

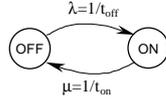
Estudio de la Probabilidad de Pérdida en un Nodo de Conmutación mediante Modelos de Fluidos.

Esteve Pallarés Segarra, Luis J. De la Cruz Llopis y Joan García Haro
Departamento de Matemática Aplicada y Telemática
Universitat Politècnica de Catalunya (UPC)

1. Introducción. Las redes telemáticas actuales deben ser capaces de soportar múltiples servicios de naturaleza muy distinta, los cuales comparten los mismos enlaces en la red. Este artículo pretende estudiar la probabilidad de pérdida en los nodos de conmutación cuando éstos multiplexan el tráfico originado por diferentes tipos de fuente.

En primer lugar se detalla el modelo analítico utilizado para el estudio del tráfico agregado en un nodo de conmutación. Finalmente se exponen las conclusiones más relevantes de dicho estudio.

2. Modelo utilizado. Para la caracterización del tráfico se ha utilizado un modelo de fluidos con fuentes ON/OFF heterogéneas. Dicho modelo consiste en considerar el tráfico entrante a un nodo de conmutación como un flujo continuo de fluido, evitando el tratamiento de paquetes individuales [2]. El caudal de dicho fluido depende de la cantidad de fuentes que estén activas en un momento dado. Cada una de las fuentes ON/OFF se caracteriza con tres parámetros: el tiempo de actividad, el tiempo de inactividad y la intensidad de flujo (en bps) durante el tiempo de actividad. Durante el tiempo de inactividad la fuente no genera fluido. Los tiempos de actividad e inactividad están distribuidos exponencialmente con media t_{on} y t_{off} respectivamente.



Si todas las fuentes ON/OFF son iguales se obtiene un proceso de nacimiento y muerte en el cual cada estado indica el número de fuentes activas en un momento dado [2]. Para poder caracterizar los distintos tipos de tráfico que pueden haber en una red se consideran R clases de fuentes ON/OFF distintas [1]. Cada clase u ($1 \leq u \leq R$) está formada por w_u fuentes iguales, de las cuales sólo $s_u(t)$ se encuentran activas en un instante t . Con este modelo de fuentes heterogéneas se obtiene un proceso de nacimiento y muerte R -dimensional en el cual cada estado queda definido por el vector

$$S = (s_1, s_2, \dots, s_u, \dots, s_R) \quad (1)$$

La componente u podrá tomar valores entre 0 y w_u y el número de estados posibles es

$$z = \prod_{u=1}^R (w_u + 1) \quad (2)$$

Las transiciones entre estados se producen cuando se activa o desactiva una fuente de alguna de las R clases. Las tasas de transición en el estado S valen:

$$\begin{aligned} r\{S, S_{u+}\} &= (w_u - s_u) \mathbf{I}_u \quad (1 \leq u \leq R) \\ r\{S, S_{u-}\} &= s_u \mathbf{m}_u \quad (1 \leq u \leq R) \end{aligned} \quad (3)$$

Siendo $r\{S, S_{u+}\}$ la tasa de transición desde el estado S hasta el estado vecino S_{u+} , en el cual se ha activado una fuente de clase u (la componente u del vector S pasa a valer s_u+1) y $r\{S, S_{u-}\}$ la tasa de transición cuando se desactiva una fuente de clase u .

La tasa total saliente del estado S vale:

$$r^*\{S\} = \sum_{u=1}^R [s_u \mathbf{m}_u + (w_u - s_u) \mathbf{I}_u] \quad (4)$$

Como las fuentes son independientes, la probabilidad de cada estado S se obtiene multiplicando las probabilidades de tener s_u fuentes activas para cada una de las R clases.

$$\hat{F}_S = \prod_{j=1}^R \binom{w_j}{s_j} p_j^{s_j} q_j^{w_j - s_j} \quad (5)$$

Siendo p_j la probabilidad de que una fuente de clase j esté activa y $q_j = 1 - p_j$.

En el estado S el flujo generado por las fuentes vale:

$$B(S) = \sum_{u=1}^R s_u i_u \quad (6)$$

El conmutador se modela mediante un depósito (*buffer*) donde se almacenará el fluido y un conducto (*pipe*) por el que fluirá dicho fluido. Dicho *pipe* representa el enlace de salida del conmutador con una capacidad de c bps. El buffer se supone finito y de tamaño m . El objetivo de nuestro estudio se centra en la obtención de la probabilidad de pérdida de información en el conmutador [3].

Definiendo $F_S(x)$ como la probabilidad en equilibrio de que el sistema esté en el estado S y que la ocupación del buffer sea inferior a x se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales [1].

$$\frac{d\mathbf{F}(\mathbf{x})}{dx} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{F}(\mathbf{x}); \quad 0 < x < m \quad (7)$$

Siendo \mathbf{D} la matriz diagonal del flujo neto entrante en el buffer para cada estado S_i ($1 < i < z$) y \mathbf{M} la matriz de tasas de transición (3) (4).

$$D_{ii} = [B(S_i) - c]$$

$$M_{ij} = \begin{cases} -r^*\{S_i\} & \text{si } i = j \\ r\{S_j, S_i\} & \text{si } i \text{ y } j \text{ son estados vecinos} \\ 0 & \text{si } i \text{ y } j \text{ no son estados vecinos} \end{cases} \quad (8)$$

La solución de este sistema de ecuaciones diferenciales es de la forma.

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = a_1 e^{\mathbf{a}_1 x} k_1 + \dots + a_z e^{\mathbf{a}_z x} k_z; \quad 0 < x < m \quad (9)$$

Siendo $\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_z$ los autovalores de $\mathbf{D}^{-1} \mathbf{M}$ y k_1, \dots, k_z sus correspondientes autovectores. Los coeficientes a_1, \dots, a_z se obtienen imponiendo las condiciones de contorno en el *buffer*. Si el flujo neto entrante es

negativo el *buffer* nunca se llena y si el flujo neto entrante es positivo el *buffer* nunca está vacío.

$$\begin{aligned} F_S(m) &= F_S \text{ si } [B(S) - c] < 0 \\ F_S(0) &= 0 \text{ si } [B(S) - c] > 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Sea $\tilde{F}_S(x)$ la probabilidad en régimen permanente de que el sistema se halle en el estado S y el contenido del *buffer* sea superior a x .

$$\tilde{F}_S(x) = F_S - F_S(x) \quad (11)$$

El flujo perdido se puede expresar como:

$$\text{Flujo perdido} = \sum_S [B(S) - c] \tilde{F}_S(m) \quad (12)$$

El flujo total que llega al *buffer* se obtiene como:

$$\text{Flujo total} = \sum_{j=1}^R p_j w_j i_j \quad (13)$$

El cociente entre ambos flujos (12) y (13) es la probabilidad de pérdida de información [3].

3. Resultados y conclusiones. En la realización de las distintas pruebas se han considerado 4 clases de tráfico según muestra la siguiente tabla cuyos valores de t_{on} , t_{off} e i han sido obtenidos de [4].

Clase	Servicio	t_{on} (s)	t_{off} (s)	i (Mbps)
1	telefonía	100	260	0.064
2	vídeo telefonía	100	5000	10
3	fax color	3	300	2
4	Transf. ficheros	1	333	2

Cada uno de estos servicios ha sido tratado individualmente, combinados dos a dos o en distintas mezclas entre todos ellos. En el cálculo realizado se ha obtenido la probabilidad de pérdida para distintos valores de la capacidad del *pipe* con un tamaño de *buffer* de 50 Mbits.

En todas las realizaciones destacan las siguientes características. La probabilidad de pérdida disminuye a medida que aumenta la capacidad del *pipe*. Dicha disminución puede aproximarse por una recta a tramos, cada tramo con una pendiente distinta. Los distintos tramos están delimitados por el valor de las intensidades de las fuentes que intervienen en cada mezcla. Cuando la capacidad *pipe* es inferior a la intensidad de las fuentes, la probabilidad de pérdida es alta pero disminuye rápidamente. Cuando la capacidad supera el valor de la intensidad de alguna de las fuentes la probabilidad de pérdida sigue disminuyendo, aunque más suavemente. La variación de la pendiente correspondiente a las fuentes con menor intensidad, es, en algunos casos, poco apreciable quedando enmascarada por la pérdida de fluido de la clase que precisa más ancho de banda (Fig. 1 y 2). Si hay más de una fuente de la clase dominante se observa un cambio en la tendencia de la probabilidad de pérdida para cada valor de capacidad múltiplo de la intensidad de la fuente dominante. Si consideramos dos fuentes de clase 2 y una fuente de cada una de las otras clases se observa un cambio en la pendiente para los valores de capacidad 10 y 20 Mbps (Fig. 3).

Las pérdidas de fluido debidas a la voz (clase 1) son despreciables. Ello es debido a dos razones, por un lado el tamaño de *buffer* utilizado para este tipo de servicio es suficientemente grande como para evitar sus pérdidas ($t_{on} \cdot i = 6,4 \text{ Mbits} \gg 50 \text{ Mbits}$). Por otro lado, las otras clases necesitan capacidades de *pipe* muy superiores a la intensidad de las fuentes de voz, con lo cual el *buffer* nunca se llena con este tipo de tráfico.

Podemos concluir diciendo que la clase que precisa más ancho de banda será la que determinará la capacidad de *pipe* necesaria para garantizar una determinada probabilidad de pérdida.

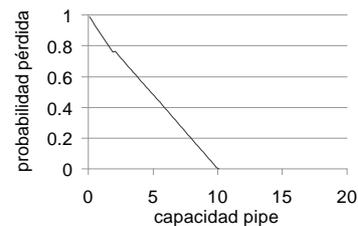


Fig. 1 Mezcla con una fuente de clase 2 y una de clase 4 (escala lineal).

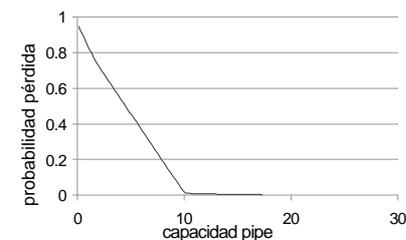


Fig. 2 Mezcla con dos fuentes de clase 2 y una del resto de clases (escala lineal).

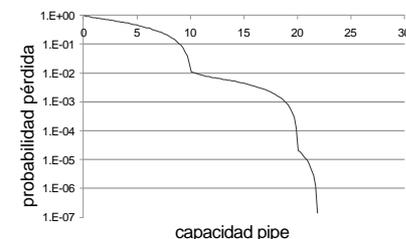


Fig. 3 Mezcla con dos fuentes de clase 2 y una del resto de clases (escala logarítmica).

4. Agradecimientos. Este trabajo ha sido financiado por el proyecto de investigación SSADE (CICYT TEL99-0822).

5. Referencias

- [1] C-K. Lim and J. Harms. "A Methodology for Designing Local Area Networks". *Proceedings of the ICC'95*, pp. 1925-1929 (1995).
- [2] R.C.F Tucker. "Accurate Method for Analysis of a Packet-Speech Multiplexer with Limited Delay". *IEEE Transactions on Communications*, vol. 36, no. 4, (1988).
- [3] E. Pallarés y J. Garcia-Haro. "Mathematical Approach to Designing Switched LAN's. An Alternative Solution to Compute the Loss Probability in an Heterogeneous Traffic Environment". *Proceedings of the MELECON'2000*.
- [4] R. Onvural. "Asynchronous Transfer Mode Networks: Performance Issues". Second Edition. Artech House (1995).