

ANÁLISIS DINÁMICO DEL CABEZAL ESTEREOSCÓPICO LINCE EN MANIOBRAS DE PERSECUCIÓN DE OBJETIVOS.

Antonio Guerrero González.
Grupo de Neurotecnología, Control y Robótica. (NEUROCOR)
Universidad Politécnica de Cartagena.
Antonio.guerrero@ucpt.es

Rafael Gutierrez del Caño
Grupo de Neurotecnología, Control y Robótica. (NEUROCOR)
Universidad Politécnica de Cartagena.

Juan Luis Pedreño Molina
Grupo de Neurotecnología, Control y Robótica. (NEUROCOR)
Universidad Politécnica de Cartagena.
juan.pmolina@upct.es

Jose Javier Martínez Alvarez
Grupo de Neurotecnología, Control y Robótica. (NEUROCOR)
Universidad Politécnica de Cartagena.
Jjavier.martinez@upct.es

Juan López Coronado.
Grupo de Neurotecnología, Control y Robótica. (NEUROCOR)
Universidad Politécnica de Cartagena.
Jl.coronado@upct.es

Resumen

En este artículo se presenta un estudio dinámico del cabezal estereoscópico LINCE. Este estudio se ha realizado desde el punto de vista tradicional en robótica pero haciendo una serie de consideraciones importantes que permite simplificar todo el proceso de cálculo. El modelo dinámico se ha obtenido haciendo uso de la formulación de Lagrange – Euler y mediante el método propuesto por C.S.G. Lee. Para obtener la distribución de masas del cabezal LINCE se hizo el modelado de sólidos en AUTOCAD. Este estudio está siendo muy útil para trabajos de simulación, re- diseño mecánico y optimización del consumo de energía (en aplicaciones donde la energía se suministra desde baterías).

Palabras Clave: cabezal estereoscópico, análisis dinámico, visión activa.

1 INTRODUCCIÓN.

Con el fin de optimizar las prestaciones de movimiento del cabezal LINCE, es aconsejable disponer del conjunto de ecuaciones diferenciales que describen su comportamiento dinámico. Tales ecuaciones de movimiento serán útiles para realizar simulaciones por computador del cabezal, servirán

como soporte a la hora de diseñar los algoritmos de control del cabezal, permitirán optimizar algunos de los componentes del cabezal en próximas versiones o serán imprescindibles a la hora de optimizar el consumo energético del cabezal.

Para obtener la formulación dinámica del cabezal caben varios planteamientos basados en las metodologías de Lagrange-Euler, “Lagrange Recursiva”, Newton-Euler, o bien el principio de D’Alembert. De estos planteamientos dos son los más usados por la mayoría de los investigadores para obtener sistemáticamente el modelo dinámico, la formulación de Lagrange-Euler y la formulación de Newton-Euler. En este trabajo se hace uso de la formulación de Lagrange-Euler de donde derivamos un método sencillo y sistemático. El método que se ha utilizado para la obtención del modelo dinámico es el propuesto por C.S.G. Lee, y está basado en la formulación de Lagrange- Euler junto con la representación matricial de Denavit- Hartenberg. Este algoritmo se expresa mediante operaciones matriciales para facilitar el análisis y la implementación por computador.

2 APLICACIÓN DEL METODO DE C.S.G. LEE AL CABEZAL LINCE.

Para la obtención del Modelo Dinámico del Estero-Cabezal 'LINCE', se procederá siguiendo el método propuesto por C.S.G. LEE [1]. Este método permite obtener las ecuaciones dinámicas de movimiento sin incluir ni las pérdidas mecánicas por fricción, ni la dinámica de los sistemas electrónicos de control, y da como resultado un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales de segundo orden basado en matrices de transformación homogéneas (4x4).

Dado que el Cabezal 'LINCE' presenta cinco grados de libertad de rotación, las coordenadas generalizadas vendrán dadas por $q=(\theta_P, \theta_{EL}, \theta_{ER}, \theta_{VL}, \theta_{VR})$, donde q es el vector de las variables de las articulaciones y θ_i son las coordenadas generalizadas de rotación.

Para simplificar la designación de variables se va a adoptar una nueva notación, que va a permitir obtener el modelo dinámico como superposición de dos configuraciones elementales de 3 grados de libertad, lo que reduce notablemente el calculo matricial al aplicar el método de C.S.G. Lee, que como se ha comprobado, es complicado de manejar con los cinco grados de libertad del cabezal sin ningún tipo de consideración.

Para una mayor claridad en la aplicación del algoritmo de C.S.G Lee, y en la superposición que a continuación plantearemos, se ha realizado el siguiente cambio de notación de los Sistemas de Referencia y de variables de articulación:

$$\begin{aligned} \{ B \} &\Rightarrow \{ 0 \} \\ \{ P \} &\Rightarrow \{ 1 \} \quad \theta_P \Rightarrow \theta_1 \\ \{ E_L \} &\Rightarrow \{ 2 \} \quad \theta_{EL} \Rightarrow \theta_2 \quad (s = 1) \\ \{ E_R \} &\Rightarrow \{ 2' \} \quad \theta_{ER} \Rightarrow \theta_{2'} \quad (s = -1) \\ \{ V_L \} &\Rightarrow \{ 3 \} \quad \theta_{VL} \Rightarrow \theta_3 \quad (s = 1) \\ \{ V_R \} &\Rightarrow \{ 3' \} \quad \theta_{VR} \Rightarrow \theta_{3'} \quad (s = -1) \end{aligned} \quad (1)$$

La superposición de efectos que se plantea solo afecta al grado de libertad del movimiento panorámico, que es el único al que afectan simultáneamente las cadenas cinemáticas derecha e izquierda del cabezal.

Aplicando el método de C.S.G. Lee las ecuaciones dinámicas de movimiento de LINCE quedan contenidas en la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_i = & \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j \text{Tr}(U_{jk} J_j U_{ji}^t) \ddot{q}_k + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j \sum_{m=1}^j \text{Tr}(U_{jkm} J_j U_{ji}^t) \dot{q}_k \dot{q}_m \\ & - \sum_{j=1}^n m_j \cdot g \cdot U_{ji} \bar{r}_j \end{aligned} \quad (2)$$

o bien,

$$\mathbf{t}_i = \sum_{k=1}^n D_{ik} \ddot{q}_k + \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n H_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m + G_i \quad (3)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

y en forma matricial,

$$\mathbf{t} = D(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + H(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}) + G(\mathbf{q}) \quad (4)$$

donde para $\mathbf{q} = (q_1, q_2, q_3, \dots, q_n)$, representan las coordenadas internas de vergencias derecha, vergencia izquierda, elevación derecha, elevación izquierda y panorámico.

Por otro lado, las variables U_{ij} está definido como:

$$U_{ij} = \frac{\mathcal{A}_o^i}{\mathcal{A}_j} \quad (5)$$

donde A representan las matrices de transformación homogénea, las cuales son funciones de las variables de articulación del cabezal y los parámetros y_{CS0} , z_{CS0} , y_{V0} , z_{V0} , δ propios de la estructura física del cabezal [xx].

Haciendo uso de las matrices Q , se puede expresar (5):

$$U_{ijj} = \begin{cases} A_o^{j-1} Q_j A_{j-1}^i & \text{para } j \leq i \\ 0 & \text{para } j > i \end{cases} \quad (6)$$

Las matrices U_{ijk} definen la interacción entre articulaciones y se definen como:

$$U_{ijk} = \frac{\mathcal{U}_{ij}}{\mathcal{A}_k} = \begin{cases} A_o^{j-1} Q_j A_{j-1}^{k-1} Q_k A_{k-1}^i & i \geq k \geq j \\ A_o^{k-1} Q_k A_{k-1}^{j-1} Q_j A_{j-1}^i & i \geq j \geq k \\ 0 & i < j \text{ o } i < k \end{cases} \quad (7)$$

por otro lado, en la ecuación (2),

- $G(\theta)$ es el n-vector de fuerzas de carga gravitatorias

$$G(\mathbf{q}) = (G_1, G_2, \dots, G_n)^t$$

$$G_i = \sum_{j=i}^n (-m_j g U_{ji} \bar{r}_j) \quad \text{para } j=1, 2, \dots, n$$

- $H(\theta, \dot{\theta})$ es el vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis

$$H(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = (H_1, H_2, \dots, H_n)^t$$

$$H_i = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n H_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m \quad \text{para } j=1, 2, \dots, n$$

$$H_{ikm} = \sum_{j=\max(i,k,m)}^n \text{Tr}(U_{jkm} J_j U_{ji}^t)$$

para $i, k, m = 1, 2, \dots, n$

- $D(\theta)$ es una matriz nxn simétrica que tiene en cuenta las fuerzas de inercia cuyos elementos son:

$$D_{ik} = \sum_{j=\max(i,k)}^n \text{Tr}(U_{jk} J_j U_{ji}^t) \quad \text{para } i, k = 1, 2, \dots, n$$

(10) τ es el vector de pares y fuerzas aplicadas a los actuadores de articulación.

2.1 CALCULO DE LAS MATRICES D_{ij}.

En este apartado se calculan los elementos de la matriz de inercia a través de la expresión dada en la expresión (3):

$$D_{ik} = \sum_{j=\max(i,k)}^n \text{Tr}(U_{jk} * U_{ji}^t) \quad \text{para } i, k = 1, 2, \dots, n$$

- Cálculo del elemento D₁₁.

$$D_{11} = \text{Tr}(U_{11} \cdot J_1 \cdot U_{11}^t) + \left[\text{Tr}(U_{21} \cdot J_2 \cdot U_{21}^t) + \text{Tr}(U_{31} \cdot J_3 \cdot U_{31}^t) \right] + \left[\text{Tr}(U_{21} \cdot J_2 \cdot U_{21}^t) + \text{Tr}(U_{31} \cdot J_3 \cdot U_{31}^t) \right]$$

Como se puede comprobar este elemento afecta a (τ_1) y esta compuesto por la superposición de la cadena cinemática izquierda (primer corchete) y derecha (segundo corchete).

- Cálculo de los elementos D₁₂ y D₂₁

$$D_{12} = D_{21} = \text{Tr}(U_{22} \cdot J_2 \cdot U_{21}^t) + \text{Tr}(U_{32} \cdot J_3 \cdot U_{31}^t)$$

- Cálculo de los elementos D₁₃ y D₃₁

$$D_{13} = D_{31} = \text{Tr}(U_{33} \cdot J_3 \cdot U_{31}^t)$$

- Cálculo de los elementos D₂₂

$$D_{22} = \text{Tr}(U_{22} \cdot J_2 \cdot U_{22}^t) + \text{Tr}(U_{32} \cdot J_3 \cdot U_{32}^t)$$

- Cálculo de los elementos D₂₃ y D₃₂

$$D_{23} = D_{32} = \text{Tr}(U_{33} \cdot J_3 \cdot U_{32}^t)$$

- Cálculo de los elementos D₃₃

$$D_{33} = \text{Tr}(U_{33} \cdot J_3 \cdot U_{33}^t)$$

2.2 CALCULO DE LO ELEMENTOS G_i.

El vector G_i recoge la influencia de la gravedad sobre los cuerpos del cabezal. Sus elementos se calculan mediante la expresión:

$$G_i = \sum_{j=i}^n (-m_j * g^t * U_{ji} * \bar{r}_j) \quad \text{para } i=1, 2, \dots, n$$

donde:

g: Vector de gravedad

r_j: Contiene las coordenadas de los centros de gravedad de los cuerpos referidos a sistemas de referencia enclavados sobre ellos mismos.

- Cálculo de los elementos G₁

$$G_1 = (-m_1 \cdot g^t \cdot U_{11} \cdot \bar{r}_1) + [(-m_2 \cdot g^t \cdot U_{21} \cdot \bar{r}_2) + (-m_3 \cdot g^t \cdot U_{31} \cdot \bar{r}_3)] + [(-m_2 \cdot g^t \cdot U_{21} \cdot \bar{r}_2) + (-m_3 \cdot g^t \cdot U_{31} \cdot \bar{r}_3)]$$

Este elemento de la ecuación matricial también afecta a (τ_1), y esta compuesto como superposición de la cadena cinemática izquierda (primer corchete) y derecha (segundo corchete).

- Cálculo de los elementos G₂

$$G_2 = (-m_2 \cdot g^t \cdot U_{22} \cdot \bar{r}_2) + (-m_3 \cdot g^t \cdot U_{32} \cdot \bar{r}_3)$$

- Cálculo de los elementos G_3

$$G_3 = (-m_3 \cdot g^t \cdot U_{32} \cdot \vec{r}_3) \quad (21)$$

2.3 DETERMINACIÓN DE LA MATRIZ $H(Q,Q)$.

El vector $H(q, \dot{q})$ representa los efectos de las fuerzas de masa (Coriolis y Centrifuga). Los elementos de $H(q,q)$ se calculan a partir de la expresión:

$$H_i = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n H_{ikm} \cdot q_k \cdot \dot{q}_m \text{ para } i=1,2,\dots,n$$

siendo

$$H_{ikm} = \sum_{j=\max(i,k,m)}^n \text{Tr}(U_{jkm} \cdot J_j \cdot U_{ji}^t), \quad (22)$$

$$i, j, k = 1, 2, \dots, n$$

Los términos de la matriz $H = [H_{ijk}]$ que se encuentran en la diagonal principal, recogen los efectos de las fuerzas de inercia, mientras que el resto recogen los efectos de las fuerzas de Coriolis. Entrando un poco más en detalles, decimos que el elemento H_{ij} representa a la fuerza centrífuga originada en el cuerpo y como consecuencia del movimiento en j , de igual modo decimos que el elemento H_{ijk} representa a la fuerza de Coriolis originada como consecuencia del movimiento relativo entre los cuerpos j y k .

Para el cálculo de estos elementos al igual que en los casos anteriores hay que tener en cuenta el efecto sobre el movimiento panorámico, de las cadenas cinemáticas izquierda y derecha, esto también implica un efecto de superposición sobre H_i y H_{111} . Además hay que tener en cuenta que para el cálculo de los demás elementos que afectan solo a la cadena izquierda y derecha basta con intercambiar los subíndices 2 y 3 por 2' y 3'.

- Cálculo de H_{111} .

$$H_{111} = \text{Tr}(U_{111} \cdot U_{11}^t) + \left[\text{Tr}(U_{211} \cdot J_2 \cdot U_{21}^t) + \text{Tr}(U_{311} \cdot J_3 \cdot U_{31}^t) \right] + \left[\text{Tr}(U_{2'11} \cdot J_{2'} \cdot U_{2'1}^t) + \text{Tr}(U_{3'11} \cdot J_{3'} \cdot U_{3'1}^t) \right] \quad (23)$$

- Cálculo de H_{112} .

$$H_{112} = \text{Tr}(U_{212} \cdot J_2 \cdot U_{21}^t) + \text{Tr}(U_{312} \cdot J_3 \cdot U_{31}^t) \quad (24)$$

- Cálculo de H_{113} .

$$H_{113} = \text{Tr}(U_{313} \cdot J_3 \cdot U_{31}^t) \quad (25)$$

- Cálculo de H_{121}

$$H_{121} = \text{Tr}(U_{221} \cdot J_2 \cdot U_{21}^t) + \text{Tr}(U_{321} \cdot J_3 \cdot U_{31}^t) \quad (26)$$

- Cálculo de H_{122}

$$H_{122} = \text{Tr}(U_{222} \cdot J_2 \cdot U_{21}^t) + \text{Tr}(U_{322} \cdot J_3 \cdot U_{31}^t) \quad (27)$$

- Cálculo de H_{123}

$$H_{123} = \text{Tr}(U_{323} \cdot J_3 \cdot U_{31}^t) \quad (28)$$

- Cálculo de H_{131}

$$H_{131} = \text{Tr}(U_{331} \cdot J_3 \cdot U_{31}^t) \quad (29)$$

- Cálculo de H_{132}

$$H_{132} = \text{Tr}(U_{332} \cdot J_3 \cdot U_{31}^t) \quad (30)$$

- Cálculo de H_{133}

$$H_{133} = \text{Tr}(U_{333} \cdot J_3 \cdot U_{31}^t) \quad (31)$$

- Cálculo de H_{211} .

$$H_{211} = \text{Tr}(U_{211} \cdot J_2 \cdot U_{22}^t) + \text{Tr}(U_{311} \cdot J_3 \cdot U_{32}^t) \quad (32)$$

- Cálculo de H_{212} .

$$H_{212} = \text{Tr}(U_{212} \cdot J_2 \cdot U_{22}^t) + \text{Tr}(U_{312} \cdot J_3 \cdot U_{32}^t) \quad (33)$$

- Cálculo de H_{213} .

$$H_{213} = \text{Tr}(U_{313} \cdot J_3 \cdot U_{32}^t) \quad (34)$$

- Cálculo de H_{221} .

$$H_{221} = \text{Tr}(U_{221} \cdot J_2 \cdot U_{22}^t) + \text{Tr}(U_{321} \cdot J_3 \cdot U_{32}^t) \quad (35)$$

- Cálculo de H_{222} .

$$H_{222} = \text{Tr}(U_{222} \cdot J_2 \cdot U_{22}^t) + \text{Tr}(U_{322} \cdot J_3 \cdot U_{32}^t) \quad (36)$$

- Cálculo de H_{223} .

$$H_{223} = \text{Tr}(U_{323} \cdot J_3 \cdot U_{32}^t) \quad (37)$$

- Cálculo de H_{231} .

$$H_{231} = \text{Tr}(U_{331} \cdot J_3 \cdot U_{32}^t) \quad (38)$$

- Cálculo de H_{232} .

$$H_{232} = \text{Tr}(U_{332} \cdot J_3 \cdot U_{32}^t) \quad (39)$$

- Cálculo de H_{233} .

$$H_{233} = \text{Tr}(U_{333} \cdot J_3 \cdot U_{32}^t) \quad (40)$$

- Cálculo de H_{311} .

$$H_{311} = \text{Tr}(U_{311} \cdot J_3 \cdot U_{33}^t) \quad (41)$$

- Cálculo de H_{312} .

$$H_{312} = \text{Tr}(U_{312} \cdot J_3 \cdot U_{33}^t) \quad (42)$$

- Cálculo de H_{313} .

$$H_{313} = \text{Tr}(U_{313} \cdot J_3 \cdot U_{33}^t) \quad (43)$$

- Cálculo de H_{321} .

$$H_{321} = \text{Tr}(U_{321} \cdot J_3 \cdot U_{33}^t) \quad (44)$$

- Cálculo de H_{322} .

$$H_{322} = \text{Tr}(U_{322} \cdot J_3 \cdot U_{33}^t) \quad (45)$$

- Cálculo de H_{323} .

$$H_{323} = \text{Tr}(U_{323} \cdot J_3 \cdot U_{33}^t) \quad (46)$$

- Cálculo de H_{331} .

$$H_{331} = \text{Tr}(U_{331} \cdot J_3 \cdot U_{33}^t) \quad (47)$$

- Cálculo de H_{332} .

$$H_{332} = \text{Tr}(U_{332} \cdot J_3 \cdot U_{33}^t) \quad (48)$$

- Cálculo de H_{333} .

$$H_{333} = \text{Tr}(U_{333} \cdot J_3 \cdot U_{33}^t) \quad (49)$$

3 MODELO DINÁMICO DEL CABEZAL LINCE.

El Modelo Dinámico para el Cabezal Estereoscópico 'LINCE', se obtiene como resultado de la aplicación del método de C.S.G. Lee, y que tiene como expresión resultante la mostrada en la ecuación (50):

$$\mathbf{t} = D(\mathbf{q}) * \ddot{\mathbf{q}} + H(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G(\mathbf{q}) \quad (50)$$

y expresada en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{t}_1 \\ \mathbf{t}_2 \\ \mathbf{t}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_1 \\ \ddot{\mathbf{q}}_2 \\ \ddot{\mathbf{q}}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_1(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3, \dot{\mathbf{q}}_1, \dot{\mathbf{q}}_2, \dot{\mathbf{q}}_3) \\ H_2(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3, \dot{\mathbf{q}}_1, \dot{\mathbf{q}}_2, \dot{\mathbf{q}}_3) \\ H_3(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3, \dot{\mathbf{q}}_1, \dot{\mathbf{q}}_2, \dot{\mathbf{q}}_3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3) \\ G_2(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3) \\ G_3(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3) \end{bmatrix} \quad (51)$$

Este Sistema de Ecuaciones Diferenciales de Segundo Orden cuyos elementos se han detallado en los apartados anteriores representa el Modelo Dinámico del Estero-Cabezal 'LINCE'.

4 DISTRIBUCIÓN DE MASAS EN EL CABEZAL LINCE.

En este apartado se realiza el estudio de la distribución de masas en el Cabezal Estereoscópico 'LINCE', a partir del modelo sólido creado en AutoCAD, (Fig.1). Este modelo en elementos sólidos nos va a permitir obtener el tensor de inercia de cada uno de los eslabones que componen el cabezal, y que están asociados a cada uno de los grados de libertad.

- Panorámico (1).
- Elevaciones (2, 2').
- Vergencia (3,3').

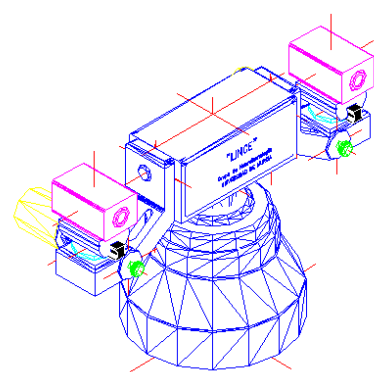


Figura 1: Modelo sólido del cabezal LINCE.

El tensor de inercias de cada uno de los eslabones (i) asociados a cada g.d.l. vendrá definido como:

$$I_i = \begin{pmatrix} I_{XXi} & I_{XYi} & I_{XZi} \\ I_{YXi} & I_{YYi} & I_{YZi} \\ I_{ZXi} & I_{ZXi} & I_{ZXi} \end{pmatrix} i = 1,2,3,4,5$$

donde cada uno de los Tensores de Inercia que calcularemos posteriormente, son el resultado de sumar las inercias de todos los sólidos asociados a su correspondiente g.d.l., este tensor es una matriz simétrica 3x3.

4.1 DISTRIBUCIÓN DE MASAS ASOCIADAS AL G.D.L. PANORÁMICO.

Los elementos asociados a este grado de libertad y que conforman el tensor de inercia para este g.d.l, son los siguientes.

- Brida Principal.
- Caja Elevaciones.
- Motor Elevaciones 1
- Motor Elevaciones 2.

El tensor de inercia panorámico que denominamos (I_1), y que corresponde a la suma de los elementos sólidos anteriormente mencionados se da en la expresión (52) y la matriz de inercias para el eslabón se da en la expresión (53).

$$I_1 = \begin{pmatrix} 0.0869821 & 0.0000000 & -0.0000958 \\ 0.0000000 & 0.0054435 & 0.0000000 \\ -0.0000958 & 0.0000000 & 0.0909236 \end{pmatrix}$$

(52)

$$J_1 = \begin{pmatrix} 0.0046925 & 0.0000000 & -0.0000958 & 0.00000 \\ 0.0000000 & 0.0862311 & 0.0000000 & 0.37314 \\ -0.0000958 & 0.0000000 & 0.0007510 & 0.00000 \\ 0.00000 & 0.37314 & 0.00000 & 1.169 \end{pmatrix}$$

(53)

4.2 DISTRIBUCIÓN DE MASAS ASOCIADAS AL G.D.L. ELEVACIÓN (2).

Los elementos asociados a este grado de libertad y que conforman el tensor de inercia para la elevación situada en el lado izquierdo del cabezal, y cuyos datos son los siguientes.

- Brazo.

- Motor de Vergencia .
- Tapa Sin-Fin 1
- Tapa Sin-Fin 2.

El tensor de inercia de la elevación izquierda que denominamos (I_2) y que corresponde a la suma de los elementos sólidos anteriormente indicados, se da en la expresión (54) y la matriz de inercias para el eslabón se da en la expresión (55).

$$I_2 = \begin{pmatrix} 0.0089033 & 0.0016055 & 0.0007471 \\ 0.0016055 & 0.0057350 & 0.0026318 \\ 0.0007471 & 0.0026318 & 0.0078454 \end{pmatrix}$$

(54)

$$J_2 = \begin{pmatrix} 0.0023385 & 0.0016055 & 0.0007471 & -0.036098 \\ 0.0016055 & 0.0055068 & 0.0026318 & -0.072562 \\ 0.0007471 & 0.0026318 & 0.0033964 & -0.034061 \\ -0.036098 & -0.072562 & -0.034061 & 1.123 \end{pmatrix}$$

(55)

4.3 DISTRIBUCIÓN DE MASAS ASOCIADAS AL G.D.L. ELEVACIÓN (2').

Los elementos asociados a este grado de libertad y que conforman el tensor de inercia para esta elevación derecha, y cuyos datos son los siguientes:

- Brazo.
- Motor de Vergencia .
- Tapa Sin-Fin 1
- Tapa Sin-Fin 2.

El tensor de inercia de la elevación derecha que denominamos (I_2') y que corresponde a la suma de los elementos sólidos anteriormente indicados, se da en la expresión (56). La matriz de inercias para este eslabón se da en la expresión (57).

$$I_2' = \begin{pmatrix} 0.0089033 & -0.0016055 & -0.0007471 \\ -0.0016055 & 0.0057350 & 0.0026318 \\ -0.0007471 & 0.0026318 & 0.0078454 \end{pmatrix}$$

(56)

$$J_2 = \begin{pmatrix} 0.0023385 & -0.0016055 & -0.0007471 & 0.036098 \\ -0.0016055 & 0.0055068 & 0.0026318 & -0.072562 \\ -0.0007471 & 0.0026318 & 0.0033964 & -0.034061 \\ 0.036098 & -0.072562 & -0.034061 & 1.123 \end{pmatrix} \quad (57)$$

4.4 DISTRIBUCIÓN DE MASAS ASOCIADAS AL G.D.L. VERGENCIAS (3-3').

Los elementos asociados a estos dos grados de libertad y que conforman el tensor de inercia para los mismos, son iguales para las dos vergencias, sus datos son los siguientes:

- Eje Vergencia-Corona..
- Guía
- Patín
- Cámara.

Los tensores de inercia de las vergencias derecha e izquierda que denominamos $(I_{3,3'})$ son iguales. Estos corresponden a la suma de los elementos sólidos anteriormente indicados y se muestran en la expresión (58). La matriz de inercias $(J_{3,3'})$ para cada una de las vergencias se da en la expresión (59).

$$I_{3,3'} = \begin{pmatrix} 0.0010457 & 0.0000000 & 0.0000000 \\ 0.0000000 & 0.0003227 & 0.0000000 \\ 0.0000000 & 0.0026318 & 0.0008936 \end{pmatrix} \quad (58)$$

$$J_2 = \begin{pmatrix} 0.0000853 & 0.0000000 & 0.0000000 & 0.0000000 \\ 0.0000000 & 0.0008083 & 0.0000000 & -0.015544 \\ 0.0000000 & 0.0000000 & 0.0002374 & 0.0000000 \\ 0.0000000 & -0.015544 & 0.0000000 & 0.572 \end{pmatrix} \quad (59)$$

5 DETERMINACIÓN DE PARES MÁXIMOS EN LAS ARTICULACIONES.

Para la determinación de los pares máximos en las articulaciones se han realizado las siguientes consideraciones:

- Se mantendrán fijadas todas las articulaciones excepto la articulación bajo análisis,
- Se estudiará la posición más desfavorable. Esta situación solo afectará a la distribución de masas y a los factores gravitatorios,
- La articulación bajo estudio se somete a las condiciones cinemáticas más extremas,

- El análisis de los pares máximos de articulación se ha realizado mediante la herramienta Matemática de Wolfram.

5.1 ARTICULACIÓN PANORÁMICA.

El calculo del par máximo en la articulación panorámica se realiza bajo las condiciones cinemáticas siguientes:

Posicionamiento

$$\mathbf{q}_1 = 0^\circ$$

$$\mathbf{q}_2 = 0^\circ$$

$$\mathbf{q}_3 = 0^\circ$$

$$\dot{\mathbf{q}}_1 = 230^\circ / s$$

$$\dot{\mathbf{q}}_2 = 0^\circ / s$$

$$\dot{\mathbf{q}}_3 = 0^\circ / s$$

Aceleraciones

$$\ddot{\mathbf{q}}_1 = 1500^\circ / s^2$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_2 = 0^\circ / s^2$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_3 = 0^\circ / s^2$$

Realizando las operaciones matriciales anteriormente expresadas, obtenemos los siguientes resultados.

$$D_{11} = [I_{Y2}] + \begin{bmatrix} I_{X2} - P_{XX2} - 2 \cdot I_{YZ2} + \\ 2 \cdot 0.180m_2 \cdot x_2 + \\ 0.180 \cdot 0.180 \cdot m_2 \end{bmatrix} + [I_{Y3} + I_{X3} + 2 \cdot 0.180 \cdot 0.180 \cdot m_2] + \begin{bmatrix} I_{X2'} - P_{XX2'} - 2 \cdot I_{YZ2'} + 2 \cdot 0.180m_2 \cdot x_2 + \\ 0.180 \cdot 0.180 \cdot m_2 \end{bmatrix} + [I_{Y3'} + I_{X3'} + 2 \cdot 0.180 \cdot 0.180 \cdot m_2] = 0.11290 \quad (60)$$

$$H_{111} = P_{ZZ3} + P_{ZZ5} = 0.0004748 \quad (61)$$

$$G_1 = 0.0000000 \quad (62)$$

$$\tau_1 = D_{11} \cdot \ddot{\theta}_1 + H_{111} \cdot \dot{\theta}_1^2 + G_1 \quad (63)$$

Sustituyendo estos valores en la expresión (63) y las velocidades y aceleraciones fijadas al principio del apartado en rad/s y rad/s² respectivamente.

$$\mathbf{t}_1 = 0.1102900 \cdot 26.180 + 0.0004748 \cdot 4.014^2$$

$$\tau_1 = 3.131 \text{ N m} \quad (64)$$

Como era de prever en el resultado en este accionamiento el término más significativo corresponde al factor inercial.

5.2 ARTICULACIONES DE ELEVACIÓN.

El calculo del par máximo en las articulaciones de elevación se realiza bajo las condiciones cinemáticas siguientes:

Posicionamiento	Velocidades
$q_1 = 0^\circ$	$\dot{q}_1 = 0^\circ / s$
$q_2 = -45^\circ$	$\dot{q}_2 = -400^\circ / s$
$q_3 = 0^\circ$	$\dot{q}_3 = 0^\circ / s$
Aceleraciones	
	$\ddot{q}_1 = 0^\circ / s^2$
	$\ddot{q}_2 = -4000^\circ / s^2$
	$\ddot{q}_3 = 0^\circ / s^2$

Sustituyendo estos parámetros en la ecuación matricial general (64):

$$\tau_2 = D_{22} \cdot \ddot{\theta}_2 + H_{222} \cdot \dot{\theta}_2^2 + G_2 \quad (64)$$

donde,

$$D_{22} = Tr(U_{22} \cdot J_2 \cdot U_{22}^t) + Tr(U_{32} \cdot J_3 \cdot U_{32}^t)$$

$$H_{222} = Tr(U_{222} \cdot J_2 \cdot U_{22}^t) + Tr(U_{322} \cdot J_3 \cdot U_{32}^t)$$

$$G_2 = (-m_2 \cdot g^t \cdot U_{22} \cdot \vec{r}_2) + (-m_3 \cdot g^t \cdot U_{32} \cdot \vec{r}_3)$$

Realizando las operaciones matriciales anteriormente expresadas, obtenemos los siguientes resultados.

$$D_{22} = [0.499849 I_{X2} + 2 \cdot 0.499849 I_{Y22}] + [0.49849 I_{X3} + 0.499849 P_{ZZ3}] = 0.0078413$$

$$H_{222} = 0.499849 \cdot I_{X2} - 0.499849 \cdot P_{Y23} = 0.0040460$$

$$G_2 = -m_2(0.658217) - m_3(0.187072) = -0.8461829$$

Sustituyendo estos valores en la expresión (64) y las velocidades y aceleraciones fijadas al principio del apartado en rad/s y rad/s² respectivamente.

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 0.0078413 \cdot (-69.813) + \\ &0.0004748 \cdot (-6.981)^2 - 0.8461829 \\ &= 1.197 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Como era de prever en el resultado obtenido para este accionamiento el término más significativo corresponde al factor gravitatorio.

La eficiencia de este accionamiento por poleas y correa dentada es muy alta según Shigley-Mischke en su libro 'Diseño en Ingeniería Mecánica', la cual la sitúa en el orden del 97-99%.

5.3 ARTICULACIONES DE VERGENCIA.

El calculo del par máximo en las articulaciones de vergencia se realiza bajo las condiciones cinemáticas siguientes:

Posicionamiento	Velocidades
$q_1 = 0^\circ$	$\dot{q}_1 = 0^\circ / s$
$q_2 = 0^\circ$	$\dot{q}_2 = 600^\circ / s$
$q_3 = 0^\circ$	$\dot{q}_3 = 0^\circ / s$
Aceleraciones	
	$\ddot{q}_1 = 0^\circ / s^2$
	$\ddot{q}_2 = 104.72^\circ / s^2$
	$\ddot{q}_3 = 0^\circ / s^2$

Sustituyendo estos parámetros en la ecuación matricial general (4), quedan los siguientes términos.

$$\tau_3 = D_{33} \cdot \ddot{q}_3 + H_{333} \cdot \dot{q}_3^2 + G_3 \quad (65)$$

donde,

$$D_{33} = Tr(U_{33} \cdot J_3 \cdot U_{33}^t)$$

$$H_{333} = Tr(U_{333} \cdot J_3 \cdot U_{33}^t)$$

$$G_3 = (-m_3 \cdot g^t \cdot U_{32} \cdot \bar{r}_3)$$

Realizando las operaciones matriciales anteriormente expresadas, obtenemos los siguientes resultados.

$$\begin{aligned} D_{33} &= I_{Y3} \\ D_{33} &= 0.0003227 \\ H_{333} &= 0 \\ G_3 &= 0 \end{aligned}$$

Sustituyendo estos valores en la expresión (65) y las velocidades y aceleraciones fijadas al principio del apartado en rad/s y rad/s² respectivamente.

$$\mathbf{t}_3 = I_{Y3} \cdot \ddot{\mathbf{q}}_3 \quad (66)$$

Como era de prever en el resultado en este accionamiento el único término que queda corresponde al factor inercial.

El accionamiento de este grado de libertad se realiza a través de un mecanismo de Tornillo Sin-Fin y Rueda, la eficiencia de este accionamiento es relativamente baja ya que su funcionamiento es por deslizamiento. Según Shigley-Mischke en [xx] su valor se determina como sigue:

$$\mathbf{h} = \frac{\cos \mathbf{f}_n - \mathbf{m} \tan \mathbf{l}}{\cos \mathbf{f}_n + \mathbf{m} \cot \mathbf{l}} = 0.35 \quad (67)$$

donde,

$$\phi_n = 20^\circ$$

$$\lambda = 3.07^\circ$$

$$\mu = 0.09$$

El par necesario para el accionamiento de este grado de libertad se hace mediante mecanismo reductor y se evalúa mediante la expresión:

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_{motor} &= \frac{[N^2 \cdot (I_{motor} + I_{gear}) + I_{Y3}] \cdot \ddot{\mathbf{q}}_3}{\mathbf{h} \cdot N} \\ &= 59 \quad m \quad Nm \end{aligned}$$

donde,

N, es la relación de transmisión y toma el valor de 40,

Imotor, es la inercia del motor y se toma el valor de $I_{motor} = 0.0000034 \text{ Kg m}_2$,

Igear, es la inercia del tornillo Sin-Fin y Acoplamiento, y toma el valor de $I_{gear} = 0.0000013 \text{ Kg m}_2$.

6 CONCLUSIONES.

En este artículo se ha presentado el modelo dinámico del cabezal estereoscópico LINCE. Este estudio está sirviendo de base a otros trabajos realizados dentro del grupo de investigación NEUROCOR. Entre estos cabe destacar trabajos de simulación dentro del entorno de simulación mecánico ADAMs. A su vez está sirviendo de base para optimizar el diseño mecánico tanto de elementos mecánicos como de actuadores. Una de los futuros trabajos que abordará nuestro grupo consistirá en realizar un cabezal más pequeño, más rápido y con mayor similitud antropomorfa. A su vez este cabezal está pensado para ser instalado en plataformas móviles con suministro de potencia autónomo, en estos casos es fundamental optimizar el consumo de energía, por lo que este modelo dinámico permite aportar grandes ideas sobre los modos de funcionamiento más convenientes.

Referencias

- [1] Fu, K.S.;Gonzalez, R.C.; Lee, C.S.G. "Robotica: Control, Detección, Visión e Inteligencia", *Ed. McGraw-Hill*.
- [2] Goldstein, H. (1972). "Mecanica Clásica", *Ed. Aguilar S.A.*
- [3] Landau, L.D. y Lifshitz, E.M, (1988), "Mecanica", volumen1, *Ed. Reverté*.1988.
- [4] Spong, M.W.,Vidyasagar, M. (1989), "Robot Dynamics and Control" .*Ed. Wiley*.
- [5] Crowley J.L., Mesrabi M., Chaumette F., (1995),"Comparison of kinematic and visual servoing for fixation", *Proc. IROS'95, Pittsburgh*.