



Universidad
Politécnica
de Cartagena

**Propuesta de una herramienta didáctica para la docencia del
Método de Elementos Finitos, aplicado mediante la “Toolbox
PDE” de Matlab, a la simulación de transmisión de calor en
especímenes poscosecha**

Titulación: Master en TAIDAA
Alumno: José Luis Vicéns Moltó
Directora: Dra. Encarna Aguayo
Cartagena, 20 de Septiembre de 2012

En la añoranza de María Dolores
en la plenitud con Flori

Agradecimiento

A la Dra. Encarnita Aguayo
Por estar ahí
Por su ejemplo

Título, Autor, Palabras clave		1
Resumen		1
	<i>Resumen</i>	1
	<i>Abstract</i>	3
Introducción		5
	<i>Dificultades en el proceso de Enseñanza Aprendizaje</i>	5
	<i>“ La Ingeniería de Letras” ene el ámbito español</i>	5
	<i>El plagiarismo</i>	6
	<i>Contrato Ético en la Enseñanza de la Ingeniería</i>	6
	<i>La figura del tutor-facilitador</i>	7
	<i>La aplicación a poscosecha del MEF</i>	7
1 Herramienta preproceso del Proceso de Enseñanza Aprendizaje		8
	<i>Mapas conceptuales ofertados</i>	9
2 Tránsito matemático a la ecuación de transmisión del calor		12
	<i>Evolución constructivista</i>	12
	<i>Evolución constructivista vectorial, ecuación elíptica</i>	13
	<i>Ecuación parabólica. Fenómeno en el tiempo.</i>	14
	<i>PDE de transmisión del calor en poscosecha</i>	14
3 ¿Solución analítica? ¿Solución numérica? MEF		16
	<i>Solución numérica. Método Elementos Finitos</i>	16
	<i>Cuestión de conceptos. Simulación numérica versus modelización</i>	17
	<i>Etapas del MEF</i>	18
	<i>Preproceso</i>	18
	<i>Etapas de proceso</i>	19
	<i>Posproceso</i>	19
4 La herramienta en MATLAB. PDE Toolbox.		20
	<i>Lo que Matlab dice de su Toolbox</i>	20
	<i>Programa tipo de la PDE Toolbox</i>	20
	<i>Etapas generales teóricas del MEF</i>	21
	<i>Secciones de los programas Matlab en la PDE Toolbox</i>	22
	<i>Verbalización de lo que se pretende hacer</i>	22
	<i>Implementación de la verbalización</i>	23
5 Simulación genérica		26
	<i>Carácter didáctico de las simulaciones</i>	26

	<i>Simplificaciones de las simulaciones didácticas</i>	26
	<i>Primera simulación: espécimen de un único componente</i>	27
6 Posproceso externo mediante Matlab		31
	<i>Posproceso interno</i>	31
	<i>Posproceso externo</i>	31
	<i>Ejemplo de razonamiento común matemático</i>	38
	<i>La GUI de la PDE Toolbox</i>	39
7 Simulaciones		40
8 Simulación propuesta al alumno		46
	<i>Definición de la intención científico-técnica del alumno</i>	46
	<i>Verbalización del proceso que propone el alumno</i>	47
	<i>Transcripción a Matlab por el tutor-facilitador</i>	47
	<i>Ejemplo de simulación propuesta al alumno</i>	48
Conclusiones		49
	<i>De índole didáctica</i>	49
	<i>En el ámbito de la poscosecha</i>	49
Anexo 1	<i>Mapas conceptuales</i>	Anexos 1
Anexo 2	<i>Tránsito a la ecuación del calor</i>	Anexos 5
Anexo III	<i>Programas elaborados en MATLAB</i>	Anexos 9
	<i>1.- Temperaturas medias</i>	Anexos 11
	<i>2.- Curvas de enfriamiento</i>	Anexos 15
	<i>3.- Distribución interna temperaturas</i>	Anexos 17

Título y autor

Propuesta de una herramienta didáctica para la docencia del Método de Elementos Finitos, aplicado mediante la “Toolbox PDE” de Matlab, a la simulación de transmisión de calor en especímenes poscosecha.

Autor: José Luis Vicéns Moltó

Palabras clave

Elementos finitos, simulación numérica, Matlab, poscosecha, Enseñanza de la Ingeniería

Resumen

De acuerdo con la doctrina del EEES, la certificación de un sistema de enseñanza descansa en su capacidad para generar un aprendizaje objetivamente evaluable, y no en su consistencia académica.

Para estar en consonancia con las tendencias actuales, un currículo ingenieril debe incluir conocimientos tanto de algún lenguaje matemático de alta diversificación, como Matlab, como de alguna metodología para la simulación numérica. Sin embargo las carencias competenciales previas y las penurias crediticias en las Escuelas de Ingeniería dificultan seriamente estos objetivos. Y lo cierto es que si el estudiante no establece contacto con estas disciplinas tan importantes para el diseño y la investigación, en el periodo final del grado o el posgrado, difícilmente adoptará una actitud de acercamiento para su utilización y desarrollo en la investigación o el diseño.

Este trabajo de investigación de la Enseñanza de la Ingeniería en el área de Poscosecha propone una herramienta para la docencia de la aplicación del Método de Elementos Finitos, utilizando la “Toolbox PDE” de Matlab, a la simulación de transmisión de calor en especímenes poscosecha sometidos a refrigeración.

Este proyecto está animado de una doble intención. La primera, de carácter particular, se encamina a ofrecer al alumno una vía para el estudio de la refrigeración de productos poscosecha. La segunda, de carácter general, pretende acercar al alumno al entorno

Matlab para que aprecie las posibilidades que le brinda para un uso posterior en proyectos, problemas, trabajos o investigaciones.

En el desarrollo de esta propuesta desempeñan un papel importante la figura de un Tutor-Facilitador, y una herramienta peculiar de Preproceso de Enseñanza Aprendizaje. Ambos elementos se articulan en el contexto del Contrato Ético de la Enseñanza de la Ingeniería.

En primer lugar se aplica la herramienta de Preproceso de Enseñanza Aprendizaje con la finalidad de que el alumno autoevalúe sus competencias previas para abordar el contenido, pueda subsanarlas e incorporarse adecuadamente al proceso de enseñanza aprendizaje.

En segundo lugar se desgrana un tránsito matemático hasta la ecuación de la transmisión del calor expresada en derivadas parciales desde las expresiones lineales por un doble camino, vectorial y diferencial, para que el alumno asocie las expresiones algebraicas clásicas con estas ecuaciones diferenciales de solución numérica.

En tercer lugar se enlaza la naturaleza de estas ecuaciones con su solución por el Método de Elementos finitos.

En cuarto lugar, se concreta esta solución en la Toolbox PDE de Matlab. Se explica la estructura de los programas Matlab de la Toolbox PDE, superponiendo tres planos. Uno, las etapas del método de elementos finitos en general. Dos, la verbalización del proceso de simulación. Tres, la estructura y secuencia de los comandos en estos programas.

En quinto lugar se realiza y explica simulación de un espécimen sencillo, isótropo.

En sexto lugar se diseñan algunos programas en Matlab, importando los datos numéricos de los resultados de las simulaciones en la Toolbox. Con ello se pretende que el alumno advierta las posibilidades del entorno Matlab para trabajar con carácter abierto con cualquier conjunto de datos.

En séptimo lugar se realiza una serie de simulaciones de enfriamiento por convección de especímenes de productos vegetales, en progresiva complejidad. Desde el espécimen isótropo inicial, hasta un espécimen con dos zonas físicamente diferenciadas, con parte de su corteza cubierta por una etiqueta y una zona de apoyo en una superficie adiabática.

Finalmente se plantea al alumno el diseño de una simulación compleja, contando para ello con el Tutor-Facilitador.

Cabe suponer que una vez motivado el alumno puede tomar iniciativas ulteriores encaminadas a aplicar estos procedimientos matemáticos a su proyecto curricular.

Abstract

According to the doctrine of the EEES, the certification of an education system is based on its ability to obtain an objectively assessable learning, not academic consistency. To be in line with current trends, an engineering curriculum must include knowledge of both high diversification mathematical languages such as Matlab, as a methodology for numerical simulation. However, previous competency gaps in the Schools of Engineering seriously hinder these goals. And the fact is that if the student does not contact these disciplines as important to the design and research, in the final period or graduate degree, hardly adopts an attitude of approach for use in research and development or design.

This research of Engineering Education in the area of Postharvest proposes a teaching tool for the implementation of the Finite Element Method, using the "PDE Toolbox" of Matlab, the simulation of heat transfer in specimens subjected postharvest refrigeration. This project has a double intention. Firstly, is aimed to offer to the students a way to study postharvest cooling products. Secondly, it aims to bring the student to the environment Matlab to appreciate the possibilities it offers for future use in projects, problems, work or research.

In developing this proposal play an important figure of an Advisor-Facilitator, and a peculiar tool Preprocessing Teaching Learning. Both elements are articulated in the context of ethical contract of Engineering Education.

The steps to obtain these objectives are:

- a) Firstly, it is applied the Preprocessing Tool Teaching Learning in order the student can evaluate their skills prior and he/she can adequately correct them and to incorporate in the teaching-learning process.
- b) Secondly, mathematician breaks down the way to the equation of heat transfer expressed as partial derived. The student will be able to associate classical algebraic expressions with these differential equations which have a numerical solution.
- c) Thirdly, it binds the type of these equations with their solution by the finite element method.

- d) Fourth, this solution takes shape in Matlab PDE Toolbox. It explains the structure of the programs Matlab PDE Toolbox, superimposing three planes. One stage of the finite element method in general. Two, the verbalization of the simulation process. Three, the structure and sequence of commands in these programs.
- e) Fifthly it is done and it explains simple simulation of a specimen, in an isotropic system.
- f) Sixth some programs are designed in Matlab, importing data from the results of numerical simulations in the Toolbox. This is to warn the student the possibilities of Matlab openness to work with any data set.
- g) Seventh performed a series of simulations of convection cooling of plant specimens, in increasing complexity. From the initial isotropic specimen until a specimen with two physically distinct areas, with part of its skin covered with a label and a support area in adiabatic surface.

Finally, the student presents the design of a complex simulation, having as support the Advisor-Facilitator. Presumably once motivated students can take further initiatives aimed at implementing these mathematical procedures to their curriculum project.

Introducción

Este trabajo utiliza algunos conceptos desarrollados con anterioridad por el autor. En concreto hace referencia a un tipo de herramienta preproceso en el proceso de enseñanza aprendizaje de la ingeniería (Vicéns y Zamora, 2011)¹ (Vicéns, Zamora y Kaiser, 2012)², a una modalidad de tutor-facilitador (Vicéns, Zamora y Kaiser, 2011)³, (Vicéns, Zamora y Kaiser, 2011b)⁴, (Vicéns, 2012a)⁵, (Vicéns y Zamora, 2012)⁶ y a un compromiso ético en la enseñanza de la ingeniería (Vicéns, 2012b)⁷. Presenta, por tanto, una orientación dual, dirigiéndose en su aspecto metodológico hacia la investigación en la innovación de la enseñanza de la Ingeniería, y, en su aspecto competencial, al análisis de una herramienta para el estudio de la transmisión del calor en especímenes poscosecha.

Dificultades al Proceso de Enseñanza Aprendizaje de la Ingeniería, en las enseñanzas de grado avanzado y posgrado

En estos segmentos de la Educación de la Ingeniería es posible detectar unos problemas propios que inciden sobre todo en el ámbito de los másteres. Cabe citar la heterogeneidad del alumnado, la confianza administrativa en las certificaciones previas, la renovación de contenidos, las competencias extracurriculares y el exceso de cajas negras.

Estos problemas pueden generar una deriva en la consistencia docente de los másteres en la Ingeniería. Deriva encaminada a rodear dichos problemas, en detrimento de la calidad académica de sus egresados. Una calidad que, en el ámbito científico-técnico, viene certificada en última instancia por el complejo económico-empresarial.

“La Ingeniería de Letras” en el ámbito español

La implantación del EEES en las Escuelas de Ingeniería de España se ha llevado a cabo de un modo en absoluto ingenieril. Se ha estructurado el contenido del Grado y, por tanto, del Posgrado, como si ambos ciclos existieran colgados de la nada en mitad del éter. Mientras tanto Francia antepone al acceso a la enseñanza reglada de la ingeniería superior, cursos preparatorios que retozan libremente al margen del corsé curricular de los créditos europeos. Alemania infunde una consistencia sistémica a su enseñanza

media con vistas a la enseñanza superior. Y el Reino Unido ha esperado al último momento para homogeneizar sus Escuelas Técnicas con el modelo de las Facultades, una vez verificadas las calamidades ocurridas en otros países. Y al mismo tiempo, España se ha entregado al *furor boloñés*. Este furor ha conducido a un proceso mixto de relajación de exigencia y de purga de contenidos, con una especial afectación del lenguaje matemático. Como resultado, las materias de los Máster resultan más livianas que las de los estudios de Grado, y su componente físico-matemático se reduce a su mínima expresión para poder avanzar. Está teniendo lugar un viraje hacia “la Ingeniería de Letras”, en donde el bagaje matemático se sustituye por un formulario.

El plagiarismo

Hay un desplazamiento evaluativo que atenúa las evaluaciones de “examen” para incrementar el peso de las evaluaciones “prácticas”. Esto genera, a su vez, la irrupción de un *plagiarismo* galopante con dos consecuencias. La primera, la pérdida de la necesaria equidad. La segunda la desviación del escaso tiempo crediticio de profesorado hacia la detección del plagiarismo, junto a la mutación de la actuación docente en actuación policial, no siempre brillante ni justa. Ello hace que la interacción entre el profesor y el alumno sea más estrecha cuanto más liberalizado sea el sistema de evaluación. En esta propuesta docente, muchas de las tareas que anteriormente desempeñaba el alumno, pasan, en apariencia, a ser ejecutadas por el profesor, o, más concretamente, por el tutor facilitador. Ello puede dar pie a situaciones de abuso que redundan, no tanto en detrimento de la Institución sino en el incumplimiento del objetivo esencial, que es la consecución del aprendizaje del alumno.

Contrato Ético en la Enseñanza de la Ingeniería

Los problemas arriba enumerados, junto a la relajación en la exigencia, la purga de contenidos matemáticos, y el plagiarismo que distorsiona la actividad docente en el posgrado, constituyen un entramado al que hay que hacer frente. Una opción para este fin la constituye el Compromiso Ético en la Enseñanza de la Ingeniería (Vicéns, 2012b). Compromiso articulado en tres niveles, el Compromiso de Superación Disciplinaria, el Compromiso de Integración Académica y el Compromiso Ético Competencial. Su

aplicación óptima reúne un carácter sistémico; pero cabe aplicaciones parciales, como es el caso del Tutor-Facilitador.

La figura del tutor-facilitador

Esta figura queda encuadrada en el Compromiso Ético Competencial, que es el componente de mayor responsabilidad institucional dentro del Compromiso Ético. Sus actuaciones pretenden neutralizar la heterogeneidad del alumnado y la debilidad de las certificaciones previas, suplir las barreras de las competencias extracurriculares y convertir en diáfanos las cajas negras. Todo ello con la finalidad de evitar el consumo del escaso tiempo crediticio del alumno en tareas extra competenciales o de tipo mecánico y sin contenidos, como es el aprendizaje del manejo de programas comerciales opacos.

La aplicación a los productos poscosecha del método de Elementos Finitos

No parece necesario referirse a la importancia que tiene la tecnología del calor, tanto en su vertiente de calentamiento, como en la de refrigeración, en el ámbito de la conservación y preservación de los productos vegetales poscosecha.

Si bien, su aplicación no sólo alcanza a los fenómenos de transmisión del calor. Se aplica al estudio de las lesiones parenquimatosas por golpes, Dintwa (2008)⁸,

Hasta mediados del siglo pasado, se aplicaban soluciones analíticas y generalizaciones para determinar los tiempos precisos para modificar la temperatura de un espécimen poscosecha. En los años 50 se inició, de la mano de la computación, la extensión de ciertos métodos de solución de derivadas parciales a diversas áreas técnicas. Entre ellos, el de los elementos finitos. Sun (2006)⁹, Nicolai et al. (2009)¹⁰, Sandeep et al. (2009)¹¹, Tang et al. (2007)¹², se extienden sobre la aplicación a la tecnología del calor de este procedimiento durante décadas. Aunque en la actualidad, hay que precisar que el MEF va siendo desplazado por el método de los volúmenes finitos, en parte por la proliferación de programas comerciales orientados en ese sentido, y en parte por su versatilidad para acoplar ecuaciones diversas. En este sentido, se decantan Sun (2009)¹³ y Ambaw et al. (2012)¹⁴, que describen la creciente aplicación de la Dinámica Computacional de Fluidos en la tecnología poscosecha.

Según los estudios de Fabbri et al. (2011)¹⁵, el número de publicaciones del área “agro-food” utilizando simulación numérica, son cerca de 3.000 para el año 2011, con un crecimiento es exponencial en los últimos diez años.

Sin embargo, la CFD presenta el inconveniente docente de su complejidad operativa, que lleva, bien a aumentar desmesuradamente el papel de las cajas negras, como ocurre con las nuevas versiones de Ansys, que cada vez son más integrales, pero más opacas, o bien, a forzar un desplazamiento espurio de la carga crediticia hacia el aprendizaje del manejo de programas comerciales. En este sentido, el método de los elementos finitos ofrece posibilidades docentes para su aplicación a grupos pequeños; posibilidades que se presentan más reducidas en la CFD, según nuestra propia experiencia.

1 Herramienta preproceso del Proceso de Enseñanza Aprendizaje

Es una herramienta didáctica propuesta para este tipo de encrucijadas cognitivas. Se encuentra ubicada en el preproceso del propio Proceso de Enseñanza Aprendizaje.

Consiste a grandes rasgos en la facilitación al alumno de un conjunto de mapas conceptuales con tres utilidades sucesivas.

1. En primer lugar, el propio alumno identifica y asume explícitamente qué competencias debe poseer previamente, para poder integrarse adecuadamente en el proceso de enseñanza aprendizaje.
2. En segundo lugar, puede detectar sus carencias de contenidos, mediante una autoevaluación efectuada sobre estos mapas. Para ello efectúa su *recorrido secuencial*.
3. En tercer lugar, dispone referenciadas las herramientas bibliográficas pertinentes y asequibles, esto es, en la biblioteca de la UPCT o en la Web, para subsanar estas carencias.

La finalidad de la herramienta es que el alumno no presente carencias competenciales transversales y previas que imposibiliten su incorporación el proceso de enseñanza aprendizaje, o dificulten el normal desarrollo del proceso del grupo al que pertenece.

Hay una implícita exigencia conceptual previa, intensa, densa y tanto generalista como específica para poder internalizar el proceso de modelización de los intercambios de calor en los productos poscosecha, mediante la integración de la ecuación del calor

expresada con derivadas parciales. Este bagaje se concreta en una serie de contenidos conceptuales y estructuras sintácticas (matemáticos o no) que son de paso obligado, pero de los que suele carecer una gran parte del alumnado. Debido en parte, a que en la actualidad suele omitirse la lectura de las páginas iniciales de la mayoría de los textos científico-técnicos. Los alumnos pasan las páginas textuales a toda velocidad buscando las páginas con fórmulas para elaborar un recetario con vistas al examen. Y eso en el mejor de los casos, porque lo habitual es recabar directamente “los apuntes” o, peor si cabe, las “transparencias” de cuando las clases eran de tipo magistral.

Esta herramienta pretende que, mediante el recorrido que efectúa por los mapas, el propio alumno participe en el proceso de actualización y recuperación de contenidos que le permitan integrarse armonicamente en el aprendizaje las enseñanzas posteriores.

Los mapas conceptuales ofertados

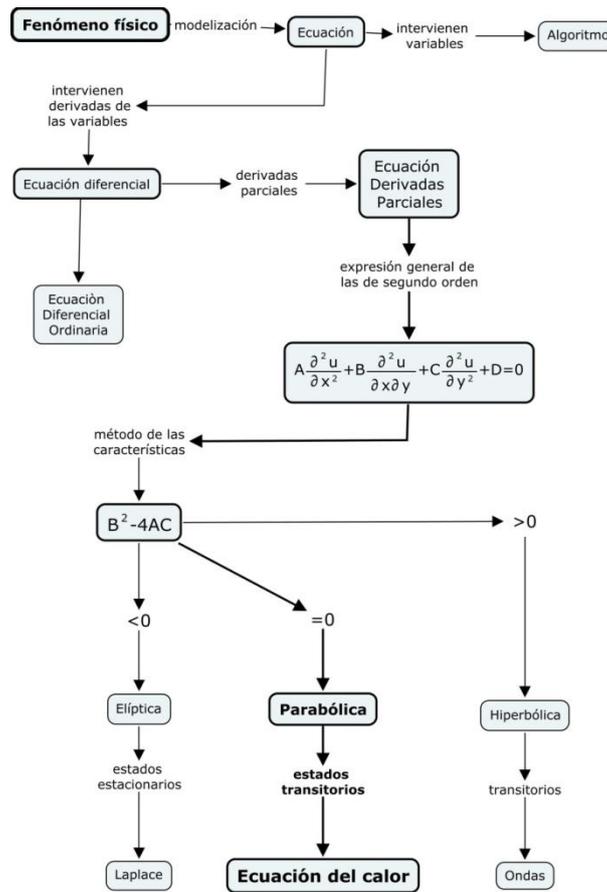


Figura 1.1. Uno de los mapas conceptuales que se proporciona al alumno para que autoevalúe sus competencias previas y transversales precisas.

Los mapas conceptuales elaborados para este fin contemplan conceptos de las diversas áreas que confluyen en el contenido competencial del estudio de la transmisión del calor en especímenes poscosecha mediante el método de los elementos finitos.

El resto de los mapas se muestran en el Anexo 1. Versan sobre los mecanismos de transmisión del calor, el coeficiente de convección, el operador diferencial n-ésimo, y determinados conceptos de sistemas.

Estos mapas no deben aportar intencionadamente contenidos competenciales esencialmente “nuevos”, aunque puedan ser parcialmente de tal carácter por la heterogeneidad de los alumnos. Al pertenecer al ámbito del tutor-facilitador, no deben incrementar la carga competencial.

-
- ¹ Vicéns , J.L. y Zamora, B., 2011, *Propuesta de una etapa pre-proceso en los proyectos didácticos de materias de ingeniería*. Congreso Internacional de Innovación Docente. Cartagena. Libro de Actas. Isbn: 978-84694-5333-9
- ² Vicéns , J.L., Zamora , B., Káiser , A. 2012. *Procedimiento didáctico para el análisis de los difusores de las turbinas hidráulica, mediante la utilización de Matlab y de herramientas CFD*. XIX Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica. Castellón, Noviembre 2012. Comunicación admitida.
- ³ Vicéns , J.L., Zamora , B., Kaiser, A..2011. Simulación numérica del flujo a través de una turbina Kaplan: Desarrollo de una herramienta para utilización docente. CAIP 2012. Girona. Isbn 978-84-8458-356
- ⁴ Vicéns , J.L., Zamora , B., Kaiser, A. 2011. Simulación del flujo en una turbina Kaplan mediante CFD: desarrollo de una herramienta para Utilización Docente.. Form. Univ. Vol. 4 nº 6. La Serena 2011. Doi: 10.4067/So718-500621000600002
- ⁵ Vicéns , J.L., 2012, *Una modalidad de Tutor-Facilitador en la Enseñanza de la Ingeniería*. XV Congreso Nacional y V Iberoamericano de Pedagogía. “Entre generaciones: Educación, Herencia y Promesas”. Burgos, Julio 2012. Actas. ISBN 978-84-7278-453-6
- ⁶ Vicéns , J.L. y Zamora , B. 2012, *A Teaching-Learning Method Based on CFD Assisted With Matlab Programming for Hydraulic Machinery Courses*. Comput. Appl. Eng. Educ, DOI 10.1002/cae.21554
- ⁷ Vicéns , J.L., 2012, “*Compromiso Ético*” versus “*Régimen Disciplinario*”. *Una propuesta para la Enseñanza de la Ingeniería*. XV Congreso Nacional y V Iberoamericano de Pedagogía. “Entre generaciones: Educación, Herencia y Promesas”. Burgos, Julio 2012. Actas. . ISBN 978-84-7278-453-6
- ⁸ Dintwa, E., Van Zeebroeck, M., Ramon, H.,Tijsskens, E. 2008 .*Finite-element analysis of the dynamic collision of apple fruit*. Postharvest Biology and Technology, Volume 49, Issue 2, August 2008, Pages 260-276 .
- ⁹ Lijun Wang and Da-Wen Sun. 2006. Heat and Mass Transfer in Thermal Food Processing. In Thermal food processing : new technologies and quality issues / edited by Da-Wen Sun. Taylor & Francis Group. Pp. 42 y s.s.

-
- 10 Nicolai, B.M., Scheerlinck, N., Verboven, P. and De Baerdemaeker, J. 2009, *Introduction to Modeling and Numerical Simulation*. In Food Processing Operations Modeling. Design and Analysis. Edited by Soojin Jun, S. and Irudayaraj, J. M. Taylor & Francis Group, LLC. Pp 3-11.
- 11 Sandeep, K.P., Irudayaraj, J. and Soojin Jun, S. 2009, *Stochastic Finite Element Analysis of Thermal Food Processes*. In Food Processing Operations Modeling. Edited by Soojin Jun, S. and Irudayaraj, J. M. Taylor & Francis Group, LLC. Pp. 302 y s.s
- 12 Tang, J, Mitcham, E. and Wang, S. 2007. *Fundamental Heat Transfer Theory for Thermal Treatments, en Heat treatments for postharvest pest control: theory and Practice*. Edited by Tang, J, Mitcham, E. and Wang, S . Cab International. pp 27-41 y 53.
- 13 Sun, D.W. 2009, *Computational Fluid Dynamics in Food Processing*, edited by Da-Wen Sun Contemporary Food Engineering Series Editor. Taylor & Francis Group. Pp 14-18
- 14 Ambaw, A., et al. *The use of CFD to characterize and design post-harvest storage facilities: Past, present and future*. Comput. Electron. Agric. (2012), <http://dx.doi.org/10.1016/j.compag.2012.05.009>
- ¹⁵ Fabbri, A, Cevoli, Ch., Silaghi, F.A., Guarnieri, A. 2011, *Numerical Simulation of Physical Systems in Agri-food Engineering*, J. of Ag. Eng. - Riv. di Ing. Agr. (2011), 4, 1-7

2 Tránsito físico-matemático a la ecuación de la transmisión del calor

El proceso cognitivo que transcurre desde la modelización algebraica bidimensional a la simulación tiene lugar con diversos saltos. Uno de ellos, relevante como obstáculo epistemológico es la irrupción de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales como modelos descriptivos del comportamiento físico de los sistemas. El hecho de que se produzca este obstáculo epistemológico, se debe en gran parte a que la incorporación de los nuevos contenidos al proceso de enseñanza aprendizaje suele producirse en un entorno de proyección conductista docente sin el adecuado proceso constructivista por parte del alumno. De modo que el nuevo contenido no presenta armonía, articulación ni complementariedad con los contenidos anteriores.

Esto no es inusitado. La descoordinación habitual entre la enseñanza de la matemática y la enseñanza de los modelos físicos que describen la simplificación de los sistemas reales, conduce casi indefectiblemente a un conductismo docente que acarrea la no internalización conceptual por parte del alumno, orientándose a una *preponderancia de las reglas* (Schneider, 2009)¹. Ello puede llevar a que estas ecuaciones acaso se utilicen por parte del alumno, como elementos de un formulario. Este uso en forma de *caja negra* constituye un punto de discontinuidad en la estructura cognitiva que corta radicalmente la asimilación de conceptos estructuralmente consecutivos.

Evolución constructivista hasta la ecuación de la conducción del calor

Para el proceso de enseñanza aprendizaje de este contenido resulta conveniente construir un entramado conceptual con elementos secuenciales, modulares y articulados que enlace las ecuaciones lineales de la transmisión de calor, los conceptos matemáticos previos del alumno con las ecuaciones en derivadas parciales. Y que este enlace discurra sin saltos, sin solución de continuidad.

A este tránsito conceptual es posible aproximarse, por dos caminos. El primero arranca desde un enfoque y un punto de partida vectorial, lo que académicamente hablando en el contexto educativo español podría denominarse como el camino por la “*tendencia al Álgebra*”. El segundo camino parte desde un punto de vista incremental o de diferencias, en lo que se podría denominar, en el mismo contexto de denominaciones, como el camino de la “*tendencia al Cálculo*”.

Evolución constructivista vectorial. Ecuación parabólica

Tyn and Debnath (2007)², presentan una vía de análisis vectorial diferencial para la ecuación de la conducción térmica en sólidos. Desde esta perspectiva se considera el calor como un fluido que se desplaza a una velocidad determinada debido a la diferencia de temperatura entre dos puntos. A la existencia de un gradiente de temperatura.

Se puede aplicar a este campo el teorema de Gauss o de la divergencia, determinando el calor que escapa de un volumen a través de la superficie que lo delimita. Y al igualar la expresión a la que cuantifica la variación de como el producto del volumen por el cambio de temperatura y el calor específico, se llega a

$$\nabla^2(KT) = C\rho \frac{\partial T}{\partial t}$$

que es la ecuación parabólica de la transmisión del calor en derivadas parciales. Describe una situación de índole transitoria, ya que depende del tiempo.

Evolución constructivista incremental. Ecuación elíptica

Chapra (2009)³ estudia los flujos de calor en una lámina de espesor, dimensión z, despreciable. Considera que los movimientos de calor tienen lugar exclusivamente en las dimensiones, x, e, y. Supone igualmente que toda la energía calorífica que entra en la placa, sale de la misma. Aplicando análisis incremental, y finalmente llevando al límite, obtiene

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} = 0$$

Y sustituyendo el calor por su expresión en la ley de Fourier de la conducción del calor

$$q_x = -k\rho C \frac{\partial T}{\partial x}$$

se llega a la ecuación de Laplace, en la que el sistema de dos dimensiones, no contiene ni fuentes ni sumideros de calor

$$\vec{\nabla}^2 \cdot k\rho CT = 0 \quad 4.22$$

Se trata de una ecuación elíptica. Por cuanto que no contempla el tiempo. Es la que describe los estados estacionarios, una vez que se ha alcanzado el equilibrio.

Ecuación parabólica. Fenómeno en el tiempo

En este caso de la poscosecha, lo que se pretende es refrigerar, de modo que el sistema espécimen no está en equilibrio, sino que experimenta una variación de calor. En particular, una pérdida de calor, ya que sale hacia el medio refrigerante. Y esta variación tiene lugar en el tiempo. De modo que la resolución de esta ecuación debe proporcionar como resultados la distribución espacial de la temperatura en el sistema, en cada instante. Aplicando el principio de que

$$entra - sale = perdido$$

Y que lo perdido es

$$calor_extraido = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \tag{4.23}$$

La ecuación 4.22 se convierte en

$$\vec{\nabla}^2 \cdot k\rho CT = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \tag{4.24}$$

que es la ecuación general de la conducción del calor.

$$\vec{\nabla}^2(kT) = \frac{\partial T}{\partial t} \tag{4.25}$$

¿Es esta ecuación la adecuada para los estudios de poscosecha?

Ecuación diferencial en derivadas parciales de transmisión de calor en poscosecha

Los fenómenos de transmisión de calor tal y como tienen lugar en la refrigeración poscosecha, están estrechamente ligados a la variable temporal. Por lo tanto la ecuación en derivadas parciales que se mejor se adapta genéricamente a estos fenómenos es la de tipo parabólico. Pero, además, *debe ser más completa* que la parabólica ya vista.

En efecto, en un producto poscosecha sujeto a refrigeración, cabe considerar a la hora de establecer el equilibrio del flujo de calor, tanto una generación de calor, como una disipación hacia el exterior.

$$\text{variación} = \text{distribución}_{\text{inicial}} + \text{calor generado} - \text{calor disipado}$$

En efecto, un producto poscosecha es un ser vivo y siempre se está produciendo calor consecuencia de su respiración. Y por otro lado, la cesión del calor disipado, el que el espécimen cede al fluido refrigerante, se lleva a cabo mediante un proceso de convección que, normalmente, es forzada.

De modo que la ecuación definitiva (y completa) de la transmisión de calor de un producto poscosecha es:

$$\rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla(k\nabla T) + h(T_{ex} - T) = Q \quad 5.01$$

Donde cada término de la ecuación se corresponde con un hecho físico de relevancia en los procesos de transmisión de calor en la poscosecha. Es importante que desde el inicio, el alumno asigne un sentido mecanístico a esta modelización, como paso previo para la correcta interpretación de la simulación numérica que se efectuará más adelante.

$\rho C_e \frac{\partial T}{\partial t}$	Variación de calor contenido en el producto en relación al tiempo.	5.02
--	--	------

$\nabla(k\nabla T)$	Distribución del calor en el volumen de control del producto.	5.03
---------------------	---	------

$h(T_{ex} - T)$	Calor disipado por convección, cedido al refrigerante.	5.04
-----------------	--	------

Q	Calor generado en el interior del volumen de control del producto por la respiración.	5.05
-----	---	------

Las variables presentes en esta ecuación son la temperatura, T (°K), y el tiempo, t (s). Los parámetros del producto son la densidad, ρ (Kg m^{-3}), el coeficiente de convección, h (W $m^{-2}K^{-1}$), el calor específico C_e (cal/Kg), el coeficiente de conducción de calor, k (W $m^{-1}K^{-1}$), y la temperatura del refrigerante, T_{ex} (°K).

Pero una vez encontrada la ecuación que mejor describe el proceso, se plantea el auténtico problema: qué método de solución/integración se aplica a esta ecuación.

3 ¿Solución analítica? ¿Solución numérica? Método elementos finitos

Para Tyn y Lockenat, un problema matemático está bien planteado si satisface las condiciones de que exista solución y, que esta solución es única. Además, es útil que la solución dependa continuamente de los datos. Pero para un problema físico, la dependencia del resultado respecto a los datos de entrada no es útil sino condición necesaria.

En este sentido en los fenómenos de refrigeración poscosecha, muchos datos han sido obtenidos por la experimentación, por tanto, con un carácter necesariamente aproximado. De modo que es preciso saber que pequeños cambios en los datos, originan sólo un pequeño cambio en la solución.

Es cierto que hay soluciones analíticas *brillantes*, pero extenuantes y penosas, como la que se expone

$$u(x, y) = \left(\frac{b-y}{b}\right) \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^* \frac{\sinh \frac{n\pi}{a}(b-y)}{\sinh \frac{n\pi b}{a}} \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right)$$

en donde

$$a_n^* = \frac{2}{a} \int_0^a f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) dx$$

Ésta es la solución para una placa rectangular con dos lados adiabáticos (aislados), tomada de Tyn y Lockenat.

Solución numérica. Método de los elementos finitos

Fish y Belytschko (2007)⁴ indican que muchos fenómenos físicos pueden describirse como ecuaciones diferenciales parciales, con la particularidad de que, para recintos de forma complicada, en muchas ocasiones carecen de solución analítica. Por tanto parece

obligado recurrir a métodos numéricos. Y de entre estos métodos, tiene gran aceptación el de los Elementos Finitos, con el que es posible resolver este tipo de ecuaciones de forma aproximada.

La filosofía de los métodos finitos es la de sustituir un todo continuo por un conjunto de pequeñas partes (elementos finitos), que están interconectados (por los nodos o puntos nodales, aristas o caras), constituyendo una malla. En cada elemento, el fenómeno físico puede describirse con arreglo a ecuaciones algebraicas de fácil solución, en ocasiones simplemente lineales. Una vez hecho esto, se combinan las soluciones de todos los elementos finitos, para obtener la solución global.

La dificultad del método estriba en que, pese a la sencillez de las ecuaciones, son muy numerosas, de modo que el manejo sólo es posible mediante la utilización de matrices de gran tamaño. Es por ello que el método se ha generalizado a partir del desarrollo de la computación.

Para Logan, (2007)⁵ la formulación del problema en términos de elementos finitos da como resultado que en lugar de requerirse una solución para las ecuaciones diferenciales, se dispone de un sistema de ecuaciones algebraicas simultáneas para las que la solución es sencilla.

El procedimiento general es definir el modelo de elementos finitos a utilizar, e introducir la información en el ordenador. Esta información suele incluir las coordenadas nodales, la manera en la cual los elementos están conectados, las propiedades físicas de los elementos, las condiciones de contorno y las iniciales. El ordenador entonces usa esta información para integrar las ecuaciones y ofrecer los resultados.

Cuestión de conceptos. Simulación numérica versus modelización

Esta distinción y/o confusión entre ambos términos constituye un obstáculo epistemológico en la medida que se emplea indistintamente un término u otro para designar procesos diferentes.

La modelización es un proceso de ajuste de una serie de datos experimentales a una expresión algebraica, con arreglo a unos criterios de procedimiento, generalmente de índole estadístico. Su finalidad es la de obtener “modelos” o leyes que describan variaciones de variables, sin otra representación que la geométrica del propio algoritmo.

La simulación numérica es la resolución local, en los volúmenes finitos o elementos finitos de un sistema, de unas ecuaciones algebraicas para obviar el escollo de la resolución de ecuaciones diferenciales en todo el sistema como totalidad. Permiten una representación geométrica de resultados, ubicándolos en un trasunto geométrico del conjunto de los elementos o volúmenes finitos (malla). Pero lo que se representa es el conjunto de soluciones (con diversos códigos visuales), el conjunto de valores de variables, no el sistema físico tal y como es.

Etapas del método de elementos finitos

Son las correspondientes a toda simulación numérica (Durbin, 2007)⁶:

- Preproceso
- Proceso
- Posproceso

Y dentro de cada una de estas etapas, cabe establecer escalones sucesivos.

Preproceso

- 1.-Definición de la geometría del problema, del dominio de existencia del sistema.
2. Creación del mallado, o división del dominio en celdas en las que van a ser resueltas las ecuaciones algebraicas (en ocasiones lineales) que determinan valores de todas las variables.

El mallado puede ser estructurado o no estructurado. El estructurado está formado por rectángulos o paralelepípedos ordenados (según se trata de una simulación en dos o tres dimensiones), que pueden deformarse para adaptarse a las porciones curvas de la geometría, siguiendo sus contornos. Admite una ordenación matricial. Y el mallado no estructurado está compuesto generalmente por triángulos o tetraedros y no tiene un orden matricial. Este último tipo admite una mejor adaptabilidad a dominios complejos, aunque es más gravoso para los cálculos. Este aserto es muy interesante porque desvincula la idea de que menor exigencia en el mallado, implica más sencillez de cálculo.

3. Definición de los modelos aplicables

4. Especificación de las propiedades físicas y térmicas.
5. Especificación de las condiciones de contorno, que establecen los valores de las variables en las celdas fronteras del dominio.
6. Introducción de las condiciones iniciales en el caso de un problema no Estacionario

Etapa de proceso

7. Proceso de cálculo. Solución de las ecuaciones.

Posproceso

9. Análisis de la solución. Comprobación de que la resolución es correcta y estudio de los resultados. La gran cantidad de datos que se genera hace necesario el uso de sistemas gráficos de Posproceso.

Lo importante bajo un punto de vista docente (e investigador), es el preproceso y el posproceso, pues la dificultad (y el interés a efectos formativos y cognitivos), no radica en la ejecución de los cálculos, sino en la determinación de los criterios para establecer las condiciones de contorno que se aplican. Lo constructivo para el alumno es tomar las decisiones conceptuales y justificarlas, no efectuar tareas mecánicas huera.

¹Schneider, M. (2009). *Quelques éléments pour une analyse de la transposition: algèbre et modélisation Fonctionnelle*, Journées Ampère, Lyon 19-20 mai 2009.

² Tyn Myint-U, Lokenath Debnath. (2007). *Linear Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*. Fourth Edition. Birkhäuser. Berlin. Pp. 75,76.

³ Chapra, S.C., Canale, R.P. 2009. *Numerical Methods for Engineers*. Mac Graw-Hill. pp. 850 y ss.

⁴ A First Course in Finite Elements Jacob Fish Ted Belytschko 2007 John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester,

⁵ A First Course in the Finite Element Method, Fourth Edition by Daryl L. Logan. Pp 24 pp539 y s.s. 2007. Thomson

⁶ Durbin, P.A. 2007. *Fluid dynamics with a computational perspective*. Cambridge University Press.

4 La herramienta en MATLAB: Partial Differential Equation Toolbox™

Según la ayuda de Matworks (2009)¹, Matlab es un lenguaje de alto rendimiento para la computación técnica, que integra computación, visualización, y programación en un medio ambiente fácil de usar, y en el que los problemas y las soluciones se expresan con una notación matemática familiar.

En Matlab se encuentran definidas diversas Toolbox, de índole específica por su campo de aplicación, que reúnen funciones e instrucciones, acompañadas generalmente de una GUI (Guide Interface Usuary) que facilita el acceso y uso de las herramientas contenidas en la *caja* concreta.

Las Toolbox de Matlab tienen una función facilitadora para su uso, pero quizá acentúan en exceso su carácter de *caja negra*. Es por ello que el tutor facilitador debe procurar que la herramienta sea vista, entendida por el alumno, como una caja transparente.

Lo que Matlab dice de su Toolbox

- 1.- El núcleo de la caja de herramientas es un solucionador de ecuaciones en derivadas parciales, que utiliza el *método de los elementos finitos* (FEM) para problemas definidos en dominios acotados en el plano.
- 2.- En primer lugar se necesita describir una geometría y establecer su malla.
- 3.- En segundo lugar discretizar la PDE en la malla y construir una ecuación para la aproximación discreta de la solución.

Lo cierto es que Matlab, basa la utilización de su toolbox en la interfaz gráfica (GUI)

La interfaz gráfica de usuario, *pdetool*, permite usar herramientas gráficas para describir dominios complicados y generar mallas triangulares.

Presentación del programa tipo del Toolbox PDE de Matlab

La filosofía de esta propuesta didáctica es que el alumno conozca cómo son los programas en el sentido de que sepa identificar y reconocer en ellos los elementos de la *teoría* que describen el fenómeno físico a simular. Y que, de este modo, consiga servirse de ellos, si procede, pero no que deba aprender cómo se hacen los programas.

Para ello el Tutor Facilitador *destripa* cómo es el programa tipo, en régimen de *caja abierta total*. Y lo hace de modo escalonado, intentando facilitar un proceso constructivista en el alumno, desde la teoría más elemental hasta el programa listo para ser ejecutado.

Los pasos sucesivos en que se expone el programa al alumno, son:

- I. Etapas generales teóricas del preproceso en FEM.
- II. Secciones de los programas Matlab en la Toolbox PDE.
- III. Verbalización de lo que se pretende hacer.
- IV. Implementación de la verbalización como programa Matlab

I Etapas generales teóricas del preproceso en FEM

Las etapas generales se han reordenado, siguiendo el orden de presentación e introducción tal y como aparece en la GUI de la toolbox. Se ha seguido este criterio para que la transición de la explicación teórica al uso práctico no presente saltos.

Es conveniente que el alumno visualice mentalmente el significado práctico de cada etapa para conferir entidad física a la mera abstracción matemática.

1. Definición de los modelos aplicables
2. Definición de la geometría del problema, del dominio de existencia del sistema.
3. Especificación de las condiciones de contorno, que establecen los valores de las variables en las celdas fronteras del dominio.
4. Creación del mallado, o división del dominio en celdas en las que van a ser solucionadas las ecuaciones
5. Especificación de las propiedades físicas y térmicas.
6. Introducción de las condiciones iniciales en el caso de un problema no estacionario

II Secciones de los programas Matlab en la Toolbox PDE

Los objetivos del software PDE Toolbox™ son, según sus textos de ayuda, proporcionar herramientas que permitan:

1. Definir un problema de PDE. Esto es, definir geometrías planas, condiciones de contorno e iniciales, y los coeficientes de las propias ecuaciones.
2. Resolver numéricamente el problema generando mallas desestructuradas, discretizando ecuaciones y proporcionando soluciones aproximadas.
3. Visualizar los resultados.

En la práctica, el programa tipo por el que se lleva a cabo esta actuación, es como se expone a continuación, con la salvedad de que se omiten determinadas actuaciones como definir el aspecto de los ejes y su proporción, por tratarse de decisiones prácticas relativas a cuestiones de técnica operativa en Matlab, sin contenido eidético relevante.

Las secciones importantes del programa son:

```
function pdemodel
%
% 1 Model:
%
% 2 Geometry description:
%
% 3 Boundary conditions:
%
% 4 Mesh generation:
%
% 5 PDE coefficients:
%
% 6 Solve parameters:
%
% Plotflags and user data strings:
%
% Solve PDE:
```

III Verbalización de lo que se pretende hacer

La verbalización de contenido puede ser del tipo:

1. Se trata de un problema de transmisión de calor.

2. El espécimen poscosecha tiene forma elipsoidal, con otra zona interior, excéntrica hacia el polo. Se definen los semiejes mayor y menor de ambas formas, y la ubicación de sus centros. Se denominan “pulpa” y “semilla” a las áreas definidas.
3. Las condiciones de contorno son que hay transmisión de calor por convección, a un medio de temperatura exterior T_{ext} , con un coef, de convección, h.
4. El recinto está mallado con celdas triangulares.
5. Se va a resolver una ecuación parabólica, y se conoce la densidad así como el calor específico y el coeficiente de conducción de calor de la pulpa y la semilla. Igualmente la temperatura del fluido refrigerante.
6. Se conoce la temperatura inicial del espécimen. Se fija el tiempo de simulación.

Implementación de la verbalización como programa Matlab

```

function pdemodel
%
% Con esta primera linea de definición,
% se ha llamado a la GUI del
% toolbox Partial Derivative Equations de MATLAB.
%
[pde_fig,ax]=pdeinit;
%
% Se inicia el modelizado en PDE,
% y se abre una figura en el GUI del PDE toolbox,
% con unos ejes que se incluirán en el objeto "ax".
%
% Se especifica el tipo de ecuación a resolver.
% En este caso se trata % de la Ecuación del Calor,
% que viene indicada con el número 9.
%
% 1 Model :
%
pdetool('appl_cb',9);
%
% Se establecen el aspecto de los ejes
% y de la caja de la ventana de trabajo en Pdetool.
%
% Relación de aspecto
%
set(ax,'DataAspectRatio',[1 1 1]);
set(ax,'PlotBoxAspectRatio',[1.3333333333333335 1
66.666666666666671]);
%
% Intervalos de los ejes

```

```

set(ax,'XLimMode','auto');
set(ax,'YLimMode','auto');
%
% Discretización gráfica de los valores en los ejes
%
set(ax,'XTickMode','auto');
set(ax,'YTickMode','auto');
%
% 2 Geometry description:
%
% Se trata de una elipse.
%
pdeellip(3.6630036630035112e-005,-3.4694469519536142e-
018,0.016,0.012,...
0,'fresa');
set(findobj(get(pde_fig,'Children'),'Tag','PDEEval'),'String','f
resa')
%
% 3 Boundary conditions:
%
% El primer número corresponde al segmento del contorno,
% que va de 1 a 4. La palabra 'neu' indica que se ha impuesto
% una condición de Newman en ese sector del contorno. Esto es,
% se impone que hay un flujo.
% El siguiente número indica el recinto, el siguiente el
% coeficiente de convección en ese segmento del contorno, y el %
siguiente al valor hT.
%
pdetool('changemode',0)
pdesetbd(4,'neu',1,'20','60')
pdesetbd(3,'neu',1,'20','60')
pdesetbd(2,'neu',1,'20','60')
pdesetbd(1,'neu',1,'20','60')
%
% 4 Mesh generation:
%
% Se genera la malla en el interior del recinto.
% Se asigna un factor de crecimiento de celda de 1.3
%
setappdata(pde_fig,'Hgrad',1.3);
%
% Por los fines didácticos de esta simulación,
% se acepta una malla de
% celdas grandes.
%
setappdata(pde_fig,'refinemethod','regular');
%
% Se indica una calidad media en la forma de las celdas.
%
setappdata(pde_fig,'jiggle',char('on','mean',''));
%
% Se ejecuta el mallado.
%
pdetool('initmesh')
%
% 5 PDE coefficients:
%
% Se determina la índole PARABOLICA de las ecuaciones
% a integrar en los recintos, debido a que se trata de un
% suceso no estacionario. Y se introducen los valores de las

```

```

% propiedades física y térmicas del medio. Densidad, 910, Cv,
% 3924, conductividad,0.57. T inicial, 23, y 3600 segundos de
% tiempo de simulación. Todo ello del medio "fresa".
%
pdeseteq(2,'0.57','0','(0)+(0).*(0)','(910).*(3924)',...
'0:1:3600','23','0.0','[0 100]')
setappdata(pde_fig,'currparam',[ '910 ' ; '3924' ; '0.57' ; ...
'0 ' ; '0' ; '0'])
%
% 6 Solve parameters:
%
%
setappdata(pde_fig,'solveparam',...
str2mat('0','19584','10','pdeadworst',...
'0.5','longest','0','1E-4','','fixed','Inf'))
%
% Plotflags and user data strings:
%
setappdata(pde_fig,'plotflags',[1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 1801 1 0 0
0 0 1]);
setappdata(pde_fig,'colstring','');
setappdata(pde_fig,'arrowstring','');
setappdata(pde_fig,'deformstring','');
setappdata(pde_fig,'heightstring','');
%
% Solve PDE:
%
% Se procede a la integración de la ecuación.
pdetool('solve')

```

De este modo el alumno puede apreciar la *traducción* conceptual a Matlab, del proceso de simulación que ha verbalizado conceptualmente.

¹Partial Differential Equation Toolbox™ User's Guide © COPYRIGHT 1995–2009 The MathWorks, Inc. 3 Apple Hill Drive Natick, MA 01760-2098

5 Simulación genérica

Se presentan dos tipos de simulación. El primer tipo está compuesto por simulaciones didácticas que abarcan un espécimen con uno o dos componentes, normal, o provisto de una etiqueta “adherida”, que modifica la convección en una zona del espécimen, o provisto de esa etiqueta y con una zona de apoyo en la que la convección es prácticamente nula.

El segundo está constituido por una simulación que se propone al alumno. Para que sea éste quien la diseñe, tanto verbal, como gráficamente (mediante croquis) en una memoria que presentará al tutor facilitador. Corresponderá al tutor facilitador su ejecución material en el lenguaje Matlab.

Carácter didáctico de las simulaciones

Se presentan al alumno diversas simulaciones en orden creciente de complejidad, con la finalidad de que sea el propio alumno perciba las posibilidades que le brinda la Toolbox. Y vaya apreciando en qué se traduce esa creciente complejidad.

Es evidente que es necesario que se hayan revisado los mapas conceptuales adecuados para garantizar que el alumno reúne las condiciones para interpretar que los intercambios de calor que experimentan normalmente los productos poscosecha, tienen lugar por un mecanismo de convección, habitualmente forzada, lo que implica que el alumno asuma que las condiciones del contorno que separa el espécimen del medio ambiente, son de tipo Neumann.

Simplificaciones operativas de las simulaciones didácticas

A los efectos de rapidez y facilidad de manejo las simulaciones didácticas se ejecutan con ciertas condiciones:

- 1.- En determinadas circunstancias, se puede forzar los valores de los parámetros con la finalidad de obtener efectos didácticos.
- 2.- La malla que se utiliza es matemáticamente “grosera”; pero se diseña así para mayor claridad didáctica, para ahorrar tiempo de computación y para no exponerse a superar la memoria del procesador.

Primera simulación de espécimen con un solo componente

Para esta simulación se han utilizado los datos publicados por Uyar y Erdoğan (2011) en relación con la simulación numérica que efectúan de la refrigeración de fresas. En su trabajo utilizan una geometría tridimensional, elaborada con Solidworks a partir de scanners de piezas naturales. La geometría es importada a Ansys CFX V. 11. En un contexto CFD de volúmenes finitos. Los valores que toman estos autores son: $k = 0,57$ W/m-K, $C_p = 3924,5$ J/kg-K, $\rho = 910$ kg/m³. El valor del coeficiente de transmisión de calor por convección es de 21 ± 1.0 W/m²-K. El tamaño de espécimen utilizado coincide aproximadamente con el empleado por estos autores.

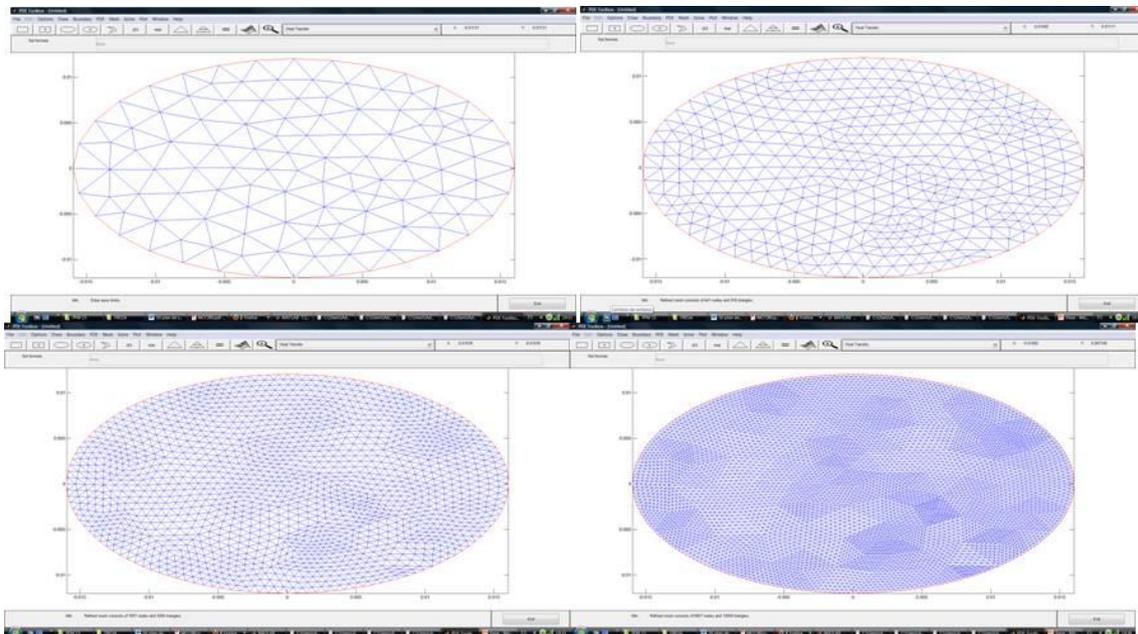


Figura 5.1 Aspecto de la malla en la GUI de la Toolbox, con cuatro tamaños de celda. A mayor número de celdas, más ecuaciones, sistemas más grandes, más tiempo de computación. Arriba a la izquierda, 116 nodos y 204 celdas. Abajo a la derecha, 6.641 nodos y 13.056 celdas.

En esta primera simulación se presentan los gráficos tal y como aparecen en la pantalla del computador, en la GUI de la Toolbox. Han sido *capturados* con la función Impr Pant Sis del teclado, y pegados en PowerPoint, de donde han sido guardados como archivos JPG. Hay otro procedimiento y es utilizar la visión tridimensional y guardar las imágenes utilizando el menú de figura de Matlab. En cualquier caso, son manipulaciones algo complejas. En las siguientes figuras se exponen las imágenes más representativas.

El mallado es un paso fundamental para el método de elementos finitos. Las mallas son triangulares, desestructuradas, permitiendo adaptarse a casi todas las geometrías. Pero lo cierto es que el *cierre* de casi todas las mallas presenta alguna zona de *debilidad geométrica*, en el sentido de que presenta una deformación excesiva.

En la figura adjunta se advierte que las zonas de malla de peor calidad persisten en su posición pese a que la malla sea más fina. Pero su deformidad disminuye en parte, atemperando su mala calidad.

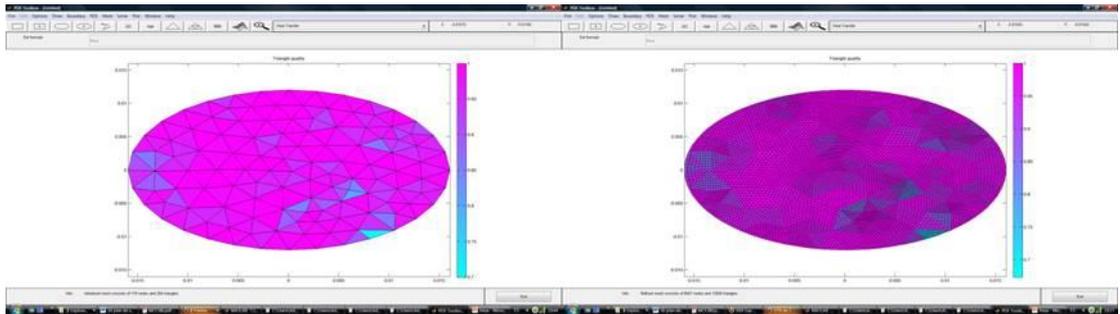


Figure 5.2. Espécimen de un solo componente. Inspección de la calidad de la malla. Se aprecia que persiste la situación de las zonas de menor calidad, pero con cierto grado de mejora al subdividir el dominio parcial en subdominios más reducidos.

El capítulo de las mallas no es baladí porque conforme disminuye el tamaño de las celdas, aumentan los requerimientos de memoria y de tiempo de computación.

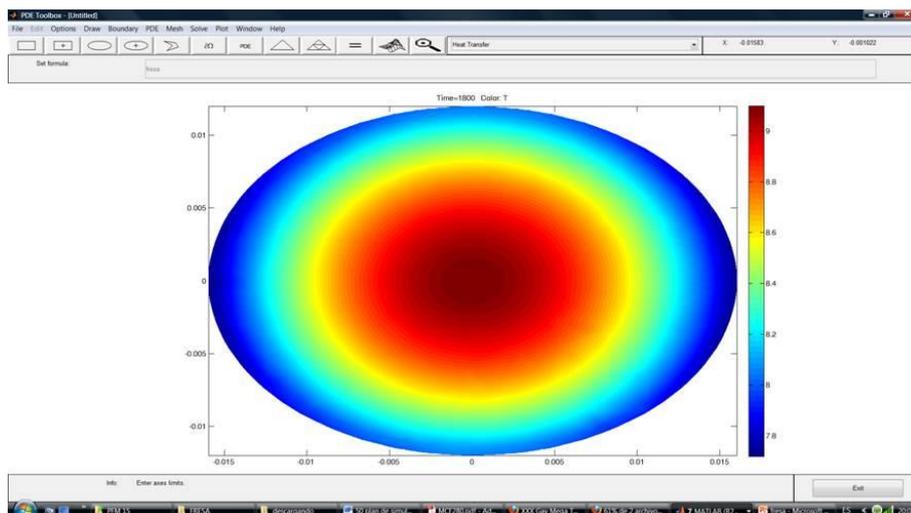


Figure 5.3. Espécimen de un solo componente. Distribución de temperaturas en un momento del proceso de enfriamiento. Se aprecia la simetría derivada de la isotropía del espécimen.

En la figura 5.4 se ha aplicado la opción de las curvas de nivel, y los vectores del flujo de calor generado por el gradiente de temperatura. Se ha activado la opción de vectores proporcionales a la magnitud de su punto de origen.

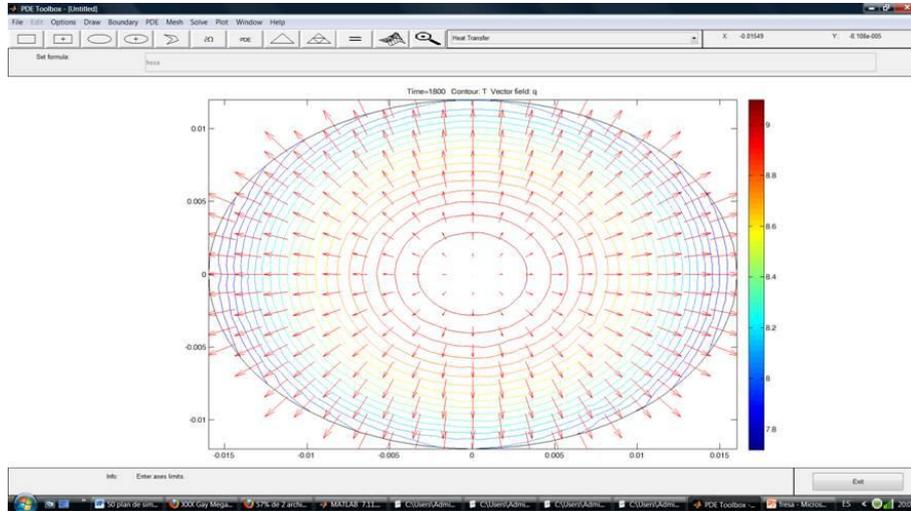


Figure 5.4 Espécimen de un solo componente. Distribución de temperaturas en un momento del proceso de enfriamiento. Se representan las curvas de nivel y los vectores correspondientes al flujo de calor

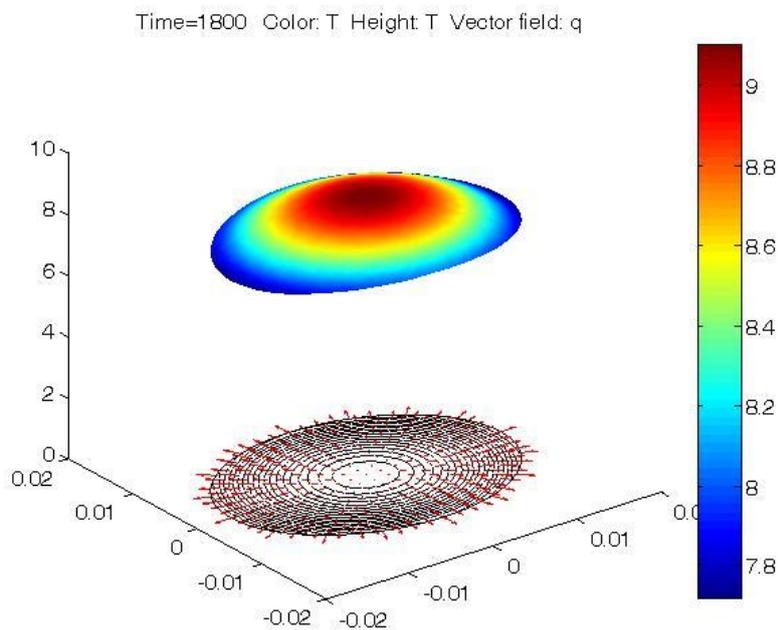


Figure 5.5 Imagen tridimensional. Se refuerza el carácter visual del código de colores con el aspecto abovedado de los valores de la temperatura.

En la figura 5.6 se completa el efecto tridimensional. En este caso se trata del flujo de calor que, al abarcar un rango muy amplio de valores, acentúa el efecto abovedado.

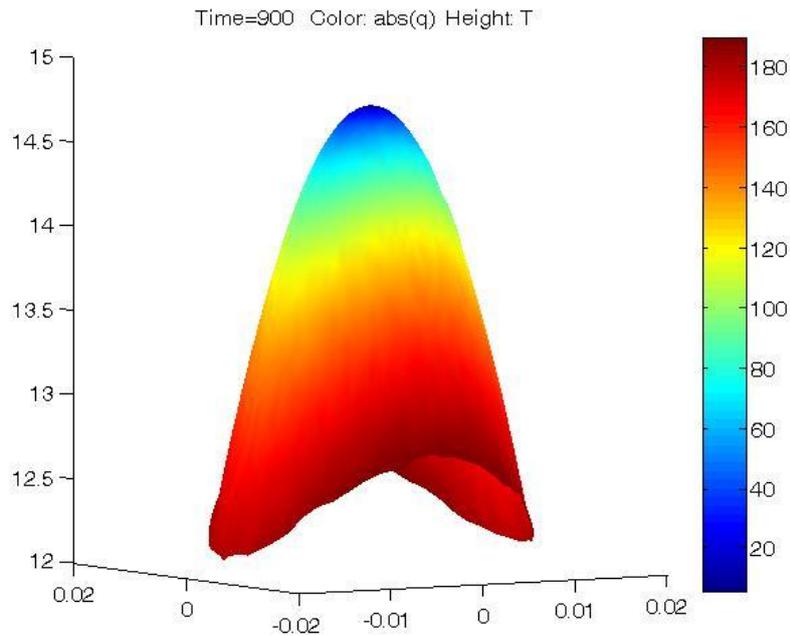


Figure 5.6 Imagen tridimensional del flujo de calor. Al abarcar en ese momento (900 segundos) un rango amplio de valores, la tridimensionalidad es muy ostensible.

Las simulaciones numéricas suelen ofrecer unos instrumentos de visualización de gran valor pedagógico. Estas imágenes pueden contribuir a internalizar el proceso de enfriamiento de un sistema. En la superficie, la convección está condicionada por el coeficiente de película y el salto térmico. Pero para alcanzar esa superficie, el calor interno sigue las leyes de la conducción. El acople de ambos procesos determina el tiempo de enfriamiento.

La información gráfica, que es evidentemente expresiva, debe acompañarse de datos numéricos para resultar de utilidad. Y, al menos de inmediato, no lo facilita la Toolbox. Y es que hay muchas preguntas como: ¿Qué tiempo tarda el espécimen en alcanzar una temperatura determinada? Para tratar numéricamente la información gráfica que proporciona la Toolbox, en este trabajo se han elaborado unos programas en MATLAB que se recogen en el capítulo 6.

¹ Uyar, R. and , Erdoğdu, F.,2011, *Computational Modelling of Heat Transfer in Food Processes with 3-Dimensional Scanners*. 11th International Conference on Food and Engineering (ICEF11)MCF.280

6 Posproceso externo mediante MATLAB

Una vez efectuada la simulación, se inicia la verdadera actuación ingenieril, con la interpretación de los resultados obtenidos y la explicitación de los criterios para proceder a las pruebas de sensibilidad mediante la modificación de los parámetros de simulación.

Para lo segundo, es imprescindible realizar lo primero: visualizar los resultados. En este sentido, se puede distinguir dos tipos de posproceso, el interno y el externo. El posproceso interno está integrado por las actuaciones que vienen definidas en el propio software, Toolbox-PDE-Matlab. Actuaciones que son asequibles directamente en los menús desplegados de la GUI de la herramienta. Por el contrario, el posproceso externo se efectúa exportando los resultados numéricos de la simulación a Matlab *general*, para proceder a su tratamiento de un modo totalmente personalizado,

Posproceso interno

De una riqueza gráfica evidente, utilizando el *plot selection* del GUI. Su uso debe limitarse a dar respuestas (mediante la actuación del Tutor-Facilitador) a las demandas explícitas del alumno. Hay un cierto riesgo en apurar las opciones gráficas del programa, porque se cercena la iniciativa del alumno. Lo adecuado es que sea éste quien piense, diseñe qué representaciones gráficas deben acompañar a los resultados, y por qué.

Posproceso externo

El de mayor interés docente. Se efectúa exportando los datos de la malla y del resultado de la integración de la ecuación parabólica a Matlab. De este modo de lo que se dispone es de los estados sucesivos en el tiempo, del campo escalar de la temperatura en el espécimen estudiado. Con este supuesto, el alumno debe indicar qué hacer y con qué finalidad. Hay varios comandos Matlab que son útiles en este caso. Comandos *específicos* de alto rendimiento; pero que no pensamos adecuados, por cuanto actúan como *caja negra*.

La filosofía de este trabajo es que el alumno debe expresar en un vocabulario y una sintaxis generales (no de un lenguaje o programa comercial específico) su diseño

conceptual, y que es, entonces, tarea del Tutor-Facilitador efectuar la traducción al lenguaje Matlab.

Los elementos de partida son un mapa de la ubicación de los elementos, para su identificación por parte del alumno, una matriz de coordenadas de los elementos, y la matriz de soluciones en cada elemento en cada instante.

Como ejemplo de algunas demandas que pueden formularse por parte del alumno, se han elaborado unos programas en Matlab, que se muestran en el Anexo. III. Sus resultados gráficos se aprecian en las figuras siguientes.

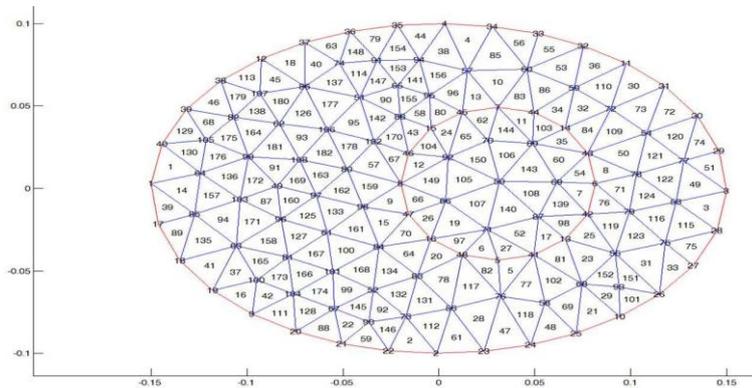


Figura 6.1. Imagen de la malla, compuesta por dos medios, con los elementos numerados para que se pueda seleccionar los puntos en que se quiere determinar el valor puntual o su evolución en el tiempo. Se exhibe una malla grosera para que se adviertan las numeraciones.

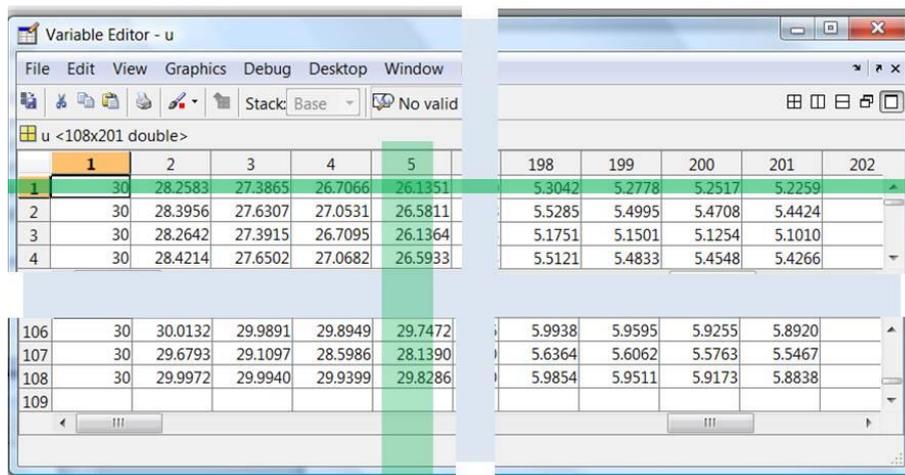
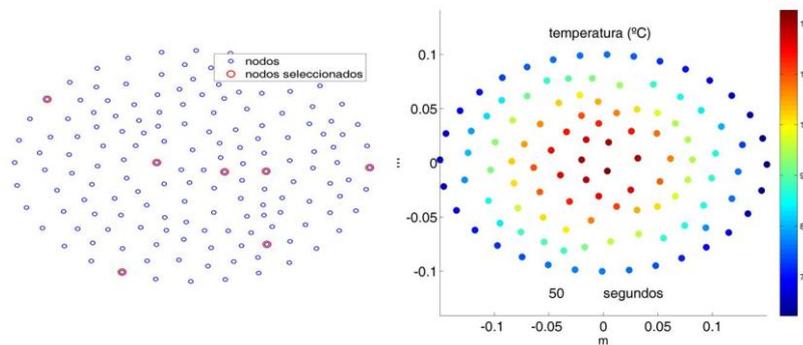


Figura 6.2. Los resultados, son una matriz, u , que se exporta al espacio de trabajo de Matlab. En esta matriz, las filas son los valores de la temperatura de un nodo determinado a lo largo del tiempo. Y las columnas son los valores de la temperatura de todos los nodos en cada instante.

De este modo la gráfica de la evolución de la temperatura de un nodo, tiene por abscisas el tiempo, y por ordenadas los valores de la fila. Y la situación total en un momento dado es la gráfica en tres dimensiones que tiene las coordenadas de cada nodo como ejes x e y , y como eje z , los valores correspondientes de la columna de ese momento dado.

Estas intenciones, traducidas a Matlab, generan las figuras que se presentan seguidamente.

Lo inmediato es poder representar los resultados en un *objeto propio*, para poder manejarlos después. Y poder elegir determinadas zonas del espécimen. El hecho de poder seleccionar determinadas ubicaciones sirve para analizar los sucesos en zonas de interés. En este caso el espécimen es isótropo y bastante simétrico; pero piénsese en la morfología de algunos productos poscosecha que pueden presentar zonas comprometidas, como son estrechamientos, invaginaciones o pliegues.



a

b

Figura 6.3. a) Exportación a Matlab de las coordenadas de los elementos. Con un círculo rojo se han señalado los elementos seleccionados para determinaciones concretas. b) Valores de la temperatura en los elementos de un espécimen, representados con Matlab, con un código de colores.

La representación en ese objeto propio, simplemente ubicar resultados en coordenadas, es lo que se muestra en la figura 6.4. Y lo que se advierte en ella es que las imágenes llamativas ya vistas y generadas por la Toolbox, no son sino simplemente dibujar la malla fina con código de colores.

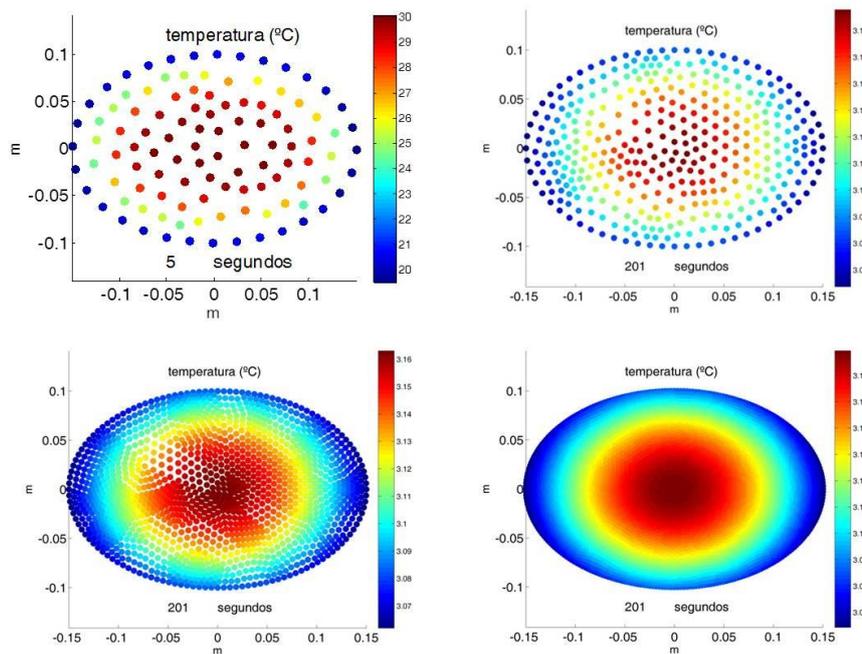


Figura 6.4. Valores de la temperatura en los elementos de un espécimen, representados con Matlab, con un código de colores. Según la finura de la discretización del dominio, se tendrán más o menos valores calculados, y su representación aparentará ser más continua, sin llegar a serlo.

Esta es la filosofía que debe transmitirse al alumno, que Matlab simplemente hace muy rápido y muchas veces lo mismo que haría él manualmente. Como dice Chapra en el texto ya citado, la matemática es concepto, tanto o más que algoritmo o figura. Y esa es la filosofía que impregna la figura del tutor-facilitador: que no modifica, suple, palia o complementa el saber competencial del alumno, en su vertiente conceptual, de contenido, simplemente obvia las tareas sin contenido que consumen tiempo crediticio.

La GUI de la Toolbox no proporciona directamente información numérica del tipo de cómo evoluciona la temperatura en un nodo determinado. Supone que el usuario es un cliente asiduo de Matlab, que no deja de ser un producto comercial, y que reúne recursos suficientes para utilizar una serie extensa de comandos específicos.

El ánimo de este trabajo es evitar inicialmente el uso en régimen de caja negra de comandos específicos y sofisticados que son de gran eficacia, pero anulan la naturaleza constructivista que se pretende.

En las figuras 6.5, 6.6 ,6.7 y 6.8 se muestran diversas actuaciones a este respecto, llevadas a cabo con Matlab, mediante la utilización de comandos intuitivos,

transparentes, que realizan más rápido operaciones habituales, sin constituir cajas negras.

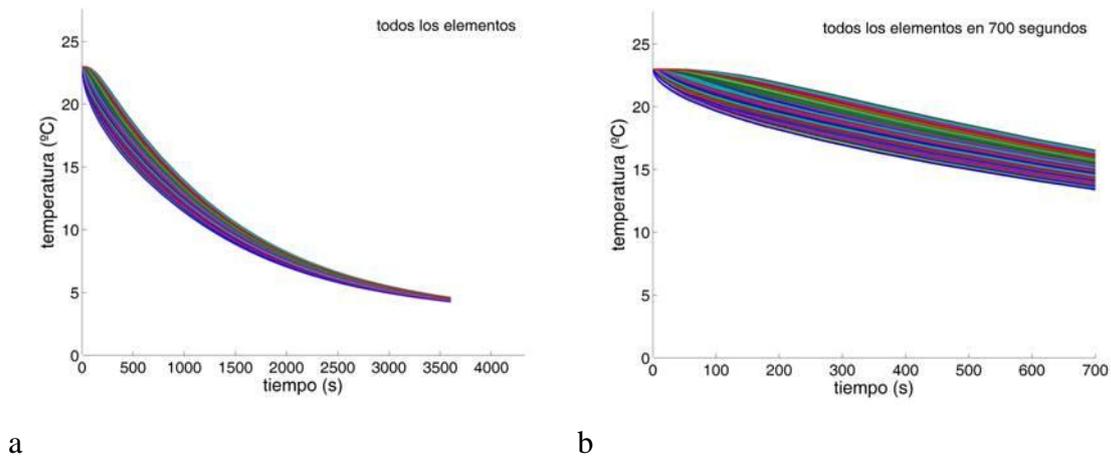


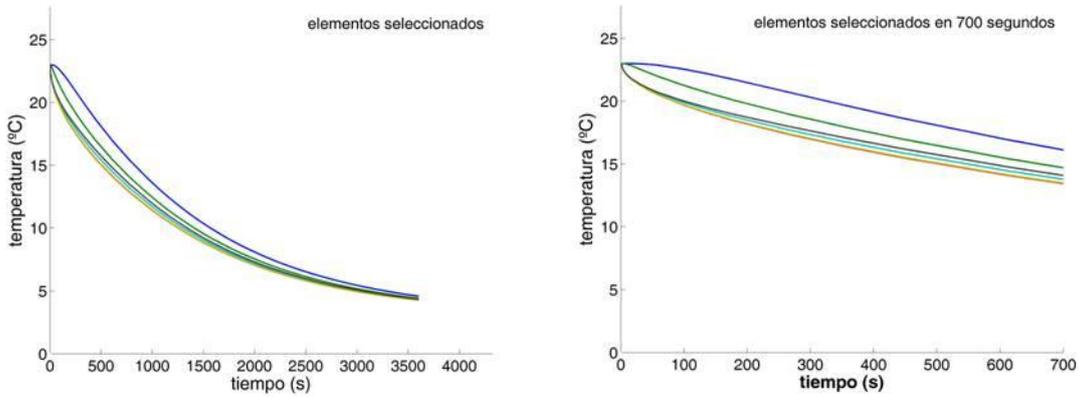
Figura 6.5. a) Evolución de la temperatura de todos los elementos hasta el estado final. b) Evolución de la temperatura de todos los elementos durante un periodo de 700 segundos. Se aprecian las diferencias en la velocidad de enfriamiento de unos elementos a otros.

En la figura 6.5 se evidencia la heterogeneidad del proceso de enfriamiento. Frente a los cálculos algorítmicos convencionales que con la introducción de factores de forma y supuestos que combinan extensividad e intensividad, suelen ofrecer como resultado un modelo de la “velocidad de enfriamiento global”, la simulación numérica ofrece resultados descriptivos, locales, que permiten discriminar comportamientos internos, y apreciar la complejidad de los procesos.

En la figura 6.6 se efectúa el mismo análisis que en la ilustración anterior, pero sólo en los elementos seleccionados. Ello permite determinar con cierto detalle las variaciones de comportamiento en aquellas zonas proclives a desviaciones importantes. En poscosecha puede tratarse ser el caso de zonas de pulpa basales de poco espesor entre la corteza y la zona de semillas, zonas apicales, zonas de apoyo, o zonas etiquetadas.

Esas disparidades pueden no ser relevantes en aquellas actuaciones de refrigeración durante largos periodos de tiempo. Sin embargo, pueden ser de interés para productos de estrecho margen de temperaturas y que son refrigerados brevemente para transporte o similares. Todo ello sin olvidar que la metodología aplicada en este trabajo para la refrigeración, es igualmente aplicable para el calentamiento o las lesiones mecánicas.

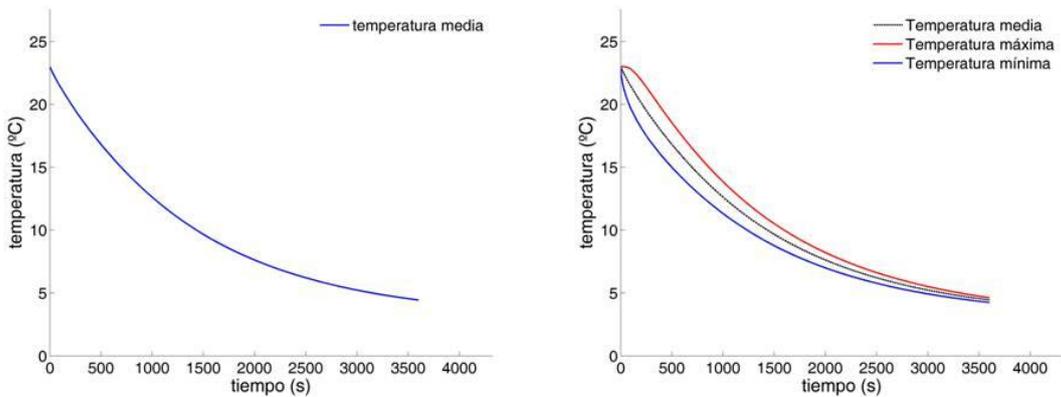
En la figura 6.7 se expone la evolución de la temperatura media del espécimen, y su comparación con las temperaturas máxima y mínima en su interior a lo largo del tiempo.



a

b

Figura 6.6 a) Evolución de la temperatura en los elementos seleccionados, hasta el final de la refrigeración. b) Evolución de la temperatura de estos elementos seleccionados en un periodo de tiempo limitado.



a

b

Figura 6.7. a) Evolución de la temperatura media del espécimen. b) Comparación de la evolución de la temperatura media, y las temperaturas máxima y mínima en el interior del espécimen en cada instante.

En la figura 6.8 se representa la comparación entre los elementos más centrales y los periféricos, advirtiéndose que, con los supuestos de simulación del método de elementos finitos aquí aplicado, en los que se suponen constantes y homogéneos determinados parámetros que, en realidad, pueden a su vez, ser variables, el comportamiento periférico resulta homogéneo.

Dado que el coeficiente de película depende de la velocidad del fluido intercambiador, debe considerarse que esto es un resultado matemático que con técnicas CFD más complejas, puede discriminarse.

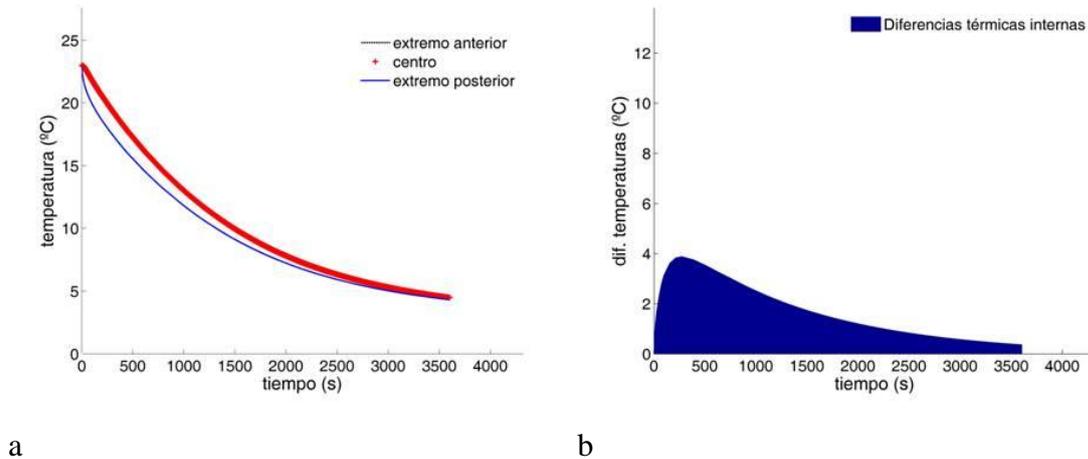


Figura 6.8. a) Evolución de la temperatura en el elemento más interno y en los periféricos. b) Diferencial térmico (máxima diferencia de temperaturas en entre elementos del interior del espécimen).

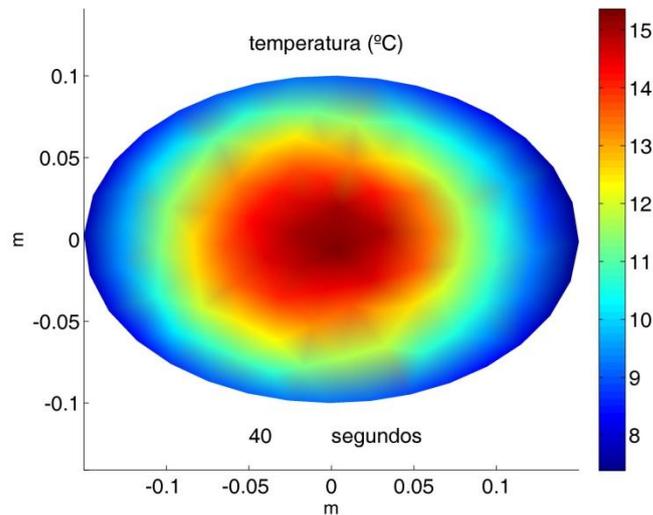


Figura 6.9. Mapa interno de la distribución de temperaturas, efectuado con Matlab, importando desde el toolbox PDE, los resultados de la integración de la ecuación parabólica del calor.

La figura 6.9 muestra la distribución de temperatura en malla fina, ejecutada con un programa interno de Matlab, que permite (interpolando cúbicamente) elaborar el gráfico sin necesidad de efectuar los cálculos en malla fina. Por comodidad, se introduce este comando en los programas adjuntos, pero ya es lícito, porque simplemente traduce el

concepto simple de representar en cada par de coordenadas, el valor de la temperatura en forma de color o de barra.

Ejemplo de traducción de razonamiento común matemático, a comando Matlab

El alumno sabe (recuérdese la figura 6.2) que cada fila de la matriz de resultados es la evolución de un nodo a lo largo del tiempo. Y de igual modo, una vez calculada la temperatura media (la media de la suma de todas las temperaturas en cada momento), ésta se presenta también en forma de una matriz de una sola fila.

¿Cómo conocer la temperatura media o la de un nodo en un plazo de tiempo t ?

El razonamiento común es que el alumno sabe que la matriz “velocidad_media”, tiene una fila y tantas columnas como unidades de tiempo se ha considerado. Y si quiere conocer la temperatura en un momento t_i dado, el concepto mental (y verbal) que desarrolla es el siguiente:

“Conozco la matriz de dimensiones [1 x tiempo], cuyos elementos sucesivos son los valores de la temperatura en cada instante. En ella están t_i valores del tiempo y los correspondientes T_i valores de la temperatura. Y quiero conocer el valor de la temperatura, T_j , correspondiente al valor del tiempo, t_j . Bien entendido que t_j , está incluido dentro del intervalo definido por el primer y último valores del tiempo.”

Y concluye:

“Quiero interpolar para conocer el valor T_j , para el valor de t_j , estando ese valor del tiempo incluido en el intervalo de valores de tiempo de la matriz”

Pues Matlab, lo hace así:

$$T_j = \text{Interp1} ([t],[T],t_j)$$

Con este tratamiento de datos, el alumno internaliza la percepción de la complejidad del proceso y el indeterminismo que lo caracteriza. Asume el sentido de individualidad de cada celda, al tiempo que manteniendo un comportamiento sistémico. El siguiente paso una vez que el alumno ha observado el manejo de los datos Matlab, es completar el grafismo de la presentación de resultados. Para ello está la GUI de la Toolbox.

La GUI de la Toolbox

Finalizada esta serie de visualizaciones, el alumno ya interpreta la manipulación de las matrices de las coordenadas de la malla y los valores numéricos de la solución en cada nodo. Puede utilizar las posibilidades que le oferta la GUI de la toolbox. Pero hay que hacer esto evitando el desvío de créditos de contenidos hacia el aprendizaje de tutoriales comerciales. Por ello el tutor facilitador presenta al alumno un catálogo de opciones.

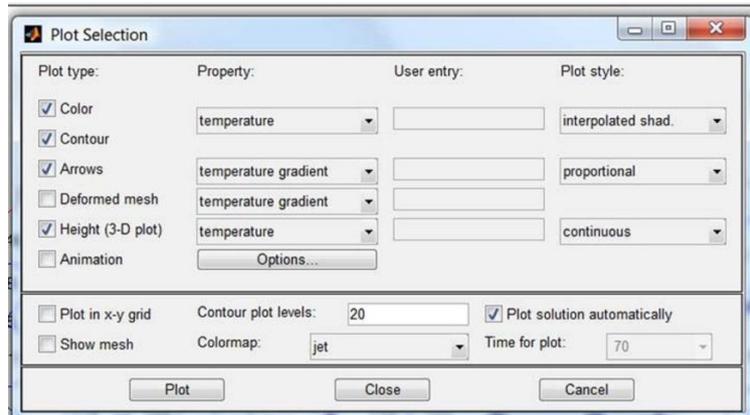


Figura 6.10. GUI de la toolbox. Con toda la serie de opciones que ofrece.

Tipo de Plot	Propiedad
Color	Temperatura
	Gradiente
	Flujo
Curvas nivel	Temperatura
	Gradiente
	Flujo
Vectores	Gradiente
	Flujo
Tridimensional	Temperatura
	Gradiente
	Flujo
Elemento	Acción
Malla	Si/No
Retícula	Si/No
Número curvas nivel	1-50
Colormap	Habituales

Figura 6.11. Catálogo de posibilidades para gráficos, que ofrece la GUI, y que el alumno puede solicitar del Tutor-facilitador.

Como se ha repetido, el tutor-facilitador es quien maneja la GUI para obtener las gráficas “encargadas” por el alumno, con su correspondiente justificación.

7 Simulaciones

En el capítulo 5 se ha expuesto la aplicación de los programas elaborados en Matlab a un espécimen homogéneo correspondiente a una fresa. Seguidamente se realizan cuatro simulaciones diferentes. Todas con el mismo tamaño elipsoidal, de 7 y 5 cm de semiejes. La primera suponiendo todo el espécimen compuesto por pulpa, con las mismas propiedades que el espécimen ya simulado. La siguiente incorpora una semilla elipsoidal de 3 y 2 cm de semiejes, excéntrica pero alineada en el eje mayor. Presenta una menor conductividad, 0.3 W/m-K, mayor densidad, 1100 Kg/m³ y un calor específico de 3200 J/Kg-K. La siguiente añade a la anterior una etiqueta del 25% del perímetro, con menor coeficiente de película, 10 W/m²-K. Y la última presenta, además, un apoyo del 25% del perímetro, con un coeficiente de película de 3 W/m²-K. El coeficiente de película en la piel es de 20 W/m²-K.

Las cuatro simulaciones se han supuesto con un medio refrigerante a 3°C de temperatura, estando el espécimen a una temperatura inicial de 30°C, El tiempo de simulación es de 10 horas, expresadas en segundos.

Se exponen los resultados, comparando los obtenidos en los cuatro casos.

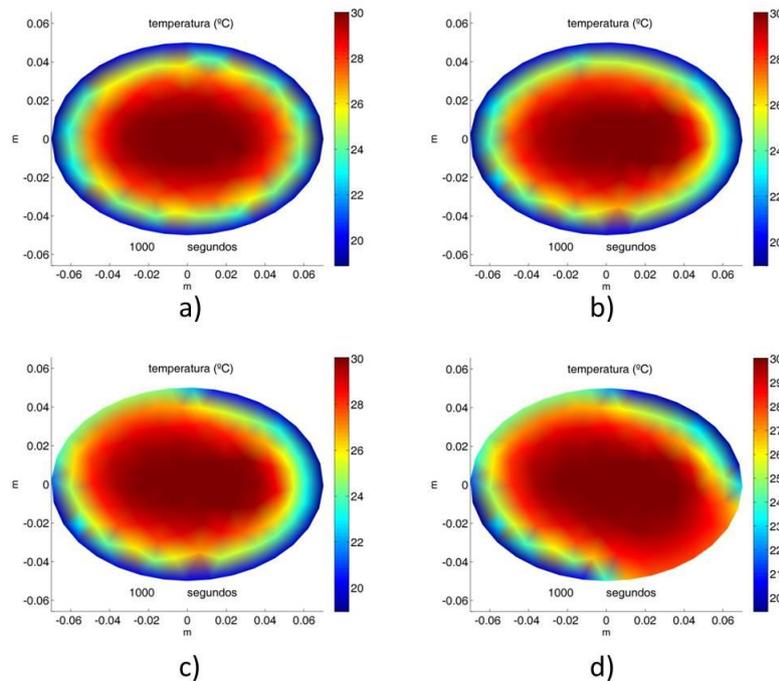


Figura 7.1 Distribución de temperaturas a los 1000 segundos. a) Sólo pulpa. b) Pulpa y semillas. c) Pulpa, semillas y etiqueta. d) Pulpa, semillas, etiqueta y apoyo.

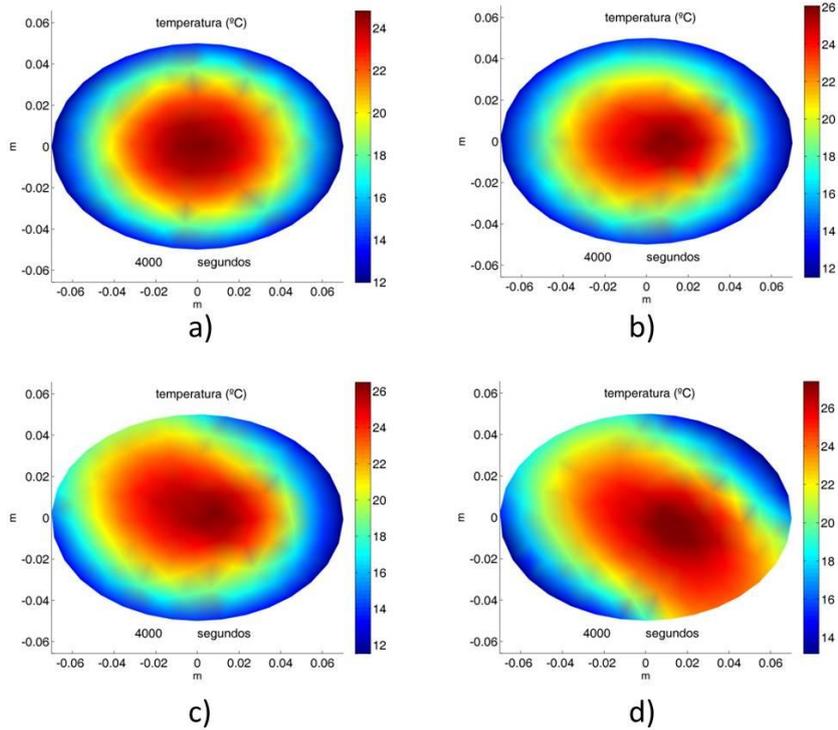


Figura 7.2 Distribución de temperaturas a los 4000 segundos. a) Sólo pulpa. b) Pulpa y semillas. c) Pulpa, semillas y etiqueta. d) Pulpa, semillas, etiqueta y apoyo. Se define la excentricidad del espécimen con semillas.

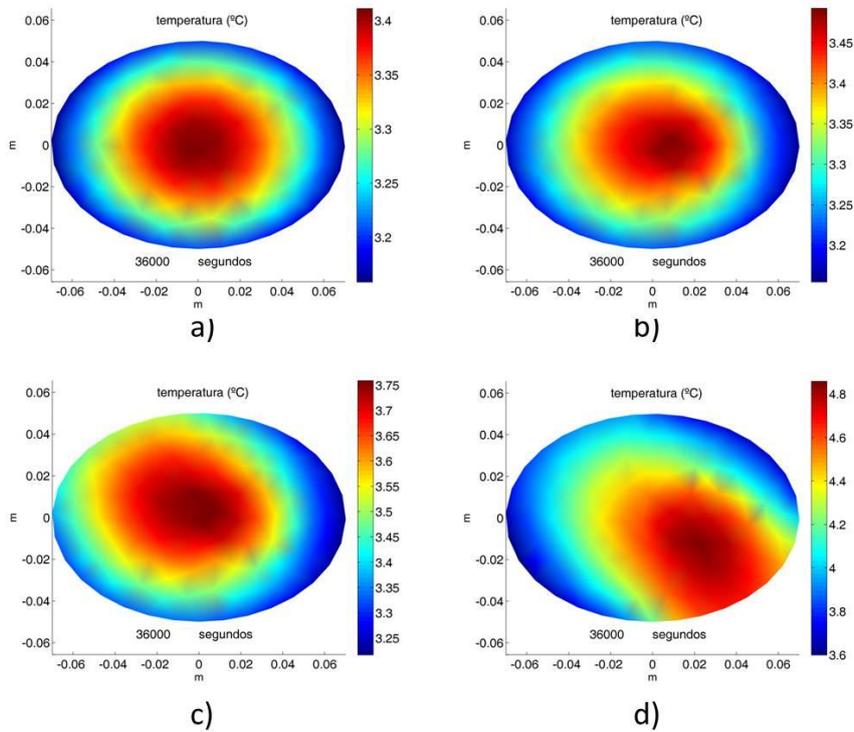


Figura 7.3 Distribución de temperaturas a los 36000 segundos. a) Sólo pulpa. b) Pulpa y semillas. c) Pulpa, semillas y etiqueta. d) Pulpa, semillas, etiqueta y apoyo. El perfil apenas difiere del anterior; sólo cambian las temperaturas que son muy inferiores.

En la figura 7.3 hay que prestar atención a los ejes y la barra coloreada para advertir con claridad las comparaciones. En este sentido es clarificador observar la superficie tridimensional de la matriz instantánea de resultados.

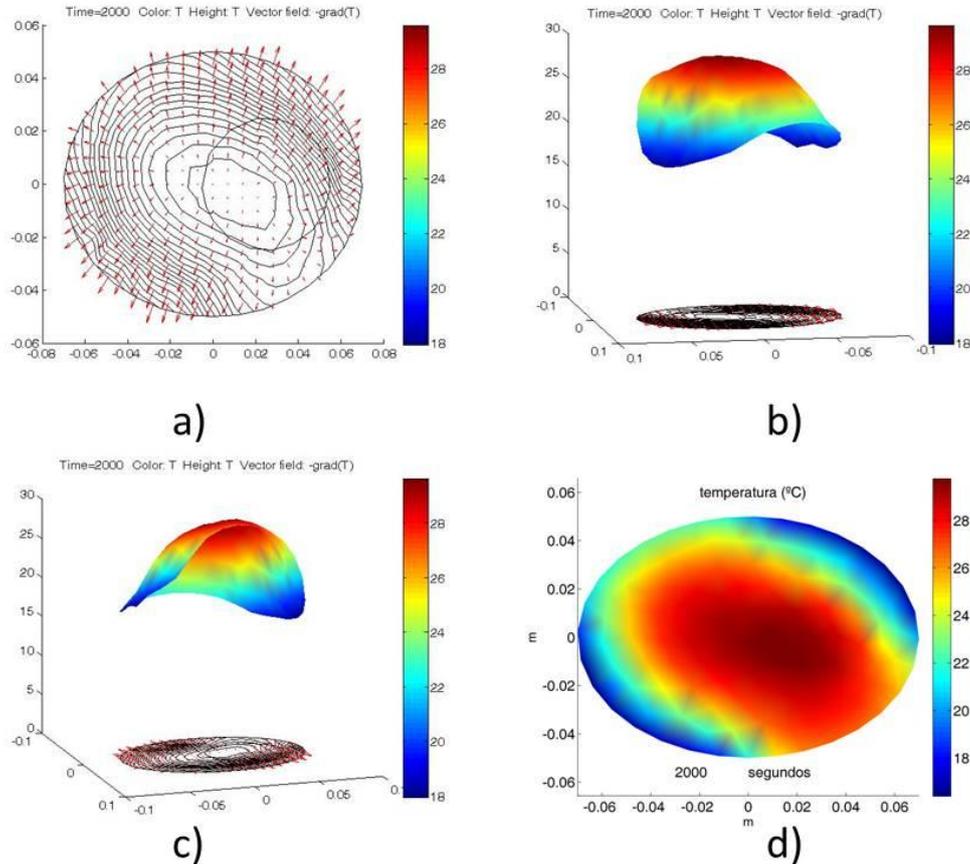


Figura 7.4 Espécimen con semilla, etiqueta y apoyo. Aspecto a los 2000 segundos. a) curvas de nivel. b) Visión tridimensional para apreciar las diferencias de temperatura. c) ídem. d) Aspecto plano o cenital.

La figura 7.4 muestra un ejercicio de adiestramiento visual. La percepción simultánea del código de colores, las curvas de nivel y las vistas tridimensionales, habitúa a interpretar estos elementos de información por separado. En la imagen a) es sencillo apreciar las curvas de nivel están más cercanas (mayor gradiente) hacia superficie con mayor coeficiente de película. Así se distingue la zona de etiqueta, la de apoyo y la normal. Estas simulaciones sirven para reafirmar conceptos previos que, con este procedimiento, *se ven*.

La temporalidad del enfriamiento, es de carácter cuantitativo, pero también cualitativo. Ocurre en el tiempo, pero éste no es un continuo inerte. Desde un estado ordenado de

temperatura homogénea, se ha de llegar a un desorden estructurado conducente a que el gradiente abarque todo el dominio sin solución de continuidad.

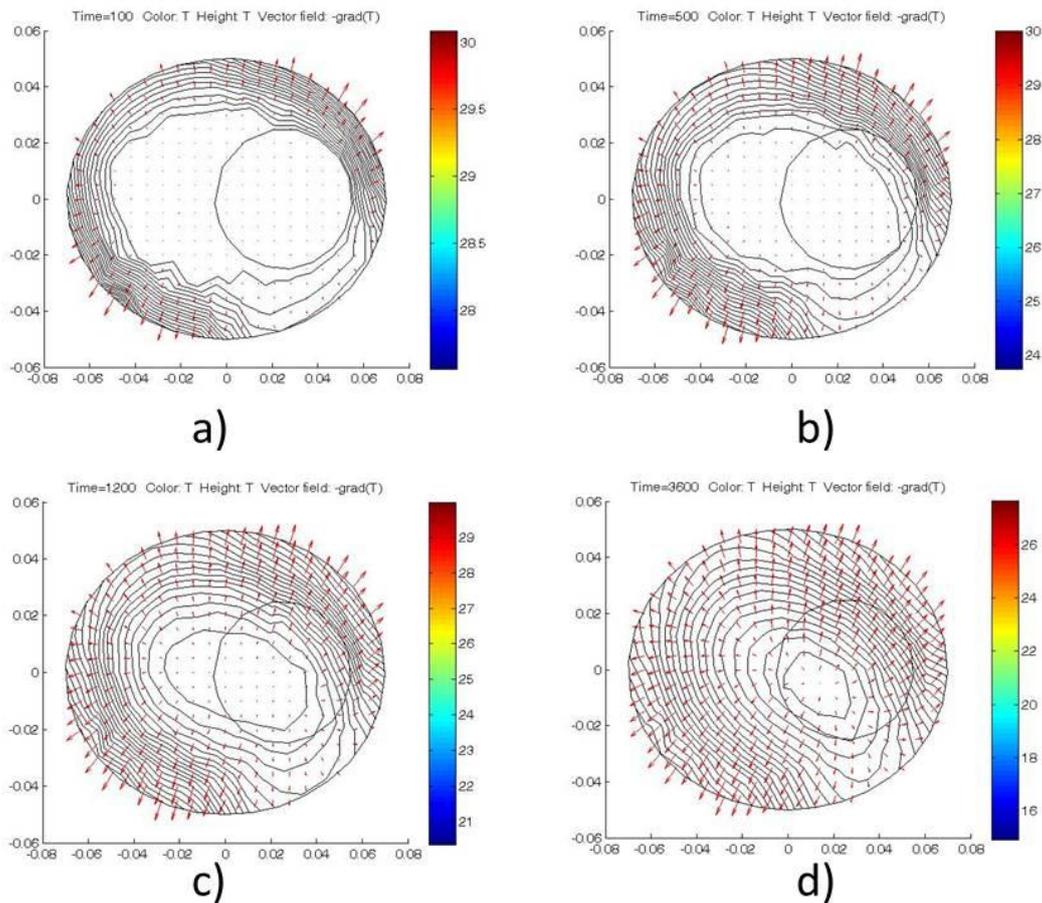


Figura 7.5 Espécimen con semilla, etiqueta y apoyo. El fenómeno es transitorio (ecuación parabólica). Desde el inicio hasta que se configura un gradiente que abarca todo el dominio, transcurre un tiempo no despreciable. a) 100 seg. b) 600 seg. c) 1200 seg. d) 3600 seg. De proceso de refrigeración.

El establecimiento del régimen de enfriamiento interior precisa un periodo de tiempo considerable, como muestra la figura 7.5. Este hecho evidencia los riesgos de una refrigeración interrumpida en un producto que respira en función de su temperatura. Y centra la atención sobre el peligro de sobreenfriamiento de las capas superficiales. Porque el incremento del coeficiente de película reduciendo la temperatura del fluido refrigerante o aumentando su velocidad, no consigue refrigerar el interior sino está establecido el régimen del flujo de calor, que depende en gran medida de las propiedades de conducción del calor del producto.

Otra cuestión que surge al trabajar con estas simulaciones es la del concepto y el valor de la *temperatura media*, como expresión del estado de la refrigeración. Se puede recurrir a implantar sondas de medida en puntos clave, pero ¿qué puntos?

Con los programas de Matlab diseñados en este trabajo, se calcula la temperatura media de todos los nodos, de modo que cabe establecer comparaciones entre las de los diversos especímenes. Es lo que muestra la figura 7.6

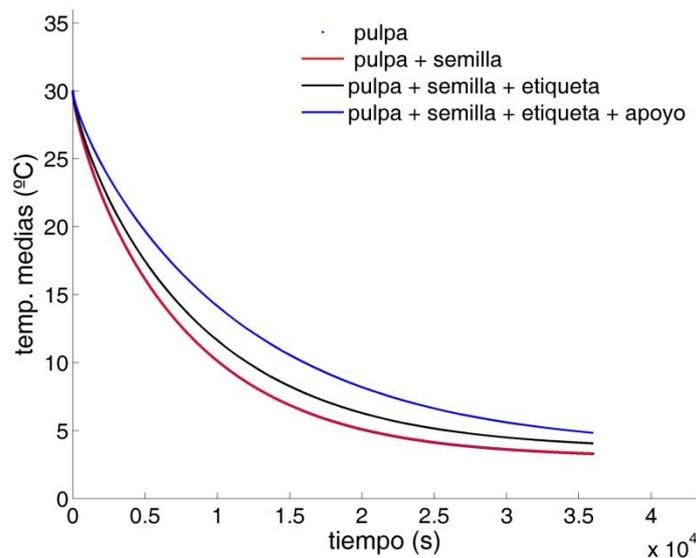


Figura 7.6 Temperatura media de los diversos especímenes durante diez horas de refrigeración.

En la figura 7.6 se advierte que la complejidad progresiva del espécimen aumenta la temperatura media. Dado el carácter exponencial de la curva de enfriamiento, este hecho puede requerir una modificación de las condiciones de refrigeración, con la salvedad ya expuesta del sobreenfriamiento superficial.

Además de comparar las temperaturas medias tiene cierto interés determinar los intervalos de los valores de la temperatura en los diversos especímenes, porque ello proporciona un preaviso de las posibles desigualdades metabólicas. En la figura 7.7 se aprecian los valores del punto más caliente y el más frío de cada modalidad de espécimen a lo largo del tiempo. Referenciado ambos a la temperatura media, ya calculada. Junto a una temperatura media más elevada, todo el conjunto de temperaturas se eleva al progresar la complejidad del sistema. Ello obliga a replantear los procesos

por el hecho de etiquetar o estibar en apoyos más o menos muelles (y por tanto aislantes) para evitar lesiones mecánicas en los productos poscosecha.

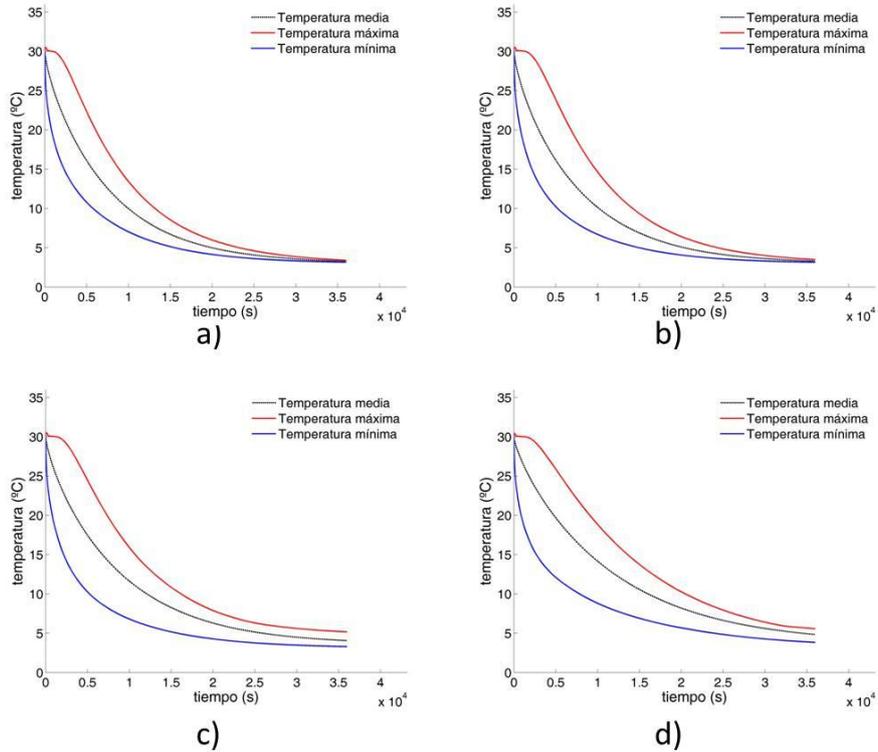


Figura 7.7 Espectro temporal de temperaturas máxima, mínima y media en el interior del espécimen. a) Sólo pulpa. b) Pulpa y semillas. c) Pulpa, semillas y etiqueta. d) Pulpa, semillas, etiqueta y apoyo. La *deformidad gráfica*, en forma de buche de paloma, aumenta progresivamente.

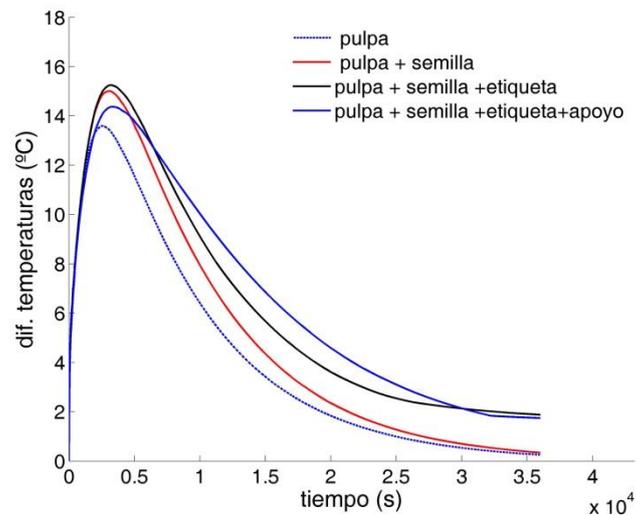


Figura 7.8 Evolución temporal de las diferencias térmicas extremas durante el enfriamiento, en cada espécimen, según su configuración.

8 Simulación final propuesta al alumno

Parece conveniente que se complete la herramienta didáctica con la simulación por parte del alumno de un espécimen con tres componentes (corteza, pulpa y semilla), provisto de una zona más aislada por etiqueta, una zona de apoyo sin convección y una zona de contacto con la pared de la cámara, con predominio de la conducción, y condición de contorno de tipo Dirichlet.

Para esta última simulación, el alumno debe elaborar “a mano alzada” un croquis del espécimen, en el que indique las condiciones de contorno, las propiedades físicas de los componentes, las temperaturas exterior e inicial. La densidad de malla que estima pertinente, el tipo de ecuación que debe resolverse y el tratamiento gráfico de los resultados que desea.

El tutor facilitador instruirá al programa pertinente para proceder a la simulación. De este modo el alumno participa en la parte creativa del diseño de la simulación, en tanto que queda liberado de la tarea mecánica del programa.

Esta simulación es el punto final de la propuesta docente. Representa igualmente la última actuación del tutor facilitador. Tras su realización, los alumnos y el Tutor Facilitador analizan, y comentan los resultados obtenidos. En la misma actuación se corrigen los errores razonando sus causas. Se estructura en tres etapas sucesivas.

1. Definición de la intención científico-técnica del alumno

Es una etapa de fuerte carga conceptual, que supone la verificación de los contenidos y habilidades (competencias en suma) que el alumno debe tener adquiridas previamente. Evidencia el bagaje teórico necesario para poder pasar al aprendizaje de las simulaciones. Tiene una entidad documental en la que el alumno debe explicitar:

- La naturaleza del fenómeno a considerar.
- La relevancia del fenómeno para la poscosecha.
- La estructura y condición del sistema (ideal) en que se plasma el fenómeno.
- La identidad de las variables y parámetros que configuran el comportamiento del sistema.

- Las entidades algorítmicas de las modelizaciones (bidimensionales) *habituales* que describen los comportamientos de algunas variables.
- La explicitación de los algoritmos o propuestas de nivel superior para la modelización/simulación.
- La exposición de lo que espera alcanzar el alumno y el sentido ingenieril de los mismos.

2. Verbalización del proceso de simulación que propone el alumno

Con la experiencia de las simulaciones contempladas, y dado que le son conocidas conceptualmente las etapas de la simulación y sus contenidos, el alumno debe verbalizar “lo que él haría”, y por qué”. Esta etapa supone la transición desde el “saber teórico” de la primera etapa, a la ejecución de la simulación. El alumno indica:

- Qué geometría precisa
- Qué malla y por qué
- Qué condiciones de contorno impone, y por qué
- Qué condiciones iniciales
- Qué tipo de ecuación precisa integrar
- Qué datos del resultado precisa y en qué forma (numérica y gráfica).
- Qué tratamientos especiales aplicaría a los datos (realizables en Matlab).

3. Transcripción al lenguaje del programa por parte del Tutor-Facilitador

Con la información de las etapas descritas, el tutor facilitador procede a elaborar (mediante la GUI del Toolbox PDE de Matlab y los comandos en línea) el programa que ejecuta la simulación. De igual modo el Tutor exportara a Matlab los resultados numéricos para efectuar el tratamiento de datos que solicite el alumno.

Es relevante entender que el Tutor Facilitador va a realizar las tareas de transcripción de las indicaciones y solicitudes del alumno, va actuar de programador inerte,

confeccionando el programa, pero exclusivamente *a la demanda*. Esto quiere decir que la facilitación es operacional sin modificar, corregir, aumentar o disminuir la carga de contenidos del alumno.

Las posibles incongruencias en el planteamiento del alumno, reflejadas en los resultados de la simulación serán analizadas entre los alumnos y el tutor.

Con este procedimiento de actuar como programador, el Tutor Facilitador evita que el alumno desplace la carga crediticia provisionada para la adquisición de contenidos de las competencias específicas, al aprendizaje de tutoriales de programas comerciales. Evita que aprendizajes operacionales “vacíos” canibalicen el tiempo crediticio que debe encaminarse a la adquisición de elementos eidéticos.

Con la simulación efectuada, el alumno pondera los resultados y establece un debate con el tutor facilitador para valorar los resultados.

Esta actuación optimiza el recurso crítico del proceso de enseñanza aprendizaje, el tiempo de asignación crediticio. Si tras esta experiencia el alumno encuentra interés en el Toolbox de Matlab, a los efectos de su uso con fines de diseño, realización de trabajos o proyectos, resolución de problemas u otra aplicación, entonces cobraría sentido la dedicación a los tutoriales y al aprendizaje de la herramienta.

4. Ejemplo de simulación propuesta al alumno por parte del Tutor-Facilitador

“El pangakeke es un fruto tropical que tiene una corteza como la del coco, una pulpa como la del melón y una semilla como la del aguacate. Sus dimensiones son de elipse de 10 y 6 cm de semiejes, la corteza tiene un espesor de 0,5 cm., y la semilla está cercana al polo con una excentricidad del 20%, midiendo 3 y 2 cm. de semiejes.

Se deposita en una cámara de refrigeración hídrica, en donde se utiliza agua a 5 grados centígrados de temperatura. El coeficiente de convección es de 20 W/m²/°C con ese régimen de circulación del agua. El fruto está etiquetado con una faja apical que cubre un 25% del perímetro de meridiano y se apoya en otro 25% sobre un lecho que es aislante.

Efectúese la propuesta de modelización y de tratamiento de resultados y datos para que el Tutor Facilitador la lleve a cabo.”

Conclusiones

De índole didáctica

1. Se ha desarrollado una herramienta que permite un acercamiento amistoso a contenidos áridos (Método de Elementos Finitos) que suelen dejarse a un lado por rendimiento académico. En este sentido puede mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje.
2. Esta herramienta propicia el interés del alumno por las técnicas de simulación al facilitarle su uso y conocimiento sin una inversión improductiva de tiempo crediticio.
3. El contacto *facilitado* con Matlab, puede resultar constructivo para el alumno y orientarle hacia el interés objetivo de conocer en profundidad Matlab y la simulación numérica para sus objetivos curriculares o profesionales.
4. Puede neutralizar el abuso “cajas negras”, infundiendo un cierto hábito y afán por contemplarlas como “cajas transparentes”.
5. Con esta herramienta se familiariza al alumno con la figura del tutor facilitador.
6. Se aplica un mecanismo de autoevaluación conducente a neutralizar determinados problemas epistemológicos y a eliminar las “evaluaciones de comprobación del primer día”, “sin ánimo de calificación”, que suelen generar un distanciamiento profesor alumno, insalvable en ocasiones.
7. Familiariza al alumno con el contexto del Compromiso Ético en la Enseñanza de la Ingeniería, en la vertiente Competencial Institucional, generando en el alumno una actitud positiva hacia la vertiente del Compromiso Ético disciplinario.

De ámbito poscosecha

1. La simulación numérica por el método de los elementos finitos permite al alumno un acercamiento *real* a la transmisión del calor en los productos

poscosecha, y a la distribución de la temperatura en su interior a partir de la refrigeración por fluido frío.

2. El alumno puede percibir que circunstancias como el etiquetado o la estiba de los especímenes pueden modificar en gran medida la transmisión del calor.
3. El alumno debe asumir que la heterogeneidad de enfriamiento en una carga de muchos especímenes implica tomar decisiones ingenieriles en lo referente al tiempo de enfriamiento (caso de pre-refrigeración), a la temperatura idónea en el refrigerante o velocidad del fluido.
4. El alumno visualiza la importancia del salto térmico.
5. El alumno se acerca a los problemas de sobreenfriamiento superficial.
6. En definitiva el alumno internaliza la complejidad sistémica de la transmisión del calor en un producto poscosecha
7. Este acercamiento puede derivar posteriormente hacia actitudes de investigación en áreas como la simulación de las lesiones físicas por presión en frutos, la detección no invasiva de la madurez, determinación de tiempos de refrigeración en cadenas, pre-refrigeración, etc.

Anexo I

Mapas conceptuales para la autoevaluación de competencias previas y transversales

En la elaboración de estos mapas se ha dejado a un lado el purismo que rodea a esta herramienta en diversos contextos docentes. Hay tanta doctrina teórica y tanta taxonomía sobre ellos, que se corre el riesgo de que su metodología desborde su contenido y su misión. Se ha confeccionando, por tanto, desatendiendo en ocasiones su formalismo, en aras de la simplicidad. Los mapas deben servir, no ser una carga más. Si un alumno advierte que no conoce algún concepto, dispone de la referencia bibliográfica referida al Servicio de Documentación de la UPCT.

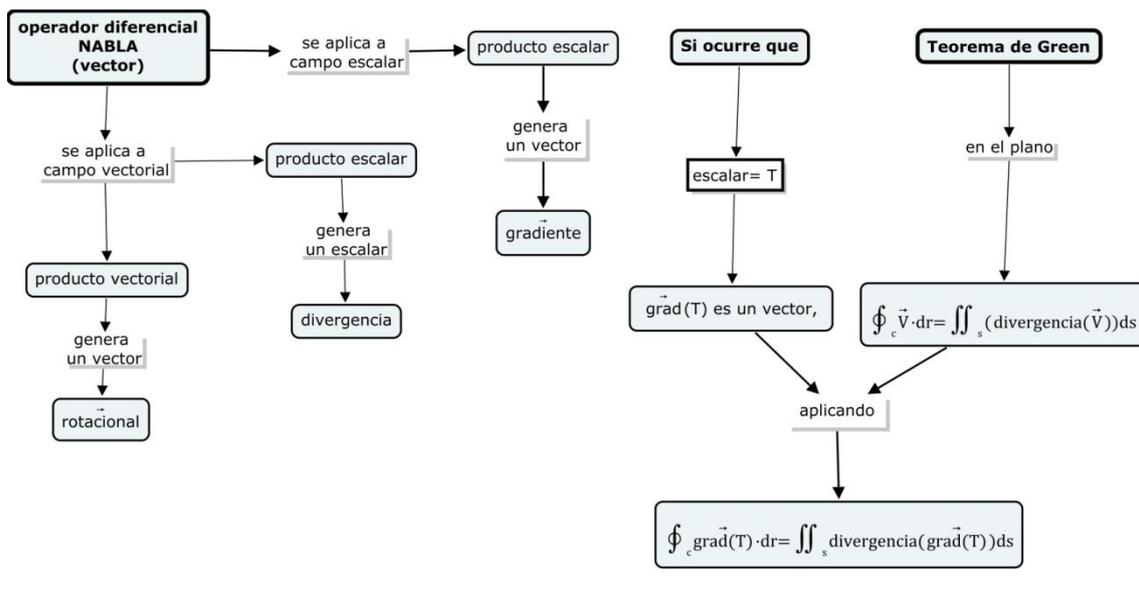


Figura A 1.1. Mapa del operador diferencial “nabla”, de las entidades “gradiente”, “divergencia”, “rotacional” y teorema de la divergencia. Son conceptos para entender la adecuación de la ecuación diferencial del calor al fenómeno de la transmisión.

El mapa de la figura A.1.1, expone la acción del operador diferencial nabla sobre los diversos tipos de campo. Estos conceptos inciden sobre el carácter escalar de la temperatura, pero que genera un campo vectorial, flujo de calor. Son conceptos importantes para entender el carácter *mecánico* de la ecuación del calor.

La figura A.1.2. expone esta dualidad escalar/vectorial y precisa las circunstancias de la convección forzada. Con él se pretende que el alumno revise conceptos como la presencia del fluido, y en movimiento para constituir la convección forzada el mecanismo específico de transmisión del calor.

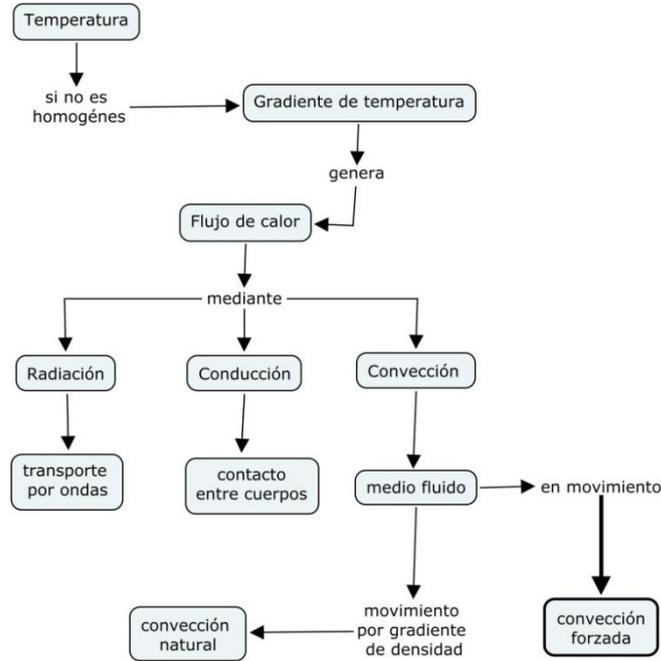


Figura A.1.2. Mecanismos de la transmisión del calor, con atención a las circunstancias que definen la convección forzada.

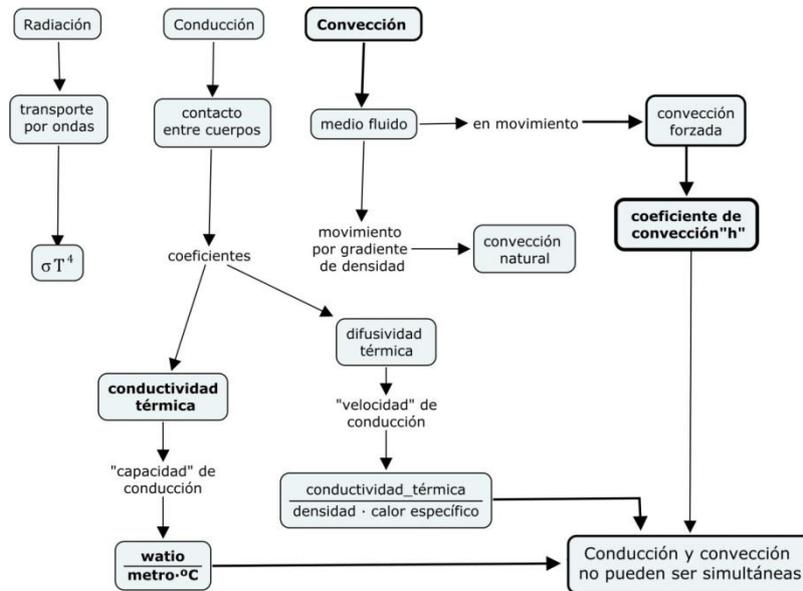


Figura A.1.3. Parámetros de la transmisión de calor y compatibilidad de mecanismos.

En la figura A.1.3 se pretende establecer la diversidad de coeficientes que parametrizan las diversas formas de transmisión de calor. Y se formula un hecho que es relevante, que es la incompatibilidad entre la conducción y la convección, lo que tiene interés a la hora de diseñar procedimientos para medir el coeficiente de película o de convección. La figura A.1.4 presenta el mapa en que se desgrena el significado conceptual del coeficiente de convección o de película.

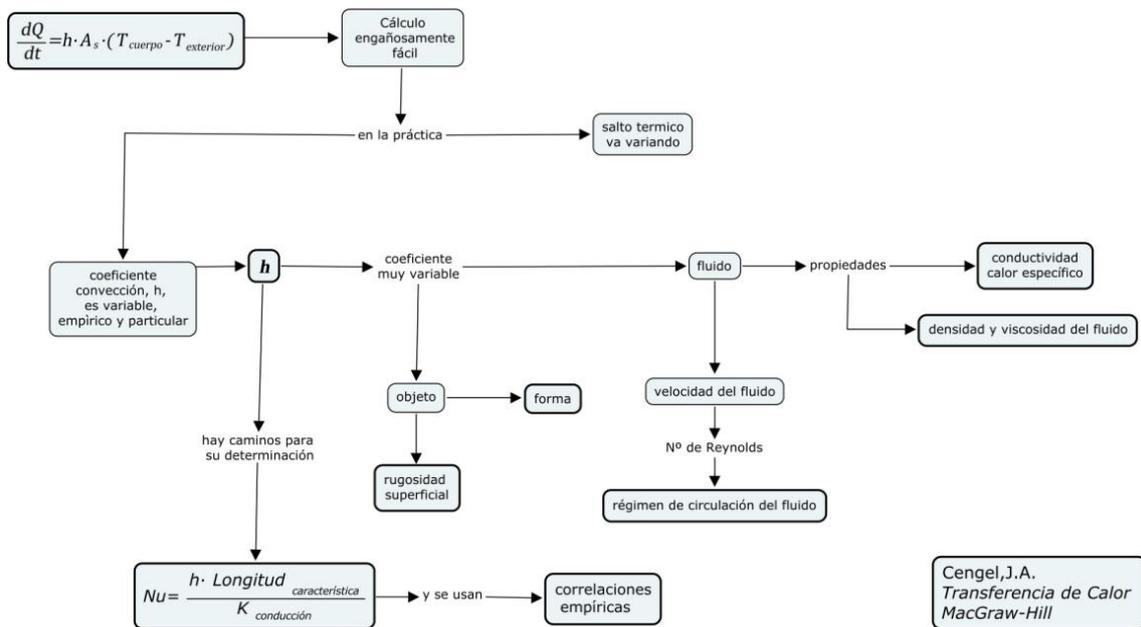


Figura A.1.4. 1.1. Estructura conceptual del coeficiente de convección, h .

Es importante que el alumno perciba que el coeficiente de convección no es una propiedad, sino una circunstancia particular de un momento concreto. Que debe determinarse empíricamente y que nunca puede tener un carácter determinista.

Finalmente en la figura A.1.5 se indica la clasificación de las ecuaciones en derivadas parciales.

Es éste el apartado más delicado por varias razones. La primera es la heterogeneidad del alumnado. La segunda que es improbable que sin conocimiento de algún lenguaje matemático los alumnos hayan completado la integración de este tipo de ecuaciones. Máxime cuando lo habitual es que estos contenido ocupen el último lugar en los temarios de las materias de Grado, con el consiguiente peligro de no llegar a

“enseñarse”. La tercera, la aridez de la materia, a la que se llega frecuentemente por parte del alumno sin el recorrido constructivista adecuado.

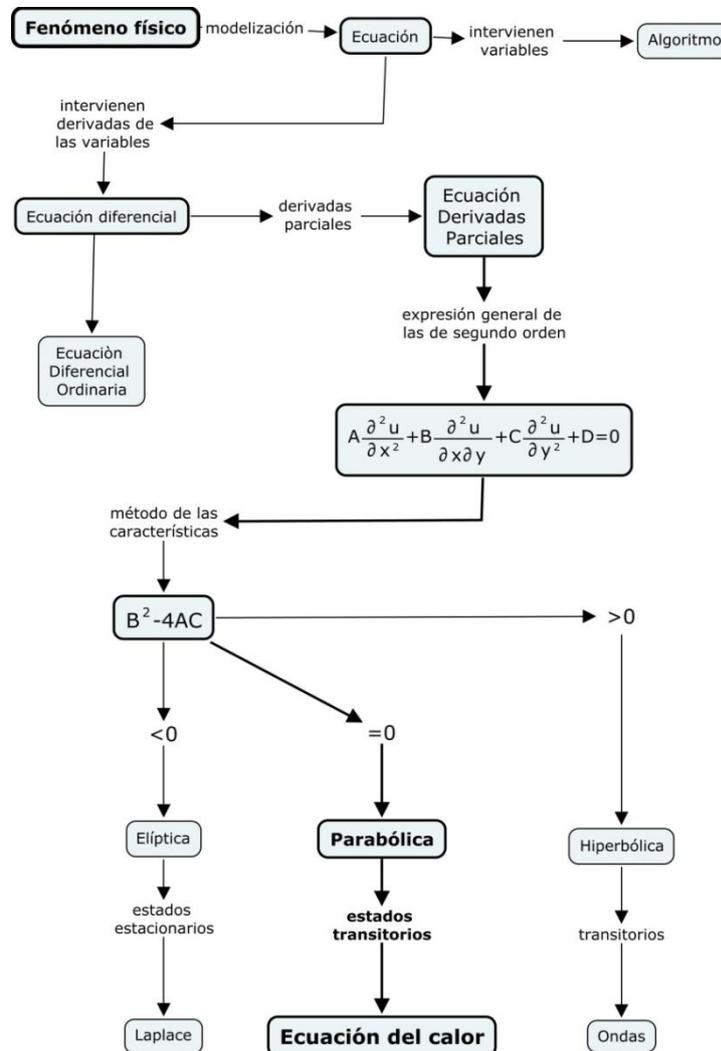


Figura A.1.5 .1. Itinerario de las ecuaciones diferenciales hasta alcanzar la ecuación del calor.

La bibliografía recomendada, disponible en la biblioteca de la UPCT, es:

Çengel, Yunus A ,2007, *Transferencia de calor y masa un enfoque práctico*, McGraw-Hill.

Chapra, Steven C. ,2001, *Métodos numéricos para ingenieros*.M Graw-Hill.

Marsden, Jerrold E.,2004, *Cálculo vectorial*, Pearson Education

Anexo II

Tránsito físico-matemático a la ecuación de la transmisión del calor

Evolución constructivista hasta la ecuación de la conducción del calor

Evolución constructivista vectorial. Ecuación parabólica

Tyn and Debnath (2007)¹, consideran un dominio, \mathbf{D} , delimitado por una superficie cerrada, \mathbf{B} . El dominio es de naturaleza sólida, y la temperatura en cada punto, y en cada instante, no tiene por qué ser constante, de modo que puede ser descrita por una ecuación del tipo

$$T(x, y, z, t) \tag{4.01}$$

Si la temperatura no es uniforme ni constante, se originarán flujos de calor, en el dominio \mathbf{D} , desde los puntos de mayor hacia los de menor temperatura. Este fenómeno puede ser modelizado por medio de la Ley de Fourier. Esta ley describe que la tasa, la velocidad del calor movilizado, es proporcional al gradiente de temperatura. Si, además, el dominio es isotrópico, dicha Ley puede expresarse como:

$$\overrightarrow{velocidad}_{calor} = -K \overrightarrow{grad}(T) \tag{4.02}$$

en donde K es la conductividad térmica.

Si en ese dominio se considera un volumen de control, $V_{control}$, que está delimitado por una superficie, $S_{control}$, se puede considerar que el flujo de calor que atraviesa esa superficie, $S_{control}$, es

$$calor_{sale} = \iint_{S_{control}} \vec{v}_n d\vec{S} \tag{4.03}$$

en donde \vec{v}_n es la componente de la velocidad del calor, normal a la superficie, $S_{control}$.

Aplicando el teorema de Gauss o de la divergencia

$$\iint_{S_{control}} \vec{v}_n d\vec{S} = \iiint_{V_{control}} div(-K \cdot \overrightarrow{grad}(T)) dx dy dz \tag{4.04}$$

y dado que $div(u) = \vec{\nabla} \cdot \vec{u}$, y que $\overrightarrow{grad}(u) = \vec{\nabla} u$, entonces se tiene que

$$\iint_{S_{control}} \vec{v}_n d\vec{S} = -K \iiint_{V_{control}} \vec{\nabla}^2(T) dx dy dz \quad 4.05$$

Considerando el contenido total de calor del volumen de control (referenciado a la temperatura, T, a un valor “cero” para ubicar la escala) se tiene que

$$calor_{total} = \iiint_{V_{control}} C\rho T dx dy dz \quad 4.06$$

En donde C es el calor específico y ρ la densidad. De modo que la variación total del contenido de calor con el paso del tiempo es

$$\frac{\partial calor_{total}}{\partial t} = \iiint_{V_{control}} C\rho \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad 4.07$$

Igualando 4.05 y 4.07

$$K \iiint_{V_{control}} \vec{\nabla}^2(T) dx dy dz = \iiint_{V_{control}} C\rho \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad 4.08$$

De donde se llega a

$$\nabla^2(KT) = C\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad 4.09$$

que es la ecuación parabólica de la transmisión del calor en derivadas parciales. Describe una situación de tipo transitorio, ya que depende del tiempo.

Evolución constructivista incremental. Ecuación elíptica.

Chapra (2009)² estudia los flujos de calor en una lámina de espesor, dimensión z, despreciable. Considera que los movimientos de calor tienen lugar exclusivamente en las dimensiones, x, e, y. Supone igualmente que toda la energía calorífica que entra en la placa, sale de la misma. De modo que:

$$q(x)\Delta y\Delta z\Delta t + q(y)\Delta x\Delta z\Delta t = q(x + \Delta x)\Delta y\Delta z\Delta t + q(y + \Delta y)\Delta x\Delta z\Delta t \quad 4.09$$

reordenando los términos, se tiene

$$q(x)\Delta y\Delta z\Delta t - q(x + \Delta x)\Delta y\Delta z\Delta t + q(y)\Delta x\Delta z\Delta t - q(y + \Delta y)\Delta x\Delta z\Delta t = 0 \quad 4.10$$

dividiendo por $\Delta z \Delta t$

$$q(x)\Delta y - q(x + \Delta x)\Delta y + q(y)\Delta x - q(y + \Delta y)\Delta x = 0 \quad 4.11$$

reordenando los términos, se tiene

$$[q(x) - q(x + \Delta x)]\Delta y + [q(y)x - q(y + \Delta y)]\Delta x = 0 \quad 4.12$$

multiplicando por $\frac{\Delta x}{\Delta x}$ y por $\frac{\Delta y}{\Delta y}$

$$\frac{[q(x) - q(x + \Delta x)]}{\Delta x} \Delta y \Delta x + \frac{[q(y)x - q(y + \Delta y)]}{\Delta y} \Delta x \Delta y = 0 \quad 4.13$$

En donde dividiendo por $\Delta x \Delta y$

$$\frac{[q(x) - q(x + \Delta x)]}{\Delta x} + \frac{[q(y)x - q(y + \Delta y)]}{\Delta y} = 0 \quad 4.14$$

Que es en el límite

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} = 0 \quad 4.15$$

Y si se recuerda la Ley de Fourier de la conducción del calor

$$q_x = -k\rho C \frac{\partial T}{\partial x} \quad 4.16$$

O, lo que es lo mismo, que el flujo de calor q_x [$\text{cal}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$], que tiene lugar en la dirección x en un medio continuo, es proporcional al coeficiente de difusión térmica en ese medio, k ($\text{cm}^2\cdot\text{s}^{-1}$), a la densidad del medio, ρ ($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$), al calor específico del medio, C ($\text{cal}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{C}^{-1}$) y, por supuesto, al gradiente de temperatura, $\frac{\partial T}{\partial x}$. Ya que la temperatura entre dos puntos es un campo escalar potencial, la *tensión térmica*, que impulsa el flujo.

Sustituyendo 4.16 en 4.15, se tiene

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[-k\rho C \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial q}{\partial y} \left[-k\rho C \frac{\partial T}{\partial x} \right] = 0 \quad 4.17$$

O, lo que es lo mismo

$$k\rho C \left[\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \right] + k\rho C \left[\frac{\partial q}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} \right] = 0 \quad 4.18$$

Que da lugar a

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad 4.19$$

Que es la ecuación de Laplace. Estando definido el operador, denominado Laplaciana, representado con el símbolo Δ .

$$\Delta = \left[\frac{\partial}{\partial x} \right] \cdot \left[\frac{\partial}{\partial x} \right] = \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] = \vec{\nabla}^2 \quad 4.20$$

resulta que

$$\Delta T = \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] T \quad 4.21$$

que, aplicado sobre un campo escalar, da lugar a la citada ecuación.

De modo que cabe formular esta situación, en la que el sistema de dos dimensiones, no contiene ni fuentes ni sumideros de calor, como

$$\vec{\nabla}^2 \cdot k\rho C T = 0 \quad 4.22$$

Se trata de una ecuación elíptica. Por cuanto que no contempla el tiempo. Es la que describe los estados estacionarios, una vez que se ha alcanzado el equilibrio.

¹ Tyn Myint-U, Lokenath Debnath. (2007). Linear Partial Differential Equations for Scientists and Engineers. Fourth Edition. Birkhäuser. Berlin. Pp. 75,76.
 2Chapra, S.C., Canale, R.P. 2009. Numerical Methods for Engineers. Mac Graw-Hill. pp. 850 y ss.

Anexo III

Programas elaborados en MATLAB para el posproceso externo

Advertencia previa

En los programas siguientes (en realidad scripts, pero es una distinción que en este instante carece de interés) se han incluido numerosas líneas de explicación (en verde, y con el signo % delante). Se pretende que, al menos una vez, el alumno lea secuencialmente el programa, sabiendo lo que lee, e identificando el contenido de los comandos o instrucciones. Con estos comentarios debe percibir que en realidad MATLAB no hace sino aquellas operaciones, en ocasiones elementales, que el propio alumno haría manualmente con no pocas fatigas.

Las líneas sin ese signo delante, son las verdaderas líneas del programa, las líneas de órdenes sustanciales.

El alumno debe ver en Matlab un instrumento que hace rápidamente, y cuantas veces sea preciso, aquello que se le indica. Y comprobar cómo “responde fielmente” al ánimo del programador.

En un programa del estilo de los que se muestran, cabe distinguir las ordenes generales de los comandos específicos. Órdenes generales son las indicaciones técnicas de trabajo inespecífico, o de formato de las imágenes y su almacenamiento. Son independientes del contenido. Los comandos específicos son los que configuran la actuación del programa para su finalidad.

En primer lugar se desarrolla el programa que calcula la temperatura media del espécimen a lo largo del tiempo. En él se explican todas las órdenes y comandos, al menos una vez, para que el alumno interprete su presencia. En la primera *figure* se explican, pues, todos los comandos, los de cálculo y aquellos de tipo técnico y de configuración. Al finalizar esa figura, se destaca el exiguo tamaño de lo que es en sí el *contenido operativo*.

Se advierte que en ocasiones el nombre de las variables es prolijo, como es el caso de la variable **numero_elementos**, pero es recomendable proceder así en los planteamientos docentes para evitar que se pierda el argumento de los comandos. Es la manera de mantener identificadas siempre las variables que interviene en las operaciones y cálculos que se diseñan.

La matriz u , se presenta tal y como se muestra en la figura adjunta.

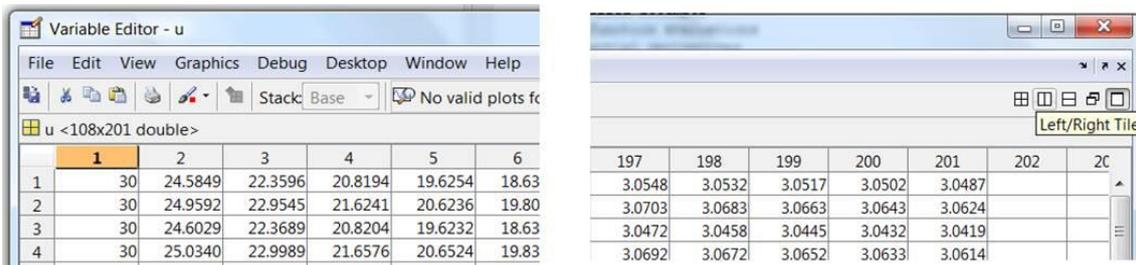


Figura A.III.1. Aspecto de la matriz u , resultado de la integración de la ecuación del calor. Las filas están constituidas por la evolución térmica de cada elemento. Las columnas, la temperatura simultánea de todos los elementos.

Tiene interés que el alumno se mentalice respecto a la disposición de los valores en la estructura matricial para entender cómo funciona MATLAB. Que controle que cada fila es la evolución de un elemento a lo largo del tiempo, y que cada columna describe el estado térmico de todos los elementos del espécimen.

De igual manera debe tener presente la topografía del dominio, mostrado en la figura A.III.2.

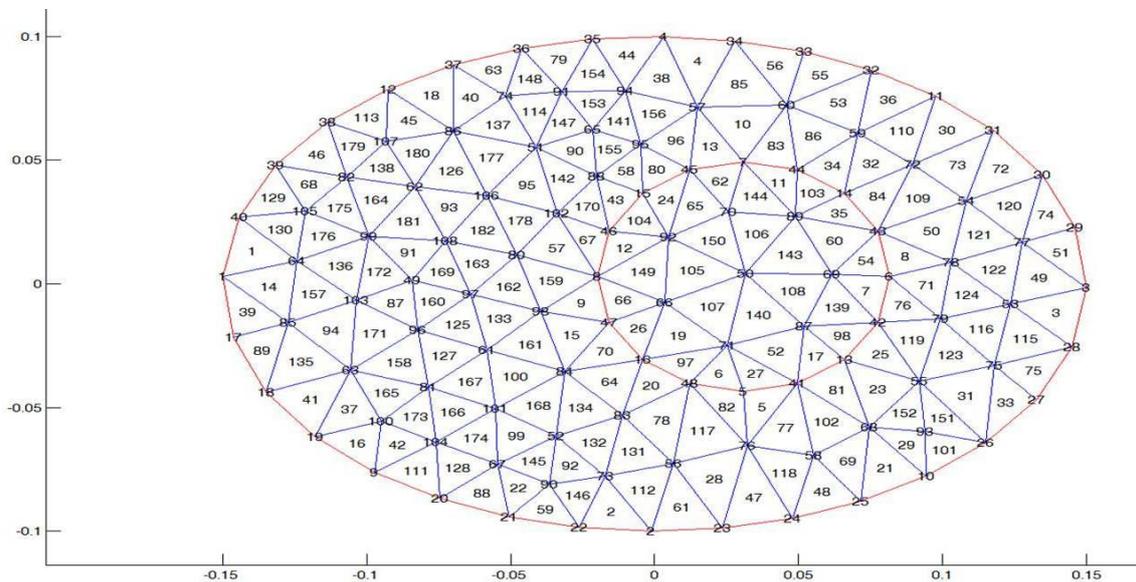


Figura A.III.2. Mapa del dominio, con los triángulos y los nodos numerados, para poder determinar qué zonas deben estudiarse más pormenorizadamente según su geometría.

Para un conocedor de MATLAB, estos scripts pueden parecer elementales; pero esto es así intencionadamente para que resulten legibles a alumnos no avezados.

Programa 1.- Temperaturas medias

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%
% SIMULACIÓN DEL ENFRIAMIENTO DE UN ESPECIMEN VEGETAL
% POSCOSECHA,
% POR CONVECCIÓN FORZADA CON FLUIDO EXTERNO (ECUACIÓN
% PARABÓLICA) .
%
% TEMPERATURAS MEDIA, DEL ELEMENTO MÁS CALIENTE Y EL MÁS FRIO A
% LO LARGO DEL TIEMPO, A PARTIR DE LOS RESULTADOS DE LA
% INTEGRACIÓN CON LA TOOLBOX-PDE DE MATLAB.
%
% Master de Técnicas avanzadas en Investigación y Desarrollo
% Agrario y Alimentario.
%
% José Luis Vicéns Moltó Septiembre 2012
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%
% Opera con el resultado de la integración de la ecuación del
% calor.
% Muestra la evolución de la temperatura media con el tiempo;
% así como la del elemento más caliente y el mas frío en cada
% instante.
% % El resultado de la integración de la ecuación de calor con
% el PDE toolbox es, por defecto, la variable, u.
%
% Esta variable ,u, se configura como una matriz [ N x t], en
% donde N es el número de elementos en que se ha mallado el
% dominio, y t es el tiempo medido en segundos, o la unidad que
% se decida al definir los parámetros de resolución de la PDE.
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%
% con clc se "limpia" el espacio de trabajo.
% con close all se cierran las figuras que puedan estar
% abiertas.
% con estas órdenes se trabaja sin elementos viejos que
% distraigan.
%
clc
close all
%
% Se comprueba el número de elementos y el intervalo de tiempo
```

```

%
A=size(u); % informa de filas y columnas de la matriz u.
%
numero_elementos=A(1) % Número de filas
%
tiempo=A(2)          % Número de columnas
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%%
% para diferenciar cada unidad de contenidos, se ubica cada uno
% de ellos en una figure( ), que se numera.
%
figure(1)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% TEMPERATURA MEDIA %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% En axes( ), se establecen condiciones para el grafismo de las
% figuras: letras del 16, fondo blanco.
%
axes('fontsize',16);set(gcf, 'color', 'white');axis off;
%
% Se define la temperatura media instantánea como la suma de las
% temperaturas instantáneas, u(:,i), de todos los elementos,
% dividida por el número de elementos
% sum(u(:,i))/numero_elementos).
% Se indica que esta operación se repita tiempo-veces
% for i=1:tiempo, esto es, para cada una de las columnas de la
% matriz de las temperaturas u.
%
for i=1:tiempo;
temp_med(i)=sum(u(:,i))/numero_elementos);
end
temp_med;
%
% temp_med es la matriz temperatura media, cuyas dimensiones
% son [ 1 x tiempo].
%
% Se representa el tiempo en abscisas, tiempo, y en ordenadas la
% temperatura media instantánea, temp_med. Con líneas de 1.5
% puntos de grosor, 'LineWidth',1.5.
%
plot(1: tiempo,temp_med,'LineWidth',1.5)
%
% Se coloca nombre a los ejes y se especifica el tipo y tamaño
de
% letra. %
xlabel('tiempo (s)','fontsize',18,'fontweight','n')
ylabel ('temperatura (°C)','fontsize',18,'fontweight','n')
%
% Se quita la caja de la figura, box off.
%
box off
%

```

```

% Una leyenda en la figura, con el texto temperatura media. Y
sin % caja en la leyenda, legend boxoff.
%
legend('temperatura media')
legend boxoff
%
% Se fija la magnitud de los ejes.
%
axis([0 tiempo *1.2 0 max(temp_med)*1.2])
%
% Se exporta la imagen, como jpg, 400 dpi de resolución y el
% título temperatura_media.
%
print -djpeg -r400 temperatura_media
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%
figure(2)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% TEMPERATURA MÁXIMA %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
axes('fontsize',16);set(gcf, 'color', 'white');axis off
%
% La temperatura máxima en cada instante es el valor máximo de
% cada columna de la matriz u. Esto es, max(u(:,i)), y se repite
% esto para todas las columnas, for i=1: tiempo.
%
for i=1: tiempo;
temp_max(i)=max(u(:,i));
end
plot(1: tiempo,temp_max,'LineWidth',1.5)
legend('temperatura máxima')
legend boxoff
box off
xlabel('tiempo (s)','fontsize',18,'fontweight','n')
ylabel('temperatura (°C)','fontsize',18,'fontweight','n')
axis([0 tiempo*1.2 0 max(temp_med)*1.2])
print -djpeg -r400 temperatura_máxima
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%
figure(3)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% TEMPERATURA MÍNIMA %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
axes('fontsize',16);set(gcf, 'color', 'white');axis off;
for i=1: tiempo;
temp_min(i)=min(u(:,i));
end
plot(1: tiempo,temp_min,'LineWidth',1.5)
legend('temperatura mínima')
legend boxoff
box off
xlabel('tiempo (s)','fontsize',18,'fontweight','n')

```

```

ylabel ('temperatura (°C)', 'fontsize', 18, 'fontweight', 'n')
axis([0 tiempo *1.2 0 max(temp_med)*1.2])
print -djpeg -r400 temperatura_minima
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%
%
%
figure(4)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% COMPARATIVA MÁX, MÍN, MEDIA %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
axes('fontsize', 16); set(gcf, 'color', 'white'); axis off;
plot(1: tiempo, temp_med, '--k', 'LineWidth', 1.5)
hold on
plot(1: tiempo, temp_max, 'r', 'LineWidth', 1.5)
plot(1: tiempo, temp_min, 'b', 'LineWidth', 1.5)
legend ('Temperatura media', 'Temperatura máxima', 'Temperatura
mínima')
legend boxoff
xlabel('tiempo (s)', 'fontsize', 18, 'fontweight', 'n')
ylabel ('temperatura (°C)', 'fontsize', 18, 'fontweight', 'n')
box off
axis([0 tiempo *1.2 0 max(temp_med)*1.2])
print -djpeg -r400 temperatura_media_max_min
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%
figure(5)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% RANGO DIFERENCIAS TÉRMICAS %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
axes('fontsize', 16)
set(gcf, 'color', 'white'); axis off;
rango_temp=temp_max-temp_min;
bar(1: tiempo, rango_temp)
legend ('Diferencias térmicas internas')
legend boxoff
xlabel('tiempo (s)', 'fontsize', 18, 'fontweight', 'n')
ylabel ('dif. temperaturas (°C)', 'fontsize', 18, 'fontweight', 'n')
box off
axis([0 tiempo *1.2 0 max(temp_med)*0.6])
print -djpeg -r400 intervalo_temperaturas_internas
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%

```

Programa 2.- Temperaturas medias. Curvas de enfriamiento.

En este programa, elaborado para obtener las curvas de enfriamiento por nodos, no se añaden líneas de explicación salvo en comandos nuevos respecto a los ya explicados anteriormente.

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% SIMULACIÓN DEL ENFRIAMIENTO DE UN ESPECIMEN VEGETAL
% POSCOSECHA,
% POR CONVECCIÓN FORZADA CON FLUIDO EXTERNO (ECUACIÓN
% PARABÓLICA) .
%
% ESTUDIO DE LAS CURVAS DE ENFRIAMIENTO DE NODOS A PARTIR DE LOS
% % RESULTADOS OBTENIDOS CON EL TOOLBOX PDE DE MATLAB.
%
% Master de Técnicas avanzadas en Investigación y Desarrollo
% Agrario y Alimentario.
%
% José Luis Vicéns Moltó Septiembre 2012
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
Clc;close all
A=size(u); Temp=u'; numero_elementos=A(1);tiempo=A(2)
%
% Se indican los nodos seleccionados
%
seleccionados=[39,57,32,8,134,121,2]
%
% Se determinan las coordenadas de los nodos a partir de la
matriz
% p, que se exporta desde la PDETOOL.
%
x=p(1,:);y=p(2,:);
n_esc=length(seleccionados)
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% MAPA DE LOS NODOS TOTALES Y LOS SELECCIONADOS %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure(1)
set(gcf, 'color', 'white');axis off; axes('fontsize',16)
plot(x,y,'o','LineWidth',1.2)
hold on
plot(x(seleccionados),y(seleccionados),'or','MarkerSize',10,'LineW
idth',1.5)
axis off
legend('nodos ','nodos seleccionados')
set(legend,'fontsize',16)
box off
print -djpeg -r400 mapa_de_nodos_totales_y_nodos_analizados
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```

% CURVAS DE ENFRIAMIENTO DE TODOS LOS NODOS %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure(2)
set(gcf, 'color', 'white');axis off;axes('fontsize',16)
plot(0,0,'w. ');hold on;legend('todos los elementos');legend
boxoff
plot(Temp, 'LineWidth',1.2)
box off
xlabel('tiempo (s)', 'fontsize',18, 'fontweight', 'n')
ylabel ('temperatura (°C)', 'fontsize',18, 'fontweight', 'n')
axis([0 A(2)*1.2 0 u(1,1)*1.2])
print -djpeg -r400 enfriamiento_final_todos_los_nodos
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CURVAS DE ENFRIAMIENTO DE LOS NODOS SELECCIONADOS %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure(3)
set(gcf, 'color', 'white');axis off;axes('fontsize',16)
plot(0,0,'w. ');hold on;legend('elementos seleccionados'); legend
boxoff
plot(Temp(:,seleccionados), 'LineWidth',1.5)
xlabel('tiempo (s)', 'fontsize',18, 'fontweight', 'n')
ylabel ('temperatura (°C)', 'fontsize',18, 'fontweight', 'n')
box off
axis([0 A(2)*1.2 0 u(1,1)*1.2])
print -djpeg -r400 evolución_enfriamiento_final_nodos_analizados
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CURVAS DE ENFRIAMIENTO TODOS LOS NODOS EN UN PLAZO DE n s %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure(4)
set(gcf, 'color', 'white');axis off;axes('fontsize',16)
plot(0,0,'w. ');hold on;legend('todos los elementos en 20
segundos'); legend boxoff
plot(Temp([1:20],:), 'LineWidth',1.5)
xlabel('tiempo (s)', 'fontsize',18, 'fontweight', 'n')
ylabel ('temperatura (°C)', 'fontsize',18, 'fontweight', 'n')
box off
axis([0 20 0 u(1,1)*1.2])
print -djpeg -r400 enfriamiento_20_segundos_todos_los_nodos
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CURVAS DE ENFRIAMIENTO NODOS SELECCIONADOS EN n s %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure(5)
set(gcf, 'color', 'white');axis off;axes('fontsize',16)
plot(0,0,'w. ');hold on;legend('elementos seleccionados en 20
segundos'); legend boxoff
plot(Temp([1:20],seleccionados), 'LineWidth',1.5)
xlabel('tiempo (s)', 'fontsize',18, 'fontweight', 'b')
ylabel ('temperatura (°C)', 'fontsize',18, 'fontweight', 'n')
box off
axis([0 20 0 u(1,1)*1.2])
print -djpeg -r400 enfriamiento_20_segundos_nodos_analizados
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

% CURVAS DE ENFRIAMIENTO TODOS LOS NODOS EN UN PLAZO DE n s %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure(6)
set(gcf, 'color', 'white');axis off;axes('fontsize',16)
plot(0,0,'w. ');hold on;legend('') ; legend boxoff
%
% se representan las tres gráficas juntas
%
plot(Temp(:,17), '--k', 'LineWidth',1.5)
hold on
plot(Temp(:,50), '+', 'LineWidth',1.5)
plot(Temp(:,29), '-', 'LineWidth',1.5')
legend('','extremo anterior','centro','extremo posterior')
set(legend,'fontsize',16)
legend boxoff
set(legend,'fontsize',16)
xlabel('tiempo (s)', 'fontsize',18,'fontweight','n')
ylabel ('temperatura (°C)', 'fontsize',18,'fontweight','n')
box off
axis([0 A(2)*1.2 0 u(1,1)*1.2])
print -djpeg -r400 enfriamiento_nodos_extrem_y_centro_seleccion
%%

```

Programa 3.- Simulación de la distribución interna de temperaturas con el tiempo

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% SIMULACIÓN DEL ENFRIAMIENTO DE UN ESPECIMEN VEGETAL
% POSCOSECHA,
% POR CONVECCIÓN FORZADA CON FLUIDO EXTERNO (ECUACIÓN
% PARABÓLICA) .
%
% PROGRAMA DE MATLAB PARA VISUALIZAR EN CÓDIGO DE COLORES
% LAS TEMPERATURAS DE LOS ELEMENTOS.A PARTIR DE LOS RESULTADOS
% OBTENIDOS CON EL TOOLBOX PDE DE MATLAB.
%
% Master de Técnicas avanzadas en Investigación y Desarrollo
% Agrario y Alimentario.
%
% José Luis Vicéns Moltó Septiembre 2012
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
clc;close all
A=size(u);
numero_elementos=A(1);tiempo=A(2)
x=p(1,:);y=p(2,:);
%%
%
%
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% mapa coloreado de las temperatura por nodos
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure(1)
set(gcf, 'color', 'white');axis off;axes('fontsize',16)
%
% Se representan los nodos,
% Y se establece que cada nodo tenga el color que le corresponde con
% la barra de colores adjunta.
%
scatter3(x,y,u(:,tiempo),60,[u(:,tiempo)],'filled');colorbar
view(0,90)
axis equal;box off;grid off
text(-0.05, -0.12,{tiempo},'FontSize',16)
text(0, -0.12,'segundos','FontSize',16)
text(-0.05, 0.12,'temperatura (°C)','FontSize',16)
xlabel('m','fontsize',14,'fontweight','n')
ylabel ('m','fontsize',14,'fontweight','n')
%
% Se representan los nodos,
% Y se establece que cada nodo tenga el color que le corresponde con
% la barra de colores adjunta.
%
print -djpeg -r400 puntos_coloreados_temperatura_elementos
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% IMAGEN GRÁFICA DE LA TEMPERATURA INTERIOR
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure(2)
%
% Se introducen los momentos que se quiere visualizar
% Se establece una iteración, en que cada vez se crea una figura
% y se archiva en formato JPG. Cada figura lleva el número de segundo
% correspondiente
for i=[2,3,5,10,50,100,200,300]
figure(i)
set(gcf, 'color', 'white');axis off
axes('fontsize',16)
% Se representan los nodos
pdesurf(p,t,u(:,i))

% Y se establece que cada nodo tenga el color que le corresponde con
%
colorbar
colorbar('FontSize',16);
colormap(jet)
view(0,90)
axis equal
text(-0.05, -0.12,{i},'FontSize',16)
text(0, -0.12,'segundos','FontSize',16)
text(-0.05, 0.12,'temperatura (°C)','FontSize',16)
xlabel('m','fontsize',14,'fontweight','n')
ylabel ('m','fontsize',14,'fontweight','n')
end
print -f2 -djpeg -r400 2_segundos
print -f3 -djpeg -r400 3_segundos
print -f5 -djpeg -r400 5_segundos
print -f10 -djpeg -r400 10_segundos
print -f50 -djpeg -r400 50_segundos
print -f100 -djpeg -r400 100_segundos
print -f200 -djpeg -r400 200_segundos

```

```
print -f300 -djpeg -r400 300_seguundos
```