

DISPERSIÓN DE OBJETOS 2D DIELECTRICOS Y MAGNÉTICOS USANDO BASES WAVELET

F. Quesada Pereira*, A. Vidal†, V. E. Boria†, A. Alvarez Melcon*, J. Pascual García*, A. Pérez†

*Departamento de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones

Technical University of Cartagena

e-mail: Fernando.Quesada@upct.es

†Departamento de Comunicaciones, Universidad Politécnica de Valencia

e-mail: vboria@dcom.upv.es

Abstract—Lossy dielectric and magnetic obstacles are typically present in many high-frequency scattering applications. In this paper, we study this problem using the Equivalence Principle and the Method of Moments (MoM). When the structure is complex and high accuracy is required, the number of unknowns in the numerical solution naturally grows. Therefore, we propose the use of wavelet-like bases to improve the numerical efficiency and memory requirements. For verification purposes, the results provided by the new technique are successfully compared with those obtained with the conventional MoM approach. The new technique has been applied to characterize the scattering behavior of large square and elliptical obstacles, as well as multilayer structures, which are composed of lossy homogeneous media and conductors.

I. INTRODUCCIÓN

El análisis eficiente de la dispersión de objetos bidimensionales dieléctricos y/o magnéticos con posibles pérdidas tales como el presentado en la Fig. 1 se ha realizado tradicionalmente mediante la utilización de técnicas de ecuación integral. Si los cuerpos dispersores son inhomogéneos, resulta conveniente formular el problema en términos de una ecuación integral de volumen, siendo el objeto reemplazado por corrientes volumétricas equivalentes de polarización [1]. Por el contrario, si se trata de estudiar cuerpos totalmente homogéneos o homogéneos a trozos, resulta más eficiente plantear el problema de ecuación integral mediante la aplicación del principio de equivalencia superficial [2]. De esta forma, las incógnitas del problema se reducen a densidades superficiales de corriente eléctrica y magnética distribuidas sobre el contorno de separación de medios.

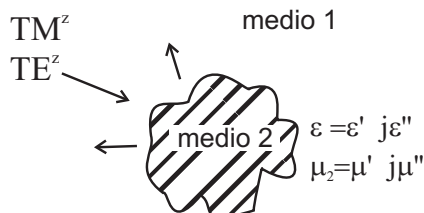


Fig. 1. Objeto dispersor compuesto por material dieléctrico y/o magnético con pérdidas.

No obstante, si el objeto dispersor es grande en términos eléctricos o se requiere una alta precisión, el número de incógnitas necesario se puede llegar a incrementar notablemente. Por ejemplo, éste el caso cuando se emplea una variante simple del método de los momentos como Point-Matching para resolver objetos grandes, problemas compuestos por una gran cantidad de dispersores, o geometrías muy complejas que exigen un alto nivel de detalle como los fractales. En estas situaciones, el coste computacional, particularmente a la hora de resolver y almacenar grandes sistemas de ecuaciones lineales, comienza a ser muy importante.

En esta comunicación se presenta un método que utiliza formulación en superficie junto con una expansión en bases wavelet-like, que permiten reducir el tiempo de resolución del sistema de ecuaciones que surge tras la aplicación del método de los momentos, con la intención de reducir el coste computacional. Esta idea fue previamente presentada con éxito para el estudio de la dispersión de cuerpos conductores. No obstante, la utilización de bases wavelet o wavelet-like para evaluar la dispersión de cuerpos dieléctricos y/o magnéticos con pérdidas no ha sido tratada hasta la fecha.

En primer lugar, se realiza una breve introducción de la formulación empleada en el método de ecuación integral. Seguidamente, se estudia el error y el ahorro computacional que se obtiene tras la aplicación de la transformación wavelet-like a geometrías sencillas. Por último, se muestran distintos resultados de cálculo de sección recta radar de objetos anidados tales como los mostrados en la Fig. 2, comparando todos los ejemplos con el método de point-matching original.

II. TEORÍA

La dispersión de cuerpos homogéneos bidimensionales bajo incidencia TM^z o TE^z se puede calcular de forma eficiente empleando el principio de equivalencia superficial [3]. Según este principio, los campos dispersados por el objeto real son equivalentes a los producidos por cierta densidad de corriente eléctrica $\vec{J}(\vec{\rho}')$ y magnética $\vec{M}(\vec{\rho}')$ distribuida en la superficie del objeto. Los campos producidos por estas fuentes de corriente equivalente se suelen escribir por conveniencia en

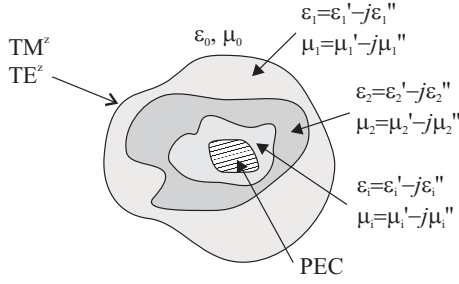


Fig. 2. Objeto dispersor compuesto por diferentes capas homogéneas anidadas y un posible Conductor Metálico Perfecto (PEC).

forma de potenciales mezclados:

$$\vec{E}_i^s(\vec{\rho}) = -j\omega\vec{A}_i(\vec{\rho}) - \nabla V_i(\vec{\rho}) - \frac{1}{\epsilon_i} \nabla \times \vec{F}_i(\vec{\rho}) \quad (1a)$$

$$\vec{H}_i^s(\vec{\rho}) = -j\omega\vec{F}_i(\vec{\rho}) - \nabla U_i(\vec{\rho}) + \frac{1}{\mu_i} \nabla \times \vec{A}_i(\vec{\rho}) \quad (1b)$$

donde el índice (i) indica en que región del problema se está calculando el campo.

En un problema bidimensional, las funciones de Green del problema que aparecen en el núcleo de las ecuaciones integrales toman la forma de funciones de Hankel de orden cero:

$$G_i(\vec{\rho}, \vec{\rho}') = \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(k_i |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) \quad (2)$$

Según la condición de contorno que se imponga a los campos sobre el contorno del cuerpo homogéneo, se puede trabajar con tres tipos diferentes de formulaciones: de campo eléctrico si se fuerza la continuidad del campo eléctrico tangencial, de campo magnético si se impone la continuidad del campo magnético tangencial o de campo combinado cuando se exige la continuidad de ambos [4].

Las dos primeras formulaciones conducen a problemas asociados con resonancias de la estructura a determinadas frecuencias, lo que provoca la aparición de matrices mal condicionadas en tales casos. Por ello, en este trabajo se opta por utilizar la formulación de campo combinado. Además se ha escogido por simplicidad la variante de Point-Matching correspondiente al método de los momentos (funciones de base de tipo pulso y deltas como funciones de test). Una vez que se ha aplicado este método para resolver las ecuaciones integrales del problema, se obtiene un sistema de ecuaciones lineales con el siguiente aspecto:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{EJ} & \mathbf{Z}_{EM} \\ \mathbf{Z}_{HJ} & \mathbf{Z}_{HM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}^{exc} \\ \mathbf{H}^{exc} \end{bmatrix} \quad (3)$$

donde las incógnitas son los coeficientes de la expansión de las densidades equivalentes de corriente eléctrica y magnética en funciones de base de tipo pulso.

Si pretendemos analizar un cuerpo dispersor anidado compuesto por un número indefinido de capas homogéneas, se puede demostrar que tras la aplicación del método de los momentos se obtiene una matriz de bandas con el aspecto presentado a continuación:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z^{11} & Z^{12} & 0 & \dots & 0 \\ Z^{21} & Z^{22} & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & Z^{(N-1)(N-1)} & Z^{(N-1)N} \\ 0 & \dots & 0 & Z^{N(N-1)} & Z^{NN} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{Z} \begin{bmatrix} JM_{11} \\ JM_{22} \\ \vdots \\ \vdots \\ JM_{NN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EH_{11}^{exc} \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

A su vez, cada una de las submatrices Z^{QP} en (4) está compuesta por otras cuatro submatrices tal y como se muestra en (3).

La precisión de las técnicas numéricas desarrolladas se ha evaluado mediante la siguiente condición de error del campo eléctrico tangencial ΔE_{bc} :

$$\Delta E_{bc} = 100 \cdot \frac{\sum_{N_0} |\hat{n} \times (E^{exc} + E_1^s - E_2^s)|^2}{\sum_{N_0} |E^{exc}|^2} \quad (6)$$

donde la condición de contorno se evalúa en N_0 puntos sobre el contorno del cuerpo dispersor. Esta definición del error se usa bajo polarización \mathbf{TM}^z , mientras que si la polarización es \mathbf{TE}^z , por motivos de estabilidad numérica, resulta conveniente emplear una definición dual del error con el campo magnético ΔH_{bc} .

El siguiente paso en la solución de la ecuación integral resultante es la aplicación de la transformada wavelet-like [5]. La solución directa de (3), basada en factorización LU , necesita del orden de $O(N^3)$ operaciones y N^2 posiciones de memoria de números de tipo complejo (donde N es el número total de incógnitas). La transformada wavelet discreta reduce el coste computacional y las necesidades de memoria, convirtiendo la matriz densa \mathbf{Z} en una matriz dispersa. La conversión del operador integral discreto en wavelet-like es equivalente a realizar un transformación de similitud definida por una matriz real y unitaria \mathbf{T} , cuyas filas contienen las bases wavelet-like [5]. El problema original queda representado, en el dominio wavelet-like, como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{TZ}_{EJ}\mathbf{T}^t & \mathbf{TZ}_{EM}\mathbf{T}^t \\ \mathbf{TZ}_{HJ}\mathbf{T}^t & \mathbf{TZ}_{HM}\mathbf{T}^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{TJ} \\ \mathbf{TM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{TE}^{exc} \\ \mathbf{TH}^{exc} \end{bmatrix} \quad (7)$$

donde el superíndice (t) es el operador de transposición. Las submatrices transformadas \mathbf{Z} contienen muchos elementos casi nulos que se fuerzan a cero mediante la aplicación de un umbral. Una vez hecho esto, se emplea una técnica iterativa para la resolución del sistemas de ecuaciones, cuya carga computacional depende de las operaciones que consuma la operación matriz por vector. Como las matrices transformadas son dispersas, dicho producto tiene una carga computacional de $O(N^\alpha)$, donde N^α es el número de elementos no nulos

de la matriz. En la práctica, α oscila desde 1.2 hasta 1.7, dependiendo de la geometría y de las propiedades dieléctricas y/o magnéticas del objeto.

III. RESULTADOS

En el estudio de eficiencia del método se compara el número de operaciones en coma flotante (Mflops) requeridas por cada técnica numérica, empleando para este cometido el comando estándar que proporciona el lenguaje comercial *Matlab*[®]. En primer lugar, se evalúa el coste computacional del método directo (3). En segundo lugar, se mide el coste de la transformación wavelet-like inversa y directa, y la resolución de (7) con un método específico para matrices dispersas también en Mflops. La familia wavelet-like presenta 4 momentos evanescentes (ver [5]), y un umbral fijado en 0.1% para cada submatriz. En nuestro estudio, el grado de dispersión de la matriz se define como el porcentaje de elementos distintos de cero después de aplicar el umbral.

Las ventajas obtenidas de la aplicación de la transformada wavelet-like han sido comprobadas con un ejemplo práctico, consistente en un dispersor de geometría elíptico (con 0.866 de excentricidad) relleno de material dieléctrico con elevadas pérdidas ($\epsilon_r = 3 - j$) y excitado bajo incidencia TM^z . El error ha sido mantenido por debajo del 0.14%, necesiándose únicamente 26 funciones de base por longitud de onda del contorno. El error y el grado de dispersión de la matriz se muestran en Fig. 3, mientras que en la figura Fig. 4, se representa el número de Mflops necesarios para resolver el problema. Se puede deducir de las gráficas que el coste computacional del problema se reduce ampliamente en el caso wavelet-like, mientras que la precisión requerida se mantiene.

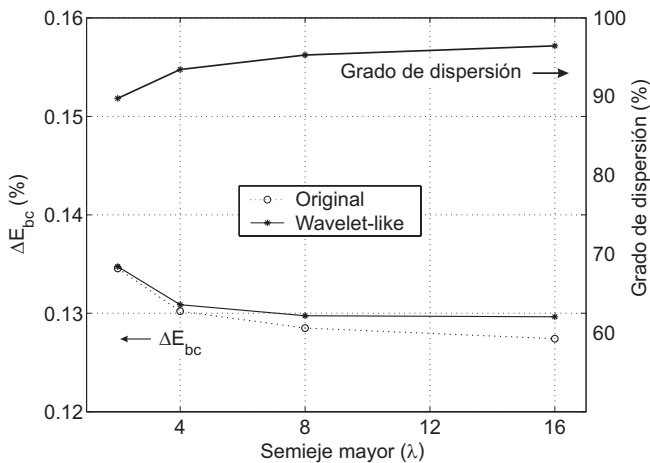


Fig. 3. Error en el cumplimiento de la condición de contorno y nivel de dispersión de la matriz para objetos dispersores elípticos.

El siguiente ejemplo es un cilindro cuadrado compuesto de material dieléctrico y magnético con pérdidas ($\epsilon_r = 3 - j5 \cdot 10^{-3}$ y $\mu_r = 1.5 - j2.5 \cdot 10^{-3}$), estudiado bajo incidencia TE^z . Se han empleado, en este caso, 32 funciones de base por longitud de onda del perímetro, mientras que el error ΔH_{bc} se ha mantenido por debajo del 0.3%. El grado de

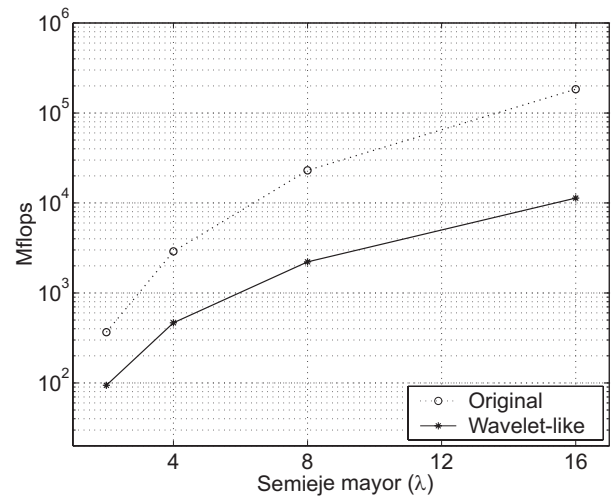


Fig. 4. Número de Mflops empleados con objetos dispersores elípticos.

TABLE I

RESULTADOS PARA UN CILINDRO CUADRADO CON PÉRDIDAS

Perímetro (λ)	ΔH_{bc} error (%)	Dispersión (%)	Reducción en Mflops (%)
8	0.29	91.9	74.1
16	0.18	95.3	86.2
32	0.17	96.7	90.9
64	0.10	98.1	95.0

compresión y la mejora en la eficiencia quedan resumidas en la Tabla I para distintas longitudes del perímetro. Como se puede apreciar, el uso de wavelet-like conduce a un elevado ahorro computacional, igual al 95% para un cilindro cuadrado de 64λ de perímetro.

Una vez vista la reducción del coste computacional tras la aplicación de la transformada wavelet mediante ejemplos sencillos, se pretende poner de manifiesto la utilidad de la técnica para el análisis de objetos dispersores más complejos como pueden ser la estructuras anidadas. Siguiendo este línea, como ejemplo de validación se ha realizado el cálculo de la sección recta radar biestática de una corona compuesta de material dieléctrico y magnético con pérdidas bajo incidencia con onda plana TM^z (Fig. 5). Este mismo ejemplo fue analizado en [6] mediante la utilización de una formulación de volumen, comparando bastante bien con los resultados obtenidos en la presente comunicación. El error en el cumplimiento de la condición de contorno ΔE_{bc} se ha mantenido por debajo de 0.12%, siendo necesarios 40 puntos por longitud de onda del perímetro. Se han empleado wavelet-like de cuarto orden y se ha impuesto un umbral del 0.15%. El grado de dispersión de la matriz es del 89.5% y se ha conseguido una reducción del coste computacional de 4.6 veces con respecto a la aplicación directa del método de los momentos.

A continuación, se calcula la sección recta radar biestática (RCS) de un cilindro dieléctrico multicapa concéntrico bajo incidencia TE^z (Fig. 6). La RCS obtenida compara muy bien

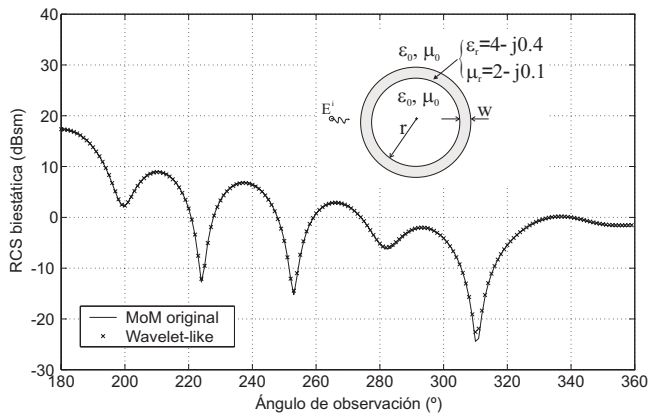


Fig. 5. Sección recta radar biestática de una corona homogénea con pérdidas bajo incidencia TM^z ($r = \lambda$ y $w = 0.05\lambda$).

con la solución analítica en forma de serie presentada en [6], pero han sido necesarias multitud de funciones de base por longitud de onda del perímetro (100). Por este motivo, la ganancia proporcionada por el método wavelet-like es incluso más significativa. Se ha empleado la misma familia de wavelet y se ha fijado un umbral del 0.1% para poder recuperar de forma precisa la solución exacta, alcanzándose un grado de dispersión del 98.5% y una reducción del coste computacional total en Mflops de 14 veces en relación al método directo.

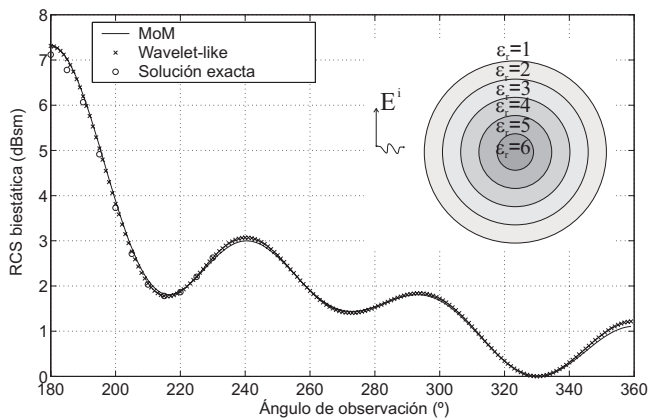


Fig. 6. Sección recta radar biestática de un cilindro dieléctrico multicapa bajo incidencia TE^z (el espesor de cada capa es 0.1λ).

Como último ejemplo se ha estudiado la dispersión producida por cilindro conductor recubierto por un material homogéneo bajo incidencia TM^z (Fig. 7), el cual se puede encontrar en la literatura técnica (ver [7]). Se necesitan 50 funciones de base por longitud de onda del perímetro para conseguir un error en el cumplimiento de la condición de contorno inferior al 0.08%. Los parámetros de las bases wavelet-like son los mismos que en el ejemplo previo, resultando un grado de dispersión de la matriz de momentos del 96.4% y una reducción del coste computacional de 10 sin pérdida de precisión.

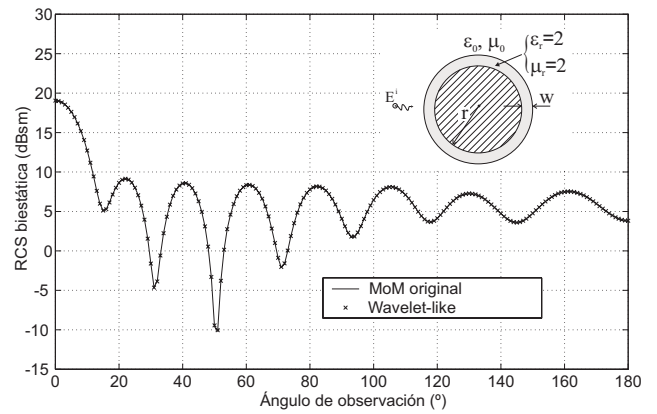


Fig. 7. Sección recta radar biestática de un cilindro conductor recubierto por una capa de material homogéneo ($r = \lambda$ y $w = 1.5\lambda$).

IV. CONCLUSIONES

En esta comunicación se presentado una nueva técnica basada en ecuación integral y el principio de equivalencia superficial que combina la transformada wavelet-like para analizar estructuras bidimensionales compuestas por cualquier número de conductores y/o objetos de material homogéneo. La precisión y la eficiencia de la nueva técnica ha sido comprobada comparando con otros métodos numéricos o analíticos. La mejora en eficiencia ha resultado ser importante en relación a las técnicas de ecuación integral directas como point-matching. Se están investigando posibles mejoras en la transformación wavelet-like y en la manipulación de matrices densas para conseguir aumentar aún más la eficiencia de la nueva técnica presentada.

RECONOCIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia, bajo los proyectos de investigación TEC2004/04313-C02-01, TEC2004/04313-C02-02, y el proyecto de la fundación Seneca PB/4/FS/02.

REFERENCES

- [1] J. H. Richmond, "Scattering by a dielectric cylinder of arbitrary cross section shape," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. 13, pp. 334–341, May 1965.
- [2] A. F. Peterson, S. L. Ray, and R. Mittra, *Computational Methods for Electromagnetics*. New York: IEEE Press, 1998.
- [3] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1989.
- [4] R. F. Harrington, "Boundary integral formulations for homogeneous material bodies," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 3, no. 1, pp. 1–15, 1989.
- [5] A. Vidal, A. Belenguer, H. Esteban, V. E. Boria, C. Bachiller, and M. Taroncher, "Efficient and accurate spectral analysis of large scattering problems using wavelet and wavelet-like bases," *Radio Science*, vol. 39, pp. 5.1–5.17, October 2004.
- [6] R. C. Baucke, "Scattering by two-dimensional lossy, inhomogeneous dielectric and magnetic cylinders using linear pyramid basis functions and point-matching," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. 39, pp. 255–259, Feb. 1991.
- [7] E. Arvas and T. Sarkar, "RCS of two-dimensional structures consisting of both dielectrics and conductors of arbitrary cross section," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 37, pp. 546–554, May 1989.