativas,1);

coord_x_nomb=zeros(num_alternativas,1);
coord_y_nomb=zeros(num_alternativas,1);

for cont1=1:1:num_alternativas

    coord_x_alt(cont1)=    r*cos(cont1*teta);
    coord_y_alt(cont1)=    r*sin(cont1*teta);

    coord_x_nomb(cont1)=    (r+0.1)*cos(cont1*teta);
    coord_y_nomb(cont1)=    (r+0.1)*sin(cont1*teta);

end

```

```

figure (1+indice_figuras)

hold on

plot(coord_x_alt,coord_y_alt,'o','MarkerEdgeColor','k','MarkerFaceColor','b',...
      'MarkerSize',12);
title('Grafo sobreclasificación método ELECTRE');

for cont2=1:1:num_alternativas

    text
    (coord_x_nomb(cont2),coord_y_nomb(cont2),alternativas(cont2).nombre_al
    ternativa);

    for cont3=1:1:num_alternativas

        if matriz_da_cd(cont2,cont3)==1

            line([coord_x_alt(cont2),
            coord_x_alt(cont3)], [coord_y_alt(cont2),coord_y_alt(cont3)]);

            % definimos y pintamos el extremo de la flecha %

            coord_x_flecha=coord_x_alt(cont2)-
            percent*(coord_x_alt(cont2)-coord_x_alt(cont3));
            coord_y_flecha=coord_y_alt(cont2)-
            percent*(coord_y_alt(cont2)-coord_y_alt(cont3));

            plot(coord_x_flecha,coord_y_flecha,'s','MarkerEdgeColor','k','MarkerFaceColor','k',...
            'MarkerSize',8);

        else
            end

    end

end

hold off

indice_figuras=indice_figuras+1;

end

```

AI.5.6 Función: “algoritmo_electre I”

```
function [matriz_da_cd, indice_figuras, array_sobreclasificacion_EI]=  
algoritmo_electre_I(num_alternativas, num_criterios, alpha, indice_figuras,  
Hamm, alternativas, criterios)
```

```
%%%                               paso 1: normalización y ponderación  
%%%  
  
[alternativas]=normalizacion_y_ponderacion(num_alternativas, num_criterios,  
alternativas, criterios);  
  
%%%                               paso 2: distancias de Hamming, en su forma simplificada  
%%%  
  
matriz_distancias_Hamming=10*ones(num_alternativas, num_alternativas, num_criterios);  
  
for cont1=1:1:num_alternativas  
    for cont2=1:1:num_alternativas  
        for cont3=1:1:num_criterios  
  
            %disp('alternativa');  
            %disp(cont1);  
            %disp('alternativa');  
            %disp(cont2);  
            %disp('criterio');  
            %disp(cont3);  
  
  
            a1=alternativas(1, cont1).valor_segun_criterio_nyp(cont3, 2) -  
alternativas(1, cont1).valor_segun_criterio_nyp(cont3, 1);  
  
            m1=alternativas(1, cont1).valor_segun_criterio_nyp(cont3, 2);  
  
            b1=alternativas(1, cont1).valor_segun_criterio_nyp(cont3, 3) + alternativa  
s(1, cont1).valor_segun_criterio_nyp(cont3, 2);  
  
  
            a2=alternativas(1, cont2).valor_segun_criterio_nyp(cont3, 2) -  
alternativas(1, cont2).valor_segun_criterio_nyp(cont3, 1);  
  
            m2=alternativas(1, cont2).valor_segun_criterio_nyp(cont3, 2);  
  
            b2=alternativas(1, cont2).valor_segun_criterio_nyp(cont3, 3) + alternativa  
s(1, cont2).valor_segun_criterio_nyp(cont3, 2);  
  
  
            %disp('%%%%%%%%%%');  

```

```

        %disp(a1);
        %disp(m1);
        %disp(b1);

        %disp(a2);
        %disp(m2);
        %disp(b2);

        %disp('%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%');

        if Hamm==0

[distancia_Hamming_linea,distancia_Hamming_columna]=calculo_distancias
_Hamming_simple(a1,m1,b1,a2,m2,b2,alpha);
            else if Hamm==1

[distancia_Hamming_linea,distancia_Hamming_columna]=calculo_distancias
_Hamming_detallada(a1,m1,b1,a2,m2,b2,alpha);
            else
                disp('error en la elección de la distancia de
Hamming');
            end
        end

matriz_distancias_Hamming(cont1,cont2,cont3)=distancia_Hamming_linea;
matriz_distancias_Hamming(cont2,cont1,cont3)=distancia_Hamming_columna
;

        %disp(matriz_distancias_Hamming(cont1,cont2,cont3));
        %disp(matriz_distancias_Hamming(cont2,cont1,cont3));
        %disp('*****');

        end
    end
end
%disp('matriz de distancias de Hamming entre las alternativas y el
máximo');
%disp(matriz_distancias_Hamming);
%disp('*****');
;

%%%           paso 3: Matriz de índices de concordancia
%%%

[matriz_indices_concordancia_n,limite_concordancia]=calculo_matriz_ind
ices_concordancia(num_alternativas,num_criterios,criterios,matriz_dist
ancias_Hamming);

%%%           paso 4: Matriz de índices de discordancia
%%%

```

```

[matriz_indices_discordancia, limite_discordancia] =
calculo_indices_discordancia(num_alternativas, num_criterios, criterios,
matriz_distancias_Hamming);

%%%      paso 5: Matrices de concordancia y discordancia dominantes
%%%

%          matriz de concordancia dominante
%

[matriz_concordancia_dominante]=calculo_matriz_concordancia_domimante_
EI(num_alternativas, limite_concordancia, alpha, Hamm, matriz_indices_conc
ordancia_n);

%disp('matriz de concordancia dominante');
%disp(matriz_concordancia_dominante);
%disp('*****');

%          matriz de discordancia dominante
%

[matriz_discordancia_dominante]=calculo_matriz_discordancia_domimante_
EI(num_alternativas, limite_discordancia, matriz_indices_discordancia);

%disp('matriz de discordancia dominante');
%disp(matriz_discordancia_dominante);
%disp('*****');

%%%      paso 6: Matriz de dominancia agregada concordante-discordante
%%%
disp('*****');
disp('Resultados método Electre I');

[matriz_da_cd, array_sobreclasificacion_EI]=calculo_matriz_dominancia_a
gregada_EI(num_alternativas, alternativas, matriz_concordancia_dominante
, matriz_discordancia_dominante);

disp('matriz de dominancia agregada concordante-discordante');
disp(matriz_da_cd);

[indice_figuras]=grafo_electre_I(num_alternativas, alternativas, indice_
figuras, matriz_da_cd);

end

```

AI.5.6.1 Función: "calculo_matriz_concordancia_dominante_EI"

```
function
[matriz_concordancia_dominante]=calculo_matriz_concordancia_dominante_
EI(num_alternativas,limite_concordancia,alpha,Hamm,matriz_indices_conc
ordancia_n)

matriz_concordancia_dominante=zeros(num_alternativas,num_alternativas)
;

for cont4=1:1:num_alternativas
    for cont5=1:1:num_alternativas

        if cont4==cont5

            matriz_concordancia_dominante(cont4,cont5)=0;

        else

            a3=matriz_indices_concordancia_n(cont4,cont5,1);
            m3=matriz_indices_concordancia_n(cont4,cont5,2);
            b3=matriz_indices_concordancia_n(cont4,cont5,3);

            a4=limite_concordancia(1);
            m4=limite_concordancia(2);
            b4=limite_concordancia(3);

            if Hamm==0

                [distancia_Hamming_linea,distancia_Hamming_columna]=calculo_distancias
                _Hamming_simple(a3,m3,b3,a4,m4,b4,alpha);
                else if Hamm==1

                [distancia_Hamming_linea,distancia_Hamming_columna]=calculo_distancias
                _Hamming_detallada(a3,m3,b3,a4,m4,b4,alpha);
                else
                    disp('error en la elección de la distancia de
                    Hamming');
                end
            end

            %
            matriz_distancias_Hamming_concordancia(cont4,cont5)=distancia_Hamming_
            linea;

            %disp(distancia_Hamming_linea);
            %disp(distancia_Hamming_columna);
            %disp('*****');

            if distancia_Hamming_linea <= distancia_Hamming_columna

                matriz_concordancia_dominante(cont4,cont5)=1;

            else
```



```

        matriz_concordancia_dominante(cont4,cont5)=0;
    end
end
end
end
end

```

AI.5.6.2 Función: “calculo_matriz_discordancia_dominante_EI”

```

function
[matriz_discordancia_dominante]=calculo_matriz_discordancia_domimante_
EI(num_alternativas,limite_discordancia,matriz_indices_discordancia)

matriz_discordancia_dominante=zeros(num_alternativas,num_alternativas)
;

for cont6=1:1:num_alternativas
    for cont7=1:1:num_alternativas

        if cont6==cont7

            matriz_discordancia_dominante(cont6,cont7)=0;

        else

            if
matriz_indices_discordancia(cont6,cont7)<=limite_discordancia %

                matriz_discordancia_dominante(cont6,cont7)=1;

            else

                matriz_discordancia_dominante(cont6,cont7)=0;

            end

        end

    end

end
end
end
end

```

AI.5.6.3 Función: "calculo_matriz_dominancia_agregada_EI"

```
function
[matriz_da_cd,array_sobreclasificacion_EI]=calculo_matriz_dominancia_a
gregada_EI(num_alternativas,alternativas,matriz_concordancia_dominante
,matriz_discordancia_dominante)

format long
matriz_da_cd=zeros(num_alternativas,num_alternativas);

for cont8=1:1:num_alternativas
    for cont9=1:1:num_alternativas

matriz_da_cd(cont8,cont9)=matriz_concordancia_dominante(cont8,cont9)*m
atriz_discordancia_dominante(cont8,cont9);

        end
    end

for cont6=1:1:num_alternativas
    for cont7=1:1:num_alternativas

        if cont6==cont7
            mens1={alternativas(cont6).nombre_alternativa};
            mens2={' I '};
            mens3={alternativas(cont7).nombre_alternativa};

array_sobreclasificacion_EI(cont6,cont7)=strcat(mens1,mens2,mens3);

            else

                if matriz_da_cd(cont6,cont7)==0 &&
matriz_da_cd(cont7,cont6)==1;

                    mens1={alternativas(cont7).nombre_alternativa};
                    mens2={' S '};
                    mens3={alternativas(cont6).nombre_alternativa};

array_sobreclasificacion_EI(cont6,cont7)=strcat(mens1,mens2,mens3);

                else if matriz_da_cd(cont6,cont7)==1 &&
matriz_da_cd(cont7,cont6)==0

                    mens1={alternativas(cont6).nombre_alternativa};
                    mens2={' S '};
                    mens3={alternativas(cont7).nombre_alternativa};

array_sobreclasificacion_EI(cont6,cont7)=strcat(mens1,mens2,mens3);

                else if matriz_da_cd(cont6,cont7)==0 &&
matriz_da_cd(cont7,cont6)==0

                    mens1={alternativas(cont6).nombre_alternativa};
                    mens2={' R '};
                    mens3={alternativas(cont7).nombre_alternativa};
```

```

array_sobreclasificacion_EI(cont6,cont7)=strcat(mens1,mens2,mens3);

        else if matriz_da_cd(cont6,cont7)==1 &&
matriz_da_cd(cont6,cont7)==1

            mens1={alternativas(cont6).nombre_alternativa};
            mens2={' R '};
            mens3={alternativas(cont7).nombre_alternativa};

array_sobreclasificacion_EI(cont6,cont7)=strcat(mens1,mens2,mens3);

                end
            end
        end
    end

    end
end

disp('Nota: S= sobreclasifica, I= indiferente, R= incomparable');

disp(array_sobreclasificacion_EI);

end

```

AI.5.7 Función: “algoritmo_electre II”

AI.5.7.1 Función: “calculo_matriz_indices_discordancia_EII”

```

function
[matriz_indices_discordancia_n,limite_discordancia]=calculo_matriz_ind
ices_discordancia_EII(num_alternativas,num_criterios,criterios,matriz_
distancias_Hamming)

for cont4=1:1:num_alternativas
    for cont5=1:1:num_alternativas
        for cont6=1:1:num_criterios

            if
strcmp(criterios(cont6).maximizar_minimizar,'maximizar')==1

                if
matriz_distancias_Hamming(cont4,cont5,cont6)>=matriz_distancias_Hammin
g(cont5,cont4,cont6)

```

```

estructura_indices_discordancia(cont4,cont5).valor(cont6,:)=criterios(
cont6).peso_criterio;

    else

estructura_indices_discordancia(cont4,cont5).valor(cont6,:)=[0 0 0];

    end

    else if
strcmp(criterios(cont6).maximizar_minimizar,'minimizar')==1

        if
matriz_distancias_Hamming(cont4,cont5,cont6)<=matriz_distancias_Hammin
g(cont5,cont4,cont6)

estructura_indices_discordancia(cont4,cont5).valor(cont6,:)=criterios(
cont6).peso_criterio;

        else

estructura_indices_discordancia(cont4,cont5).valor(cont6,:)=[0 0 0];

        end

        end

        end

        end

        end

end

matriz_indices_discordancia=zeros(num_alternativas,num_alternativas,3)
;
matriz_indices_discordancia_n=zeros(num_alternativas,num_alternativas,
3);

for cont7=1:1:num_alternativas
    for cont8=1:1:num_alternativas
        for cont9=1:1:num_criterios
            for cont10=1:1:3

                if cont7==cont8
                    matriz_indices_discordancia(cont7,cont8,cont10)=0;
                else
                    matriz_indices_discordancia(cont7,cont8,cont10)=
matriz_indices_discordancia(cont7,cont8,cont10)+estructura_indices_dis
cordancia(cont7,cont8).valor(cont9,cont10);
                end

            end

        end

    end

end

```

```

end

%disp(matriz_indices_concordancia);

divisor_pesos=zeros(1,3);

for cont11=1:1:num_criterios

    divisor_pesos=divisor_pesos + criterios(cont11).peso_criterio;

end

% para la normalización realizamos la división difusa de los valores
de la
% matriz de índices de concordancia como la multiplicación de los
mismos
% por el inverso de la suma de los pesos de los criterios.

for cont12=1:1:num_alternativas
    for cont13=1:1:num_alternativas

        a=matriz_indices_discordancia(cont12,cont13,1);
        m=matriz_indices_discordancia(cont12,cont13,2);
        b=matriz_indices_discordancia(cont12,cont13,3);

%definimos el inverso de divisor_pesos%

        n=1/divisor_pesos(2);
        c=divisor_pesos(3)*n^2;
        d=divisor_pesos(1)*n^2;

        if n>=0 && m>=0

            elem_menor=c*m+a*n;
            elem_medio=m*n;
            elem_mayor= d*m+b*n;

        else if n>=0 && m<0

            elem_menor=a*n-d*m;
            elem_medio=m*n;
            elem_mayor= b*n-c*m;

        else if n<0 && m<0

            elem_menor=-b*n-d*m;
            elem_medio=m*n;
            elem_mayor= -a*n-c*m;

        end
    end
end

end

```

```

matriz_indices_discordancia_n(cont12,cont13,1)=elem_menor;
matriz_indices_discordancia_n(cont12,cont13,2)=elem_medio;
matriz_indices_discordancia_n(cont12,cont13,3)=elem_mayor;

end
end

%%%          calculo el límite de concordancia mínimo
%%%

vect_elem_menor_discordancia=sum(matriz_indices_discordancia_n(:, :,1))
;
vect_elem_medio_discordancia=sum(matriz_indices_discordancia_n(:, :,2))
;
vect_elem_mayor_discordancia=sum(matriz_indices_discordancia_n(:, :,3))
;

elem_menor_discordancia=sum(vect_elem_menor_discordancia);
elem_medio_discordancia=sum(vect_elem_medio_discordancia);
elem_mayor_discordancia=sum(vect_elem_mayor_discordancia);

limite_discordancia=[elem_menor_discordancia,elem_medio_discordancia,e
lem_mayor_discordancia]/(num_alternativas*(num_alternativas-1));

end

```

Al.5.7.2 Función:

“comprobacion_condicion_pesos_concordantes_discordantes”

```

function
[matriz_verificacion_concordancia]=comprobacion_condicion_pesos_concor
dantes_discordantes(num_alternativas,alpha,Hamm,matriz_indices_concord
ancia_n,matriz_indices_discordancia_n)

matriz_comprobacion_concordancia=zeros(num_alternativas,num_alternativ
as,3);

for cont4=1:1:num_alternativas
    for cont5=1:1:num_alternativas

if cont4==cont5

        matriz_comprobacion_concordancia(cont4,cont5,:)= [0 0 0];

else

                a=matriz_indices_concordancia_n(cont4,cont5,1);
                m=matriz_indices_concordancia_n(cont4,cont5,2);
                b=matriz_indices_concordancia_n(cont4,cont5,3);

if matriz_indices_discordancia_n(cont4,cont5,2)==0 &&
matriz_indices_discordancia_n(cont4,cont5,1)==0 &&
matriz_indices_discordancia_n(cont4,cont5,3)==0

        matriz_comprobacion_concordancia(cont4,cont5,:)= [0 10 0];

```

```

else
%definimos el inverso de divisor_pesos%

n=1/matriz_indices_discordancia_n(cont4,cont5,2);
c=matriz_indices_discordancia_n(cont4,cont5,3)*n^2;
d=matriz_indices_discordancia_n(cont4,cont5,1)*n^2;

if n>=0 && m>=0

elem_menor=c*m+a*n;
elem_medio=m*n;
elem_mayor= d*m+b*n;

else if n>=0 && m<0

elem_menor=a*n-d*m;
elem_medio=m*n;
elem_mayor= b*n-c*m;

else if n<0 && m<0

elem_menor=-b*n-d*m;
elem_medio=m*n;
elem_mayor= -a*n-c*m;

end
end

end

matriz_comprobacion_concordancia(cont4,cont5,1)=elem_menor;
matriz_comprobacion_concordancia(cont4,cont5,2)=elem_medio;
matriz_comprobacion_concordancia(cont4,cont5,3)=elem_mayor;

end
end

%disp(matriz_comprobacion_concordancia);

matriz_verificacion_concordancia=zeros(num_alternativas,num_alternativas);

% en este bucle, se verifica la primera condición de concordancia
descrita%
% anteriormente

for cont6=1:1:num_alternativas
for cont7=1:1:num_alternativas

if cont6==cont7
matriz_verificacion_concordancia(cont6,cont7)=0;

```

```

else
a3=matriz_comprobacion_concordancia(cont6,cont7,1);
m3=matriz_comprobacion_concordancia(cont6,cont7,2);
b3=matriz_comprobacion_concordancia(cont6,cont7,3);

a4=0;
m4=1;
b4=0;

if Hamm==0

[distancia_Hamming_linea,distancia_Hamming_columna]=calculo_distancias
_Hamming_simple(a3,m3,b3,a4,m4,b4,alpha);
else if Hamm==1

[distancia_Hamming_linea,distancia_Hamming_columna]=calculo_distancias
_Hamming_detallada(a3,m3,b3,a4,m4,b4,alpha);
else
disp('error en la elección de la distancia de
Hamming');
end
end

if distancia_Hamming_linea <= distancia_Hamming_columna
matriz_verificacion_concordancia(cont6,cont7)=1;
else
matriz_verificacion_concordancia(cont6,cont7)=0;
end
end
end
end

```

AI.5.7.3 Función: "comprobacion_condicion_no_veto"

```

function
[matriz_verificacion_veto_debil,matriz_verificacion_veto_fuerte]=compr
obacion_condicion_no_veto(num_alternativas,num_criterios,alpha,Hamm,al
ternativas,criterios)

matriz_comprobacion_veto_debil=zeros(num_alternativas,num_alternativas
,num_criterios);
matriz_comprobacion_veto_fuerte=zeros(num_alternativas,num_alternativa
s,num_criterios);

% estas matrices comprueban, si la valoración de un criterio más su
umbral
% de veto, es superior o igual a la valoración de la alternativa con
la que
% se compara, dando el valor 1 si se cumple lo anterior, y 0 si no, es
% decir, da cero si se supera el umbral de veto en algún criterio.

for cont9=1:1:num_alternativas
for cont10=1:1:num_alternativas
for cont11=1:1:num_criterios

```



```

a1=alternativas(1,cont9).valor_segun_criterio_nyp(cont11,2)-
alternativas(1,cont9).valor_segun_criterio_nyp(cont11,1);

m1=alternativas(1,cont9).valor_segun_criterio_nyp(cont11,2);

b1=alternativas(1,cont9).valor_segun_criterio_nyp(cont11,3)+alternativ
as(1,cont9).valor_segun_criterio_nyp(cont11,2);

a2=alternativas(1,cont10).valor_segun_criterio_nyp(cont11,2)-
alternativas(1,cont9).valor_segun_criterio_nyp(cont11,1);

m2=alternativas(1,cont10).valor_segun_criterio_nyp(cont11,2);

b2=alternativas(1,cont10).valor_segun_criterio_nyp(cont11,3)+alternati
vas(1,cont9).valor_segun_criterio_nyp(cont11,2);

c1=criterios(cont11).lim_discord_debil(2)-
criterios(cont11).lim_discord_debil(1);
n1=criterios(cont11).lim_discord_debil(2);

d1=criterios(cont11).lim_discord_debil(3)+criterios(cont11).lim_discor
d_debil(2);

c2=criterios(cont11).lim_discord_fuerte(2)-
criterios(cont11).lim_discord_fuerte(1);
n2=criterios(cont11).lim_discord_fuerte(2);

d2=criterios(cont11).lim_discord_fuerte(3)+criterios(cont11).lim_discor
rd_fuerte(2);

if
strcmp(criterios(cont11).maximizar_minimizar,'maximizar')==1

a1d=a1+c1;
m1d=m1+n1;
b1d=b1+d1;

a1f=a1+c2;
m1f=m1+n2;
b1f=b1+d2;

if Hamm==0

[distancia_Hamming_linea_d,distancia_Hamming_columna_d]=calculo_distan
cias_Hamming_simple(a1d,m1d,b1d,a2,m2,b2,alpha);
else if Hamm==1

[distancia_Hamming_linea_d,distancia_Hamming_columna_d]=calculo_distan
cias_Hamming_detallada(a1d,m1d,b1d,a2,m2,b2,alpha);
else
disp('error en la elecci3n de la distancia de
Hamming');
end
end

```

```

        if Hamm==0

[distancia_Hamming_linea_f,distancia_Hamming_columna_f]=calculo_distan
cias_Hamming_simple(a1f,m1f,b1f,a2,m2,b2,alpha);
        else if Hamm==1

[distancia_Hamming_linea_f,distancia_Hamming_columna_f]=calculo_distan
cias_Hamming_detallada(a1f,m1f,b1f,a2,m2,b2,alpha);
        else
            disp('error en la elección de la distancia de
Hamming');
        end
    end

    if distancia_Hamming_linea_d<=distancia_Hamming_columna_d

        matriz_comprobacion_veto_debil(cont9,cont10,cont11)=1;
    else
        matriz_comprobacion_veto_debil(cont9,cont10,cont11)=0;
    end

    if distancia_Hamming_linea_f<=distancia_Hamming_columna_f

matriz_comprobacion_veto_fuerte(cont9,cont10,cont11)=1;
    else
matriz_comprobacion_veto_fuerte(cont9,cont10,cont11)=0;
    end

    else if
strcmp(criterios(cont11).maximizar_minimizar,'minimizar')==1

        a2d=a2+c1;
        m2d=m2+n1;
        b2d=b2+d1;

        a2f=a2+c2;
        m2f=m2+n2;
        b2f=b2+d2;

        if Hamm==0

[distancia_Hamming_linea_d,distancia_Hamming_columna_d]=calculo_distan
cias_Hamming_simple(a2d,m2d,b2d,a1,m1,b1,alpha);
        else if Hamm==1

[distancia_Hamming_linea_d,distancia_Hamming_columna_d]=calculo_distan
cias_Hamming_detallada(a2d,m2d,b2d,a1,m1,b1,alpha);
        else

```



```

% las siguientes matrices verifican si se cumple la condición de no
veto
% para la evaluación de cada par de alternativas según todos los
criterios,
% dando 1 si se cumple y 0 si existe un criterio para el cual no se
cumple
% la condición de no veto de un par de alternativas

for cont12=1:1:num_alternativas
    for cont13=1:1:num_alternativas

        matriz_verificacion_veto_debil(cont12,cont13)=
prod(matriz_comprobacion_veto_debil(cont12,cont13,:));
        matriz_verificacion_veto_fuerte(cont12,cont13)=
prod(matriz_comprobacion_veto_fuerte(cont12,cont13,:));

    end
end
end

```

AI.5.7.4 Función: "calculo_niveles_concordancia_EII"

```

function
[matriz_concordancia_mayor,matriz_concordancia_medio,matriz_concordancia_menor]=calculo_niveles_concordancia_EII(num_alternativas,lim_concord_fuerte,lim_concord_medio,lim_concord_debil,alpha,Hamm,matriz_indices_concordancia_n)

matriz_concordancia_mayor=zeros(num_alternativas, num_alternativas);
matriz_concordancia_medio=zeros(num_alternativas, num_alternativas);
matriz_concordancia_menor=zeros(num_alternativas, num_alternativas);

a6f=lim_concord_fuerte(1);
m6f=lim_concord_fuerte(2);
b6f=lim_concord_fuerte(3);

a6m=lim_concord_medio(1);
m6m=lim_concord_medio(2);
b6m=lim_concord_medio(3);

a6d=lim_concord_debil(1);
m6d=lim_concord_debil(2);
b6d=lim_concord_debil(3);

for cont16=1:1:num_alternativas
    for cont17=1:1:num_alternativas

        a5=matriz_indices_concordancia_n(cont16,cont17,1);
        m5=matriz_indices_concordancia_n(cont16,cont17,2);
        b5=matriz_indices_concordancia_n(cont16,cont17,3);
    end
end

```

```

        if Hamm==0

[distancia_Hamming_linea_f2,distancia_Hamming_columna_f2]=calculo_dist
ancias_Hamming_simple(a5,m5,b5,a6f,m6f,b6f,alpha);
        else if Hamm==1

[distancia_Hamming_linea_f2,distancia_Hamming_columna_f2]=calculo_dist
ancias_Hamming_detallada(a5,m5,b5,a6f,m6f,b6f,alpha);
        else
            disp('error en la elección de la distancia de
Hamming');
        end
    end

        if Hamm==0

[distancia_Hamming_linea_m2,distancia_Hamming_columna_m2]=calculo_dist
ancias_Hamming_simple(a5,m5,b5,a6m,m6m,b6m,alpha);
        else if Hamm==1

[distancia_Hamming_linea_m2,distancia_Hamming_columna_m2]=calculo_dist
ancias_Hamming_detallada(a5,m5,b5,a6m,m6m,b6m,alpha);
        else
            disp('error en la elección de la distancia de
Hamming');
        end
    end

        if Hamm==0

[distancia_Hamming_linea_d2,distancia_Hamming_columna_d2]=calculo_dist
ancias_Hamming_simple(a5,m5,b5,a6d,m6d,b6d,alpha);
        else if Hamm==1

[distancia_Hamming_linea_d2,distancia_Hamming_columna_d2]=calculo_dist
ancias_Hamming_detallada(a5,m5,b5,a6d,m6d,b6d,alpha);
        else
            disp('error en la elección de la distancia de
Hamming');
        end
    end

    if distancia_Hamming_linea_f2 <= distancia_Hamming_columna_f2

matriz_concordancia_mayor(cont16,cont17)=1;
matriz_concordancia_medio(cont16,cont17)=0;
matriz_concordancia_menor(cont16,cont17)=0;

    else if distancia_Hamming_linea_m2 <=
distancia_Hamming_columna_m2

matriz_concordancia_mayor(cont16,cont17)=0;
matriz_concordancia_medio(cont16,cont17)=1;
matriz_concordancia_menor(cont16,cont17)=0;

    else if distancia_Hamming_linea_d2 <=
distancia_Hamming_columna_d2

matriz_concordancia_mayor(cont16,cont17)=0;
matriz_concordancia_medio(cont16,cont17)=0;

```

```

matriz_concordancia_menor(cont16,cont17)=1;

    else

matriz_concordancia_mayor(cont16,cont17)=0;
matriz_concordancia_medio(cont16,cont17)=0;
matriz_concordancia_menor(cont16,cont17)=0;

        end
    end
end
end
end
end

```

AI.5.7.5 Función: "matrices_sobreclasificacion_fuerte_debil_EII"

```

function
[matriz_sobreclasificacion_fuerte,matriz_sobreclasificacion_debil]=mat
rices_sobreclasificacion_fuerte_debil_EII(num_alternativas,matriz_veri
ficacion_concordancia,matriz_verificacion_veto_fuerte,matriz_verificac
ion_veto_debil,matriz_concordancia_mayor,matriz_concordancia_medio,mat
riz_concordancia_menor)

matriz_sobreclasificacion_fuerte=zeros(num_alternativas,num_alternativ
as);
matriz_sobreclasificacion_debil=zeros(num_alternativas,num_alternativa
s);

for cont14=1:1:num_alternativas
    for cont15=1:1:num_alternativas

        if matriz_verificacion_concordancia(cont14,cont15)==1 &&
matriz_verificacion_veto_debil(cont14,cont15)==1 &&
matriz_concordancia_mayor(cont14,cont15)==1

            matriz_sobreclasificacion_fuerte(cont14,cont15)=1;
matriz_sobreclasificacion_debil(cont14,cont15)=0;

        else if matriz_verificacion_concordancia(cont14,cont15)==1 &&
matriz_verificacion_veto_fuerte(cont14,cont15)==1 &&
matriz_concordancia_medio(cont14,cont15)==1

            matriz_sobreclasificacion_fuerte(cont14,cont15)=1;
matriz_sobreclasificacion_debil(cont14,cont15)=0;

        else if matriz_verificacion_concordancia(cont14,cont15)==1
&& matriz_verificacion_veto_debil(cont14,cont15)==1 &&
matriz_concordancia_menor(cont14,cont15)==1

            matriz_sobreclasificacion_fuerte(cont14,cont15)=0;
matriz_sobreclasificacion_debil(cont14,cont15)=1;

        else

```



```

%disp(Yd);

%disp('*****');

seguro=seguro+1;
% construimos los conjuntos D, U, y B %

for cont1=1:1:tamano

    if isequal(Yf(:,cont1),vector_prueba)==1

        elem_D_I(cont1)=orden_inicial_interm(cont1);
        vect_D_I(cont1)=cont1;
    else
        elem_D_I(cont1)=0;
        vect_D_I(cont1)=0;
    end
end

vect_D=nonzeros(vect_D_I);
elem_D=nonzeros(elem_D_I);
[m_D,inutil_1]=size(elem_D);

%disp('conjunto D');
%disp(elem_D);
%disp('*****');

% disp('tamaño del conjunto D');
% disp(m_D);

elem_U_I=zeros(m_D,1);
vect_U_I=zeros(m_D,1);

for cont2=1:1:m_D

    if isequal(Yd(vect_D(cont2),:),vector_prueba.')==1
    vect_U_I(cont2)=0;
    continue
    else
        elem_U_I(cont2)=elem_D(cont2);
        vect_U_I(cont2)=cont2;
    end
end

elem_U=nonzeros(elem_U_I);
vect_U=nonzeros(vect_U_I);

%disp('conjunto U');
%disp(elem_U);
%disp('*****');

if isempty(elem_U)==1

```



```

    elem_DUB=elem_D;

else

[m_U,inutil_2]=size(elem_U);

%disp('tamaño del conjunto U');
%disp(m_U);

if m_U>1

    elem_B_I=zeros(m_U,1);

    for cont3=1:1:m_U
        for cont4=1:1:m_U

            if cont3==cont4
                continue
            else

                if Yd(vect_U(cont4),vect_U(cont3))==0

                    elem_B_I(cont3)=elem_U(cont3);
                else
                    continue
                end
            end
        end
    end

    elem_B=nonzeros(elem_B_I);

else if m_U==1

    elem_B=elem_U;

    else
        disp('error inesperado en el conjunto U');
        break
    end
end

%disp('conjunto B');
%disp(elem_B);
%disp('*****');

[m_B,inutil_3]=size(elem_B);

% construimos el conjunto (D-U)*unión*B %

```

```

elem_DU_I=elem_D;

for cont5=1:1:m_U

    [posic_D,inutil]=find(elem_D,elem_U(cont5));

    if isempty(posic_D)==1

    else

        elem_DU_I(posic_D)=0;
    end

end

elem_DU=nonzeros(elem_DU_I);
[m_DU,inutil_6]=size(elem_DU);
K_I=zeros(m_B,1);

%disp('conjunto D-U');
%disp(elem_DU);
%disp('*****');

elem_DUB_I=zeros(m_DU+m_B,1);

elem_DUB_I(1:m_DU)=elem_DU;

if isempty(elem_DU)==1

    elem_DUB=elem_B;

else

for cont6=1:1:m_B

    [posic_DU,inutil]=find(elem_DU,elem_B(cont6));

    if isempty(posic_DU)==1

        elem_DUB_I(cont6+m_DU)=elem_B(cont8);
    else
        elem_DUB_I(cont6+m_DU)=0;

    end

end
end

```

```

elem_DUB=nonzeros(elem_DUB_I);

end

end %%final de isempty(elem_U)

[m_DUB,inutil_5]=size(elem_DUB);

% eliminamos la o las alternativas seleccionadas en la etapa de
% ordenación

for cont9=1:1:tamano
    for cont10=1:1:m_DUB

        if orden_inicial_interm(cont9)==elem_DUB(cont10)

            orden_inicial_interm(cont9)=0;
        else

            continue
        end

    end

end

orden_inicial_interm_I=nonzeros(orden_inicial_interm);

% disp(' conjunto D-U(uni3n)B');

% disp(elem_DUB);
% disp('*****');

% creamos la ordenaci3n directa de alternativas %

if isempty(elem_DUB)==1

orden_directo(rango).orden_alternativas(1,:)=orden_inicial_interm_I;

    [tamano,inutil_7]=size(orden_inicial_interm_I);

    for cont12=1:1:tamano

        orden_inicial_interm(orden_inicial_interm_I(cont12))=0;

    end

    orden_inicial_interm_I=nonzeros(orden_inicial_interm);

else

orden_directo(rango).orden_alternativas(1,:)=elem_DUB.';

```

```

end

% reiniciamos el bucle %

[tamano,inutil_7]=size(orden_inicial_interm_I);

%disp('tamaño tras la iteración');
%disp(tamano);

orden_inicial_interm=orden_inicial_interm_I;

matriz_filas_f=zeros(tamano,num_alternativas);
matriz_filas_d=zeros(tamano,num_alternativas);
matriz_columnas_f=zeros(tamano);
matriz_columnas_d=zeros(tamano);

for cont11=1:1:tamano

    matriz_filas_f(cont11,:)=Yf_I(orden_inicial_interm(cont11),:);
    matriz_filas_d(cont11,:)=Yd_I(orden_inicial_interm(cont11),:);

    % disp('contador');
    % disp(cont11);
    % disp(matriz_filas_f);
end

%disp('matrices fila');
%disp(matriz_filas_f);
%disp(matriz_filas_d);

for cont12=1:1:tamano

matriz_columnas_f(:,cont12)=matriz_filas_f(:,orden_inicial_interm(cont
12));

matriz_columnas_d(:,cont12)=matriz_filas_d(:,orden_inicial_interm(cont
12));

    %disp('contador');
    %disp(cont12);
    %disp(matriz_columnas_f);

end

elem_D_I=zeros(tamano,1);
vect_D_I=zeros(tamano,1);

Yf=zeros(tamano);
Yd=zeros(tamano);

orden_inicial_interm=zeros(tamano,1);

```

```

vector_prueba=zeros(tamano,1);

Yf=matriz_columnas_f;
Yd=matriz_columnas_d;

orden_inicial_interm=orden_inicial_interm_I;
rango=rango+1;

%disp('orden de alternativas tras la iteración');
%disp(orden_inicial_interm);

% condición para la última alternativa%

if tamaño==1 && isempty(elem_DUB)==0

orden_directo(rango).orden_alternativas(1,:)=orden_inicial_interm(1);

else
end

%% condición de salida del bucle%%
if seguro>4*num_alternativas||tamaño<=1||rango==num_alternativas
    cond_bucle=1;
else
end

end
%% termina el bucle %%%

disp('*****');
disp('Preorden directo de alternativas según ELECTRE II');

longitud=length(orden_directo);

for cont14=1:1:longitud

    lt=length(orden_directo(cont14).orden_alternativas);
    if lt>1
        A='';
        for cont15=1:1:lt

A1=alternativas(orden_directo(cont14).orden_alternativas(1,cont15)).no
mbre_alternativa;
        A2='..';
        A=strcat(A,A1,A2);
        end
orden_directo(cont14).nombre_alternativas(1,:)=A;
        else

orden_directo(cont14).nombre_alternativas(1,:)=alternativas(orden_dire
cto(cont14).orden_alternativas(1,:)).nombre_alternativa;
        end
disp(orden_directo(cont14).nombre_alternativas(1,:));
end

end

```

AI.5.7.7 Función: "ordenacion_inverso_electre_II"

```
function
[orden_inverso]=ordenacion_inverso_electre_II(num_alternativas,matriz_
sobreclasificacion_fuerte,matriz_sobreclasificacion_debil,alternativas
)

% se debe tener en cuenta que una de las dos diferencias con respecto
al
%ordenamiento directo, es el cambio en el sentido de las flechas, que
se
%consigue transponiendo las matrices de sobreclasificación
format long
Yf_I=matriz_sobreclasificacion_fuerte.';
Yd_I=matriz_sobreclasificacion_debil.';
Yf=Yf_I;
Yd=Yd_I;

tamano=num_alternativas;

vector_prueba=zeros(tamano,1);
vect_D_I=zeros(tamano,1);
rango=1;
seguro=0;
cond_bucle=0;

orden_inicial=zeros(num_alternativas,1);

for cont1=1:1:num_alternativas

    orden_inicial(cont1)=cont1;

end

orden_inicial_interm=orden_inicial;

elem_D_I=zeros(num_alternativas,1);

%%%% empieza el bucle %%%%
while cond_bucle==0

    % disp('matrices de sobreclasificación en la etapa');
    % disp(rango);
    % disp(Yf);
    % disp(Yd);
    % disp(vector_prueba);
    % disp('*****');

    seguro=seguro+1;
    % construimos los conjuntos D, U, y B %
```

```

for cont1=1:1:tamano

    if isequal(Yf(:,cont1),vector_prueba)==1

        elem_D_I(cont1)=orden_inicial_interm(cont1);
        vect_D_I(cont1)=cont1;
    else
        elem_D_I(cont1)=0;
        vect_D_I(cont1)=0;
    end
end

vect_D=nonzeros(vect_D_I);
elem_D=nonzeros(elem_D_I);
[m_D,inutil_1]=size(elem_D);

%disp('conjunto D');
%disp(elem_D);
%disp('*****');

% disp('tamaño del conjunto D');
% disp(m_D);

elem_U_I=zeros(m_D,1);
vect_U_I=zeros(m_D,1);

for cont2=1:1:m_D

    if isequal(Yd(vect_D(cont2),:),vector_prueba.')==1
    vect_U_I(cont2)=0;
    continue
    else
        elem_U_I(cont2)=elem_D(cont2);
        vect_U_I(cont2)=cont2;
    end
end

elem_U=nonzeros(elem_U_I);
vect_U=nonzeros(vect_U_I);

% disp('conjunto U');
% disp(elem_U);
% disp('*****');

if isempty(elem_U)==1

    elem_DUB=elem_D;

else

[m_U,inutil_2]=size(elem_U);

```

```

%disp('tamaño del conjunto U');
%disp(m_U);

if m_U>1

    elem_B_I=zeros(m_U,1);

    for cont3=1:1:m_U
        for cont4=1:1:m_U

            if cont3==cont4
                continue
            else
                %%% ojo a esto, posible revisión %%%
                if Yd(vect_U(cont4),vect_U(cont3))==0

                    elem_B_I(cont3)=elem_U(cont3);
                    else
                        continue
                    end
                end
            end

        end
    end

    elem_B=nonzeros(elem_B_I);

else if m_U==1

    elem_B=elem_U;

    else
        disp('error inesperado en el conjunto U');
        break
    end
end

% disp('conjunto B');
% disp(elem_B);
% disp('*****');

[m_B,inutil_3]=size(elem_B);

% construimos el conjunto (D-U)*unión*B %

elem_DU_I=elem_D;

for cont5=1:1:m_U

    [posic_D,inutil]=find(elem_D,elem_U(cont5));

```



```

        if isempty(posic_D)==1

            else

                elem_DU_I(posic_D)=0;
            end

        end

    end

    elem_DU=nonzeros(elem_DU_I);
    [m_DU,inutil_6]=size(elem_DU);
    K_I=zeros(m_B,1);

    %disp('conjunto D-U');
    %disp(elem_DU);
    %disp('*****');

    elem_DUB_I=zeros(m_DU+m_B,1);

    elem_DUB_I(1:m_DU)=elem_DU;

    if isempty(elem_DU)==1

        elem_DUB=elem_B;

    else

        for cont6=1:1:m_B

            [posic_DU,inutil]=find(elem_DU,elem_B(cont6));

            if isempty(posic_DU)==1

                elem_DUB_I(cont6+m_DU)=elem_B(cont8);
            else
                elem_DUB_I(cont6+m_DU)=0;

            end

        end

    end

    elem_DUB=nonzeros(elem_DUB_I);

    end

end %%%final de isempty(elem_U)

```

```

[m_DUB,inutil_5]=size(elem_DUB);

% eliminamos la o las alternativas seleccionadas en la etapa de
% ordenación

for cont9=1:1:tamano
    for cont10=1:1:m_DUB

        if orden_inicial_interm(cont9)==elem_DUB(cont10)

            orden_inicial_interm(cont9)=0;
        else

            continue
        end

    end
end

orden_inicial_interm_I=nonzeros(orden_inicial_interm);

%disp(' conjunto D-U(uni3n)B');

% disp(elem_DUB);
%disp('*****');

% creamos la ordenaci3n directa de alternativas %
if isempty(elem_DUB)==1

orden_directo(rango).orden_alternativas(1,:)=orden_inicial_interm_I;

    [tamano,inutil_7]=size(orden_inicial_interm_I);

    for cont12=1:1:tamano

        orden_inicial_interm(orden_inicial_interm_I(cont12))=0;

    end

    orden_inicial_interm_I=nonzeros(orden_inicial_interm);

else
orden_directo(rango).orden_alternativas(1,:)=elem_DUB.';

end

% reiniciamos el bucle %

[tamano,inutil_7]=size(orden_inicial_interm_I);

%disp('tama3o tras la iteraci3n');
%disp(tamano);

orden_inicial_interm=orden_inicial_interm_I;

```

```

matriz_filas_f=zeros(tamano,num_alternativas);
matriz_filas_d=zeros(tamano,num_alternativas);
matriz_columnas_f=zeros(tamano);
matriz_columnas_d=zeros(tamano);

for cont11=1:1:tamano

    matriz_filas_f(cont11,:)=Yf_I(orden_inicial_interm(cont11),:);
    matriz_filas_d(cont11,:)=Yd_I(orden_inicial_interm(cont11),:);

    % disp('contador');
    % disp(cont11);
    % disp(matriz_filas_f);
end

%disp('matrices fila');
%disp(matriz_filas_f);
%disp(matriz_filas_d);

for cont12=1:1:tamano

matriz_columnas_f(:,cont12)=matriz_filas_f(:,orden_inicial_interm(cont
12));

matriz_columnas_d(:,cont12)=matriz_filas_d(:,orden_inicial_interm(cont
12));

    %disp('contador');
    %disp(cont12);
    %disp(matriz_columnas_f);

end

elem_D_I=zeros(tamano,1);
vect_D_I=zeros(tamano,1);

Yf=zeros(tamano);
Yd=zeros(tamano);

orden_inicial_interm=zeros(tamano,1);
vector_prueba=zeros(tamano,1);

%disp('matrices de decisión tras la iteración');
Yf=matriz_columnas_f;
Yd=matriz_columnas_d;

orden_inicial_interm=orden_inicial_interm_I;
rango=rango+1;

%disp('orden de alternativas tras la iteración');
%disp(orden_inicial_interm);

% condición para la última alternativa%

```

```

    if tamaño==1 && isempty(elem_DUB)==0

orden_directo(rango).orden_alternativas(1,:)=orden_inicial_interm(1);

    else
    end

    %% condición de salida del bucle%%
    if seguro>4*num_alternativas||tamaño<=1||rango==num_alternativas
        cond_bucle=1;
    else
    end

end
%% termina el bucle %%%

% la segunda diferencia con respecto al ordenamiento directo, es la
% inversión en el orden de las alternativas

longitud=length(orden_directo);

for cont13=1:1:longitud

orden_inverso(cont13).orden_alternativas(1,:)=deal(orden_directo(longitud+1-(cont13)).orden_alternativas(1,:));

end
disp('*****');
disp('Preorden inverso de alternativas según ELECTRE II');

for cont14=1:1:longitud

    lt=length(orden_inverso(cont14).orden_alternativas);
    if lt>1
        A='';
        for cont15=1:1:lt

A1=alternativas(orden_inverso(cont14).orden_alternativas(1,cont15)).nombre_alternativa;
        A2='..';
        A=strcat(A,A1,A2);
        end
orden_inverso(cont14).nombre_alternativas(1,:)=A;
    else

orden_inverso(cont14).nombre_alternativas(1,:)=alternativas(orden_inverso(cont14).orden_alternativas(1,:)).nombre_alternativa;
    end
    disp(orden_inverso(cont14).nombre_alternativas(1,:));
end
end

```

AI.5.7.8 Función: "ordenacion_total_electre_II"

```
function
[matriz_sobreclasificacion_total,array_sobreclasificacion]=ordenacion_
total_electre_II(num_alternativas,orden_directo,orden_inverso,alternat
ivas)

ld=length(orden_directo);
li=length(orden_inverso);

matriz_directo=zeros(ld,num_alternativas);
matriz_inverso=zeros(li,num_alternativas);

for cont1=1:1:ld
    lt=length(orden_directo(cont1).orden_alternativas(1,:));

matriz_directo(cont1,1:lt)=deal(orden_directo(cont1).orden_alternativa
s(1,:));

end

for cont2=1:1:li
    lt=length(orden_inverso(cont2).orden_alternativas(1,:));

matriz_inverso(cont2,1:lt)=deal(orden_inverso(cont2).orden_alternativa
s(1,:));

end

orden_alternativas=zeros(num_alternativas,1,2);

for cont3=1:1:num_alternativas
    %for cont4=1:1:2

        [orden_alternativas(cont3,1),inutil_f]=
find(matriz_directo==cont3);
        [orden_alternativas(cont3,2),inutil_c]=
find(matriz_inverso==cont3);

    % end
end
%disp('*****');
%disp('vector de orden de alternativas');
%disp(orden_alternativas);

matriz_sobreclasificacion_total=zeros(num_alternativas);

for cont4=1:1:num_alternativas
    for cont5=1:1:num_alternativas

        if cont4==cont5
            matriz_sobreclasificacion_total(cont4,cont5)=0;
        else
            a1=orden_alternativas(cont4,1);
            a2=orden_alternativas(cont4,2);
```

```

b1=orden_alternativas(cont5,1);
b2=orden_alternativas(cont5,2);

if a1<=b1 && a2<b2

    matriz_sobreclasificacion_total(cont4,cont5)=1;

else if a1<b1 && a2<=b2

    matriz_sobreclasificacion_total(cont4,cont5)=1;

else

    matriz_sobreclasificacion_total(cont4,cont5)=0;
end
end

end

end

disp('*****');
disp('matriz de sobreclasificación orden total');
disp(matriz_sobreclasificacion_total);

array_sobreclasificacion=cell(num_alternativas);

for cont6=1:1:num_alternativas
    for cont7=1:1:num_alternativas

        if cont6==cont7
            mens1={alternativas(cont6).nombre_alternativa};
            mens2={' I '};
            mens3={alternativas(cont7).nombre_alternativa};

array_sobreclasificacion(cont6,cont7)=strcat(mens1,mens2,mens3);

        else

            if matriz_sobreclasificacion_total(cont6,cont7)==0 &&
matriz_sobreclasificacion_total(cont7,cont6)==1;

                mens1={alternativas(cont7).nombre_alternativa};
                mens2={' S '};
                mens3={alternativas(cont6).nombre_alternativa};

array_sobreclasificacion(cont6,cont7)=strcat(mens1,mens2,mens3);

            else if matriz_sobreclasificacion_total(cont6,cont7)==1 &&
matriz_sobreclasificacion_total(cont7,cont6)==0

                mens1={alternativas(cont6).nombre_alternativa};
                mens2={' S '};
                mens3={alternativas(cont7).nombre_alternativa};

array_sobreclasificacion(cont6,cont7)=strcat(mens1,mens2,mens3);

```

```

        else if matriz_sobreclasificacion_total(cont6,cont7)==0
&& matriz_sobreclasificacion_total(cont7,cont6)==0

            mens1={alternativas(cont6).nombre_alternativa};
            mens2={' R '};
            mens3={alternativas(cont7).nombre_alternativa};

array_sobreclasificacion(cont6,cont7)=strcat(mens1,mens2,mens3);

            else if matriz_sobreclasificacion_total(cont6,cont7)==1
&& matriz_sobreclasificacion_total(cont7,cont6)==1
                % si todo es correcto, jamás debería aparecer este
supuesto
                mens1={alternativas(cont6).nombre_alternativa};
                mens2={' R '};
                mens3={alternativas(cont7).nombre_alternativa};

array_sobreclasificacion(cont6,cont7)=strcat(mens1,mens2,mens3);

                    end
                    end
                    end
                end

            end
        end
end

disp('Nota: S= sobreclasifica, I= indiferente, R= incomparable');

disp(array_sobreclasificacion);

end

```

Bibliografía

[1] J. García de Jalón, J.I. Rodríguez, J. Vidal, “Aprenda MATLAB 7.0 como si estuviera en primero”, Madrid 2005.

[2] Grupo FMI, “Un curso de MATLAB”, DMA, Universidad de Zaragoza, 2006.

Anexo II Regulación de la generación eléctrica en un sistema de potencia

Se describió en el apartado 4.2.3.2 del capítulo 4, el comportamiento de un generador síncrono frente a pequeñas perturbaciones estacionarias para explicar el concepto de estabilidad en los mismos de manera orientativa. Sin embargo, se ha creído necesario ampliar dicha explicación con el modelo matemático de regulación, basado en la transformada de Laplace, para dar una visión más comprensiva de los procesos de regulación.

La necesidad de adaptar la generación eléctrica al consumo en cada instante, teniendo en cuenta que las diferentes cargas conectadas al sistema eléctrico pueden tener una duración indefinida, hace necesaria una regulación de la generación eléctrica, que se adapte en cada momento al consumo, de una forma ágil y eficaz.

Esta regulación, como ya se comentó en el apartado 4.2.2.2 del capítulo 4, es una de las actividades controladas por el operador del sistema dentro de los servicios complementarios. Este servicio, ofrecido por los generadores, tiene el objetivo de asegurar la calidad y fiabilidad del suministro eléctrico. Se pretende por tanto:

- 1) Mantener el equilibrio entre generación y demanda.
- 2) Mantener la frecuencia de referencia del sistema.
- 3) Mantener el compromiso de intercambio de energía entre diferentes áreas del sistema eléctrico.
- 4) Mantener la energía suficiente en reserva.

Para cumplir con estos objetivos, se utilizan dos tipos de control, la regulación automática de tensión (RAT), y el control automático frecuencia-potencia (CAFP).

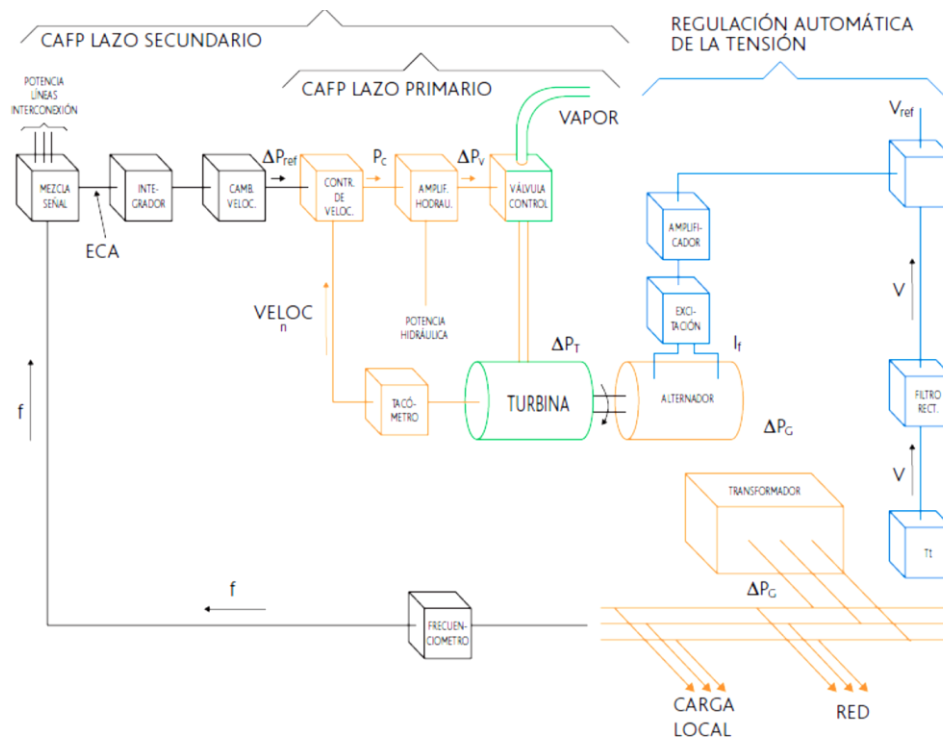


Figura All. 1: Esquema básico de los servicios complementarios

Mientras que el control de tensión se puede describir mediante la actuación simple de elementos reguladores situados en distintos puntos de la red eléctrica, el control frecuencia-potencia, se organiza en tres niveles, cada uno de ellos con un tiempo de actuación, y unas características diferentes. Tendremos pues:

- 1) Control primario (regulación primaria): Opera en un margen de tiempo de entre 2 y 20 segundos, actuando de forma local en cada generador síncrono, atendiendo a la velocidad de giro del eje (relacionada con la frecuencia de la corriente eléctrica volcada a la red, como ya vimos). La velocidad de actuación de esta regulación primaria está limitada por la propia inercia de los generadores.
- 2) Control secundario (regulación secundaria): Opera en un margen temporal de entre 20 segundos y 2 minutos. Actúa en una pequeña área del sistema eléctrico formada por varios centros de generación (que denominaremos área de control), atendiendo a la frecuencia resultante de la operación de regulación primaria y al intercambio de potencia con áreas vecinas.
- 3) Control terciario (regulación terciaria): Opera en un margen de tiempo superior a 10 minutos. Actúa en la globalidad del sistema eléctrico, buscando un reparto optimizado de cargas, que asegure suficientes reservas de energía (despacho económico).

AII.1- Regulación frecuencia-potencia

AII.1.1- Regulación primaria

AII.1.1.1- Determinación del lazo de regulación para un generador

Para explicar el mecanismo de regulación primaria, utilizaremos el ejemplo de una máquina de vapor como elemento que proporciona el par mecánico. El control de este par regula la potencia activa entregada a la red, como ya se vio en el capítulo 4, y se muestra de manera esquematizada en la siguiente figura.

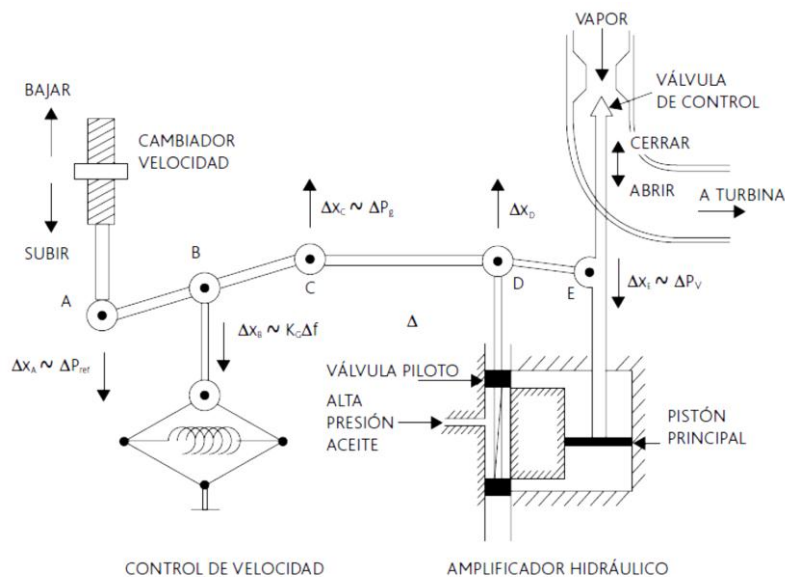


Figura AII. 2: Partes básicas de la regulación en frecuencia

La posición del punto E, regula el caudal de vapor de entrada a la turbina, regulando de esta manera el par mecánico (y por tanto también la potencia activa P_V) en el eje del conjunto turbina alternador. Por tanto, puede decirse que para pequeños desplazamientos, la variación en la posición del punto E, es proporcional a la variación de potencia activa ($\Delta x_E \sim \Delta P_V$).

La variación de esta posición requiere grandes esfuerzos, por lo que se recurre a la presión hidrostática para controlar la apertura de la válvula en la conducción de la turbina de vapor. Con este fin, un pistón principal modifica la posición Δx_E , mediante la manipulación de una válvula piloto, regulada por la variación de la posición del punto D (Δx_D).

La variación de esta posición Δx_D , puede realizarse de tres maneras:

- 1) Mediante la variación del punto A (variador de velocidad), que origina una variación en la potencia de referencia ΔP_{ref}
- 2) De forma indirecta, por medio de una realimentación iniciada por el cambio de posición del pistón inicial.
- 3) Por medio de una realimentación iniciada por el cambio de posición del punto B (variación de la velocidad de giro del eje).

Podemos utilizar la teoría de sistemas para modelizar este mecanismo como un sistema de dos entradas:

- 1) Un cambio en la consigna de referencia ΔP_{ref} .
- 2) Un cambio en la velocidad de giro del eje (proporcional a Δf), medido por la variación del punto B Δx_B .

Así, suponiendo que las variaciones en las posiciones de los puntos mencionados, sean proporcionales a variaciones de potencia, se puede esquematizar una regulación en lazo abierto, de la siguiente forma:

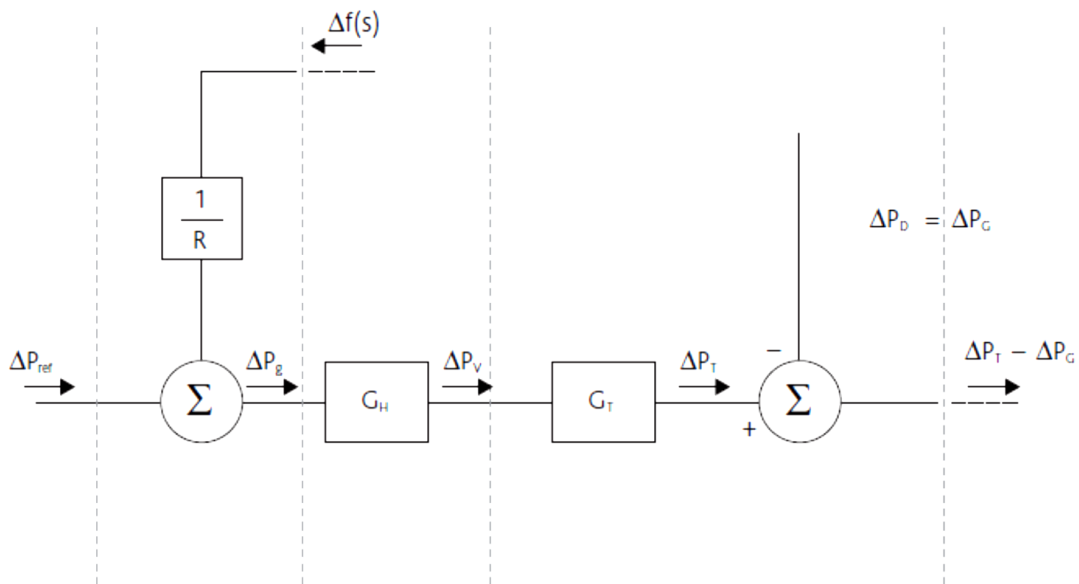


Figura AII. 3: Lazo abierto de regulación primaria

Si nos fijamos en la figura, el término ΔP_g (el subíndice g hace referencia al término regulador en lengua inglesa "governor") representa la señal de entrada al lazo de regulación primaria. Esta variación de potencia está relacionada con las dos entradas del sistema, la variación en la potencia de referencia, y la variación de la frecuencia, por lo que, para pequeñas variaciones, se puede escribir: $\Delta P_g(S) = \Delta P_{ref}(S) - \frac{1}{R} \Delta f(S)$, generalmente medido en MW.

La constante R se conoce con el nombre de estatismo de un generador, y es la relación entre el incremento de potencia de salida y el incremento relativo de la velocidad de giro del eje, de forma que se cumple la igualdad $R = \frac{f_v - f_{pc}}{f_0}$, siendo a su vez:

- 1) f_v : Frecuencia sin carga (en vacío) en régimen estacionario.
- 2) f_{pc} : Frecuencia a plena carga.
- 3) f_0 : Frecuencia en régimen nominal (a la velocidad de sincronismo).

Suponiendo una relación de proporcionalidad igual entre variaciones de potencia, la variación en la posición del punto D (Δx_D , correspondiente a la señal de entrada de la válvula piloto) depende de la variación en el mismo sentido de la posición del punto C (Δx_C), y de la variación en sentido opuesto de la de posición del punto E ($-\Delta x_E$, correspondiente a la señal de salida del pistón principal, ΔP_v), por lo que:

$$\Delta x_D = \Delta x_C - \Delta x_B = \Delta P_g - \Delta P_v$$

Para cambios pequeños de Δx_D , la inyección en el sistema hidrostático es proporcional a la posición de la válvula piloto, proporcional a su vez a la variación de posición mencionada, por lo que puede escribirse:

$$\Delta P_v = K_H \int \Delta x_D \cdot dt \xrightarrow{\mathcal{L}} \Delta P_v(s) = \frac{K_H \Delta x_D(s)}{s}$$

Sustituyendo esta ecuación en la ecuación anterior, en el dominio de Laplace, se obtiene:

$$\Delta P_v(s) \frac{[1 + K_H/s]}{K_H/s} = \Delta P_g(s)$$

De donde se obtiene la función de transferencia, que representa la actuación del sistema hidrostático:

$$G_H(s) = \frac{\Delta P_v(s)}{\Delta P_g(s)} = \frac{1}{1 + sT_H}$$

Siendo $T_H = \frac{1}{K_H}$, con valores del orden de 0,1 seg.

Para calcular la función de transferencia del sistema turbina-generador, hemos de tener en cuenta que, como ya se comentó en el capítulo 4, la potencia proporcionada por la turbina en estado estacionario (P_T), debe ser igual a la potencia eléctrica generada más las pérdidas, que consideraremos despreciables (P_G), de esta forma, en régimen estacionario, el eje gira a una velocidad constante (de sincronismo).

Si existe una alteración en alguno de los dos términos, se rompe el equilibrio, de forma que si la relación $\Delta P_T - \Delta P_G$ es positiva, el eje se acelerará, mientras que si es negativa, se frenará.

Por tanto, la función de transferencia, que refleja las características dinámicas de la relación turbina-generador será:

$$G_T(s) = \frac{\Delta P_T(s)}{\Delta P_v(s)} = \frac{1}{1 + sT_T}$$

La descripción de esta función de transferencia, corresponde a nuestro ejemplo con turbinas de vapor. Para otros tipos de turbinas, esta relación puede variar.

Finalmente, para cerrar el lazo de control correspondiente a la regulación primaria, es necesario encontrar la relación entre ΔP_T y Δf .

Con el fin de calcular la función de transferencia correspondiente, es necesario realizar una serie de suposiciones:

- 1) El sistema está inicialmente en estado estacionario, por lo que la frecuencia de la corriente de salida será la nominal, y la potencia generada estará en equilibrio con la potencia demandada, es decir $P_G^0 = P_D^0 + P_{pérd}$, en $MW \cdot s$.
- 2) En un instante determinado aumenta la potencia demandada ΔP_D , que es compensada automáticamente por el generador, que aumenta su salida en ΔP_G , para mantener la igualdad entre generación y consumo.
- 3) Aparece entonces un desequilibrio entre ΔP_T y ΔP_G , de modo que el eje se desacelera, y la frecuencia baja.
- 4) Teniendo en cuenta que la energía cinética de rotación pura puede describirse como $W_{cin} = \frac{1}{2} \bar{\omega}^t \cdot \bar{J} \cdot \bar{\omega}$, en donde:
 - a) $\bar{\omega}$ = velocidad de giro, con $|\bar{\omega}| \sim f$ (siendo f , la frecuencia de la corriente volcada a la red).
 - b) \bar{J} = Tensor de inercia.

Puede decirse que la energía cinética es proporcional al cuadrado de la frecuencia $W_{cin} \sim f^2$, por lo que, si tomamos como W_{cin}^0 y f^0 , a la energía cinética y frecuencia del sistema en régimen estacionario, se tiene que:

$$\frac{W_{cin}}{W_{cin}^0} = \left(\frac{f}{f^0} \right)^2$$

- 5) Además se cumple que $f = f^0 + \Delta f$, siendo el término Δf despreciable con respecto a f , por lo que la relación anterior se puede describir como:

$$W_{cin} = W_{cin}^0 \left(\frac{f^0 + \Delta f}{f^0} \right)^2 = W_{cin}^0 \left(1 + \frac{2\Delta f}{f^0} + \frac{\Delta f^2}{(f^0)^2} \right) \cong W_{cin}^0 \left(1 + \frac{2\Delta f}{f^0} \right)$$

- 6) La demanda inicial tiene un pequeño grado de dependencia con la frecuencia, cuya constante de proporcionalidad denominaremos $D = \frac{\partial P_D}{\partial f}$, en MW/Hz .

Con todo esto, el balance de potencias queda como:

$$\Delta P_G = \Delta P_D + \frac{dW_{cin}}{dt} + D\Delta f = \Delta P_D + \frac{2W_{cin}^0}{f^0} \frac{d\Delta f}{dt} + D\Delta f$$

De donde se obtiene, dividiendo entre la potencia de base P_r :

$$\Delta P_G - \Delta P_D = + \frac{2H}{f^0} \frac{d\Delta f}{dt} + D\Delta f \quad (pu)$$

Siendo la constante $H = \frac{W_{cin}^0}{P_r}$, conocida como "inercia", y representa la energía cinética acumulada en el eje, a la velocidad de sincronismo, dividida entre la potencia de base. Sus valores típicos se encuentran entre los 2 y los 8 segundos.

Finalmente, aplicando la transformada de Laplace, se obtiene:

$$\Delta P_G(s) - \Delta P_D(s) = \left(\frac{2H}{f^0} s + D \right) \Delta f(s) \rightarrow \Delta f(s) = G_P(s) (\Delta P_G(s) - \Delta P_D(s))$$

En donde la función de transferencia buscada es:

$$G_P(s) = \frac{K_P}{1 + sT_P}$$

Siendo a su vez:

- 7) $K_P = \frac{1}{D}$
- 8) $T_P = \frac{2H}{f^0 D}$ (seg)

De esta forma, el lazo cerrado de regulación primaria queda como:

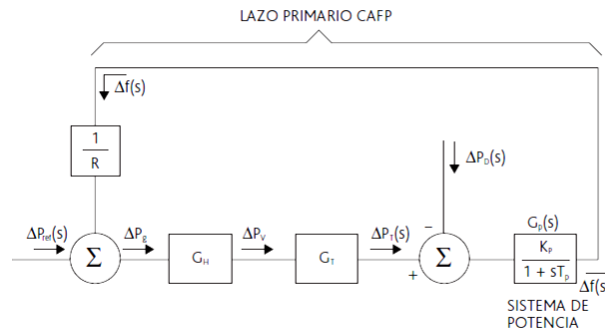


Figura AII. 4: Lazo cerrado de regulación primaria

A.1.1.2- Respuestas del lazo primario en el dominio del tiempo

Teniendo en cuenta el diagrama de bloques anterior (figura 4) podemos observar que una función de transferencia entre una de las variables de entrada (ya sea la variación de carga, o la variación de la potencia de referencia) y la variación de frecuencia del sistema, resulta ser una función de transferencia de orden tres, con lo que el tratamiento matemático se vuelve extremadamente complicado.

Una técnica habitual para simplificar los análisis es suponer que la acción de control de velocidad y la actuación de la turbina son instantáneos con respecto al resto del sistema de potencia, de forma que serán $T_H = T_T = 0$, y por tanto, si suponemos una variación en la potencia de referencia nula ($\Delta P_{ref} = 0$), obtenemos una función de transferencia del tipo:

$$G_{CAFP_L1} = \frac{\frac{K_p}{1 + sT_p}}{1 + \frac{1}{R} + \frac{K_p}{1 + sT_p}}$$

Una vez obtenida una función de transferencia de este estilo, se puede estudiar la respuesta estática y dinámica del sistema.

Si suponemos una variación de carga tipo escalón, de amplitud M ($\Delta P_D = \frac{M}{s}$), podemos calcular la respuesta estática (o en régimen permanente) del sistema, aplicando el teorema del valor final, es decir, calculando el límite para $s \rightarrow 0$ de $s \cdot G_{CAFP_L1} \cdot [\Delta P_G(s) - \Delta P_D(s)]$, de forma que se obtiene:

Se obtiene pues en régimen estacionario: $\Delta f_0 = -\frac{M}{D + \frac{1}{R}}$, que introduciendo el parámetro $\beta = D + \frac{1}{R}$ da la relación:

$$\Delta f_0 = -\frac{M}{\beta}$$

En donde se observa que, una vez resuelta la problemática de la variación de potencia mediante el primer lazo de control, la frecuencia no vuelve a su valor original, sino que experimenta una pequeña variación. Este problema se resolverá mediante el lazo de regulación secundario.

De igual forma, si se quiere obtener la respuesta dinámica del sistema, se aplica la antritransformada de Laplace a $G_{CAFP_L1} \cdot [\Delta P_G(s) - \Delta P_D(s)]$, obteniéndose en el dominio del tiempo una expresión de tipo exponencial:

$$\Delta f(t) = -M \frac{RK_p}{R + K_p} \left(1 - e^{-\frac{R+K_p}{RT_p}t} \right)$$

De este resultado se pueden sacar varias conclusiones:

- 1) Dado que se ha considerado el funcionamiento de la turbina como instantáneo, la constante de tiempo es $\frac{RT_P}{R+K_P}$, lo que supone una actuación más rápida del sistema gracias a la realimentación del sistema de control de velocidad. Esta actuación puede ser aún más rápida si se reduce el valor del estatismo R, es decir, aumentando la ganancia estática, lo que también ayuda a disminuir el valor del error de frecuencia estática.
- 2) Si se introduce una constante temporal para la actuación de la turbina distinta de cero, la respuesta deja de ser exponencial. Este retraso produce una mayor caída transitoria de la respuesta.
- 3) El control de velocidad, da una respuesta razonable, con caídas de frecuencia bajas. Sin embargo, los valores de estas caídas de frecuencia son inaceptables para los estrictos límites impuestos a la frecuencia de red.

AII.1.1.3- Actuación de varios reguladores en paralelo

Hasta ahora, se ha comentado la teoría relativa a un solo generador que vuelca energía a la red. Sin embargo, el caso más general es que una multitud de generadores trabajen en paralelo.

El estatismo del lazo de regulación primario permite que varios generadores en paralelo participen en dicha regulación. Si consideramos por ejemplo dos generadores con estatismos R_1 y R_2 , que responden a la misma variación en frecuencia Δf , la primera unidad variará su generación de potencia en la cantidad $\Delta P_{g-1} = -\frac{\Delta f}{R_1}$, mientras que la segunda unidad, variará su generación en $\Delta P_{g-2} = -\frac{\Delta f}{R_2}$.

De esta forma, la unidad con menor estatismo contribuye a la regulación primaria con mayor porcentaje respecto al valor de potencia nominal, que la unidad que posee un valor de estatismo mayor, como se muestra en la figura siguiente.

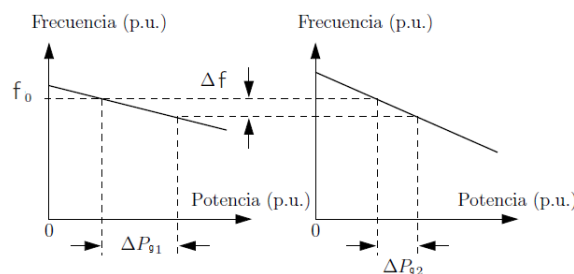


Figura AII. 5: Diferencia de respuestas de dos generadores con diferentes valores de estatismo

La mayoría de los sistemas de generación controlan sus generadores al unísono. Así, si los lazos de control de dichos generadores poseen los mismos valores

para sus parámetros y las turbinas tienen las mismas características de respuesta, entonces es posible suponer que el lazo de control de un generador simple representa al sistema completo. En estas condiciones, dicho sistema se denomina “área de control”.

A.II.1.2- Regulación secundaria

Con el objetivo de mantener la frecuencia de la corriente volcada a la red, dentro de sus estrechos márgenes de actuación, es necesario aplicar alguna estrategia de control además del lazo de regulación primario, que por sí solo no resulta suficiente. Para esta circunstancia se recurre al lazo secundario de regulación.

Si nos centramos en una única área de control, existen una serie de requerimientos que deben cumplirse:

- 1) El grado de estabilidad del lazo de control debe ser suficiente. Se impone este requerimiento ya que, según la teoría de sistemas, el ajustar las especificaciones de error puede generar problemas de estabilidad en lazo cerrado.
- 2) Ante una variación de carga de tipo escalón, el error de frecuencia debe volver a cero. Además debe minimizarse la magnitud del error en régimen transitorio de dicha frecuencia.
- 3) La integral del error en frecuencia debe minimizarse. Al no ser posible eliminar totalmente el error transitorio de frecuencia, se busca, no sólo minimizar este, sino su valor acumulado a lo largo del tiempo (trabajando en común con otras áreas de control, se suelen equilibrar los tiempos).
- 4) La carga total debe repartirse entre los generadores del área, con el objetivo de conseguir un óptimo económico. Este requerimiento hace más bien referencia al despacho económico, una vez conseguida la regulación del sistema generador (respuesta del orden de segundos).

El lazo de regulación secundario es un control integral, que permite cumplir con los dos primeros requisitos, es decir:

$$\Delta P_{ref} = -K_1 \int \Delta f \cdot dt \xrightarrow{\mathcal{L}} \Delta P_{ref}(s) = -\frac{K_1}{s} \Delta f(s)$$

La constante K_1 controla el ratio de integración, y la velocidad de respuesta del lazo. Además, el hecho de que el controlador tenga una polaridad negativa, es necesario para actuar en sentido contrario a las variaciones de frecuencia.

En este caso, la señal de entrada al integrador (Δf), se denomina Error de Control de Área (ECA). Este error, poseerá un valor nulo ante una variación de carga de tipo escalón, ya que mientras exista error, la salida del integrador irá aumentando,

causando la acción del variador de velocidad. Por tanto, la salida del integrador y el variador de velocidad sólo permanecerán constantes si el error es cero.

El lazo de regulación secundario, se inserta en el lazo de regulación primario, según la siguiente figura.

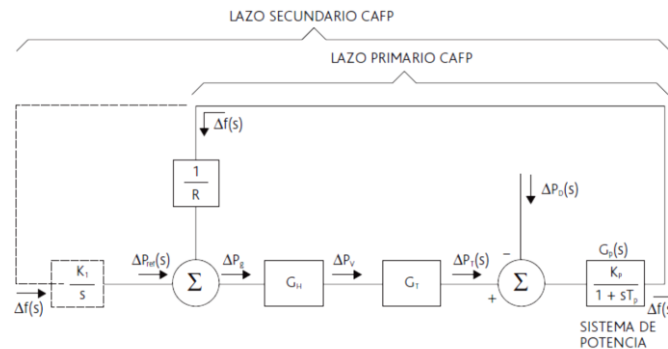


Figura AII. 6: Regulación en frecuencia. Lazo primario más lazo secundario

Para realizar un análisis de la respuesta del sistema de forma sencilla, es necesario aplicar una serie de simplificaciones, al igual que ocurría con el lazo de regulación primario.

Las simplificaciones realizadas son:

- 1) Se supone que el sistema hidráulico y la turbina actúan de manera instantánea, de forma que se desprecian sus características dinámicas.
- 2) La respuesta del variador de velocidad se supone instantánea
- 3) Se desprecian todas las "no linealidades" de los equipos
- 4) Se supone que la turbina puede variar su par tan rápido como se le solicite.
- 5) Se supone que el ECA es una señal continua (aunque en realidad esta señal es discontinua).

Estas simplificaciones conducen a pequeños errores en la respuesta dinámica, pero no en la respuesta estática.

De esta forma, si suponemos una variación de carga de tipo escalón, con amplitud M , se obtiene una respuesta en frecuencia del tipo:

$$\Delta f(s) = -\frac{K_P}{T_P} \frac{M}{s^2 + s \left(\frac{1 + \frac{K_P}{R}}{T_P} \right) + \frac{K_1 K_P}{T_P}}$$

Llegados a este punto, según la teoría de sistemas, se estudia el sistema de segundo orden formado por los polos, en donde se pueden tener dos casos:

1. Si $\frac{K_1 K_P}{T_P} > \left(\frac{1 + \frac{K_P}{R}}{T_P}\right)^2 \rightarrow K_1 > \frac{1}{4T_P K_P} \left(1 + \frac{K_P}{R}\right)^2 = K_{1_crit}$, entonces el citado denominador se puede escribir de la forma $(s + \alpha)^2 + \omega^2$, por lo que obtenemos un par de polos complejos conjugados, de forma que en el dominio del tiempo, $\Delta f(t)$ poseerá unos términos oscilatorios del tipo $e^{-\alpha t}(\cos \omega t + \text{sen } \omega t)$.
2. Si por el contrario $K_1 < K_{1_crit}$, se puede escribir el sistema de segundo orden como $(s + \beta_1) + (s + \beta_2)$, por lo que en el dominio del tiempo, se obtendrán dos términos del tipo $e^{-\beta_1 t}$ y $e^{-\beta_2 t}$.

En ambos casos se consigue que $\Delta f(t)$ tienda a cero, por lo que se ha conseguido el objetivo de regulación secundaria.

Finalmente debe decirse que se suelen escoger valores de K_1 tales que el tiempo de respuesta, y por tanto el del error, sea relativamente alargado. Esto se debe a que si se aplican cambios más rápidos y continuos a los generadores, existe un gran riesgo de aparición de daños y deterioro de los mismos.

Para un estudio más detallado de un sistema de generación con varias áreas de control, se recomienda acudir a [2].

A.II.1.3- Regulación terciaria

El lazo de regulación terciario se refiere, como se mencionó anteriormente, al denominado “despacho económico”. En este caso es un control de tipo económico, y se basa en la variación del programa de producción en base a las ecuaciones de despacho económico óptimo.

Así, el centro de control recibe cada cierto tiempo (por ejemplo cada 5 minutos), las soluciones del óptimo económico de producción de cada central, y las compara con el óptimo calculado. En caso de que una o varias centrales se desvíen de este valor, el centro de control envía órdenes de corrección a los diferentes centros de generación.

A.II.2- Regulación en tensión

A.II.2.1- Conceptos básicos

Si bien, este es otro de los servicios complementarios que el operador del sistema debe gestionar, es necesario recordar que, una vez establecido un nivel de tensión en los centros de generación, la tensión en un punto depende del nivel de tensión fijado, y de la caída de tensión, desde el punto de conexión a la red, hasta el punto donde se mide dicha tensión.

Esta caída de tensión es función de la potencia aparente que atraviesa la red entre los dos puntos mencionados. Así, si suponemos por simplicidad un modelo de línea corta, la caída de tensión, para una impedancia de línea $Z_l = R + jX$, que produce una potencia aparente $S = P + jQ$, se puede expresar por:

$$\frac{\Delta V|_0^x}{V} = \int \frac{RP + XQ}{V^2(x)} dx \cong \int \frac{RP + XQ}{V_0^2} dx$$

En donde, para líneas de media y alta tensión, el término XQ , resulta bastante mayor que el término de potencia activa, debido a que la relación X/R en este tipo de líneas, suele ser mucho mayor que la unidad. Por tanto, para evitar la caída de tensión, se utilizarán diferentes elementos, que minimicen el término Q , lo que se conoce como compensación de potencia reactiva, que además reduce las pérdidas por efecto Joule en las líneas.

Con esta pequeña disertación, se quiere hacer entender, que la tensión en un punto es un fenómeno local, y que para mantener los distintos niveles de tensión dentro de unos márgenes permisibles, es necesario regularla desde diferentes puntos de la red mediante elementos de regulación, comandados por mandos descentralizados.

Es además necesaria una coordinación en el tiempo y el espacio de los distintos elementos de regulación. Una coordinación en el tiempo para evitar fenómenos de inestabilidad, y una coordinación en el espacio, para evitar transferencias inútiles de potencia reactiva, entre diferentes puntos.

Por otra parte, desde el punto de vista temporal, las variaciones de tensión pueden pertenecer a:

- 1) Regímenes lentamente variables: Estos siguen la evolución de la carga, presentando una componente de tendencia media regular, que sigue un ciclo diario, con una distorsión semanal y estacionaria, siendo bastante previsible, y una pequeña componente aleatoria alrededor de la componente media.

- 2) Regímenes de variación rápida: Correspondientes a sobretensiones, cambios bruscos en la topología, por la actuación de elementos de seguridad, o por fallos en generación.

En este anexo, nos circunscribimos al régimen de variación lenta, que es el que suele operar en funcionamiento normal.

A.II.2.2- Límites para la tensión

Se puede decir que los requerimientos con respecto a los márgenes de tensión son diferentes, dependiendo del nivel de tensión al que se conectan los clientes. Éstos pueden conectarse, o bien a la red de transporte (poco habitual), o bien a la red de distribución.

De esta forma, dentro de una red de transporte, los límites de tensión están marcados por la propia red, ya que los clientes conectados a estas redes, suelen tener grupos de transformación que siguen las variaciones de tensión en esta red. Se fijan entonces:

- 1) Límite de tensión máxima: Marcada por la capacidad de los materiales, para soportar dichos niveles de tensión sin degradarse, o por los límites de funcionamiento de los equipos, así como los límites de generación de los equipos. En España, estos límites están normalizados entre los 245 y los 420 KV.
- 2) Límite mínimo de tensión: En este límite de tensión entran en juego muchos factores, por lo que es difícil fijar un valor exacto. Entre estos factores se encuentran:
 - a) La tensión crítica para garantizar el funcionamiento en la zona de estabilidad estática de los alternadores (Cap. 4, aptdo. 4.3.2.3)
 - b) La seguridad de la propia red
 - c) La sobrecarga admisible de las líneas y los transformadores

Con respecto a la estabilidad estática, si definimos la tensión de generación como U_1 , y como tensión en un punto de la red U_2 , siendo X , la reactancia en suma de la del generador, la del transformador intermedio, y la de la porción de la línea entre dichos dos puntos; utilizando la ecuación de potencia activa transferida entre dos puntos (Cap. 4, aptdo. 4.3.2.2), se obtiene que la máxima potencia transferible entre esos dos puntos, es $\frac{U_1 U_2}{X}$, que además corresponde con el punto límite de inestabilidad del regulador de carga de los transformadores. Éste límite de estabilidad aumenta con el valor de U_1 , de forma que para un valor de U_1 y un valor del factor de potencia dados, se pueden graficar los valores de U_2 , para el funcionamiento estable, si varía P .

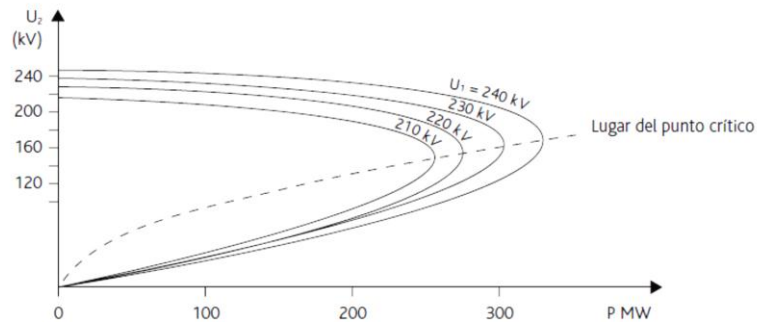


Figura AII. 7: Curvas P-V, o curvas “de la nariz”

Valores por debajo de la línea punteada, se encuentran dentro de la zona inestable de funcionamiento, siempre se debe operar con valores de U_2 superiores.

Por el contrario, las exigencias en los márgenes de tensión en la red de distribución (mucho más estrictos que los anteriores), vienen más bien marcadas por requerimientos de las cargas conectadas a esta red, en donde se conectan la mayoría de los consumidores.

El límite inferior, por su parte, también es muy dependiente del tipo de carga que se conecte a la red. Por ejemplo la caída de tensión admisible para un grupo motobomba trifásico es del 25%, mientras que para una lámpara incandescente es de un 15%, siendo de un 45% para los electrodomésticos.

De esta forma, se establecen unos márgenes de variación de tensión contractuales, para las redes de distribución, que de manera orientativa, se pueden resumir en la siguiente tabla

Tensión nominal	Tensión de suministro con relación a la tensión nominal	Tensión admisible con relación a la tensión de suministro
$U < 60 \text{ KV}$	$\pm 5\%$	$\pm 7\%$
$60 \leq U \leq 90 \text{ KV}$	$\pm 6\%$	$\pm 8\%$
$90 \leq U \leq 150 \text{ KV}$	$\pm 7\%$	$\pm 10\%$
$U < 60 \text{ KV}$		$\pm 10\%$

Tabla AII. 1: Valores máximos de variación de tensión en una red de distribución

A.II.2.3- Fuentes de energía reactiva y modos de regulación

Dentro de un sistema eléctrico, se pueden citar como fuentes de energía reactiva, las siguientes:

- 1) Generador síncrono: Dependiendo de su excitación, pueden generar o consumir potencia reactiva.
- 2) Líneas aéreas: Generalmente consumen reactiva, sin embargo, si una línea está descargada, puede generar potencia reactiva.
- 3) Cables subterráneos: Debido a su alta impedancia capacitiva (mayor según la longitud del cable), generan potencia reactiva.
- 4) Cargas: Generalmente consumen energía reactiva, si bien este consumo es mayor o menor en función de la naturaleza de dichas cargas.
- 5) Dispositivos compensadores: Estos dispositivos generan o consumen energía reactiva, con el fin de establecer una compensación de la misma en la red.

Dentro de los dispositivos compensadores, los más usuales son:

- 1) Condensadores y bobinas en paralelo: Se conectan normalmente los condensadores cuando las líneas están muy cargadas, mientras que las bobinas se suelen conectar en horas valle. El inconveniente de este sistema, es que la compensación ofrecida es proporcional al cuadrado del nivel de tensión en el punto donde se conecta, por lo que, cuando la tensión de la red es baja (justo cuando es necesaria una alta compensación), la compensación que se puede proporcionar, también es baja.
- 2) Compensadores estáticos (SVC's): Estos compensadores se basan en conjuntos de bobinas y condensadores conectados en paralelo, cuya conexión está dominada por elementos de conmutación (generalmente tiristores), de forma que poseen cierta capacidad de regulación. Se denominan estáticos porque no tienen partes móviles. Al igual que los condensadores en paralelo, tienen una capacidad de compensación de reactiva limitada al nivel de tensión en el punto de conexión.
- 3) Compensadores estáticos tipo STATCOM (STATIC COMPensator): Se basa en una fuente de tensión de frecuencia y amplitud regulable, según la actuación de un sistema de control. Su ventaja es la independencia de la tensión de red.
- 4) Transformadores con cambio de tomas (Step Voltage Regulators, o SVR): Estos transformadores poseen un devanado con varias tomas, de forma que se puede regular la relación de transformación a escalones. Los devanados reguladores suelen tener 8 tomas, realizándose la conexión a través de una bobina que permita tomas intermedias, y un cambio progresivo entre ellas, dando así 16 posiciones posibles. Además se puede regular la relación de transformación en el sentido de reducirla, o de ampliarla, por lo que se tienen en total 32 posibles posiciones. Su margen típico se encuentra en un $\pm 10\%$, con respecto a la relación de transformación nominal.

- 5) Compensadores síncronos: Básicamente es una máquina síncrona, cuyo eje no recibe ningún par motor. La corriente en su devanado inductor se controla a través de un regulador de tensión. Algunas de sus ventajas son:
 - a) Regula la tensión de manera continua, eliminando transitorios provocados por cambios de toma.
 - b) No introduce armónicos en la red, y es relativamente insensible a ellos.
 - c) No causa problemas por resonancia eléctrica.
- 6) Sistema de excitación de los generadores síncronos: Al ser el alternador una máquina síncrona, puede regularse de la misma manera que un compensador síncrono. Por tanto, actuando sobre la excitación del inductor puede regularse la tensión de salida, siempre dentro de los límites de operación del generador.

Un esquema básico de un sistema de regulación de tensión basado en el sistema de excitación de un generador, es el siguiente:

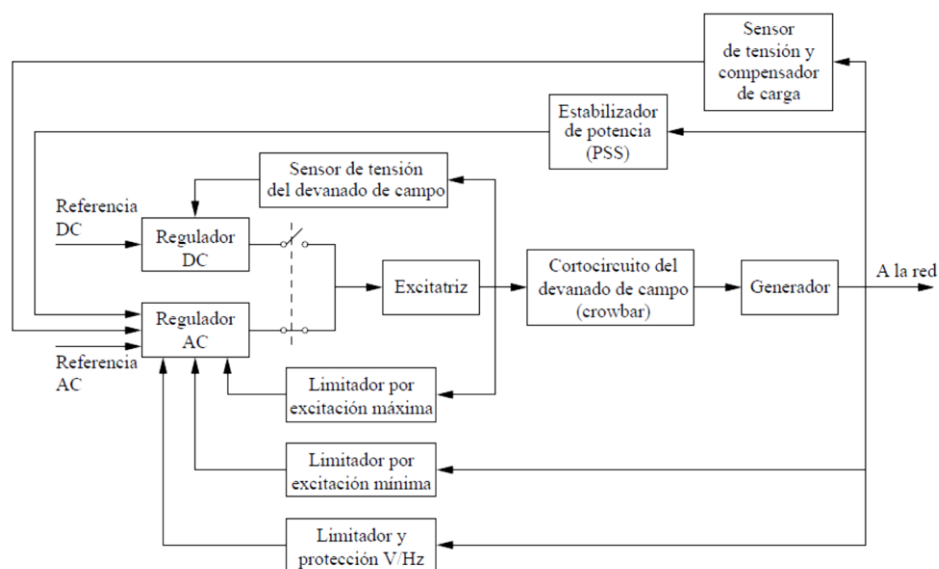


Figura AII. 8: Esquema de control en tensión para un generador síncrono

En donde sus elementos son:

- 1) Excitatriz (principal más piloto): Proporciona la corriente continua al devanado de campo, siendo además la etapa de potencia del sistema de control.
- 2) Regulador AC: Procesa las entradas de los sensores y proporciona la señal de control adecuada a la excitatriz.
- 3) Regulador DC: Ajusta la tensión del devanado de campo a un nivel de referencia, y permite el ajuste manual de la excitación (se utiliza en situaciones fuera del funcionamiento normal).
- 4) Limitador por excitación máxima: Limita el nivel de corriente del devanado de campo, por debajo de valores peligrosos.
- 5) Limitador por excitación mínima: Limita el nivel de corriente del devanado de campo por encima de valores que lleven a la inestabilidad del sistema.

- 6) Limitador y protección V/Hz: Esta protección recibe el nombre de V/Hz, debido a que actúa sobre el flujo magnético, que es proporcional a la relación tensión-frecuencia. Se protege por tanto a la instalación de un valor de flujo magnético tal que provoque sobrecalentamiento en el circuito magnético del generador, o en el transformador de conexión.
- 7) Cortocircuito del devanado de campo (crowbar): Esta protección crea un camino alternativo para la corriente de campo, en caso de obtener una corriente negativa, o una tensión excesiva en el devanado de campo, de forma que actúa como cortocircuito de dicho devanado.
- 8) Sensor de tensión y compensador de carga: Estos dispositivos miden la tensión en los terminales del generador, la rectifican, la filtran, y una vez convertida en señal de corriente continua, la compara con la señal de referencia. Además es capaz de compensar la caída de tensión en el circuito de salida.
- 9) Estabilizador de potencia de salida (Power System Stabilizer, PSS): Proporciona una señal de control adicional con el fin de amortiguar las oscilaciones electromecánicas en el sistema eléctrico.

Índice de figuras

Figura All. 1: Esquema básico de los servicios complementarios	573
Figura All. 2: Partes básicas de la regulación en frecuencia.....	574
Figura All. 3: Lazo abierto de regulación primaria	575
Figura All. 4: Lazo cerrado de regulación primaria.....	578
Figura All. 5: Diferencia de respuestas de dos generadores con diferentes valores de estatismo	580
Figura All. 6: Regulación en frecuencia. Lazo primario más lazo secundario.....	582
Figura All. 7: Curvas P-V, o curvas “de la nariz”	586
Figura All. 8: Esquema de control en tensión para un generador síncrono.....	588

Índice de tablas

Tabla All. 1: Valores máximos de variación de tensión en una red de distribución	586
---	-----

Bibliografía

[1] C. Martínez Vidal, V. Casajús Díaz, “Mix de generación en el sistema eléctrico español en el horizonte 2030”, Foro Nuclear, Madrid, 2007.

[2] Pablo Ledesma, “Regulación de frecuencia y potencia”, Universidad Carlos III de Madrid, 2008.

[3] Pablo Ledesma, “Control de tensión”, Universidad Carlos III de Madrid, 2008.

[4] A. Gabaldón Marín, “Lección 8. El control automático de la generación (AGC): el lazo primario del control de la frecuencia.”, Universidad Politécnica de Cartagena.

[5] A. Gabaldón Marín, “Lección 9. El control automático de la generación (AGC): el lazo secundario del control de la frecuencia.”, Universidad Politécnica de Cartagena.