

# NUEVO ENFOQUE PARA EL ANÁLISIS CINEMÁTICO DE CABEZALES ESTEREOSCÓPICOS: APLICACIÓN AL CABEZAL LINCE.

Antonio Guerrero González  
Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática.  
Universidad Politécnica de Cartagena.  
Campus Muralla del Mar, s/n. 30202 Cartagena  
antonio.guerrero@upct.es

Juan López Coronado  
Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática.  
Universidad Politécnica de Cartagena.  
Campus Muralla del Mar, s/n. 30202 Cartagena  
jl.coronado@upct.es

## Resumen

En los últimos siete años, se ha puesto de manifiesto un gran interés por el uso de cabezales robotizados, así llamados por su semejanza con los sistemas de visión de los primates, por el gran número de cabezales construidos con diferentes diseños, capacidades y prestaciones [3]. En este trabajo se aplica al cabezal LINCE el método genérico propuesto por P.M. Sharkey [4], para el análisis cinemático de cabezales estereoscópicos. Este método permite describir el movimiento del cabezal robotizado desde el punto de vista del usuario de este dispositivo, es decir del punto de vista de los investigadores en visión artificial, en lugar de utilizar la notación estándar propuesta en robótica por Denavit-Hartenberg [1].

**Palabras Clave:** cabezales estereoscópicos, visión activa, análisis cinemático, singularidades cinemáticas.

## 1 INTRODUCCIÓN.

El método estandarizado más comúnmente utilizado para la definición de sistemas de referencia en robótica es la notación de Denavit-Hartenberg (D-H) [1], en esta notación los sistemas de referencia se determinan usando cuatro parámetros por cada grado de libertad del manipulador, estos parámetros son: torsión del eslabón ( $\alpha_i$ ), distancias de articulación ( $d_i$ ,  $a_i$ ) y rotación de la articulación  $\theta_i$ . Usando estos cuatro parámetros la matriz de rotación de articulación para el eslabón  $i$ -ésimo viene dada por:

$${}^{i-1}T_i = Rot(x_i, \mathbf{a}_i) \cdot Trans(x_{i-1}, a_{i-1}) \cdot Trans(z_i, d_i) \cdot Rot(z_i, \mathbf{q}_i) \quad (1)$$

Cuando la notación de Denavit-Hartenberg (D-H) se aplica a cabezales estereoscópicos, la disposición de los sistemas de referencia que se obtiene no coincide con la notación que se usa normalmente en el campo de visión artificial. La disposición de los ejes siguiendo las rígidas reglas de D-H hacen que se deban introducir desplazamientos para posicionar los sistemas de referencia. Además, en los cabezales estereoscópicos los ejes de las articulaciones forman normalmente un ángulo de  $\pm k \cdot \pi/2$  radianes, por lo que se han de introducir rotaciones entre sistemas de referencia que hacen que la notación de D-H se complique.

Mientras que la notación D-H asigna el eje  $z$  a los ejes de rotación (o translación para articulaciones prismáticas), en visión artificial se asignan los ejes  $z$  para apuntar a la dirección en la que están mirando las cámaras, de esta forma el valor de  $z$  representa la distancia del objeto al centro del marco de la imagen. Asignando valores positivos a lo largo del eje  $y$  para caracterizar los puntos de la mitad superior de la imagen, y siguiendo la regla de la mano derecha, se asignan valores positivos en el eje  $x$  para denotar las características a la izquierda del centro de la imagen. Con esta notación, una rotación en torno al eje  $z$  da lugar a una rotación del objeto en la dirección de las agujas del reloj en torno al centro de la imagen.

La orientación de los ejes ópticos se va a extender en este trabajo a las demás articulaciones, de forma que la asignación de ejes se hace desde el punto de vista de visión, de manera que los ejes  $z$  representan

la dirección en la que el robot está mirando. La mayor ventaja con esta notación es la reducción de los ángulos de rotación entre sistemas de referencia.

Cada cámara tiene tres ejes ópticos que se obtienen motorizando el iris, focus y zoom. El iris controla el nivel de iluminación abriendo y cerrando la apertura de la cámara y no tiene efecto en la cinemática del cabezal. Este sin embargo tiene una relevancia directa en el procesado de la imagen y el control de las lentes (si no es automático). Ambos focus y zoom afectan a la cinemática desplazando el origen óptico de la cámara (los arrays CCD) cuando se cambian los niveles de focus y zoom. Además los grados de libertad de los zooms se acoplan directamente a la cinemática de la plataforma y su influencia dependerá del nivel de zoom y de lo cerca o lejos que se coloque la cámara del objeto. Los offsets mecánicos en términos de ángulos de giro y distancias permanecerán dentro de las tolerancias del diseño pero podrían incluirse dentro del análisis cinemático propuesto. Sin embargo, con un buen diseño mecánico del cabezal estos offsets se pueden minimizar, de forma que se pueden calcular si se desea por medio de calibración óptica. Estos offsets en el cabezal LINCE son muy pequeños por lo que no se tienen en cuenta en este trabajo.

El procedimiento de análisis cinemático que se presenta en este artículo está basado en los trabajos de P.Sharkey [4]. Este método se aplica sobre el cabezal estereoscópico LINCE desarrollado por el grupo NeuroCor de la UPCT [2]. Este artículo se organiza en 4 secciones. En la primera sección se muestra la disposición de sistemas de referencia en el cabezal LINCE. En la segunda sección se plantea el modelo cinemático directo del cabezal LINCE. En la tercera sección se plantea el modelo cinemático inverso del cabezal LINCE. En la cuarta sección se determina la matriz jacobiana de LINCE. En la sección quinta se muestran las conclusiones de este trabajo.

## 2 SISTEMAS DE REFERENCIA EN EL CABEZAL LINCE.

LINCE es un cabezal estereoscópico para visión activa diseñado por el grupo NeurRoCor de la UPCT [2]. Tiene cinco grados de libertad y como característica más relevante presenta movimientos de elevación independientes para cada cámara. Se ha diseñado para incluir lentes motorizadas con foco, zoom y apertura controlables. Las cámaras están montadas sobre unos carritos que permiten ajustar manualmente las posiciones de los centros ópticos de las cámaras, lo cual permite hacerles coincidir con la intersección de los ejes de vergencia y elevación. Con los centros ópticos

colocados en estas posiciones, las rotaciones de las articulaciones se hacen sobre los ejes horizontales y verticales de los planos de las imágenes de las cámaras, y esto en definitiva es aconsejable ya que simplifica la calibración del sistema y las transformaciones cinemáticas. La distancia interocular es de 360mm y la altura de los ejes de giro de las elevaciones respecto a la base del robot es de 250mm. En la figura 1 se muestra un dibujo de este cabezal en donde se presentan los ejes de giro de sus articulaciones.

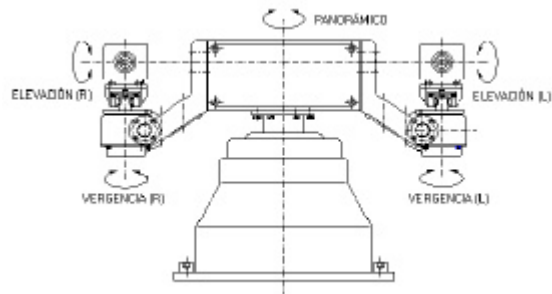


Figura 1: Ejes de giro en el cabezal LINCE.

La asignación de sistemas de referencia se ha hecho atendiendo al criterio de que los ejes z apunten a la dirección a la que está mirando el cabezal, es decir siguiendo el criterio para la asignación de sistemas de referencia ópticos. Estos sistemas de referencia son los siguientes:

- $\{W\}$ : Sistema de referencia universal.
- $\{B\}$ : Sistema de referencia Base. Es un Sistema de Referencia ligado a la base del Cabezal.  $\{B\}$  se relaciona con  $\{W\}$ , normalmente, mediante una simple translación. El eje y del Sistema de Referencia se denomina  $y_B$ , y apunta hacia arriba. Si LINCE se acopla sobre un brazo robot la relación entre  $\{B\}$  y  $\{W\}$  se obtiene mediante una Matriz de Transformación Homogénea  ${}^W T_B$ , que en definitiva es la cinemática directa del manipulador. Si el cabezal se monta sobre un AGVs u otros tipos de plataformas móviles  ${}^W T_B$  no se podría medir directamente y por tanto se debería estimar.
- $\{P\}$ : Sistema de referencia Panorámico. El eje  $y_P$  coincide con el eje  $y_B$ . El eje  $z_P$  se toma de forma que representa la *dirección panorámica*.  $\{P\}$  coincide con  $\{B\}$ , cuando  $\theta_P=0$ . De este modo,  $\{P\}_{ORIGEN}=\{B\}$ .
- $\{CS_{L/R}\}$ : Separación de Cámaras (Derecha /Izquierda). La distancia entre cámaras se denomina distancia interocular y se referencia como  $2\delta$ . P.M.Sharkey en [4], introduce un sistema de referencia para tener en cuenta los cabezales con distancia interocular variable. Los sistemas de coordenadas  $\{CS_{L/R}\}$  se

posicionan de forma que sus ejes x coincidan con los ejes de giro de las elevaciones. En el cabezal LINCE la distancia interocular es constante, por tanto  $\{CS_{L/R}\}_{ORIGEN} = \{CS_{L/R}\}$ . Los sistemas de ejes  $\{CS_{L/R}\}$  están separados de  $\{P\}$  en el eje y una magnitud  $y_{CS0}=0.250m$ , y en el eje x una magnitud  $\delta=0.180m$ . En LINCE, debido a la precisión en su construcción  $z_{CS0}=0$ .

- $\{E_{L/RC}\}$ : Elevaciones Independientes (Derecha / Izquierda).

Está relacionado con  $\{CS\}$  a través de la rotación de los ejes de elevación ( $\theta_E$ ) sobre el eje  $x_E$ . La rotación se hace en la dirección negativa para asegurar valores positivos de  $\theta_E$  indiquen el movimiento hacia arriba. Cuando el cabezal se encuentra en la posición origen  $\{E_{L/RC}\}_{ORIGEN}$ ,  $z_E$  es paralelo a  $z_P$ , además  $\{E_{L/RC}\}_{ORIGEN} = \{CS_{L/R}\}$ . Para cabezales con elevación común los ejes de elevación de cada cámara están mecánicamente acoplado. Ambas cámaras se elevan conjuntamente, por tanto se puede definir un solo sistema de referencia de elevación  $\{E\}$  situado en el centro de la línea base.

- $\{G\}$ : Sistema de referencia de la Mirada.

El eje Z de este sistema,  $z_G$ , determina la dirección de la mirada y sobre este eje convergen las direcciones de ambas cámara. Idealmente este punto debería ser equidistante de los orígenes de los dos sistemas de referencia ópticos, pero esto depende de los parámetros de las cámaras, lentes, focus y zoom así como de la calidad de la construcción y precisión en el montaje de las cámaras. El sistema de referencia  $\{G\}$  se relaciona con  $\{E\}$  a través de la translación  $(0, y_{vo}, z_{vo})$  en  $(x_E, y_E, z_E)$  y coincidirá con  $\{E\}$  solamente si las elevaciones y las vergencias tienen el mismo origen.

- $\{U\}$ : Mirada sin elevación.

El eje Z de este sistema de referencia siempre apunta al horizonte.  $\{U\}$  coincide siempre con  $\{G\}$  cuando está en la posición origen ( $\theta_E = 0$ ). La dirección de  $z_U$  es paralela a la dirección de  $z_P$  y  $\{U\}$  esta relacionado con  $\{P\}$  a través del desplazamiento constante  $(0, y_{CS0} + y_{vo}, z_{CS0} + z_{vo})$  en  $(x_P, y_P, z_P)$ .

- $\{V_{L/R}\}$ : Vergencias (derecha/izquierda)

Se relaciona con  $\{E_{L/RC}\}_{ORIGEN}$  mediante la translación  $(0, y_{vo}, z_{vo})$ . La rotación de las vergencias izquierda y derecha se realiza sobre el eje  $y_v$ , y se designan por  $\theta_v$ . En la posición origen, ( $\theta_v = 0$ ), los ejes  $z_v$  son paralelos  $z_G$  y a  $z_E$ .

- $\{O_{L/R}\}$ : Sistema de referencia óptico (Derecha/Izquierda).

Este sistema de referencia define el centro óptico y la orientación de las cámaras, todos los resultados del procesamiento de imágenes se devuelven

referidos a estos sistemas de coordenadas.  $\{O_{L/R}\}$  se relaciona con  $\{V_{L/R}\}$ , para sistemas sin ciclortorsión, mediante seis offset, tres de posición (u, v, w) y tres de orientación ( $\alpha, \beta, \gamma$ ). Los offsets de estos sistemas de coordenadas dependen de la precisión de las cámaras, las lentes y de la configuración de los focus y zooms. La posición origen se define cuando se enfoca al infinito y se fija a un valor el campo nominal de visión.

- $\{T\}$ : El Objetivo.

Describe la posición del objeto de interés con referencia al sistema  $\{W\}$ . Este sistema de referencia se posiciona sobre el centro de gravedad del objeto.

En la figura 2 se muestra la disposición de estos sistemas de referencia.

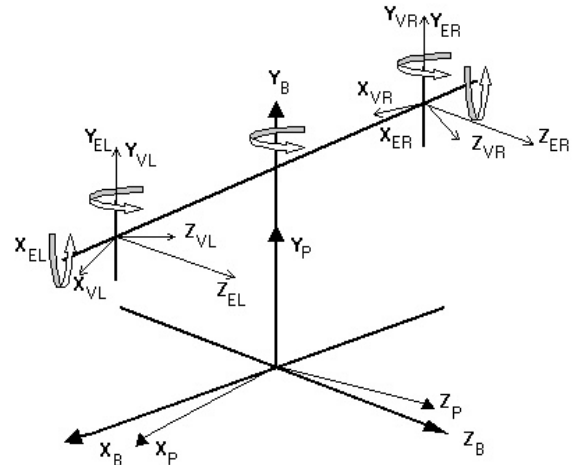


Figura 2: Sistemas de Referencia en LINCE.

### 3 CINEMÁTICA DIRECTA.

Las relaciones cinemáticas entre los sistemas de referencia definidos en el apartado anterior se obtienen mediante matrices de transformación homogénea. El desarrollo cinemático que sigue está parametrizado por s, donde  $s=+1$  se refiere a la cámara izquierda y  $s=-1$  se refiere a la cámara derecha. Las matrices de rotación homogénea que relacionan los sistemas de referencia descritos en la sección anterior son las siguientes:

$${}^B T_P = Rot(y_p, \mathbf{q}_P); \quad (2)$$

$${}^P T_{CS} = Trans(x_p, s \cdot 180) \cdot Trans(y_p, 250) \cdot Trans(z_p, 0); \quad (3)$$

$${}^{CS} T_E = Rot(x_{CS}, -\mathbf{q}_E); \quad (4)$$

$${}^E T_V = \text{Trans}(y_E, 0) \cdot \text{Trans}(z_E, 0) \cdot \text{Rot}(y_V, \mathbf{q}_V); \quad (5)$$

$${}^V T_O = \text{Trans}(u, v, w) \cdot \text{Rot}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{g}); \quad (6)$$

$${}^O T_T = \text{Trans}(z_O, d_T); \quad (7)$$

donde,

$$\text{Rot}(y_P, \mathbf{q}_P) = \begin{bmatrix} C\mathbf{q}_P & 0 & S\mathbf{q}_P & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\mathbf{q}_P & 0 & C\mathbf{q}_P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\text{Trans}(x_P, s \cdot 180) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & s \cdot 180 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\text{Trans}(y_P, 250) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 250 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\text{Trans}(z_P, 0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\text{Rot}(x_{CS}, -\mathbf{q}_E) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C - \mathbf{q}_E & -S - \mathbf{q}_E & 0 \\ 0 & S - \mathbf{q}_E & C - \mathbf{q}_E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\text{Trans}(y_E, 0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\text{Trans}(z_E, 0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\text{Rot}(y_V, \mathbf{q}_V) = \begin{bmatrix} C\mathbf{q}_V & 0 & S\mathbf{q}_V & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\mathbf{q}_V & 0 & C\mathbf{q}_V & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$${}^V T_O = I_{4 \times 4} \quad (16)$$

$$\text{Trans}(z_O, d_T) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

De esta forma, la Transformación Homogénea desde el sistema de referencia del objeto {T} al sistema de referencia de la base {B} será:

$${}^W T_T = {}^B T_P \cdot {}^P T_{CS} \cdot {}^{CS} T_E \cdot {}^E T_V \cdot {}^C T_O \cdot {}^O T_T \quad (18)$$

y realizando la multiplicación de matrices:

$${}^W T_T = [C_1 \quad C_2 \quad C_3 \quad C_4] \quad (19)$$

donde,

$$C_1 = \begin{bmatrix} S_P C_V + S_V (-S_P C_E) \\ -S_V S_E \\ -S_P C_V - C_P C_E S_V \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} -S_P S_E \\ C_E \\ -C_P S_E \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} C_P S_V + C_V S_P C_E \\ C_V S_E \\ -S_P C_V + C_P C_E C_V \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$C_4 = \begin{bmatrix} d_T C_P S_V + (d_T C_V)(S_P C_E) + s180 C_P \\ (d_T C_V)(S_E) + 250 \\ d_T S_P S_V + d_T C_V C_P C_E - s180 S_P \\ 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

La cinemática directa desde la base a la posición objeto se puede determinar:

$${}^B D = {}^W T_T x \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} f_1(\Theta, s\mathbf{d}) & f_2(\Theta, s\mathbf{d}) & f_3(\Theta, s\mathbf{d}) & 1 \end{bmatrix}^T \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_T C_P S_V + (d_T C_V)(S_P C_E) + s180 C_P \\ (d_T C_V)(S_E) + 250 \\ d_T S_P S_V + d_T C_V C_P C_E - s180 S_P \end{bmatrix} \quad (25)$$

### 3.1 LIMITACIONES CINEMÁTICAS.

Supongamos que las cámaras están mirando a un mismo objetivo. En esta situación los ángulos de elevación de las dos cámaras son iguales,  $\theta_E = \theta_{E/L} = \theta_{E/R}$ . Esta configuración limita tanto  $z_{V/R}$  como  $z_{V/L}$  a un simple plano, y por triangulación se deducen las siguientes limitaciones en las variables  $\theta_{V/L}, \theta_{V/R}, d_{T/L}, d_{T/R}$ :

Igualando las proyecciones sobre el eje z:

$$d_{TR} C_{VR} = d_{TL} C_{VL} \quad (26)$$

$$2 \cdot 180 = d_{TR} S_{VR} - d_{TL} S_{VL} \quad (27)$$

sustituyendo la ecuación (26), en (27) y despejando  $d_{TR}$ :

$$d_{TR} = \frac{2 \cdot 180 \cdot C_{VL}}{S_{VR} C_{VL} - C_{VR} S_{VL}} \quad (28)$$

teniendo en cuenta:

$$\text{sen}(\mathbf{a} - \mathbf{b}) = S_{\mathbf{a}-\mathbf{b}} = \text{sen } \mathbf{a} \cdot \cos \mathbf{b} - \cos \mathbf{a} \cdot \text{sen } \mathbf{b}$$

se deduce:

$$d_{TR} = \frac{2 \cdot 180 C_{VL}}{S_{VR-VL}} \quad (29)$$

$$d_{TL} = \frac{2 \cdot 180 \cdot C_{VR}}{S_{VR-VL}} \quad (30)$$

Sustituyendo en la ecuación general cinemática (19), y particularizando al lado derecho  $s = -1$ , y  $d_T = d_{TR}$ .

$${}^B D =$$

$$= \begin{bmatrix} 180 \cdot C_P \frac{S_{VR+VL}}{S_{VR-VL}} + S_P \left( 2 \cdot 180 \cdot C_E \frac{C_{VL} C_{VR}}{S_{VR-VL}} \right) \\ S_E \left( 2 \cdot 180 \frac{C_{VL} C_{VR}}{S_{VR-VL}} \right) + 250 \\ 180 \cdot S_P \frac{S_{VR+VL}}{S_{VR-VL}} + C_P \left( 2 \cdot 180 \cdot C_E \frac{C_{VL} C_{VR}}{S_{VR-VL}} \right) \end{bmatrix} \quad (31)$$

Si el objetivo se encuentra en la dirección de la mirada  $z_G$ , las cámaras vergen solamente sobre la dirección de la mirada los ángulos  $\theta_{VR} = -\theta_{VL}$ . Esto imponen las siguientes restricciones:

$$S_{VR-VL} = 2 S_{VR} C_{VR}; d_{TR} = d_{TL}; d_{TR} S_{VR} = 180,$$

con lo que las ecuaciones de la cinemática directa se reducen a:

$${}^B D = \begin{bmatrix} S_P (180 \cdot C_E \cdot \cot_{VR}) \\ S_E (180 \cot_{VR}) + 250 \\ C_P (180 \cdot C_E \cdot \cot_{VR}) \end{bmatrix} \quad (32)$$

donde  $\cot_{VR} = \cotan(\theta_{VR})$ .

## 4 CINEMÁTICA INVERSA.

La cinemática inversa resuelve el problema de la determinación de los ángulos de las articulaciones dadas las coordenadas de un objetivo,  ${}^B D$ . Es decir, proyecta las coordenadas de un punto del espacio 3D en el espacio de las articulaciones del cabezal. Como se ha visto el cabezal LINCE tiene 5 grados de libertad, sin considerar los grados de libertad ópticos, mientras que la posición de un objetivo queda determinada por solo 3 coordenadas. Por tanto se han de buscar mecanismos para reducir esta redundancia. Cuando se enfoca a un mismo punto de objetivo, los ángulos de elevación de las cámaras izquierda y derecha son iguales ( $\theta_{EL} = \theta_{ER}$ ), esta consideración reduce el número de variables indeterminadas de 5 a 4, estas variables son: ángulo panorámico, ángulo de elevación, ángulo de vergencia izquierdo y ángulo de vergencia derecho. Para dar una solución a esta problemática se pueden seguir los planteamientos que se explican a continuación.

### 4.1 MIRADA CON VERGENCIA SIMÉTRICA.

En este caso, se asume que el cabezal está mirando al objetivo con los mismos ángulos en las

articulaciones de vergencia,  $\theta_{VR} = -\theta_{VIL}$ . Introduciendo esta condición en la ecuación (31), el problema se reduce a la expresión matricial (33).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_P (180 \cdot C_E \cot_{VR}) \\ S_E (180 \cot_{VR}) + 250 \\ C_P (180 \cdot C_E \cot_{VR}) \end{bmatrix} \quad (33)$$

Dividiendo la primera fila por la tercera:

$$\frac{x}{z} = \tan \mathbf{q}_P \quad (34)$$

El ángulo de giro de la articulación panorámica será:

$$\mathbf{q}_P = \arctan\left(\frac{x}{z}\right) \quad (35)$$

Operando con la primera y la tercera ecuación de (33):

$$180 \cdot \cot_{VR} C_E = \frac{x}{S_P} = \frac{z}{C_P} = A \quad (36)$$

Operando con la segunda ecuación de (33):

$$180 \cdot \cot_{VR} S_E = y - 250 = B \quad (37)$$

Multiplicando (36) por  $S_E$  y (37) por  $C_E$ , sumando ambas ecuaciones y teniendo en cuenta que,

$$S_E^2 + C_E^2 = 1$$

se obtiene la expresión:

$$-AS_E + BC_E = 0 \quad (38)$$

Con lo que el valor de la rotación de las articulaciones de elevación se obtiene de la expresión:

$$\mathbf{q}_E = \cos^{-1}\left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right) \quad (39)$$

El valor de la rotación de las articulaciones de vergencia se obtiene desde la ecuación (36),

$$\cot_{VR} = \frac{A}{180 \cdot C_E} \quad (40)$$

La solución a esta ecuación se hace degenerada cuando  $z$  tendiendo a cero. En este caso, los ángulos de vergencia o elevación se aproximan a  $\pm \pi/2$ .

## 4.2 MIRADA SIN MOVIMIENTO PANORÁMICO.

En el cabezal LINCE la articulación panorámica arrastra una gran carga inercial, por tanto las prestaciones dinámicas de esta articulación serán inferiores a las de vergencia. Una solución para reducir el número de incógnitas a 3 consiste en no mover la articulación panorámica. De esta forma, la posición de la articulación panorámica se introduce en las ecuaciones cinemáticas junto con la posición deseada del objetivo. Esto es equivalente a premultiplicar la ecuación (18) en ambos lados por la matriz  $\text{Rot}(z_P, -\theta_P)$ . De esta forma, las ecuaciones cinemáticas se reducen a:

$${}^B T_T = {}^B T_P {}^P T_E {}^E T_V \quad (41)$$

por lo que,

$${}^B D = {}^B T_T [0,0,0,1] \quad (42)$$

teniendo en cuenta (41),

$${}^B D = {}^B T_{P-q_P} {}^B T_P {}^P T_E {}^E T_V \cdot [0,0,0,1] \quad (43)$$

Obteniéndose:

$$\begin{bmatrix} d_{TR} S_{VR} - 180 \\ S_E (d_{TR} C_{VR}) + 250 \\ C_E (d_{TR} C_{VR}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x C_P - z S_P \\ y \\ x S_P + z C_P \end{bmatrix} \quad (44)$$

reordenando (44):

$$\begin{bmatrix} d_{TR} S_{VR} \\ S_E (d_{TR} C_{VR}) \\ C_E (d_{TR} C_{VR}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x C_P - z S_P + 180 \\ y - 250 \\ x S_P + z C_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix} \quad (45)$$

Multiplicando la segunda ecuación por  $C_E$  y la tercera por  $S_E$  y restandolas, se obtiene la ecuación (50),

$$y_o C_E - z_o S_E = 0 \quad (50)$$

De donde se obtiene el valor del ángulo de elevación,

$$\mathbf{q}_E = \cos^{-1} \left( \frac{z_o}{\sqrt{z_o^2 + y_o^2}} \right) \quad (51)$$

Despejando  $d_{TR}$  de la primera ecuación de (45),

$$d_{TR} = \frac{x_0}{S_{VR}} \quad (52)$$

y sustituyendo (52) en la segunda ecuación de (45), se obtiene:

$$\mathbf{q}_{VR} = \text{tag}^{-1} \left( \frac{y_0}{x_0 S_E} \right) \quad (53)$$

El valor de  $\theta_{VL}$  se puede obtener de forma similar de la tercera ecuación de (45) al introducir el valor de  $d_{TR}$ .

## 5 JACOBIANO DE LINCE.

En un robot manipulador la matriz jacobiana describe la relación entre la velocidad del efector final y las velocidades de las articulaciones.

El tamaño de la matriz Jacobiana es  $m \times n$  donde,  $n$  es el número de grados de libertad del manipulador, y  $m$  es el número de grados de libertad del espacio de trabajo. En el caso de LINCE,  $n=5$  si bien se asume la simplificación a  $n=4$  al considerar que las elevaciones se mueven conjuntamente. Por otro lado,  $m=3$  dado que el cabezal se mueve en el espacio tridimensional. El Jacobiano varía con la posición de las articulaciones y se puede obtener derivando la cinemática directa con respecto al tiempo.

$$[\dot{x} \dot{y} \dot{z}]^T = J(\Theta, \mathbf{d}) [\dot{q}_P \dot{q}_E \dot{q}_{VL} \dot{q}_{VR}]^T \quad (54)$$

$$J_{i,j}(\Theta, \mathbf{d}) = \mathcal{J}_i^f(\Theta, \mathbf{d}) / \mathcal{J}_j^x \quad (55)$$

donde,  $i=1, 2, 3$   $x_j = \theta_P, \theta_E, \theta_{VL}, \theta_{VR}$

El cálculo del Jacobiano es necesario cuando dadas la posición y velocidad del objetivo, se desea determinar la posición de las articulaciones y la velocidad requerida para seguir el objetivo. Esto requiere la inversión de la matriz  $J$ . Ahora bien, el problema surge cuando  $J$  no es cuadrada o el determinante tiende a cero, en este caso se dice que el robot se encuentra en una posición singular. En esta situación, para conseguir incluso velocidades

del objetivo pequeñas se necesitan velocidades muy elevadas de las articulaciones. Por esta razón los generadores de trayectorias deben evitar las singularidades conocidas de un robot. Las singularidades aparecen en aquellas situaciones en las que el rango del Jacobiano es menor que  $\min(m,n)$ .

Los elementos de la matriz Jacobiana de LINCE son los siguientes:

$$J_{11} = -180 \cdot S_P \frac{S_{VR+VL}}{S_{VR-VL}} + C_P \left( C_E \cdot 360 \frac{C_{VR} C_{VL}}{S_{VR-VL}} \right)$$

$$J_{21} = 0$$

$$J_{31} = -180 \cdot C_P \frac{S_{VR+VL}}{S_{VR-VL}} - S_P \left( C_E \cdot 360 \frac{C_{VR} C_{VL}}{S_{VR-VL}} \right)$$

$$J_{12} = -S_P \left( S_E \cdot 360 \frac{C_{VR} C_{VL}}{S_{VR-VL}} \right)$$

$$J_{22} = C_E \cdot 360 \frac{C_{VR} C_{VL}}{S_{VR-VL}}$$

$$J_{32} = -C_P \left( S_E \cdot 360 \frac{C_{VR} C_{VL}}{S_{VR-VL}} \right)$$

$$J_{13} = 180 \frac{C_P S_{2VR} + 2S_P C_E C_{VR}^2}{S_{VR-VL}^2}$$

$$J_{23} = 360 \frac{S_E C_{VR}^2}{S_{VR-VL}^2}$$

$$J_{33} = 180 \frac{-S_P S_{2VR} + 2C_P C_E C_{VR}^2}{S_{VR-VL}^2}$$

$$J_{14} = 180 \frac{-S_P S_{2VL} + 2S_P C_E C_{VL}^2}{S_{VR-VL}^2}$$

$$J_{24} = -360 \frac{S_E C_{VL}^2}{S_{VR-VL}^2}$$

$$J_{34} = 180 \frac{S_P S_{2VL} - 2C_P C_E C_{VL}^2}{S_{VR-VL}^2}$$

La determinación de las singularidades para la matriz 3 x 4 anterior utilizando la regla anterior, es un proceso complicado. Ahora bien, si se hacen las simplificaciones de los apartados 4.1 y 4.2, las singularidades se pueden deducir fácilmente.

### 5.1 MIRADA CON VERGENCIA SIMÉTRICA.

En este caso, el determinante de la matriz jacobiana está dado por la expresión:

$$\left| J_{P,E,V} \right| = \frac{180}{2S_{VR}^2} \Delta(\Delta C_E), \Delta = \frac{180 \cdot C_{VR}}{S_{VR}} \quad (56)$$

La singularidad más obvia ocurre cuando  $\Delta = 0$  es decir, cuando  $\cot^{-1}(\mathbf{q}_{VR}) = 0$ . De este modo,  $\Delta = 0$  representa la situación en la que las dos cámaras están mirando al origen del sistema de referencia {G}. Como los ejes de elevación y vergencia se interceptan esta singularidad ocurre en  $\theta_{VR} = \pm \pi/2$ , tal y como se esperaba.

### 5.2 MIRADA SIN MOVIMIENTO PANORÁMICO.

En este caso asumimos que el eje panorámico queda inmóvil, por tanto el Jacobiano dependerá únicamente de la elevación y las vergencias. El eje panorámico queda inmovilizado, supongamos que  $\theta_p = 0$ . El determinante en este caso es:

$$\left| J_{E,VL,VR} \right| = \frac{4 \cdot 180^2}{S_{VR-VL}^3} \Delta C_{VR+VL}, \Delta = 360 \cdot \frac{dC_{VR}}{S_{VR-VL}} \quad (57)$$

Las singularidades tienen lugar cuando  $\theta_{VR} = \pm \pi/2$  o  $\theta_{VL} = \pm \pi/2$ . Otra singularidad tiene lugar cuando  $\theta_{VR} + \theta_{VL} = \pm \pi/2$ . La interpretación física de esta situación es que el objeto está muy próximo a una cámara y está separado una distancia  $2 \delta$  de la otra cámara.

Estas regiones singulares (regiones que engloban las singularidades del Jacobiano) normalmente se encuentran fuera del campo de trabajo de los dispositivos de visión. La región de operación de los algoritmos de visión cubre un sector del espacio de trabajo del cabezal. Esta región de operación depende exclusivamente de la distancia a las cámaras del cabezal, y generalmente no incluyen las regiones singulares del cabezal.

## 6 CONCLUSIONES.

En este trabajo se presenta un nuevo enfoque para realizar los estudios cinemáticos de cabezales robotizados. Esta metodología está basada en los trabajos de P.M.Sharkey [4] y ha sido particularizada para el cabezal estereoscópico LINCE. Este nuevo enfoque parte de una asignación de sistemas de referencia distinta a la de Denavit-Hartenberg que es la seguida normalmente en robótica. Esta asignación de sistemas de referencia sigue las reglas propias del campo de visión artificial. Como resultado, se obtiene una metodología bastante directa y simplificada. Se han estudiado las configuraciones particulares en donde se limita el movimiento de las articulaciones del cabezal, de esta forma las ecuaciones cinemáticas se convierten en sistemas de ecuaciones determinados con soluciones analíticas. Por último, se ha calculado el jacobiano de LINCE, el cual permite determinar las velocidades de las articulaciones necesarias para alcanzar una determinada velocidad del objetivo. De este jacobiano se dedujeron las singularidades del cabezal LINCE.

### Agradecimientos.

Los autores desean agradecer al CEDETEL y a la CICYT por su apoyo económico para el desarrollo del cabezal LINCE.

### Referencias.

- [1] Denavit, J., Hartenberg, R.S., (1955). "A Kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices", J.App.Mech, vol.77 pp.215-221.
- [2] Guerrero, A., Coronado, J.L., "LINCE: Un cabezal Binocular Estereoscópico de Altas Prestaciones para Visión Activa", Automática e Instrumentación, nº 297, pp.68-71. Junio 1999.
- [3] Guerrero, A., (2000). "Arquitectura de control neuronal de inspiración biológica para la coordinación cabeza-brazo". Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Cartagena.
- [4] Sharkey, P.M., Murray, D.W., Heuring, J., (1997). "On the Kinematics of a Robot Head". IEEE Transactions on Robotics & Automation.. vol. 13, nº3.