

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA**  
**Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial**



**“Simulación numérica del flujo cuasi-estacionario de fluidos no-newtonianos en tubos con elementos insertados dinámicos”**

**Titulación:** Ingeniería Industrial  
**Intensificación:** Construcción e Instalaciones Industriales  
**Alumno:** David S. Martínez Hernández  
**Director:** Juan Pedro Solano Fernández

Cartagena, 6 de Abril de 2009



## **AGRADECIMIENTOS**

Mi más sincero agradecimiento a Juan Pedro Solano, director de este proyecto, por la ayuda y sobre todo por la confianza y el apoyo que ha mostrado desde el principio, y durante toda la realización del proyecto.

A José Pérez, codirector, por su inestimable dedicación y orientación.



# ÍNDICE GENERAL

## SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS..... VII

## 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS..... 1

1.1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.2. SITUACIÓN ACTUAL.....	2
1.3. EVALUACIÓN DE LOS ICSRs.....	6
1.4. APLICACIONES.....	6
1.5. DEFINICIÓN DE OBJETIVOS.....	7

## 2. FLUIDOS NO NEWTONIANOS. EL CMC..... 9

2.1. INTRODUCCIÓN.....	9
2.2. COMPORTAMIENTO NO NEWTONIANO.....	9
2.3. CLASIFICACIÓN.....	11
2.4. VISCOSIDAD APARENTE .....	14
2.5. ECUACIONES CONSTITUTIVAS.....	14
2.5.1. Ecuación constitutiva de la <i>Power-law</i> .....	15
2.5.1. Ecuación constitutiva de la <i>Power-law modificada</i> .....	16
2.6. EL FLUIDO CMC. PROPIEDADES.....	17
2.6.1. Propiedades físicas.....	19
2.7. FACTOR DE FRICCIÓN PARA FLUJOS LAMINARES COMPLETAMENTE DESARROLLADOS DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS <i>POWER-LAW</i> .....	22
2.8. EXPRESIONES ANALÍTICAS PARA FLUIDOS <i>POWER-LAW</i> .....	27
2.8.1. Conductos con sección circular.....	27
2.8.2. Conductos con sección anular.....	29
2.8.3. Conductos con sección anular y flujo Couette-Poiseuille.....	31
2.8.3.1. $P > 0$ (Flujo y movimiento del cilindro interior en equicorriente).....	32
2.8.3.2. $P < 0$ (Flujo y movimiento del cilindro interior en contracorriente)....	33
2.8.4. Flujo de calor constante en las paredes.....	34

<b>3. MODELADO DE LA GEOMETRÍA.....</b>	<b>37</b>
3.1. INTRODUCCIÓN A LA MECÁNICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL.....	37
3.2. DEFINICIÓN DEL DOMINIO COMPUTACIONAL.....	39
3.2.1. Modelo de validación. Conducto anular.....	39
3.2.2. Modelo del problema estudiado. Intercambiador de superficie rascada.....	41
3.3. CONSTRUCCIÓN DE LA GEOMETRÍA Y MALLADO MEDIANTE GAMBIT.....	42
3.3.1. Geometría y mallado del conducto anular.....	42
3.3.2. Geometría y mallado del intercambiador de calor de superficie rascada...	45
<b>4. METODOLOGÍA DE SIMULACIÓN NUMERICA CON FLUENT.....</b>	<b>49</b>
4.1. MODELO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA.....	49
4.2. HIPÓTESIS DE SIMULACIÓN.....	51
4.2.1. Esquemas numéricos.....	51
4.2.1.1. Solver segregado.....	52
4.2.1.2. Solver acoplado.....	53
4.2.1.3. Linealización: Formulación implícita y explícita.....	54
4.2.2. Esquemas de interpolación y discretización.....	56
4.2.2.1. Esquemas de discretización.....	57
4.2.2.1.1. Esquemas upwind de primer orden.....	58
4.2.2.1.2. Ley exponencial.....	58
4.2.2.1.3. Esquema upwind de segundo orden.....	59
4.2.2.1.4. Esquema QUICK.....	59
4.2.2.1.5. Forma linealizada de las ecuaciones discretizadas.....	60
4.2.2.1.6. Factores de subrelajación.....	60
4.2.2.1.7. Evaluación de las derivadas.....	61
4.2.2.2. Elección de los esquemas de discretización.....	62
4.2.2.2.1. Esquemas de primer orden vs. esquemas de de segundo orden.....	62
4.2.2.2.2. Otros esquemas de discretización.....	62
4.2.2.3. Esquemas de interpolación en el solver segregado.....	62
4.2.2.3.1. Discretización de la ecuación de cantidad de movimiento.....	63
4.2.2.3.2. Esquemas de interpolación de la presión.....	63
4.2.2.3.3. Discretización de la ecuación de continuidad.....	64
4.2.2.3.4. Esquema de interpolación de la densidad.....	65

4.2.2.3.5. Acoplamiento presión velocidad.....	66
<b>4.2.2.4. Elección de los esquemas de interpolación en el solver segregado.</b>	<b>68</b>
4.2.2.4.1. Esquema de interpolación de presiones.....	68
4.2.2.4.2. Esquema de interpolación de densidades.....	68
4.2.2.4.3. Acoplamiento presión-velocidad.....	69
<b>4.3. CONDICIONES DECONTORNO.....</b>	<b>70</b>
<b>4.4. CONVERGENCIA ITERATIVA.....</b>	<b>72</b>
<b>4.4.1. Residuos.....</b>	<b>72</b>
4.4.1.1. Definición de los residuos para el solver segregado.....	72
4.4.1.2. Definición de los residuos para el solver acoplado.....	74
<b>4.4.2. Evaluación de las magnitudes fluidas durante el proceso de cálculo iterativo.....</b>	<b>74</b>
4.4.3. Criterios de convergencia.....	76
<b>4.5. FUIDOS NO NEWTONIANOS EN FLUENT.....</b>	<b>77</b>
4.5.1. Parámetros para la <i>Power Law</i> no newtoniana.....	77
<b>4.6. SIMULACIÓN DEL PROBLEMA FLUIDODINÁMICO MEDIANTE FLUENT.....</b>	<b>78</b>
4.6.1. Solver y modelos.....	78
4.6.2. Esquemas de interpolación y discretización.....	79
4.6.3. Condiciones de contorno y propiedades del fluido.....	80
4.6.4. Simulación y convergencia.....	85
<b>4.7. SIMULACIÓN DEL PROBLEMA TÉRMICO MEDIANTE FLUENT.....</b>	<b>88</b>
4.7.1. Solver, modelos y esquemas de interpolación y discretización.....	89
4.7.2. Simulación y convergencia.....	92
<b>5. METODOLOGÍA DE VALIDACIÓN.....</b>	<b>95</b>
<b>5.1. CASOS ESTUDIADOS.....</b>	<b>95</b>
<b>5.2. CASO ESTÁTICO (<math>\omega=0</math>).....</b>	<b>98</b>
5.2.1. Perfil de velocidades.....	98
5.2.2. Caída de presión y factor de fricción.....	100
5.2.3. Viscosidad, esfuerzo cortante y gradiente de velocidad.....	102
<b>5.3. CASO DINÁMICO. FLUJO EN CONTRACORRIENTE (<math>\omega&lt;0</math>).....</b>	<b>105</b>
5.3.1. Perfil de velocidades.....	105
5.3.2. Factor de fricción.....	106
5.3.3. Viscosidad, esfuerzo cortante y gradiente de velocidad.....	108
<b>5.4. CASO DINÁMICO. FLUJO EN EQUICORRIENTE (<math>\omega&gt;0</math>).....</b>	<b>113</b>
5.4.1. Perfil de velocidades.....	114

5.4.2. Factor de fricción.....	115
5.4.3. Viscosidad, esfuerzo cortante y gradiente de velocidad.....	116
5.5. PROBLEMA TÉRMICO PARA EL CASO ESTÁTICO ( $\omega > 0$ ).....	121
5.5.1. Resultados del campo térmico.....	121
5.5.2. Influencia en el problema fluidodinámico.....	125
<b>6. RESULTADOS DEL PROBLEMA FLUIDODINÁMICO.....</b>	<b>131</b>
6.1. CAMPO DE VELOCIDADES.....	131
6.1.1. Caso estático ( $\omega = 0$ ).....	131
6.1.2. Caso dinámico. Contracorriente ( $\omega < 0$ ).....	139
6.1.3. Caso dinámico. Equicorriente ( $\omega > 0$ ).....	149
6.2. PRESIÓN Y FACTOR DE FRICCIÓN DE FANNING.....	160
6.2.1. Caso estático ( $\omega = 0$ ).....	160
6.2.3. Caso dinámico. Contracorriente ( $\omega < 0$ ).....	167
6.2.4. Caso dinámico. Equicorriente ( $\omega > 0$ ).....	174
6.2. CAMPO DE VISCOSIDADES.....	181
6.3.1. Caso estático ( $\omega = 0$ ).....	181
6.3.2. Caso dinámico. Contracorriente ( $\omega < 0$ ).....	187
6.3.3. Caso dinámico. Equicorriente ( $\omega > 0$ ).....	192
6.4. FUERZA Y POTENCIA DE ACCIONAMIENTO.....	197
<b>7. RESULTADOS DEL PROBLEMA TÉRMICO.....</b>	<b>203</b>
7.1. CAMPO DE VELOCIDADES.....	203
7.2. FACTOR DE FRICCIÓN DE FANNING.....	205
7.3. CAMPO DE VISCOSIDADES .....	211
7.4. CAMPO DE TEMPERATURAS Y TRANSMISIÓN DE CALOR.....	217
<b>8. CONCLUSIONES.....</b>	<b>229</b>



**ANEXO A.**

**MÉTODO PARA LA VALIDACIÓN DE LA SIMULACIÓN  
NUMÉRICA DEL FLUJO EN TUBOS CON RASCADORES..... 235**

A.1. Implementación en FLUENT.....	235
A.2. Problema térmico.....	236
A.3. Estrategia de la validación.....	237
A.4. Solución numérica del flujo entre tubos concéntricos.....	237
A.5. Análisis térmico del flujo entre tubos concéntricos. Flujo de calor constante.....	240
A.6. Solución numérica.....	242
A.7. Conclusiones.....	248

**ANEXO B.**

**VARIACIONES DE VELOCIDAD Y TEMPERATURA..... 249**

**BIBLIOGRAFÍA..... 257**

**PROYECTO FINAL DE CARRERA**

ÍNDICE GENERAL

David S. Martínez Hernández

---

## SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS

### ELEMENTOS Y SU GEOMETRÍA

<b><i>ICSR</i></b>	Intercambiador de calor de superficie rascada
<b><i>ICSRA</i></b>	Intercambiador de calor de superficie rascada alternativo
<b><i>P</i></b>	Paso entre rascadores homólogos
<b><i>T</i></b>	Espesor de los rascadores
<b><i>R<sub>e</sub></i></b>	Radio del conducto
<b><i>R<sub>i</sub></i></b>	Radio del eje
<b><i>D<sub>e</sub></i></b>	Diámetro del conducto
<b><i>D<sub>i</sub></i></b>	Diámetro del eje
<b><i>κ, α</i></b>	Relación entre diámetros $D_i/D_e$
<b><i>D<sub>H</sub></i></b>	Diámetro hidráulico
<b><i>R<sub>H</sub></i></b>	Radio hidráulico
<b><i>D</i></b>	Diámetro exterior del conducto
<b><i>R</i></b>	Radio exterior del conducto
<b><i>A</i></b>	Área de la sección de paso del conducto
<b><i>P</i></b>	Perímetro mojado
<b><i>a, b</i></b>	Parámetros geométricos conductos con fluidos no Newtonianos
<b><i>L</i></b>	Longitud de conducto anular

### VARIABLES DEL FLUJO

<b><i>u</i></b>	Velocidad del flujo, función de la coordenada radial, $u(r)$
<b><i>U</i></b>	Velocidad media del flujo
<b><i>v<sub>z</sub></i></b>	Componente Z de la velocidad del flujo
<b><i>V</i></b>	Velocidad de los rascadores, o de la varilla
<b><math>\Delta P/L</math></b>	Caída de presión por unidad de longitud, en $(Pa/m)$
<b><i>W</i></b>	Potencia de accionamiento, en $W$
<b><i>F</i></b>	Fuerza de accionamiento, en <i>Newton</i>
<b><math>\tau</math></b>	Esfuerzo cortante, en $Pa$
<b><math>\tau_0</math></b>	Esfuerzo cortante límite para fluidos tipo “ <i>yield stress</i> ”
<b><math>\tau_o</math></b>	Esfuerzo cortante en la pared
<b><math>\tau_w</math></b>	Esfuerzo cortante en la pared
<b><math>\mu</math></b>	Gradiente de velocidades, en $s^{-1}$

## PROYECTO FINAL DE CARRERA

### SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS

David S. Martínez Hernández

---

$\mu$	Viscosidad, en $kg/m\cdot s$
$\mu_a$	Viscosidad aparente
$\mu_0$	Viscosidad para $\gamma=0$
$\mu_\infty$	Viscosidad para $\gamma=\infty$
$\mu_s$	Viscosidad del disolvente
$\mu_{med}$	Viscosidad del disolvente
$n$	Índice de flujo
$K$	Índice de consistencia, en $Pa^n$
$k$	Conductividad térmica, en $W/mK$
$k_{n-N}$	Conductividad térmica de fluido no Newtoniano
$k_D$	Conductividad térmica del disolvente
$C_p$	Calor específico, en $J/kgK$
$\rho$	Densidad, en $kg/m^3$
$Q$	Caudal, en $m^3$
$P$	Presión estática, en Pa
$T_p$	Temperatura en la pared del conducto, en $^{\circ}C$
$T_m$	Temperatura media del flujo, en $^{\circ}C$
$q_w$	Calor que cede la pared, en $W$
$q_{absorbido}$	Calor absorbido por el fluido, mediante balance de energía, en $W$
$q''$	Flujo de calor en la pared, en $W/m^2$
$\Delta q$	(%)Diferencia entre $q_w$ y $q_{absorbido}$ , en (%)

### NÚMEROS Y PARÁMETROS ADIMENSIONALES

$Re$	Número de Reynolds
$Re_H$	Número de Reynolds hidráulico
$Re_B$	Número de Reynolds para fluidos no Newtonianos
$Re_{KT}$	Número de Reynolds de Kozicki
$\omega$	Relación de velocidades de rascadores y flujo
$k_1, k_2, k_3$	Factores para la expresión de Liu y Masliyah
$Po$	Número de Poiseuille
$Nu$	Número de Nusselt
$Nu_h$	Número de Nusselt hidráulico (basado en $D_H$ )
$Br$	Número de Brinkman
$\upsilon$	Relación adimensional de velocidades $u/U$
$\mu_a^*$	Viscosidad aparente adimensional

$\gamma^*$	Gradiente de velocidades adimensional
$\lambda$	Coordenada radial adimensional de la velocidad máxima del perfil
$f_D$	Factor de fricción de Darcy
$f$	Factor de fricción de Fanning (definido a partir de $\Delta P/L$ )
$C_f$	Coefficiente de fricción de Fanning (definido a partir de $\tau_w$ )
$\theta$	Parámetro de temperatura adimensional
$F^*$	Fuerza de accionamiento adimensional
$W^*$	Potencia de accionamiento adimensional
$Ne$	Número de Newton = $W^*$
$\Delta u(\%)$	Variación de la velocidad del fluido en tanto por ciento
$\Delta T(\%)$	Variación de la temperatura en Kelvin del fluido en tanto por ciento
$\xi$	Coordenada radial adimensional $r/R$
$\phi$	Relación de velocidades $v_z/V$

**PROYECTO FINAL DE CARRERA**

**SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS**

David S. Martínez Hernández

---

# 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

## 1.1. INTRODUCCIÓN

El presente Proyecto se encuentra englobado en el campo de estudio de mejoras de la transferencia de calor o *Heat Transfer Enhancement*, que se basa en que todo intercambiador de calor puede ser mejorado. Esta mejora se puede llevar a cabo mediante las siguientes acciones, ya sean llevadas a cabo de forma individual o combinada:

- Reducir el tamaño del equipo
- Incrementar el calor total intercambiado
- Reducir la energía de aporte necesaria al sistema
- Reducir la diferencia de temperaturas entre las corrientes del proceso

Cada una de estas técnicas es más indicada según el intercambiador se encuentre en la fase de diseño o bien esté ya en funcionamiento. Así bien, en la fase de diseño es conveniente emplear técnicas que permitan reducir el tamaño y el coste del equipo mientras que, en intercambiadores que se encuentren en funcionamiento, la acción más conveniente es aumentar la transferencia de calor y la reducción de energía de aporte al sistema. Si se pretende aumentar la transferencia existen varias alternativas que van desde aumentar el área de intercambio y/o el coeficiente de transmisión de calor, hasta reducir o eliminar la resistencia térmica provocada por el ensuciamiento.

Los diferentes trabajos sobre este tema aportan nuevos conocimientos mediante estudios experimentales, modelos analíticos, modelos numéricos y visualizaciones de flujo. A pesar de que la experimentación es una de las principales metodologías de trabajo debido a la complejidad de resolución del flujo, se ha de destacar que se han hecho grandes avances en el campo numérico, permitiendo cada vez un mejor análisis y comprensión del flujo y la transmisión de calor en este tipo de dispositivos.

Por otra parte Webb [1] clasifica las técnicas de intercambio de calor en dos grandes grupos: activas y pasivas, en función de si necesitan o no un aporte energético exterior. Mientras que las técnicas pasivas han sido estudiadas por muchos grupos de investigación a lo largo de los últimos años y han sido puestas en uso en multitud de aplicaciones industriales, el propio Webb afirma que las técnicas activas pueden producir mayores intercambios de calor, pero la falta de conocimiento en éstas técnicas, y más concretamente con este tipo de fluidos, dificulta su aplicación en la industria.

Además, en las técnicas pasivas, la tecnología de conformación de la geometría, el cálculo del flujo másico óptimo y otros factores relacionados con la turbulencia quedan menoscabados cuando aparece el ensuciamiento, lo cual obliga a instalar superficies de transferencia de calor significativamente más grandes. Existen varios tipos de ensuciamiento, incluyendo la acumulación de partículas, sedimentación, generación de capas de hielo, suspensión, precipitación (cristalización) [2], etc.

Otro factor que dificulta la transferencia de calor, como apunta Chong [3], es la viscosidad. Los fluidos altamente viscosos tienden a generar un flujo laminar profundo, que implica tasas de transferencia de calor muy pobres y altas pérdidas de presión requiriendo una potencia de bombeo considerable, que podría incluso sobrepasar los límites de diseño del intercambiador. Este problema suele empeorar en el procesado de fluidos no Newtonianos.

## **1.2. SITUACIÓN ACTUAL**

Los estudios sobre mejoras en la transferencia de calor han dado lugar a multitud de publicaciones científicas así como de patentes, como muestran los trabajos de recopilación de Bergles et al. [4] y Webb et al. [5]. Sin embargo pocas de éstas se comercializan a nivel industrial debido a:

1. Inexistencia o poca generalidad de las correlaciones de diseño existentes.
2. Retenciones respecto a la disponibilidad de los sistemas equipados con estas técnicas.
3. Desconocimiento del comportamiento de los equipos en condiciones de ensuciamiento (*fouling*).
4. Además de las consideraciones anteriores, en el caso de las técnicas activas por accionamiento mecánico, se deben añadir los problemas de coste, ruido, seguridad y fiabilidad inherentes a estos sistemas.

Dentro de la clasificación de Bergles y Webb se encuentran los elementos insertados (*insert devices*). Se trata de dispositivos que se introducen dentro de los tubos lisos del intercambiador con el objetivo de mejorar su comportamiento termohidráulico. Dentro de este grupo se encuentran entre otros, los muelles en espiral (*wire coils*) y los rascadores, siendo estos últimos los tratados en el presente Proyecto. La inserción de este tipo de dispositivos dentro de los tubos del intercambiador provoca un aumento de la transferencia de calor debido a uno o varios de los siguientes motivos:



- *Promoción de la turbulencia en caso de fluidos altamente viscosos.* Los elementos insertados a la pared del tubo producen separaciones del flujo que incrementan el nivel de turbulencia. Además disminuyen la sección, aumentando la velocidad del flujo.
- *Promoción de un flujo secundario.* Muchos de los dispositivos insertados inducen flujos secundarios que pueden favorecer el intercambio térmico, incrementando la convección debido al aumento de velocidad del fluido y la aparición de fuerzas centrífugas.
- *Movimiento del flujo por accionamiento externo.* En el caso de los elementos insertados en movimiento (*active insert devices*), la mejora de la transferencia de calor se debe al flujo resultante del movimiento del dispositivo. Se producen movimientos macroscópicos muy importantes desde la región de la capa límite al centro del tubo, incrementándose significativamente la transferencia de calor.
- *Eliminación del ensuciamiento.* En aplicaciones donde el ensuciamiento es un factor crítico, la resistencia térmica global del proceso se ve incrementada drásticamente. El accionamiento de los dispositivos internos crea un sistema de limpieza por barrido o rascado que elimina el problema del *fouling* incrementando notablemente los coeficientes de transferencia.
- *La prevención de la formación de hielo y otros subproductos.* El sistema de limpieza por barrido elimina también problemas relacionados con la aparición de subproductos que incrementen la resistencia térmica.

El fenómeno de ensuciamiento o *fouling* se define en transferencia de calor como la deposición no deseada de material sobre las superficies de intercambio de calor. Estas adherencias de material a las paredes puede tener un origen muy diverso (Bott [6], Pritchard [7]): partículas sólidas, productos de reacciones químicas, corrosión, microorganismos, cristalización, etc. Se genera un aumento en la resistencia térmica que disminuye la transferencia de calor de modo acumulativo en el tiempo y que obliga a sobredimensionar los equipos (del orden de un 20-30%) y a realizar paradas y limpiezas periódicas del intercambiador. Se limita así la disponibilidad del equipo y por lo tanto su productividad y se incrementan drásticamente sus costes de mantenimiento y operación. Sobre valores reales de esta resistencia adicional hay muy poca información en la literatura. La mayor recopilación ha sido realizada por TEMA [8], aunque existe un alto grado de incertidumbre debido a la diversidad de variables que influyen en el problema, desde las variables de flujo y propiedades físicas del fluido de trabajo hasta los efectos locales que pudiera introducir un defecto de fabricación en el tubo.

Los rascadores entran dentro de lo que Bergles [9] define como dispositivos de mejora antiensuciamiento (*anti-fouling devices*), es decir, superficies mejoradas que tienen menores niveles de ensuciamiento que las superficies lisas.

Existen, según Bott [10], tres tipos básicos de ICSRs (o *SSHE*, *Scraped Surface Heat Exchangers*) en función de la disposición de los elementos rascadores:

- *ICSRs tubulares rotatorios*. El vástago se instala paralelo al eje del tubo, no necesariamente coincidente con él, y gira a distintas frecuencias, desde pocas rpm a más de 1000 rpm. El número de cuchillas oscila entre 1 y 4 y puede aprovechar el efecto de las fuerzas centrífugas para rascar la superficie interna del tubo. Como ejemplos tenemos el Votator II (figuras 1.2 y 1.3) de Waukesha Cherry-Burrell y el Contherm de Alfa-Laval (Figura 1.1).



Figura 1.1. Intercambiador CONTHERM.

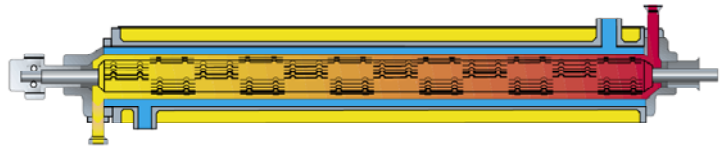


Figura 1.2. Intercambiador VOTATOR II.

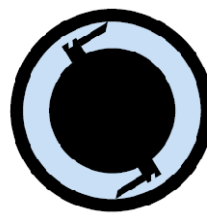
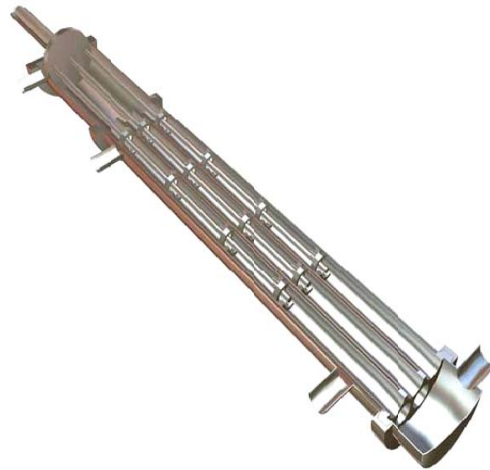


Figura 1.3. Intercambiador VOTATOR II.

- *ICSRs tubulares alternativos (ICSRA o RSSHE, Reciprocating Scraped Surface Heat Exchangers)*. El vástago se instala concéntrico con el tubo y se mueve longitudinalmente sin girar. La frecuencia se encuentra entre 10 y 60 ciclos por minuto. Las cuchillas pueden variar en número y forma, desde disposiciones similares a un deflector a configuraciones de disco perforado. Un ejemplo es el Unicus de HRS Spiratube (figuras 1.4. y 1.5).



Figuras 1.4. y 1.5. Intercambiador UNICUS.

- *ICSRs de placas rotatorias*. Las cuchillas frotan la superficie externa de unas placas circulares dispuestas en serie dentro de la carcasa. El fluido que calienta o enfría corre dentro de las placas. La frecuencia es de algunas decenas de rpm. Un ejemplo es el T-Sensation de HRS Spiratube.

El uso de intercambiadores de calor tubulares de superficie rascada en movimiento rotativo está ampliamente extendido en la industria alimentaria, donde permite el calentamiento o enfriamiento continuo de fluidos altamente viscosos que presentan un régimen laminar con baja transferencia de calor. En estos casos se presentan también flujos con posibles cristalizaciones o cambios de fase, así como con partículas sólidas y fluidos pegajosos que acaban ensuciando los tubos de los intercambiadores reduciendo su rendimiento o incluso estropeándolos.

Por el contrario los estudios concernientes a los rascadores en movimiento axial alternativo son prácticamente inexistentes. Aunque existe evidencia empírica de sus características *antifouling* y de mejora del comportamiento termohidráulico en flujos altamente laminares y donde se den condiciones severas de ensuciamiento, se necesita aún de un importante esfuerzo para conseguir que estos dispositivos tengan la misma fiabilidad que los rascadores rotativos: hacen falta estudios numéricos, experimentales y analíticos que permitan optimizar sus cualidades de

antiensuciamiento y caracterizar su pérdida de presión y transferencia térmica en función tanto de las características del flujo (bifásico/monofásico, laminar/turbulento, natural/forzado) como de las condiciones de accionamiento (frecuencia y amplitud de rascado) y la geometría del dispositivo.

### 1.3. EVALUACIÓN DE LOS ICSRs

La experimentación junto con la Mecánica de Fluidos Computacional (CFD) son las herramientas estándar para analizar y evaluar intercambiadores de calor y otros equipos industriales similares. La evaluación de ICSRs se efectúa como indica Bott [11] a partir de parámetros adimensionales basados en el teorema de Pi Buckingham como son:

$$f = f(Re, Re_h, \dots)$$

para la pérdida de presión y

$$Nu = Nu(Re, Re_h, Pr, f, L/D, \dots)$$

para la transferencia de calor, junto con el coeficiente de transmisión del calor  $h$ , donde  $Nu$  es el número de Nusselt,  $Re$  es el número de Reynolds estándar basado en el diámetro interno del tubo,  $Re_h$  es el número de Reynolds hidráulico basado en la superficie mojada,  $Pr$  es el número de Prandtl,  $f$  es el factor de fricción de Fanning,  $L$  es la longitud del tubo,  $D$  es el diámetro interno del tubo y los puntos suspensivos se refieren a cualquier otro parámetro adimensional relevante.

### 1.4. APLICACIONES

El rango de aplicaciones cubre un cierto número de industrias, incluyendo la alimentaria, química, petroquímica y farmacéutica. Los ICSRA son apropiados cuando el producto es propenso al ensuciamiento o a la cristalización, muy viscoso, con partículas o sensible al calor.

Dadas las aplicaciones a las que se ha de enfrentar un ICSRA, es fácil pensar que en muchas de ellas el fluido caloportador será no Newtoniano, ya que es en este tipo de fluidos donde quizá más necesario se hagan este tipo de intercambiadores debido a la alta viscosidad y facilidad de ensuciamiento que impiden tasas de transferencia de calor adecuadas.

## 1.5. DEFINICIÓN DE OBJETIVOS

El presente Proyecto tiene como objetivo el estudio mediante simulación numérica de la técnica de mejora del comportamiento de los intercambiadores de tubos a través de la inserción de elementos dinámicos con movimiento alternativo, cuando el fluido que circula en su interior es de tipo no Newtoniano y en flujos laminares.

Las características del proceso con este tipo de fluidos implican una tendencia al ensuciamiento y una viscosidad elevada que requieren de agitación no solo para la limpieza de las paredes sino también para promover la turbulencia, ya que debido a la alta viscosidad existe tendencia a la formación de un flujo laminar profundo que impide un correcto mezclado y dificulta la transmisión del calor.

Las propiedades de este tipo de fluidos obligan a poner especial atención en el comportamiento de la viscosidad, siendo conveniente observar su evolución conjuntamente con el patrón de flujo, estudiando que influencia tienen en ella la distribución de velocidades y esfuerzos cortantes.

Los objetivos que se pretenden alcanzar son:

1. Caracterizar numéricamente (utilizando el código comercial Fluent<sup>1</sup>) el patrón de flujo no Newtoniano en tubos de intercambiadores con rascadores en *régimen estático*. Se estudiará la influencia del número de Reynolds, con geometría de los tacos rascadores semicirculares sin aligeramiento.
2. Caracterizar numéricamente (utilizando el código comercial Fluent) el patrón de flujo en tubos de intercambiadores con rascadores en *régimen dinámico*. Se estudiará la influencia del número de Reynolds, de la relación de velocidades  $\omega$ , del sentido del movimiento de rascador (equicorriente y contracorriente), con geometría de los tacos rascadores semicirculares sin aligeramiento.
3. Obtener representaciones adimensionales de pérdida de presión y transmisión de calor en tubos con rascadores insertados en régimen estático.
4. Obtener representaciones adimensionales de pérdida de presión en tubos con rascadores insertados en régimen dinámico.

---

<sup>1</sup> Método de Volúmenes Finitos

## PROYECTO FINAL DE CARRERA

### INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

David S. Martínez Hernández

---

5. Caracterizar numéricamente la potencia de accionamiento de los rascadores debida a las fuerzas del flujo sobre los tacos rascadores y fricción con todos los elementos móviles, permitiendo futuras comparaciones con fluidos Newtonianos.

## 2. FLUIDOS NO NEWTONIANOS. EL CMC

En este capítulo se pretende hacer una breve introducción al comportamiento de los fluidos no newtonianos, para después ahondar un poco más en el fluido que nos ocupa en este proyecto; el CMC, y su comportamiento modelado por la *power-law*.

### 2.1. INTRODUCCIÓN

Existe una clase importante de fluidos, que difieren de los Newtonianos en que la relación entre el esfuerzo cortante y el campo fluido es más compleja. Estos fluidos son los no Newtonianos o fluidos reológicos.

Antes de nada se debe mencionar que el conocimiento que se tiene sobre este tipo de fluidos todavía se encuentra en una etapa temprana y muchos de los aspectos en este campo aun están por clarificar y explicar.

### 2.2. COMPORTAMIENTO NO NEWTONIANO

Fluidos como el agua, el etanol, o el benceno son llamados Newtonianos ya que si representamos una gráfica que enfrente el esfuerzo cortante o *shear stress* ( $\tau$ ) en un punto frente al gradiente de velocidades o *shear rate* ( $\gamma = du/dy$ ) en la dirección perpendicular a la pared, para una temperatura dada, en ese mismo punto, lo que se obtiene es una línea recta con una pendiente constante, independiente de  $\gamma$  [12]. Esta pendiente es la viscosidad. Así pues la característica más importante de los fluidos Newtonianos es que la viscosidad dinámica es dependiente de  $\tau$ .

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \gamma \quad (2.1)$$

Cualquier fluido que no cumpla la relación lineal (2.1) entre  $\tau$  y  $\gamma$  es llamado no Newtoniano, en los que la pendiente deja de ser constante y cambia con  $\gamma$ . Líquidos con un peso molecular elevado, incluidas las mezclas de polímeros y las disoluciones de polímeros, así como también los líquidos de menor peso molecular en los que estos están disueltos (lodos y pastas) suelen ser no Newtonianos.

Este comportamiento diferente se puede explicar globalmente a partir de un modelo esencial que considera la aparición de propiedades no isotrópicas al inducir un flujo [13]. Si consideramos

por ejemplo un polímero de alto peso molecular disuelto en agua u otro disolvente, este desarrolla una estructura de cadena macromolecular similar a una sustancia compuesta por fibras, una especie de “telaraña” molecular flexible (y parcialmente elástica), que refuerza la estructura del disolvente original. Esto se refleja en un incremento general de la viscosidad en la disolución fluida para todos valores de  $\dot{\gamma}$ , particularmente para los valores bajos (figura 2.1). La diferencia más importante entre un compuesto de fibras sólido y una disolución polimérica es que en el primero, las fibras están fijadas en la matriz, mientras que en la disolución las macromoléculas pueden moverse en el disolvente durante el flujo. Esto hará que la estructura original de la disolución cambie, y convierte a la viscosidad (que no es sino una resistencia al flujo) en una función dependiente de  $\dot{\gamma}$ .

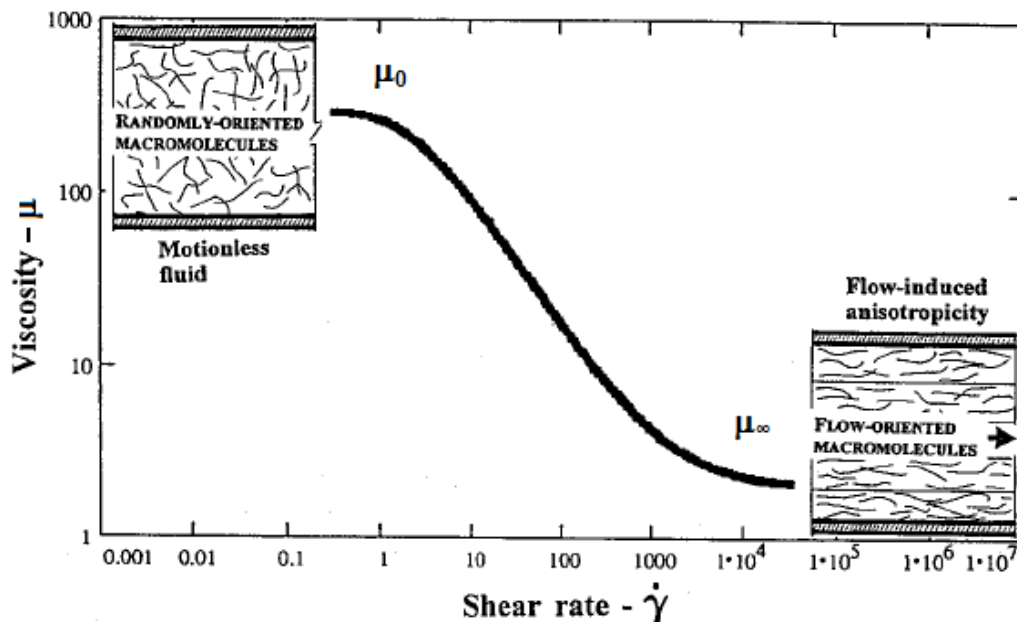


Figura 2.1. Viscosidad en función de  $\dot{\gamma}$  y estructura anisotrópica de un flujo inducido para una disolución polimérica.

La medida de la viscosidad se efectúa para un flujo isométrico, en el cual solo una componente del tensor de esfuerzos cortantes es distinta de 0, como el que se da en el flujo unidimensional a través de un conducto circular, entre un cono y una placa o entre dos cilindros concéntricos (como se verá más adelante). Para bajos esfuerzos cortantes, como un fluido sin movimiento, las cadenas de macromoléculas flexibles se encuentran originalmente orientadas de forma arbitraria (Figura 2.1). Con el aumento de  $\dot{\gamma}$ , las cadenas de macromoléculas pasan a estar mejor alineadas y “desenredadas” según la dirección del flujo (a lo largo de las líneas de tensión constante) y la resistencia original al flujo (viscosidad para  $\dot{\gamma}=0$ ,  $\mu_0$ ), debida a la estructura arbitraria y orientación de las cadenas, se ve considerablemente reducida, alcanzando un mínimo (viscosidad para  $\dot{\gamma}=\infty$ ,  $\mu_\infty$ ) para algunos  $\dot{\gamma}$  límites después de los cuales es imposible que se den



mayores alineamientos de las macromoléculas (Figura 2.1.). Por lo tanto,  $\mu_0 > \mu_\infty > \mu_s$ , donde  $\mu_s$  es la viscosidad original del disolvente. Estas diferencias son despreciables para una solución muy diluida ( $\mu_0 \approx \mu_\infty \approx \mu_s \approx \text{constante}$ ).

### 2.3. CLASIFICACIÓN

La clasificación de los fluidos no Newtonianos se puede observar en la figura 2.2 en la que se encuentran separados en varias categorías [12, 14], según sean fluidos puramente viscosos, pudiendo estos ser a su vez independientes del tiempo (*purely viscous time-independent fluids*) o dependientes del tiempo (*purely viscous time-dependent fluids*), o sean fluidos viscoelásticos (*viscoelastic fluids*). Estos últimos poseen propiedades tanto viscosas como elásticas y han recibido una atención considerable debido a su habilidad para reducir tanto la caída de presión como la transmisión de calor en el flujo en canales.

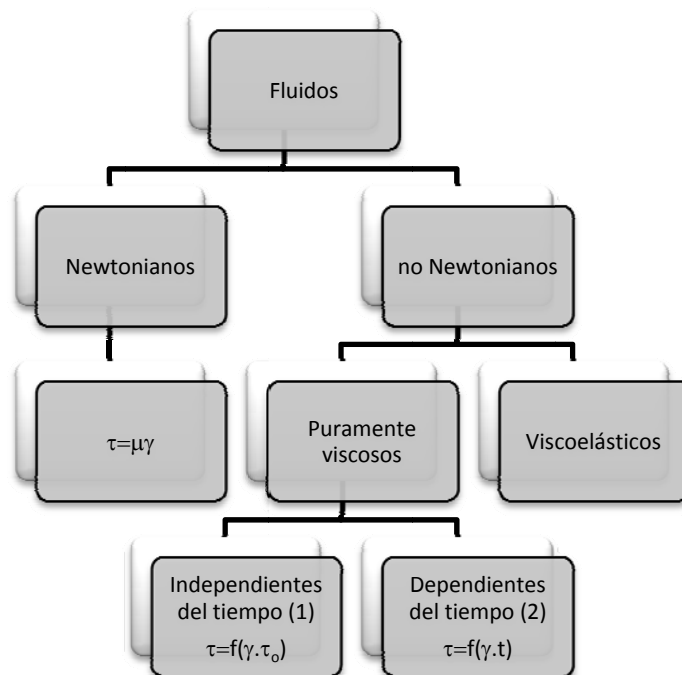
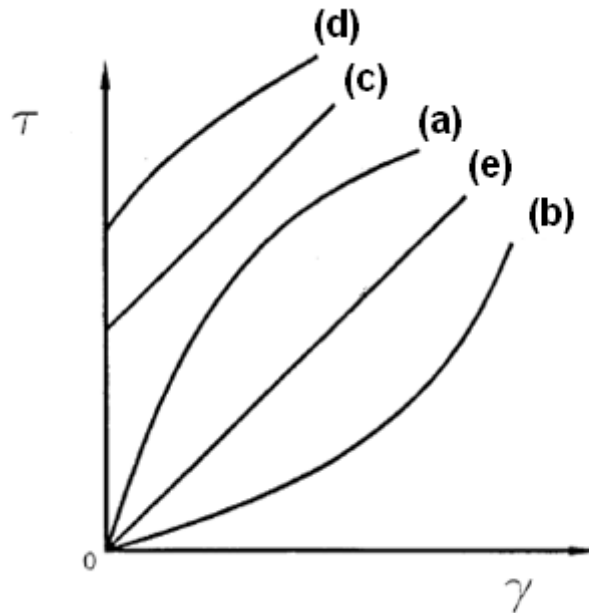


Figura 2.2. Clasificación de los tipos de fluidos

Los fluidos puramente viscosos dependientes del tiempo son aquellos en los que  $\tau$  es función únicamente de  $\gamma$  pero de una forma más compleja que la que describe la ec. (2.1). En la figura 2.3. se ilustran las características de los fluidos puramente viscosos independientes del tiempo.



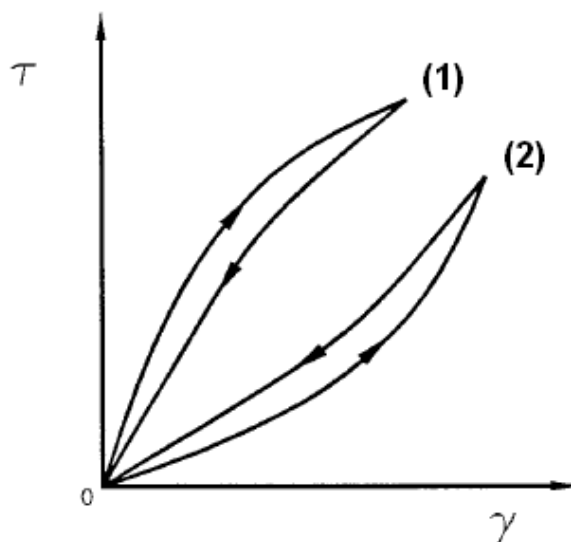
**Figura 2.3.** Curvas para flujo puramente viscoso dependiente del tiempo, fluidos: (a) shear-thinning; (b) shear-thickening; (c) Bingham plastic; (d) Hershel-Buckley; (e) Newtoniano.

En los fluidos (a) y (b)  $\tau$  solo depende de  $\gamma$  aunque de forma no lineal. Al fluido (a) se le llama *shear-thinning* (o *pseudoplastic*), en él la viscosidad disminuye al aumentar  $\gamma$ . Un ejemplo de fluido *shear-thinning* son las disoluciones de polímeros como el óxido de polietileno en agua. Al (b) se le llama *shear-thickening* (o *dilatant*) y es el caso opuesto, en él la viscosidad aumenta al aumentar el valor de  $\gamma$  al que se ve sometido. Ejemplos de fluidos shear-thickening son algunas arcillas y lodos. Muchos de los fluidos shear-thickening se comportan como shear-thinning para muy bajos valores de  $\gamma$ . El comportamiento *shear-thinning* es más común que el *shear-thickening*.

Otro tipo importante de fluidos no Newtonianos son los fluidos viscoplásticos (viscoplastic fluids o “yield stress” fluids). Estos fluidos no fluyen cuando se aplica un esfuerzo cortante pequeño, si no que este debe superar un valor crítico conocido como *yield stress*  $\tau_0$ . Se comportan como sólidos cuando se aplica un esfuerzo cortante inferior al *yield stress* y una vez excedido este umbral el fluido viscoplástico se comportará como un fluido. Los fluidos tipo *Bingham plastics*, curva (c), son un tipo especial de fluidos viscoplásticos que exhiben un comportamiento lineal (Newtoniano) de  $\tau$  frente a  $\gamma$  una vez superado  $\tau_0$ .

Así mismo son fluidos viscoplásticos, curva(d), los fluidos *Herschel-Buckley*, estos también requieren un esfuerzo inicial después del cual se comportan como un fluido tipo *shear-thinning*. Por último la curva (e) muestra un comportamiento tipo Newtoniano.

La figura 2.4 muestra las curvas que se obtienen para dos clases de fluidos no Newtonianos puramente viscosos dependientes del tiempo. En ella se ve como para estos fluidos existe una “vuelta” de histéresis o de memoria la cual depende del instante en el que se aplico el esfuerzo cortante. La curva (1) corresponde a un *pseudoplastic time dependent fluid* y la curva (2) a un *dilatant time dependent fluid*. Se les llama respectivamente fluidos tixotrópicos y fluidos reopécticos, y su complejidad radica en que sus curvas son difíciles de caracterizar para una aplicación particular; el esfuerzo cortante necesario para mantener  $\dot{\gamma}$  constante aumenta con el tiempo.



**Figura 2.4.** Curvas para fluidos puramente viscosos dependientes del tiempo: (a) thixotropic; (b) rheopectic.

Se ha de decir que aunque los fluidos no Newtonianos tienen en común el incumplimiento de la ecuación (2.1), existen diferencias importantes entre los distintos tipos, lo cual implica que cada uno de ellos tenga unas soluciones particulares y no exista una solución general para el campo fluido como ocurre en los fluidos Newtonianos.

## 2.4. VISCOSIDAD APARENTE

A pesar de que los fluidos no Newtonianos no tienen la propiedad de viscosidad, en el sentido que tiene ésta en fluidos Newtonianos, es conveniente definir una “viscosidad aparente”  $\mu_a$  [14] como el cociente entre  $\tau$  y  $\gamma$ , de manera que podemos describir la relación existente entre ellas de la siguiente forma,

$$\tau = \mu_a \gamma \tag{2.2}$$

Esta viscosidad aparente no es una propiedad real de los fluidos no Newtonianos pues su valor depende del campo fluido, o lo que es lo mismo, de  $\gamma$ . Sin embargo, es una magnitud útil y a menudo las curvas de flujo se construyen con la viscosidad aparente como si se tratase de la ordinaria. Si para un fluido *shear-thinning* representamos  $\mu_a$  como función de  $\gamma$  se obtiene la gráfica mostrada en la figura 2.5.

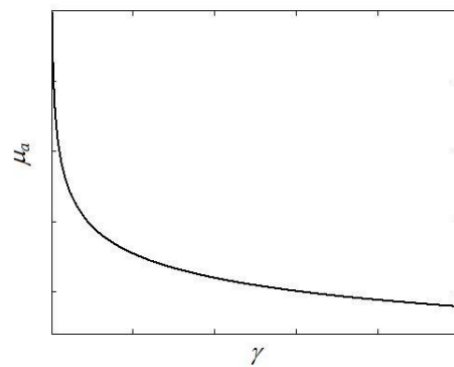


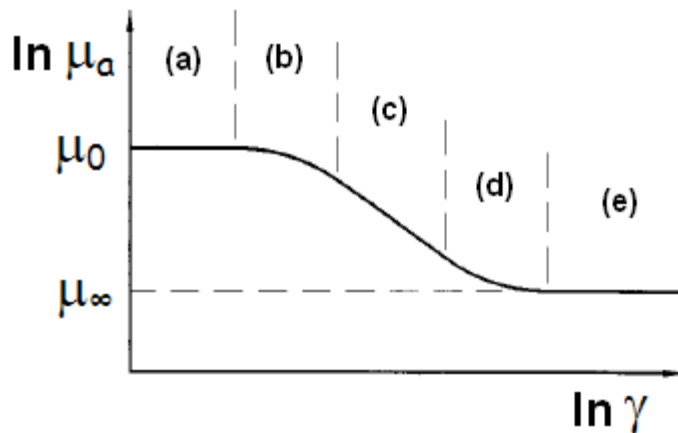
Figura 2.5. Relación  $\mu_a$ - $\gamma$ .

## 2.5. ECUACIONES CONSTITUTIVAS

Ecuaciones constitutivas son aquellas que expresan la relación entre el esfuerzo cortante  $\tau$  y la viscosidad aparente  $\mu_a$  mediante las propiedades reológicas del fluido. Por ejemplo, la ecuación (2.1) es una ecuación constitutiva para fluidos Newtonianos.

Para fluidos no Newtonianos se han desarrollado muchas ecuaciones constitutivas y algunas de ellas tomando hasta cinco propiedades reológicas [14]. Para fines ingenieriles las ecuaciones simples suelen ser satisfactorias y ya que la mayoría de las aplicaciones de fluidos no Newtonianos en la ingeniería se llevan a cabo con fluidos pseudoplásticos (*pseudoplastic fluids* o *shear-thinning fluids*), son estos los que se van a usar para ilustrar las curvas y ecuaciones constitutivas típicas de los fluidos no Newtonianos.

Muchos de los fluidos *shear-thinning* o pseudoplásticos exhiben un comportamiento Newtoniano para  $\gamma$  extremos, ya sea este alto o bajo. La figura 2.6 es una curva cualitativa del flujo para un fluido pseudoplástico, que representada en coordenadas logarítmicas muestra la variación de la viscosidad aparente  $\mu_a$  frente a  $\gamma$ .



**Figura 2.6.** Curva ilustrativa de fluidos: (a) región Newtoniana; (b) región de transición I; (c) región power-law; (d) región de transición II; (e) región Newtoniana para altos  $\gamma$ .

En ella se puede apreciar como para valores bajos de  $\gamma$ , región (a), el fluido es Newtoniano con una viscosidad aparente constante  $\mu_0$  (llamada viscosidad para  $\gamma=0$ ). Para valores más altos de  $\gamma$ , región (b), la viscosidad aparente decrece hasta convertirse en una línea recta, región (c). La región (c) es llamada *power-law*, región muy importante en la mecánica de fluidos y la transmisión del calor. Para valores más altos de  $\gamma$  que la región *power-law*, existe otra zona de transición (d) hasta que de nuevo el fluido se vuelve a transformar en una región Newtoniana (e). Las aplicaciones más importantes en la ingeniería ocurren en las zonas (a), (b) y (c).

### 2.5.1. Ecuación constitutiva de la *Power-law*

Podemos aproximar el comportamiento de la región (c), que antes hemos definido como *power-law*, de la siguiente manera [12],

$$\ln \mu_a = a + b \ln \gamma \quad (2.3)$$

que se puede escribir de la forma,

$$\mu_a = K \gamma^b \quad (2.4)$$

donde  $K = \exp(a)$ . En lugar de  $b$  se suele usar  $(n-1)$  para el exponente de manera que la viscosidad aparente se puede expresar como,

$$\mu_a = K \gamma^{(n-1)} \quad (2.5)$$

la relación (2.1) permite reescribir la ecuación, obteniendo el modelo *power-law*,

$$\tau = K \gamma^n \quad (2.6)$$

donde  $K$  es conocida como consistencia del fluido (*fluid consistence*) y  $n$  como índice de flujo o *flow index*. Notar que cuando  $n=1$  el fluido comporta como newtoniano y  $K$  se convierte en la viscosidad dinámica. Así pues el valor de  $n$  determina la clase de fluido,

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow \text{fluido Newtoniano} \\ n>1 &\rightarrow \text{fluido shear-thickening (o dilatants-fluid)} \\ n<1 &\rightarrow \text{fluido shear-thinning (o pseudoplastic-fluid)} \end{aligned}$$

Debido a su simplicidad, la ecuación constitutiva de la *power law* ha sido la más utilizada en estudios reológicos aunque en ocasiones sea inapropiada porque tiene algunos errores y anomalías inherentes. Por ejemplo, si se considera el flujo de un fluido pseudoplástico ( $n<1$ ) a través de un conducto circular, debido a la simetría en el centro del conducto el valor de  $\gamma$  (gradiente de velocidades) es 0 lo que conlleva que la viscosidad aparente en la ecuación (2.5) sea infinita. Esto presenta dificultades, especialmente cuando se usan análisis numéricos. Otra dificultad surge cuando el campo fluido en consideración no se encuentra en la región (c) de la figura 2.6 pudiendo estar  $\gamma$  en las regiones (a) y (b). En este caso, la ecuación de la *power-law* no es aplicable y se necesitan ecuaciones constitutiva más generales.

### 2.5.2. Ecuación constitutiva de la *Power-law modificada*

Se trata de una generalización de la *power-law* que extiende el rango de  $\gamma$  a las zonas (a) y (b), viene dada por [14],

$$\mu_a = \frac{\mu_0}{1 + \frac{\mu_0}{K} \gamma^{1-n}} \quad (2.7)$$

$$\mu_a = \mu_0 \left[ 1 + \frac{K}{\mu_0} \gamma^{1-n} \right] \quad (2.8)$$

La ec. (2.7) revela que para bajos  $\gamma$ , la viscosidad aparente se hace constante e igual a  $\mu_0$ , correspondiéndose con la región Newtoniana. Por otra parte, cuando  $\gamma$  toma valores altos la ecuación (2.7) se transforma en la ec. (2.5) y representa la región (c), *power-law*. Cuando  $\gamma$  toma valores intermedios la ec. (2.7) representa la región (b) de la figura 2.6. La *power-law modificada* mantiene las propiedades reológicas  $K$  y  $n$  de la *power-law* añadiendo la propiedad  $\mu_0$ . La ecuación (2.7) describe la curva de comportamiento para un fluido pseudoplástico ( $n<1$ ), para un fluido tipo dilatant, ( $n>1$ ), la *power-law modificada* proporciona la ecuación (2.8).

## 2.6. EL FLUIDO CMC. PROPIEDADES

El fluido CMC es el usado en las simulaciones de este proyecto. Se trata de una disolución de *Carboxymethyl cellulose* (CMC) en agua en concentración del 2% [15].

El CMC está presente en un gran número de aplicaciones en la ingeniería. En detergentes y jabones actúa como suspensor de la suciedad mientras que en productos alimenticios lo hace como retenedor del agua, espesador o como estabilizador de emulsiones. El CMC también se usa en la industria textil y papelera además de otras muchas aplicaciones que van desde su adición a lodos de perforación hasta la industria cosmética y farmacéutica. El CMC semisintético es de forma granulada, blanca, inodora e incolora, soluble en agua y no tóxico. Su viscosidad puede variar, por ejemplo para una concentración del 1% desde 0,1 a 2000 mPa.

Se han llevado a cabo varios estudios con el fin de determinar las propiedades reológicas [15], principalmente para concentraciones de 0,5% a 2% y en las que se ha puesto de manifiesto que el índice de flujo  $n$  y el coeficiente de consistencia  $K$  están significativamente afectados por la concentración y como se verá más adelante también por la temperatura. Para determinar los valores de  $K$  y  $n$  se han usado curvas experimentales. La figura 2.7 muestra las curvas de fluidez  $\tau-\dot{\gamma}$  en valores logarítmicos para valores de  $\dot{\gamma}$  de 0,1 a 1000 s<sup>-1</sup> y concentraciones de 1% a 5%.

La líneas rectas obtenidas indican que el comportamiento se puede modelar por la ecuación (2.6), obteniéndose los valores para  $n$  y  $K$  que se muestran en la tabla 2.1. El coeficiente de regresión  $r$  pone de manifiesto que el modelo *power-law* es efectivamente el adecuado para estas concentraciones de CMC. Para el caso de concentración 1% el índice de comportamiento indica un flujo muy cercano al Newtoniano ( $n=0,95$ ) pero al incrementar la concentración de 2% a 5% se produce un salto importante, desde 0,85 a 0,53 indicando un fuerte comportamiento tipo *shear-thinning* para las concentraciones más elevadas de 4% y 5%.

CMC (%)	$K$	$n$	$R^2$
2	0.45	0.85	0.99
3	2.30	0.73	0.99
4	8.30	0.61	0.99
5	28.0	0.53	0.99

**Tabla 2.1.** Valores para  $K$  y  $n$  con el coeficiente de regresión  $R^2$  en cada concentración [15].

Este hecho se refleja en la figura 2.8, que muestra las curvas de viscosidad, y donde se aprecia que el flujo encuentra menos resistencia para valores altos de  $\dot{\gamma}$  tal y como se explico en el apartado 2.1, el esfuerzo cortante orienta a las moléculas permitiéndoles fluir con más facilidad y disminuye la viscosidad.

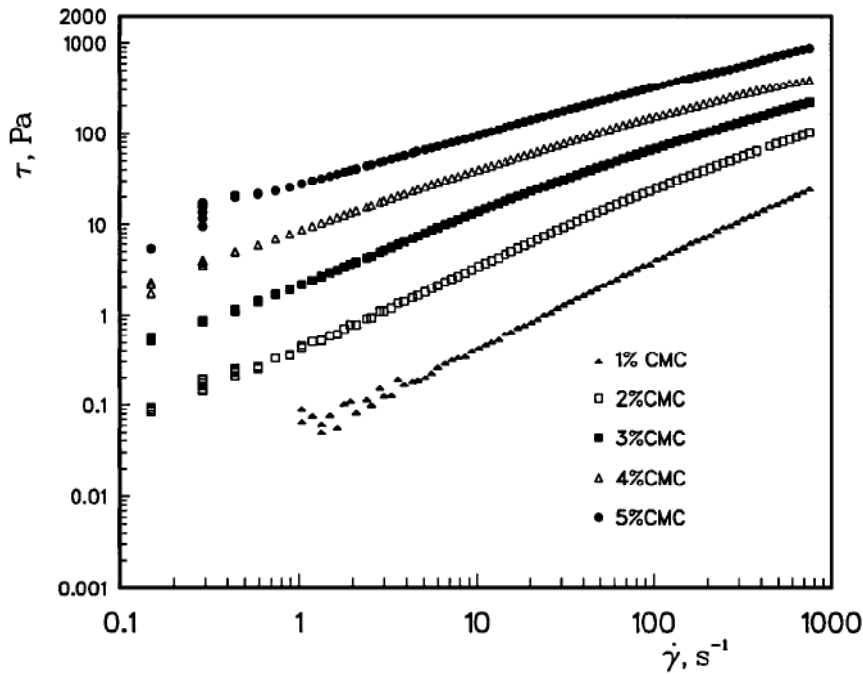


Figura 2.7. Curvas de fluidez (relación  $\tau-\dot{\gamma}$ ) para diferentes concentraciones de CMC [15].

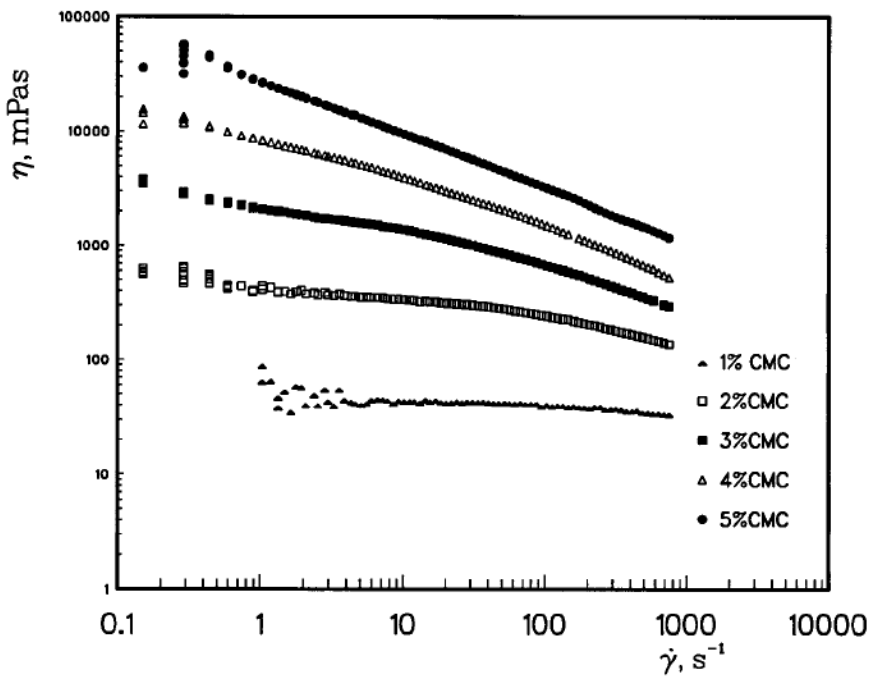


Figura 2.8. Curvas de viscosidad (relación  $\mu-\dot{\gamma}$ ) para diferentes concentraciones de CMC [15].



El test del *yield-stress* muestra que no se da un valor inicial de  $\tau_0$  para ninguno de los casos, es decir, estamos en la curva (a) de la figura 2.3 aunque las concentraciones de 4% y 5% muestran un comportamiento dependiente del tiempo.

En resumen, estas disoluciones de CMC en agua y en particular la de concentración 2% exhiben un comportamiento *shear-thinning* o pseudoplástico que se encuentra en la región (c) de la figura 2.6, es decir, en la región *power-law* y por lo tanto es posible modelar su comportamiento mediante las ecuaciones correspondientes a la misma, tomando los valores  $n=0,85$  y  $K=0,45$  correspondientes al 2%.

### 2.6.1. Propiedades físicas

Las propiedades físicas necesarias para el estudio del flujo son la densidad y la viscosidad (ésta última determinada por  $n$  y  $K$ , que son a su vez propiedades reológicas), mientras que para el estudio de la transmisión del calor además de éstas son necesarias la conductividad térmica y el calor específico. En general, las propiedades de disoluciones concentradas o diluidas de este tipo de materiales en agua suelen ser tomadas como las mismas que el disolvente, ya que se ha encontrado que la densidad y el calor específico para disoluciones de CMC son los mismos que para el agua pura pudiendo variar la conductividad térmica de 1-5% de la del agua [16]. Para la conductividad térmica se puede aplicar la expresión dada por Metzner [16],

$$k_{n-N} = [(1+2X)/(1-X)]k_D \quad (2.9)$$

donde  $k_{n-N}$  es la conductividad térmica de la disolución,  $k_D$  la del disolvente y  $X$  la concentración volumétrica. Aunque proporciona valores ligeramente inferiores a los obtenidos en estudios experimentales el error es pequeño. Esta ecuación da una conductividad térmica de  $0,637 \text{ W/mK}$  para una concentración del 2%, siendo la conductividad del agua  $0,6 \text{ W/mK}$ .

El mayor problema se encuentra en la variación de las propiedades reológicas  $n$  y  $K$  con la temperatura. Como se verá más adelante FLUENT permite el uso de modelos en los que la viscosidad varía con la temperatura para fluidos no Newtonianos. En la tabla 2.2 se puede ver la variación de estas propiedades para las concentraciones que han sido tabuladas [17].

**PROYECTO FINAL DE CARRERA**

FLUIDOS NO NEWTONIANOS. EL CMC

David S. Martínez Hernández

Aqueous solutions of CMC ( non-Newtonian liquids )								
Density $\cong$ Density of pure water								
Power law model: $\tau = k(\dot{\gamma})^n$ where $k =$ Viscosity coefficient, [ Pa.s <sup>n</sup> ] & $n =$ Rate index, [-]								
CMC solutions	Power Law parameters	25 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	Specific heat [ J/kg K ]	Conductivity [ W/m K ]
0.2 wt%	k	0.0697	0.0221	0.0125	0.0082	0.0031	4200	0.615
	n	0.7468	0.8281	0.8879	0.9233	0.9512		
0.4 wt%	k	0.2084	0.066078	0.03737	0.02452	0.00927	4220	0.625
	n	0.6953	0.770993	0.82667	0.85963	0.8856		
0.6 wt%	k	0.3413	0.108217	0.06121	0.04015	0.01518	4250	0.635
	n	0.6883	0.763231	0.81835	0.85097	0.87669		
0.8 wt%	k	0.5756	0.182507	0.10323	0.06772	0.0256	4270	0.64
	n	0.6729	0.746155	0.8012	0.83193	0.85707		
1 wt%	k	2.538	0.804732	0.45516	0.29859	0.11288	4290	0.645
	n	0.5519	0.611982	0.65618	0.68234	0.70296		

**Tabla 2.2.** Propiedades físicas y reológicas del CMC a varias concentraciones [17].

Tomando como referencia los datos de la tabla y ajustando curvas polinomiales, como se observa en la tabla 2.3, podemos tomar una conductividad térmica de *0,64 W/mK* (tal y como indicaba la ecuación de Metzner) y un calor específico de *4373 J/kgK*, con coeficientes de regresión de  $R^2=0,999$  y  $R^2=0,998$  respectivamente (figuras 2.9 y 2.10).

% CMC	$C_p$ (J/kgK)	$k$ (W/mK)
0,2	4200	0,615
0,4	4220	0,625
0,6	4250	0,635
0,8	4270	0,640
1	4290	0,645
2	4373	0,636

**Tabla 2.3.** Regresión de propiedades para CMC 2%.

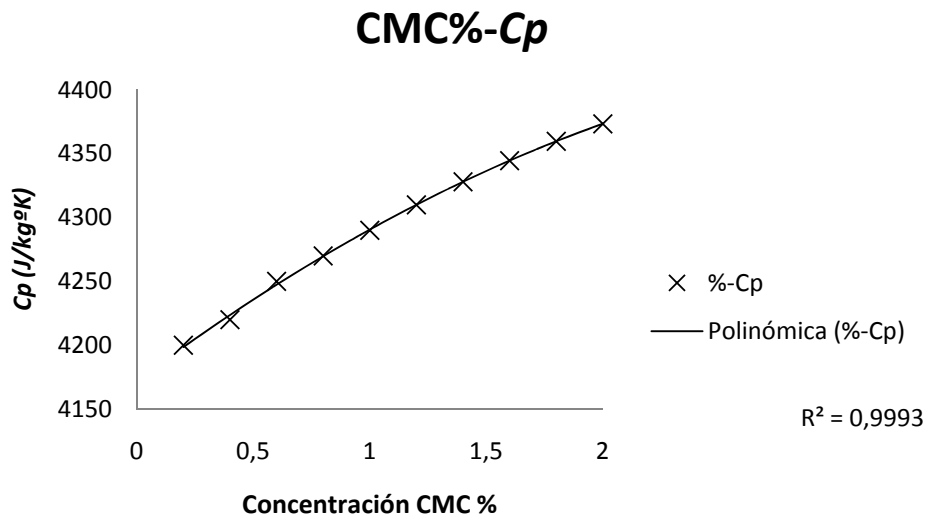


Figura 2.9. Línea de tendencia para  $C_p$ .

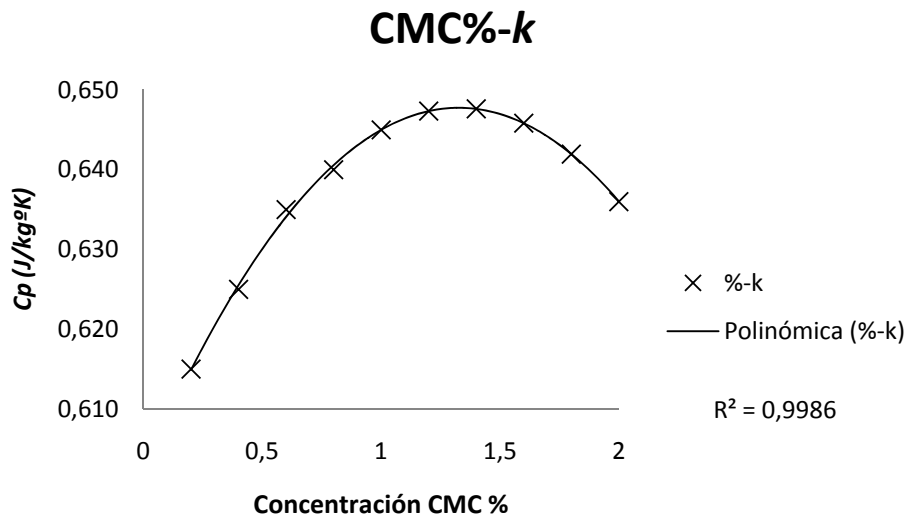


Figura 2.10. Línea de tendencia para  $k$ .

## 2.7. FACTOR DE FRICCIÓN PARA FLUJOS LAMINARES COMPLETAMENTE DESARROLLADOS DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS *POWER-LAW*

Para flujo laminar de fluidos Newtonianos en conductos los resultados teóricos así como también los numéricos se suelen expresar en términos del número de Poiseuille

$$Po = f_D \cdot Re \quad (2.10)$$

donde  $f_D$  es el factor de fricción de Darcy<sup>2</sup> y  $Re$  el número de Reynolds que se definen,

$$f_D = \frac{2 \frac{\Delta P}{L} D_H}{\rho U^2} = 4f \quad (2.11)$$

$$Re_H = \frac{\rho U D_H}{\mu} \quad (2.12)$$

siendo  $D_H$  el diámetro hidráulico definido como  $D_H = 4A/P$ , donde  $A$  es el área de la sección del conducto y  $P$  el perímetro mojado. Si la relación entre los radios de los cilindros exterior e interior se expresa como  $\kappa = r/r_e$ , el diámetro hidráulico queda de la forma

$$D_H = 4 \frac{A}{P} = \frac{2R(1 - \kappa^2)}{(1 + \kappa)} \quad (2.13)$$

Para fluidos Newtonianos el producto  $fRe$  depende únicamente de la sección transversal del conducto, por ejemplo para una sección circular el producto toma el valor 16. Para fluidos no Newtonianos *power-law* modelados por la ecuación constitutiva (2.6) se define un número de Reynolds generalizado  $Re_B$  como [18],

$$Re_B = \frac{\rho U^{2-n} D_H^n}{2^{3(n-1)} K} \quad (2.14)$$

para el cual se tiene que

$$f Re_B = f Re_B(n, \text{sección transversal}) \quad (2.15)$$

<sup>2</sup> En el presente proyecto se trabajará con el factor de fricción de Fanning  $f$ , siendo  $f = f_D/4$ .

Kozicki, Chou y Tiu fueron los primeros en proponer una expresión estimada para el factor de fricción, dada por la ecuación,

$$f \text{ Re}_B = 16 \left[ \frac{a + bn}{n} \right]^n \quad (2.16)$$

donde  $a$  y  $b$  son parámetros que se obtienen de la solución para flujo Newtoniano con la misma geometría, dados por las expresiones,

$$a + b = \frac{(1 - \alpha)^2}{1 + \alpha^2 - \frac{1 - \alpha^2}{\ln(1/\alpha)}} \quad (2.17)$$

$$a = \frac{(1 - \alpha)^2}{4 \left\{ 1 - \frac{1 - \alpha^2}{2 \ln(1/\alpha)} \left[ 1 - \ln \frac{1 - \alpha^2}{2 \ln(1 - \alpha)} \right] \right\}} \quad (2.18)$$

y que se encuentran tabulados en función de  $\alpha = \kappa = r_i / r_e$  (Tabla 2.4.).

Es habitual definir el número de Reynolds en la forma [19],

$$\text{Re}_{KT} = \frac{2^{3-n} r_h^n U^{2-n} \rho}{K \left[ \frac{a + bn}{n} \right]^n} = \frac{2^{3-n} r_e^n U^{2-n} \rho (1 - \alpha)^n}{K \left[ \frac{a + bn}{n} \right]^n} \quad (2.19)$$

donde  $r_h = D_H/4$  es el radio hidráulico, de forma que el factor de fricción de Fanning dado por la expresión de Kozicki se puede obtener de la expresión para flujo Newtoniano,

$$f = \frac{16}{\text{Re}_{KT}} \quad (2.20)$$

Miller propuso la aproximación,

$$f \text{ Re}_B = 16 \left[ (a + bn) \frac{3n + 1}{4n} \right]^n \quad (2.21)$$

entonces, de acuerdo con Kozicki ,

$$(a + b) = f \text{ Re} / 16 \quad (2.22)$$

el método de Miller emplea solo un parámetro que se puede obtener con mayor o menor dificultad de la solución Newtoniana correspondiente.

A partir de los valores de los parámetros geométricos de Kozicki, Delplace y Leuliet dedujeron la siguiente relación entre los parámetros,

$$\frac{b}{a} = \frac{3}{a + b} \quad (2.23)$$

Sustituyendo la ecuación (2.23) en la ecuación (2.16) se obtiene la aproximación de Delplace y Leuliet,

$$f \text{ Re}_B = 16 \left[ (a + bn) \frac{3n + a + b}{(3 + a + b)n} \right]^n \quad (2.24)$$

que también emplea sólo un parámetro dado por la ecuación (2.22).

Liu y Masliyah desarrollaron el método de tres factores dado por la expresión

$$f \text{ Re}_B = (16 / k_1)^n \left[ 1 + \frac{1 - n}{k_2 n} \right]^n k_3^{n-1} \quad (2.25)$$

similar al desarrollado por Kozicki, donde los factores  $k_1$  y  $k_2$  están relacionados con los parámetros  $a$  y  $b$  en la forma,

$$k_1 = 2(a + b) \quad , \quad k_2 = \frac{b}{a} + 1 \quad (2.26, 2.27)$$

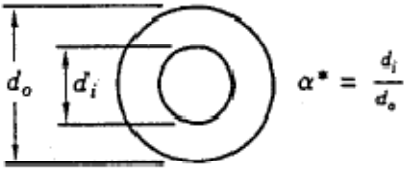
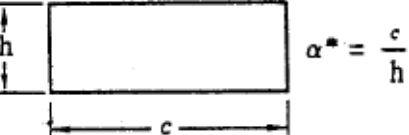
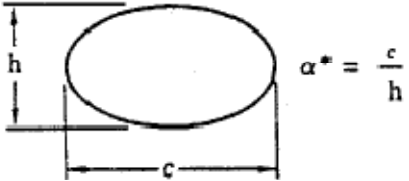
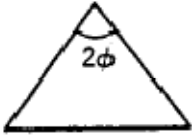

y como Liu y Masliyah adoptaron la relación de Delplace y Leuliet dada en la ecuación (2.23), la ecuación (2.25) se transforma en,

$$f \text{ Re}_B = 16 \left[ (a + bn) \frac{3n + a + b}{(3 + a + b)n} \right]^n k_3^{n-1} \quad (2.28)$$

muy parecida a la ecuación (2.24). Para poder aplicar todos estos métodos es suficiente contar con una solución de flujo Newtoniano para la geometría en cuestión si bien los parámetros  $a$  y  $b$  ya están tabulados. Únicamente el factor  $k_3$  requiere ser obtenido de forma numérica para valores de  $n$  distintos de 1.

Se ha de decir que estas fórmulas expuestas son aproximaciones y su exactitud depende en gran medida de la geometría que se esté considerando. Comparaciones numéricas han demostrado que para geometrías sencillas y sin aristas las desviaciones de los resultados no exceden el 5% mientras que para geometrías con aristas o complejas como la anular con cilindro interior excéntrico las desviaciones pueden llegar hasta valores del 15%. Para sección anular concéntrica las aproximaciones de Kozicki y Delpace-Leuliet son las que proporcionan resultados más exactos.

Tabla 2.4. Constantes a y b para varias secciones transversales usadas en el método dado por Kozicki

Geometry	$\alpha^*$	a	b
<p>Concentric annuli</p>  <p><math>\alpha^* = \frac{d_i}{d_o}</math></p>	0.1	0.4455	0.9510
	0.2	0.4693	0.9739
	0.3	0.4817	0.9847
	0.4	0.4890	0.9911
	0.5	0.4935	0.9946
	0.6	0.4965	0.9972
	0.7	0.4983	0.9987
	0.8	0.4992	0.9994
	0.9	0.4997	1.0000
	1.0 <sup>a</sup>	0.5000	1.0000
<p>Rectangular</p>  <p><math>\alpha^* = \frac{c}{h}</math></p>	0.0	0.5000	1.0000
	0.25	0.3212	0.8482
	0.50	0.2440	0.7276
	0.75	0.2178	0.6866
	1.00	0.2121	0.8766
<p>Elliptical</p>  <p><math>\alpha^* = \frac{c}{h}</math></p>	0.00	0.3084	0.9253
	0.10	0.3018	0.9053
	0.20	0.2907	0.8720
	0.30	0.2796	0.8389
	0.40	0.2702	0.8107
	0.50	0.2629	0.7886
	0.60	0.2575	0.7725
	0.70	0.2538	0.7614
	0.80	0.2515	0.7546
	0.90	0.2504	0.7510
1.00 <sup>b</sup>	0.2500	0.7500	
<p>Isosceles triangular</p>  <p><math>2\phi</math></p>	<u>2φ (deg)</u>		
	10	0.1547	0.6278
	20	0.1693	0.6332
	40	0.1840	0.6422
	60	0.1875	0.6462
	80	0.1849	0.6438
	90	0.1830	0.6395
<p>Regular polygon (N sides)</p> 	<u>N</u>		
	4	0.2121	0.6771
	5	0.2245	0.6966
	6	0.2316	0.7092
	8	0.2391	0.7241

a Planos paralelos

b Circular

Fuente: Irvine, T.F., Jr. and Karni, J., in *Handbook of Single Phase Convective Heat Transfer*, John Wiley and Sons, New York, 1987, pp 20-1-20-57.



## 2.8. EXPRESIONES ANALÍTICAS PARA FLUIDOS *POWER-LAW*

A continuación se verán las expresiones analíticas más importantes, si bien cuando la sección transversal deja de ser circular la complejidad matemática obliga a usar aproximaciones o soluciones numéricas.

### 2.8.1. Conductos con sección circular

Para fluidos tipo *power-law* el perfil de velocidades  $u(r)$  a través de un conducto de sección circular con radio  $R$ , longitud  $L$  y un gradiente de presiones  $\Delta P/L$  que origina el flujo es [20],

$$u(r) = \frac{Q}{\pi R^2} \left( \frac{z+3}{z+1} \right) \left[ 1 - \left( 1 - \frac{r}{R} \right)^{z+1} \right] \quad (2.29)$$

donde  $z = 1/n$  y  $Q$  es el caudal volumétrico

$$Q = \left( \frac{R\Delta P}{2LK} \right)^z \left( \frac{\pi R^3}{z+3} \right) \quad (2.30)$$

se puede escribir por lo tanto

$$u(r) = \left( \frac{R\Delta P}{2LK} \right)^z \left( \frac{R}{z+1} \right) \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{z+1} \right] + u_{ws} \quad (2.31)$$

donde se ha añadido el término  $u_{ws}$  correspondiente al deslizamiento producido en la pared, ya que es común que este tipo de fluidos presenten deslizamiento en la pared del tubo.

El valor de  $\gamma$  se puede obtener a partir de la ecuación (2.1) y sustituyendo en la ecuación (2.29) se tiene,

$$\gamma(r) = \frac{Q}{\pi R^2} (z+3) \left( \frac{r}{R} \right)^z \quad (2.32)$$

o de la ecuación (2.31),

$$\gamma(r) = \left( \frac{\Delta P}{2KLR} r \right)^z \quad (2.33)$$

Representado la solución para CMC al 2% y la obtenida para agua pura,

$$u(r) = \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{R^2 \Delta P}{\rho 8 L \mu}\right) \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right) \tag{2.34}$$

para un valor de  $\Delta P/L = 2 \cdot 10^{-5}$  Pa/m se obtiene (Figura 2.10)

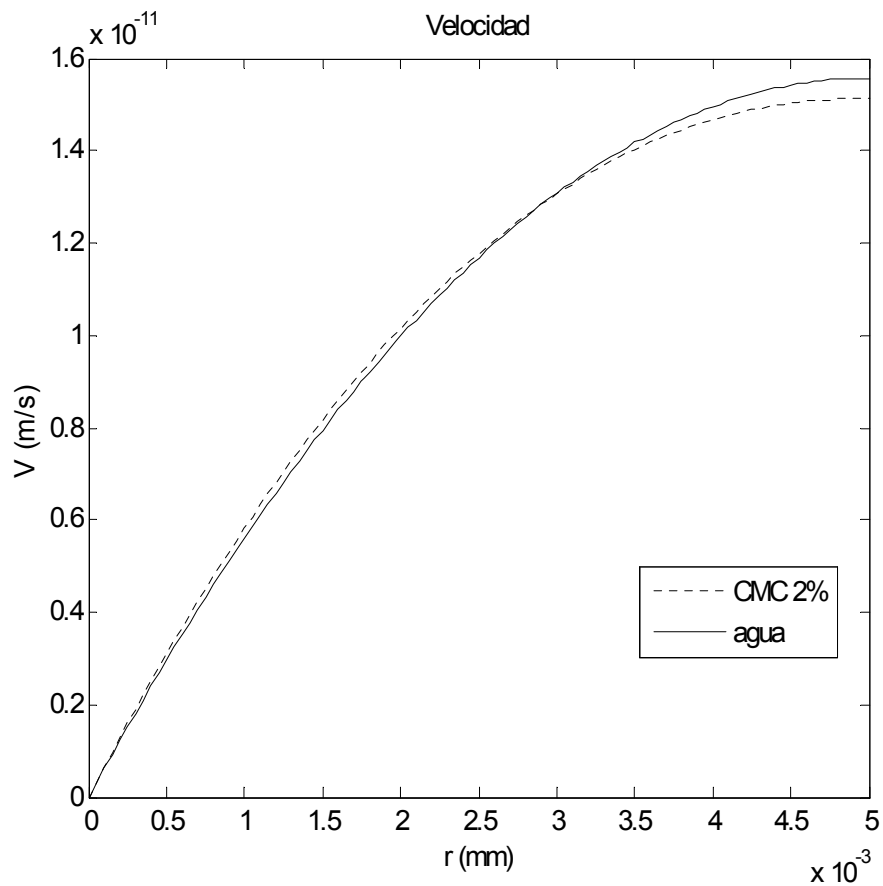


Figura 2.10. Velocidades para conducto de sección circular.

El factor de fricción se puede obtener a partir de la expresión (2.16) con el valor apropiado del Reynolds definido por Kozicki.

**2.8.2. Conductos con sección anular**

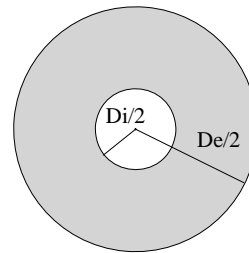
Para un flujo Poiseuille en conductos de sección arbitraria Kozicki propuso la ecuación que se puede escribir de la forma [21],

$$\frac{2u}{r_h} = \frac{1}{a} \tau_o^{-b/a} \int_0^{\tau_o} \tau^{b/a-1} f(\tau) d\tau \tag{2.35}$$

que no tiene en cuenta efectos de deslizamiento, donde  $\tau$  es el esfuerzo cortante y,

$$\tau_o = r_h \frac{\Delta p}{L} \tag{2.36}$$

es el esfuerzo cortante medio en la pared,  $f(\tau)$  es  $\gamma$  proporcionado por el modelo de viscosidad usado,  $\Delta p$  es la caída de presión y  $L$  la longitud del conducto. Las constantes  $a$  y  $b$  son los parámetros geométricos de los que se habló antes.



Para la determinación de la velocidad máxima se propuso la relación,

$$\frac{2u_{\max}}{r_h} = \frac{1}{a \tau_o} \int_0^{\tau_o} f(\tau) d\tau \tag{2.37}$$

El flujo queda definido por la ecuación dada por Dolejs,

$$(3 - \Omega) \frac{u}{r_h} = (3 + \Omega) \tau^{-(2+\Omega)} \int_0^{\tau_o} \tau^{(1+\Omega)} f(\tau) d\tau \tag{2.38}$$

donde,

$$\frac{b}{a} = 2 + \Omega, \quad a = \frac{3 - \Omega}{2(3 + \Omega)} \tag{2.39, 2.40}$$

que sustituido en la ecuación anterior proporciona la ecuación,

$$\frac{u}{r_h} = \frac{(3 + \Omega)}{(3 - \Omega)} \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} f(\tau) d\tau \quad (2.41)$$

Para fluidos *power-law* sin *yield stress*  $f(\tau)$  toma la forma,

$$f(\tau) = \left( \frac{\tau}{K} \right)^{1/n} \quad (2.42)$$

y operando se llega a la ecuación,

$$\frac{U}{u_{\max}} = \frac{1 + n(2 + \Omega)}{n + 1} \quad (2.43)$$

$\Omega$  está tabulado en la tabla 2.5 en función de  $n$  y  $\kappa = \alpha = r_i / r_e$  y donde además aparece el error en % entre los datos proporcionados por la ecuación (2.43) y datos experimentales en la forma  $\delta_u = (u_{\max} / u_{\max, e} - 1) \cdot 100$ .

Para determinar la caída de presión por unidad de longitud se puede plantear la ecuación (2.35) en la forma [22],

$$\left( -\frac{du}{dy} \right)_w = f(\tau_w) = a \tau_w \frac{d\left( \frac{8U}{D_H} \right)}{d\tau_w} + b \left( \frac{8U}{D_H} \right) \quad (2.44)$$

que expresa de forma general el valor de  $\gamma$  en la pared como función de  $\tau_w$  (esfuerzo cortante en la pared, promedio entre pared exterior e interior) y de la velocidad media  $U$  del flujo, siendo  $a$  y  $b$  los anteriores coeficientes tabulados en la tabla 2.4. y  $D_H$  el diámetro hidráulico. Esta ecuación puede ser reordenada e integrada quedando,

$$\left( \frac{8U}{D_H} \right) = \frac{1}{a} (\tau_w)^{-b/a} \int_0^{\tau_w} \tau^{b/a-1} f(\tau) d\tau \quad (2.45)$$

igual a la ecuación (2.35) pero particularizada en la pared. Integrándola conjuntamente con la ecuación (2.42) resulta,

$$\tau_w = K \left[ \frac{8U}{D_H} \left( b + \frac{a}{n} \right) \right]^n \quad (2.46)$$

permitiendo obtener el gradiente de presiones a partir de la expresión

$$\tau_w = \frac{A}{P} \left( -\frac{\Delta p}{L} \right) \quad (2.47)$$

El coeficiente de fricción puede ser definido como,

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U^2} \quad (2.48)$$

### 2.8.3. Conductos con sección anular y flujo Couette-Poiseuille

Para el caso en el que la pared interior se desplaza en sentido axial la solución analítica presenta un parámetro que debe ser obtenido de forma numérica. Este parámetro  $\lambda$  es la posición radial adimensional del punto en el que el perfil de velocidades adquiere el valor máximo, y se puede obtener a partir de la continuidad del campo de velocidades o de la localización del punto en el que  $\tau$  es 0.

Debido a que la finalidad de las soluciones analíticas en este caso es validar la solución computacional, carece de sentido obtener otra solución numérica, pues lo que se pretende es saber si el cálculo computacional proporciona resultados acordes con las ecuaciones planteadas. Se ha de decir pues que no existe una solución exacta con la que validar los resultados si no que para ello se deberán observar los resultados en el caso estático y razonar dentro de lo posible si los resultados obtenidos para el caso dinámico son coherentes. No obstante aquí se presentan las ecuaciones integrales y los posibles casos en función del gradiente de presiones y de la velocidad de la pared que se pueden originar.

Suponiendo el flujo estacionario, laminar, incomprensible, isoterma y unidimensional, la ecuación de movimiento tiene la forma [23],

$$\frac{1}{r} \frac{d(r\tau)}{dr} = P \quad (2.49)$$

con las condiciones de contorno,

$$v_z(\kappa R) = V > 0, \quad v_z(R) = 0 \quad (2.50)$$

que expresan que el cilindro interior se mueve con velocidad axial constante  $V$  y el exterior permanece en reposo.

Usando los siguientes parámetros adimensionales

$$\xi = \frac{r}{R}, \quad \varphi = \frac{v_z}{V}, \quad T = \frac{2\tau}{|P|R}, \quad \Lambda = \frac{|P|R}{2K} \left( \frac{R}{V} \right)^n, \quad Q = \frac{q}{2\pi R^2 V} \quad (2.51)$$

donde  $P$  es el gradiente de presión,  $K$  es la consistencia,  $n$  el índice de comportamiento y  $q$  el caudal en  $\text{m}^3/\text{s}$ . La ecuación (2.49) queda de la forma,

$$\frac{|P|}{2\xi} \frac{d(\xi T)}{d\xi} = P \quad (2.52)$$

con las condiciones de contorno

$$\varphi(\kappa) = 1, \quad \varphi(1) = 0 \quad (2.53)$$

### 2.8.3.1. $P > 0$ (Flujo y movimiento del cilindro interior en equicorriente)

Para este caso, el campo de velocidades viene definido por las ecuaciones,

$$\frac{d\varphi}{d\xi} = \Lambda^s \left( \frac{\lambda^2}{\xi} - \xi \right)^s \quad \text{para } \kappa < \xi < \lambda \quad \left( \text{donde } \frac{d\varphi}{d\xi} > 0 \right) \quad (2.54)$$

$$\frac{d\varphi}{d\xi} = -\Lambda^s \left( \frac{\lambda^2}{\xi} - \xi \right)^s \quad \text{para } \lambda < \xi < 1 \quad \left( \text{donde } \frac{d\varphi}{d\xi} < 0 \right) \quad (2.55)$$

donde  $s=1/n$ . Como se ha dicho antes,  $\lambda$  es la posición adimensional del punto de velocidad máxima, posición para la cual el esfuerzo cortante es 0 ( $T=0$ ).

Existen dos posibilidades, que  $\lambda$  sea menor que  $\kappa$  o bien que  $\lambda$  este entre  $\kappa$  y 1. El caso en que nos encontremos viene dado por la ecuación,

$$\Lambda_{cr1,2} = \left[ \int_{\kappa}^1 \left( \xi - \frac{k^2}{\xi} \right)^s d\xi \right]^{-n} \quad (2.56)$$

Si  $\Lambda < \Lambda_{cr1,2}$  entonces  $\kappa < \lambda < 1$  y  $\lambda$  se obtiene de la ecuación,

$$\int_{\kappa}^{\lambda} \Lambda^s \left| \xi - \frac{k^2}{\xi} \right|^s d\xi - \int_{\lambda}^1 \Lambda^s \left| \xi - \frac{k^2}{\xi} \right|^s d\xi + 1 = 0 \quad (2.57)$$

mientras que si por el contrario si  $\Lambda > \Lambda_{cr1,2}$  entonces  $\lambda$  viene determinado por la ecuación,

$$\Lambda^s \int_{\kappa}^1 \left| \xi - \frac{k^2}{\xi} \right|^s d\xi - 1 = 0 \quad (2.58)$$

### 2.8.3.2. $P < 0$ (Flujo y movimiento del cilindro interior en contracorriente)

Para este caso, el campo de velocidades viene definido por las ecuaciones,

$$\frac{d\varphi}{d\xi} = -\Lambda^s \left( \frac{\lambda^2}{\xi} - \xi \right)^s \quad \text{para } \kappa < \xi < \lambda \quad \left( \text{donde } \frac{d\varphi}{d\xi} < 0 \right) \quad (2.59)$$

$$\frac{d\varphi}{d\xi} = \Lambda^s \left( \frac{\lambda^2}{\xi} - \xi \right)^s \quad \text{para } \lambda < \xi < 1 \quad \left( \text{donde } \frac{d\varphi}{d\xi} > 0 \right) \quad (2.60)$$

Igual que el caso  $P > 0$  existen dos posibilidades ya sea  $\lambda$  menor que  $\kappa$  o bien que  $\lambda$  este entre  $\kappa$  y 1. El caso en que nos encontremos viene dado por la ecuación,

$$\Lambda_{cr2,3} = \left[ \int_{\kappa}^1 \left( \frac{1}{\xi} - \xi \right)^s d\xi \right]^{-n} \quad (2.61)$$

Si  $\Lambda > \Lambda_{cr2,3}$  entonces  $\kappa < \lambda < 1$  y  $\lambda$  se obtiene de la ecuación,

$$\int_{\kappa}^{\lambda} \Lambda^s \left| \xi - \frac{k^2}{\xi} \right|^s d\xi - \int_{\lambda}^1 \Lambda^s \left| \xi - \frac{k^2}{\xi} \right|^s d\xi - 1 = 0 \quad (2.62)$$

mientras que si por el contrario si  $\Lambda < \Lambda_{cr2,3}$  entonces  $\lambda$  viene determinado por la ecuación,

$$\Lambda^s \int_{\kappa}^1 \left| \xi - \frac{k^2}{\xi} \right|^s d\xi - 1 = 0 \quad (2.63)$$

#### 2.8.4. Flujo de calor constante en las paredes

Para el caso de transmisión de calor con fluidos no Newtonianos, es difícil disponer de soluciones analíticas. Debido a la complejidad que entraña la resolución de sus ecuaciones se suele recurrir a soluciones numéricas o correlaciones experimentales. De esta manera se han propuesto correlaciones experimentales para convección forzada en conductos circulares como la dada por Metzner y Gluck [24],

$$Nu = 1.75[3n+1/(4n)]^{1/3} [Gz + 12.6(Pr_w Gr_w (D/L)^{0.4})^{1/3} \cdot (K_b/K_w)^{0.14}] \quad (2.64)$$

donde  $Nu$  es el número de Nusselt,  $Gz$  el número de Graetz,  $Pr$  el número de Prandtl,  $D$  es el diámetro del conducto,  $n$  es el índice de comportamiento y  $K_b$  y  $K_w$  son los índices de consistencia en el centro y en la pared respectivamente.

Aunque sí que existe información a cerca de la transmisión de calor en conducto anular y flujo Couette-Poiseuille, como el estudio realizado por Odgerel Jambal y Toru Shigechi [25] acerca de la transmisión de calor en conducto anular con cilindro interior en movimiento para fluidos *Modified Power Law*, durante la realización de este proyecto no se ha encontrado ningún estudio que ofrezca soluciones analíticas o aproximaciones empíricas para el problema que aquí se plantea.

Por último, en lo referente a la transmisión de calor si se debe considerar en este tipo de fluidos los efectos de la disipación viscosa. Esta importancia se mide cuantitativamente a través del número de Brinkman, que relaciona el calor generado por disipación viscosa con el calor intercambiado por las paredes, en la forma,



$$Br = \frac{\dot{W}}{\dot{q}_w} \quad (2.65)$$

donde  $\dot{W}$  es el calor por unidad de tiempo generado por disipación viscosa y  $\dot{q}_w$  es el calor intercambiado en las paredes por unidad de tiempo.

De Coelho y Pinho [26] se puede obtener que el calor generado se puede expresar en la forma,

$$\dot{W} = -\frac{dp}{dx} \frac{A}{P} U = -\frac{dp}{dx} \frac{D_H}{4} U \quad (2.66)$$

y como,

$$\tau_w = -\frac{dp}{dx} \frac{D_H}{4} \quad (2.67)$$

$\dot{W}$  se puede expresar como

$$\dot{W} = \tau_w U \quad (2.68)$$

Para el caso de fluidos no newtonianos, combinando las ecuaciones (2.16) y la (2.48) y añadiendo el factor corrector 1/8 a la ecuación (2.65), se puede llegar a la definición del número de Brinkman generalizado dada por,

$$Br = 2^{3n-3} \left[ \frac{a+bn}{n} \right]^n \frac{KU^{1+n}}{\dot{q}_w D_H^n} \quad (2.69)$$

donde una vez más los parámetros a y b se obtienen de la tabla 2.4.

**PROYECTO FINAL DE CARRERA**

FLUIDOS NO NEWTONIANOS. EL CMC

David S. Martínez Hernández

**Tabla 2.5.** Constante  $\Omega$  y error en (%) para distintos valore de  $\kappa$  y  $n$  [21].

$k$	$\Omega$	$T_y$	$n$	$u_{\max}/u$	$u_{\max, c}/u$	$\delta_u$ (%)	$\delta_p$ (%)		
0.1	0.207	0	1	1.57	1.60	-1.88	-0.01		
			0.8	1.52	1.54	-1.30	-0.84		
			0.5	1.42	1.40	1.43	-2.14		
			0.2	1.24	1.20	3.33	-2.39		
		0.3	1	1.57	1.60	-1.88	-0.73		
			0.8	1.35	1.36	-0.73	-1.16		
			0.5	1.33	1.32	0.75	-2.06		
			0.2	1.26	1.20	5.00	-2.43		
		0.6	1	1.57	1.60	-2.06	-1.15		
			0.8	1.17	1.18	-1.50	-1.10		
			0.5	1.16	1.18	-1.04	-1.40		
			0.2	1.15	1.15	0.46	-1.86		
		0.8	1	1.57	1.60	-1.86	-0.87		
			0.8	1.05	1.09	-3.67	-0.99		
			0.5	1.05	1.08	-2.77	-0.70		
			0.2	1.05	1.08	-2.77	-0.71		
				$\delta_q =$	2.35	1.45			
0.3	0.067	0	1	1.52	1.53	-0.65	-0.01		
			0.8	1.47	1.47	0.00	-0.27		
			0.5	1.36	1.36	0.00	-0.71		
			0.2	1.19	1.18	0.84	-0.86		
		0.3	1	1.26	1.33	-5.26	-0.11		
			0.8	1.25	1.31	-4.58	-0.11		
			0.5	1.24	1.28	-3.13	-0.48		
			0.2	1.18	1.17	0.85	-0.76		
		0.6	1	1.06	1.16	-8.62	-0.30		
			0.8	1.06	1.16	-8.62	-0.35		
			0.5	1.06	1.16	-8.62	-0.22		
			0.2	1.05	1.13	-7.07	-0.27		
						$\delta_q =$	5.26	0.45	
		0.5	0.023	0	1	1.51	1.50	0.67	-0.79
					0.8	1.45	1.44	0.69	-0.74
					0.5	1.34	1.33	0.75	-0.73
0.2	1.18				1.17	0.85	-0.55		
0.2	1			1.26	1.36	-7.35	-0.62		
	0.8			1.25	1.35	-7.40	-0.62		
	0.5			1.23	1.30	-5.38	-0.62		
	0.2			1.16	1.17	-0.85	-0.58		
0.3	1			1.16	1.30	-10.76	-0.52		
	0.8			1.16	1.29	-10.07	-0.54		
	0.5			1.15	1.26	-8.73	-0.44		
	0.2			1.13	1.16	-2.59	-0.48		
						$\delta_q =$	6.20	0.61	
0.7	0.006			0	1	1.50	1.50	0.00	0.00
					0.8	1.45	1.45	0.00	-0.02
					0.5	1.31	1.34	-2.24	-0.07
		0.2	1.16		1.17	-0.85	-0.10		
		0.2	1	1.12	1.37	-18.24	-0.18		
			0.8	1.13	1.35	-16.30	-0.01		
			0.5	1.12	1.30	-13.85	-0.04		
			0.2	1.11	1.17	-5.13	-0.08		
						$\delta_q =$	10.13	0.08	
		0.9	0	0	1	1.53	1.50	2.00	-0.02
					0.8	1.45	1.44	0.69	-0.02
					0.5	1.29	1.33	-3.00	-0.02
					0.2	1.26	1.17	7.69	-0.02
				0.05	1	1.24	1.46	-15.07	1.27
					0.8	1.15	1.42	-19.01	-1.58
					0.5	1.17	1.33	-12.03	-0.24
0.2	1.23				1.17	5.13	1.38		
				$\delta_q =$	10.19	0.87			

### 3. MODELADO DE LA GEOMETRÍA

Este capítulo presenta la definición y construcción de la geometría tanto del modelo usado para la validación de los resultados numéricos como la del modelo de intercambiador de superficie rascada estudiado. Posteriormente estas geometrías que constituyen el dominio computacional se discretizarán en un conjunto de celdas o volúmenes fluidos sobre los cuales se aplicará el método de los volúmenes finitos para resolver las ecuaciones que caracterizan el comportamiento térmico e hidrodinámico del flujo. Esta técnica se conoce como Mecánica de Fluidos Computacional, o *Computational Fluid Dynamics (CFD)*.

#### 3.1. INTRODUCCIÓN A LA MECÁNICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL

Los fundamentos de la Mecánica de Fluidos experimental se establecieron en Francia e Inglaterra en el siglo XVII y durante los siglos XVIII y XIX se produjo un desarrollo gradual de la Mecánica de Fluidos teórica principalmente en Europa, dando como resultado en el siglo XX una serie de compendios puramente teóricos y procedimientos experimentales.

Hoy en día la aparición de ordenadores de alta velocidad junto con el desarrollo de algoritmos numéricos de gran precisión para resolver problemas físicos ha cambiado por completo la forma de estudio y la práctica de la Mecánica de Fluidos, dando lugar a una nueva metodología de trabajo (la Mecánica de Fluidos Computacional) que constituye en la actualidad una rama de igual importancia en el análisis y solución de problemas de Mecánica de Fluidos junto a la teoría y la experimentación.

El comportamiento físico de un flujo está gobernado por tres leyes fundamentales: (1) la conservación de la masa (ecuación de continuidad), (2) conservación de la cantidad de movimiento y (3) la conservación de la energía. Estos principios físicos se pueden expresar en forma de ecuaciones matemáticas, las cuales en su forma más general pueden ser ecuaciones integrales o ecuaciones en derivadas parciales. El método de los volúmenes finitos se basa en sustituir las integrales o derivadas parciales por ecuaciones algebraicas discretizadas, pudiéndose estar resolviendo mediante ordenadores para obtener una serie de números sobre un conjunto discreto de puntos temporales y/o espaciales que representan los valores de las magnitudes fluidas que intervienen en el problema.

La Mecánica de fluidos computacional comprende el análisis de sistemas que involucran flujos de fluidos, transferencia de calor y otros fenómenos asociados como reacciones químicas mediante simulaciones con ordenador. Los códigos representan una potente técnica que incluye un amplio rango de áreas de aplicación, ya sean o no industriales.

La razón principal por la que la CFD estaba en desventaja frente a la experimentación es la complejidad de resolución que presentaba, lo que imposibilitaba obtener una descripción del flujo a estudiar que fuese económica y suficientemente precisa. La disponibilidad actual de ordenadores y dispositivos de alta velocidad a un precio razonable ha propiciado un aumento en el interés por la CFD haciéndola atractiva para la comunidad industrial que cuenta con ella desde los años 90. Las principales ventajas que presenta la CFD sobre las técnicas experimentales son:

- Reducción de tiempos y costes en nuevos diseños.
- Posibilidad de simular flujos y situaciones fuera del alcance experimental.
- Posibilidad de estudiar sistemas bajo condiciones de riesgo.
- Prácticamente ilimitado nivel de detalle en los resultados.

Los códigos CFD están estructurados en torno a algoritmos numéricos que permiten abordar problemas de Mecánica de Fluidos. Todos los códigos comerciales contienen tres elementos principales: (1) el pre-procesador, (2) el solver y (3) el post-procesador, y sus funciones son las siguientes,

#### *Pre-procesador*

Se encarga de introducir la información necesaria que caracteriza un problema de Mecánica de Fluidos en concreto, para su posterior transformación y resolución mediante solver. En esta etapa se define la geometría de la región a estudiar (dominio computacional), se genera la malla subdividiendo el dominio en celdas, se seleccionan los fenómenos que se desea modelar, se definen las propiedades del fluido y se especifican las condiciones de contorno del dominio computacional.

#### *Solver*

Existen diferentes técnicas de discretización numérica, las más usadas en CFD son: diferencias finitas, volúmenes finitos y métodos espectrales. El más empleado es el de volúmenes finitos, que en líneas generales consta de tres pasos: (1) Integración de las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de un flujo sobre todos los volúmenes de control en los que se ha dividido el dominio, (2) Discretización (paso de ecuaciones diferenciales a ecuaciones algebraicas) y (3) Resolución del sistema de ecuaciones por procesos iterativos.

El primero de estos pasos distingue al método de los volúmenes finitos de todas las demás técnicas de CFD. Éste expresa la conservación de magnitudes fluidas relevantes dentro de cada una de las celdas (o volúmenes) en los que está dividido el dominio computacional. Los códigos

de CFD contienen técnicas de discretización óptimas para el tratamiento de problemas de transporte, convección, difusión y generación de una variable fluida genérica. Debido al comportamiento no lineal del fenómeno físico a resolver se hace necesario el empleo de técnicas iterativas.

### *Post-procesador*

De la misma manera que en el procesado, recientemente se ha producido un gran desarrollo en el campo del post-procesado. Debido al incremento de la popularidad de las estaciones de trabajo los equipos comerciales de CFD están equipados con herramientas de visualización de resultados muy versátiles que incluyen entre otras la visualización del dominio computacional y la malla, representación de vectores, representación de contornos, representación de superficies, representación de las líneas de corriente, manipulación de las representaciones gráficas, etc. Actualmente también se incluyen animaciones del comportamiento dinámico así como la posibilidad de exportar los resultados de las representaciones gráficas obtenidas como datos alfanuméricos que facilitan el tratamiento de la información obtenida.

## **3.2. DEFINICIÓN DEL DOMINIO COMPUTACIONAL**

### **3.2.1. Modelo de validación. Conducto anular**

El dominio computacional a estudiar en este caso está constituido por un conducto anular que, debido a la simetría física del problema a resolver, se reduce a medio conducto seccionado longitudinalmente por un plano de simetría, como el mostrado en la figura 3.1.

Los parámetros geométricos que definen el conducto son el diámetro del cilindro interior  $D_i$ , el diámetro del cilindro exterior  $D_e$ , que definen la relación adimensional  $\kappa = D_i/D_e$ , y que junto con la longitud  $L$  caracterizan el conjunto (figura 3.2). Los valores que se han adoptado para estos parámetros son los mostrados en la siguiente tabla 3.1, donde la longitud  $L$  se ha definido a partir de la longitud de desarrollo del perfil de velocidad para tubo liso, longitud hidrodinámica de entrada, dada por la relación  $L > 0,05 \cdot D \cdot Re_D$  y que para el Reynolds máximo a analizar, 250, proporciona el valor 225 mm, inferior a la longitud tomada. No obstante y para mayor seguridad se ha comprobado que el perfil de velocidades está desarrollado.

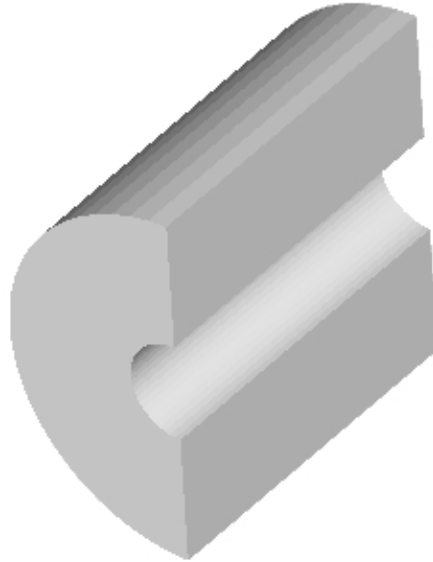


Figura 3.1. Conducto anular con plano de simetría.

$D_e$	$D_i$	$D_H$	$L$
18	5	13	300

Tabla 3.1. Dimensiones del dominio (mm)

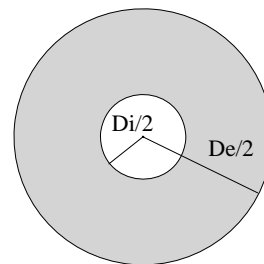


Figura 3.2. Parámetros geométricos

### 3.2.2. Modelo del problema estudiado. Intercambiador de superficie rascada

El dominio computacional a estudiar en este caso está constituido por un conducto circular en cuyo interior se encuentra situado el elemento rascador. Éste consta de un eje en la dirección longitudinal del conducto y concéntrico, el cual lleva insertados tacos formados por semicircunferencias alternadas de espesor  $T$  y separadas a una distancia  $P/2$  que actúan a modo de rascadores. En este modelo  $T=7,3$  mm y  $P=90$  mm.

En la práctica el dominio equivale a tomar un conducto anular y restarle el volumen ocupado por las semicircunferencias que forman los rascadores. El modelo empleado en este proyecto tiene una longitud igual a  $4P$  con el objetivo de obtener un flujo desarrollado, libre de efectos producidos por la entrada o la salida, en el tramo central, mostrado en la figura 3.3. El valor de  $\kappa$  es el mismo que en el apartado 3.1.1.

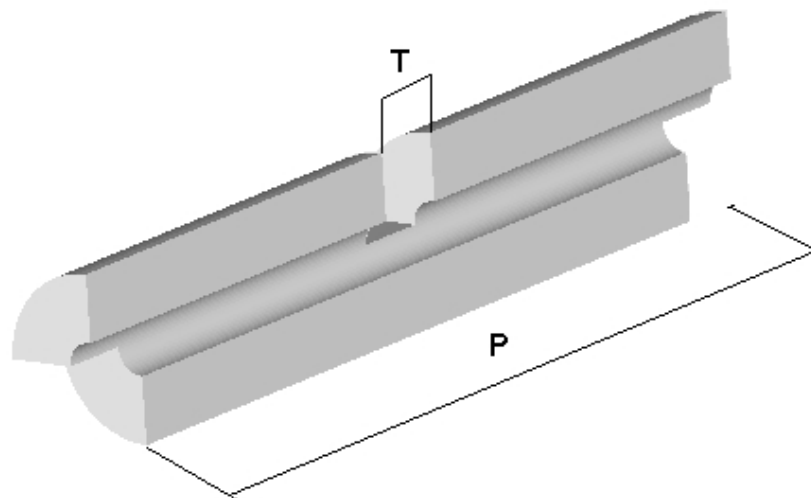


Figura 3.3. Zona central del dominio computacional del intercambiador.

### 3.3. CONSTRUCCIÓN DE LA GEOMETRÍA Y MALLADO MEDIANTE GAMBIT

Para la construcción de la geometría y el mallado se ha empleará el software GAMBIT v2.1. Se trata de un software destinado a ayudar a los analistas y diseñadores en las tareas de construcción de la geometría, mallado y asignación de tipos de zonas al dominio computacional de los modelos para CFD y otras aplicaciones científicas. En los dos siguientes apartados se expone de forma breve el proceso de construcción y mallado de las geometrías que conforman los dominios computacionales estudiados.

#### 3.3.1. Geometría y mallado del conducto anular

La construcción de la geometría y su posterior mallado no entrañan gran dificultad. Para la creación del conducto anular basta con crear dos volúmenes cilíndricos y concéntricos de radios 9 mm y 2,5 mm, ambos con 300 mm de longitud según el eje Z, usando la opción *Create Real Cylinder* (figura 3.4(a)). Una vez creados los dos volúmenes, para obtener la geometría anular basta con restar al cilindro mayor el volumen del cilindro menor, para ello con la opción *Split Volume* (figura 3.4(b)) seccionamos el cilindro exterior con el cilindro interior eliminando después el volumen interior.

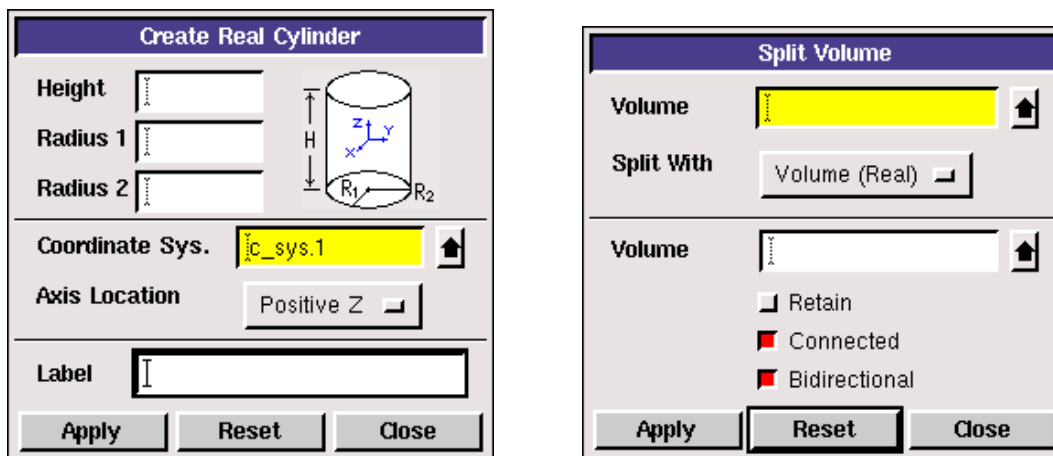


Figura 3.4. a) Opción para crear volumen cilíndrico b) Opción para seccionar volumen.

Una vez obtenida la geometría anular solo queda reducirla a su mitad simétrica, para ello mediante *Create Real Brick* se crea un prisma rectangular de dimensiones 20x20x300mm y tras trasladarlo de forma que una de sus caras coincida con el plano de simetría, con la opción *Split Volume* seccionamos el conducto anular pero esta vez no con otro volumen si no con la cara deseada del prisma (*Split With Face (Real)*). Finalmente se eliminan los volúmenes sobrantes, es decir, el prisma y la mitad sobrante del conducto (la que queda en el lado de la coordenada X negativa).



Creada la geometría que define el dominio computacional se procede a su mallado. Para ello se mallan en primer lugar las aristas mediante la opción *Mesh Edges*, seleccionando el número de nodos con la opción *Interval Count* (figura 3.5 (a)). En las aristas rectas situadas en las caras transversales se han colocado 28 nodos en cada una, en las aristas curvas formadas por semicircunferencias se han colocado 28 nodos, tanto en las exteriores como en las interiores. En las aristas longitudinales se han colocado 400 nodos. Una vez malladas las aristas se mallan las dos caras transversales con la opción *Mesh Faces* para después mallar por último el volumen completo mediante *Mesh Volumes* (figura 3.5(b)).

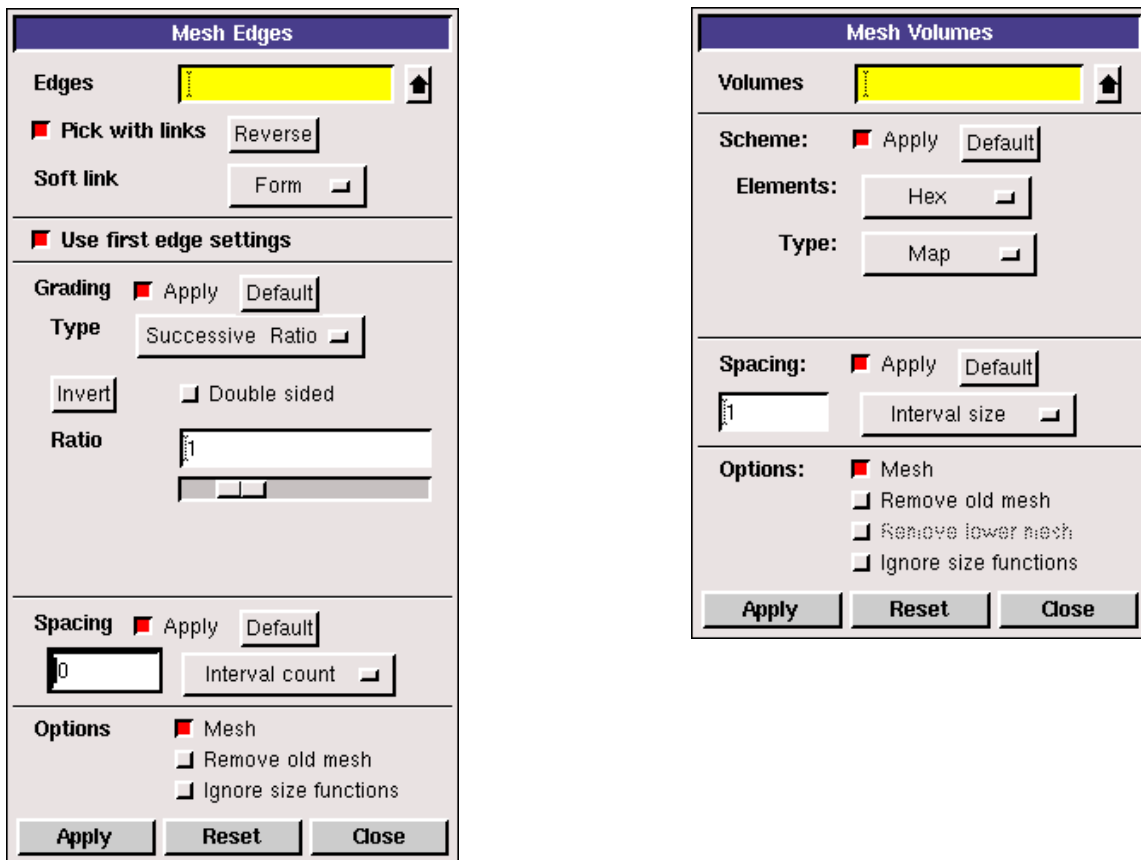
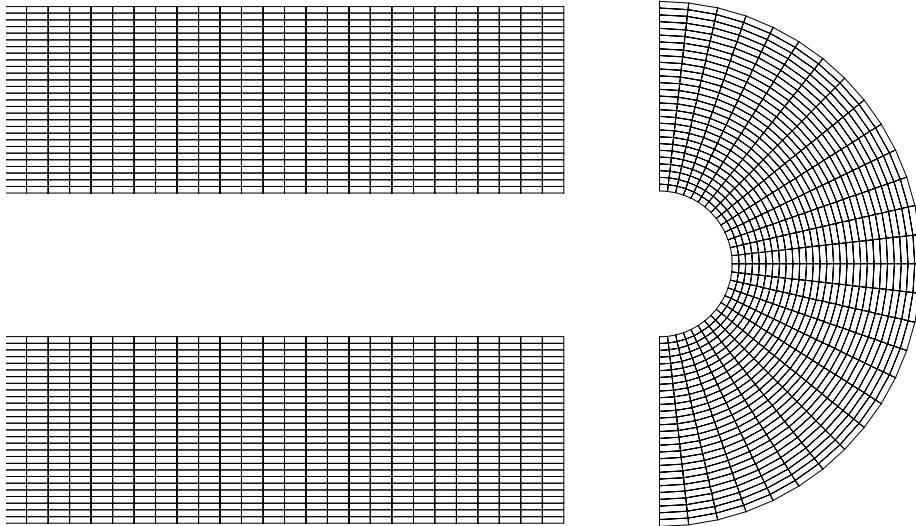


Figura 3.5. a) Opción para mallar aristas por número de nodos b) Opción para mallar volúmenes.

En la figura 3.6 se puede apreciar el mallado resultante en la sección transversal que constituye la salida del conducto y en el plano de simetría.



**Figura 3.6.** Malla del conducto anular. Cara de simetría (izq). Sección transversal (der).

Generada la malla, se han de imponer las condiciones de contorno para poder exportar el fichero a FLUENT. Especificando que el tipo de solver es FLUENT 5/6 se emplea el comando *Specify Boundary Types*.

Se ha dado condición de pared o WALL a la superficie exterior del conducto, de nombre *tubo*, y a la superficie del cilindro interior, de nombre *varilla*. Al plano de simetría se le ha dado condición tipo SYMMETRY con el nombre *simetría*. A la superficie de salida se le ha dado condición tipo PRESSURE OUTLET con el nombre *salida* y a la superficie de entrada condición de tipo PRESSURE INLET con el nombre de *entrada*, si bien esta última será cambiada posteriormente en FLUENT a VELOCITY INLET. Por último al ser un volumen único, se le asigna la condición FLUID, con el nombre *fluido*.

Solo queda ya exportar la malla mediante la opción *Export Mesh File*, que después podrá ser interpretada por FLUENT.

### 3.3.2. Geometría y mallado del intercambiador de calor de superficie rascada

La geometría del intercambiador de calor tiene gran parte en común con la del conducto anular. En primer lugar se crea un cilindro de radio 9 mm y longitud 349,5 mm y otro de mismo radio y longitud 7,3 mm (T) a partir del cual se crearán los tacos rascadores. Este cilindro de 7,3 mm se traslada 30 mm según su eje axial y después se copia y traslada cada 45 mm (P/2) con la opción *Move/Copy Volumes* (figura 3.7).

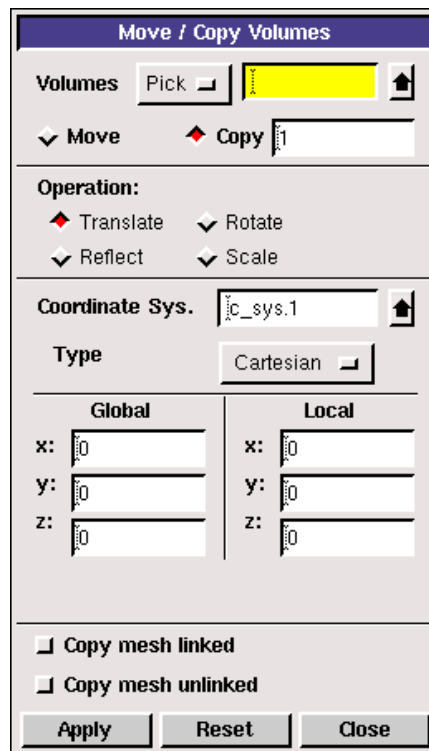


Figura 3.7. Opción para copiar y trasladar volúmenes.

A continuación se debe partir el volumen formado por el cuerpo cilíndrico de mayor longitud por todos y cada uno de los cilindros cortos, con la opción *Split Volume*. Una vez hecho esto se deben crear dos prismas rectangulares de la misma manera que en el apartado anterior, y orientarlos de forma que con uno de ellos se pueda seccionar por la mitad cada uno de los cilindros que componen los rascadores, para después con el otro prisma seccionar todos los volúmenes resultantes por el plano de simetría.

Una vez creada la geometría de todo el dominio computacional (que a su vez está formada por varios volúmenes) se procede a su mallado. En las caras transversales se opera de la misma manera que en el apartado anterior, con 28 nodos tanto en las aristas curvas como en las rectas. En las aristas longitudinales se ha introducido una compresión de la distancia entre nodos conforme se acercan a la zona de paso por el rascador, donde la distancia entre nodos es

constante. La finalidad es poder observar con más detalle que ocurre en la zona de estrechamiento del flujo pues es donde se producirán los efectos más importantes (recirculaciones,...).

Así pues, en las aristas longitudinales de los volúmenes situados entre volúmenes de rascadores se disponen 50 nodos con un ratio de compresión de 1,05 en las dos direcciones (figura 3.8(a)), mientras que en las aristas longitudinales de los volúmenes de rascadores se disponen 20 nodos sin compresión (figura 3.8(b)).

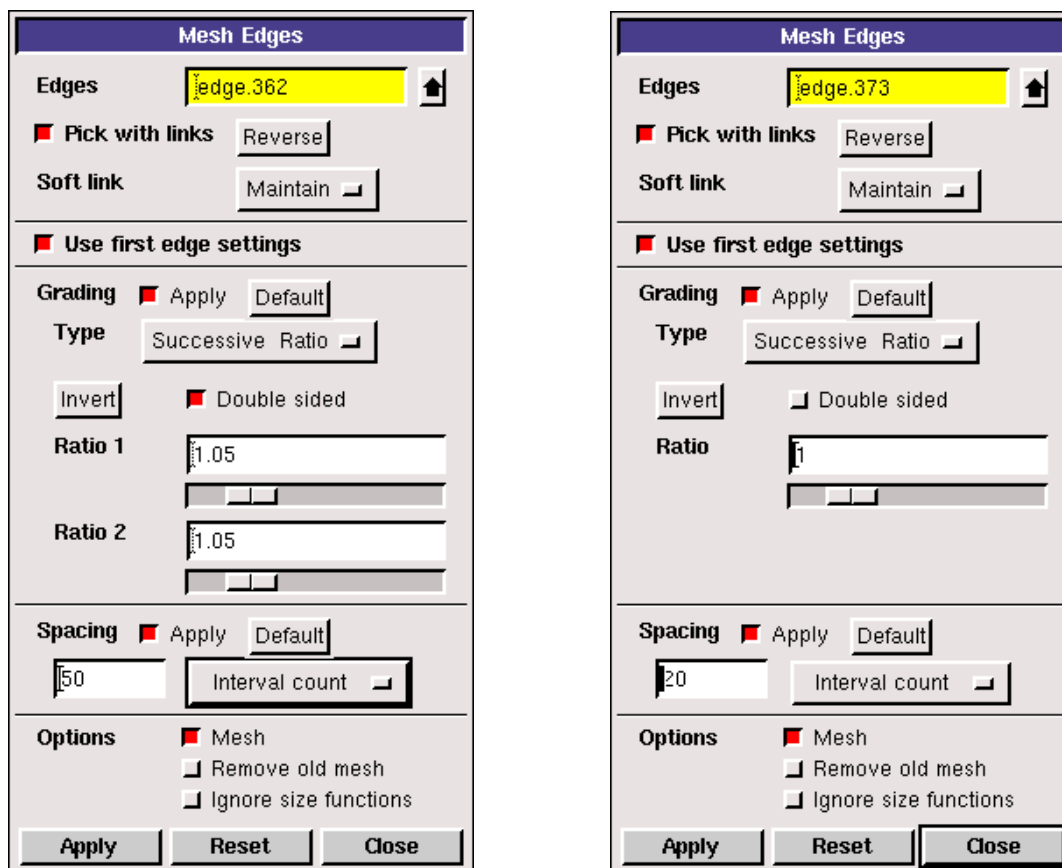
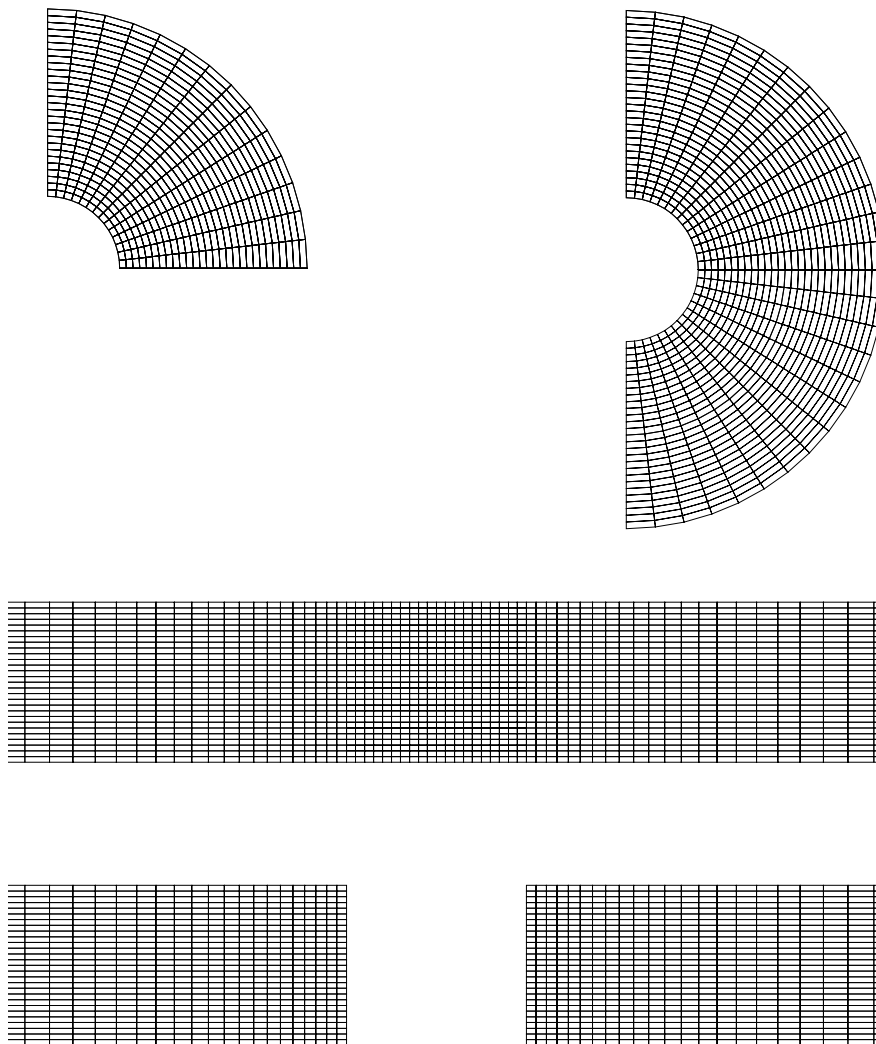


Figura 3.8. a) Mallado de aristas con compresión. b) Mallado de aristas del volumen de paso por el rascador.

Esta disposición, como se puede ver en la figura 3.9, garantiza que exista continuidad sin que se produzcan saltos en la distancia entre nodos, permitiendo obtener soluciones satisfactorias y detalladas.



**Figura 3.9.** Malla del intercambiador. Sección transversal paso por rascador (izq). Sección transversal volumen entre rascadores (der). Cara de simetría (abajo).

En cuanto a las condiciones de contorno, en esta geometría se ha distinguido entre la zona central del dominio computacional, que es la que se considerará en el estudio, y los extremos.

Se ha dado condición de contorno tipo WALL a la pared del intercambiador y al cilindro interior, pero se ha distinguido entre pared y cilindro interior pertenecientes al volumen central, llamado *tubo* y *varilla*, y los pertenecientes a los extremos, llamados *tubo\_lat* y *varilla\_lat*. También se han definido las superficies izquierda y derecha del taco central, con condición tipo WALL y nombres *tacod* y *tacoi*.

La entrada y la salida tienen condición de PRESSURE INLET y PRESSURE OUTLET con nombres *entrada* y *salida* respectivamente, aunque con FLUENT la entrada pasará a ser VELOCITY INLET. El plano de simetría también se ha dividido en dos, por un lado el plano de

simetría perteneciente a la zona central, con nombre *simetría*, y por otro el plano de simetría perteneciente a los extremos, con nombre *simetría\_lat*. Ambos con condición SYMMETRY.

Los volúmenes se han definido de la misma manera, distinguiendo entre el volumen que forma la zona a estudiar, tipo FLUID y nombre *fluido*, y los volúmenes extremos, tipo FLUID y nombre *fluido\_lat*.

Se ha de decir que automáticamente las superficies que no han sido definidas pasan a ser automáticamente tipo WALL, cuando se exporta la malla mediante la opción *Export Mesh File*.

## 4. METODOLOGÍA DE SIMULACIÓN NUMÉRICA CON FLUENT

En este capítulo exponen las ecuaciones de gobierno que rigen el comportamiento de un flujo laminar, incompresible y estacionario en su forma diferencial. Posteriormente, se presentan los distintos algoritmos de que dispone Fluent para resolver el sistema de ecuaciones obtenido, así como las condiciones de contorno, modelos para definir las propiedades físicas del fluido y su comportamiento, y criterios empleados para evaluar la convergencia. Por último, se analizan las hipótesis, esquemas, modelos, condiciones de contorno y propiedades del fluido adoptadas para la realización de las simulaciones numéricas de los dos problemas a analizar en este PFC (problema fluidodinámico y problema térmico). Se expone la metodología de simulación empleada en ambos casos y se determina si se cumplen o no los criterios de convergencia establecidos.

### 4.1. MODELO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA

A continuación, se exponen las ecuaciones (en forma conservativa) que gobiernan el comportamiento temporal de un flujo tridimensional y la transferencia de calor para un fluido Newtoniano.

- *Ecuación de continuidad*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (4.1)$$

- *Ecuación de cantidad de movimiento*

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla \cdot (\mu \nabla u) + S_{Mx} \quad (4.2a)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \nabla \cdot (\mu \nabla v) + S_{My} \quad (4.2b)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nabla \cdot (\mu \nabla w) + S_{Mz} \quad (4.2c)$$

- *Ecuación de energía interna*

$$\rho \frac{De}{Dt} = -p \nabla \cdot \vec{v} + \nabla \cdot (k \nabla T) + \Phi + S_e \quad (4.3)$$

- *Ecuación de estado*

$$p = p(\rho, T) \quad y \quad e = e(\rho, T) \quad (4.4)$$

El sistema de ecuaciones anterior, junto con la introducción del modelo de fluido Newtoniano, que expresa el esfuerzo viscoso en términos de las componentes del gradiente del vector velocidad, da lugar a un sistema de siete ecuaciones con siete incógnitas, que es un sistema determinado y puede ser resuelto empleando las condiciones de contorno adecuadas.

Si se observa la forma de dichas ecuaciones (4.1 a 4.3), se puede ver que tienen una estructura común. Introduciendo una variable genérica  $\phi$  en esas ecuaciones, se obtiene,

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\phi\vec{v}) = \nabla \cdot (\Gamma \cdot \nabla \phi) + S_\phi \quad (4.5)$$

La ecuación (4.5) se denomina ecuación del transporte de la variable  $\phi$ . Ésta representa varios fenómenos de transporte: la variación con respecto al tiempo y el término convectivo en el lado izquierdo de la ecuación y el término de difusión ( $\Gamma$ =coeficiente de difusión) y el asociado a otros fenómenos en el lado de derecho. La ecuación (4.5) puede ser empleada para trabajar con la temperatura en la ecuación de la energía cambiando  $i$  por  $T$  a través de una ecuación de estado y viceversa.

La ecuación (4.5) se emplea como punto de partida para el método de los volúmenes finitos. Haciendo  $\phi$  igual a  $1$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $w$  y  $e$  (ó  $T$ ) y seleccionando los valores adecuados para el coeficiente de difusión  $\Gamma$  y para  $S_\phi$ , se pueden obtener las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía expuestas en el apartado anterior. El método de los volúmenes finitos se desarrolla mediante la integración de la ecuación (4.5) sobre un volumen de control tridimensional  $V_c$ , obteniéndose,

$$\int_{V_c} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \int_{V_c} \nabla \cdot (\rho \phi \vec{u}) dV = \int_{V_c} \nabla \cdot (\Gamma \cdot \nabla \phi) dV + \int_{V_c} S_\phi dV \quad (4.6)$$

La integral de volumen del segundo término del lado izquierdo de la igualdad (término convectivo) y el primer término del lado derecho (término de difusión), se pueden transformar en integrales de superficie mediante el Teorema de Gauss (Teorema de la divergencia). Para un vector cualquiera  $a$ , este teorema establece que,



$$\int_{V_c} \nabla \cdot \vec{a} dV = \int_{S_c} \vec{n} \cdot \vec{a} dA \quad (4.7)$$

Aplicando el teorema de Gauss, la ecuación (4.6) se puede escribir como,

$$\frac{d}{dt} \left( \int_{V_c} \rho \phi dV \right) + \int_{S_c} \vec{n} \cdot (\rho \phi \vec{u}) dA = \int_{S_c} \vec{n} \cdot (\Gamma \cdot \nabla \phi) dA + \int_{V_c} S_\phi dV \quad (4.8)$$

El orden de integración y derivación del primer término de la izquierda se ha cambiado para mostrar su sentido físico. Este término representa la variación de la cantidad total de una variable fluida  $\phi$  en el volumen de control. El producto contenido en la segunda integral del lado izquierdo expresa la componente del flujo de  $\phi$  en dirección del vector normal, con lo que este término (término convectivo), representa la disminución de  $\phi$  en el elemento fluido debido a la convección.

El flujo de dispersión es positivo según la dirección opuesta al gradiente  $\phi$ . Así, el producto contenido en la primera integral del lado derecho expresa el aumento de  $\phi$  en el elemento fluido debido a la difusión. El último término del lado derecho de la ecuación (4.8) representa el incremento de  $\phi$  debido a las fuentes asociadas a otros fenómenos.

La difusión anterior pone de manifiesto que la integración de la EDP del transporte establece la conservación de una propiedad fluida en un volumen de control finito (elemento macroscópico).

## 4.2. HIPÓTESIS DE SIMULACIÓN

En este apartado se describen los esquemas y algoritmos de que dispone Fluent para discretizar, linealizar y resolver el sistema de ecuaciones de gobierno expuestas en el subapartado 4.2.2.1.7, una vez integradas según lo establecido en el apartado anterior, sobre el dominio computacional que se vaya a estudiar. También se incluye un análisis comentando los casos en los que es recomendable emplear unos u otros esquemas o algoritmos.

### 4.2.1. Esquemas numéricos

Fluent permite escoger entre dos tipos de métodos numéricos para resolver las ecuaciones obtenidas tras aplicar el método de los volúmenes finitos sobre las ecuaciones del apartado 4.1. Éstos son: el *resolver segregado* y el *resolver acoplado*.

En ambos *solvers* la técnica de los volúmenes de control usada consiste en,

- Dividir el dominio computacional en volúmenes de control discretos según la malla empleada.
- Integrar las ecuaciones de gobierno sobre los volúmenes de control individuales para construir un sistema de ecuaciones algebraicas para las variables incógnita discretizadas (velocidad, presión, temperatura, etc.).
- Linealizar las ecuaciones discretizadas y resolver el sistema de ecuaciones linealizado resultante para obtener los valores de las variables incógnitas del problema.

Los dos métodos numéricos emplean un proceso de discretización similar (volúmenes finitos), pero la aproximación empleada para linealizar y resolver las ecuaciones discretizadas es diferente.

#### **4.2.1.1. Solver segregado**

El *solver segregado* es un algoritmo que resuelve las ecuaciones de gobierno de forma secuencial. Dado que las ecuaciones de gobierno son no-lineales (y acopladas) se necesita de un proceso iterativo para que el código converja a la solución final. Cada iteración consta de los pasos que se muestran de manera esquemática en la figura 4.4 y que se comenta a continuación,

1. Actualización de las propiedades del fluido en base a la solución actual (para la primera iteración éstos valores coinciden con los iniciales).
2. Resolución de las tres componentes de la ecuación de la cantidad de movimiento simultáneamente empleando los valores actualizados de la presión y los flujos máxicos en las caras de los volúmenes de control. De esta forma, actualiza el campo de velocidades.
3. Si los valores del campo de velocidades obtenidos en el paso anterior no satisfacen la ecuación de continuidad de modo local (para la cada volumen de control), se deriva una ecuación tipo Poisson para la corrección de la presión de la ecuación de continuidad y se linealiza la ecuación de la cantidad de movimiento. Esta corrección se resuelve para obtener los campos de velocidad y presión y los flujos máxicos corregidos, hasta que se satisfaga la ecuación de continuidad.
4. Para los casos que sea necesario, se resuelven ecuaciones escalares para magnitudes como la energía, turbulencia, especies químicas y radiación, empleándose los valores previamente obtenidos.

5. Se hace un chequeo de la convergencia. Si el proceso ha convergido no se realizan más iteraciones y si no lo ha hecho, se sigue iterando hasta obtener la convergencia deseada. En general, se necesitan un gran número de iteraciones para conseguir un nivel aceptable de convergencia.

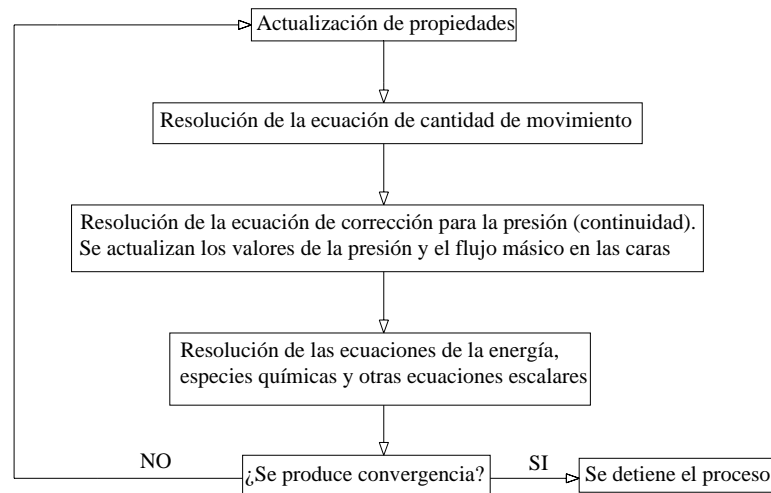


Figura 4.1 Proceso de cálculo del solver segregado

#### 4.2.1.2. Solver acoplado

El *solver acoplado* es un algoritmo que resuelve las ecuaciones de gobierno de forma simultánea. Dado que las ecuaciones de gobierno son no-lineales (y acopladas) se necesita de un proceso iterativo para que el código converja a la solución final. Cada interacción consta de los pasos que se muestran de manera esquemática en la figura 4.5 y que se comentan a continuación,

1. Actualización de las propiedades del fluido en base a la solución actual (para la primera iteración éstos valores coinciden con los iniciales).
2. Resolución simultánea de las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía y especies químicas en caso de ser necesario.
3. Para los casos que sea necesario, se resuelven ecuaciones escalares para turbulencia y radiación, empleándose los valores previamente obtenidos.

4. Se hace un chequeo de la convergencia. Si el proceso ha convergido no se realizan más iteraciones y si no lo ha hecho, se sigue iterando hasta obtener la convergencia deseada. En general, se necesitan un gran número de iteraciones para conseguir un nivel aceptable de convergencia.

#### **4.2.1.3. Linealización: Formulación implícita y explícita**

Independientemente del método que se emplee para resolver las ecuaciones de gobierno discretizadas, éstas deben ser linealizadas para obtener un sistema de ecuaciones para las variables dependientes en cada celda del dominio computacional. Entonces, el sistema de ecuaciones linealizadas es resuelto para obtener los valores de dichas variables dependientes.

Dependiendo de la forma en que se linealizen las ecuaciones, se puede obtener una formulación *implícita* o *explícita* del problema. Cuando se habla de estos términos se hace referencia a:

- *Formulación implícita:* Para una variable del problema, el valor desconocido de ésta en cada celda es calculado usando una relación que incluye los valores conocidos de la variable en otras celdas (los cuales no son conocidos a priori). Por tanto, cada incógnita aparecerá en más de una ecuación del sistema, y esas ecuaciones deben ser resueltas simultáneamente para obtener el valor de todas las incógnitas.
- *Formulación explícita:* Para una variable de problema, el valor desconocido de esta en cada celda es calculado usando una relación que incluye solamente los valores conocidos de esa variable en otras celdas. Por tanto, cada incógnita aparecerá en una única ecuación del sistema, y esas ecuaciones pueden ser resueltas independientemente para cada una de las celdas.

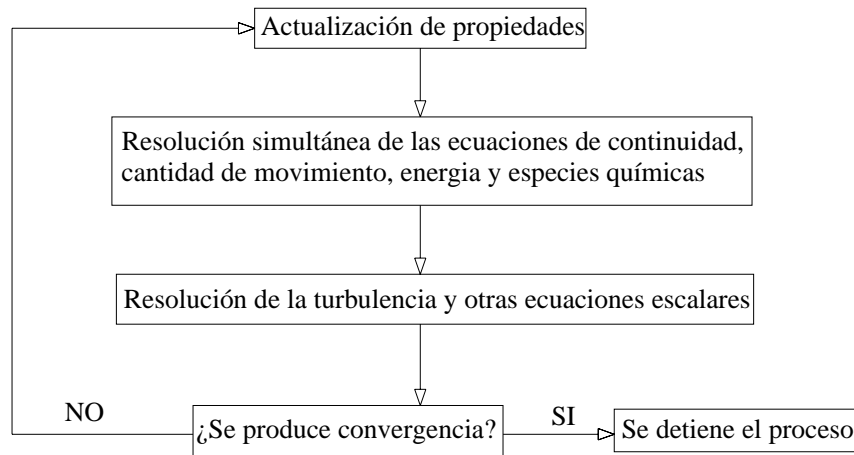


Figura 4.2 Proceso de cálculo del solver acoplado

El solver segregado linealiza las ecuaciones de gobierno discretizadas empleando una formulación implícita respecto a la variable dependiente de la ecuación. Esto da lugar a un sistema de ecuaciones lineal con una ecuación para cada celda del dominio computacional. Al sólo haber una ecuación para cada celda, el conjunto de ecuaciones obtenido se le denomina escalar de ecuaciones. Para resolver el sistema de ecuaciones resultante se emplea el método de Gauss-Seidel combinado con el método algebraico multimalla (AMG). Por ejemplo, la componente x de la ecuación de cantidad de movimiento se linealiza para obtener un sistema de ecuaciones en el que la componente u del vector velocidad es la variable incógnita. La resolución simultánea de este sistema de ecuaciones (empleando el método AMG) da lugar a la obtención del valor actualizado de la componente u del campo de velocidades.

En resumen, el *solver segregado* resuelve al mismo tiempo las incógnitas de todas las celdas para una única variable (por ejemplo: la presión). Entonces, resuelve la siguiente variable considerando de nuevo todas las celdas al mismo tiempo de manera sucesiva hasta obtener la solución de todas las variables. El *solver segregado* no permite trabajar con la *formulación explícita* del problema.

El *solver acoplado* permite elegir entre ambas formas de linealización. Aunque esta elección sólo se aplica sobre las ecuaciones de gobierno, mientras que las ecuaciones adicionales para otros casos escalares (especies químicas, turbulencia, etc.) son linealizadas del mismo modo que con el *solver segregado* (es decir, de forma implícita).

Si se emplea la opción implícita del solver acoplado, cada ecuación del sistema de ecuaciones de gobierno acopladas se linealiza de forma implícita respecto al conjunto de

variables dependientes. Obteniéndose un sistema de ecuaciones con N ecuaciones por celda, siendo N el número de ecuaciones acopladas. Este tipo de sistemas de ecuaciones resultante se emplea el método de Gauss-Seidel combinado con un método algebraico multimalla (AMG). Por ejemplo, la linealización del sistema de ecuaciones acoplado cuyas incógnitas son: la presión p, las componentes del vector velocidad (u, v y w) y la temperatura T. La resolución simultánea de este sistema de ecuaciones (empleando el método AMG) da lugar a la obtención del valor actualizado del campo de presión, velocidades y temperatura. En resumen, el solver acoplado con la linealización *implícita* de las ecuaciones, resuelve las variables p, u v w y T en todas las celdas del dominio computacional al mismo tiempo.

Si se emplea la opción *explícita* del *solver acoplado*, cada ecuación del sistema de ecuaciones de gobierno acopladas se linealiza de forma explícita respecto al conjunto de variables dependientes. Al igual que para el método *implícito*, se obtiene un sistema de ecuaciones con N ecuaciones por celda, en el que también, todas las variables dependientes son calculadas a la vez. Sin embargo este sistema de ecuaciones es *explícito* respecto de las variables incógnitas. Por ejemplo, la componente x de la ecuación de cantidad de movimiento puede ponerse de forma que el valor de u a calcular sea función de los valores de las variables fluidas calculadas con anterioridad. Por este motivo, no es necesario emplear un solver de ecuaciones lineales. En cambio, se emplea un metodo multipaso (Runge-Kutta). En este punto, se puede escoger un método multimalla (FAS) para acelerar el proceso de cálculo del solver multietapa. En resumen, el *solver acoplado* con linealización *explícita* de las ecuaciones, resuelve las variables p, u,v,w y T en cada celda.

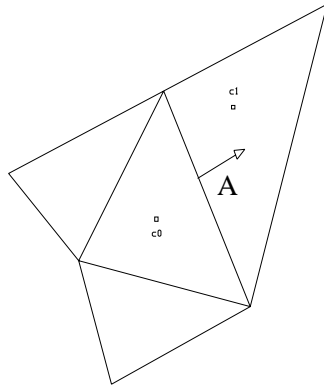
#### 4.2.2. Esquemas de interpolación y discretización

Fluent emplea el método de los volúmenes finitos para convertir las ecuaciones de gobierno de un fluido en ecuaciones algebraicas que pueden ser resueltas numéricamente. Este método consiste en integrar las ecuaciones de gobierno sobre cada volumen de control (celda), dando lugar a un sistema de ecuaciones discretas que representan la conservación de las magnitudes fluidas en cada volumen de control.

Si se discretiza la ecuación del transporte (4.8) para el caso estacionario obtenida mediante el método de los volúmenes finitos, tomando como volumen de control una celda triangular (bidimensional) como la mostrada en la figura 4.3 se obtiene,

$$\sum_f^N \rho_f \vec{v}_f \phi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^N \Gamma_\phi (\nabla \phi)_n \cdot \vec{A}_f + S_\phi V \quad (4.9)$$

siendo  $N$  el número de caras del contorno de la celda o volumen de control,  $\phi_f$  el flujo de  $\phi$  a través de la cara  $f$  debido a la convención,  $\rho_f \vec{v}_f \cdot \vec{A}_f$  el flujo másico a través de la cara  $f$ ,  $\vec{A}_f$  es el área de la cara  $f$ ,  $(\nabla \phi)_n$  es una magnitud del  $\nabla \phi$  en la dirección normal a la cara  $f$  y  $V$  es el volumen de la celda.



**Figura 4.3.** Volumen de control sobre el que se aplica el método de los volúmenes finitos

Por defecto, Fluent almacena los valores discretos de la variable  $\phi$  en los centros de las celdas (c0 y c1 de la figura 4.3). Sin embargo, se necesitan los valores de  $\phi_f$ , de modo que estos se obtienen interpolando los valores de los centros de las celdas. Esto se consigue empleando un esquema *upwind*.

Un esquema *upwind* es aquel mediante el cual se obtiene el valor de  $\phi_f$  a partir de los valores de las celdas que se encuentran aguas arriba en la dirección del vector normal a la cara. Fluent implementa distintos tipos de esquemas *upwind*: *upwind* de primer orden, *upwind* de segundo orden, ley exponencial y QUICK.

#### 4.2.2.1. Esquemas de discretización

Fluent permite seleccionar el esquema de discretización a emplear para los términos convectivos de cada una de las ecuaciones de gobierno (se emplea una precisión de segundo orden para los términos viscosos de modo automático). Cuando se emplea el *solver segregado*, se resuelven todas las ecuaciones empleando por defecto en esquema *upwind* de primer orden para discretizar los términos convectivos. Si se emplea el *solver acoplado*, se emplea por defecto un esquema de segundo orden para las ecuaciones del flujo, mientras que el resto de ecuaciones se resuelven empleado un esquema de primer orden (por defecto). En los siguientes subapartados se describe los esquemas de discretización antes mencionados.

4.2.2.1.1. *Esquemas upwind de primer orden*

Cuando se trabaja con una precisión de primer orden, los valores de las variables en las caras de las celdas se obtienen suponiendo que los valores del centro de la celda para todas las magnitudes fluidas representan el valor medio de la celda, es decir, los valores de las magnitudes en las caras de la celda  $\phi_f$  se toman iguales a los de la celda  $\phi$  que se encuentran aguas arriba de ella.

4.2.2.1.2. *Ley exponencial*

La *ley exponencial* es un esquema de discretización que interpola los valores de una variable  $\phi$  en una cara utilizando la solución exacta de la ecuación unidimensional de convección-difusión (ecuación (4.10)),

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \tag{4.10}$$

donde  $\Gamma$  y  $\rho u$  son constantes sobre el intervalo  $\partial x$ . La ecuación (4.10) puede ser integrada obteniéndose la siguiente solución, que expresa la variación de  $\phi$  en función de  $x$ ,

$$\frac{\phi(x) - \phi_0}{\phi_L - \phi_0} = \frac{e^{\left(\frac{Pe x}{L}\right)} - 1}{e^{(Pe)} - 1} \tag{4.11}$$

Siendo  $\phi_0$  y  $\phi_L$  los valores de  $\phi$  para  $x=0$  y  $x=L$  respectivamente, y  $Pe$  el número adimensional de *Péclet*, definido como,

$$Pe = \frac{\rho u L}{\Gamma} \tag{4.12}$$

Para valores elevados del número de Péclet, el valor de  $\phi$  en  $x=L/2$  es, aproximadamente, igual al valor aguas arriba ( $\phi_0$ ). Cuando  $Pe=0$  (es decir, no hay flujo convectivo y, por tanto, el problema es de difusión pura) el valor de  $\phi$  puede ser interpolado usando un esquema lineal entre los valores de  $\phi$  en  $x=0$  y  $x=L$ . Si el número de *Péclet* tiene un valor intermedio, hay que aplicar la ley exponencial de la ecuación (4.11) para obtener el valor de  $\phi$  en  $x=L/2$ .



#### 4.2.2.1.3. Esquema upwind de segundo orden

Cuando se trabaja con una precisión de segundo orden, los valores de las variables en las caras de las celdas se obtienen empleando una reconstrucción lineal multidimensional. Con esta aproximación, se consigue una precisión de orden elevado en los valores en las caras de las celdas a través de Taylor centrada en el centroide de la celda. De esta manera, cuando se emplea un esquema de segundo orden, el valor de  $\phi$  en la cara  $f$  se obtiene mediante,

$$\phi_f = \phi + \nabla \phi \cdot \Delta \vec{s} \quad (4.13)$$

donde  $\phi$  y  $\nabla \phi$  son el valor en el centro de la celda y su gradiente respecto de la celda situada aguas arriba, y  $\Delta \vec{s}$  es el vector desplazamiento del centroide de la celda aguas arriba al centroide de las caras. Esta formulación requiere determinar el gradiente de  $\phi$  en cada celda. Éste se obtiene a partir del teorema de la divergencia, que en forma discreta se expresa como,

$$\nabla \phi = \frac{1}{V} \sum \tilde{\phi}_f \vec{A} \quad (4.14)$$

siendo  $\tilde{\phi}_f$  calculado empleando el valor medio de  $\phi$  entre dos celdas adyacentes a la cara.

#### 4.2.2.1.4. Esquema QUICK

Para mallas formadas por elementos cuadrangulares y hexaédricos, Fluent dispone del esquema QUICK, que permite realizar un cálculo con precisión de orden elevado del valor de  $\phi$  en las caras de la celda. El esquema QUICK está basado en una media ponderada sobre un esquema *upwind* de segundo orden e interpolaciones sobre los valores centrales de las celdas. Para la cara  $e$  de la figura 4.5 si el flujo va de izquierda a derecha, el valor de  $\phi$  se obtiene según:

$$\phi_e = \theta \left[ \frac{S_d}{S_c + S_d} \phi_P + \frac{S_d}{S_c + S_d} \phi_E \right] + (1 - \theta) \left[ \frac{S_u + 2S_d}{S_u + S_d} \phi_P + \frac{S_c}{S_u + S_c} \phi_W \right] \quad (4.15)$$

haciendo  $\theta=1$ , la ecuación 4.15 se transforma en una interpolación centrada de segundo orden, mientras que si se hace  $\theta=0$ , se obtiene una interpolación *upwind* de segundo orden. EL QUICK más comúnmente empleado es aquel que adopta el valor de  $\theta=1/8$ . El esquema QUICK,

generalmente, es aquel que proporciona resultados más precisos si se tienen mallas estructuradas alineadas con la dirección del flujo,

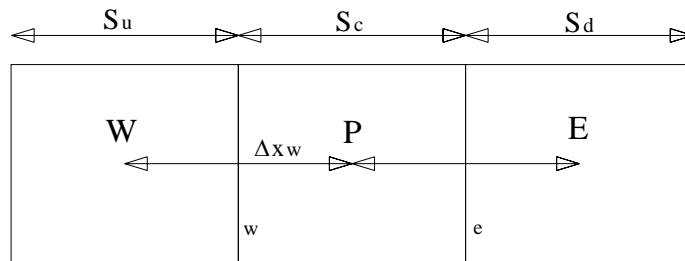


Figura 4.5. Volumen de control unidimensional

4.2.2.1.5. Forma linealizada de las ecuaciones discretizadas

La forma discretizada de la ecuación del transporte (ecuación (4.9)) contiene la incógnita  $\phi$  en el centro de celda y celdas adyacentes, siendo esta ecuación, en general, no lineal respecto a dichas variables. La forma linealizada de la ecuación de la ecuación (4.9) puede escribirse como,

$$a_p \phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \tag{4.16}$$

donde el subíndice  $nb$  hace referencia a las celdas adyacentes  $a_p$  y  $a_{nb}$  son los coeficientes de linealización de  $\phi$  y  $\phi_{nb}$ , respectivamente.

El número de celdas adyacentes depende de la tipología de malla empleada, aunque en general, este número suele ser constante (caso de mallas estructuradas). Se pueden escribir ecuaciones semejantes para cada celda, lo que derivará en un sistema de ecuaciones algebraicas, que se resuelve empleando el método de Gauss-Seidel combinado con un método AMG.

4.2.2.1.6. Factores de subrelajación

Debido a la no-linealidad de las ecuaciones a resolver por Fluent, es necesario controlar como va cambiando el valor de  $\phi$  durante cada iteración. Este valor depende del valor de la magnitud en la iteración anterior y se define como,

$$\phi = \phi_{old} + \alpha \Delta \phi \tag{4.17}$$

siendo  $\phi_{old}$  el valor de  $\phi$  en la iteración anterior,  $\Delta\phi$  la variación que experimenta entre  $\phi$  dos iteraciones consecutivas y  $\alpha$  el factor de subrelajación.

#### 4.2.2.1.7. Evaluación de las derivadas

El gradiente de  $\phi$  se emplea para discretizar los términos convectivos y de difusión que aparecen en las ecuaciones de gobierno. Éste se calcula empleando el Teorema de Gauss,

$$(\nabla\phi)_{c0} = \frac{1}{V} \sum_f \bar{\phi}_f \bar{A}_f \quad (4.18)$$

donde  $\bar{\phi}_f$  es el valor de  $\phi$  en el centroide de la cara  $f$  y el sumatorio está extendido a todas las caras que forman el conjunto de la celda.

En función de la forma de calcular el valor de  $\bar{\phi}_f$  se tienen las dos formulaciones siguientes,

- *Formulación basada en la celda*

El valor  $\bar{\phi}_f$  se calcula realizando una media aritmética entre los valores de  $\phi$  en los centros de las celdas adyacentes,

$$\bar{\phi}_f = \frac{\bar{\phi}_{c0} + \bar{\phi}_{c1}}{2} \quad (4.19)$$

- *Formulación basada en los nodos*

El valor de  $\bar{\phi}_f$  se calcula realizando una media aritmética entre los valores de  $\phi$  en los nodos que conforman la cara,

$$\bar{\phi}_f = \frac{1}{N_f} \sum_n^N \bar{\phi}_n \quad (4.20)$$

donde  $\bar{\phi}_n$  se obtiene realizando la media ponderada entre los valores de los nodos vecinos.

En el caso de mallas estructuradas la formulación basada en la celda proporciona mejores resultados, mientras que para mallas no-estructuradas o híbridas se recomienda emplear la formulación basada en nodos.

#### 4.2.2.2. Elección de los esquemas de discretización

A continuación, se plantea una breve discusión sobre los distintos tipos de esquemas de discretización y en qué casos es conveniente emplear unos u otros.

##### 4.2.2.2.1. Esquemas de primer orden vs. esquemas de de segundo orden

Cuando el flujo se encuentra alineado con la malla, emplear una discretización de primer orden puede ser aceptable. Sin embargo, si esto no es así, una discretización de primer orden en los términos convectivos incrementa el error numérico de discretización. Para mallas triangulares y tetraédricas, dado que el flujo no se encuentra alineado con la malla, se obtendrán mejores resultados si se emplea una discretización de segundo orden. Para mallas cuadrangulares y hexaédricas, también se obtendrán resultados más precisos, especialmente, en casos de flujos complejos.

En resumen, los esquemas de primer orden obtienen una mejor convergencia que los de segundo orden, pero en general, los resultados son menos exactos.

##### 4.2.2.2.2. Otros esquemas de discretización

El esquema QUICK puede dar un resultado más preciso que un esquema de segundo orden para flujos con componente de giro o acimutal importantes en mallas estructuradas compuestas por elementos cuadrilaterales o hexaédricos. En general, sin embargo, un esquema QUICK no proporciona resultados significativamente más precisos.

#### 4.2.2.3. Esquemas de interpolación en el solver segregado

En este apartado se comentan los esquemas de interpolación que implementa Fluent en la discretización de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento para el solver segregado. Estos esquemas se pueden entender más fácilmente si se toman como referencia las ecuaciones de continuidad (ecuación (4.21)) y cantidad de movimiento (ecuación (4.22)) en su forma integral y estacionaria,

$$\oint \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (4.21)$$

$$\oint \rho \vec{v} \vec{v} \cdot d\vec{A} = -\oint p I \cdot d\vec{A} + \oint \vec{\tau} \cdot d\vec{A} + \int_V \vec{F} dV \quad (4.22)$$

siendo  $I$  la matriz identidad,  $\bar{\tau}$  el tensor de esfuerzos viscosos y  $\bar{F}$  el vector de fuerzas.

#### 4.2.2.3.1. Discretización de la ecuación de cantidad de movimiento

Aplicando el mismo procedimiento que se aplicó anteriormente para discretizar la ecuación del transporte (4.9) se obtiene la forma discretizada de la ecuación de cantidad de movimiento, que para su componente x viene dada por,

$$a_p u = \sum a_{nb} u_{nb} + \sum p_f A \cdot \hat{i} + S \quad (4.23)$$

Si el campo de presiones y los flujos másicos a través de las caras fueran conocidos, la ecuación (4.23) podría ser resuelta de la forma expuesta en 4.2.2, obteniéndose como solución el campo de velocidades. Sin embargo, el campo de presiones y los flujos másicos a través de las caras no son conocidos a priori y deben ser obtenidos como parte de la solución. Además, los valores del campo de presiones a almacenar así como la discretización del gradiente de presiones son aspectos de gran importancia, los cuales se comentarán a continuación.

Fluent emplea un proceso mediante el cual se almacenan los valores de la presión y la velocidad en el centro de las celdas. Sin embargo, la ecuación (4.23) necesita el valor de la presión en la cara que está entre las celdas  $c_0$  y  $c_1$  mostrada en la figura 4.3. Por lo tanto, es necesario emplear un esquema de interpolación que permita obtener los valores de la presión en las caras a partir de los valores del centro de las celdas.

#### 4.2.2.3.2. Esquemas de interpolación de la presión

Por defecto, Fluent interpola los valores de la presión en las caras utilizando los coeficientes de la ecuación de cantidad de movimiento. Este método funciona correctamente cuando la variación de la presión entre los centros de las celdas contiguas es pequeña. En caso de existir grandes gradientes en el perfil de presiones, no se puede emplear este esquema de interpolación y en el caso de emplearse, aparecerán discrepancias entre los valores de la velocidad en las celdas.

Los flujos en los que no se podrá emplear este esquema son: flujos que ejercen grandes fuerzas sobre cuerpos, flujos con movimiento ciclónico o elevada vorticidad (*swirl*) y flujos con elevado número de Rayleigh en convección natural. En estos casos, es necesario refinar la malla en las zonas donde aparezcan gradientes importantes, de modo que el salto de presión entre las mismas sea lo más suave posible.

Otra fuente de error es que Fluent asume que el gradiente de presiones normal a la pared es cero. Esto es válido en la capa límite, pero no en flujos con grandes fuerzas sobre las superficies ni en geometrías curvas.

Por lo anterior, Fluent implementa una serie de esquemas de interpolación alternativos al estándar (o esquema por defecto), a emplear cuando este último carece de validez:

- *Esquema lineal*: calcula el valor de la presión en la cara como media de la presión en las celdas adyacentes.
- *Esquema de segundo orden*: calcula el valor de la presión en la cara de la misma forma que en un esquema upwind de segundo orden. Este esquema suele ofrecer mejores resultados que los esquemas estándar y lineal, pero podría dar problemas si se emplea desde el principio y/o con una malla de mala calidad. El esquema de segundo orden no es aplicable en flujos con gradientes de presión discontinuos impuestos como consecuencia de un medio poroso en el dominio computacional.
- *Esquema body-force-weighted*: calcula el valor de la presión en la cara asumiendo que el gradiente de la diferencia entre presión y la fuerza ejercida sobre el cuerpo es constante. Esto es cierto cuando se conocen a priori las fuerzas sobre el cuerpo en la ecuación de cantidad de movimiento (por ejemplo, flujos con flotación, o flujo con torbellino axilsimétrico).
- *Esquema PRESTO (pressure staggering option)*.

#### 4.2.2.3.3. Discretización de la ecuación de continuidad

La ecuación (4.2.1) puede ser discretizada sobre el volumen de control de la figura 4.6, obteniéndose la siguiente ecuación,

$$\sum_f^N J_f A_f = 0 \quad (4.24)$$

donde  $J_f$  es el flujo másico a través de la cara  $f$  ( $\rho v_n$ ).

Como ya se comentó anteriormente, el solver segregado resuelve las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento secuencialmente. En este proceso secuencial, la ecuación de continuidad se usa como medio para obtener el valor de la presión. Sin embargo, la presión no

aparece explícitamente en la ecuación (4.24) para flujos incompresibles, ya que la densidad no está directamente relacionada con la presión. Existen algoritmos, como la familia de algoritmos *SIMPLE* (*Semi-Implicit Method for pressure-Linked Equations*), que sirven para introducir el término de la presión dentro de la ecuación de continuidad. Estos serán comentados en la sección 4.3.2.3.5.

Para poder trabajar con la ecuación (4.24) es necesario obtener los valores de la velocidad en la cara a partir de los valores del centro de la celda almacenados. Si se emplea una interpolación lineal con los valores de los centros de las celdas para obtener los valores en las caras, aparecen valores que no se corresponden con la física del problema para el campo de presiones. Para evitar este fenómeno, Fluent emplea un promediado ponderado sobre la ecuación de cantidad de movimiento, utilizando los coeficientes  $a_p$  de la ecuación (4.23). Aplicando el procedimiento anterior, el flujo a través de una cara se obtiene como,

$$J_f = \hat{J}_f + d_f (p_{c0} - p_{c1}) \quad (4.25)$$

siendo  $p_{c0}$  y  $p_{c1}$  los valores de la presión en cada una de las celdas que se encuentran en contacto con la cara en cuestión y  $\hat{J}_f$  representa la influencia de la velocidades en esas celdas. El término  $d_f$  es función de  $\bar{a}_p$  (valor medio de los coeficientes  $a_p$  de de la ecuación de cantidad de movimiento en las celdas en contacto con la cara  $f$ ).

#### 4.2.2.3.4. Esquema de interpolación de la densidad

Para casos de flujos compresibles, Fluent aplica una interpolación tipo upwind para obtener al densidad en las caras (para flujos incompresibles se emplea una media aritmética). Esta interpolación se puede realizar mediante tres esquemas: upwind de primer orden, upwind de segundo orden y *QUICK*.

- El esquema upwind de primer orden asigna el valor de la densidad en la celda aguas arriba al valor de la densidad en la cara. Este esquema propicia la estabilidad de la discretización de la ecuación de corrección de la presión y ofrece buenos resultados para muchas clases de flujos. Es el esquema que se implementa por defecto en flujos compresibles.
- El esquema upwind de segundo orden propicia estabilidad en flujos supersónicos y capta los efectos de las ondas de choque mejor que el esquema de primer orden.

- El esquema *QUICK* empleado para la densidad es similar al empleado en otras variables (4.3.2.1.4).

#### 4.2.2.3.5. Acoplamiento presión velocidad

El acoplamiento presión-velocidad se consigue usando la ecuación 4.25 para obtener una ecuación para la presión a partir de la ecuación de continuidad discretizada (ecuación(4.24)). Fluent permite escoger entre tres tipos de algoritmos de acoplamiento presión-velocidad: *SIMPLE*, *SIMPLEC* y *PISO*.

- *SIMPLE*

El algoritmo *SIMPLE* emplea una relación entre la velocidad y la correlación de la presión para hacer que se cumpla la conservación de la masa y obtener el campo de presiones. Si la ecuación de cantidad de movimiento se resuelve empleando un campo de presiones ficticio  $p^*$ , el flujo en la cara resultante  $J_f^*$  se obtiene según.

$$J_f^* = \hat{J}_f^* + d_f(p_{c0}^* - p_{c1}^*) \quad (4.26)$$

La ecuación (4.26) no satisface la ecuación de continuidad, por lo que hay que añadir una corrección al flujo a través de la cara para que se satisfaga dicha ecuación.

$$J_f^* = \hat{J}_f^* + J_f' \quad (4.27)$$

El algoritmo *SIMPLE* emplea la siguiente ecuación para la corrección anterior,

$$J_f' = d_f(p'_{c0} - p'_{c1}) \quad (4.28)$$

donde  $p'$  es el valor corregido de la presión en la celda.

El algoritmo *SIMPLE* sustituye las ecuaciones corregidas (4.27) y (4.28) en la ecuación de continuidad discretizada (ecuación (4.24)) para obtener una ecuación discreta para el valor de la presión corregida en cada celda,

$$a_p p' = \sum_{nb} a_{nb} p'_{nb} + b \quad (4.29)$$



donde  $b$  representa al flujo entrante en la celda y viene dado por,

$$b = \sum_f^N J_f^* A_f \quad (4.30)$$

La ecuación (4.29) de la presión corregida puede resolverse empleando el método algebraico multimalla (*AMG*). Una vez obtenida la solución, la presión en las celdas y el flujo a través de las caras se corrigen utilizando la siguiente expresión,

$$p = p^* + \alpha_p p' \quad (4.31)$$

$$J_f = J_f^* + d_f (p'_{c0} - p'_{c1}) \quad (4.32)$$

siendo  $\alpha_p$  el factor de subrelajación para la presión (apartado 4.3.2.1.6). El valor corregido del flujo a través de las caras  $J_f$  satisface la ecuación de continuidad discreta en cada iteración.

- *SIMPLEC*

Sobre algoritmos *SIMPLE* se han realizado una serie de variaciones para obtener nuevos algoritmos. Además del *SIMPLE*, Fluent ofrece una variante de éste, el algoritmo *SIMPLEC* (*SIMPLE-Consisten*).

Ambos algoritmos son muy parecidos. La única diferencia entre ambos radica en la forma de la expresión empleada para el flujo corregido. Al igual que para el algoritmo *SIMPLE*, la ecuación del flujo corregido viene dada por la ecuación (4.32) pero en el caso del algoritmo *SIMPLEC* el factor  $d_f$  no es función del valor medio de los coeficientes  $a_p$  de la ecuación de cantidad de movimiento en las celdas en contacto con la cara  $f$ , sino que es función del siguiente término:

$$a_p - \sum_{nb} a_{nb} \quad (4.33)$$

Esta modificación produce una aceleración en la convergencia en problemas en los que el acoplamiento presión-velocidad es el principal obstáculo para obtener la solución.

- *PISO*

El algoritmo *PISO* (*Pressure-Implicit Splitting Operators*) está basado en una aproximación de alta precisión de la relación entre las correcciones de presión y velocidad. Una de las limitaciones que presentan los algoritmos *SIMPLE* y *SIMPLEC* es que las nuevas velocidades que se van obteniendo en el proceso de iteración y sus correspondientes flujos no cumplen la ecuación de cantidad de movimiento después de resolver la corrección para la presión, lo que implica repetir el cálculo hasta que se cumpla dicho balance. El algoritmo *PISO* mediante dos variantes: *neighbor correction* y *skewness correction* reduce este tipo de efectos.

#### 4.2.2.4. Elección de los esquemas de interpolación en el solver segregado

##### 4.2.2.4.1. Esquema de interpolación de presiones

Como ya se trató en el apartado 4.2.2.3.2, existen una serie de esquemas de interpolación de la presión disponibles cuando se trabaja con el solver segregado. Para muchos casos, el esquema estándar es aceptable, pero en ciertos casos es recomendable emplear uno de los otros esquemas disponibles:

- En flujos que implican fuerzas elevadas sobre cuerpos, se recomienda el esquema *body-force-weighted*.
- En flujos con elevadas tasas de movimiento ciclónico, alto número de Rayleigh en convección natural, elevada velocidad en flujos con rotación, superficies porosas y en flujos con alta curvatura en las líneas de corriente, se aconseja el esquema *PRESTO*.
- En flujos compresibles se recomienda emplear un esquema de segundo orden.

##### 4.2.2.4.2. Esquema de interpolación de densidades

Como ya se trató en el apartado 4.2.2.3.4, existen tres esquemas de interpolación para densidad cuando se trabaja con el solver segregado.

El esquema de primer orden (esquema que Fluent emplea por defecto) hace que la ecuación discretizada de la presión corregida se comporte de forma estable y ofrece buenos resultados para muchas clases de flujos. Pero, si se está trabajando con flujos compresibles, un esquema de segundo orden o un esquema tipo *QUICK* ofrecen resultados más precisos.

#### 4.2.2.4.3. Acoplamiento presión-velocidad

En Fluent, se encuentran disponibles los algoritmos *SIMPLE*, *SIMPLEC* y *PISO*. El algoritmo *SIMPLE* es el que se aplica por defecto, pero en algunos problemas, es preferible emplear el algoritmo *SIMPLEC*, particularmente cuando se puede aplicar factores de subrelajación de mayor magnitud, como se describe a continuación.

Para flujos relativamente no muy complejos (flujos laminares), en los que la convergencia está limitada por el acoplamiento entre la presión y la velocidad. Con el algoritmo *SIMPLEC*, se suele fijar el factor de subrelajación para la presión en la unidad, lo cual ayuda a la mayor velocidad en la convergencia. Sin embargo, en algunos problemas, el incrementar el valor de este factor de subrelajación puede acarrear problemas de inestabilidades en la convergencia. En estos casos es necesario el empleo de un valor menor para el factor de relajación asociado o emplear el algoritmo *SIMPLE*.

En flujos complejos que implican turbulencia y otros modelos físicos, el esquema *SIMPLEC* acelerará la convergencia siempre y cuando ésta se encuentre limitada por el acoplamiento entre la presión y la velocidad. Con bastante frecuencia, son otros modelos físicos los que imponen mayores restricciones en la convergencia; en estos casos, se observará que da lo mismo el uso de uno u otro algoritmo, *SIMPLE* o *SIMPLEC*.

El algoritmo *PISO* con *neighbor correction* es muy recomendable para todo tipo de flujos no estacionarios, especialmente, cuando se quiere usar un alto *time step*. En problemas en los que se use el modelo de turbulencia *LES*, que normalmente requiere bajos *time step*, el empleo del esquema *PISO* podría provocar un incremento del coste computacional, por lo que resultarían más adecuados los esquemas *SIMPLE* o *SIMPLEC*. El esquema *PISO* puede mantener el proceso de convergencia más estable aun usando elevados *time steps* y un factor de subrelajación para la presión y la cantidad de movimiento de la unidad. Sin embargo, en problemas estacionarios, el esquema *PISO* con *neighbor correction* no aporta ventajas sobre el uso de los esquemas *SIMPLE* o *SIMPLEC* con factores de subrelajación óptimos.

El esquema *PISO* con *skewness correction* es recomendable tanto en flujo estacionario como no estacionario en problemas que tengan una elevada distorsión en la malla. Cuando se emplea esta corrección, resulta de gran utilidad fijar todos los factores de subrelajación en la unidad para todas las ecuaciones. Si se está usando solamente el esquema *PISO* con *skewness correction* porque la malla que se emplea se encuentra muy distorsionada, entonces solo se habrá de fijar el valor de los factores de subrelajación de las ecuaciones de la presión y cantidad de movimiento de modo que su suma sea la unidad.

### 4.3. CONDICIONES DE CONTORNO

Las condiciones de contorno son condiciones aplicadas en los límites o fronteras del dominio computacional, son necesarias para poder cerrar el sistema de ecuaciones de gobierno y resolver el problema en cuestión.

En este apartado se realiza una revisión de las diferentes condiciones de contorno que se pueden implementar con Fluent, distinguiendo entre aquellas que se aplican en zonas de entrada o salida del flujo y aquellas en las que no hay entrada o salida de flujo.

Fluent permite seleccionar entre 10 condiciones de contorno distintas para las zonas de entrada o salida de flujo: *velocity inlet*, *pressure inlet*, *mass flow inlet*, *pressure outlet*, *pressure far-field*, *outflow*, *inlet vent*, *intake fan*, *outlet vent* y *exhaust fan*. A continuación, se describen sin entrar en detalle el significado físico de cada una de estas condiciones de contorno.

- *Velocity inlet*: se emplea para definir la velocidad y otras propiedades escalares en las zonas de entrada de flujo.
- *Pressure inlet*: se emplea para definir la presión total y otras propiedades escalares en las zonas de entrada de flujo.
- *Mass flow inlet*: se emplea en flujos compresibles para fijar un gasto másico a la entrada. No es necesario emplear esta condición para flujos incompresibles, ya que la densidad permanece constante, y la condición de *velocity inlet* fija automáticamente el valor del gasto másico.
- *Pressure far-field*: se emplea para modelizar un chorro libre especificando el número Mach y otras propiedades escalares. Esta condición de contorno solo se puede aplicar para flujos compresibles.
- *Outflow*: se emplea para modelizar la salida del flujo cuando no se conocen a priori los valores de velocidad y presión a la salida. Esta condición es apropiada cuando el flujo se encuentra totalmente desarrollado a la salida, asumiendo que la componente normal del gradiente del resto de propiedades excepto la presión es nulo. No es apropiada para flujos compresibles.
- *Intake vent*: se emplea para definir coeficientes de pérdidas, dirección de flujo, temperatura y presión ambiente a la entrada del flujo.

- *Intake fan*: es similar a la condición *inlet vent* sólo que para casos de flujos externos.
- *Outlet vent*: se emplea para definir coeficientes de pérdidas, dirección del flujo, temperatura y presión ambiente a la salida del flujo.
- *Exhaust fan*: se emplea para establecer las condiciones fluidas, térmicas y de presión, en las que ha de producirse la salida del flujo.

Para aquellas condiciones asociadas a zonas donde no existe entrada ni salida de flujo, Fluent permite implementar 4 tipos de condiciones de contorno: *wall*, *simmetry*, *periodic* y *axis*. A continuación, se describe brevemente el significado físico de cada una de estas condiciones de contorno.

- *Wall*: se emplea para introducir la condición de contorno asociada a una superficie sólida o pared. En ella se pueden especificar propiedades como la transmisión de calor, la rugosidad, etc.
- *Symmetry*: se emplea en situaciones en las que la geometría a estudiar y el comportamiento esperado del flujo dinámico/térmico presentan algún plano de simetría.
- *Periodic*: se emplea en situaciones en las que la geometría a estudiar y el comportamiento esperado del flujo dinámico/térmico presentan una naturaleza de repetición periódica.
- *Axis*: se emplea para definir el eje de una geometría donde el flujo es axilsimétrico, de modo que sólo es necesario simular la mitad del dominio computacional.

Las condiciones de contorno que se han utilizado en las simulaciones son: *velocity inlet* (en la entrada del conducto o intercambiador), *pressure outlet* (salida del conducto), *wall* (para las superficies solidas) y *symmetry* (para las superficies que constituyen planos de simetría).

Además de las condiciones de contorno, hay que definir las propiedades del fluido (densidad, calor específico, viscosidad, conductividad térmica, etc.), ya sea constante o dependiente de la temperatura. Más adelante se explican con detalle estos aspectos

#### 4.4. CONVERGENCIA ITERATIVA

Como ya se comentó anteriormente, para resolver las ecuaciones de gobierno del flujo hay que realizar un proceso de cálculo iterativo. Durante el proceso de iteración para obtener la solución del problema, es necesario controlar que el algoritmo de cálculo converge hacia la solución final (es decir, obtiene cada vez soluciones más aproximadas a la solución final cuando se incrementa el número de iteraciones), ya que el código puede no converger, y por tanto, no estabilizarse en ningún valor aunque continúe iterando de forma infinita.

##### 4.4.1. Residuos

Los residuos son una de la herramientas más importantes a la hora de controlar la convergencia durante el proceso iterativo. Éstos, de modo general, representan la diferencia entre los valores de las variables a resolver entre dos iteraciones. Si un código converge, estas diferencias tienden a reducirse hasta alcanzar un valor muy pequeño en el que se estabilizan. En un caso ideal, debería hacerse cero, pero los ordenadores tienen precisión finita, por lo que se puede conseguir que los residuos se estabilicen en torno a seis órdenes de magnitud respecto a los valores iniciales  $10^{-6}$  (precisión simple) o incluso valores próximos a los doce órdenes de magnitud  $10^{-12}$  (precisión doble), pero nunca se conseguirán que se hagan cero.

En función del solver que se emplee, los residuos se definen de diferente forma. A continuación se describen los residuos que Fluent emplea para el solver segregado y el solver acoplado.

##### 4.4.1.1. Definición de los residuos para el solver segregado

Después del proceso de discretización de las ecuaciones, la ecuación del transporte linealizada y particularizada para cada celda P queda de la siguiente forma,

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (4.34)$$

donde  $a_p$  es el coeficiente central de la celda P,  $a_{nb}$  son los coeficientes de las celdas vecinas y b es la contribución constante del término de la fuente  $S_c$  ( $S = S_c + S_p \phi$ ).

Por lo tanto, la ecuación (4.34) puede ponerse como,

$$a_p = \sum_{nb} a_{nb} - S_p \quad (4.35)$$

El residuo  $R^\phi$  calculado por Fluent en el *solver segregado* es la suma de las diferencias entre los términos de la ecuación (4.34) para todas las celdas  $P$  del dominio computacional, como se muestra en la ecuación (4.36). A este valor de los residuos se le conoce como *residuos no escalados*,

$$R^\phi = \sum_{celdas} \left| \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p \right| \quad (4.36)$$

En general, es difícil evaluar la convergencia basándose en los resultados obtenidos para los residuos definidos según la ecuación (4.36), ya que es difícil saber a priori, cual puede ser un valor aceptable de estos residuos para considerar que el código ha convergido.

Para solucionar este problema, se emplean los residuos escalados, definidos como,

$$R^\phi = \frac{\sum_{celdas} \left| \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p \right|}{\sum_{celdas} a_p \phi_p} \quad (4.36)$$

donde el valor de  $\phi_p$  que aparece en el denominador se sustituye por  $v_p$  para poder obtener los residuos de la ecuación de cantidad de movimiento.

Para la ecuación de continuidad los residuos no escalados se definen como,

$$R^\phi = \sum_{celdas} |\text{Ratio de generación de masa en la celda } P| \quad (4.38)$$

mientras que los residuos escalados se obtienen mediante,

$$\frac{R_{iteración,N}^C}{R_{iteración,5}^C} \quad (4.39)$$

siendo el denominador el mayor de los residuos de continuidad en valor absoluto obtenidos durante las cinco primeras iteraciones.

#### 4.4.1.2. Definición de los residuos para el solver acoplado

Los residuos para el solver acoplado se definen como la variación con el tiempo de una magnitud a conservar ( $W$ ). El valor RMS de los residuos es la raíz cuadrada de la media de los cuadrados de los valores de los residuos en cada celda del dominio, es decir,

$$R_{W,RMS} = \sqrt{\sum \left( \frac{\partial W}{\partial t} \right)^2} \quad (4.40)$$

donde la variación de  $W$  con el tiempo hace referencia a la evolución de la magnitud a conservar con el número de iteraciones. La ecuación (4.40) es la expresión de los residuos no escalados para el solver acoplado.

Los valores de los residuos para las ecuaciones que el solver segregado resuelve de forma secuencial (turbulencia y radiación) son los mismos que los descritos anteriormente para el solver segregado.

En general, igual que ocurría en el solver segregado, es difícil evaluar la convergencia basándose en los valores de los residuos obtenidos mediante la ecuación (4.40). Por ello, se emplean también, los residuos escalados, que vienen dados por,

$$\frac{R_{W,iteración,N}}{R_{W,iteración,5}} \quad (4.41)$$

siendo el denominador el mayor de los residuos en valor absoluto obtenidos durante las cinco primeras iteraciones.

#### 4.4.2. Evaluación de las magnitudes fluidas durante el proceso de cálculo iterativo

Después de cada iteración o paso temporal, se pueden calcular y monitorizar por pantalla los valores de las magnitudes fluidas sobre un plano o punto del dominio computacional, de modo que se pueda observar la evolución de éstas durante el proceso iterativo. Para obtener valores de dichas magnitudes se pueden emplear distintas técnicas de cálculo (Report Type):



- *Area*: calcula el valor del área asociada a la superficie a evaluar.
- *Integral*: integra el valor de la magnitud seleccionada sobre una superficie.
- *Area-Weighted Average*: calcula la media de la magnitud ponderándola con el área de las distintas celdas que constituyen la superficie.
- *Flow Rate*: calcula el flujo de la magnitud a través de la superficie.
- *Mass Flow Rate*: calcula el flujo másico de la magnitud a través de la superficie.
- *Mass-Weighted Average*: calcula la media de la magnitud a través de la superficie.
- *Sum*: calcula la suma de los valores de una magnitud sobre una superficie, ponderándola con el gasto másico que atraviesa cada una de las celdas que componen la superficie.
- *Facet Average*: calcula el valor medio de los valores de la magnitud en las celdas que conforman la superficie.
- *Facet Minimum*: calcula el mínimo valor de los valores de la magnitud en las celdas de la superficie.
- *Vertex Average*: calcula el valor medio de los valores de la magnitud en los nodos que conforman la superficie.
- *Vertex Maximum*: calcula el máximo valor de los valores de la magnitud en los nodos de la superficie.

La monitorización dinámica de una magnitud fluida determinada empleando alguno de los promediados anteriores es una herramienta que se puede emplear como criterio adicional (a demás de los residuos) para comprobar la convergencia iterativa. Cuando el proceso es convergente, los valores de las magnitudes convergen, y por tanto, a parte de la reducción de los residuos, debe producirse la estabilización y convergencia de las magnitudes monitorizadas.

Otra forma de comprobar la convergencia es la realización de balances de masa y de energía globales sobre el dominio computacional durante el proceso de cálculo. Para ello se emplea el comando *Flux Reports* seleccionando la opción *Mass Flow Rate* para el caso de balance de masa (calcula el producto de la densidad, el vector velocidad y el área de la celda en cuestión sobre las

superficies, en kg/s) y *Total Heat Transfer Rate* para el balance de energía (calcula la suma de los calores de convección y radiación sobre todas las superficies en W). Previamente se deben haber creado las superficies necesarias que conforman el contorno de la geometría, para poder seleccionarlas y aplicar sobre éstas uno de los balances, el cual, debe tender a reducirse hasta unos valores muy próximos a cero, que vendrán condicionados por la precisión de cálculo y el refinamiento de la malla empleados.

#### 4.4.3. Criterios de convergencia

No existe un criterio universal para evaluar la convergencia de un código de CFD. Por ello, para evaluar la convergencia durante el proceso iterativo de cálculo, se empleará una combinación de los resultados obtenidos para los residuos escalados, la convergencia de alguna magnitud de interés en un plano o un punto determinado y los balances de masa y energía globales sobre el dominio computacional, de modo que los resultados obtenidos sean suficientemente completos y fiables. A continuación, se describen de manera general premisas o condiciones que deben cumplir los parámetros anteriores para que se pueda asegurar la convergencia del código:

- Residuos escalados: deben ir decreciendo con el número de iteraciones hasta alcanzar valores del orden de  $10^{-12}$  para continuidad y  $10^{-16}$  para las tres componentes del vector velocidad y la energía.
- Magnitudes fluidas: debe observarse la estabilización y convergencia de todas las magnitudes fluidas monitorizadas durante el proceso de cálculo.
- Balance de masa global: debe cumplirse con un error del orden de  $10^{-16}$  kg/s al final del proceso iterativo.

Balance de energía global: debe cumplirse con un error del orden de  $10^{-4}$  W para el problema térmico (valor suficientemente pequeño respecto a los valores de los flujos de calor y energías que aparecen en este problema) y un error del orden de  $10^{-8}$  W para el problema fluidodinámico.

#### 4.5. FLUIDOS NO NEWTONIANOS EN FLUENT

De entre las cinco opciones que FLUENT permite para definir la viscosidad, una de ellas corresponde al caso de fluidos no newtonianos. FLUENT proporciona cuatro opciones para modelar el flujo no newtoniano,

- *Power Law*
- *Carreau model (o Power Law modificada)* para pseudoplásticos
- *Cross model*
- *Herschel-Bulkley model* para fluidos Bingham

La opción *Power Law* modela el flujo mediante la ecuación,

$$\mu = K\dot{\gamma}^{n-1} e^{T_0/T} \quad (4.42)$$

que para una temperatura referencia  $T_0 = 0$  K se transforma en la ecuación (2.5). FLUENT también permite definir límites inferior y superior para el valor de la viscosidad  $\mu$  en la ecuación (4.42) de forma que si el valor de  $\mu$  es inferior al  $\mu_{min}$  introducido el programa pasa a operar con el valor  $\mu_{min}$ . De la misma manera si  $\mu$  es superior a  $\mu_{max}$  pasa a operar con  $\mu_{max}$ .

##### 4.5.1. Parámetros para la *Power Law* no newtoniana

Los parámetros que FLUENT permite introducir para definir la *Power Law* son,

- *Power Law Index, n*
- *Consistency Index, K*
- *Reference Temperature, T<sub>0</sub>*
- *Minimum Viscosity Limit  $\mu_{min}$*
- *Maximum Viscosity Limit  $\mu_{max}$*

Para el caso de viscosidad independiente de la temperatura, la temperatura de referencia ha de ser  $T_0=0$  K. Si la ecuación de la energía no está seleccionada FLUENT toma por defecto  $T=273$  K.

#### 4.6. SIMULACIÓN DEL PROBLEMA FLUIDODINÁMICO MEDIANTE FLUENT

El problema fluidodinámico es aquel que describe el comportamiento del flujo a través de un conducto albergando en su interior el conjunto de eje y rascadores con movimiento lineal alternativo, sin que exista ningún aporte de calor (flujo adiabático), ni variación de temperatura (flujo isotérmico). En este apartado se exponen las hipótesis y modelos adoptados en Fluent para su simulación, junto con las condiciones de contorno aplicadas. También se evalúa la convergencia de las simulaciones numéricas realizadas bajo estas hipótesis.

##### 4.6.1. Solver y modelos

En el problema fluidodinámico tiene como objetivo obtener el comportamiento del flujo en ausencia de aporte de energía externo y disipación viscosa. Como consecuencia las ecuaciones de cantidad de movimiento y energía se encuentran desacopladas. Se emplea pues el *solver segregado* y no el *solver acoplado*, reduciendo así el tiempo de cálculo sin perder ninguna precisión.

El *solver segregado* utiliza por defecto la *formulación implícita* para linealizar las ecuaciones. Se ha escogido una formulación basada en la celda, recomendada para mallas estructuradas, una formulación de cálculo en velocidades absolutas, un espacio 3D y un comportamiento temporal estacionario. Todos estos parámetros se muestran en la tabla 4.1.

Por otra parte, aunque para la resolución del problema fluidodinámico no se selecciona la ecuación de la energía, es necesario que esté activada para poder operar con la opción *non-newtonian power law*.

Solver	
Solver	Segregado
Formulación	Implícita
Evaluación de derivadas	Basada en la celda
Formulación de la velocidad	Absoluta
Espacio	3D
Comportamiento temporal	Estacionario

**Tabla 4.1.** Parámetros del solver.

#### 4.6.2. Esquemas de interpolación y discretización

En los casos analizados se ha seguido un esquema de discretización e interpolación dividido en dos etapas con el fin de tener una mejor convergencia. A continuación se muestra la configuración usada, introducida a través del comando *Solutions Controls*,

- Etapa inicial,  $residuos > 5 \cdot 10^{-4}$

En esta etapa se usan esquemas de primer orden para garantizar la convergencia. En la tabla 4.2 aparecen los esquemas utilizados,

Esquemas de interpolación y discretización	
Presión	Standard
Acoplamiento presión-velocidad	SIMPLE
Cantidad de movimiento	First Order Upwind
Energía	First Order Upwind

**Tabla 4.2.** Esquemas de interpolación y discretización para  $residuos > 5 \cdot 10^{-4}$ .

El acoplamiento presión-velocidad permanecerá siempre *SIMPLE*, ya que los casos a estudiar presentan un comportamiento laminar, además de que el esquema SIMPLE presenta menos problemas de convergencia y es más rápido.

Los factores de subrelajación se han reducido para una convergencia más suave, tomando los valores que se muestran en la tabla 4.3,

Factores de subrelajación	
Presión	0.3
Densidad	0.5
Fuerzas sobre el cuerpo	0.5
Cantidad de movimiento	0.4
Energía	1

**Tabla 4.3.** Factores de subrelajación para  $residuos > 5 \cdot 10^{-4}$ .

Como se ha dicho antes, la ecuación de la energía no tiene influencia en el problema.

- Etapa final,  $residuos < 5 \cdot 10^{-4}$

Una vez que los residuos descienden de  $5 \cdot 10^{-4}$  se pasa a utilizar esquemas de discretización de segundo orden que proporcionen resultados más precisos. En la tabla 4.4 aparecen los esquemas utilizados,

Esquemas de interpolación y discretización	
Presión	Second Order
Acoplamiento presión-velocidad	SIMPLE
Cantidad de movimiento	Second Order Upwind
Energía	First Order Upwind

**Tabla 4.4.** Esquemas de interpolación y discretización para  $residuos < 5 \cdot 10^{-4}$ .

Cuando los residuos vuelven a disminuir hasta  $5 \cdot 10^{-4}$  los factores de subrelajación toman los valores mostrados en la tabla 4.5 para acelerar la convergencia,

Factores de subrelajación	
Presión	0.3
Densidad	1
Fuerzas sobre el cuerpo	1
Cantidad de movimiento	0.7
Energía	1

**Tabla 4.5.** Factores de subrelajación para  $residuos < 5 \cdot 10^{-4}$ .

### 4.6.3. Condiciones de contorno y propiedades del fluido

Las superficies que delimitan el dominio computacional son las siguientes: entrada al conducto, salida del conducto, pared del conducto y las superficies que componen el eje y los elementos rascadores.

Conviene explicar antes de hablar de las condiciones de contorno impuestas, la forma en que se expresa la velocidad del conjunto rascador. Esta velocidad se adimensionaliza con la velocidad media del flujo  $U$ , dando lugar al parámetro  $\omega$  en la forma,

$$\omega = \frac{V_{rascador}}{U} \tag{4.43}$$

de tal manera que cuando el conjunto rascador se desplace en sentido opuesto al flujo  $\omega$  tomará valores negativos (contracorriente), y cuando lo haga en el mismo sentido tomara valores positivos (equicorriente).

A continuación se describen las condiciones de contorno impuestas en cada una de ellas aplicando el comando *Boundary Conditions*.

- *Condición de contorno a la entrada del conducto:* Se tiene un perfil de velocidades uniforme, por lo que se emplea una condición de contorno de tipo *velocity inlet* (*magnitude normal to boundary*). El valor de la velocidad a introducir depende del número de Reynolds que se está simulando, definido de la forma,

$$\text{Re} = \frac{\rho U D}{\mu_a} \quad (4.44)$$

donde  $\rho$  es la densidad en  $\text{kg/m}^3$ ,  $\mu_a$  es la viscosidad aparente en  $\text{kg/ms}$ ,  $D$  es el diámetro del conducto (18 mm) y  $U$  es la velocidad que se introduce en *velocity inlet*, velocidad media del flujo, en m/s.

- *Condición de contorno a la salida del conducto:* Se emplea una condición de contorno de tipo *pressure outlet*.
- *Condición de contorno para la pared del conducto:* Debido a que FLUENT no puede dar movimiento a superficies perpendiculares al flujo (excepto en la utilización de mallados deformables), es necesario establecer otras condiciones de contorno que permitan obtener las mismas condiciones de flujo sin tener que dotar de velocidad a los rascadores. El movimiento de eje y rascadores se sustituirá por un movimiento de la pared del conducto y el fluido en su conjunto en la forma,

$$\text{Velocidad pared del conducto} \equiv -\text{Velocidad rascadores } (\omega U)$$

$$\text{Velocidad del fluido} \equiv \text{Velocidad rascadores } (\omega U)$$

De esta manera, se impone la condición *Momentum, Moving Wall* y se fija el valor de la velocidad en componente Z especificando la opción *Components*, como se puede apreciar en la figura 4.6.

- *Condición de contorno para el fluido del conducto:* Como se ha dicho, para resolver el problema es necesario dotar al fluido en su conjunto de movimiento. Para ello FLUENT permite seleccionar la opción *Moving Reference Frame* mediante la cual se introduce el valor de la componente Z de la velocidad. Figura 4.7.

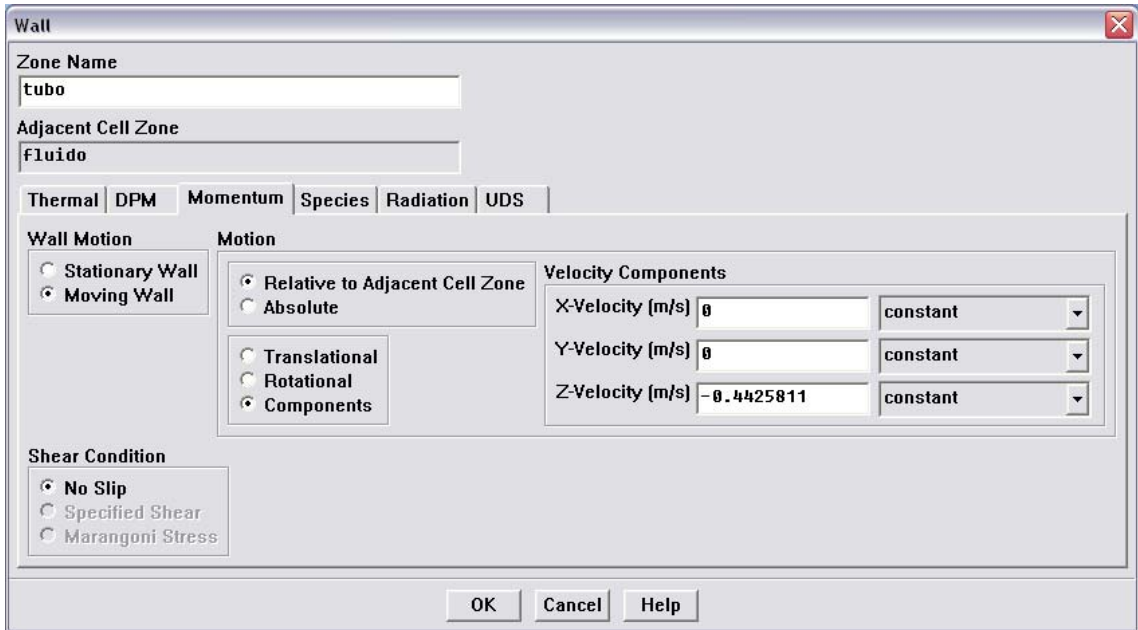


Figura 4.6. Condición *Moving Wall* para la pared del conducto ( $Re=20$ ,  $\omega=2$ ).

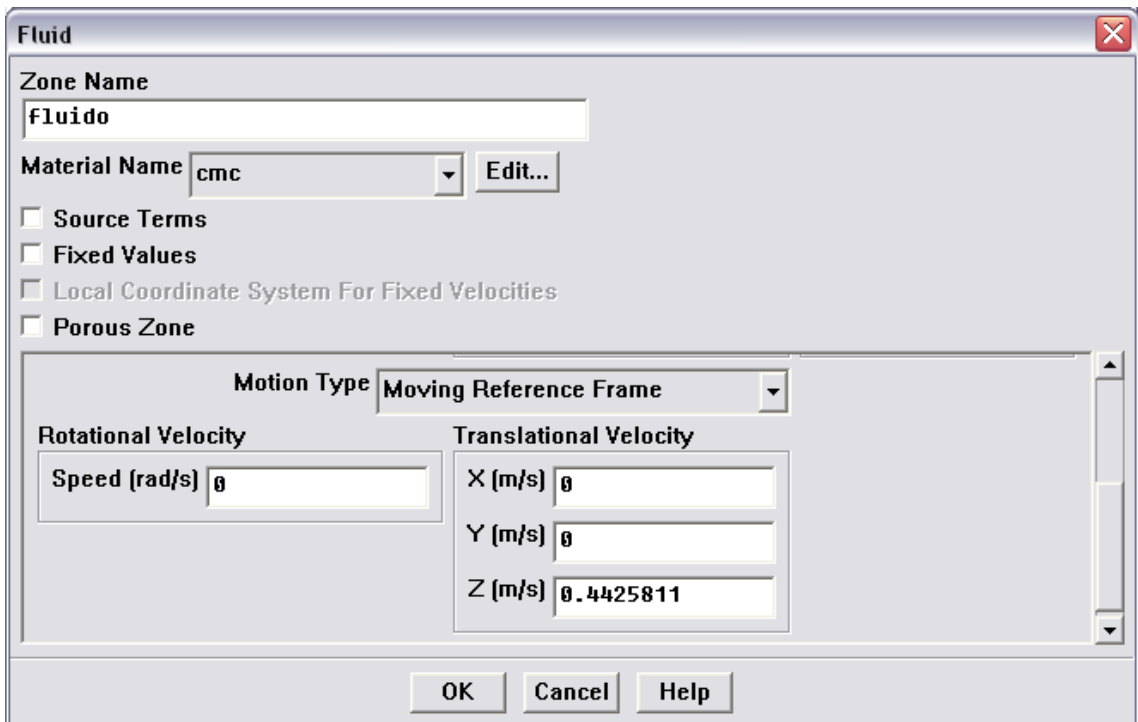


Figura 4.7. Condición *Moving Reference Frame* para el fluido en conjunto ( $Re=20$  y  $\omega=2$ ).



FLUENT no dispone en su base de datos el fluido que se va a utilizar, de modo que es necesario crearlo. Para ello en primer lugar se ha de seleccionar la opción de flujo laminar en el comando *Define/Models/Viscous/Laminar*, opción que está activada por defecto. Una vez hecho esto, la opción *Define/Materials* nos permite crear un nuevo material, al que se le llamará CMC, figura 4.8. Para resolver el problema fluidodinámico únicamente debemos introducir el valor de la densidad,  $1000 \text{ kg/m}^3$ , y seleccionar el modo de viscosidad *non-newtonian power law*, en el que se introducen los valores mostrados en la figura 4.9,

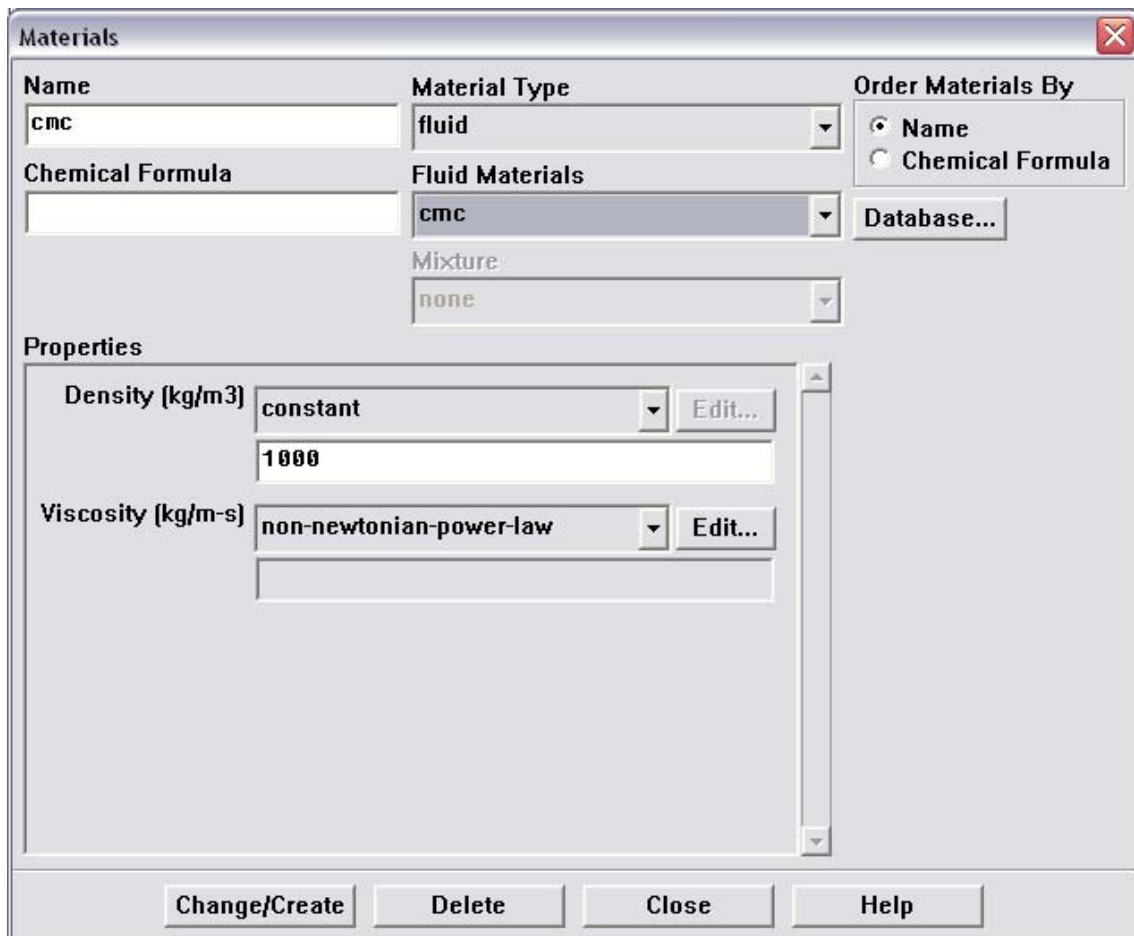


Figura 4.8. Opción para crear el fluido CMC con la *non-newtonian power law*.

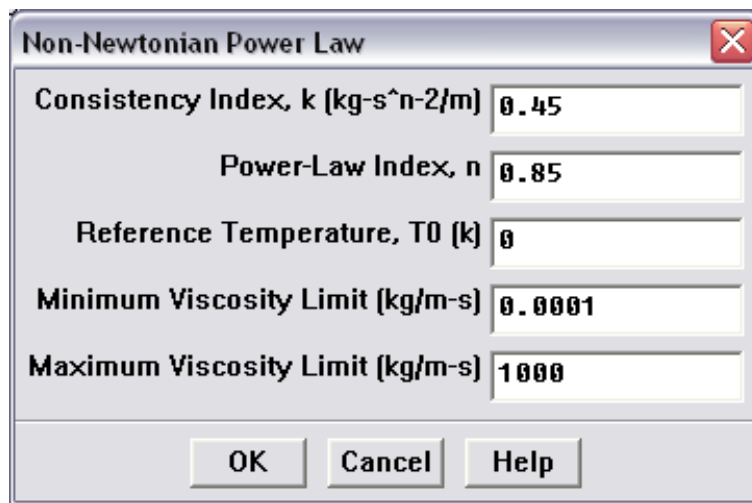


Figura 4.9. Opción y parámetros introducidos para la *non-newtonian power law*.

Una vez introducidos los parámetros solo queda especificar la opción Change/Create para crear el nuevo fluido CMC. Ya se puede seleccionar este fluido e imponerle condiciones de contorno en el menú *Boundary Conditions* a través de la opción *fluid*.

#### 4.6.4. Simulación y convergencia

Con el objetivo de observar la convergencia, antes de comenzar con el proceso iterativo se ha creado un punto llamado *vertex* a una distancia  $3P/4$  (coordenada  $z=67.5$  mm) del inicio del volumen central considerado. Este punto está situado en el plano de simetría (coordenada  $x=0$ ) y con coordenada  $y=5.75$  mm (posición intermedia entre eje y pared del conducto).

Mediante el comando *Solve/Monitors/Surface* podemos activar la opción *Report of velocity*, de tipo *Vertex Average* (figura 4.10). Esta opción nos permitirá ver la evolución de la velocidad para cada iteración en el punto creado, de forma que cuando se alcance la convergencia, el valor de la velocidad debe ser estable por mucho que aumenten la iteraciones.

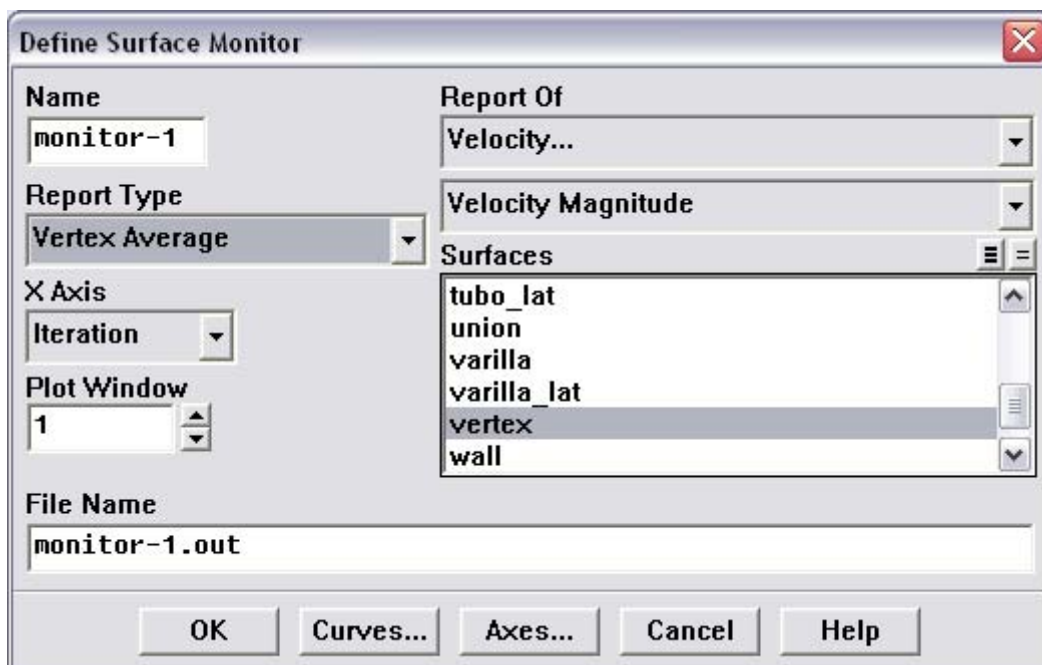


Figura 4.10. Opción para visualizar la velocidad en el punto creado en el plano de simetría.

Se ha de especificar en la opción *Solve/Monitors/Residual* que se desea ver los valores numéricos de los residuos por pantalla (opción *Print*) y su representación gráfica (opción *Plot*). En esta misma ventana se establecen los criterios de convergencia, que para la primera fase eran de  $5 \cdot 10^{-4}$ . Aunque el proceso a seguir sería esperar a la convergencia con esos criterios, para después pasar a los esquemas de segundo orden citados en el apartado 4.6.2, en realidad se han utilizado archivos *journal* en los que se han introducido desde un principio los pasos a seguir.

Realizado todo lo anterior, se puede inicializar el problema. Se parte de una velocidad de componente  $z$  igual a la décima parte de la velocidad del flujo para el primer Reynolds. Para comenzar la simulación solo queda introducir el número de iteraciones. Como están activados los

critérios de convergencia, se introduce un número elevado (30000 iteraciones) para que permita alcanzar con seguridad el valor de  $10^{-9}$ .

En la figura 4.11 se muestran los residuos para el caso de  $Re=20$  y rascadores sin movimiento ( $\omega=0$ ). Se puede ver como alcanzan entorno a las 170 iteraciones se ha pasado a utilizar esquemas de segundo orden. El valor de  $10^{-9}$  se alcanza sin problemas.

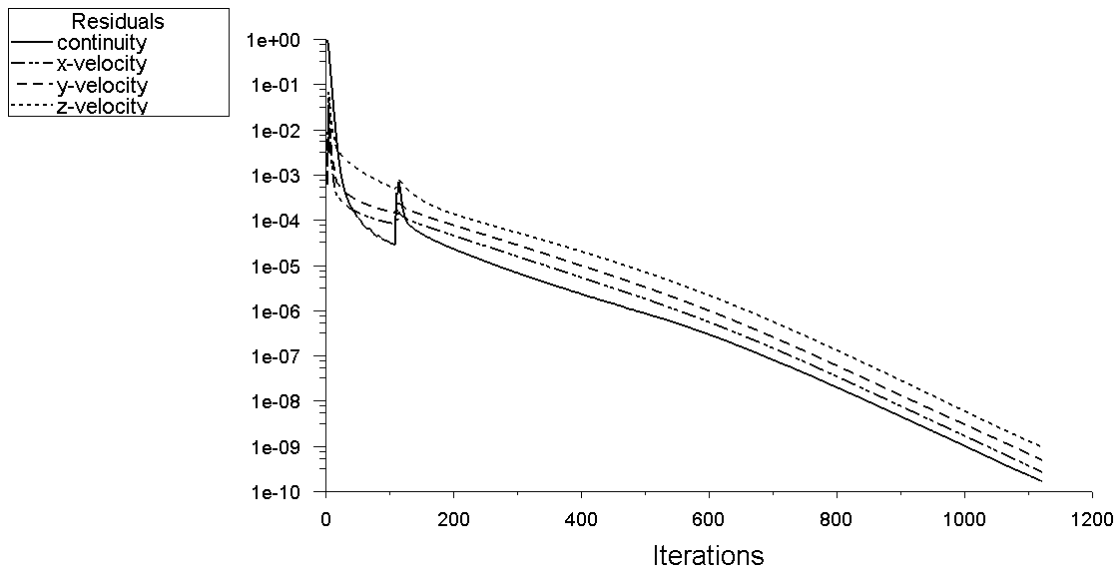


Figura 4.11. Residuos para el caso  $Re=20$  y  $\omega=0$ .

Una vez alcanzados los criterios de convergencia se simula el caso siguiente,  $Re=20$  y  $\omega=0.1$  partiendo de el caso ya simulado, es decir, cambiando las condiciones de contorno y sin inicializar. Así se consigue partir de una solución más próxima a la final acelerando y suavizando la convergencia. En la figura 4.12 se observan los residuos para el caso  $Re=20$  y  $\omega=0.1$ , donde se ve como ha partido del caso  $Re=20$  y  $\omega=0$ .

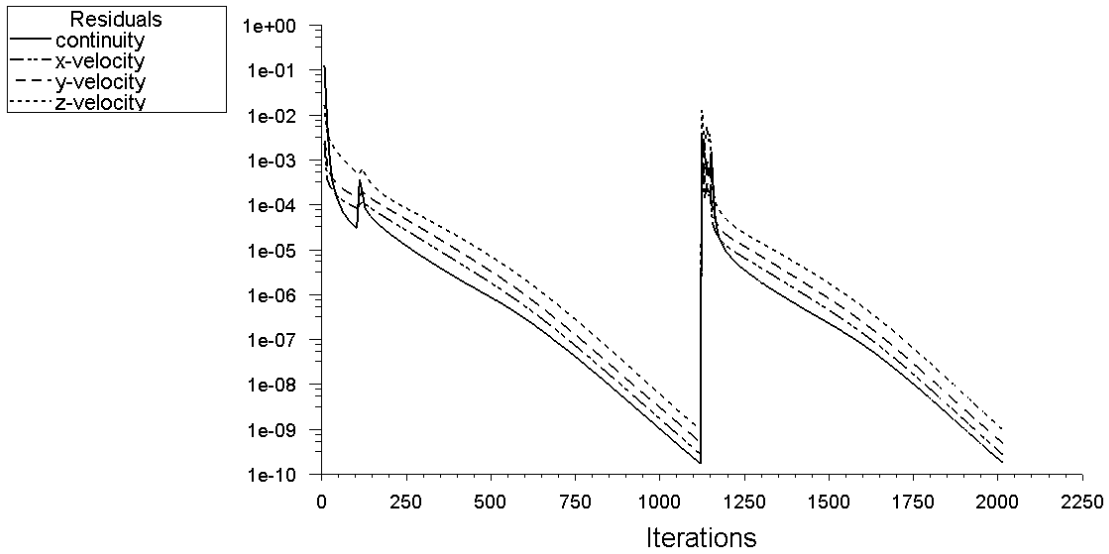


Figura 4.12. Residuos para el caso  $Re=20$  y  $\omega=-0.1$ .

En la figura 4.13 se muestra el valor de la velocidad al final del proceso de cálculo. Se puede observar como permanece estable ante el aumento de las iteraciones, cumpliéndose pues uno de los indicadores de la convergencia del proceso.

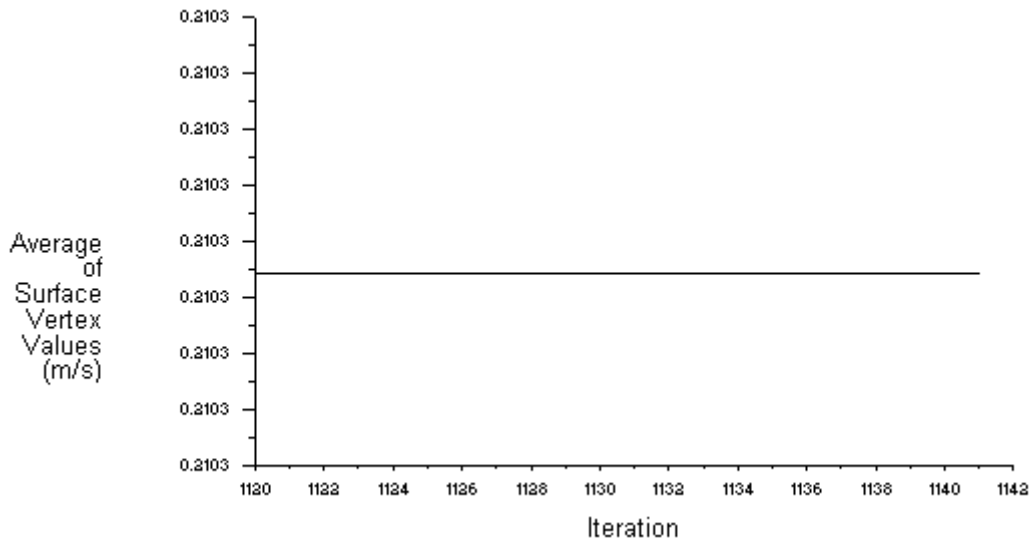


Figura 4.13. Velocidad en el punto *vertex* al final del proceso de cálculo.

Para confirmar que el caso simulado a convergido solo queda evaluar el balance de masa (recordamos que la ecuación de la energía no está seleccionada y por lo tanto no es posible hacer un balance de energía). Este balance se efectúa mediante el comando *Report Fluxes*, seleccionando las superficies *entrada* y *salida*. Los resultados se muestran en la figura 4.14.

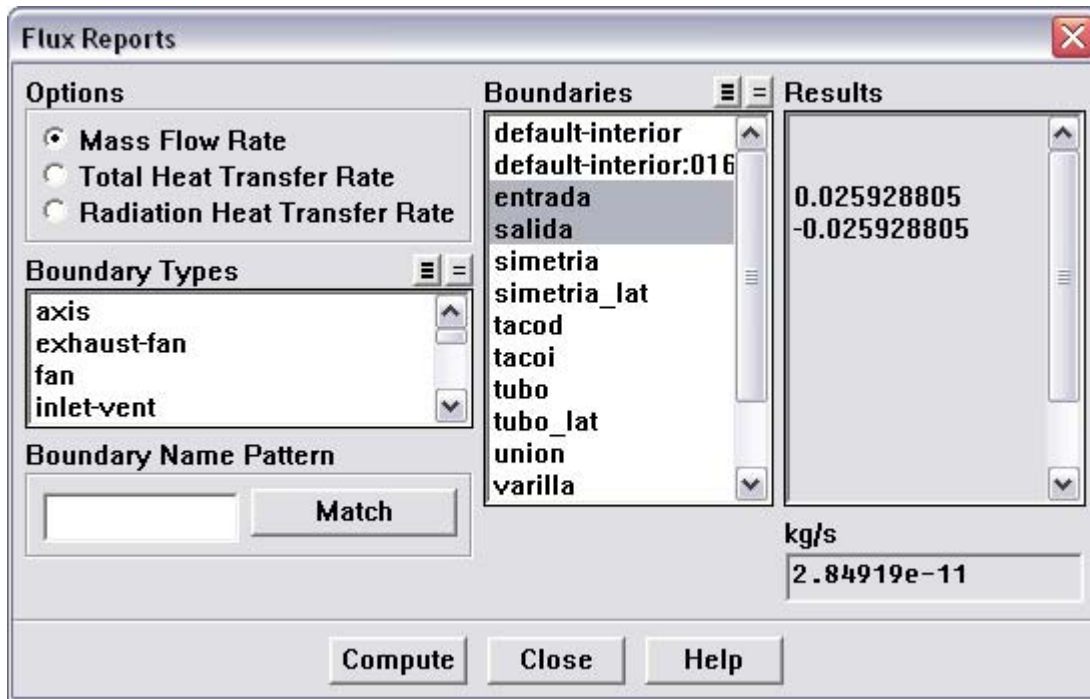


Figura 4.14. Opción de balance de masa.

Podemos apreciar que los resultados presentan un orden de convergencia de  $10^{-11}$  kg/s cumpliendo los criterios de convergencia establecidos en este capítulo.

Los resultados expuestos se cumplen para todas las simulaciones realizadas, por lo que se puede asumir que el código converge correctamente. Únicamente se han presentado problemas de convergencia para Reynolds altos y velocidades de rascado altas ( $Re=250$  y  $\omega=-2$ ) lo que hace indicar que el flujo comienza a ser turbulento.

#### 4.7. SIMULACIÓN DEL PROBLEMA TÉRMICO MEDIANTE FLUENT

El problema térmico es aquel que describe el comportamiento del flujo a través de un conducto albergando en su interior el conjunto de eje y rascadores con movimiento lineal alternativo, cuando en la pared hay aplicado un flujo de calor constante. En este apartado se exponen las hipótesis y modelos adoptados en Fluent para su simulación, junto con las condiciones de contorno aplicadas. También se evalúa la convergencia de las simulaciones numéricas realizadas bajo estas hipótesis.

El problema térmico tiene una restricción altamente limitante para la condición de contorno impuesta en el problema fluidodinámico. FLUENT no resuelve correctamente la ecuación de la energía para esas condiciones de contorno dinámicas, como quedó demostrado en el informe realizado por Juan P. Solano [27] y cuyas conclusiones más importantes se encuentran

resumidas en el apéndice A. Esto reduce el problema térmico únicamente a aquellos casos en los que el conjunto de rascadores permanece en reposo ( $\omega=0$ ).

#### 4.7.1. Solver, modelos y esquemas de interpolación y discretización

Para realizar las simulaciones del problema térmico, es necesario partir de los casos ya convergidos del problema fluidodinámico. De esta manera se obtiene una convergencia más rápida (si bien se ha de recalculer el flujo, siempre se parte de valores más próximos a la solución final).

Para los casos en los que existe transmisión de calor, cabe considerar las variaciones que experimenta la viscosidad del flujo debido a la temperatura. Para ello es necesario introducir una temperatura de referencia  $T$  distinta de 0 en el cuadro de opciones mostrado en la figura 4.9. Con este cambio la *non-newtonian power law* tendrá en cuenta las variaciones en la viscosidad producidas por la temperatura. El resto de propiedades térmicas (calor específico, conductividad térmica, así como el peso molecular) toman los siguientes valores (tabla 4.6),

Propiedades para el problema térmico	
Calor específico	4373 J/kgK
Conductividad térmica	0.64w/mK
Peso molecular	18.0152 <sup>3</sup> kg/kmol

Tabla 4.6. Propiedades térmicas adoptadas.

Antes de iniciar el proceso iterativo únicamente queda especificar las condiciones de contorno térmicas. Éstas consisten un flujo de calor de 5000 w/m<sup>2</sup>, aplicados tanto en las superficies *tubo* como en *tubo\_lat*. Para ello se utiliza la opción *Heat Flux*, dentro de la condición tipo *wall* en *Boundary Conditions* para cada una de las dos superficies. Este flujo de calor no está elegido plenamente al azar, si no que cumple con la condición de generar diferencias de temperaturas entre fluido y pared del orden de 15 grados, para acercarnos más el problema real.

El proceso iterativo consta de dos etapas, donde el punto de partida es problema fluidodinámico resuelto.

<sup>3</sup> Corresponde al peso molecular del agua.

- *Primera etapa*

En primer lugar se selecciona la ecuación de la energía en la opción *Solve/Controls/Solutions* (figura 4.16) y como se va a tener en cuenta la disipación viscosa, se ha de activar la opción *Viscous Heating* en *Define/Models/Viscous* (figura 4.16).

El objetivo de esta primera iteración es obtener un valor de la temperatura de referencia  $T$ , por lo que no se tendrá en cuenta la influencia de la temperatura en la viscosidad.

Una vez hecho esto, establecemos como criterio de convergencia para la energía el valor  $10^{-10}$  y comenzamos la iteración. Como se trata de una primera aproximación se emplean esquemas de primer orden para discretizar la ecuación de la energía (*First Order Upwind*). El resto de esquemas de interpolación y discretización son los mismos que se emplearon en el problema fluidodinámico mostrados en la tabla 4.4.

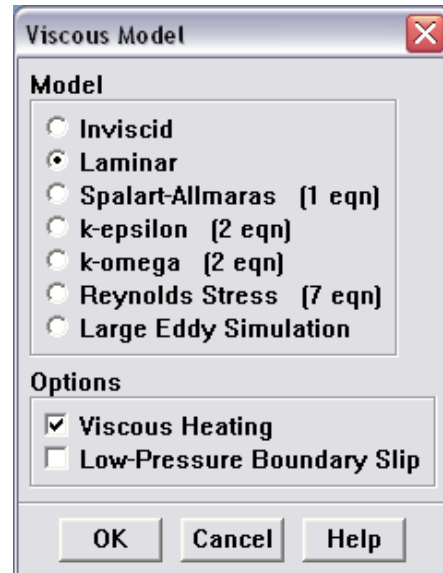


Figura 4.15. Opción de activación del modo *Viscous Heating*.

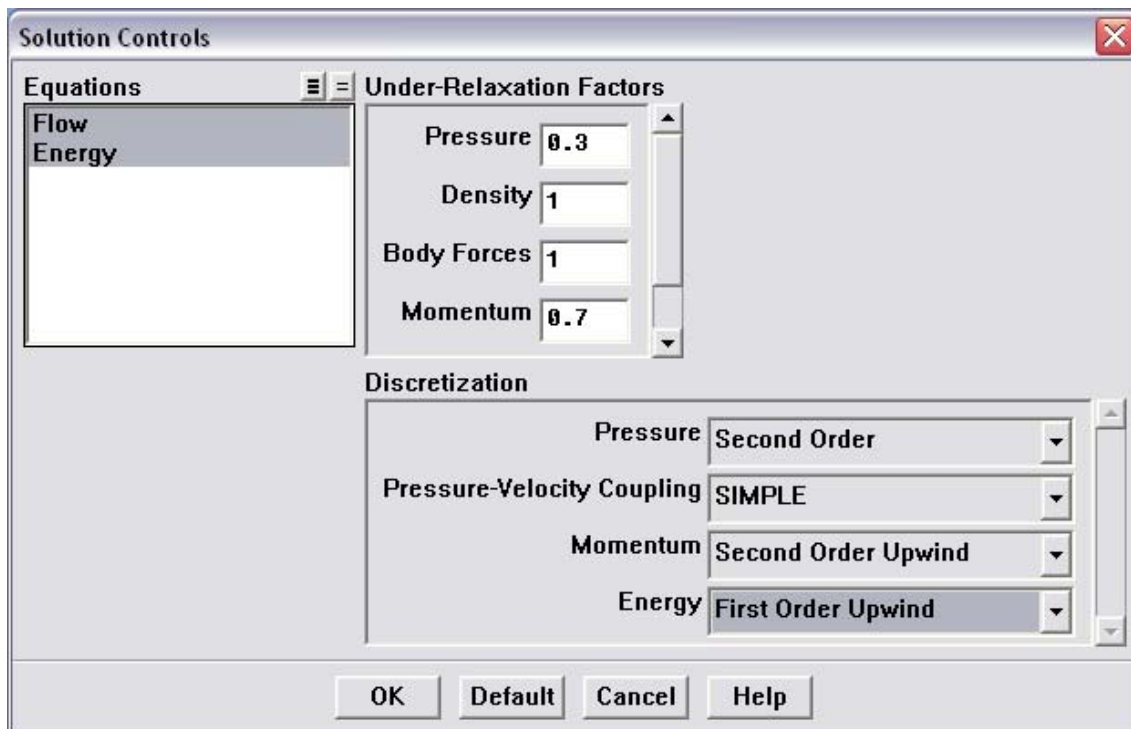


Figura 4.16. Opción de selección de la ecuación de la energía.



- *Segunda etapa*

En esta etapa se utiliza el valor de la temperatura media del fluido obtenido en la etapa anterior como valor de T en la opción de la figura 4.9. Para obtener este valor, se utilizará la opción *Report*, mostrada en la figura 4.17, especificando la zona central de simetría, obteniéndose un valor de 300.7957K.

Una vez introducido este valor se procede de nuevo a iterar, esta vez con esquemas de segundo orden, para discretizar la ecuación de la energía (*Second Order Upwind*).

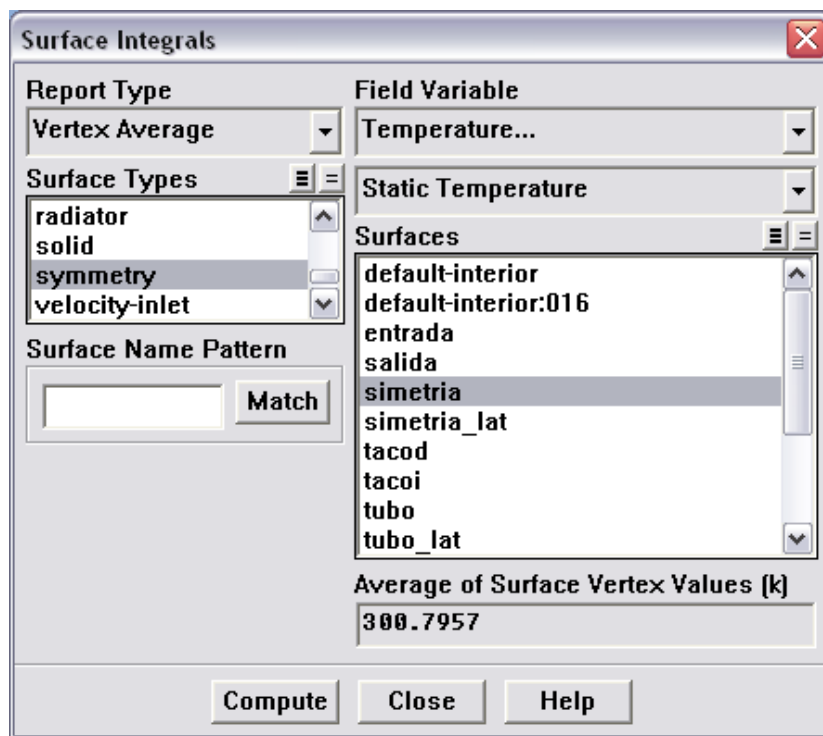


Figura 4.17. Opción de *Report Surface Integrals*.

### 4.7.2. Simulación y convergencia

A continuación se exponen los resultados obtenidos mediante el proceso de iteración antes descrito. Después de realizar las dos etapas, la figura 4.18 muestra los residuos de ambos procesos en la que puede apreciar claramente las dos etapas.

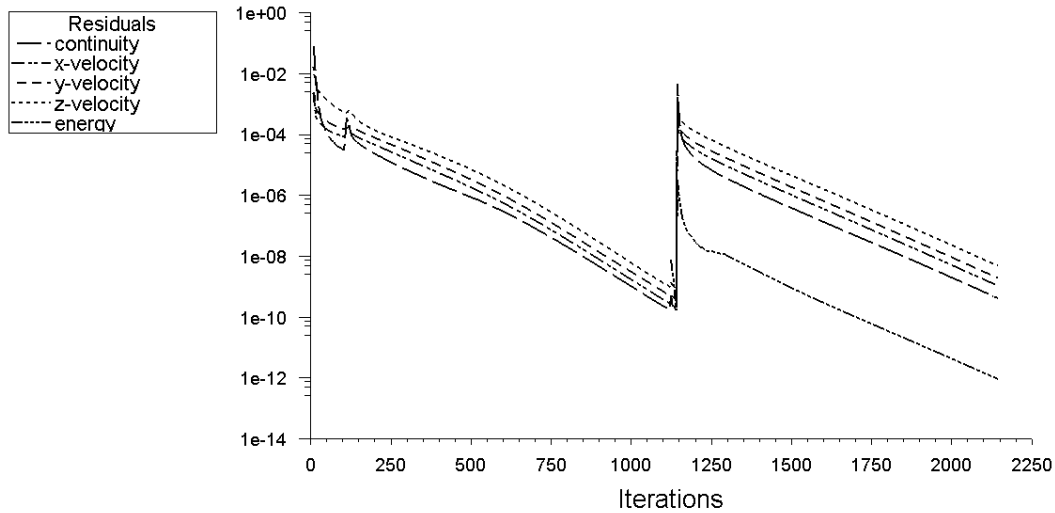


Figura 4.18. Residuos para el problema térmico.

En la figura 4.19 se muestra la evolución de la temperatura en el punto *vertex* durante todo el proceso de cálculo. Se puede observar como al final del proceso permanece estable ante el aumento de la iteraciones, cumpliéndose pues uno de los indicadores de la convergencia del proceso. Aunque aparezcan grandes saltos, en realidad las variaciones son mínimas

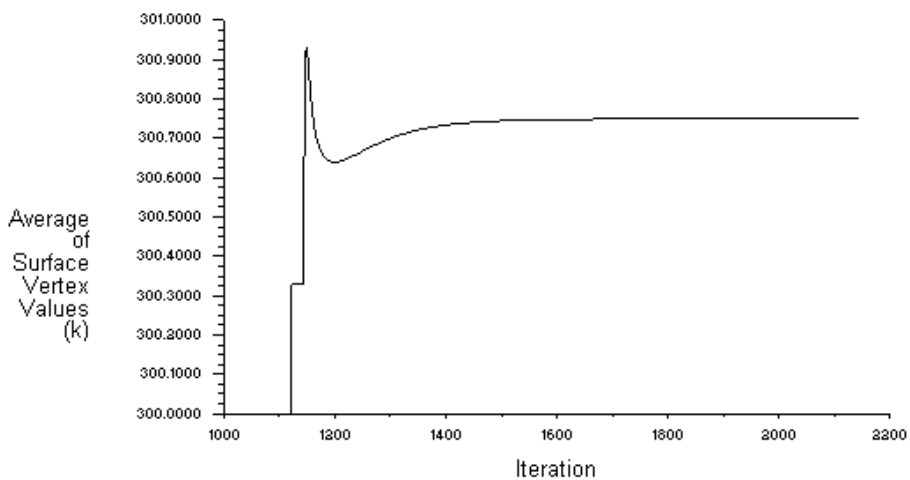


Figura 4.19. Temperatura en el punto *vertex* durante el proceso de cálculo.

Para confirmar que el caso simulado ha convergido solo queda evaluar el balance de masa y el balance de energía. El balance de masa se efectúa de la misma forma que en el problema fluidodinámico. Para el balance de energía se deben seleccionar las superficies de entrada y salida, junto con las paredes del tubo que reciben calor. Su resultado aparece en la figuras 4.20 y 4.21.

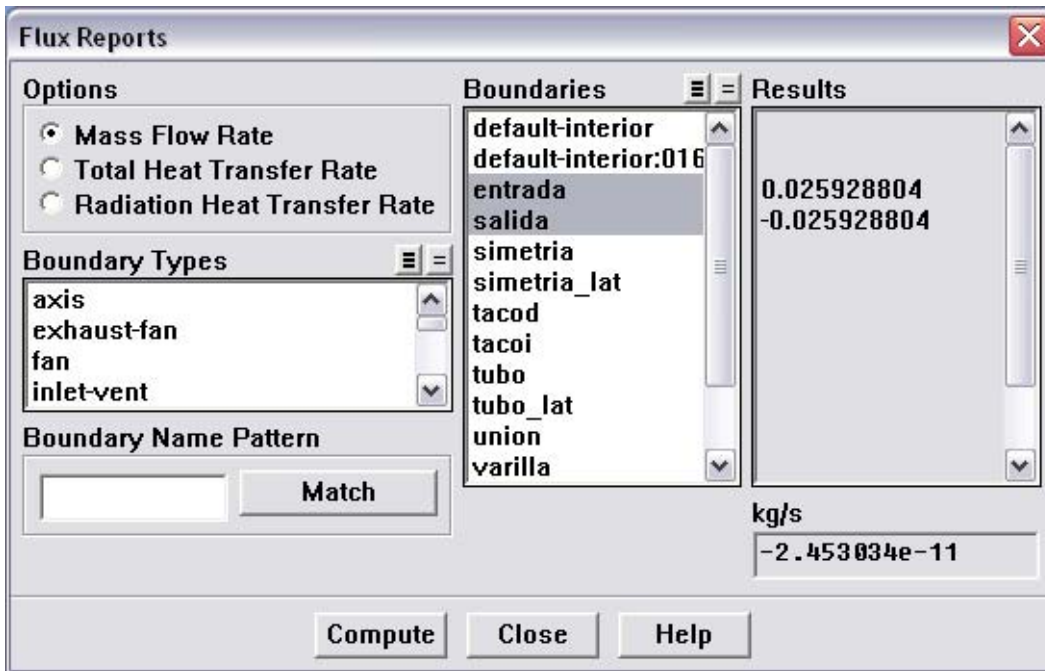


Figura 4.20. Opción de balance de masa.

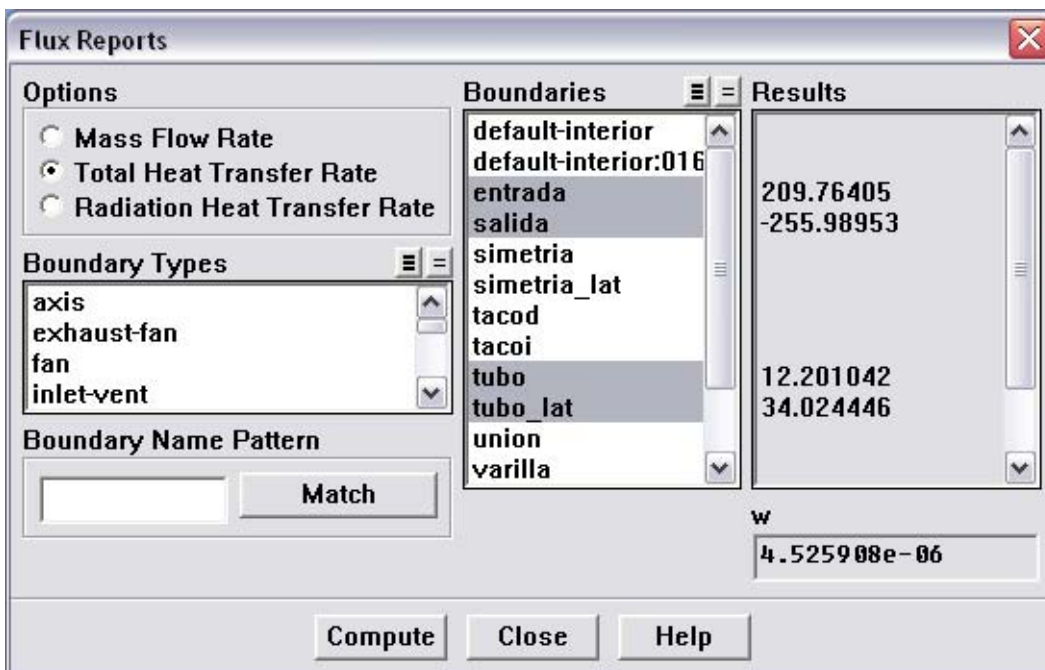


Figura 4.21. Opción de balance de energía.

Podemos apreciar que los resultados presentan un error del orden  $10^{-11}$  kg/s para el balance de masa y un error del orden de  $10^{-6}$  W para el balance de energía, ambos aceptables, ya que en el caso de la energía, hay que tener en cuenta que se está considerando disipación viscosa. En casos resueltos sin disipación viscosa el error era del orden de  $10^{-8}$  W, lo que indica que el calor disipado es del orden de  $10^{-5}$  W, prácticamente despreciable. En la figura 4.22 se puede observar el calor disipado internamente, para el mismo caso resuelto con disipación viscosa y sin aporte de calor externo, como se puede comprobar es del orden de  $10^{-5}$ .

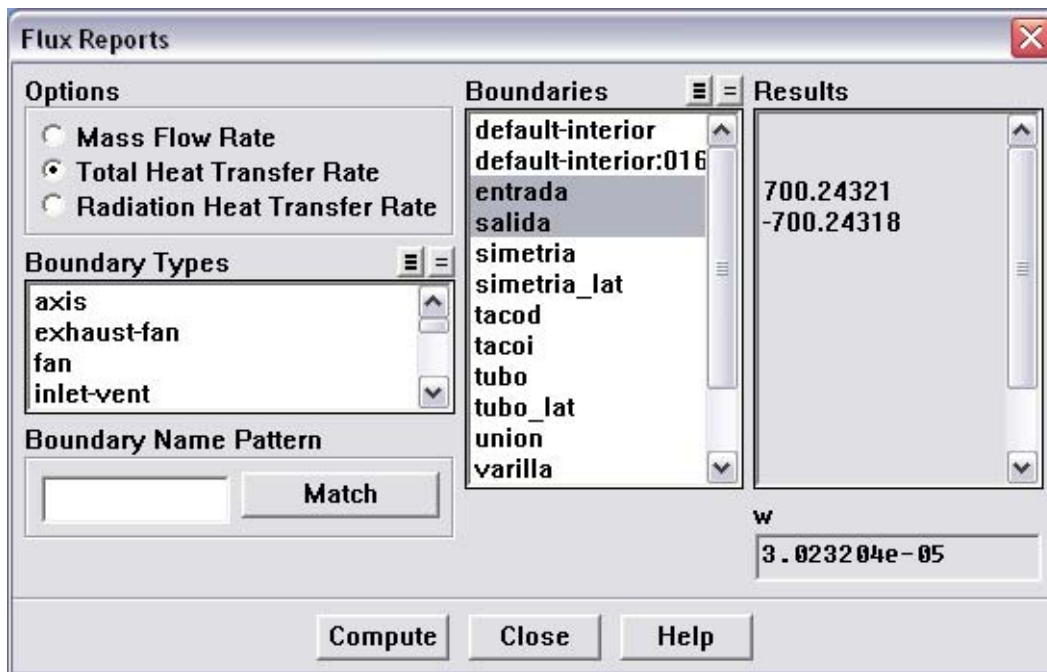


Figura 4.22. Opción de balance de energía, disipación viscosa sin aporte externo de calor.

Si obtenemos ahora la temperatura media del fluido como se hizo en la primera etapa (figura 4.17) se obtiene un valor de  $301.0114K$ , muy próximo al que se obtuvo inicialmente ( $300.7957K$ ) lo cual indica que el valor de T obtenido de esta manera es un buen valor de partida.

Los resultados expuestos se cumplen para todas las simulaciones realizadas, por lo que se puede asumir que el código converge correctamente.

## 5. METODOLOGÍA DE VALIDACIÓN

En este capítulo se expondrá la metodología seguida y los resultados obtenidos con el fin de validar las simulaciones numéricas posteriores. Como se dijo en el capítulo 2, la complejidad de las ecuaciones integrales hacen necesario el uso de aproximaciones que, si bien permiten validar el caso estático, no permiten obtener datos sobre la solución en el caso dinámico. Es por ello que, a modo de comparación, se presentan las soluciones analíticas para flujo Newtoniano, no con el objetivo de validar si no de servir de referencia.

Para validar los resultados numéricos en el rascador se considerará el flujo a través de un conducto anular con cilindro interior dotado de movimiento axial. La geometría empleada es la descrita en el capítulo 3, y las condiciones de contorno y la forma de operar con FLUENT las explicadas en el capítulo 4, con la salvedad de que en este caso no se hace distinción entre zona central y zonas laterales, si no que por la axisimetría únicamente se considerará una línea radial.

### 5.1. CASOS ESTUDIADOS

Se pretende estudiar el flujo para los Reynolds 20, 25, 30, 50, 80, 120, 170 y 250, definidos a partir de la siguiente expresión (siendo la más utilizada en el ámbito industrial),

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu_a} \quad (5.1)$$

donde  $\rho$  es la densidad, que toma el valor de  $1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $U$  es la velocidad media del flujo en  $\text{m/s}$ ,  $D$  es el diámetro del cilindro exterior (9 mm) y  $\mu_a$  la viscosidad aparente, promedio de la viscosidad en las paredes de los dos cilindros, en  $\text{Kg/ms}$  [28].

Para poder obtener las velocidades correspondientes a cada Reynolds, es necesario conocer el valor que toma en cada caso la viscosidad aparente  $\mu_a$ . Con este objetivo se han simulado 8 casos iniciales, tomando las velocidades de la ecuación (5.1) para los valores de  $Re$  arriba propuestos, y suponiendo un valor de la viscosidad aparente constante  $\mu_a=0.006 \text{ Kg/ms}$ .

Las soluciones numéricas de estos casos iniciales proporcionan unos valores de  $\mu_a$  (tomados como el valor medio de la viscosidad en las paredes de los cilindros exterior e interior) que introducidos nuevamente en la ecuación (5.1) permiten obtener los valores de  $Re$  reales correspondientes a cada caso.

Efectuando un ajuste potencial a los datos obtenidos, con un coeficiente de regresión  $R^2=1$ , se puede obtener la siguiente expresión,

$$\mu_a = 0.2994 Re^{-0.13046} \tag{5.2}$$

expresión que relaciona el valor de la viscosidad aparente con el número de Reynolds, y nos permite obtener, combinada con la ecuación (5.1), los valores de la velocidad a considerar para poder estudiar los  $Re$  deseados.

En la figura 5.2 se muestran los valores de  $\mu_a$  y  $Re$  obtenidos junto con la expresión (5.2). Los puntos representados por  $\square$  corresponden a los casos iniciales mientras que los representados por  $\circ$  corresponden a los casos estudiados a partir de las velocidades obtenidas de (5.2) y (5.1).

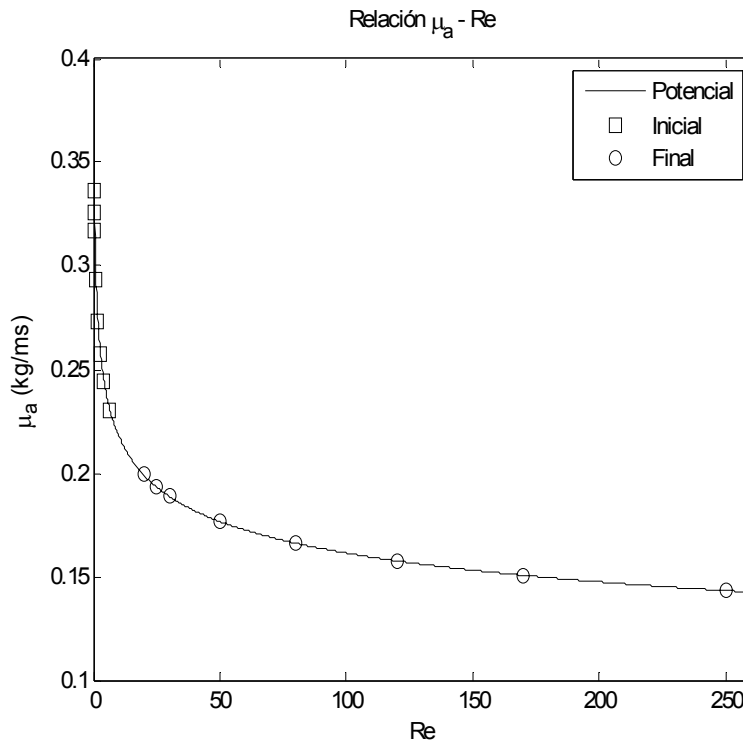


Figura 5.1. Relación  $\mu_a-Re$

Como se puede apreciar, los valores de  $\mu_a$  previstos a partir de los casos iniciales coinciden plenamente con los resultados obtenidos, con lo cual no hace falta redefinir los valores de  $Re$ .

Si combinamos las ecuaciones (2.5) y (2.6) podemos llegar a la expresión,

$$\mu_a = K \left( \frac{\tau}{K} \right)^{\frac{n-1}{n}} \tag{5.3}$$

que sustituyendo en la ecuación (2.46) permite obtener la siguiente expresión,

$$\mu_a = K \left[ \frac{8U}{D_h} \left( b + \frac{a}{n} \right) \right]^{n-1} \tag{5.4}$$

Esta expresión relaciona la viscosidad aparente con la velocidad media del flujo en función de los parámetros ya vistos en el capítulo 2. Si se sustituye la ecuación (5.2) en la (5.4) se llega a,

$$\mu_a = K^{\frac{1}{2-n}} \left[ \frac{8Re}{\rho D D_h} \left( b + \frac{a}{n} \right) \right]^{\frac{n-1}{2-n}} \tag{5.5}$$

la cual, sustituyendo cada parámetro por su valor correspondiente da lugar a,

$$\mu_a = 0.2975 Re^{-0.13044} \tag{5.6}$$

muy similar a la ecuación (5.2). Representando la ecuación (5.3) junto con los casos simulados se obtiene la siguiente gráfica (figura 5.2),

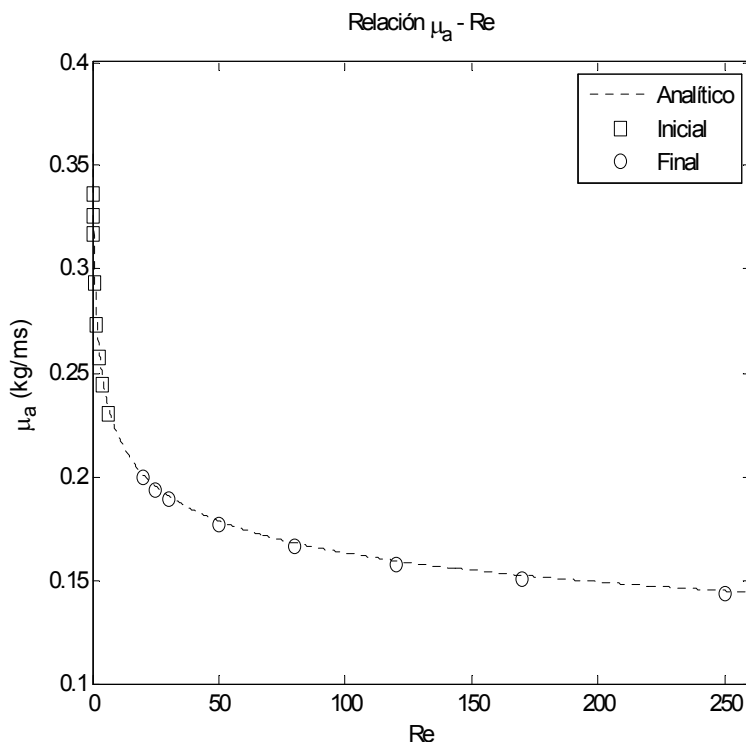


Figura 5.2. Relación analítica  $\mu_a$ -Re

Como se puede observar, los resultados obtenidos coinciden prácticamente con los proporcionados por las expresiones analíticas, validando pues el proceso por el cual se han obtenido las velocidades de los Reynolds a estudiar.

### 5.2. CASO ESTÁTICO ( $\omega=0$ ). Problema Hagen-Poiseuille

A continuación se mostrarán los resultados obtenidos para el problema fluidodinámico del flujo en conducto anular, sin movimiento en el cilindro interior, con el fin de comparar dichos resultados con los proporcionados por aproximaciones analíticas o semianalíticas.

#### 5.2.1. Perfil de velocidades

El perfil de velocidades obtenido en cada uno de los ocho casos simulados se ha adimensionalizado con la velocidad media del flujo  $U$ , obteniéndose así la velocidad adimensional  $v$ ,

$$v(r) = \frac{u(r)}{U} \tag{5.7}$$

Esta velocidad se encuentra representada para los ocho casos en la figura 5.3, de manera que aparecen los ocho perfiles superpuestos. En esta figura también se encuentra representada la solución analítica para el agua pura (fluido Newtoniano).

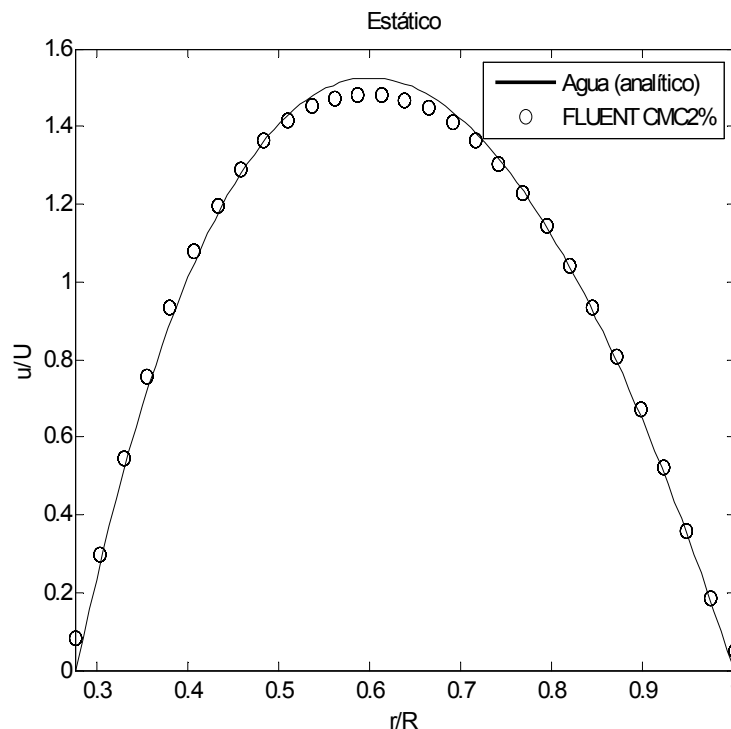
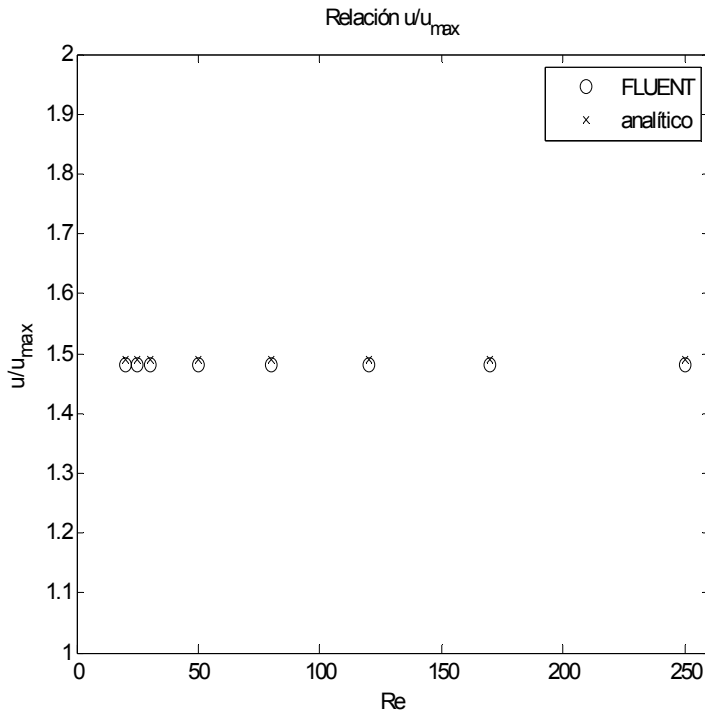


Figura 5.3. Perfil de velocidades para  $\omega=0$ .

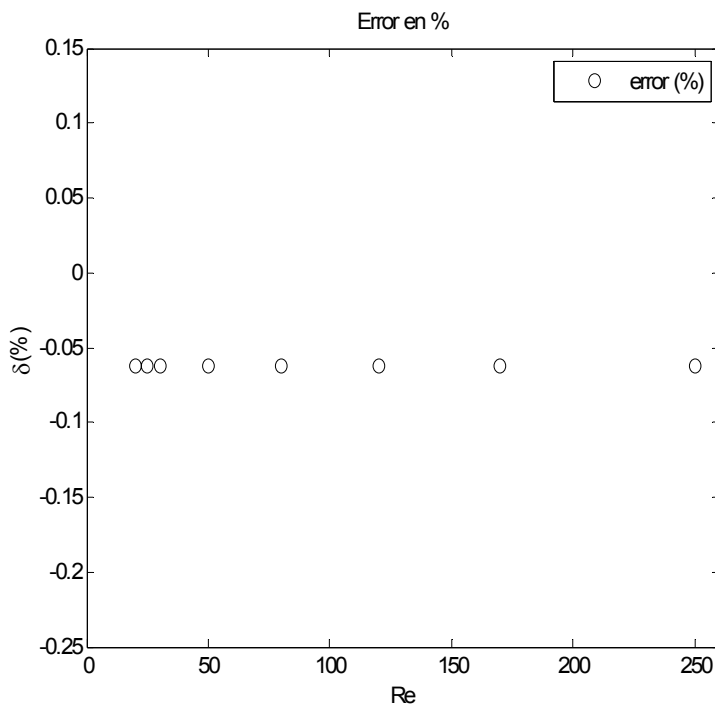


A través de la expresión (2.43), en la que para este caso se toma un valor de  $\Omega=0.067$ , podemos obtener la relación  $U/u_{max}$  y compararla con los resultados numéricos. En la figura 5.4 aparecen los valores obtenidos para dicha relación, tanto numéricos como analíticos,



**Figura 5.4.** Valores para  $U/u_{max}$  con  $\omega=0$ .

Si representamos la diferencia en tanto por ciento, teniendo en cuenta el error obtenido además entre la expresión analítica y la experimental, dado en la tabla 2.5, se obtienen los errores  $\delta(\%)$  mostrados en la figura 5.5.



**Figura 5.5.** Error en % para  $U/u_{max}$  con  $\omega=0$ .

El efecto del deslizamiento es visible en las paredes, apareciendo velocidades no nulas en el fluido pegado a los extremos, aunque no resulta tan evidente como más adelante se verá en los casos estáticos especialmente en el caso de contracorriente.

Como se puede observar, los errores obtenidos son del orden de  $0.05\%$ , lo que indica que los valores numéricos se ajustan a la solución analítica.

### 5.2.2. Caída de presión y factor de fricción

El factor de fricción de Fanning se ha obtenido tomando la presión en dos puntos, separados una longitud  $L$ , y utilizando la expresión (2.11). Una vez obtenido, se ha representado en una gráfica logarítmica frente al número de Reynolds para flujo no Newtoniano  $Re_B$ , dado por la ecuación (2.14). Este número de Reynolds es el empleado en todas las expresiones analíticas o semianalíticas, y la relación existente entre éste y el número de Reynolds definido en la ecuación (5.1) se encuentra representada en la figura 5.6.

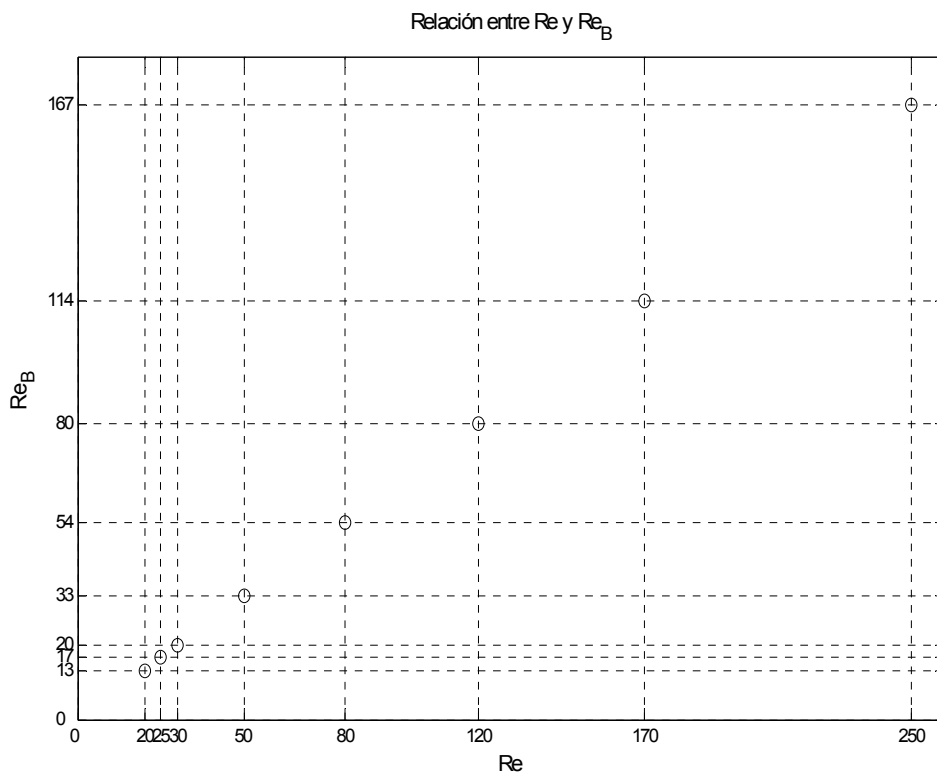
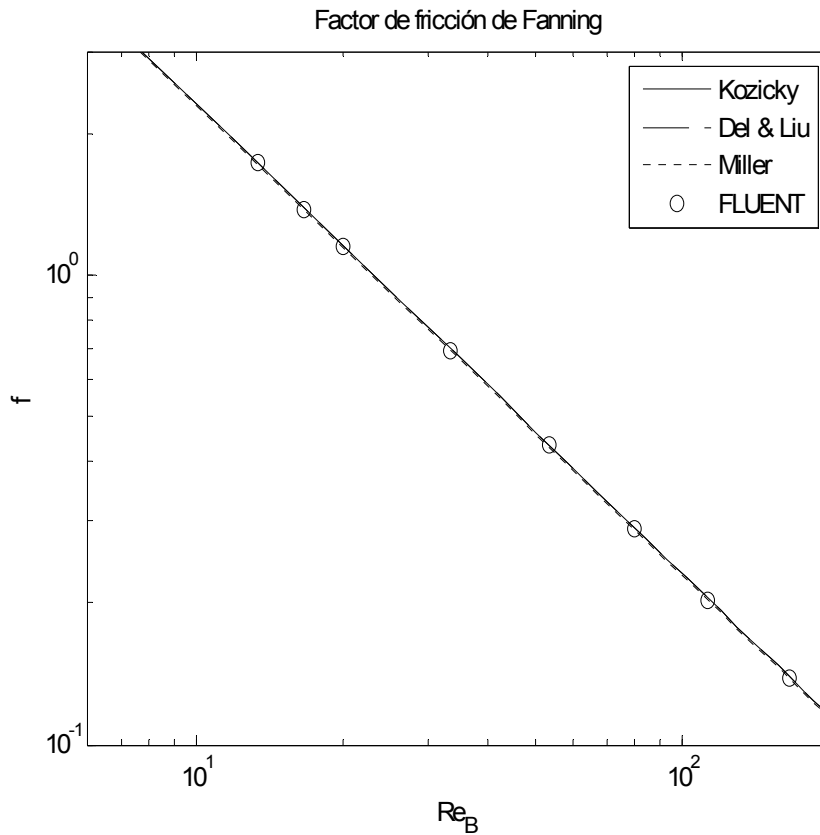


Figura 5.6. Relación entre los  $Re$  y  $Re_B$  estudiados.

En la figura 5.7 se han representado los valores obtenidos para el factor de fricción de Fanning junto con las distintas aproximaciones dadas por Kozicki, Miller y Delplace-Leuliet (ecuaciones (2.16), (2.21) y (2.24)).



**Figura 5.7.** Factor de fricción de Fanning y aproximaciones analíticas para  $\omega=0$ .

Se puede apreciar que los valores proporcionados por las tres aproximaciones son prácticamente coincidentes, lo cual indica que la aproximación ofrecida es satisfactoria. Los resultados numéricos se ajustan perfectamente a las expresiones analíticas, dando validez a los mismos.

Sustituyendo la expresión (2.46) en la (2.47) podemos obtener el valor de la caída de presión por unidad de longitud  $\Delta P/L$ . Si se representa el valor de la caída de presión obtenida numéricamente junto con los resultados proporcionados por la expresión analítica se obtiene la figura 5.8,

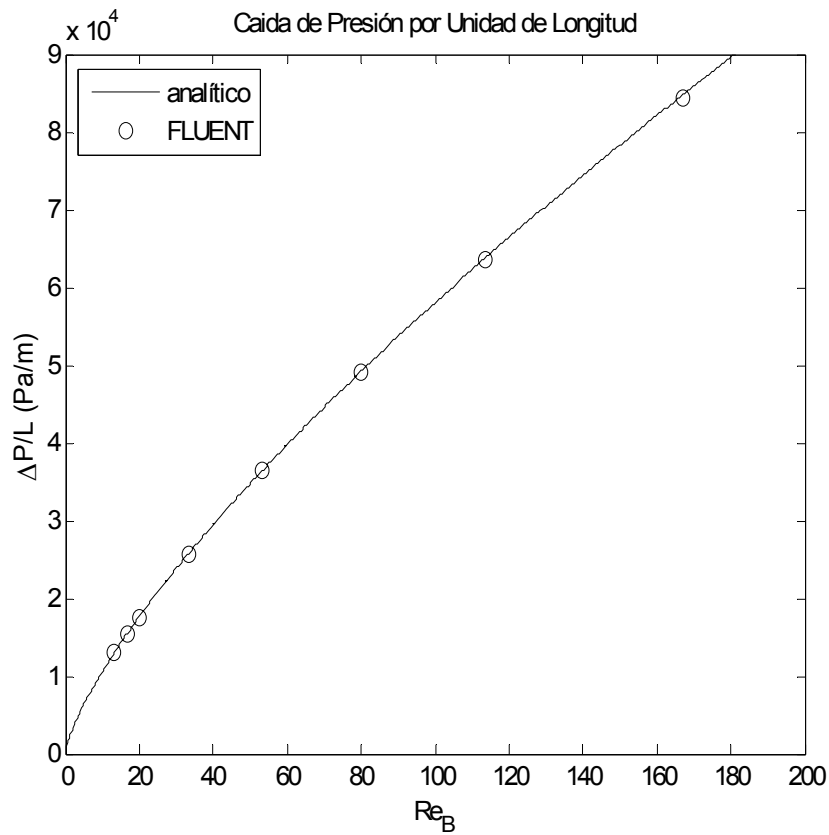


Figura 5.8. Caída de presión por unidad de longitud, datos numéricos y expresión analítica para  $\omega=0$ .

donde una vez más se pone de manifiesto la concordancia entre los resultados numéricos y la expresión analítica.

### 5.2.3. Viscosidad, esfuerzo cortante y gradiente de velocidad

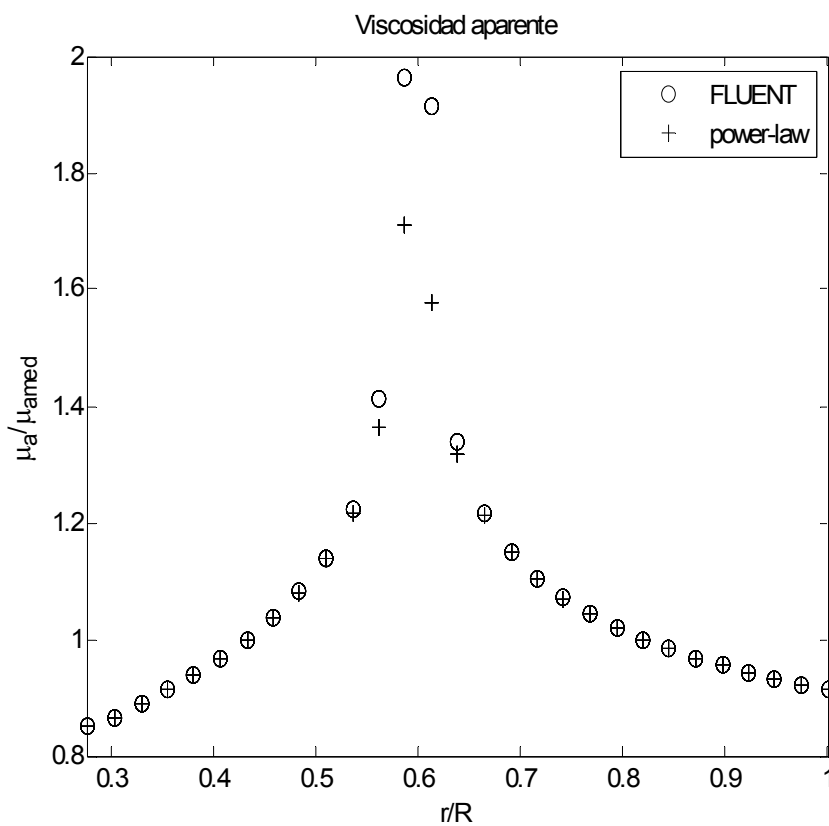
Debido a las propiedades ya citadas en el capítulo 2, la viscosidad en este tipo de fluidos no permanece constante, si no que variará en función de los esfuerzos a los que esté sometido el fluido, pasándose a llamar viscosidad aparente.

En la figura 5.9 se muestra el perfil de viscosidades aparentes adimensionalizado con la viscosidad aparente media  $\mu_{med}$ , para los ocho casos estudiados. Al representar la viscosidad adimensionalizada de esta manera, de la misma forma que ocurría con las velocidades, todos los perfiles aparecen superpuestos.

Como se puede observar, debido a que en el centro es donde se produce la velocidad máxima, y por lo tanto donde el gradiente de velocidades  $\gamma$  alcanza el valor 0, se tiene que, según la expresión (2.5) de la *power-law*, la viscosidad llega a ser infinita.

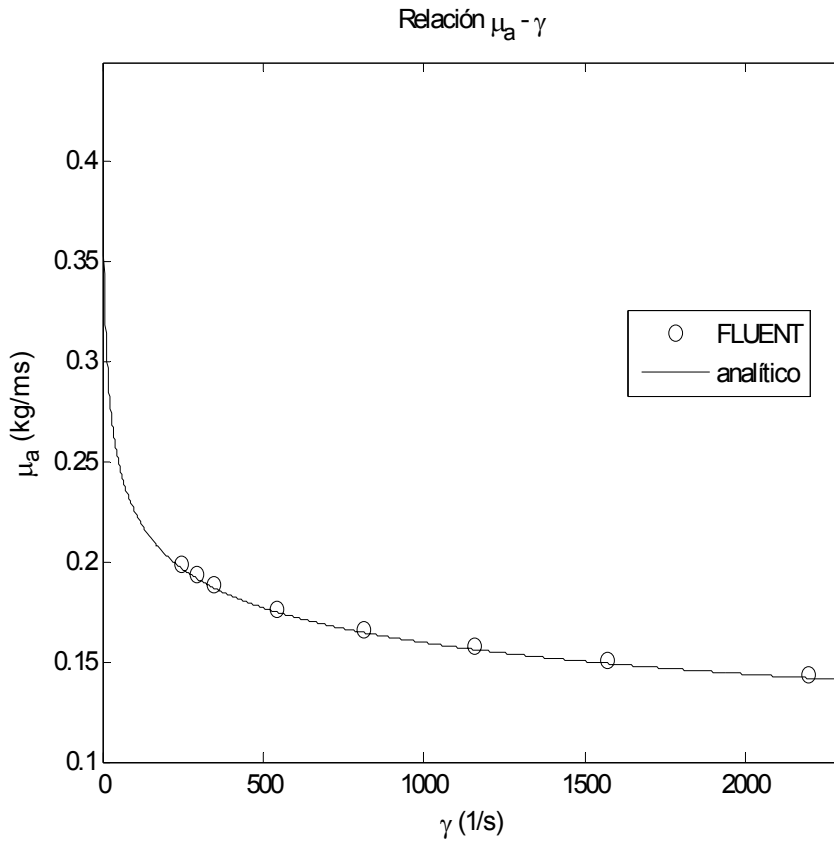
FLUENT permite extraer el valor del gradiente de velocidades  $\gamma$  en cada nodo de la misma forma que las viscosidades. Tomando cada uno de estos valores y aplicándole la ecuación (2.5), podemos obtener los valores de la viscosidad aparente, representados también en la figura 5.9.

Se puede comprobar que los valores obtenidos cumplen la ecuación de la *power-law*, existiendo diferencias en la zona central, donde precisamente por el tipo de modelado que ejerce la *power-law* hacia prever discontinuidades, presentando una asíntota vertical en el punto en el que se hace  $\gamma=0$ .



**Figura 5.9.** Perfil de viscosidad aparente para  $\omega=0$  obtenido a partir de FLUENT y de la *power-law* con el gradiente de velocidades.

Para evaluar el comportamiento *power-law* entre las magnitudes  $\mu_a$ ,  $\gamma$  y  $\tau$  se tomarán los valores numéricos de estas en las paredes de los cilindros, exterior e interior, para efectuar después un promedio entre los dos valores. En la figura 5.10 se muestran los valores de  $\mu_a$  y  $\gamma$  obtenidos numéricamente para los ocho casos estudiados, junto con la ecuación analítica (2.5), que representa la curva de viscosidad.



**Figura 5.10.** Relación  $\mu_a - \gamma$  para  $\omega=0$ .

De la misma manera podemos representar la relación entre  $\tau$  y  $\gamma$ , que analíticamente viene dada por la ecuación (2.6), mostrada en la figura 5.11.

De todo lo expuesto podemos concluir que los resultados numéricos para los ocho Reynolds ensayados en el caso  $\omega=0$ , tienen un alto grado de coincidencia con las expresiones analíticas del flujo no Newtoniano en conducto anular. Así mismo, los datos obtenidos verifican entre si el comportamiento según el modelo *power-law*. La viscosidad aparente y el esfuerzo cortante disminuyen con la velocidad, luego el fluido tiene un comportamiento plástico (*shear-thinning*).

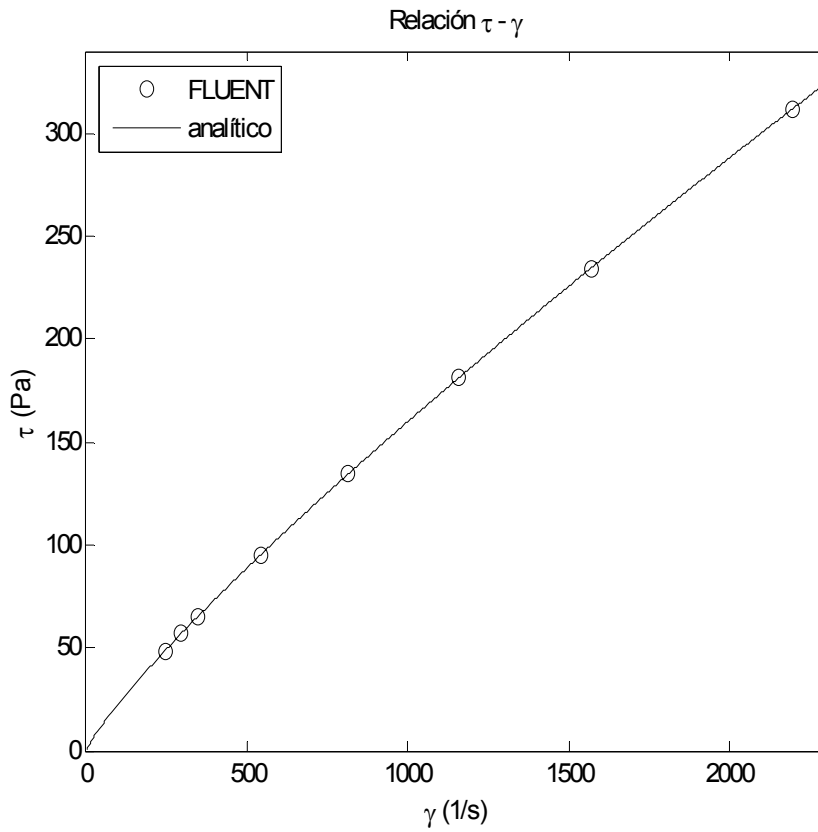


Figura 5.11. Relación  $\tau - \gamma$  para  $\omega=0$ .

**5.3. CASO DINÁMICO. FLUJO EN CONTRACORRIENTE ( $\omega < 0$ ). Problema *Poiseuille-Couette***

A continuación se mostrarán los resultados obtenidos para el problema fluidodinámico del flujo en conducto anular con movimiento axial del cilindro interior, para aquellos casos en los que dicho cilindro tiene velocidad en sentido opuesto al flujo (contracorriente). Se han simulado cuatro situaciones con distintas velocidades del cilindro, que comprenden los valores de  $\omega=-0.1$ ,  $\omega=-0.5$ ,  $\omega=-1$  y  $\omega=-2$ , para cada uno de los ocho Reynolds simulados en estático.

**9.3.1. Perfil de velocidades**

El perfil de velocidades obtenido en cada uno de los casos simulados se ha adimensionalizado con la velocidad media del flujo  $U$ , que es la misma que en el caso estático, obteniéndose así la velocidad adimensional  $v$ . De esta forma los perfiles correspondientes a cada Reynolds aparecen superpuestos, distinguiéndose claramente los perfiles correspondientes a cada una de las velocidades del cilindro interior, dadas por  $\omega$ .

En la figura 5.12 se encuentran representados los perfiles de velocidades numéricos para fluido no Newtoniano, junto con los perfiles para agua pura (fluido Newtoniano).

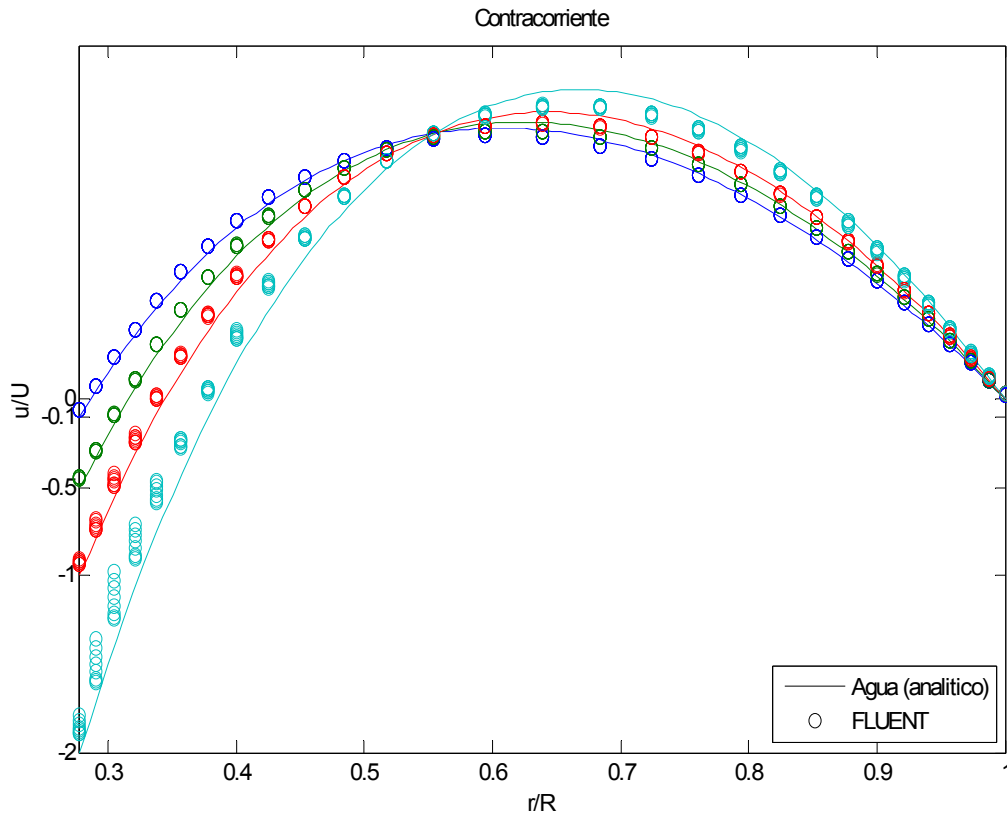


Figura 5.12. Perfil de velocidades para flujo en contracorriente,  $\omega < 0$ .

Al igual que ocurría en el caso estático, el perfil de velocidades del fluido no Newtoniano se aleja del perfil Newtoniano en la zona central, donde la viscosidad alcanza valores elevados. Se puede observar que para  $\omega$  altos la dispersión de los resultados en la zona próxima a la pared aumenta, apareciendo una zona de deslizamiento en la pared, donde la velocidad no coincide con la impuesta por ésta. Este efecto de deslizamiento es común en este tipo de fluidos no Newtonianos cuando se presentan gradientes de velocidades altos, y se han de tener en cuenta añadiendo a las expresiones analíticas la desviación correspondiente al deslizamiento.

### 5.3.2. Factor de fricción

El factor de fricción se ha obtenido de la misma manera que en el caso estático, representándolo en escala logarítmica frente al número de Reynolds  $Re_B$ . En la figura 5.13 se muestran los valores del factor de fricción para cada valor de  $\omega$ , junto con la expresión analítica para  $\omega=0$ . Se observa como al aumentar la velocidad del cilindro, el factor de fricción aumenta,



pues este movimiento se opone al flujo, aumentando la caída de presión. También se observa como para la velocidad del cilindro  $\omega=2$  y ante un aumento del Reynolds, el factor de fricción disminuye respecto a la tendencia marcada para las otras  $\omega$ , posiblemente debido al deslizamiento.

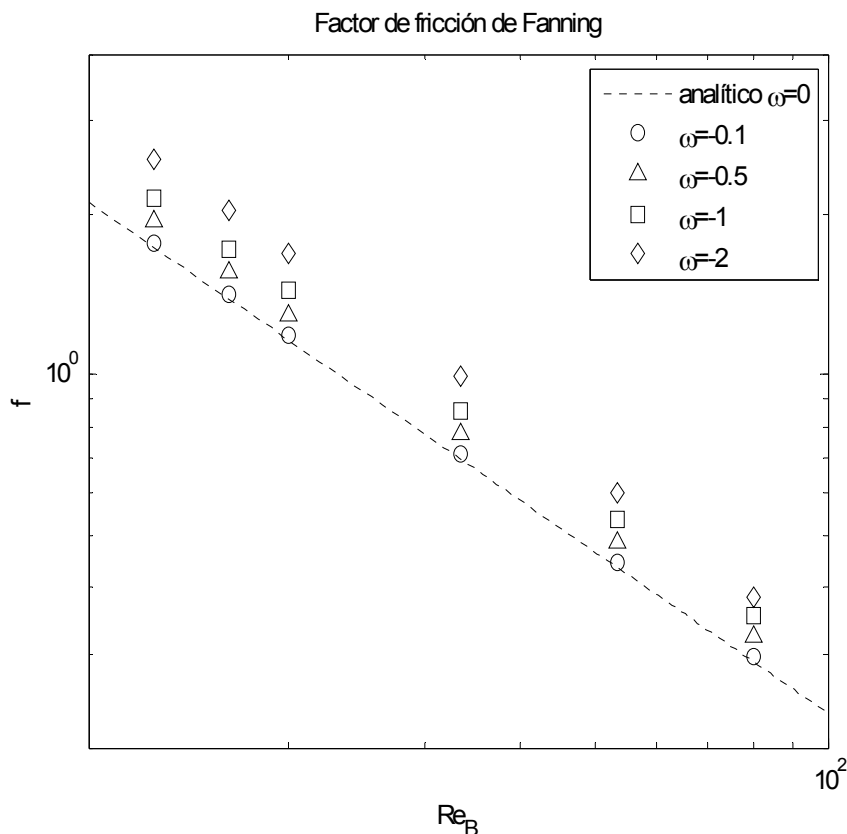
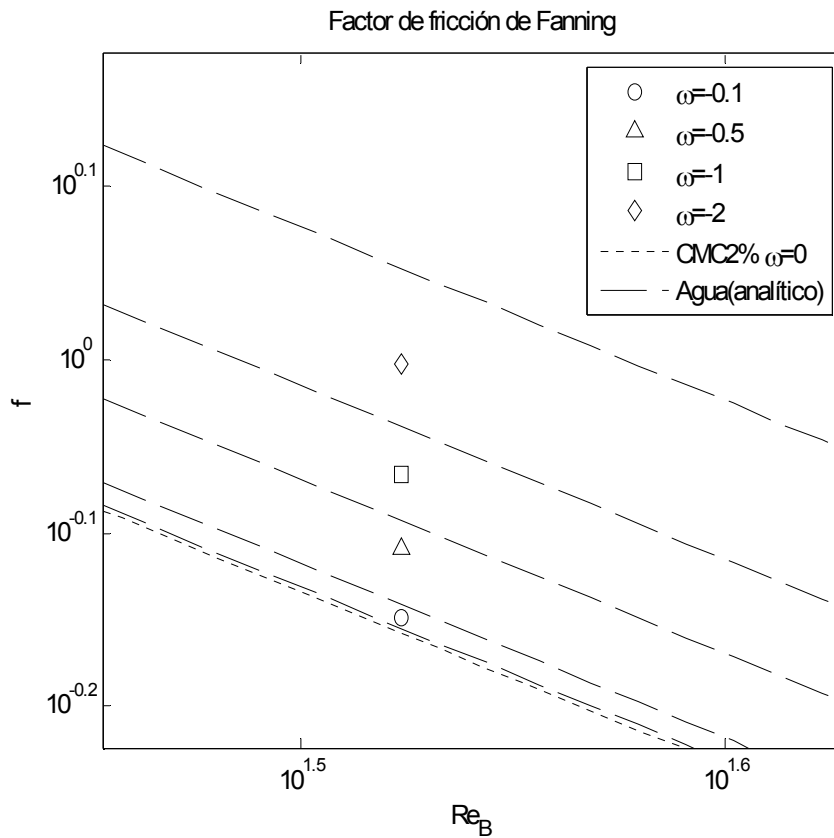


Figura 5.13. Factor de fricción de Fanning para flujo en contracorriente,  $\omega < 0$ .

En este caso no se disponen de expresiones analíticas para el factor de fricción, por lo que en la figura 5.14 se ha representado junto con las expresiones analíticas para flujo Newtoniano (agua pura) para los mismos valores de  $Re_B$ , que con  $K=\mu$  y  $n=1$  pasa a ser la definición Newtoniana habitual del número de Reynolds (donde  $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$  y  $\mu=0.001003 \text{ m/kg}\cdot\text{s}$ ).

Se ha de señalar que para mismos valores de  $Re_B$  entre CMC2% y agua (donde  $Re_B$  pasa a ser igual a  $Re$ ), la velocidad del flujo  $U$  para el agua es menor que para el CMC2%. Esto se debe a que la viscosidad del agua es mucho menor que la del CMC2%.

Se observa que para un mismo número de Reynolds, el factor de fricción es menor en el flujo no Newtoniano. Este diferencia se hace más notable con el aumento (en valor absoluto) de  $\omega$ .



**Figura 5.14.** Factor de fricción de Fanning para flujo en contracorriente,  $\omega < 0$ , y soluciones analíticas para flujo Newtoniano.

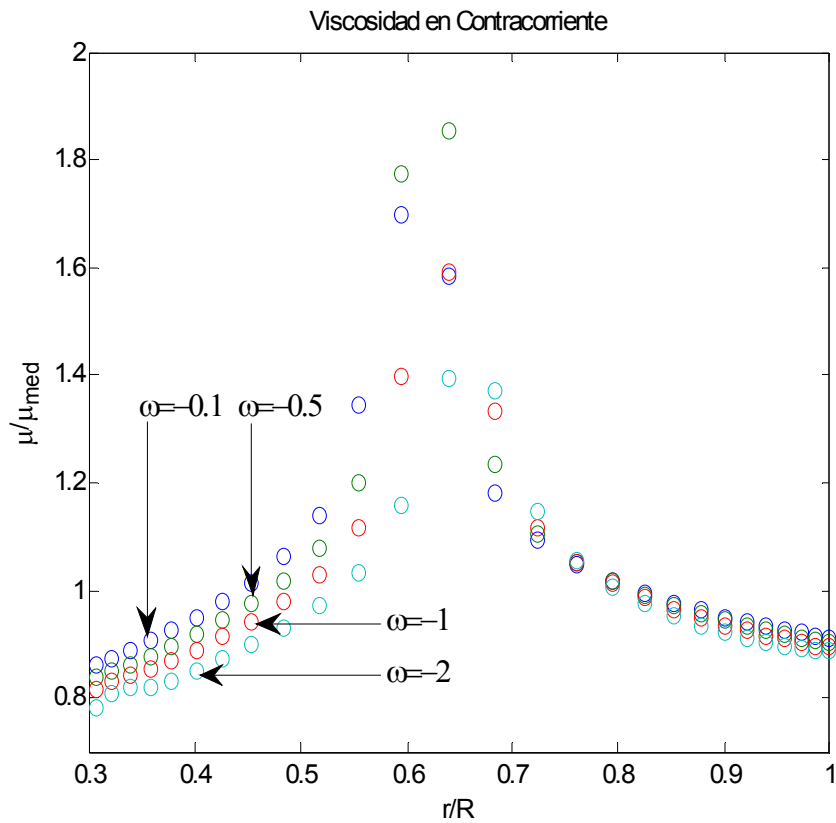
### 5.3.3. Viscosidad, esfuerzo cortante y gradiente de velocidad

El perfil de viscosidades obtenido en cada uno de los casos simulados se ha adimensionalizado con la viscosidad aparente media  $\mu_{med}$ , obtenida de los casos estáticos. De esta forma los perfiles correspondientes a cada Reynolds aparecen superpuestos, distinguiéndose claramente los perfiles correspondientes a cada una de las velocidades del cilindro interior, dadas por  $\omega$ . Se encuentran representados en la figura 5.15.

Al igual que ocurría en el caso estático, la zona central, en la que el gradiente de velocidades se hace nulo, es donde se encuentran los mayores valores de viscosidad, apreciándose una discontinuidad asintótica correspondiente al valor  $\gamma=0$  ( $\mu=\infty$ ).

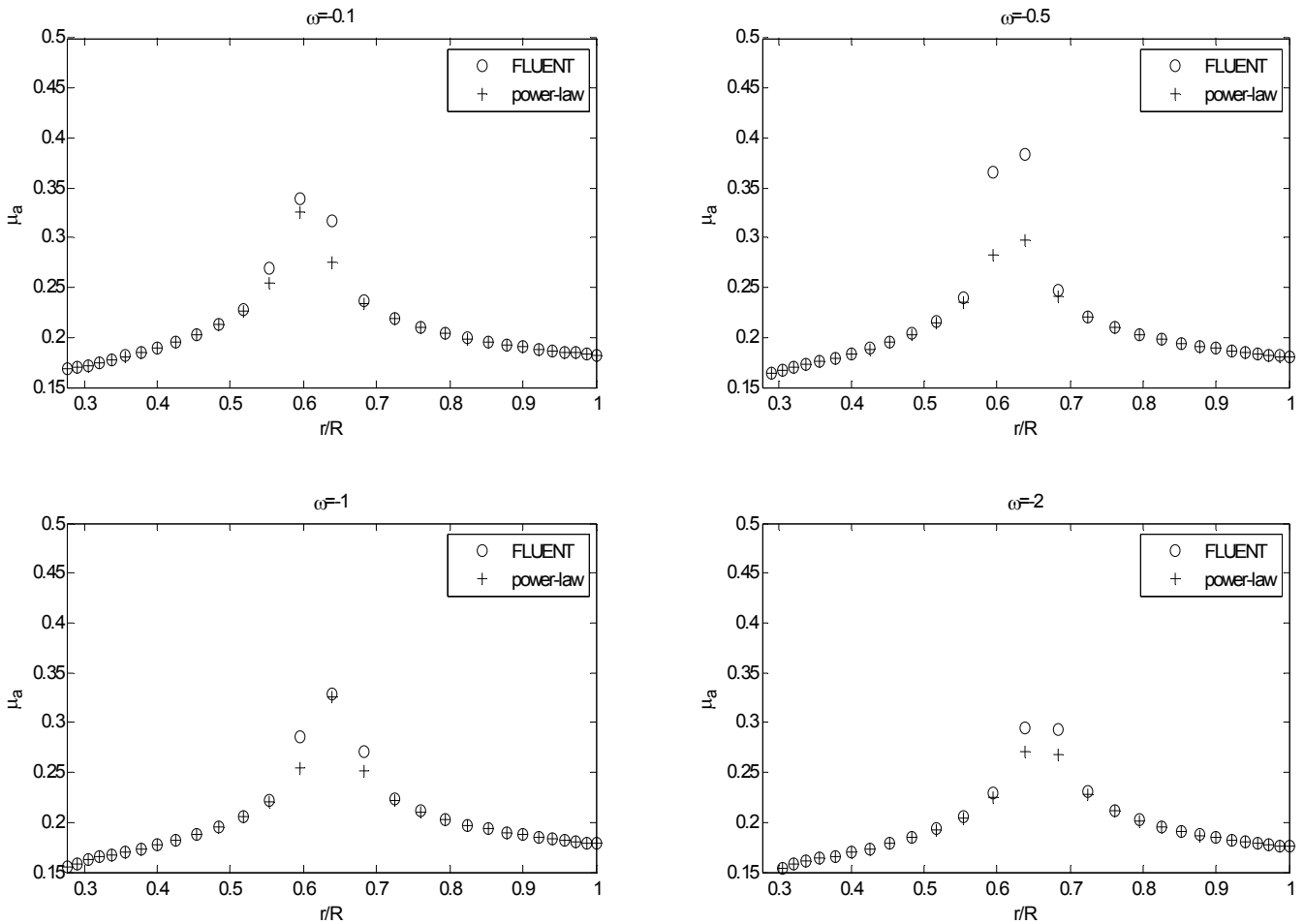
Al aumentar la velocidad del cilindro interior, el perfil de velocidades va cambiando, de forma que el punto de velocidad máxima se desplaza ligeramente hacia la pared fija. Esto provoca que la zona de viscosidad máxima se desplace también hacia la derecha, coincidiendo con el punto máximo del perfil de velocidades. Por otra parte, en la pared móvil, la viscosidad disminuye

conforme aumenta la velocidad de la propia pared, ya que este movimiento provoca un aumento del esfuerzo cortante, y por lo tanto, una disminución de la viscosidad.



**Figura 5.15.** Perfil de viscosidad aparente para flujo en contracorriente,  $\omega < 0$ .

De la misma forma que se ha hecho con los casos estáticos, se ha obtenido el valor del gradiente de velocidades  $\gamma$  en cada nodo. Se han tomado los datos para un caso representativo, el  $Re=50$ , con  $\omega=-0.1$ ,  $\omega=-0.5$ ,  $\omega=-1$  y  $\omega=-2$ . Tomando cada uno de estos valores y aplicándole la ecuación (2.5), podemos obtener los valores de la viscosidad aparente. En la figura 5.16 se representan por separado las cuatro situaciones distintas dentro del mismo valor de Reynolds. En ella se aprecia con mayor claridad el efecto que tiene sobre la viscosidad el aumento de  $\omega$ .



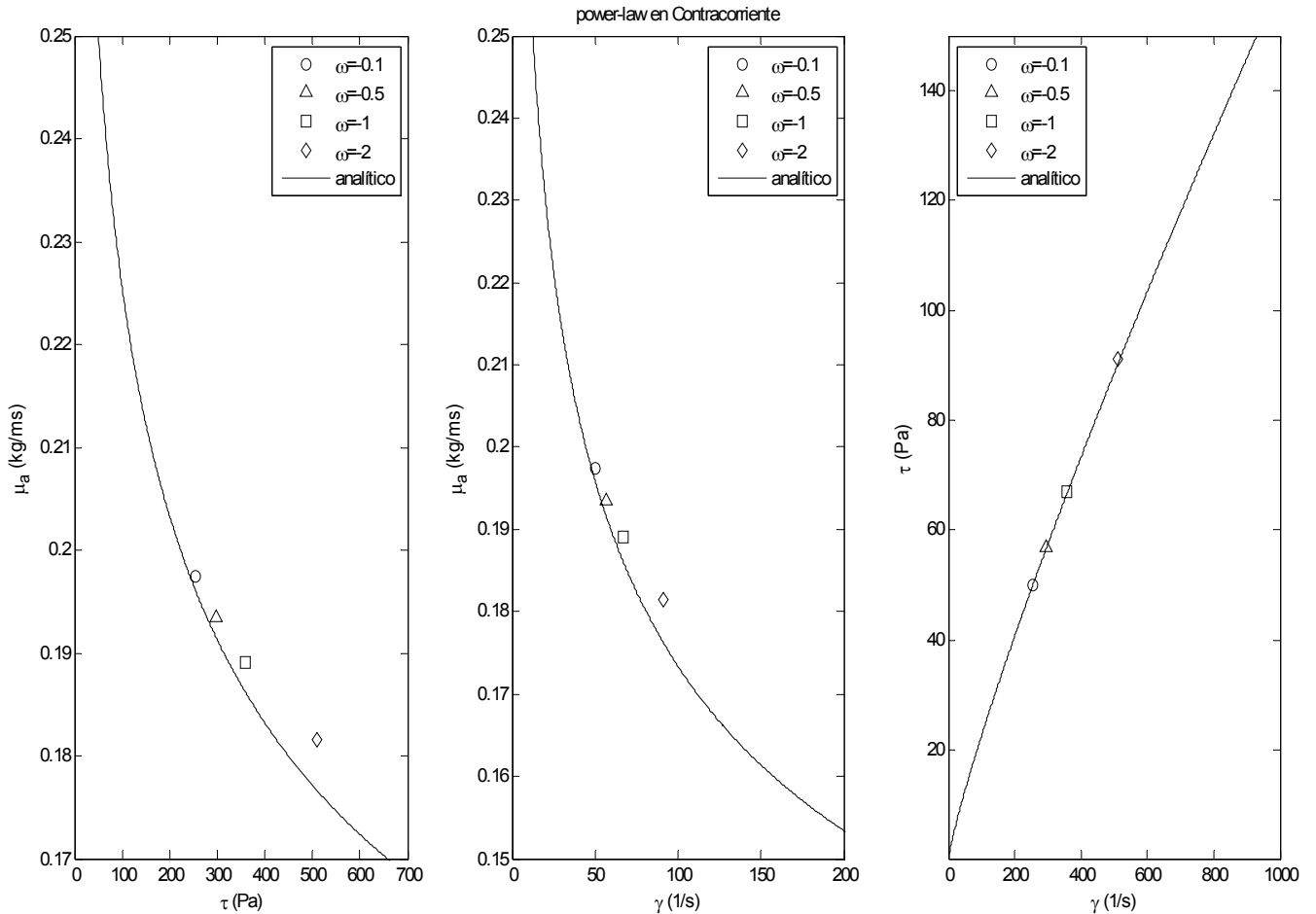
**Figura 5.16.** Perfil de viscosidad aparente para  $Re=50$ , con  $\omega=-0.1$ ,  $\omega=-0.5$ ,  $\omega=-1$  y  $\omega=-2$ , obtenido a partir de FLUENT y de la *power-law* con el gradiente de velocidades.

Se puede comprobar que los valores obtenidos cumplen la ecuación de la *power-law*, existiendo diferencias en la zona central, donde precisamente por el tipo de modelado que ejerce la *power-law* hacia prever discontinuidades, presentando una asíntota vertical en el punto en el que se hace  $\gamma=0$ .

Para evaluar el comportamiento *power-law* entre las magnitudes  $\mu_a$ ,  $\gamma$  y  $\tau$  se tomarán los valores numéricos de estas en las paredes de los cilindros, exterior e interior, para efectuar después un promedio entre los dos valores.

En la figura 5.17 se muestran los valores de  $\mu_a$ ,  $\gamma$  y  $\tau$  obtenidos numéricamente para el caso  $Re=20$ , con  $\omega=-0.1$ ,  $\omega=-0.5$ ,  $\omega=-1$  y  $\omega=-2$ , y con el objetivo de ver el comportamiento de estas magnitudes frente al aumento de  $\omega$ . Junto a estos valores aparecen en cada caso las ecuaciones

analíticas correspondientes que relacionan estas magnitudes con la ecuación analítica (ecuaciones (2.4), (2.5) y (2.6)).



**Figura 5.17.** Magnitudes  $\mu_a$ ,  $\gamma$  y  $\tau$  para  $Re=20$ , con  $\omega=0.1$ ,  $\omega=0.5$ ,  $\omega=1$  y  $\omega=2$ , y soluciones analíticas.

Se observa que un aumento en la velocidad del cilindro interior provoca un aumento del esfuerzo cortante, disminuyendo por lo tanto la viscosidad. El gradiente de velocidad también aumenta al aumentar  $\omega$ . Este comportamiento se debe a que al aumentar  $\omega$ , la diferencia de velocidad entre el fluido y la pared aumenta, por lo que  $\gamma$  también aumenta (aumenta la variación de velocidad entre nodos contiguos pues la parábola que forma el perfil de velocidades se vuelve más pronunciada) e implica que el esfuerzo cortante sea mayor, provocando un descenso de la viscosidad aparente.

Podemos representar los resultados de los valores  $\mu_a$ ,  $\gamma$  y  $\tau$  obtenidos en todos los casos simulados (ocho valores de  $Re$  y  $\omega=0.1$ ,  $\omega=0.5$ ,  $\omega=1$  y  $\omega=2$  para cada uno de ellos) junto con las soluciones analíticas correspondientes, dando lugar a las figuras 5.18, 5.19 y 5.20.

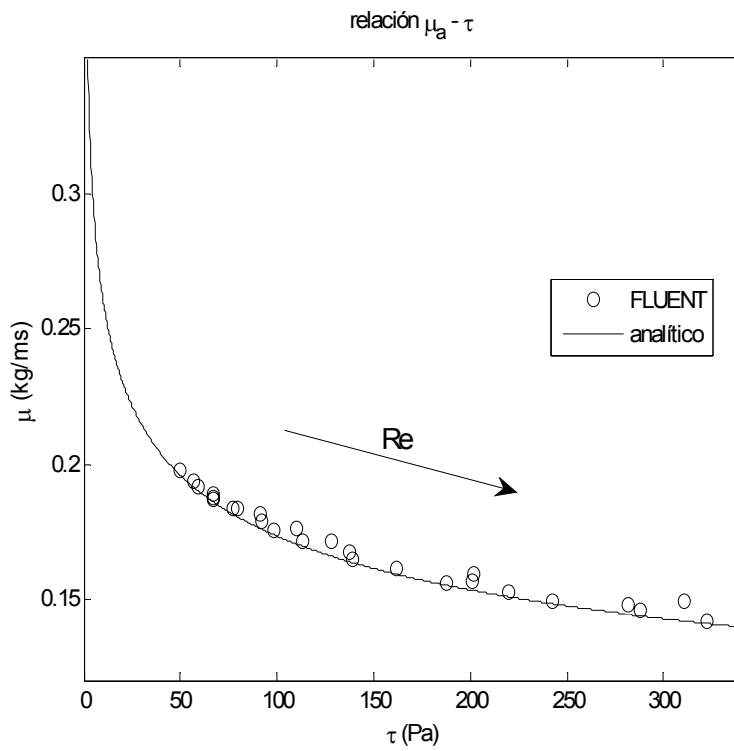


Figura 5.18. Relación  $\mu_a - \tau$  para  $\omega < 0$ .

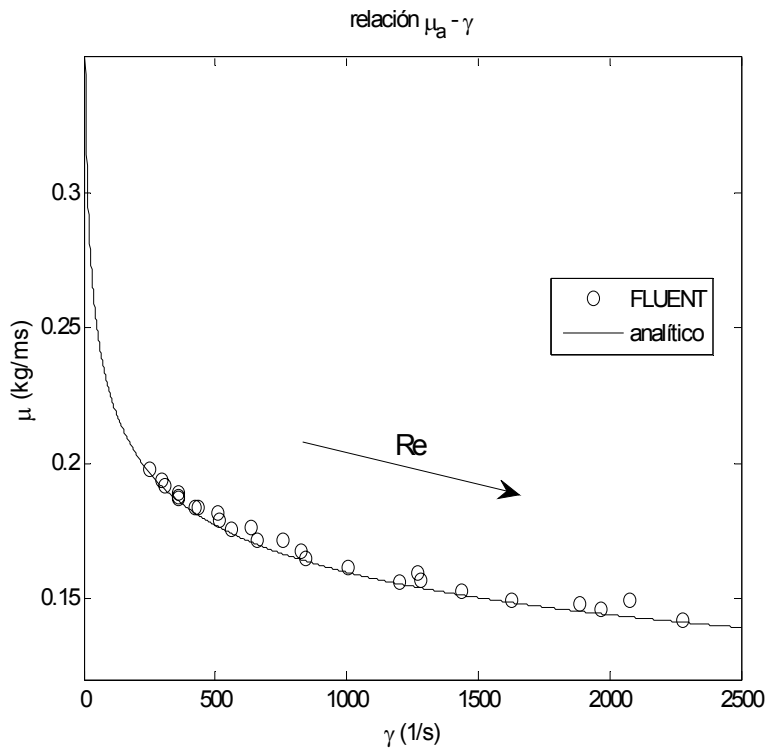


Figura 5.19. Relación  $\mu_a - \gamma$  para  $\omega < 0$ .

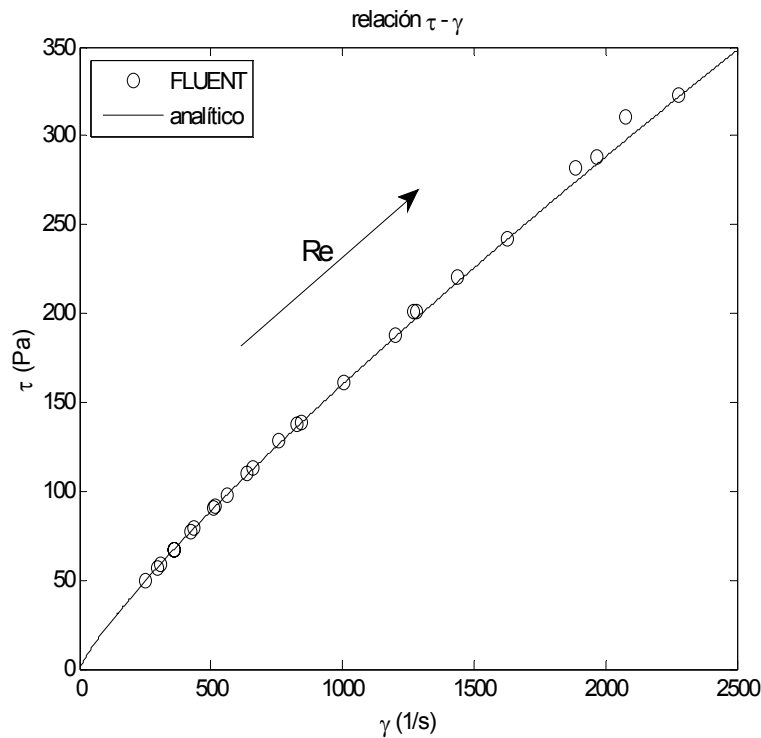


Figura 5.20. Relación  $\tau - \gamma$  para  $\omega < 0$ .

De estas graficas se deduce que el aumento de  $Re$  tiene el mismo efecto sobre estas magnitudes que el aumento de  $\omega$ , es decir, provoca un aumento del esfuerzo cortante y del gradiente de velocidad, que da lugar por lo tanto a una disminución de la viscosidad. La explicación es similar a la dada en el caso del aumento de  $\omega$ , un aumento en el valor de  $Re$  provoca perfiles de velocidad más grandes (parábolas más pronunciadas), por lo que la diferencia de velocidad entre nodos contiguos es mayor. Este aumento de la velocidad provoca también un aumento en el esfuerzo cortante, implicando un descenso de la viscosidad.

#### 5.4. CASO DINÁMICO. FLUJO EN EQUICORRIENTE ( $\omega > 0$ )

A continuación se mostrarán los resultados obtenidos para el problema fluidodinámico del flujo en conducto anular con movimiento axial del cilindro interior, para aquellos casos en los que dicho cilindro tiene velocidad en sentido igual al flujo (equicorriente). Se han simulado cuatro situaciones con distintas velocidades del cilindro, que comprenden los valores de  $\omega=0.1$ ,  $\omega=0.5$ ,  $\omega=1$  y  $\omega=2$ , para cada uno de los ocho Reynolds simulados en estático.

5.4.1. Perfil de velocidades

El perfil de velocidades obtenido en cada uno de los casos simulados se ha adimensionalizado con la velocidad media del flujo  $U$ , que es la misma que en el caso estático, obteniéndose así la velocidad adimensional  $v$ . De esta forma los perfiles correspondientes a cada Reynolds aparecen superpuestos, distinguiéndose claramente los perfiles correspondientes a cada una de las velocidades del cilindro interior, dadas por  $\omega$ .

En la figura 5.21 se encuentran representados los perfiles de velocidades numéricos para flujo no Newtoniano junto con los perfiles para agua pura (flujo Newtoniano).

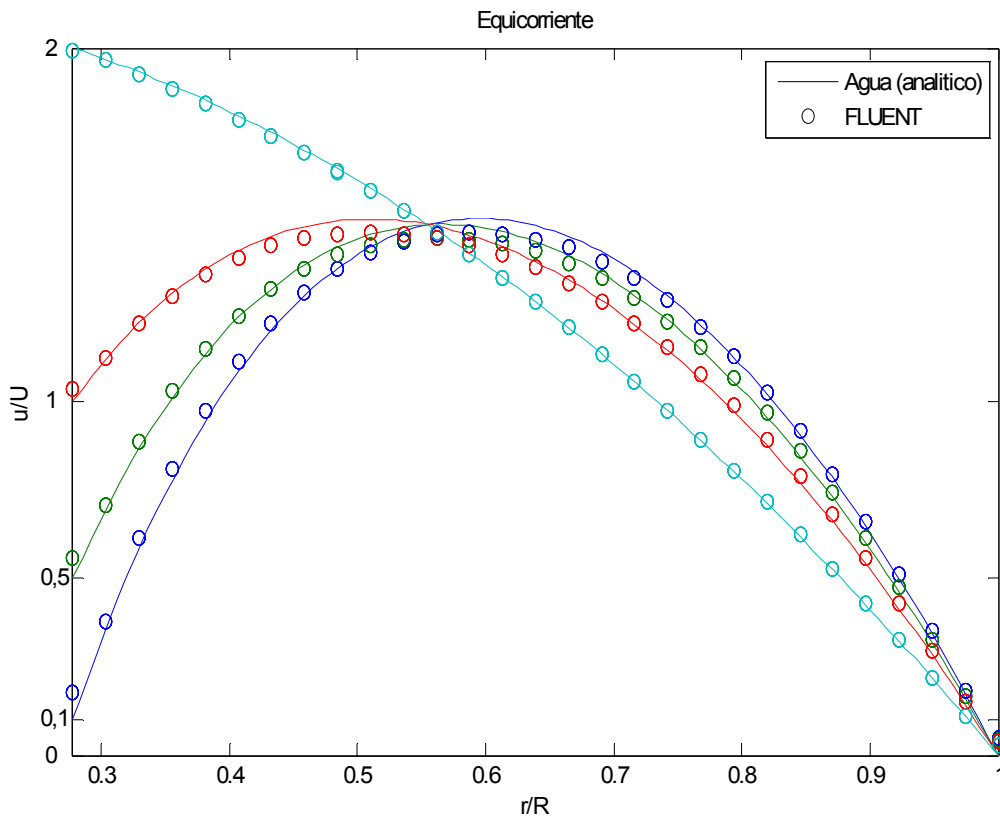


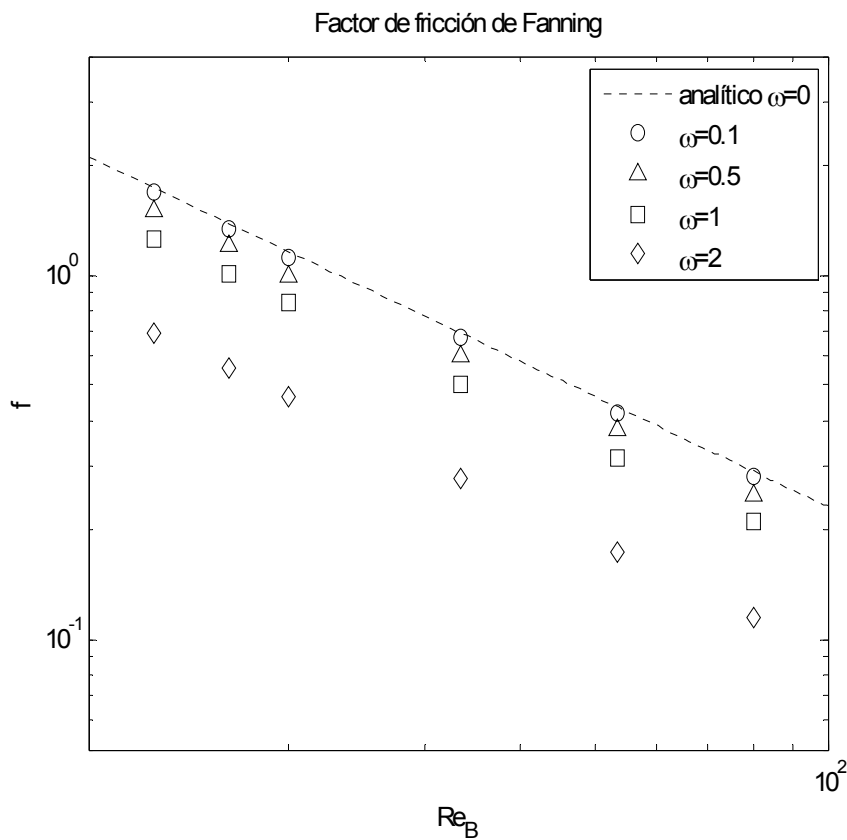
Figura 5.21. Perfil de velocidades para flujo en equicorriente,  $\omega > 0$ .

Al igual que ocurría en el caso estático, el perfil de velocidades del flujo no Newtoniano se aleja del perfil Newtoniano en la zona central, donde la viscosidad alcanza valores elevados, mientras que en la pared, se produce, aunque en menor medida, el deslizamiento ya comentado en el apartado 5.2.1.



**5.4.2. Factor de fricción**

El factor de fricción se ha obtenido de la misma manera que en el caso estático, representándolo en escala logarítmica frente al número de Reynolds  $Re_B$ . En la figura 5.22 se muestran los valores del factor de fricción para cada valor de  $\omega$ , junto con la expresión analítica para  $\omega=0$ . Se observa como al aumentar la velocidad del cilindro, el factor de fricción disminuye, pues este movimiento favorece el flujo, disminuyendo la caída de presión.

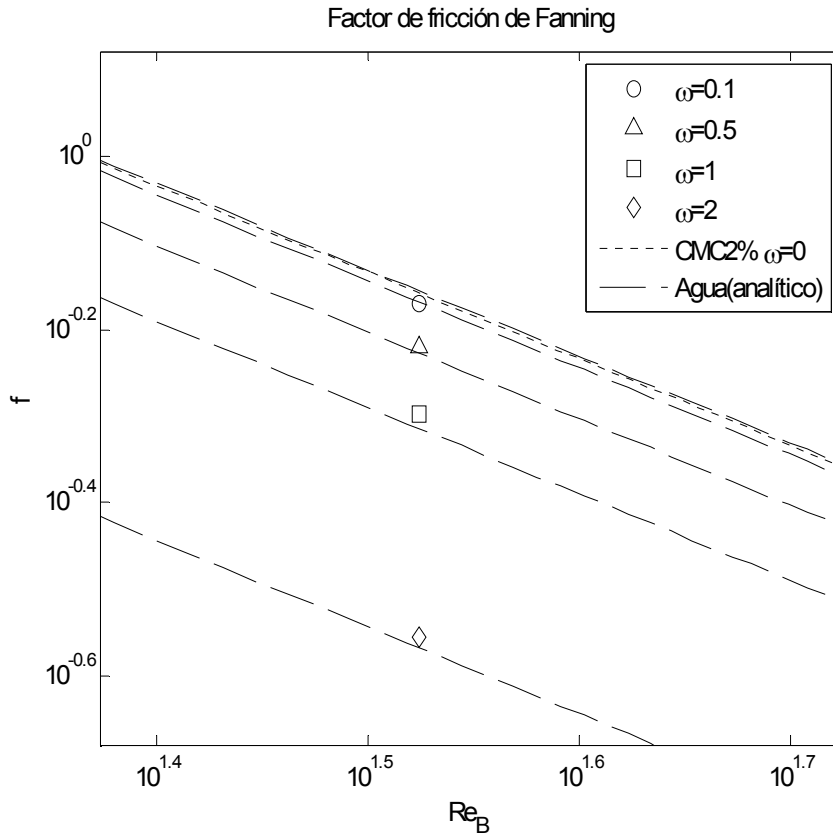


**Figura 5.22.** Factor de fricción de Fanning para flujo en equicorriente,  $\omega > 0$ .

En este caso no se dispone de expresiones analíticas para el factor de fricción, por lo que en la figura 5.23 se ha representado junto con las expresiones analíticas para flujo Newtoniano (agua pura) para los mismos valores de  $Re_B$ , que con  $K=\mu$  y  $n=1$  pasa a ser la definición Newtoniana habitual del número de Reynolds (donde  $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$  y  $\mu=0.001003 \text{ m/kg}\cdot\text{s}$ ).

Se ha de señalar que para mismos valores de  $Re_B$  entre CMC2% y agua (donde  $Re_B=Re$ ), la velocidad del flujo  $U$  para el agua es menor que para el CMC2%. Esto se debe a que la viscosidad del agua es mucho menor que la del CMC2%.

Se observa que para un mismo número de Reynolds, el factor de fricción es más elevado en el flujo no Newtoniano. Este incremento se hace más notable con el aumento de  $\omega$ , mientras que para el caso estático y  $\omega=0.1$  el comportamiento es prácticamente el mismo.



**Figura 5.23.** Factor de fricción de Fanning para flujo en equicorrente,  $\omega > 0$ , y soluciones analíticas para flujo Newtoniano.

**5.4.3. Viscosidad, esfuerzo cortante y gradiente de velocidad**

El perfil de viscosidades obtenido en cada uno de los casos simulados se ha adimensionalizado con la viscosidad aparente media  $\mu_{med}$ , obtenida de los casos estáticos. De esta forma los perfiles correspondientes a cada Reynolds aparecen superpuestos, distinguiéndose claramente los perfiles correspondientes a cada una de las velocidades del cilindro interior, dadas por  $\omega$ . Se encuentran representados en la figura 5.24.

Al igual que ocurría en el caso estático, la zona central, en la que el gradiente de velocidades se hace nulo, es donde se encuentran los mayores valores de viscosidad, apreciándose una discontinuidad asintótica correspondiente al valor  $\gamma=0$  ( $\mu=\infty$ ).

Al aumentar la velocidad del cilindro interior, el perfil de velocidades va cambiando, de forma que el punto de velocidad máxima se desplaza hacia el cilindro móvil, llegando a coincidir con este para  $\omega=2$ . Esto provoca que la zona de viscosidad máxima se desplace también hacia la izquierda. En  $\omega=2$ , el valor  $\gamma=0$  desaparece, pues el perfil no alcanza el máximo de la parábola, y por lo tanto la viscosidad deja de ser asintótica, pasando a ser una recta de máximo en la pared del cilindro interior.

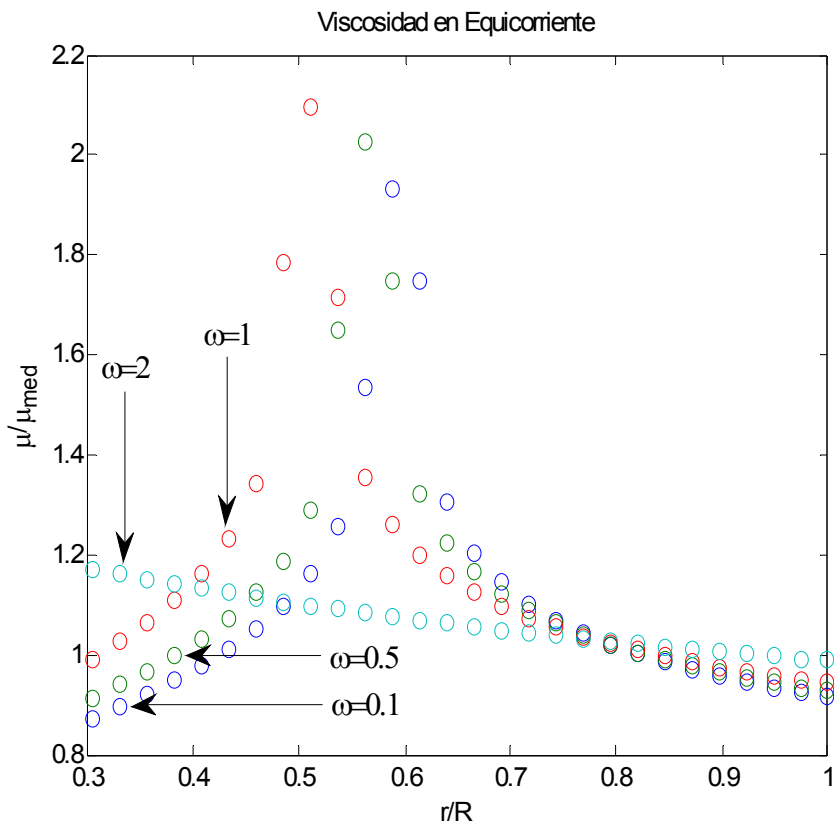
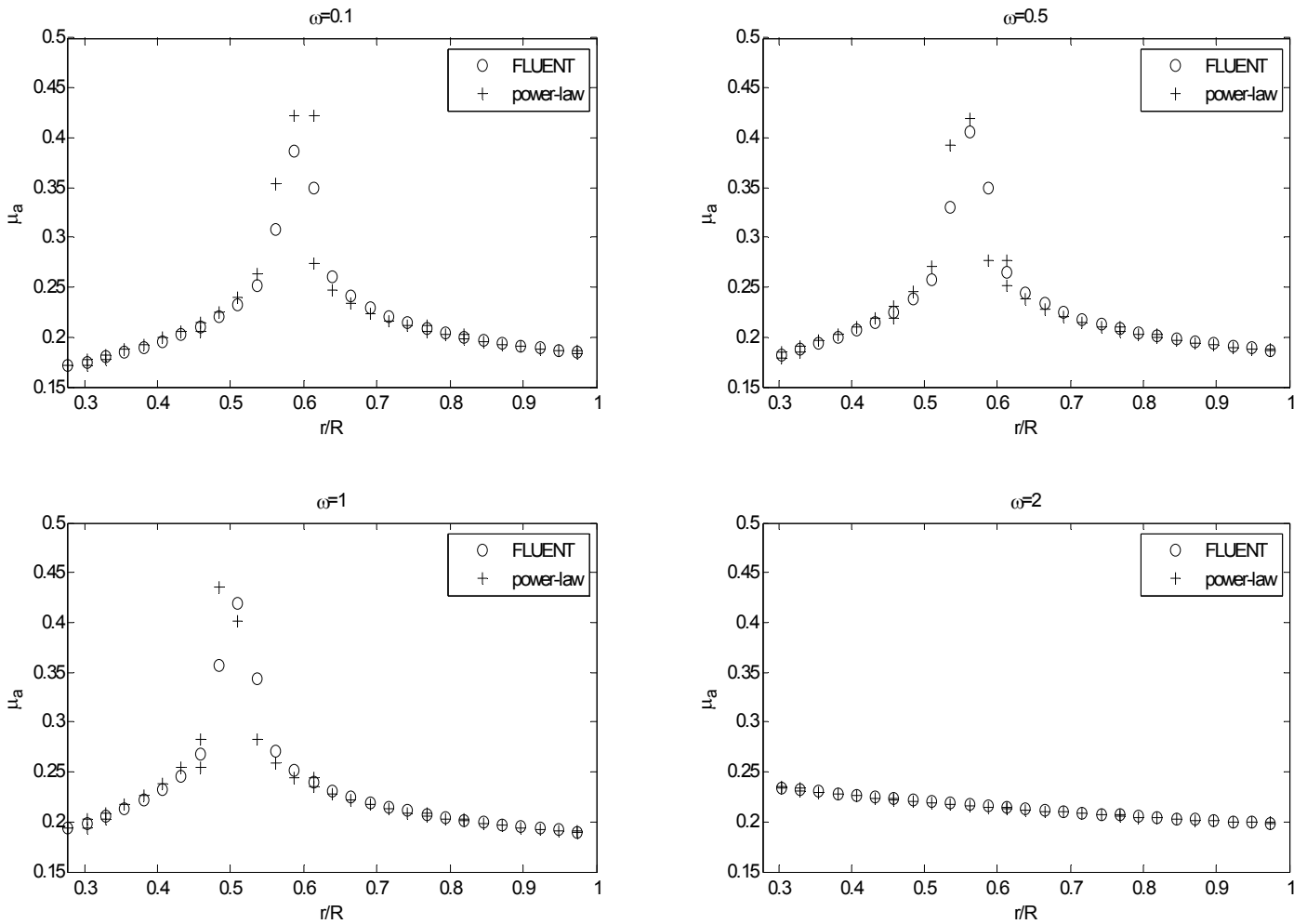


Figura 5.24. Perfil de viscosidad aparente para flujo en equicorriente,  $\omega > 0$ .

De la misma forma que se ha hecho con los casos estáticos, se ha obtenido el valor del gradiente de velocidades  $\gamma$  en cada nodo. Se han tomado los datos para un caso representativo, el  $Re=50$ , con  $\omega=0.1$ ,  $\omega=0.5$ ,  $\omega=1$  y  $\omega=2$ . Tomando cada uno de estos valores y aplicándole la ecuación (2.5), podemos obtener los valores de la viscosidad aparente. En la figura 5.25 se representan por separado las cuatro situaciones distintas dentro del mismo valor de Reynolds. En ella se aprecia con mayor claridad el efecto que tiene sobre la viscosidad el aumento de  $\omega$ .



**Figura 5.25.** Perfil de viscosidad aparente para  $Re=50$ , con  $\omega=0.1$ ,  $\omega=0.5$ ,  $\omega=1$  y  $\omega=2$ , obtenido a partir de FLUENT y de la *power-law* con el gradiente de velocidades.

Se puede comprobar que los valores obtenidos cumplen la ecuación de la *power-law*, existiendo diferencias en la zona central, donde precisamente por el tipo de modelado que ejerce la *power-law* hacía prever discontinuidades, presentando una asíntota vertical en el punto en el que se hace  $\gamma=0$ . Como se ha explicado, esta asíntota desaparece para  $\omega=2$ .

Para evaluar el comportamiento *power-law* entre las magnitudes  $\mu_a$ ,  $\gamma$  y  $\tau$  se tomarán los valores numéricos de estas en las paredes de los cilindros, exterior e interior, para efectuar después un promedio entre los dos valores.

En la figura 5.26 se muestran los valores de  $\mu_a$ ,  $\gamma$  y  $\tau$  obtenidos numéricamente para el caso  $Re=20$ , con  $\omega=0.1$ ,  $\omega=0.5$ ,  $\omega=1$  y  $\omega=2$ , y con el objetivo de ver el comportamiento de estas magnitudes frente al aumento de  $\omega$ . Junto a estos valores aparecen en cada caso las ecuaciones

analíticas correspondientes que relacionan estas magnitudes con la ecuación analítica (ecuaciones (2.4), (2.5) y (2.6)).

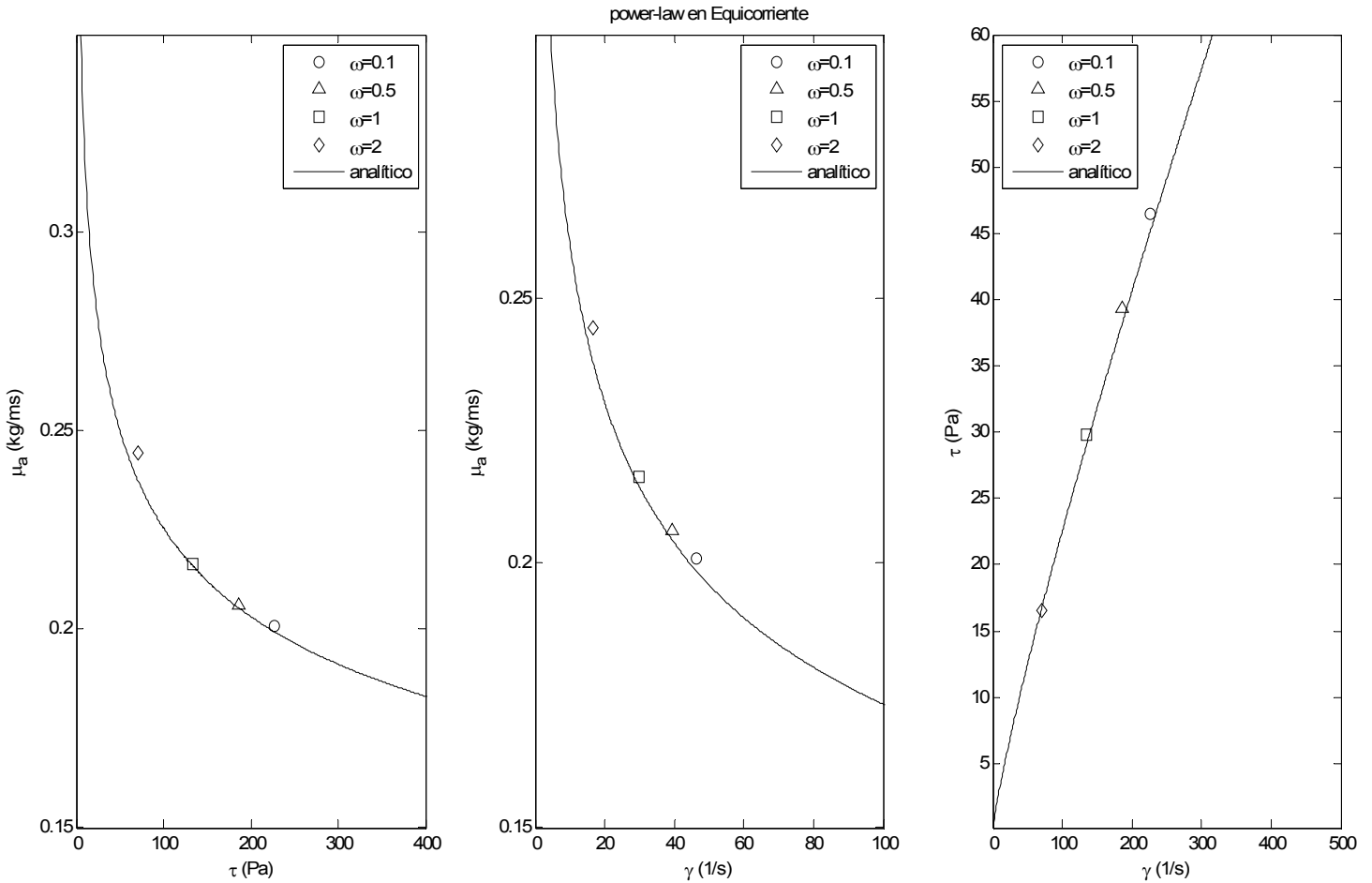


Figura 5.26. Magnitudes  $\mu_a$ ,  $\gamma$  y  $\tau$  para  $Re=20$ , con  $\omega=0.1$ ,  $\omega=0.5$ ,  $\omega=1$  y  $\omega=2$ , y soluciones analíticas.

Se observa que un aumento en la velocidad del cilindro interior provoca una disminución del esfuerzo cortante, aumentando por lo tanto la viscosidad. El gradiente de velocidad también disminuye al aumentar  $\omega$ . Este comportamiento se debe a que al aumentar  $\omega$ , la diferencia de velocidad entre el fluido y la pared disminuye, por lo que  $\gamma$  también disminuye (disminuye la variación de velocidad entre nodos contiguos pues la parábola que forma el perfil de velocidades se vuelve más abierta) e implica que el esfuerzo cortante sea mayor, provocando un incremento de la viscosidad aparente.

Podemos representar los resultados de los valores  $\mu_a$ ,  $\gamma$  y  $\tau$  obtenidos en todos los casos simulados (ocho valores de  $Re$  y  $\omega=0.1$ ,  $\omega=0.5$ ,  $\omega=1$  y  $\omega=2$  para cada uno de ellos) junto con las soluciones analíticas correspondientes, dando lugar a las figuras 5.27, 5.28 y 5.29.

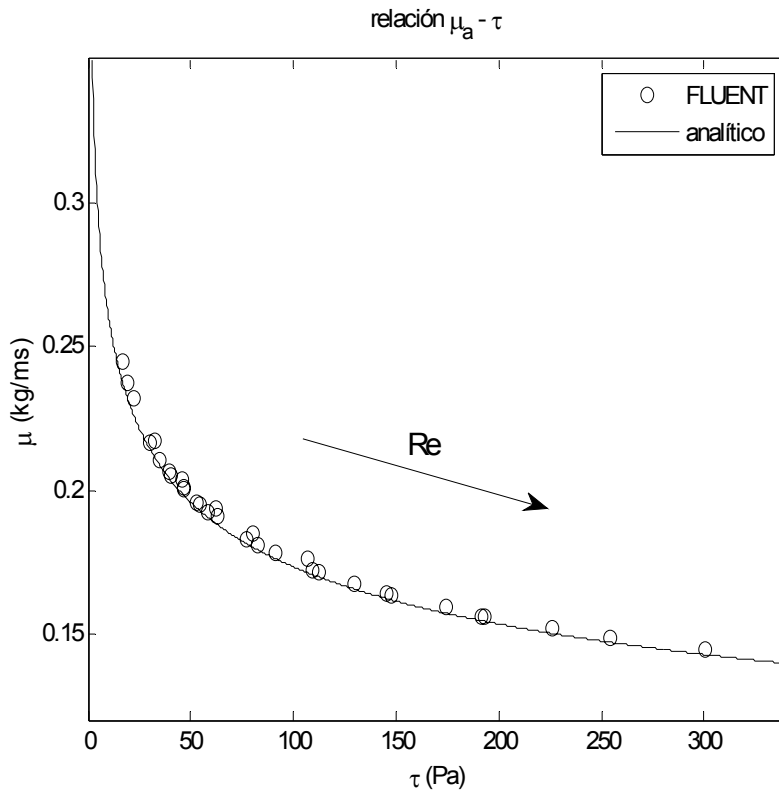


Figura 5.27. Relación  $\mu_a - \tau$  para  $\omega > 0$ .

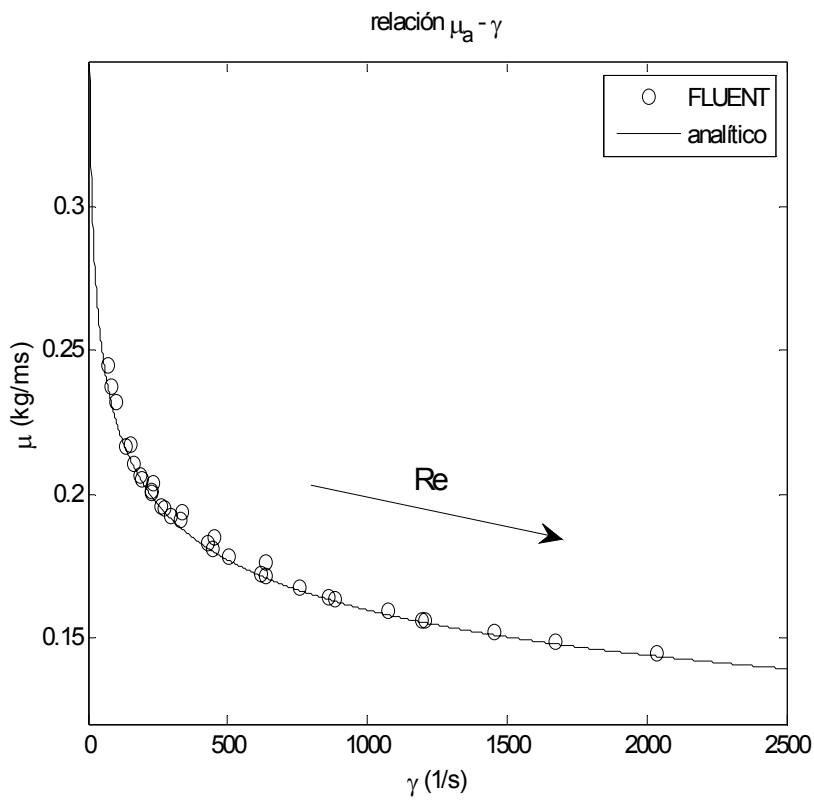


Figura 5.28. Relación  $\mu_a - \gamma$  para  $\omega > 0$ .

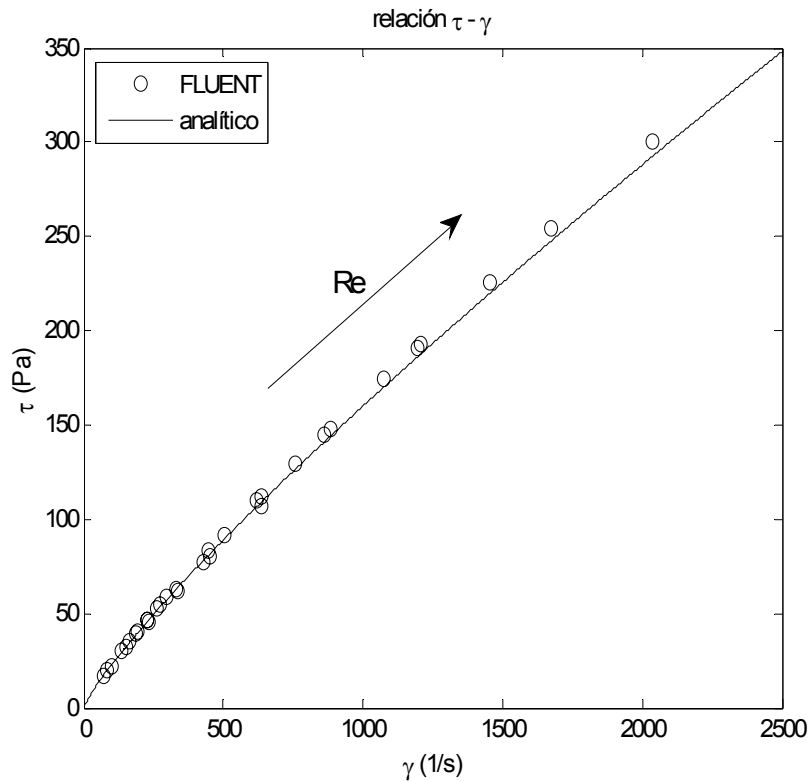


Figura 5.29. Relación  $\tau - \gamma$  para  $\omega > 0$ .

De estas graficas se deduce que el aumento de  $Re$  tiene el efecto contrario sobre estas magnitudes que el aumento de  $\omega$ , es decir, provoca un aumento del esfuerzo cortante y del gradiente de velocidad, que da lugar por lo tanto a una disminución de la viscosidad. La explicación es similar a la dada en el caso del aumento de  $\omega$ , un aumento en el valor de  $Re$  provoca perfiles de velocidad más grandes (parábolas más pronunciadas), por lo que la diferencia de velocidad entre nodos contiguos es mayor. Este aumento de la velocidad provoca también un aumento en el esfuerzo cortante, implicando un descenso de la viscosidad.

## 5.5. PROBLEMA TÉRMICO PARA EL CASO ESTÁTICO ( $\omega > 0$ )

### 5.5.1. Resultados del campo térmico

A continuación se mostrarán los resultados obtenidos para el problema térmico del flujo en conducto anular, sin movimiento en el cilindro interior.

Teniendo presente que la longitud del conducto utilizado para la simulación del problema fluidodinámico es inferior a la longitud de entrada térmica  $L \approx 0.05 \cdot D \cdot Re_D \cdot Pr$ , se ha simulado el problema térmico con la geometría anterior para los ocho casos estáticos. Debido a que no se dispone de expresiones analíticas con las que validar los resultados, se ha considerado innecesario simular el problema con una geometría de mayor longitud.

El flujo de calor impuesto en la pared es de  $q''=10000 \text{ W/m}^2$ , con el fin de conseguir una variación de temperatura apreciable. Este flujo será aplicado en una superficie  $S=R_e \cdot \pi \cdot L$ , con  $R_e=9 \text{ mm}$  y  $L=300 \text{ mm}$ , que es la mitad de la superficie cilíndrica de revolución, pues por la simetría se está considerando únicamente una mitad del conducto.

En la tabla 5.1 se pueden observar los resultados del balance térmico realizado en el volumen mediante FLUENT, donde  $\dot{q}_w$  es la potencia aplicada a través de la pared,  $S \cdot q''$ , y  $\dot{q}_{absorbido}$  es la potencia obtenida de realizar el balance entre entrada y salida, y en la que interviene la disipación viscosa.

Re	20	25	30	50	80	120	170	250
$q_w \text{ (W)}$	84,7785	84,7785	84,7785	84,7785	84,7785	84,7785	84,7785	84,7785
$q_{absorbido} \text{ (W)}$	84,7785	84,7786	84,7786	84,7786	84,7788	84,7790	84,7794	84,7800
$\Delta q \text{ (\%)}$	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0003	0,0006	0,0010	0,0017

Tabla 5.1. Resultados del balance energético con FLUENT.

Las figuras 5.30 y 5.31 representan la distribución radial de la temperatura en la sección de salida del conducto para los ocho Reynolds estudiados. La figura 5.30 muestra los resultados para Re 20, 25, 30 y 50 y la figura 5.31 para los Re 80 120 170 y 250.

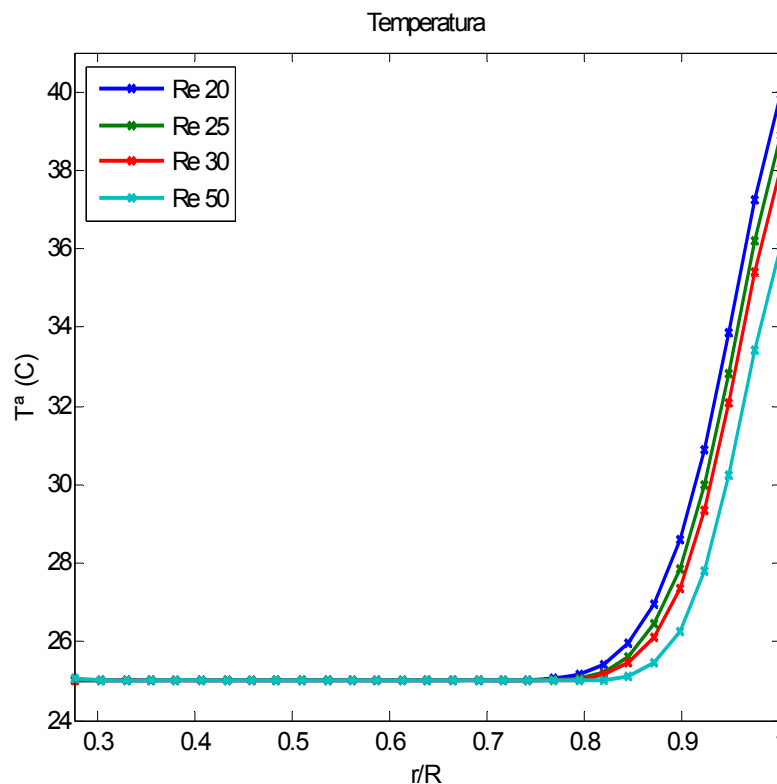
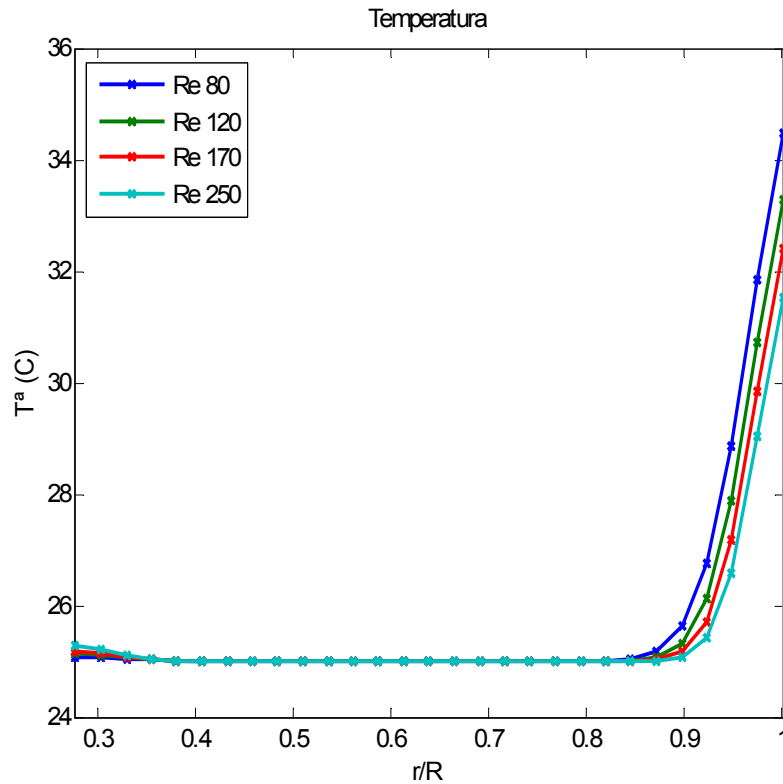


Figura 5.30. Distribución radial de temperaturas para Re 20, 25, 30 y 50 con  $\omega=0$ .





**Figura 5.31.** Distribución radial de temperaturas para Re 80, 120, 170 y 250 con  $\omega=0$ .

Las figuras 5.32 y 5.33 representan la distribución radial del parámetro adimensional,

$$\theta = \frac{T_p - T}{T_p - T_m} \tag{5.8}$$

para los ocho Reynolds estudiados. La figura 5.32 muestra los resultados para Re 20, 25, 30 y 50 y la figura 5.33 para los Re 80 120 170 y 250.

El número de Nusselt, que sería independiente del  $Re$  y  $Pr$  si el perfil térmico estuviese desarrollado, se ha calculado como,

$$Nu_h = \frac{q''}{T_p - T_m} \frac{D_H}{k} \tag{5.9}$$

donde  $k$  es la conductividad térmica del CMC 2%. Por otra parte el número de Brinkman se puede calcular a partir de la expresión (2.69). En la figura 5.34 se han representado los valores

obtenidos de  $Nu_h$  y  $Br$  para los ocho casos simulados. Como se puede ver, los aumentos de  $Nu_h$  conlleva un aumento de  $Br$ , como cabía esperar.

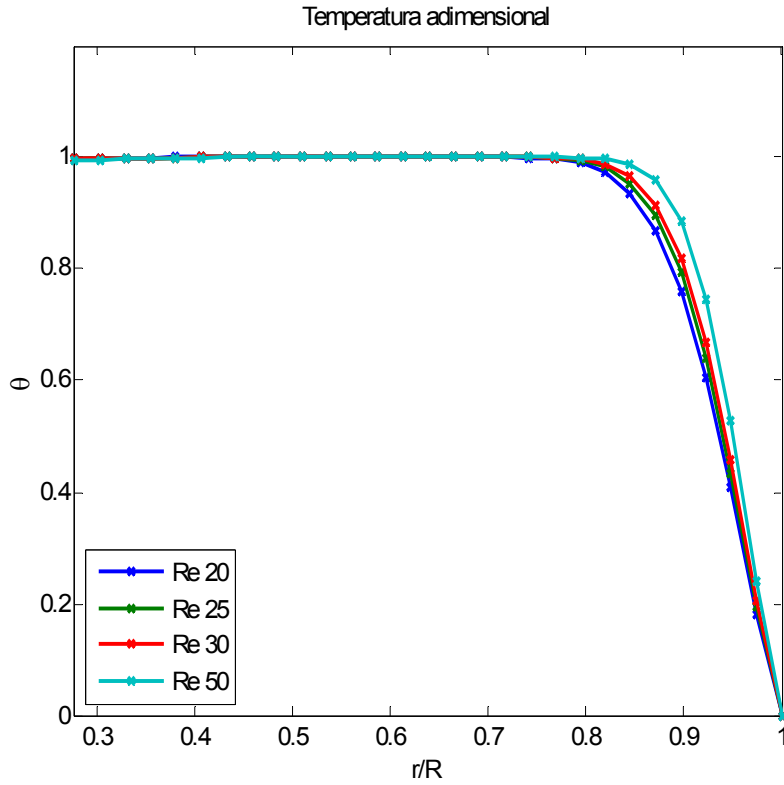


Figura 5.32. Distribución radial de  $\theta$  para  $Re$  20, 25, 30 y 50 con  $\omega=0$ .

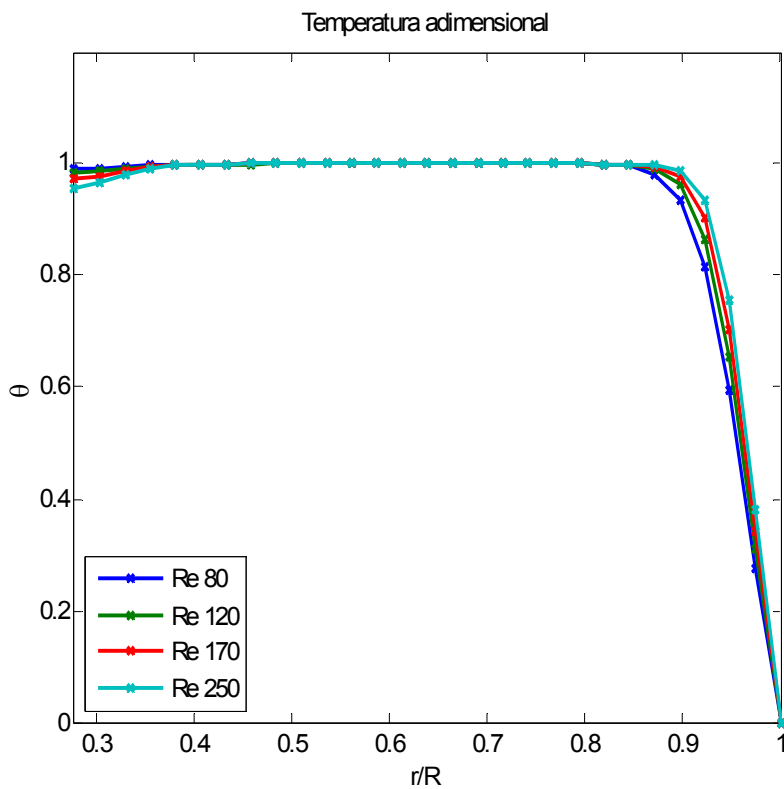


Figura 5.33. Distribución radial  $\theta$  para  $Re$  20, 25, 30 y 50 con  $\omega=0$ .

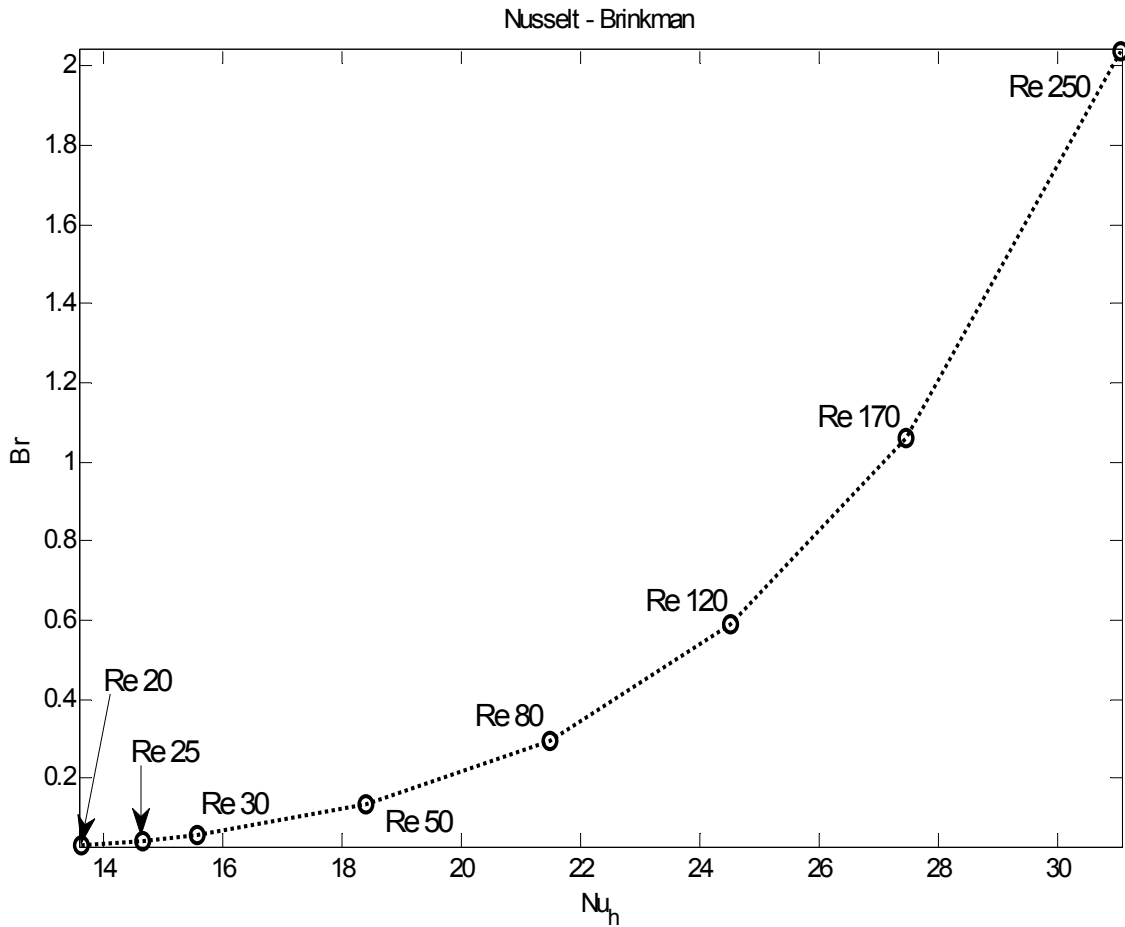


Figura 5.34. Números  $Nu_h$  y  $Br$  para los casos estudiados.

### 5.5.2. Influencia en el problema fluidodinámico

En este apartado se pretende mostrar la influencia que tiene sobre los resultados del problema fluidodinámico la disipación viscosa y el flujo de calor, ya que las propiedades del fluido varían ahora con la temperatura. Para ello se van a comparar los resultados obtenidos en este caso, es decir, con flujo de calor en la pared y disipación viscosa, en el que además la *power-law* está afectada por la temperatura, según la ecuación (4.42), con los obtenidos para el problema fluidodinámico.

Se ha podido comprobar que los resultados varían considerablemente al tener en cuenta la disipación viscosa y la influencia de la temperatura en la *power-law*, si bien el flujo de calor en la pared no afecta apenas a los resultados obtenidos sin él pero con estas condiciones.

En la figura 5.35 se muestran los perfiles de velocidades dados por FLUENT para el problema fluidodinámico, estudiado en el apartado 5.2.1, junto con los resultados obtenidos en el problema térmico, con flujo de calor en la pared.

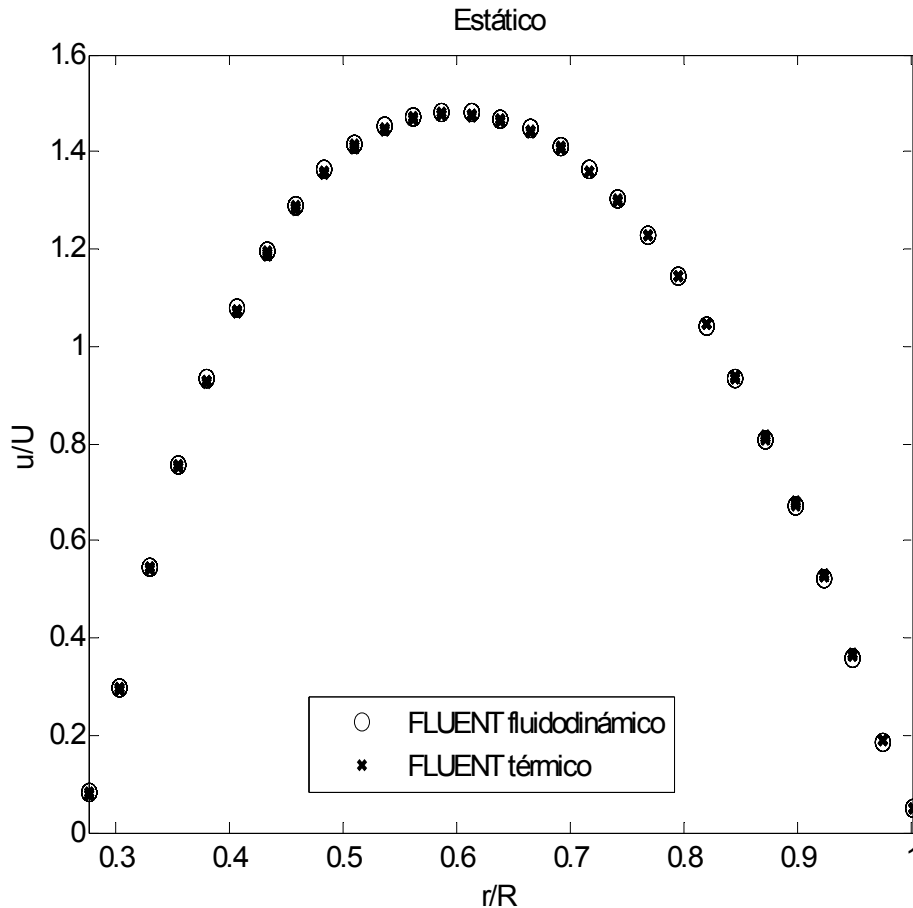


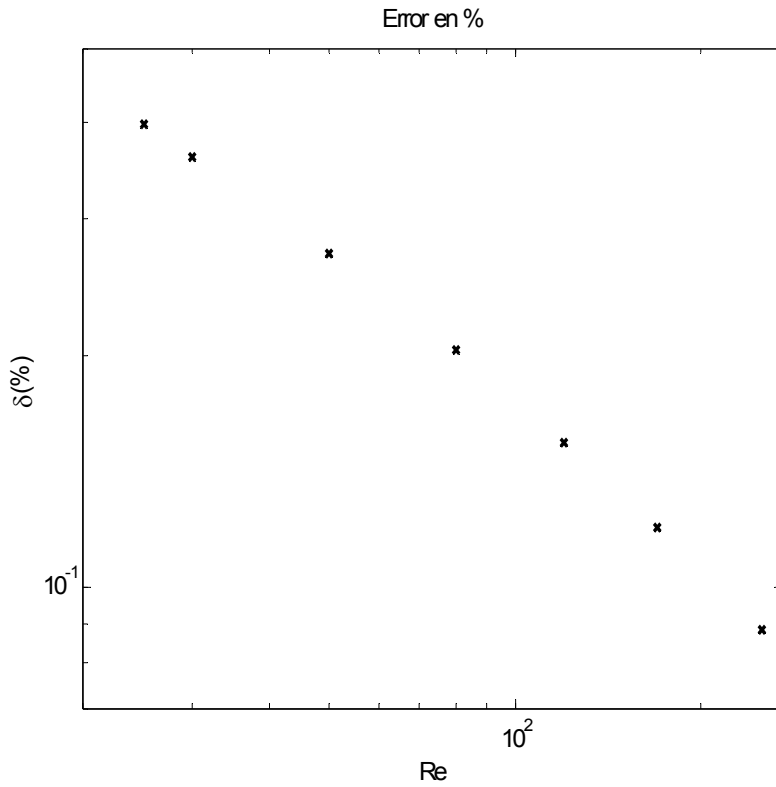
Figura 5.35. Perfil de velocidades para los problemas térmico y fluidodinámico.

Aparentemente no existe variación, pero en realidad los valores se alejan de la solución analítica, con una diferencia que resulta linealmente proporcional, en forma logarítmica, al número de Reynolds, tal y como se puede observar en la figura 5.36.

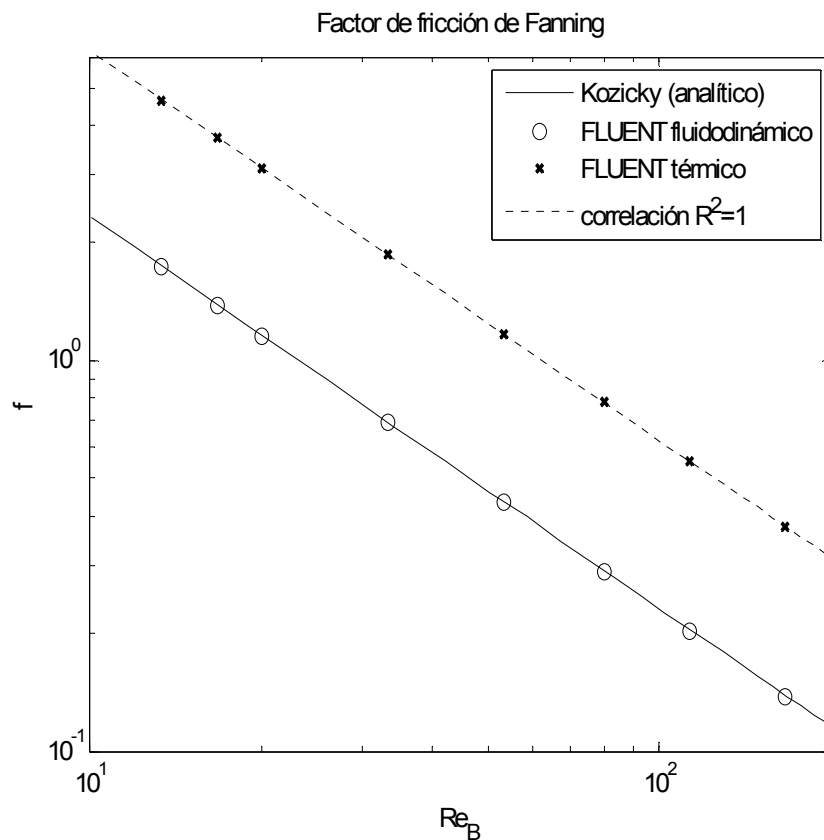
La variación producida en la fricción también es importante, como se puede ver en la figura 5.37, en la que se encuentra representado el factor de fricción de Fanning obtenido mediante FLUENT para cada uno de los casos junto con la solución analítica de Kozicki. Para los resultados obtenidos en el problema térmico se puede obtener la correlación

$$f = 61.51097 \text{ Re}_B^{-0.99626} \tag{5.10}$$

con un coeficiente de regresión de  $R^2=1$ , y de forma muy similar a la ecuación (2.16), lo que indica un comportamiento casi idéntico. Esta correlación también se muestra en la figura 5.37 .



**Figura 5.36.** Error en % para  $u/u_{max}$  con disipación viscosa.



**Figura 5.37.** Factor de fricción de Fanning para los problemas térmico y fluidodinámico.

Los valores obtenidos para el factor de fricción de Fanning son, como se puede apreciar, más elevados para el caso térmico, lo que indica que al considerar el efecto de la disipación viscosa y la temperatura en la *power-law*, la fricción es mayor. Esto justifica la tendencia seguida por el perfil de velocidades de la gráfica 5.36.

En la figura 5.38 se ha representado la caída de presión por unidad de longitud, junto con la solución analítica para el problema fluidodinámico. Como se puede observar, está es mayor, y además la tendencia sigue en aumento. La disipación viscosa provoca por lo tanto mayor fricción y mayor caída de presión.

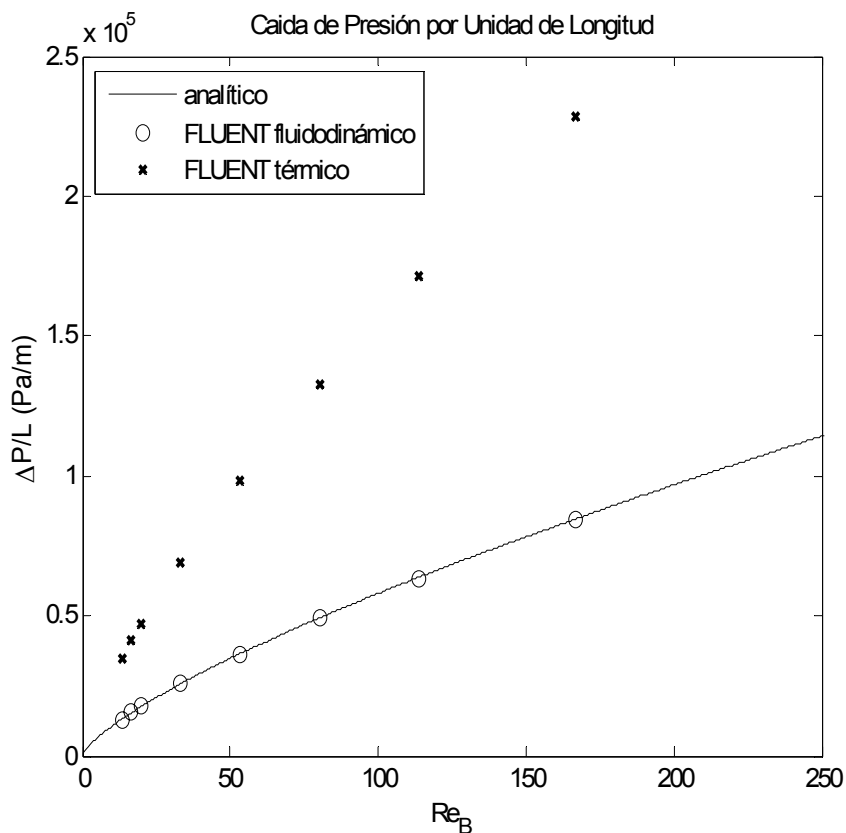


Figura 5.38. Caída de presión por unidad de longitud para los problemas térmico y fluidodinámico.

En cuanto a la viscosidad, como cabía pensar, un aumento de la fricción producirá valores menores en las paredes, como efectivamente se puede apreciar en la figura 5.39 (principalmente en la pared del conducto exterior), si bien en el centro se produce un aumento de la viscosidad, debido al mayor gradiente de velocidad (parábola ligeramente más plana en el centro).

Por último, las figuras 5.40 y 5.41 muestran la relación entre viscosidad aparente, esfuerzo cortante y gradiente de velocidad (curva de viscosidad y curva de fluidez). Como se puede ver en

la figura 5.40, la relación entre  $\mu_a$  y  $\gamma$  es la misma que para el problema fluidodinámico, mientras que en la figura 5.41 se aprecia como la relación  $\tau$ - $\gamma$  cambia. Para el problema térmico se tienen mayores valores de  $\tau$  y  $\gamma$ , con un aumento más rápido que para el problema fluidodinámico.

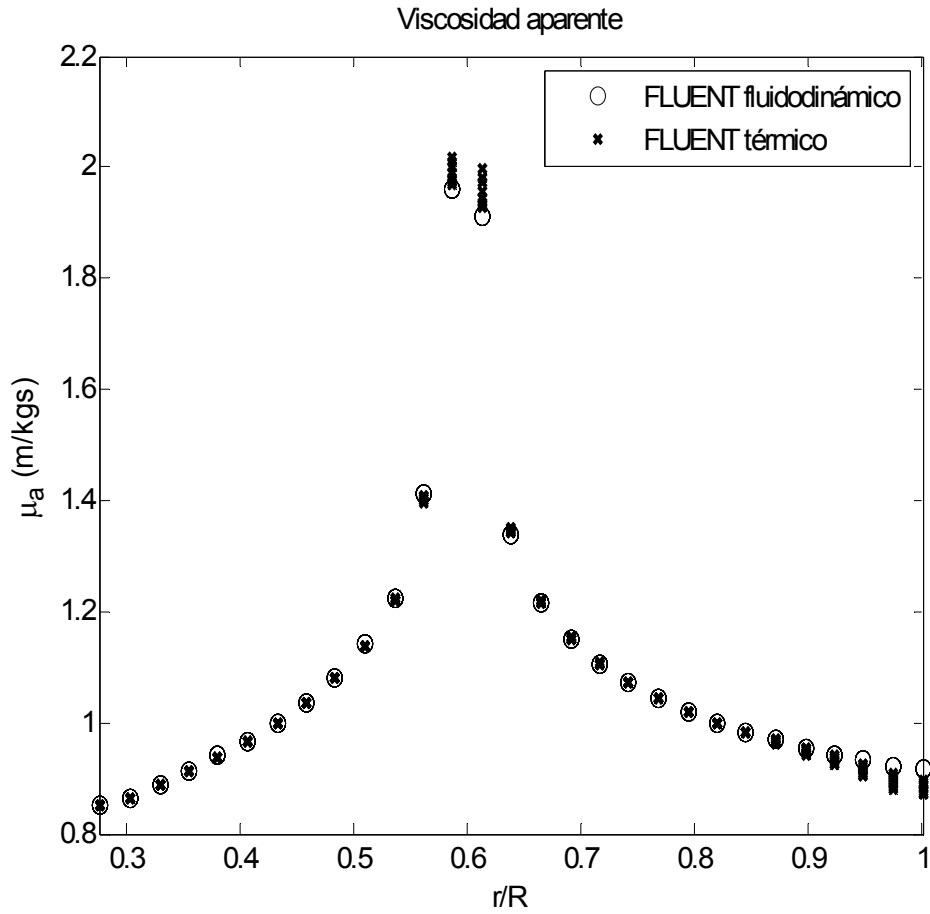


Figura 5.39. Perfil de viscosidad para los problemas térmico y fluidodinámico.

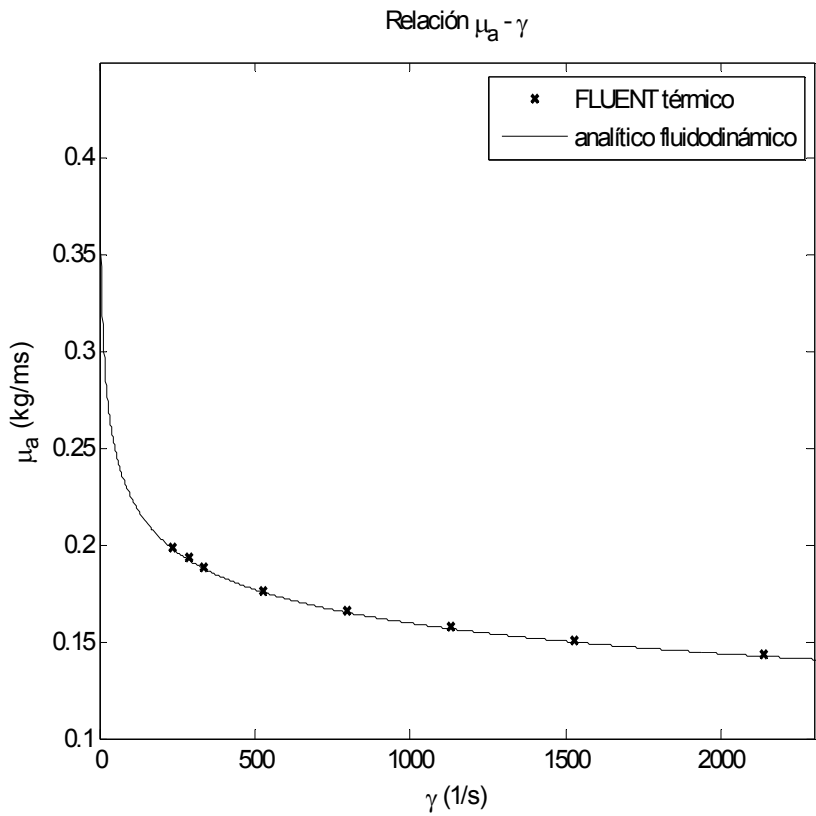


Figura 5.40. Curva de viscosidad para los problemas térmico y fluidodinámico.

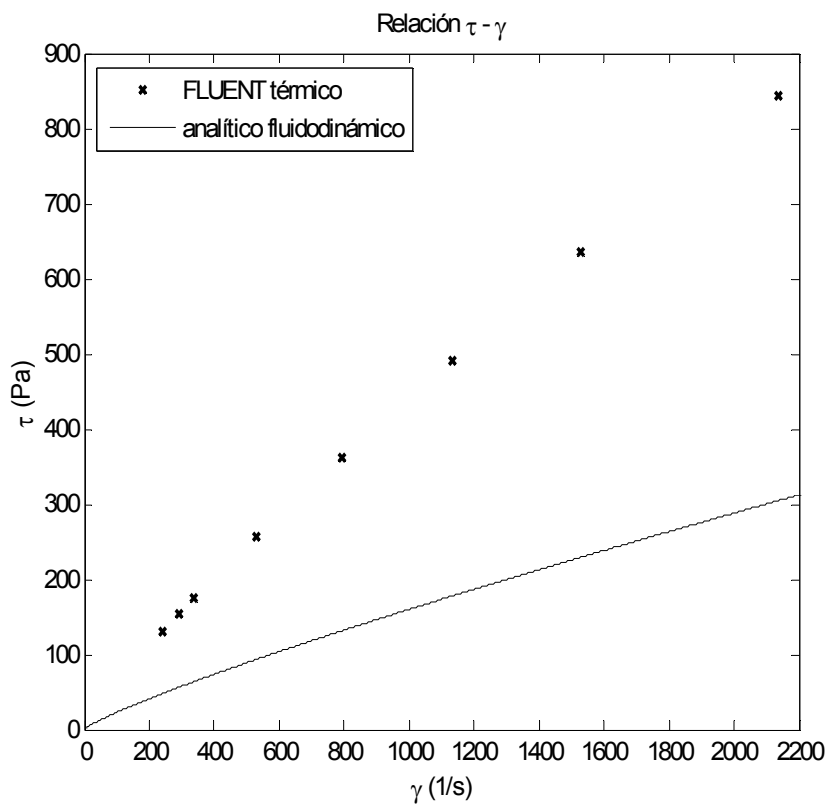


Figura 5.41. Curva de fluidez para los problemas térmico y fluidodinámico.



## 6. RESULTADOS DEL PROBLEMA FLUIDODINÁMICO

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones numéricas realizadas para el problema fluidodinámico, descrito en el capítulo 4 (apartado 4.6). Los resultados se encuentran divididos en función de la fase del movimiento del rascador, es decir, según sea estático, equicorriente o contracorriente, con el fin de hacer una distinción clara de las tres situaciones. Debido a la extensión de casos simulados, únicamente se presentarán aquí los más relevantes para cada situación, considerando que estos representan ampliamente al resto de situaciones simuladas per no expuestas.

Los casos estudiados se corresponden con los ocho casos definidos en el capítulo 5 (apartado 5.1), y que están definidos por los Reynolds 20, 25, 30, 50, 80, 120, 170 y 250, según la expresión,

$$\text{Re} = \frac{\rho U D}{\mu_a} \quad (6.1)$$

donde  $\rho$  es la densidad, que toma el valor de  $1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $U$  es la velocidad media del flujo en  $\text{m/s}$ ,  $D$  es el diámetro del conducto ( $9 \text{ mm}$ ) y  $\mu_a$  la viscosidad aparente promedio de las dos paredes del conducto anular. Las velocidades del rascador son también las mismas consideradas en el capítulo 5, dadas por la relación  $\omega$ , con los valores  $-2, -1, -0.5, -0.1, 0.1, 0.5, 1$ , y  $2$ .

### 6.1. CAMPO DE VELOCIDADES

Para visualizar el campo de velocidades se utiliza el plano de simetría geométrica, que corresponderá con un plano de simetría en el flujo tridimensional. La condición de simetría es especialmente importante en el caso tridimensional ya que no presenta velocidades con componente normal al plano, es decir, la información que en el mismo se tiene es bidimensional. Se puede apreciar por tanto el campo de velocidades en verdadera magnitud.

#### 6.1.1. Caso estático ( $\omega=0$ )

A continuación se mostrarán los resultados obtenidos para el problema de flujo con el conjunto de rascadores sin movimiento, que permitirá distinguir cuales son los Reynolds representativos.

El campo de velocidades para cada caso se ha adimensionalizado con la velocidad media del flujo  $U$ , dando lugar a los isocontornos de velocidades mostrados en las figuras 6.1 y 6.2. El sentido del flujo es de izquierda a derecha.

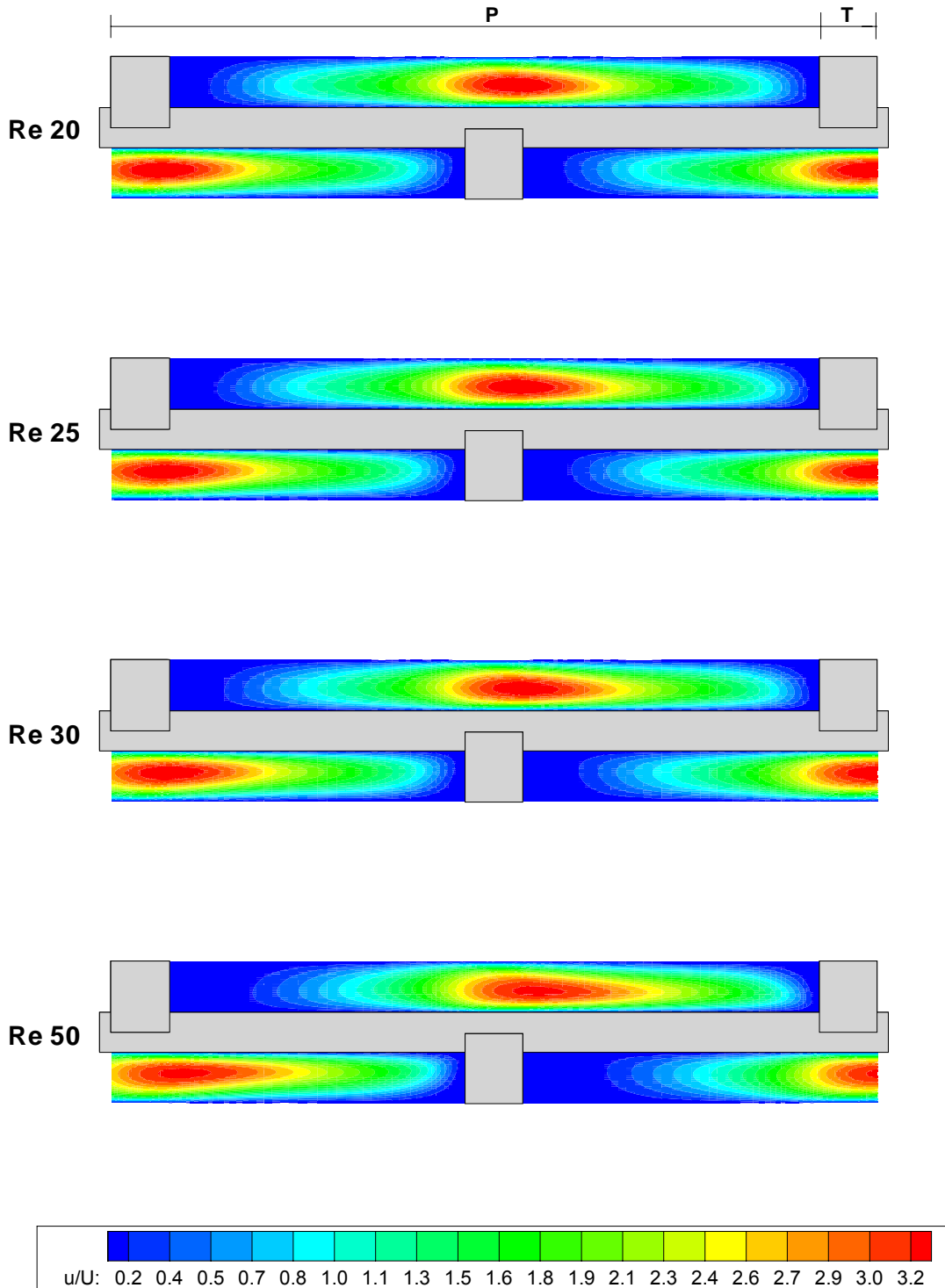
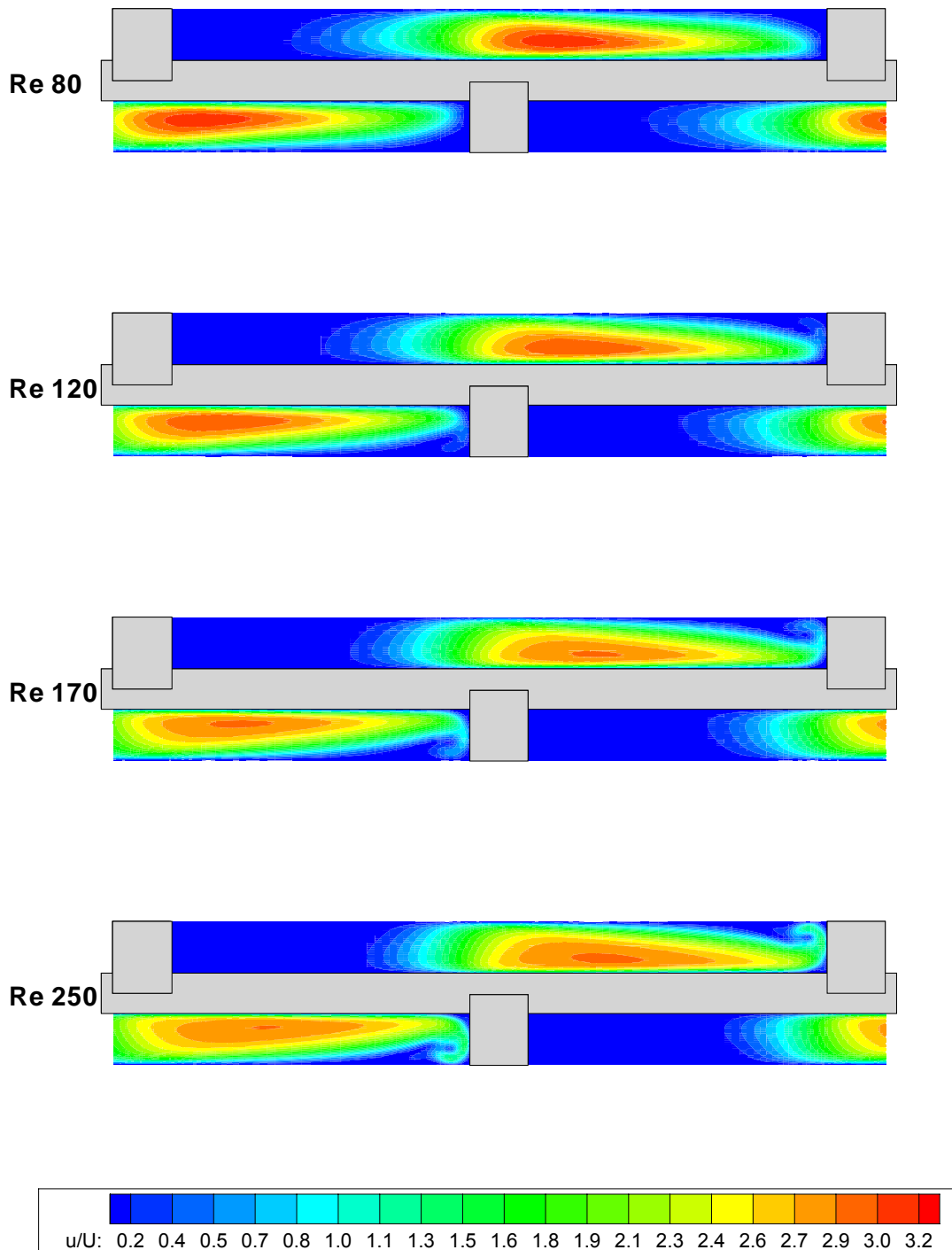


Figura 6.1. Isocontornos de velocidades para los Reynolds 20, 25, 30 y 50.



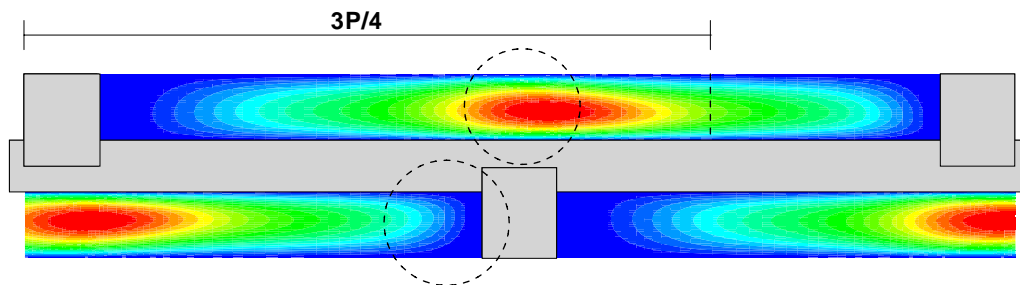
**Figura 6.2.** Isocontornos de velocidades para los Reynolds 20, 25, 30 y 50.

Como se puede observar, existe un comportamiento característico diferenciado entre valores de Reynolds bajos, en la que no existen flujos secundarios, y valores altos, en los que aparecen recirculaciones importantes. Entre estas dos situaciones se encuentran los Reynolds 50 y 80, que

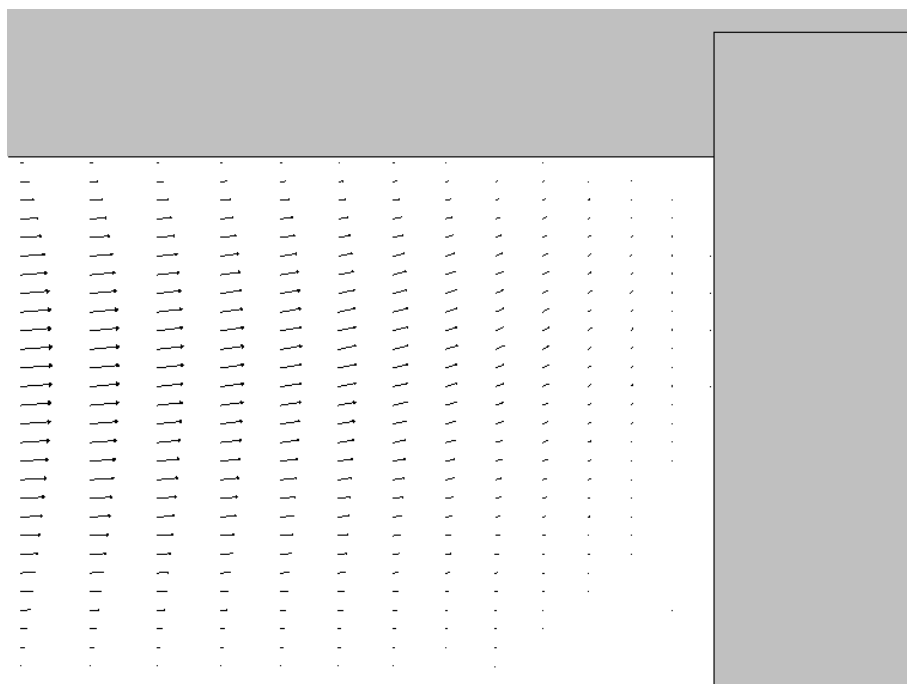
representan una transición entre valores altos y bajos. Se va a analizar con más detalle el comportamiento para  $Re$  25, como caso representativo de Reynolds bajos, y para  $Re$  170 como caso representativo de Reynolds altos.

- **Reynolds 25**

Para este caso, y en general para Reynolds bajos, el flujo no presenta recirculaciones. En casi todo el conducto el flujo es axial, generándose zonas de velocidad prácticamente nula en las partes anterior (figura 6.4) y posterior a la pared del rascador. El paso del fluido por la parte opuesta del rascador se efectúa de forma gradual. En la figura 6.3 se puede ver con más detalle los contornos de velocidades adimensionales. En esta figura se encuentran también señaladas las dos zonas que más abajo se encuentran ampliadas y en las que está representado el flujo mediante vectores (figuras 6.4 y 6.5).



**Figura 6.3.** Isocontornos de velocidades y zonas estudiadas para  $Re$  25.



**Figura 6.4.** Vectores de velocidad en la zona anterior al rascador para  $Re$  25.

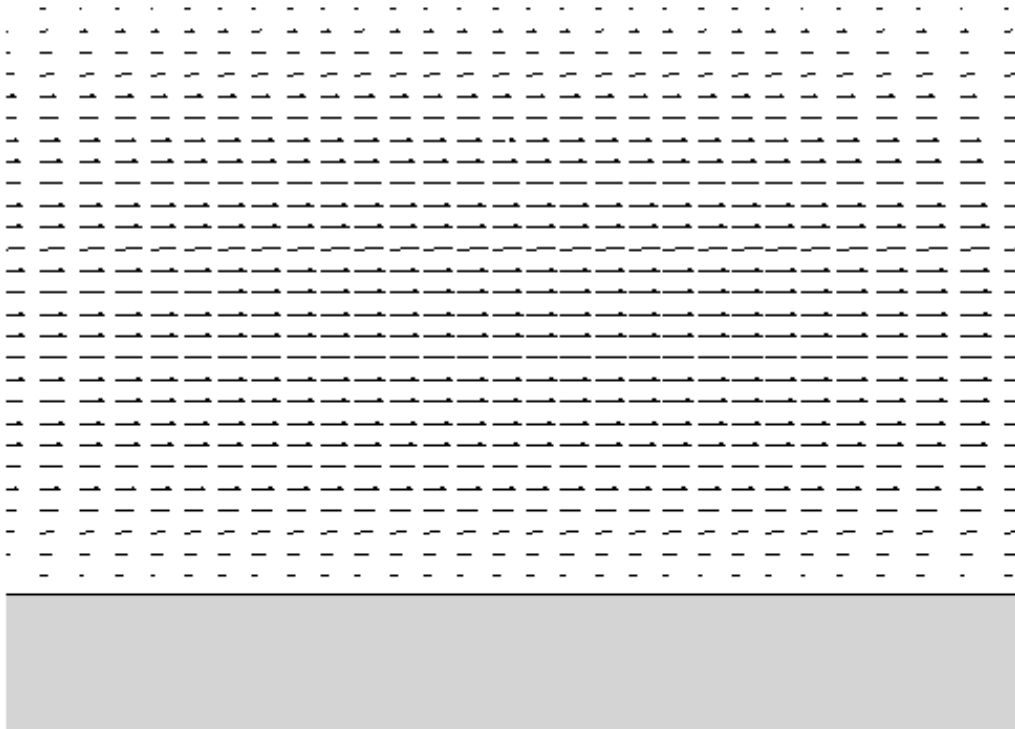


Figura 6.5. Vectores de velocidad en la zona del rascador para Re 25.

En la figura 6.4 se puede apreciar el desvío gradual del flujo para atravesar por la parte superior el rascador, dando lugar a una zona de velocidad nula en la esquina inferior derecha. En la figura 6.5 se aprecia el flujo en la zona superior al rascador, siendo este prácticamente axial.

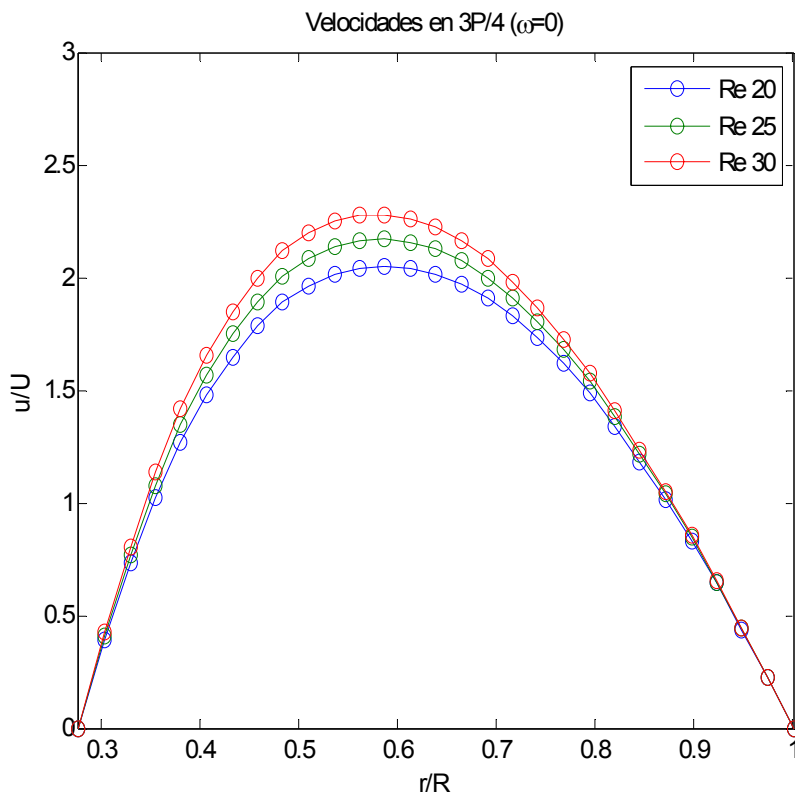


Figura 6.6. Perfiles de velocidades en 3P/4 para Re 20, 25, 30 y 50, con  $\omega=0$ .

Esta situación de flujo sin recirculaciones y principalmente axial es característica de los tres primeros Reynolds, como se muestra en la figura 6.6. En ella se han representado los perfiles de velocidad, adimensionalizada con la velocidad media del flujo  $U$ , para cada uno de ellos en la posición  $3P/4$  (indicada en la figura 6.3) donde se considera que el flujo ya ha superado la zona de mayor influencia del rascador. Se puede observar como los perfiles son prácticamente parabólicos y similares a los obtenidos en el apartado 5.2.

- Reynolds 50 y 80

Estos dos casos representan una situación de transición entre valores de Reynolds bajos, sin recirculaciones, y valores de Reynolds altos. En ellos el flujo experimente una mayor aceleración al llegar al rascador, pero sin llegar a forzar un flujo secundario. En la figura 6.7 se muestra en detalle el contorno de velocidades y en la 6.8 los perfiles en  $3P/4$ .

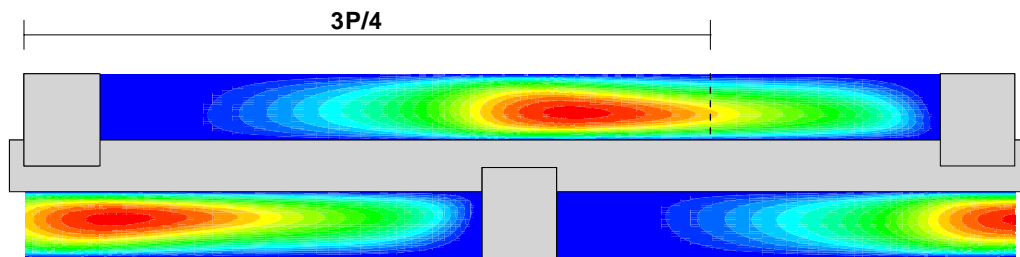


Figura 6.7. Isocontornos de velocidades para Re 50.

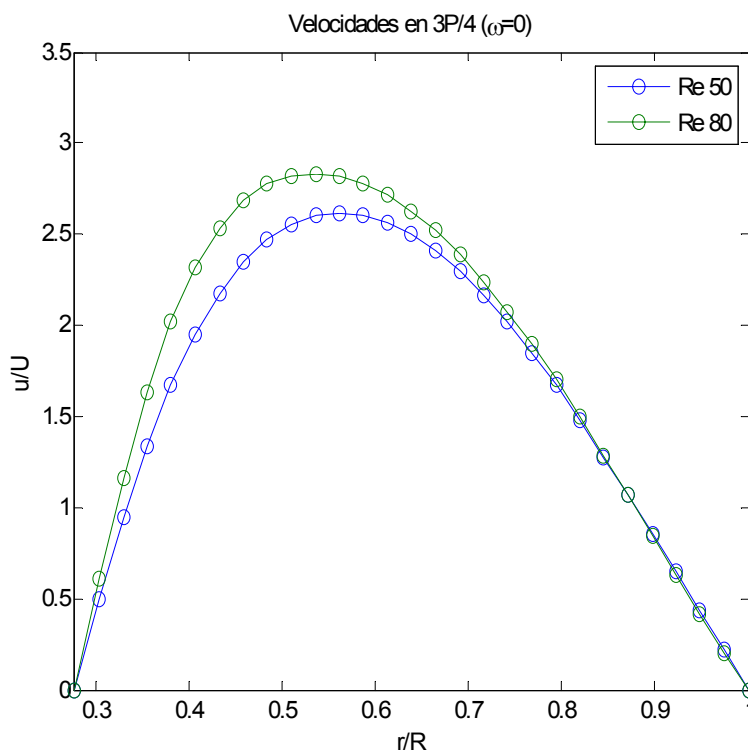
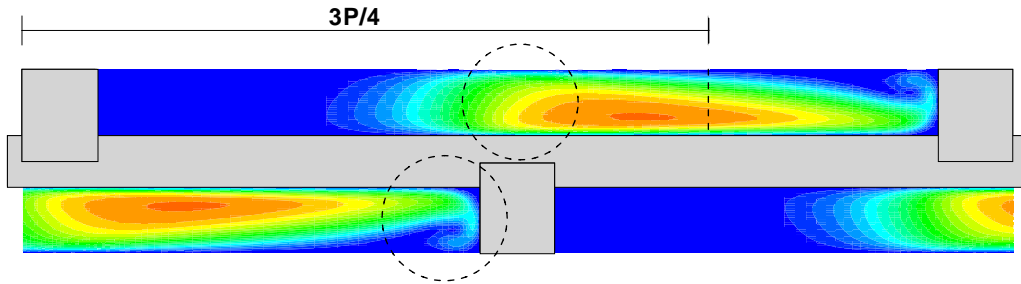


Figura 6.8. Perfiles de velocidades en  $3P/4$  para Re 50 y 80, y  $\omega=0$ .

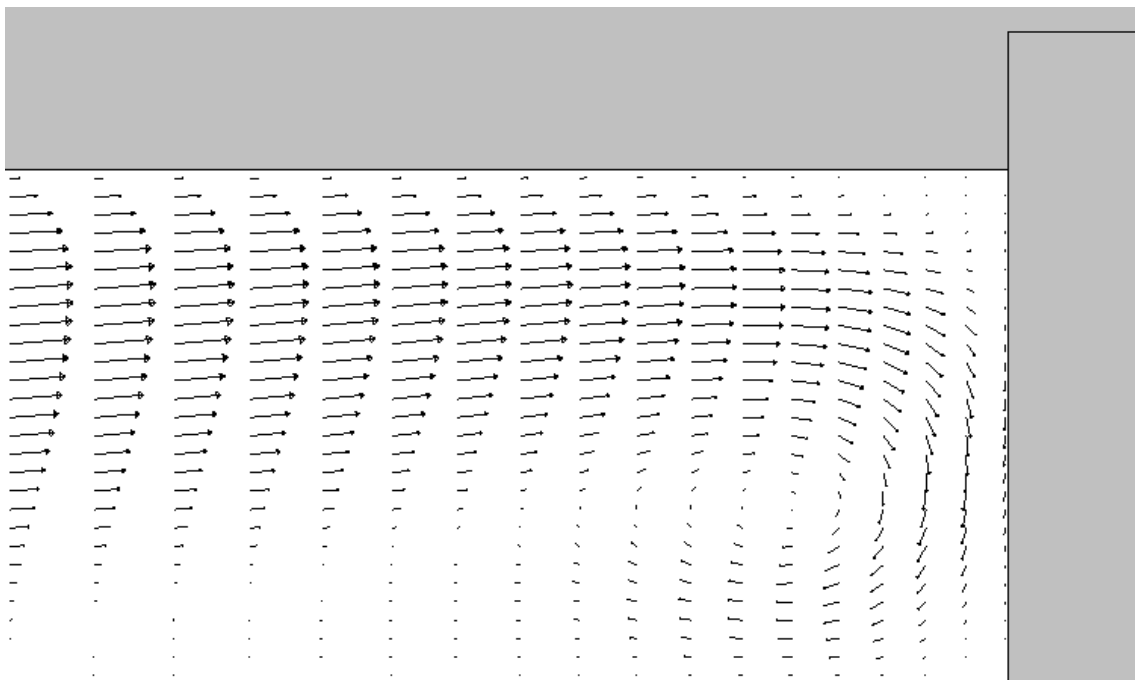
- **Reynolds 170**

Para este caso, y en general para Reynolds altos, el flujo presenta una recirculación en la pared anterior del rascador, al mismo tiempo que aumenta la zona sin velocidad en la parte posterior del rascador. En la figura 6.9 se muestran con más detalle los contornos de velocidades adimensionalizadas y las zonas estudiadas más abajo.



**Figura 6.9.** Isocontornos de velocidades y zonas estudiadas para Re 170.

En la figura 6.10 se puede apreciar el flujo secundario generado en la cara anterior del rascador. Parte del flujo no es capaz de atravesar el estrechamiento y genera un vórtice. La figura 6.11 muestra las componentes del flujo en la parte superior al rascador. A diferencia de el comportamiento en Reynolds bajos, en este caso se puede observar que en esta zona el flujo no es completamente axial, si no que la velocidad tiene también componente radial.



**Figura 6.10.** Vectores de velocidad en la zona anterior al rascador para Re 170.

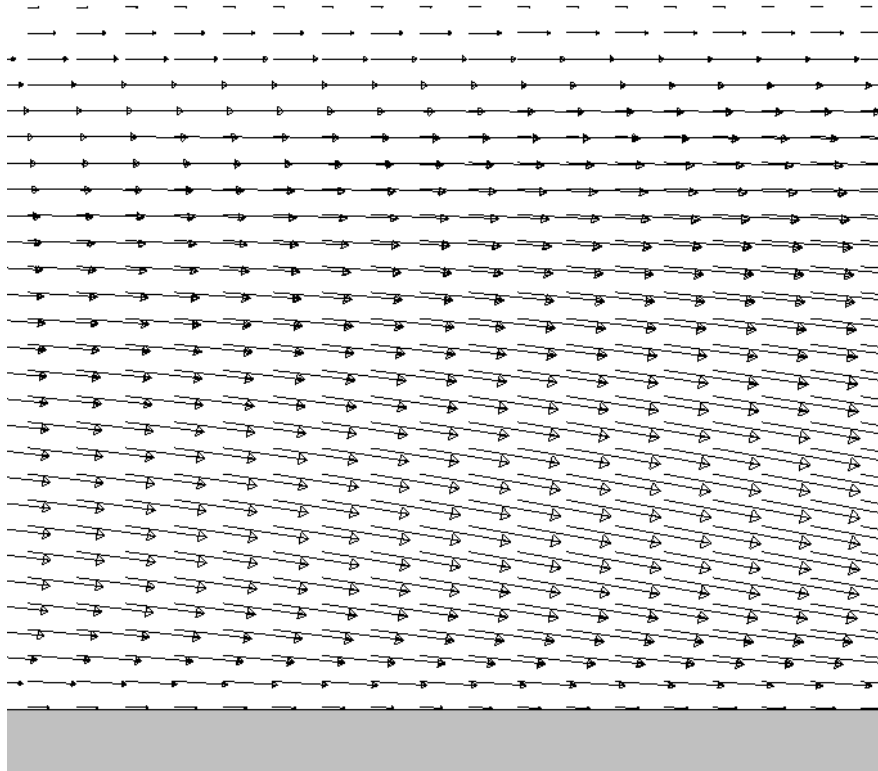


Figura 6.11. Vectores de velocidad en la zona del rascador para Re 170

En la figura 6.12 se muestran los perfiles de velocidades en  $3P/4$  para los Reynolds 120, 170 y 250. En este caso el perfil es más aplanado en el centro, consecuencia del desplazamiento de la zona de velocidad máxima que se ha producido para Reynolds altos.

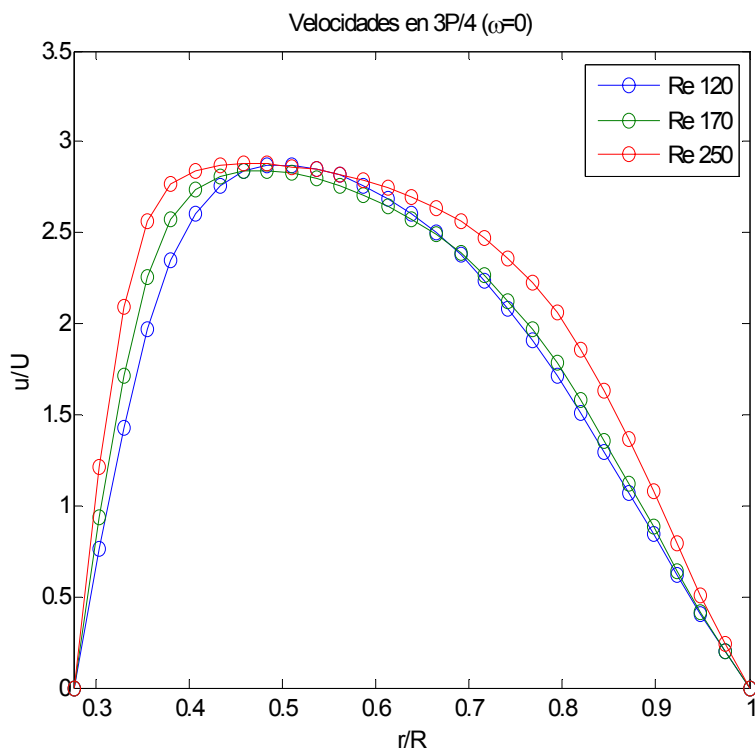


Figura 6.12. Perfiles de velocidades en  $3P/4$  para Re 120, 170 y 250, con  $\omega=0$ .



### 6.1.2. Caso dinámico. Contracorriente ( $\omega < 0$ )

A continuación se muestran los contornos de velocidades para el problema de flujo con el conjunto de rascadores en movimiento contracorriente, es decir, con  $\omega < 0$ . Los resultados mostrados corresponden a los Reynolds 25 y 170, establecidos como representativos en el apartado 6.1.1, y para todos los valores de  $\omega$ , realizando después un estudio en detalle de los casos más relevantes.

- **Reynolds 25**

Los contornos de velocidades, adimensionalizados con la velocidad media  $U$ , son los mostrados en las figuras 6.13, 6.14, 6.15, y 6.16.

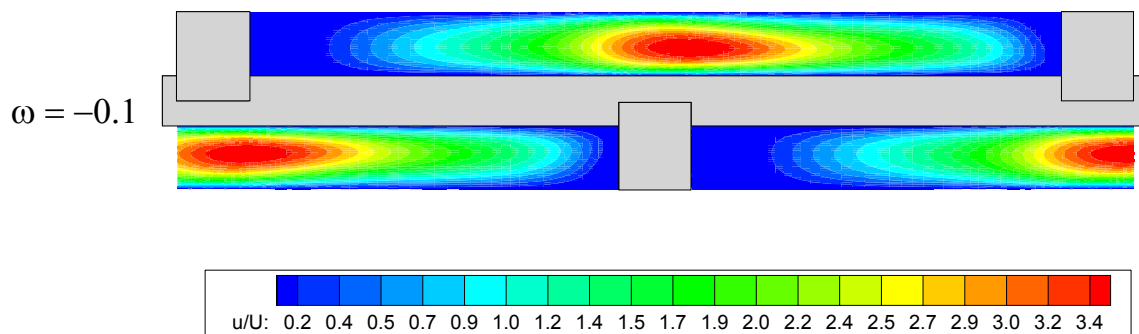


Figura 6.13. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 25 y  $\omega = -0.1$ .

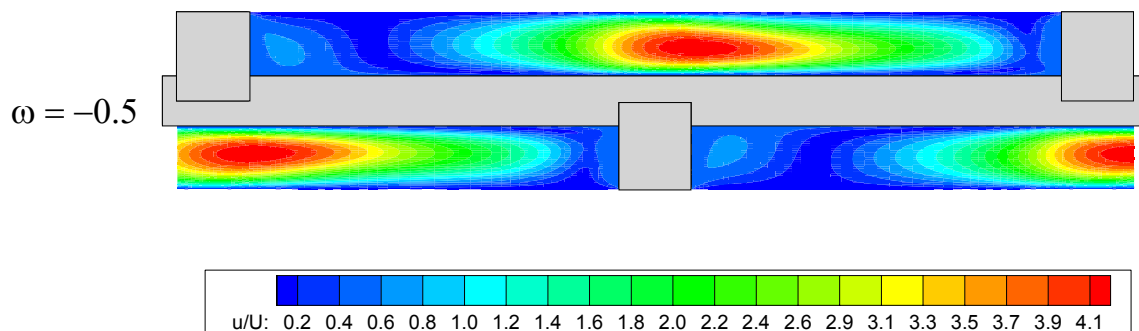


Figura 6.14. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 25 y  $\omega = -0.5$ .

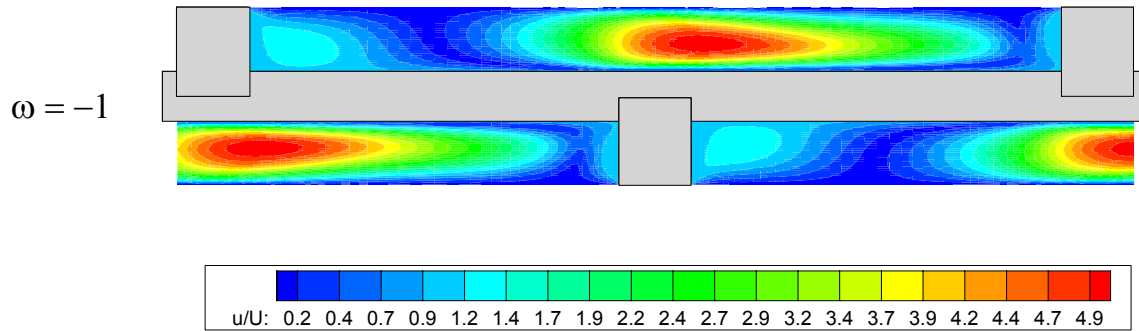


Figura 6.15. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 25 y  $\omega = -1$ .

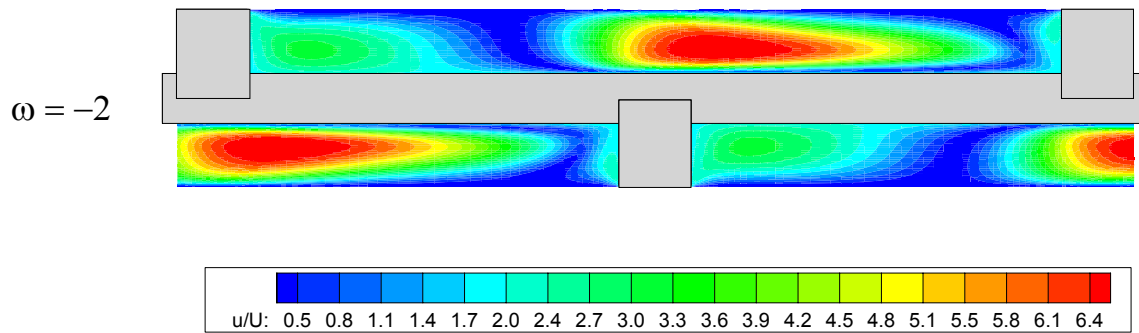
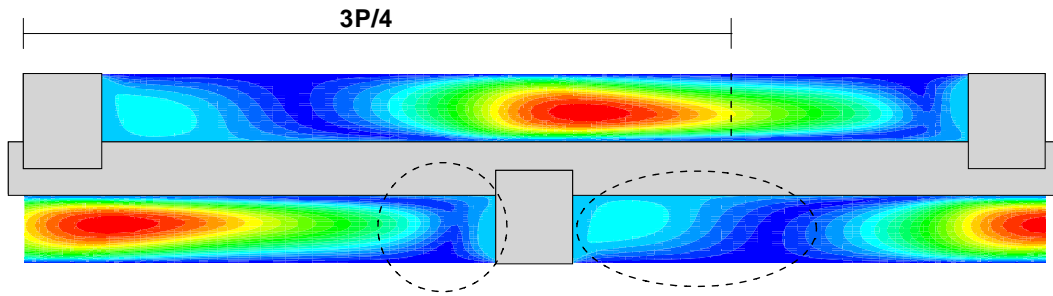


Figura 6.16. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 25 y  $\omega = -2$ .

Se observa que un aumento de la velocidad del rascador crea gradualmente dos recirculaciones, tanto en la parte anterior como en la posterior del rascador, al mismo tiempo que desplaza hacia atrás y agranda la zona de velocidades máximas (paso por el rascador). Conforme mayor es la velocidad (menor  $\omega$ ), las recirculaciones aumentan, desplazando la zona de remanso o separación del flujo en la que el fluido se encuentra sin velocidad por la transición de está burbuja a la zona de fluido circulante.

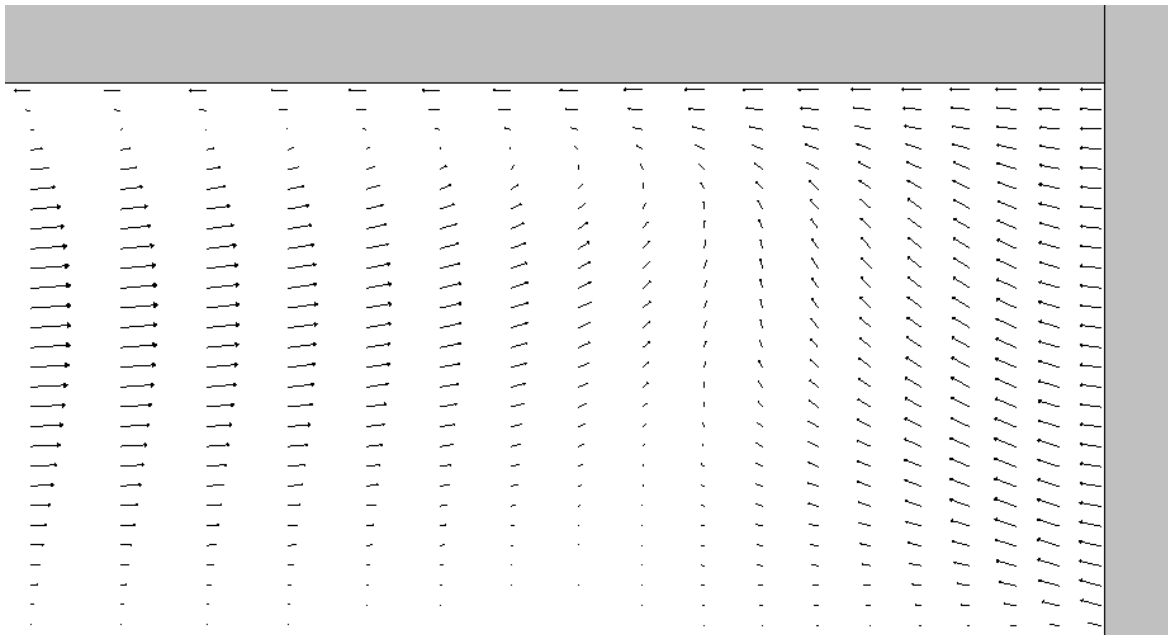
Para poder observar mejor el comportamiento, se ha representado con más detalle en la figura 6.17 el caso representativo  $\omega = -1$ . En dicha figura se observan mejor las dos recirculaciones formadas por el movimiento en contracorriente, indicadas mediante trazo discontinuo. Estas zonas se encuentran representadas mediante vectores en las figuras 6.18, 6.19 y 6.20.



**Figura 6.17.** Isocontornos de velocidades y zonas estudiadas para  $Re\ 25$  y  $\omega=-1$ .

En la figura 6.18 se muestra la zona de readhesión del fluido en la parte anterior al rascador. Esta readhesión se produce al enfrentarse por un lado el flujo principal, que recorre el intercambiador, con el flujo provocado por el movimiento del rascador en dirección opuesta, dando lugar a esta rotura y formando una pequeña recirculación y una zona sin velocidad.

En la figura 6.19 se muestra la zona posterior al rascador. Como se observa, la velocidad en esta zona es opuesta a la velocidad del flujo principal, pues este fluido está siendo arrastrado por el rascador. Esta zona de flujo opuesto da lugar a una zona de remanso en el flujo, mostrada en la figura 6.20, en la que el fluido pasa de nuevo a tener velocidad según el flujo principal, generando otra pequeña recirculación y una zona sin velocidad.



**Figura 6.18.** Vectores de velocidad en la zona anterior al rascador para  $Re\ 25$  y  $\omega=-1$ .

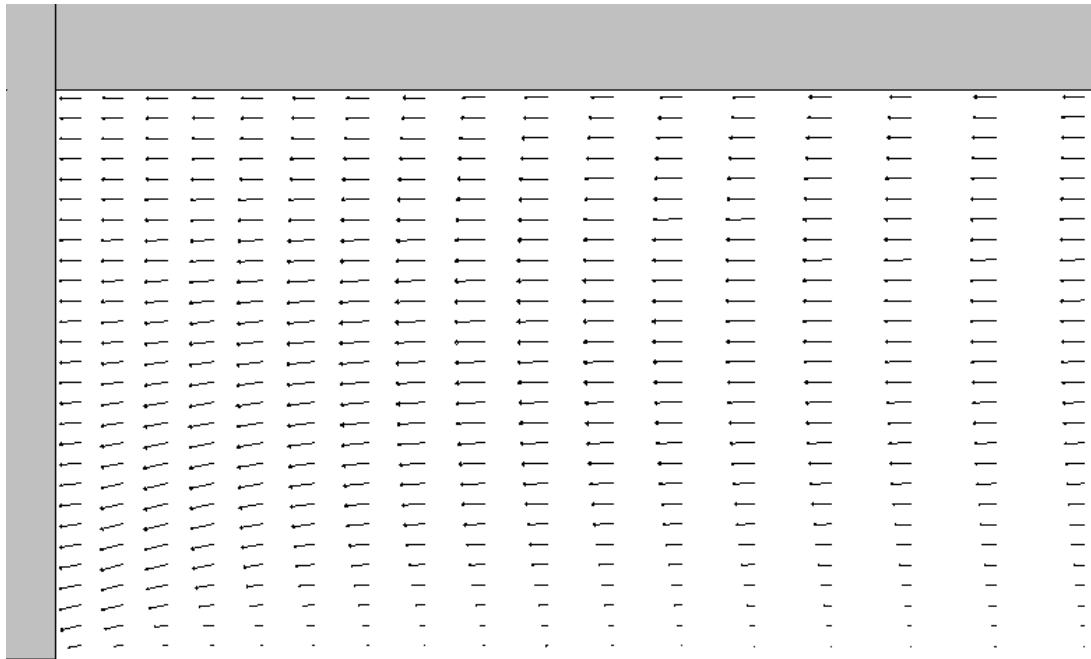


Figura 6.19. Vectores de velocidad en la zona posterior al rascador para  $Re = 25$  y  $\omega = -1$ .

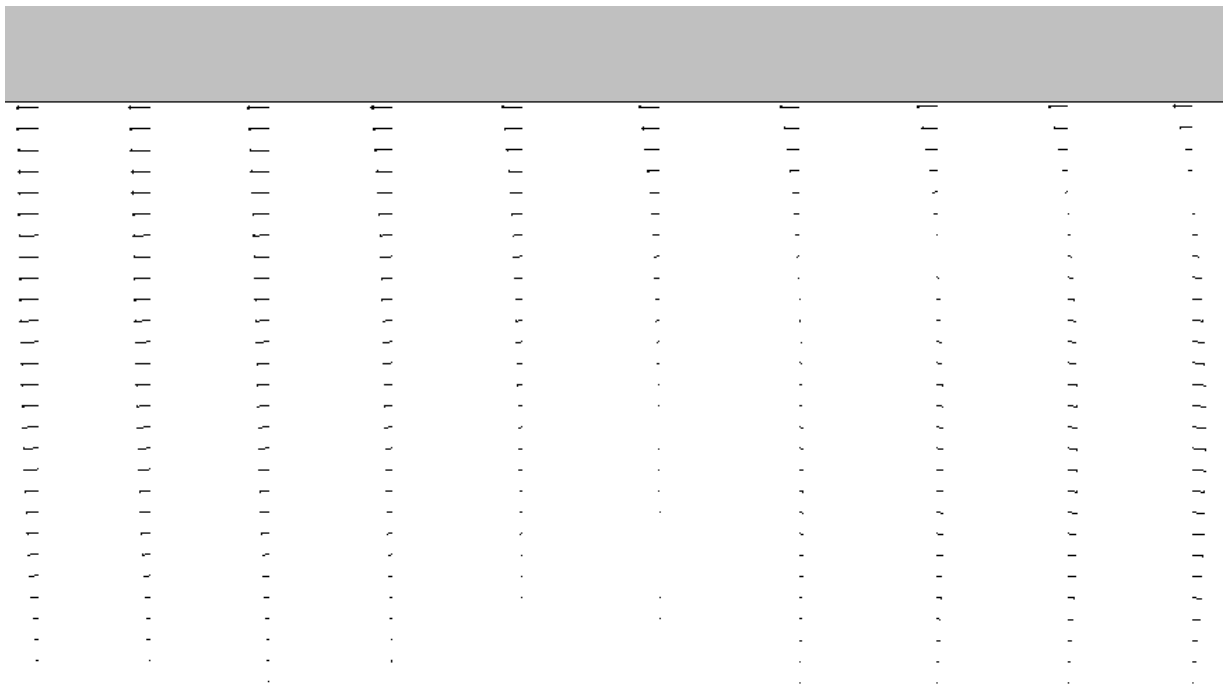
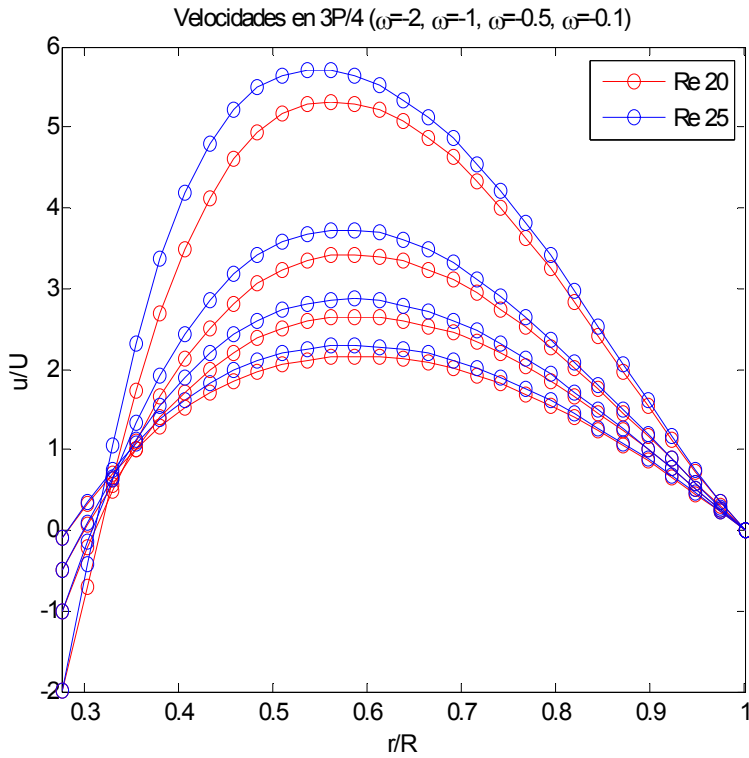
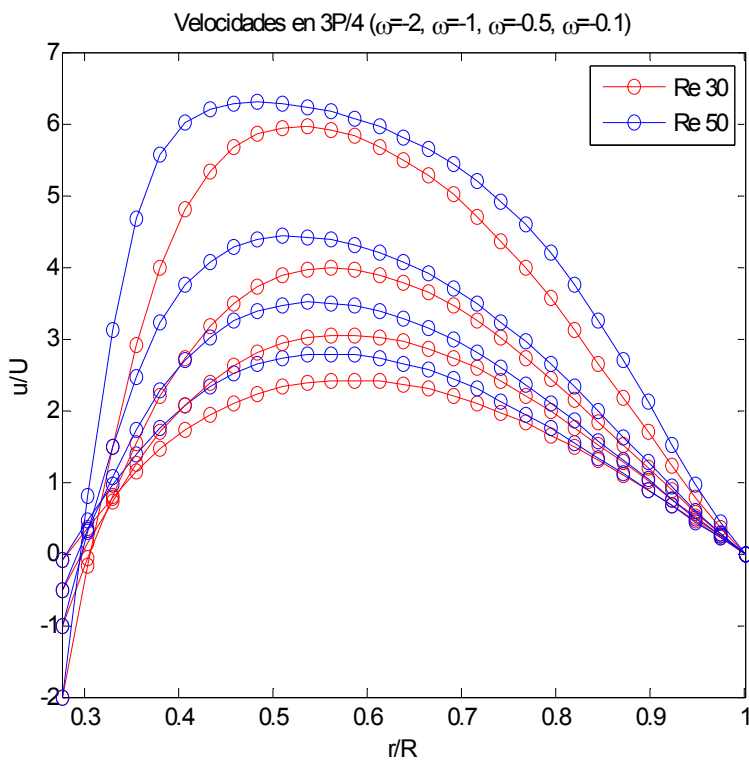


Figura 6.20. Vectores de velocidad en la zona de transición para  $Re = 25$  y  $\omega = -1$ .

En la figura 6.21 se muestran los perfiles de velocidades en  $3P/4$  para los Reynolds 20 y 25, y en la figura 6.22 para los Reynolds 30 y 50, con los distintos valores de  $\omega$ . Al igual que en el caso estático, para bajos Reynolds el perfil es semejante a la solución en conducto anular, aunque con valores muy mayores. A partir de  $Re$  30 ya aparecen perfiles aplanadas.



**Figura 6.21.** Perfiles de velocidades en  $3P/4$  para  $Re$  20 y 25, con  $\omega < 0$ .



**Figura 6.22.** Perfiles de velocidades en  $3P/4$  para  $Re$  30 y 50, con  $\omega < 0$ .

- Reynolds 170

Los isocontornos de velocidades, adimensionalizados con la velocidad media  $U$ , son los mostrados en las figuras 6.23, 6.24, 6.25, y 6.26.

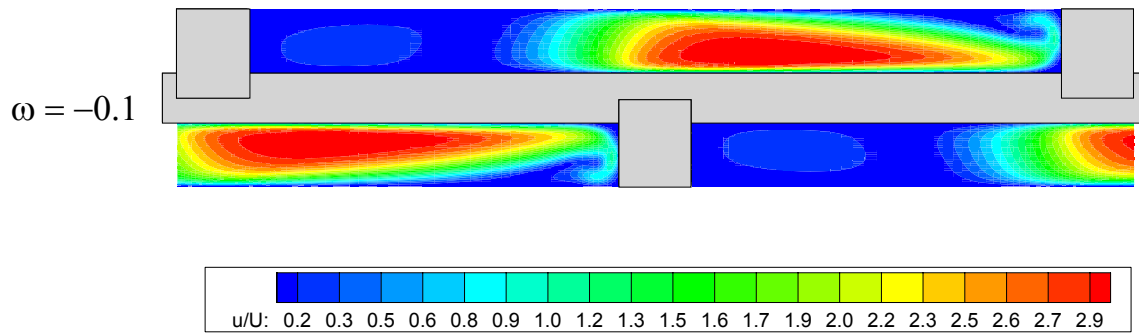


Figura 6.23. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 170 y  $\omega = -0.1$ .

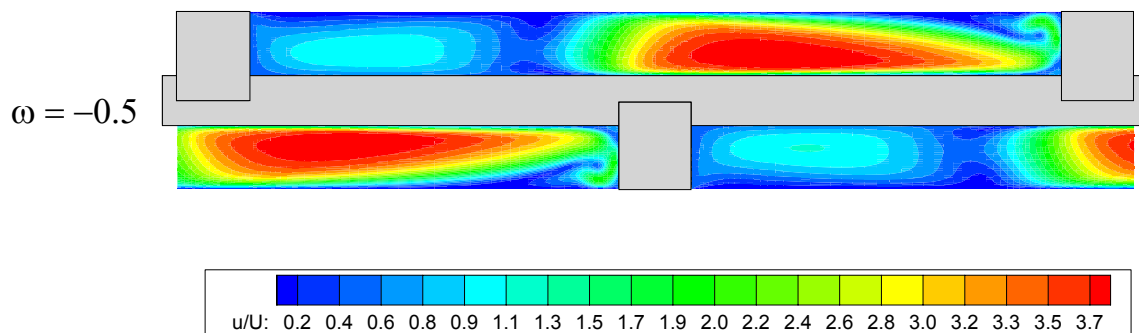


Figura 6.24. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 170 y  $\omega = -0.5$ .

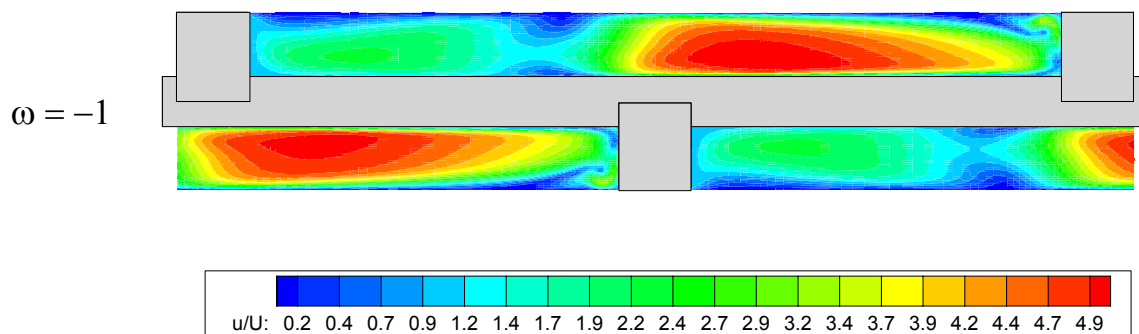


Figura 6.25. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 170 y  $\omega = -1$ .

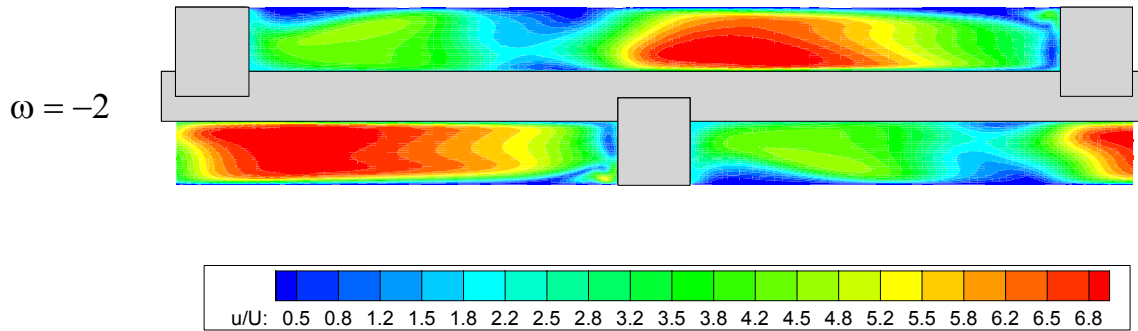


Figura 6.26. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 170 y  $\omega = -2$ .

Se observa que un aumento de la velocidad del rascador crea gradualmente una recirculación en la parte posterior del rascador y aumenta la ya existente en la zona anterior al rascador, al mismo tiempo que desplaza hacia atrás y agranda la zona de velocidades máximas (paso por el rascador). Conforme mayor es la velocidad (menor  $\omega$ ), las recirculaciones aumentan, desplazando la zona de remanso del flujo en la que el fluido se encuentra sin velocidad hasta hacerla desaparecer, mediante la unión de la burbuja existente en las zonas anterior y posterior del rascador con la zona de velocidades máximas.

Para poder observar mejor el comportamiento, se ha representado con más detalle en la figura 6.27 el caso representativo  $\omega = 1$ . En dicha figura se observan mejor las dos recirculaciones formadas por el movimiento en contracorriente, indicadas mediante trazo discontinuo. Estas zonas se encuentran representadas mediante vectores en las figuras 6.28, 6.29 y 6.30.

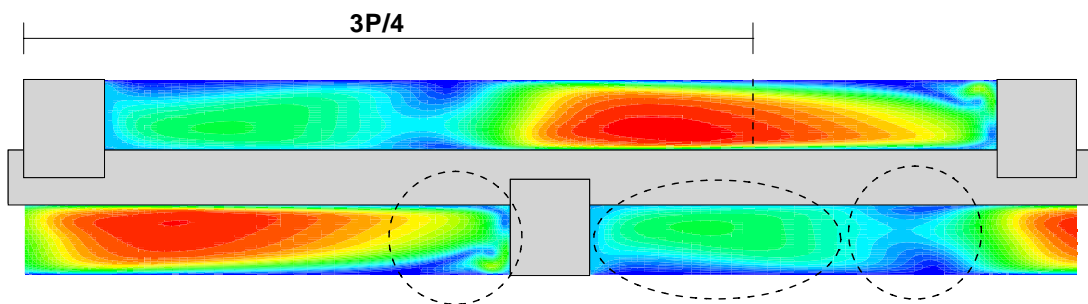
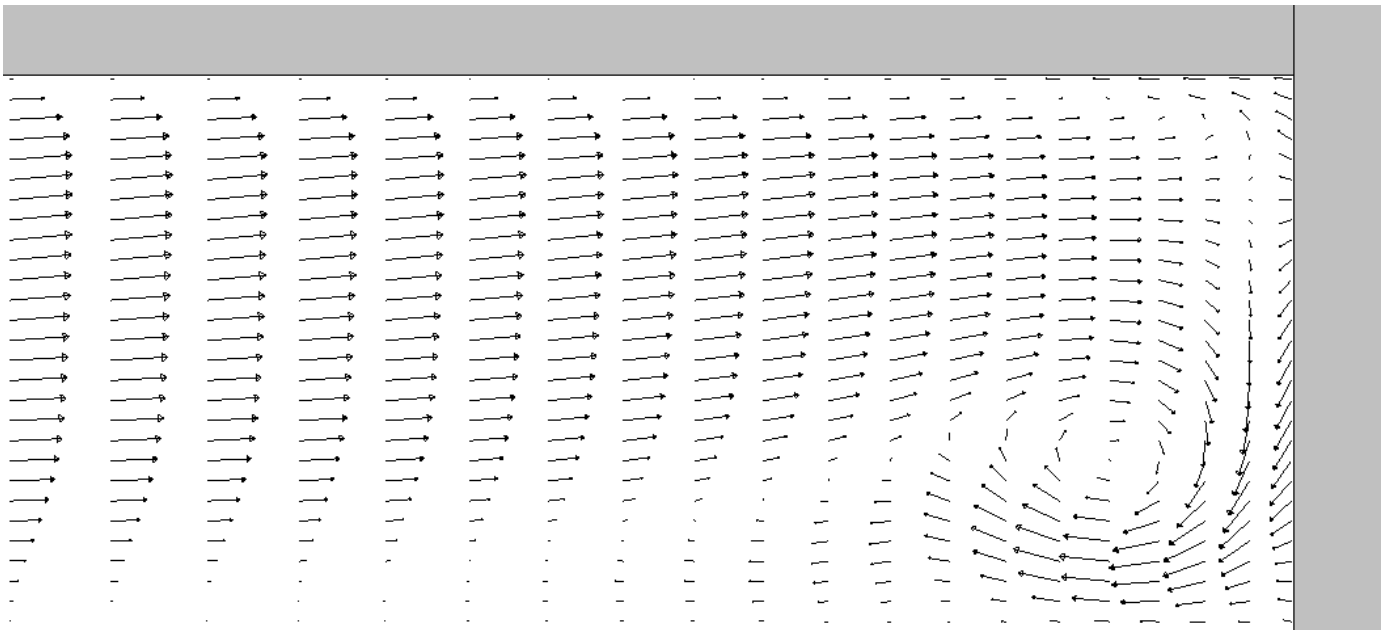


Figura 6.27. Isocontornos de velocidades y zonas estudiadas para Re 170 y  $\omega = -1$ .

En la figura 6.28 se muestra el vórtice, ahora ya totalmente definido, en la parte anterior al rascador. Este vórtice, que ya se producía en el caso estático, ahora se ve acentuado al enfrentarse por un lado el flujo principal, que recorre el intercambiador, con el flujo provocado por

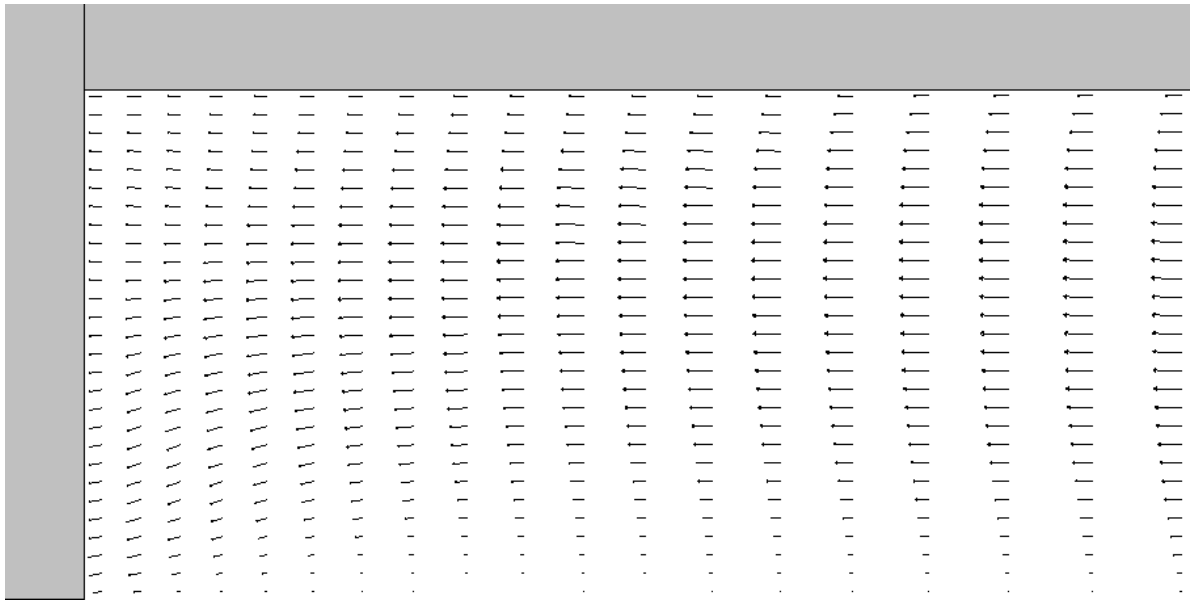
el movimiento del rascador en dirección opuesta, dando lugar a esta recirculación. La zona sin velocidad que aparecía para Reynolds 25 ahora ha desaparecido.

En la figura 6.29 se muestra la zona posterior al rascador. Como se observa, la velocidad en esta zona es opuesta a la velocidad del flujo principal, pues este fluido está siendo arrastrado por el rascador. Esta zona de flujo opuesto da lugar a otra remanso de flujo, mostrada en la figura 6.30, en la que el fluido pasa de nuevo a tener velocidad según el flujo principal, generando una pequeña zona sin velocidad (o zona de remanso).

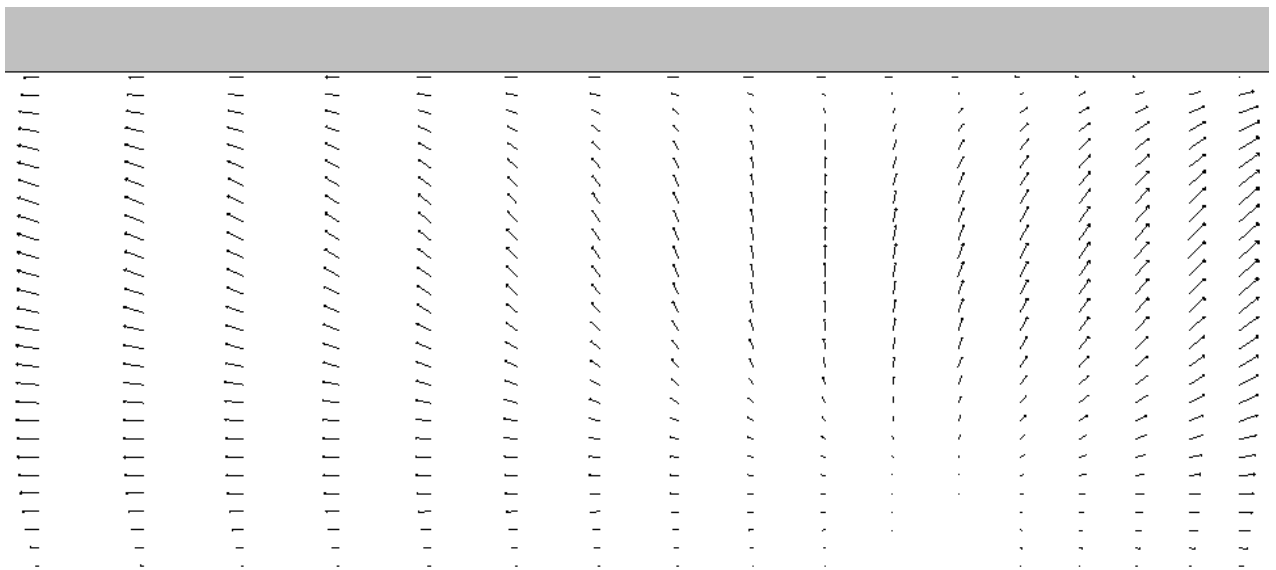


**Figura 6.28.** Vectores de velocidad en la zona anterior al rascador para  $Re\ 170$  y  $\omega=-1$ .





**Figura 6.29.** Vectores de velocidad en la zona posterior al rascador para  $Re = 170$  y  $\omega = -1$ .



**Figura 6.30.** Vectores de velocidad en la zona de transición para  $Re = 170$  y  $\omega = -1$ .

En la figura 6.31 se muestran los perfiles de velocidades en  $3P/4$  para los Reynolds 80 y 120, y en la figura 6.32 para los Reynolds 170 y 250, con los distintos valores de  $\omega$ . La influencia de los rascadores es alta y los perfiles son muy aplanados.

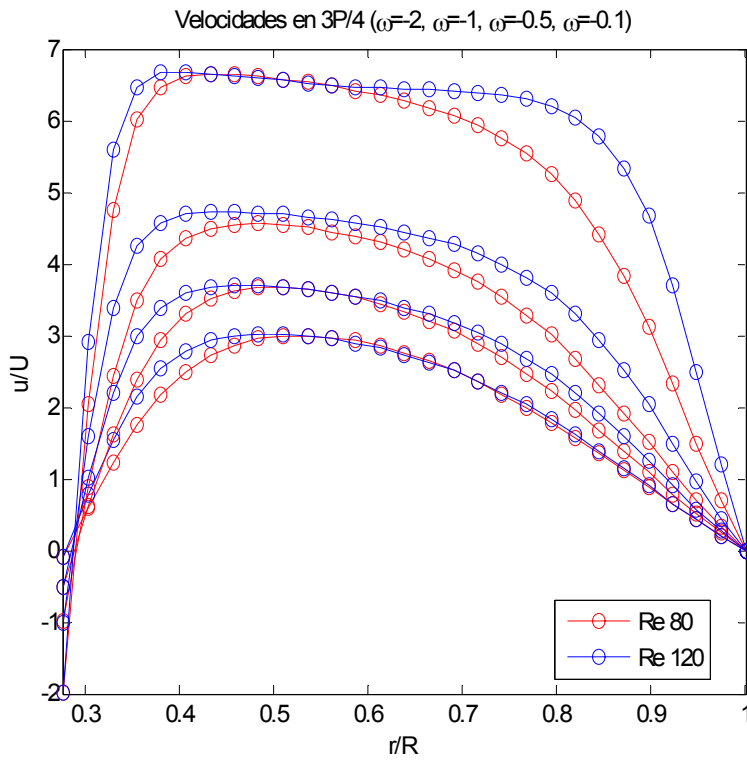


Figura 6.31. Perfiles de velocidades en  $3P/4$  para Re 80 y 120, con  $\omega < 0$ .

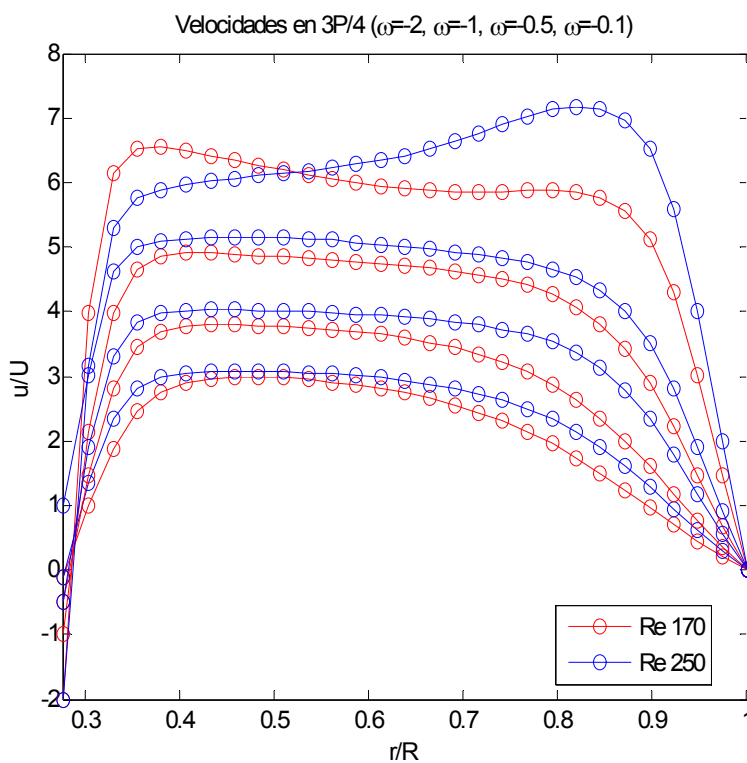


Figura 6.32. Perfiles de velocidades en  $3P/4$  para Re 170 y 250, con  $\omega < 0$ .

### 6.1.3. Caso dinámico. Equicorriente ( $\omega > 0$ )

A continuación se muestran los contornos de velocidades para el problema de flujo con el conjunto de rascadores en movimiento equicorriente, es decir, con  $\omega > 0$ . Los resultados mostrados corresponden a los Reynolds 25 y 170, establecidos como representativos en el apartado 6.1.1, y para todos los valores de  $\omega$ , realizando después un estudio en detalle de los casos más relevantes.

- Reynolds 25

Los isocontornos de velocidades, adimensionalizados con la velocidad media  $U$ , son los mostrados en las figuras 6.33, 6.34, 6.35, y 6.36.

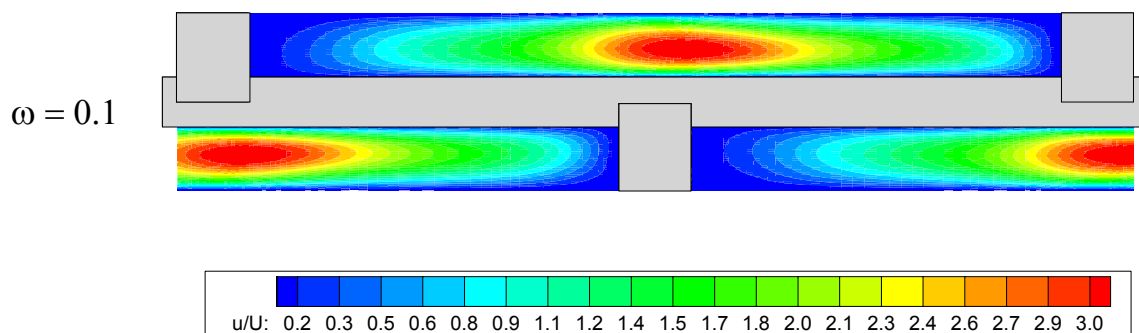


Figura 6.33. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 25 y  $\omega=0.1$ .

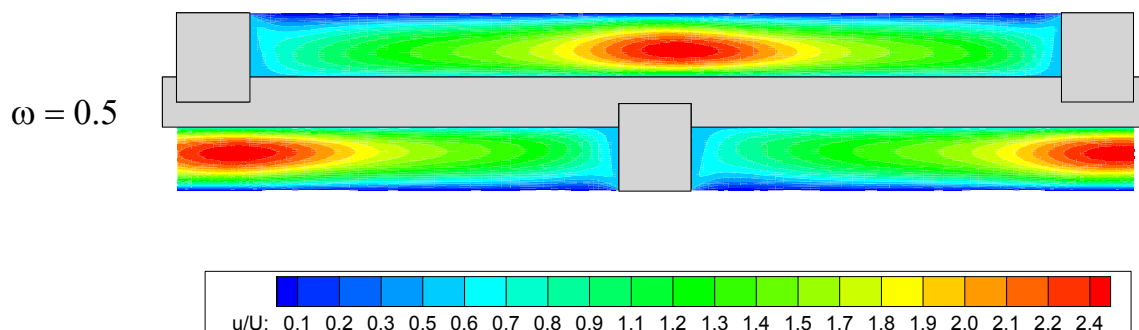


Figura 6.34. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 25 y  $\omega=0.5$ .

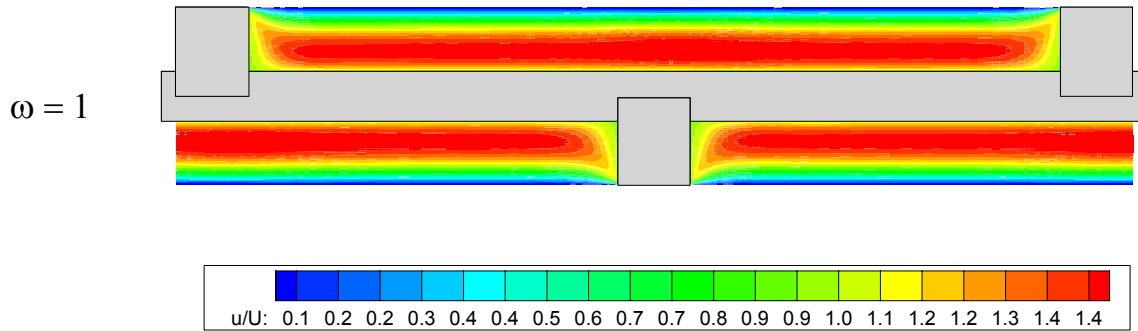


Figura 6.35. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 25 y  $\omega=1$ .

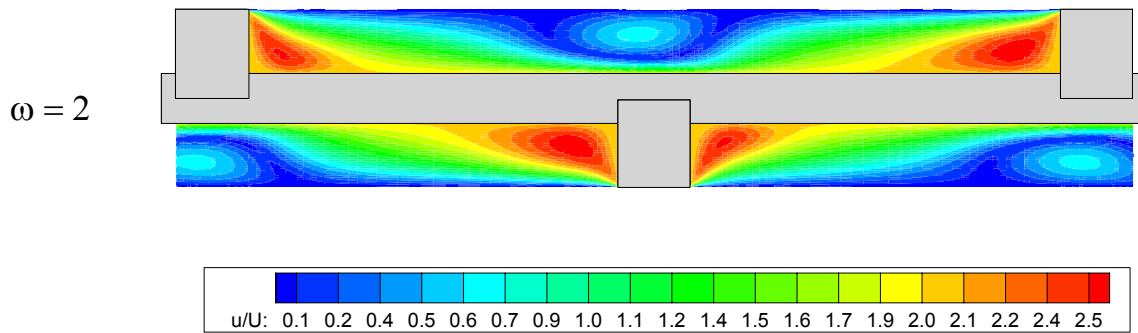


Figura 6.36. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 25 y  $\omega=2$ .

Se observa que un aumento de la velocidad del rascador crea un contorno de velocidades cada vez más uniforme hasta llegar a  $\omega=1$ , para el cual todo el dominio tiene prácticamente la misma velocidad. Pasar a  $\omega=2$  supone una rotura de esta uniformidad, creando una recirculación en la zona opuesta al rascador (menor sección de paso). Las zonas de velocidad máxima son las contiguas a los tacos rascadores. Se puede apreciar que la zona de paso del flujo, en el sentido original de este, ha quedado reducida y es prácticamente inexistente. En esta situación el flujo es pues arrastrado y empujado por el rascador, con una estructura completamente diferente a cuando fluía debido al gradiente de presiones propio.

Para poder observar mejor el comportamiento, se ha representado con más detalle en las figuras 6.37 y 6.40 los casos representativos  $\omega=1$  y  $\omega=2$ . El paso de la situación de la figura 6.37 a la 6.40 supone el cambio de estructura. El caso  $\omega=1$  representa pues la situación de transición. Las zonas en trazo discontinuo se encuentran representadas mediante vectores.

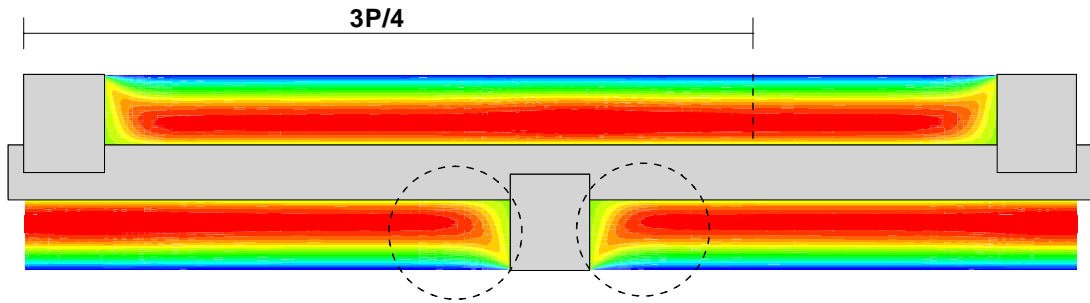


Figura 6.37. Isocontornos de velocidades y zonas estudiadas para  $Re\ 25$  y  $\omega=1$ .

En las figuras 6.38 y 6.39 se muestran respectivamente las zonas anterior y posterior al rascador de la figura 6.37. Como se observa, la velocidad es prácticamente la misma en todo el volumen, mostrando una simetría respecto al rascador. Todo el conjunto se mueve a la misma velocidad

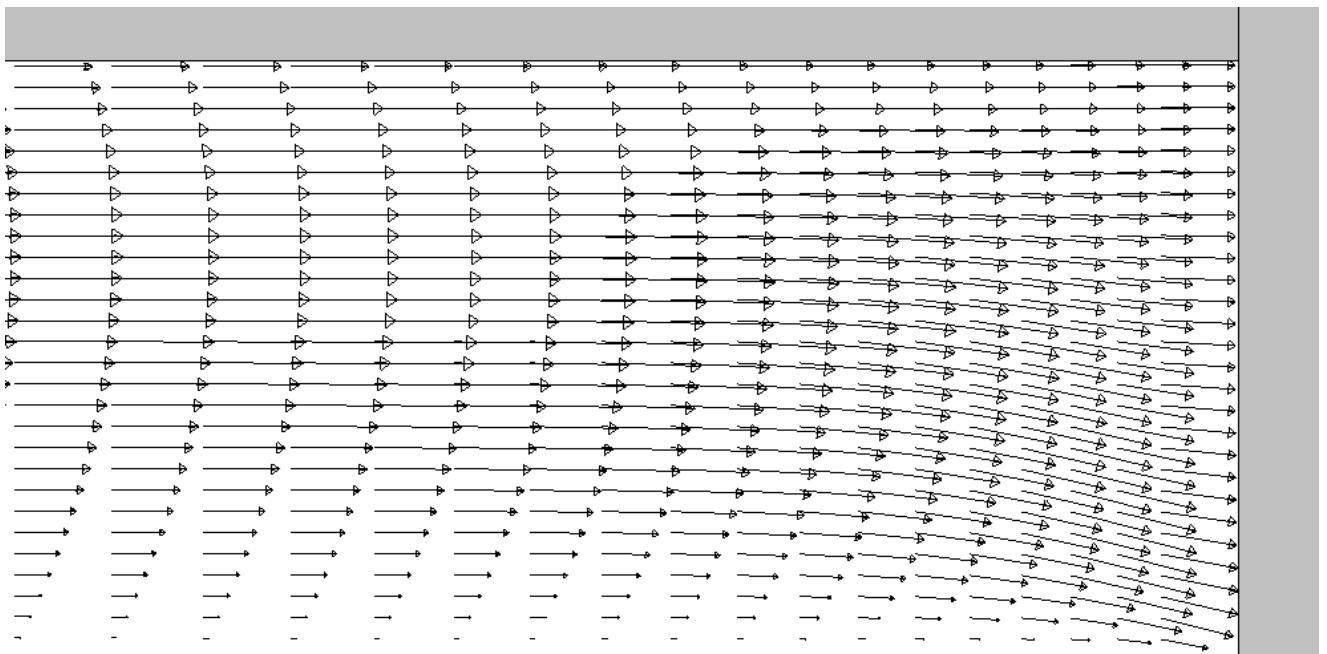


Figura 6.38. Vectores de velocidad en la zona anterior al rascador para  $Re\ 25$  y  $\omega=1$ .

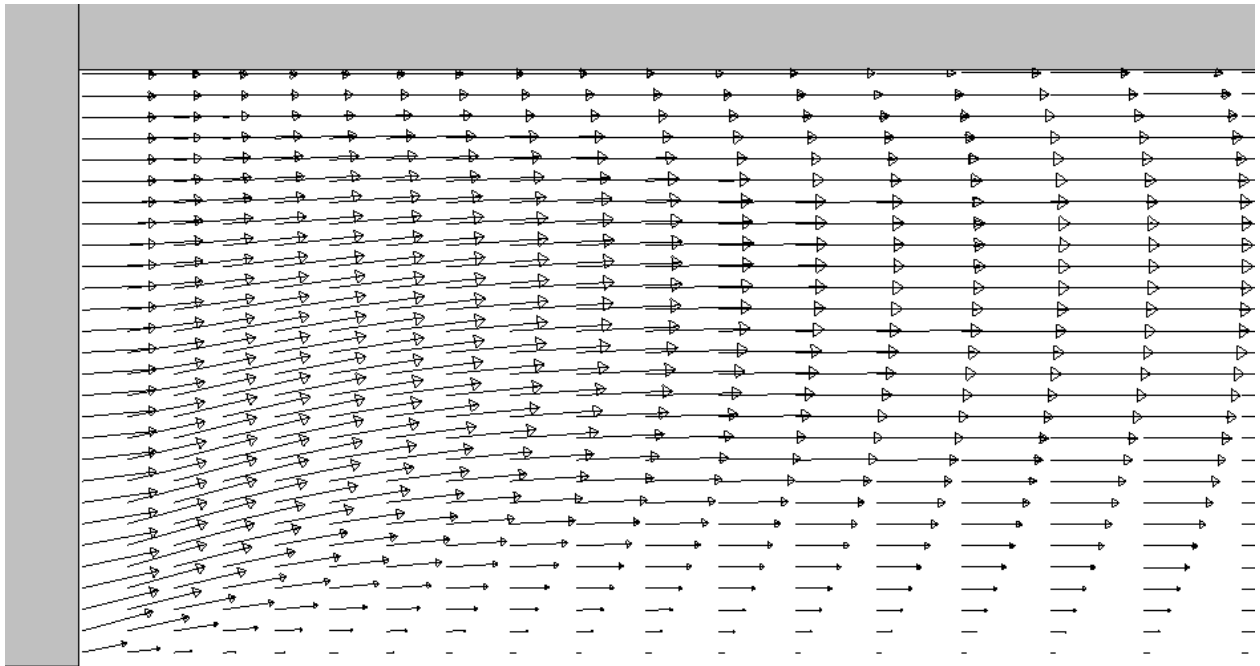


Figura 6.39. Vectores de velocidad en la zona posterior al rascador para  $Re\ 25$  y  $\omega=1$ .

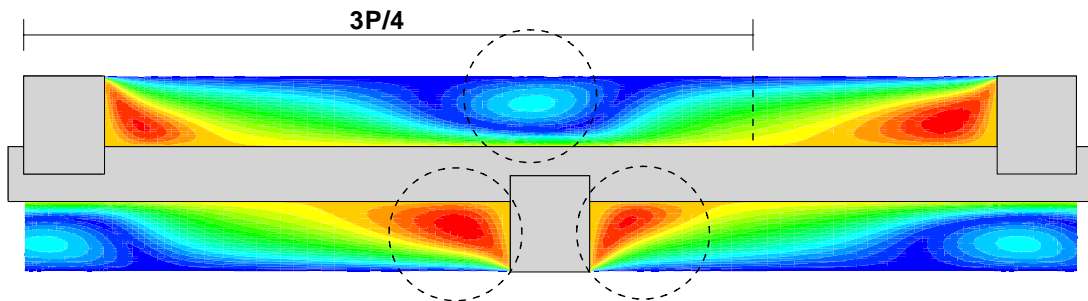


Figura 6.40. Isocontornos de velocidades y zonas estudiadas para  $Re\ 25$  y  $\omega=2$ .

En las figuras 6.41 y 6.42 se muestran respectivamente las zonas anterior y posterior al rascador de la figura 6.40. La velocidad en estas zonas es igual a la velocidad del rascador, pues el fluido es arrastrado y empujado por éste.

En la figura 6.43 se muestra el vórtice formado en la parte opuesta al rascador, como se puede apreciar por esta sección el único flujo de avance existente es el inducido por el movimiento del propio eje del rascador. El flujo debido al gradiente de presiones es ya inexistente.

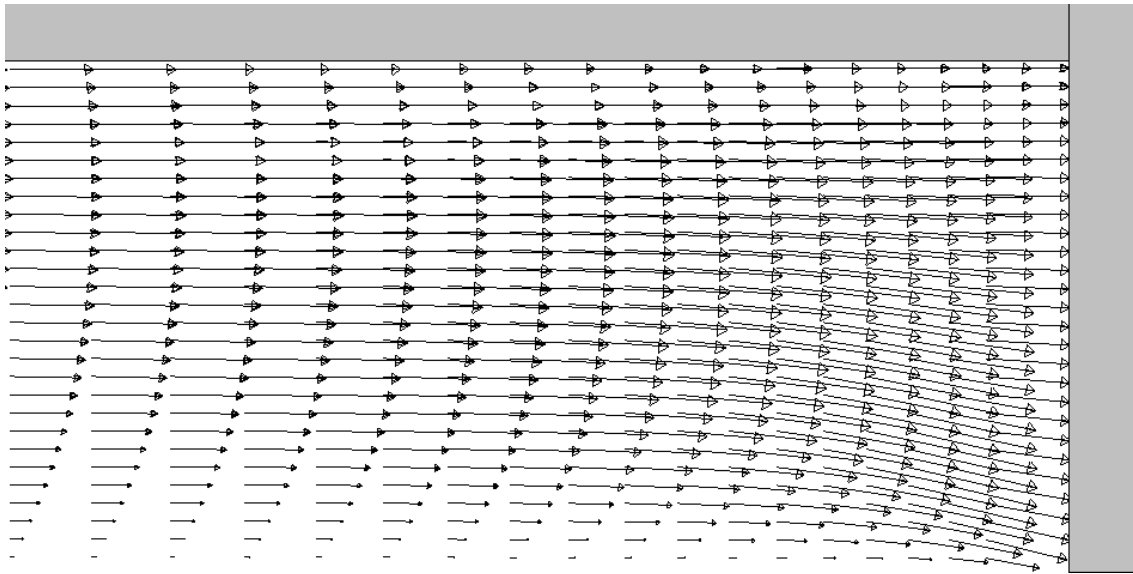


Figura 6.41. Vectores de velocidad en la zona anterior al rascador para  $Re\ 25$  y  $\omega=2$ .

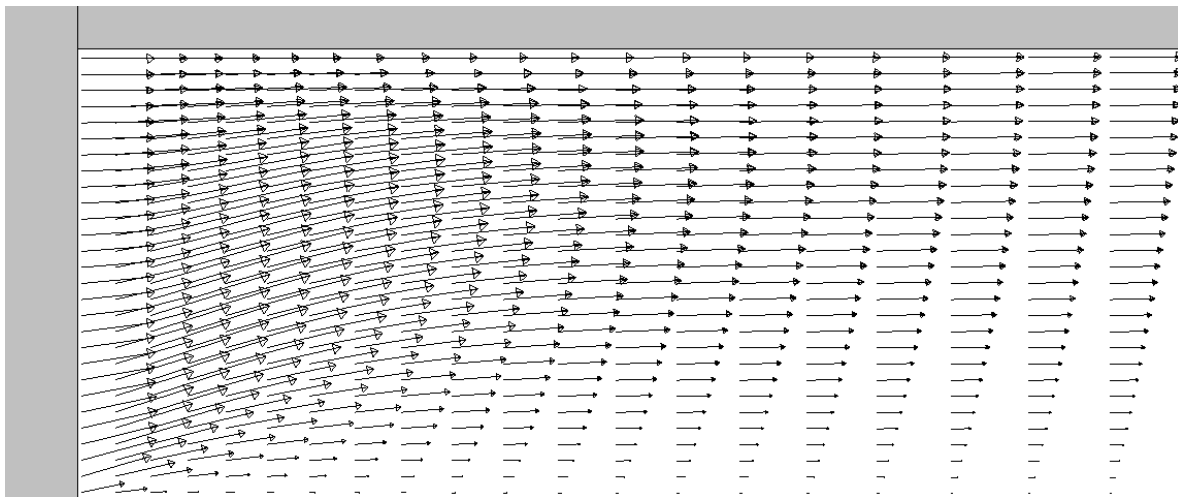


Figura 6.42. Vectores de velocidad en la zona posterior al rascador para  $Re\ 25$  y  $\omega=2$ .

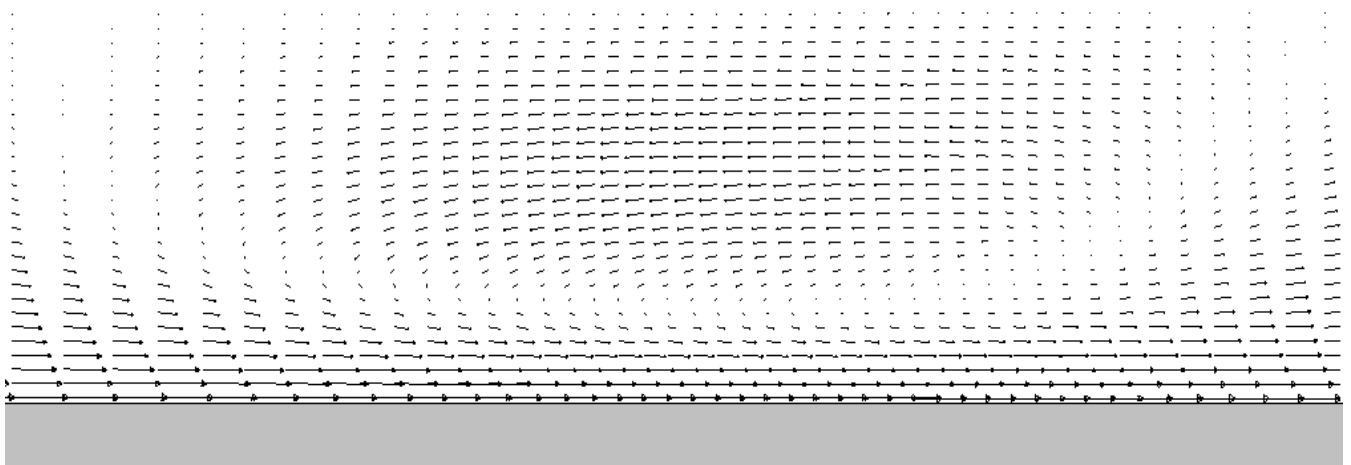


Figura 6.43. Vectores de velocidad en la zona opuesta al rascador para  $Re\ 25$  y  $\omega=2$ .

En la figura 6.44 se muestran los perfiles de velocidades en  $3P/4$  para los Reynolds 20 y 25, y en la figura 6.45 para los Reynolds 30 y 50, con los distintos valores de  $\omega$ . Al igual que en el caso estático, para bajos Reynolds el perfil es semejante a la solución en conducto anular, aunque las parábolas son más pronunciadas.

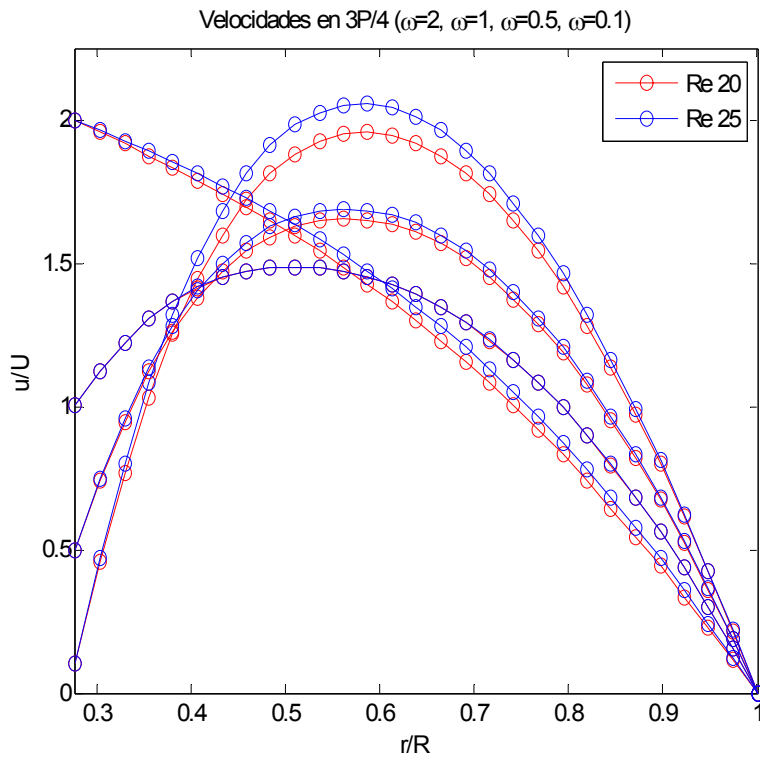


Figura 6.44. Perfiles de velocidades en  $3P/4$  para Re 20 y 25, y  $\omega > 0$ .

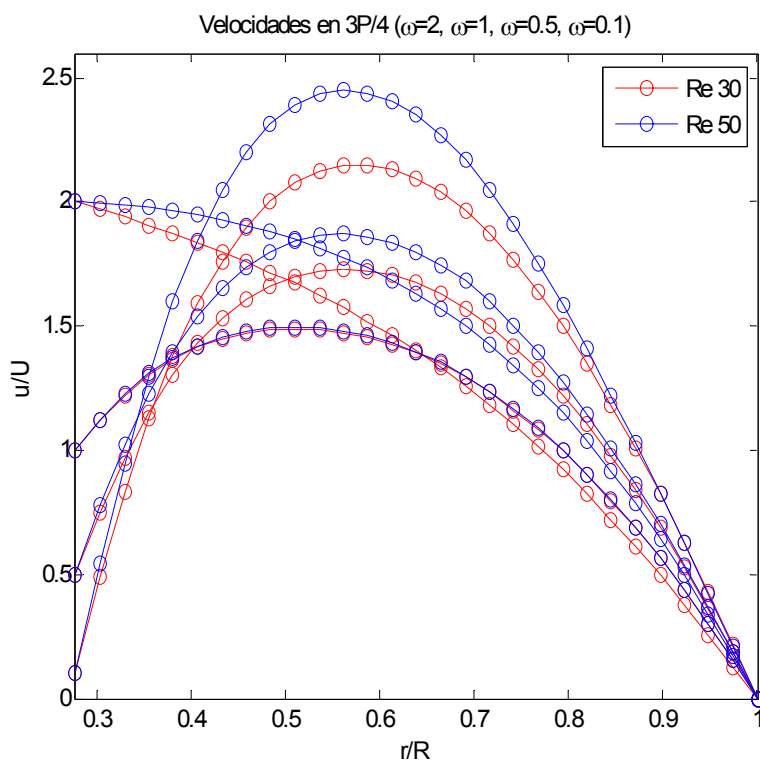


Figura 6.45. Perfiles de velocidades en  $3P/4$  para Re 30 y 50, con  $\omega > 0$ .



- Reynolds 170

Los contornos de velocidades, adimensionalizados con la velocidad media  $U$ , son los mostrados en las figuras 6.46, 6.47, 6.48, y 6.49.

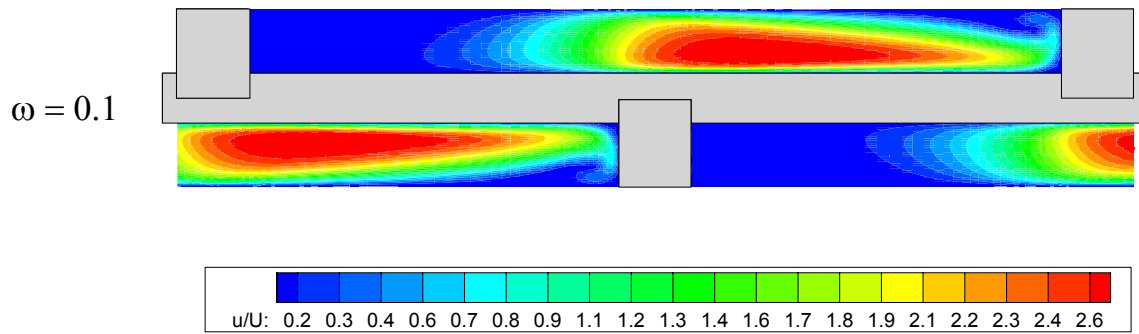


Figura 6.46. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 170 y  $\omega=0.1$ .

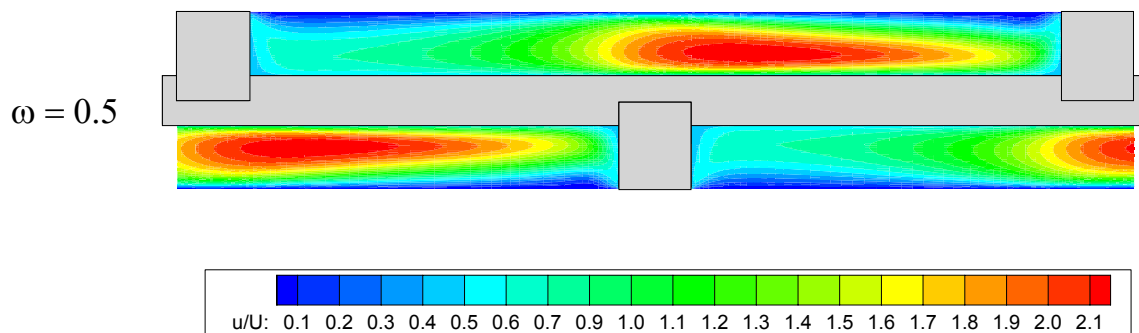


Figura 6.47. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 170 y  $\omega=0.5$ .

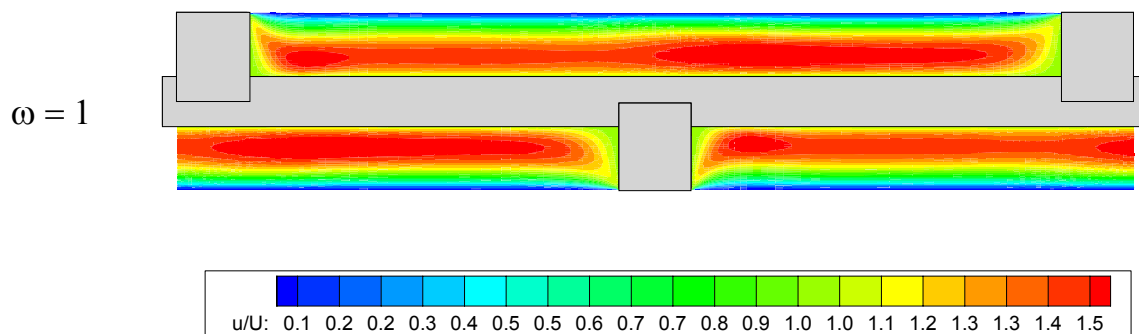


Figura 6.48. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 170 y  $\omega=1$ .

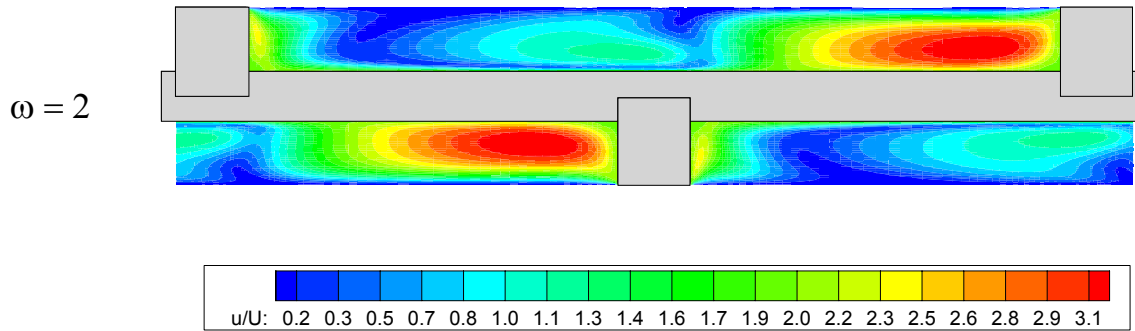


Figura 6.49. Isocontornos de velocidades adimensionales para Re 170 y  $\omega=2$ .

Se observa que un aumento de la velocidad del rascador crea un isocontorno de velocidades cada vez más uniforme hasta llegar a  $\omega=1$ , para el cual todo el dominio tiene prácticamente la misma velocidad. Pasar a  $\omega=2$  supone una rotura de esta uniformidad, pero a diferencia de lo ocurrido en Reynolds bajos, en este caso el flujo debido al gradiente de presiones sigue teniendo importancia, por lo que la zona de velocidad máxima aparece en la zona anterior al rascador, mientras que en la posterior se crea una rotura de flujo y una recirculación que llega hasta la parte opuesta del rascador siguiente. Para altos valores de Reynolds el rascador genera pues una zona de arrastre, pero no una zona de empuje tal y como lo hacía para bajos Reynolds.

Para poder observar mejor el comportamiento, se ha representado con más detalle en la figura 6.50 el caso representativo  $\omega=2$ , ya que el caso  $\omega=1$  es muy similar al ya expuesto para Re 25.

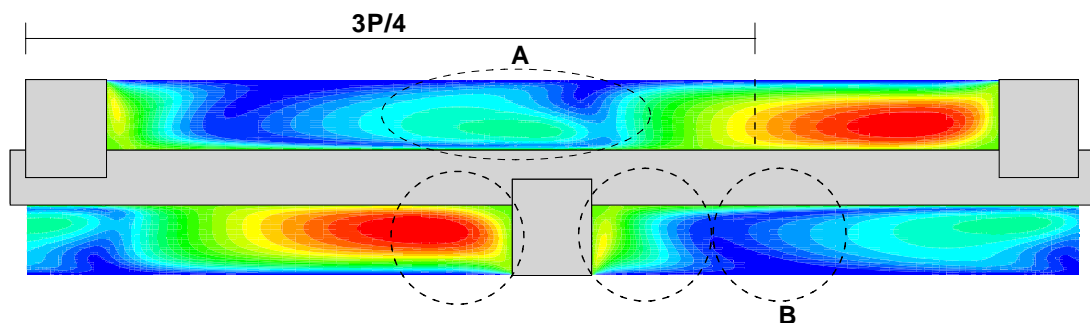


Figura 6.50. Isocontornos de velocidades y zonas estudiadas para Re 170 y  $\omega=2$ .

En la figura 6.51 y 6.52 se muestran la zonas anterior y posterior al rascador. La zona anterior es similar a los otros casos ya vistos con  $\omega=1$ . Sin embargo la zona posterior muestra un flujo más cambiante, dando paso a una pequeña recirculación que termina en la zona de remanso B, mostrada en la figura 6.54.

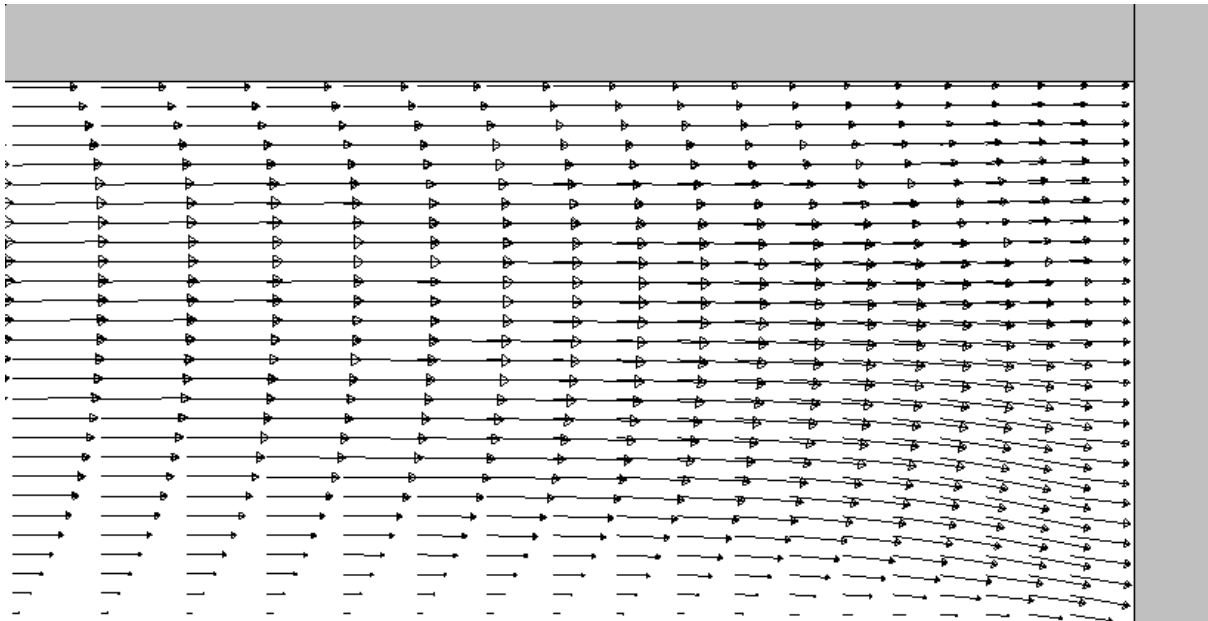


Figura 6.51. Vectores de velocidad en la zona anterior al rascador para  $Re\ 170$  y  $\omega=2$ .

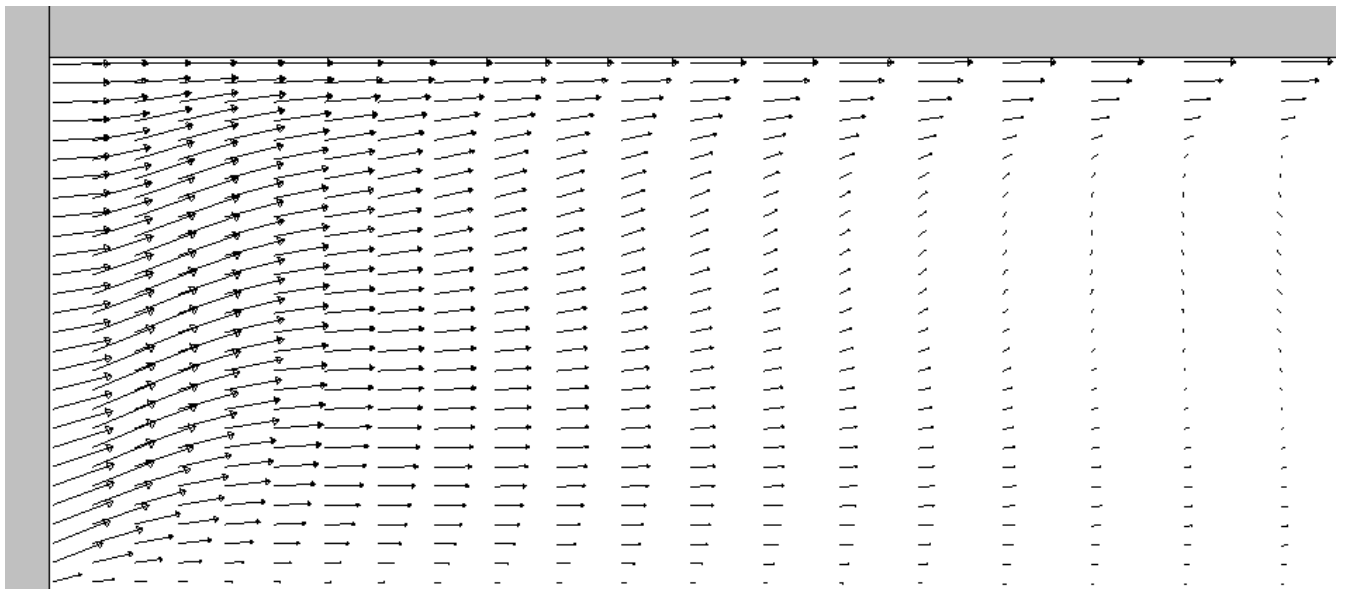


Figura 6.52. Vectores de velocidad en la zona posterior al rascador para  $Re\ 170$  y  $\omega=2$ .

En la figura 6.54 se muestra se muestra la recirculación y la posterior rotura del flujo correspondientes a la zona A.

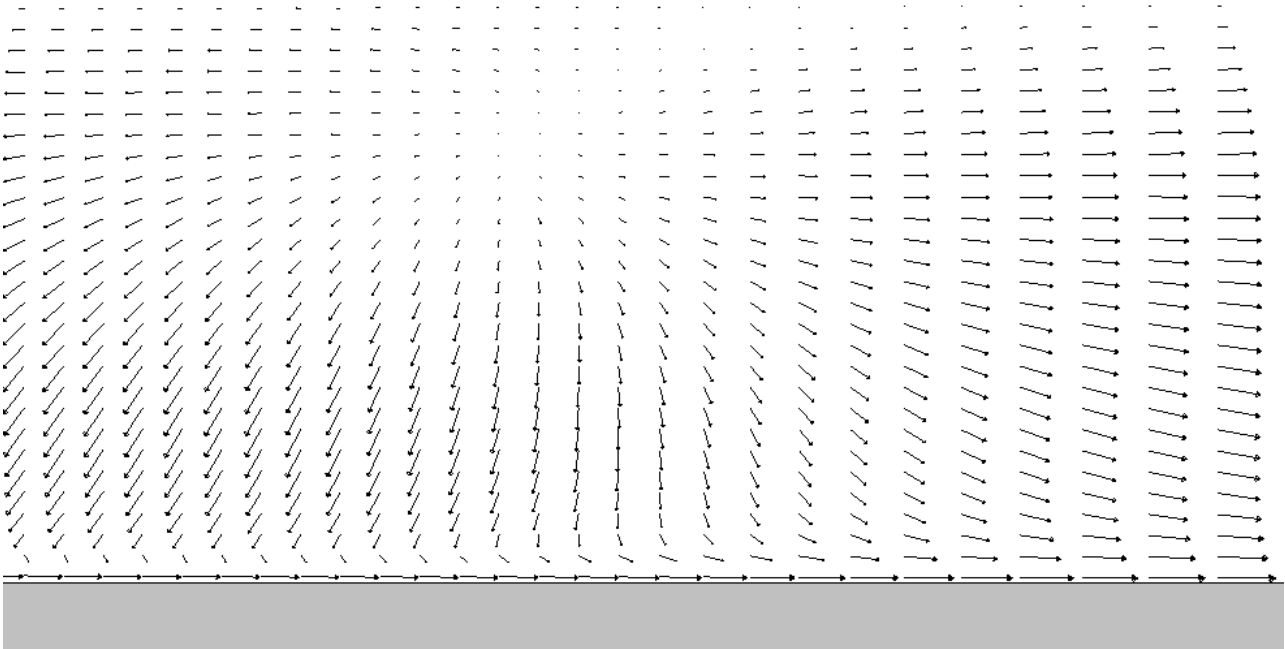


Figura 6.53. Vectores de velocidad en la zona B para  $Re = 170$  y  $\omega = 2$ .

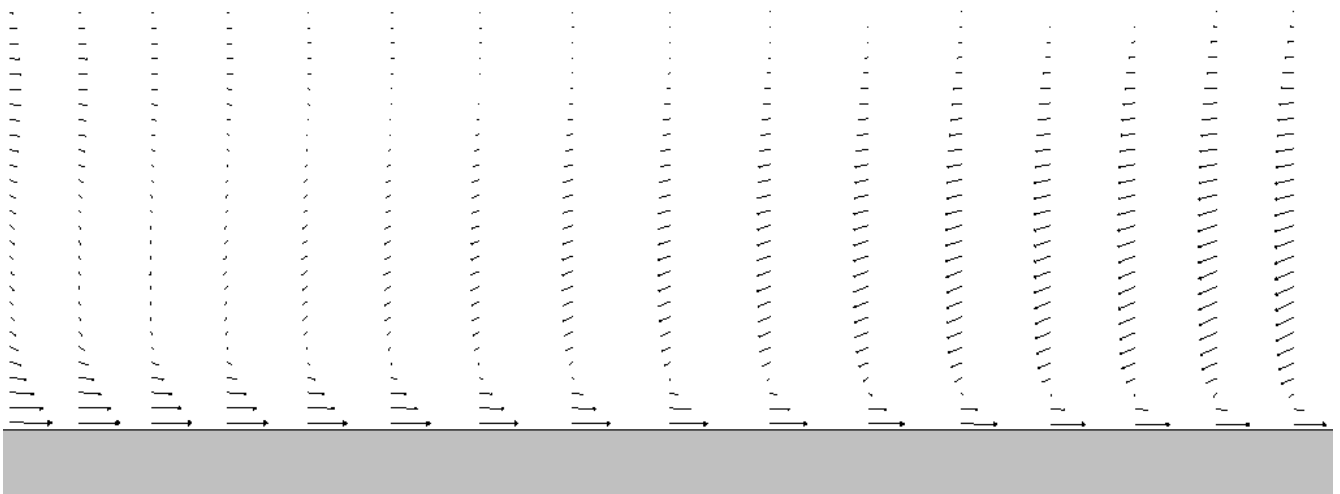
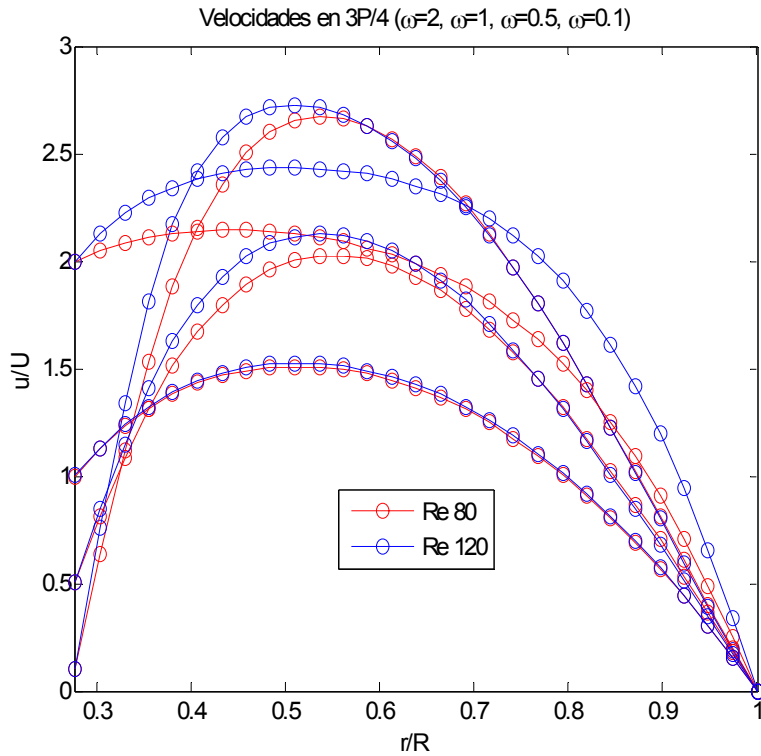
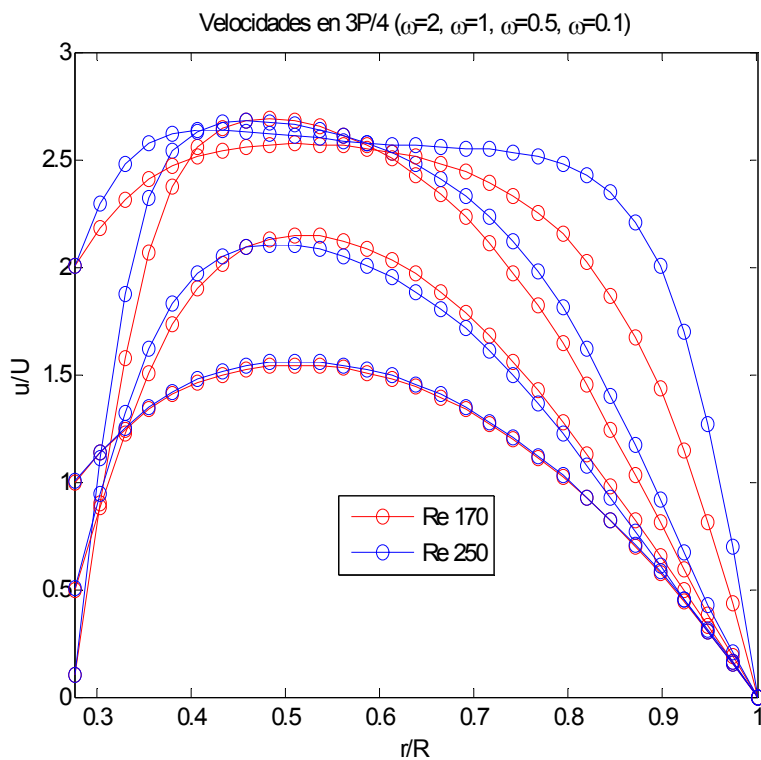


Figura 6.54. Vectores de velocidad en la zona A para  $Re = 170$  y  $\omega = 2$ .

En la figura 6.55 se muestran los perfiles de velocidades en  $3P/4$  para los Reynolds 80 y 120, y en la figura 6.56 para los Reynolds 170 y 250, con los distintos valores de  $\omega$ . En este caso el perfil permanece parabólico hasta llegar a valores altos de Reynolds, pero con parábolas mucho mayores que las obtenidas en conducto anular.



**Figura 6.55.** Perfiles de velocidades en  $3P/4$  para Re 80 y 120, con  $\omega > 0$ .



**Figura 6.56.** Perfiles de velocidades en  $3P/4$  para Re 170 y 250, con  $\omega > 0$ .

## 6.2. PRESIÓN Y FACTOR DE FRICCIÓN DE FANNING

En este apartado se muestran los resultados obtenidos para el campo de presiones y el factor de fricción de Fanning. Se van a presentar en detalle únicamente los casos establecidos como representativos en el apartado 6.1, pues se considera que representan al resto de casos simulados pero no expuestos.

El factor de fricción de Fanning se ha obtenido a partir de la expresión (2.11), obteniendo la caída de presión  $\Delta P$  a partir del promedio de presiones en cada una de las caras que conforman la entrada y la salida del volumen central, separadas una longitud  $L=97.3 \text{ mm}$  (figura 6.58). El diámetro hidráulico  $D_H$  utilizado es el del conducto anular, sin considerar los rascadores, de valor  $13 \text{ mm}$ .

### 6.2.1. Caso estático ( $\omega=0$ )

El factor de fricción se ha representado en una gráfica logarítmica frente al número de Reynolds para flujo no Newtoniano  $Re_B$ , dado por la ecuación (2.14). La relación entre  $Re$  y  $Re_B$  está representada en la figura 5.6. En la figura 6.57 se han representado los factores de fricción para cada uno de los ocho casos estáticos estudiados, junto con la solución analítica para el caso del conducto anular.

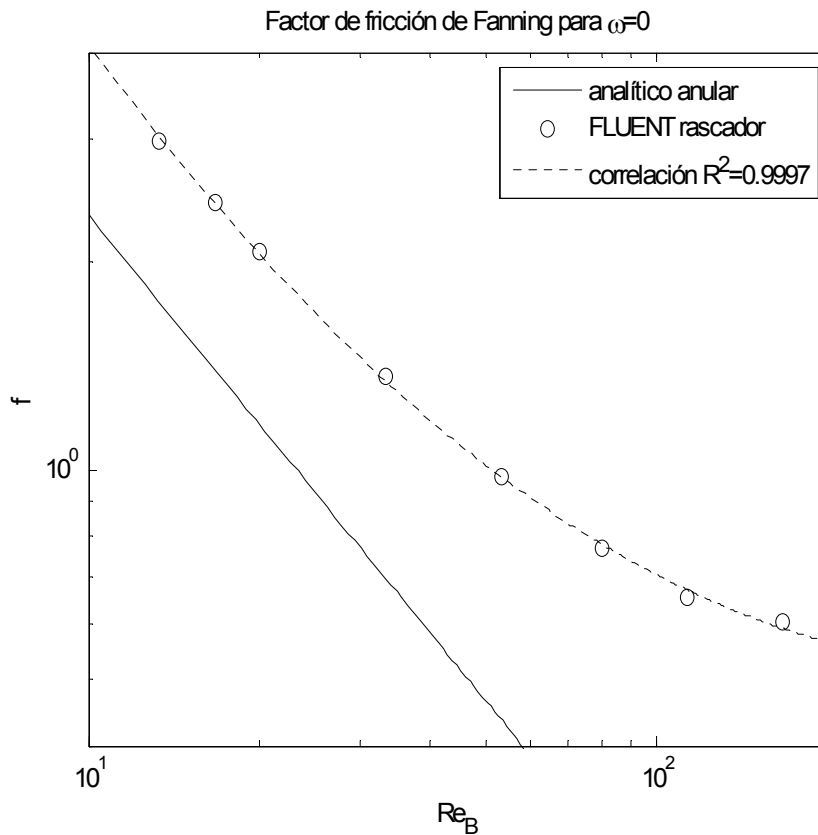
Se ha realizado una correlación polinómica sobre los valores logarítmicos de los datos obtenidos,

$$f = \exp(0.1479 \log(Re_B)^2 - 1.7859 \log(Re_B) + 4.7388) \quad (6.2)$$

que permite obtener el valor del coeficiente de fricción  $f$  con un coeficiente de regresión  $R^2=0.9997$ . Dicha correlación se encuentra representada en la figura 6.57.

Se observa que, como es lógico, el coeficiente de fricción es mayor que en el conducto anular, y a diferencia de éste, al representarlo en ejes logarítmicos no tiene una tendencia lineal, si no que  $f$  disminuye trazando una parábola. Conforme mayor es el valor de Reynolds, la disminución de  $f$  es más lenta.

Este comportamiento, extrapolado a mayores valores de Reynolds, lleva a pensar que para un valor de  $Re_B$  igual a 450 se produzca un punto de inflexión a partir del cual  $f$  comience a aumentar, aunque, como está es ya una zona de transición, lo más lógico es que el paso a régimen turbulento conlleve un cambio en el comportamiento, dejando de ser válido este modelo. Las simulaciones en la zona de transición no proporcionan una buena predicción.



**Figura 6.57.** Factor de fricción de Fanning y correlación para  $\omega=0$ .

A continuación se mostrarán en detalle los resultados obtenidos para el problema de flujo con el conjunto de rascadores sin movimiento, para los Reynolds 25 y 170.

- **Reynolds 25**

Este caso representa el comportamiento del flujo para bajos valores de Reynolds. Para poder observar la evolución de la presión a lo largo del conducto se ha representado el contorno de presiones en el plano de simetría. Con objetivo de facilitar la comparación entre los distintos casos expuestos, la presión  $P$  se ha adimensionalizado con la presión dinámica en la forma,

$$\frac{P}{P_{din}} = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho U^2} \quad (6.3)$$

donde  $U$  es la velocidad media del flujo y  $\rho$  la densidad.

La figura 6.58 muestra los isocontornos de presiones adimensionales para este caso,

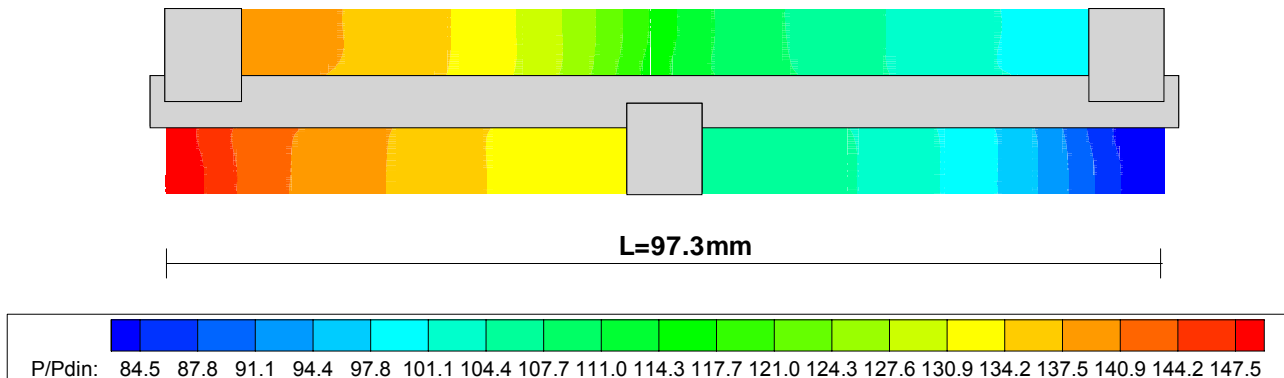


Figura 6.58. Isocontornos de presión para Re 25 y  $\alpha=0$ .

En este caso, y en general para Reynolds bajos, la caída de presión es gradual, produciéndose unos descensos ligeramente más bruscos en la zona de paso opuesta al rascador, debido al estrechamiento de la sección de paso.

El coeficiente de fricción<sup>4</sup> se puede obtener a partir del esfuerzo cortante en la pared, a partir de la expresión,

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U^2} \tag{6.4}$$

donde  $\tau_w$  es el esfuerzo cortante.

En la figura 6.59 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, desplegada sobre el plano del papel, junto con los isocontornos de velocidades adimensionales para diversas secciones. Como se puede observar, la zona de máxima fricción se encuentra en la parte opuesta del comienzo del rascador. Esta zona es la que recibe el impacto del flujo desviado por el rascador, y como se observa en las secciones correspondientes, la velocidad del fluido próximo a la pared es alta.

Por el contrario las zonas anterior, y principalmente posterior al rascador presentan un coeficiente de fricción muy bajo. Esto es debido, como se puede observar en las secciones correspondientes, a que el fluido en estas zonas tiene velocidad muy baja, siendo la fricción nula.

<sup>4</sup> Este coeficiente se corresponde con el factor de fricción de Fanning  $f$ , aunque se ha notado como  $C_f$  para diferenciar el valor obtenido a partir de la caída de presión del obtenido a partir del esfuerzo cortante.



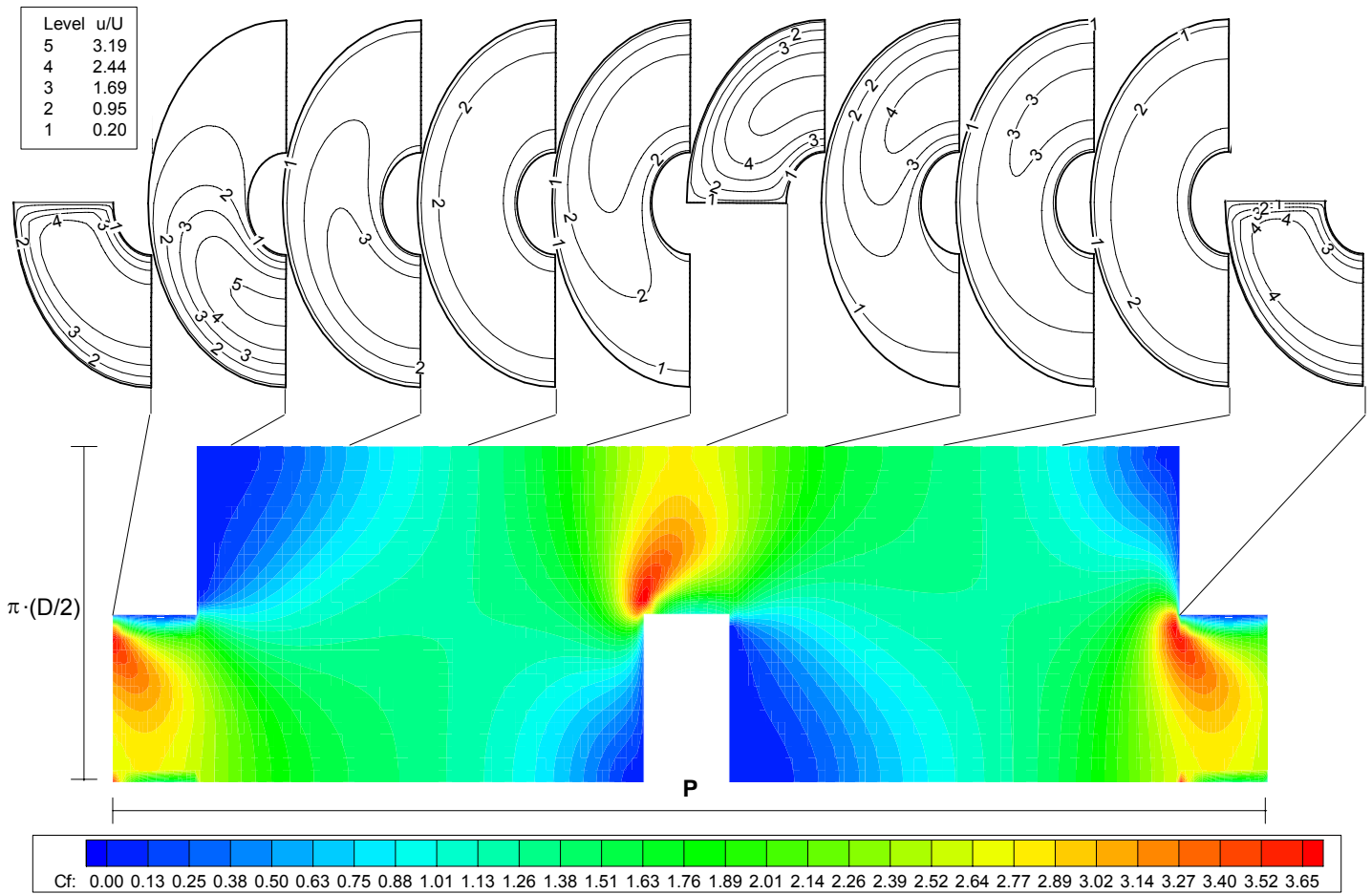


Figura 6.59. Coeficiente de fricción en la pared para  $Re\ 25$  y  $\omega=0$ .

En la figura 6.60 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, promedio de cada sección, en función de la coordenada axial. Como se puede observar, y en concordancia con lo explicado, el coeficiente de fricción alcanza su valor máximo justo al inicio de la zona opuesta al rascador, para alcanzar su valor mínimo poco después de atravesarla por completo. Estos valores tan altos se deben a la zona de paso opuesta al rascador, donde el flujo desviado impacta con la pared, elevando mucho la fricción.

El valor medio del coeficiente de fricción es de  $1.4153$ , mientras que el valor del factor de fricción proporcionado por (2.11) es de  $2.4235$ . La diferencia entre ambos, de un 42%, se debe a la fricción existente en el eje y los tacos rascadores, que como se verá con más claridad más adelante, tiene una importancia considerable.

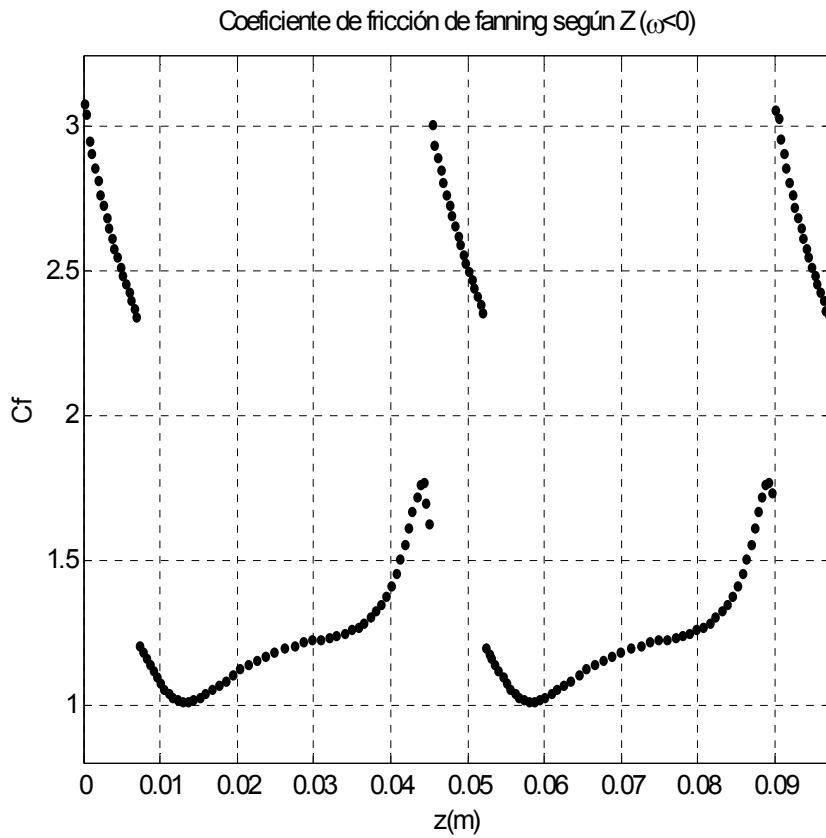


Figura 6.60. Coeficiente de fricción promedio en la pared según Z para Re 25 y  $\omega=0$ .

- Reynolds 170

Este caso representa el comportamiento del flujo para altos valores de Reynolds. La figura 6.61 muestra los isocontornos de presiones adimensionales para este caso,

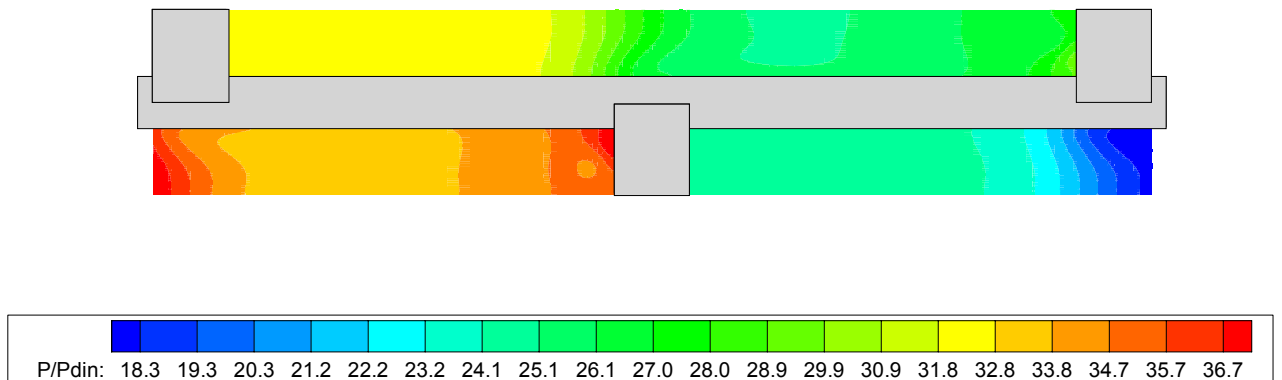


Figura 6.61. Isocontornos de presión para Re 170 y  $\omega=0$ .

En este caso, y en general para Reynolds bajos, la caída de presión es brusca, produciéndose los descensos principalmente en la zona de paso opuesta al rascador, debido al estrechamiento de la sección de paso. En la sección anterior al rascador se produce un aumento de la presión, debido a la zona de menor velocidad producida por la recirculación mostrada en la figura 6.10, cuyo vórtice coincide con la zona circular de presión ligeramente inferior. En la zona posterior al rascador la presión es uniforme y menor a la de la zona de paso.

En la figura 6.62 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, desplegada sobre el plano del papel, junto con los isocontornos de velocidades adimensionales para diversas secciones.

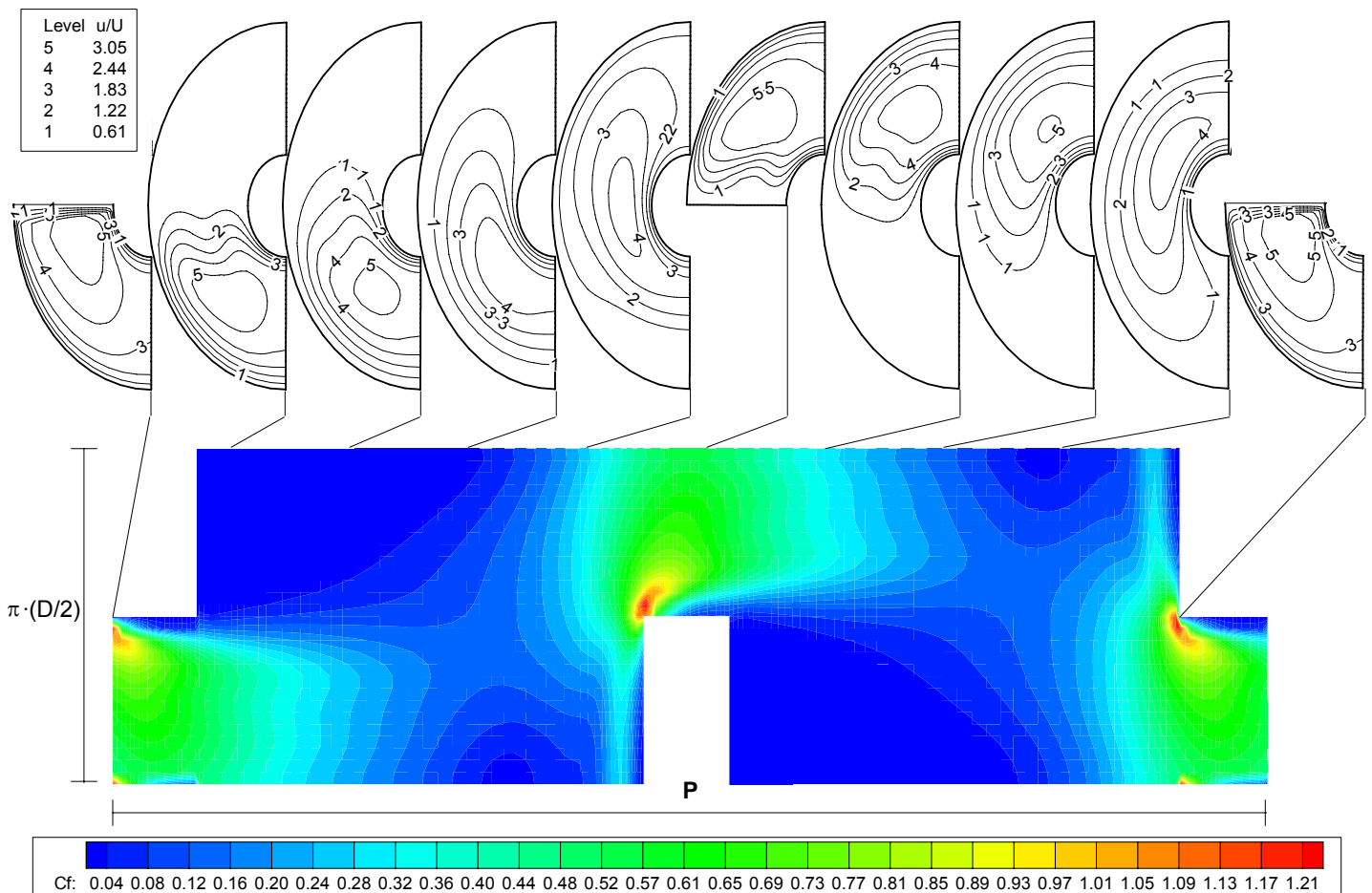


Figura 6.62. Coeficiente de fricción en la pared para  $Re = 170$  y  $\omega = 0$ .

Como se puede observar y al igual que ocurría para  $Re = 25$ , la zona de máxima fricción se encuentra en la parte opuesta del comienzo del rascador. Esta zona es la que recibe el impacto del flujo desviado por el rascador, y como se observa en las secciones correspondientes, la velocidad del fluido próximo a la pared es alta.

Por el contrario las zonas anterior posterior al rascador presentan un coeficiente de fricción muy bajo en una superficie más extensa que para  $Re\ 25$ . Esto es debido, como se puede observar en las secciones correspondientes, a que el fluido en estas zonas tiene velocidad prácticamente nula, siendo la fricción igualmente nula. Se aprecia como la zona de fricción nula en la parte posterior al rascador a avanzado respecto a  $Re\ 25$ , debido a la aparición de la recirculación.

En la figura 6.63 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, promedio de cada sección, en función de la coordenada axial. Como se puede observar, y en concordancia con lo explicado, el coeficiente de fricción alcanza su valor máximo justo al inicio de la zona opuesta al rascador, para alcanzar su valor mínimo poco después de atravesarla por completo.

El valor medio del coeficiente de fricción es de  $0.2438$ , mientras que el valor del factor de fricción proporcionado por (2.11) es de  $0.6541$ . La diferencia entre ambos, de un 63% (mayor en proporción que para  $Re\ 25$ ), se debe como antes a la fricción existente en el eje y los tacos rascadores.

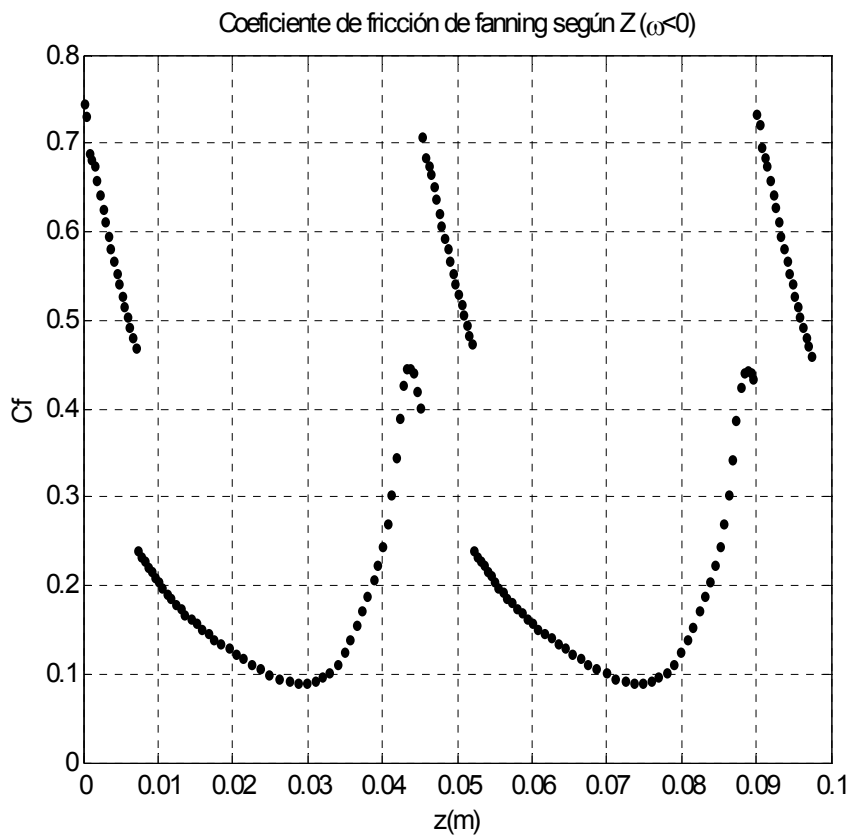
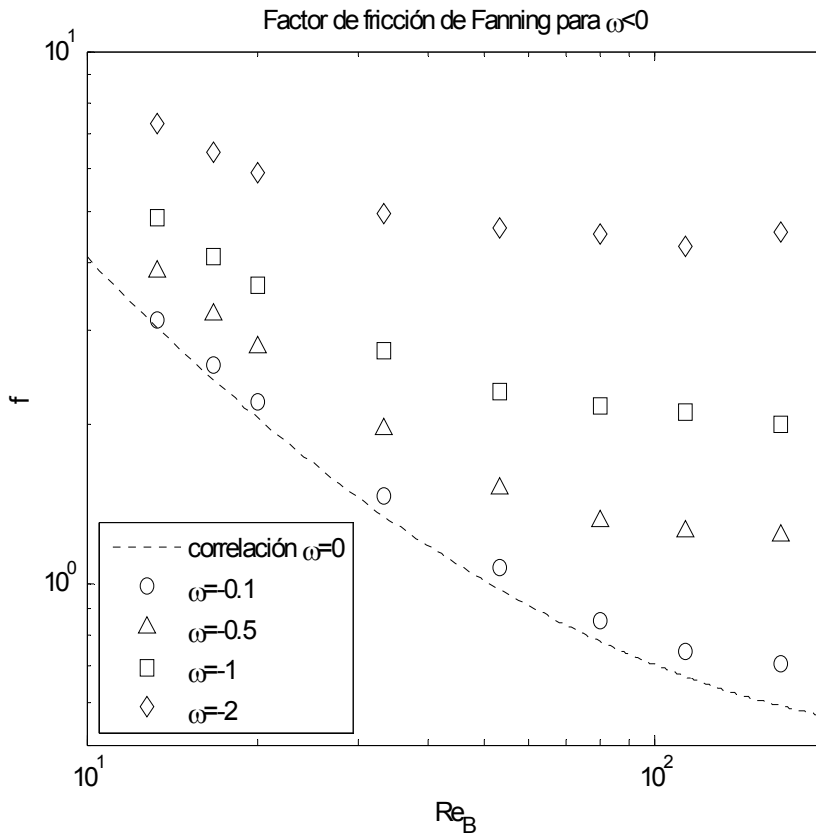


Figura 6.63. Coeficiente de fricción promedio en la pared según  $Z$  para  $Re\ 170$  y  $\omega=0$ .

**6.2.2. Caso dinámico. Contracorriente ( $\omega < 0$ )**

Operando de la misma forma que en el apartado 6.2.1, se ha obtenido el factor de fricción de Fanning para cada uno de los casos simulados en contracorriente. En la figura 6.64 se muestran los resultados obtenidos para las distintas relaciones  $\omega$ , junto con la correlación obtenida para el caso estático.



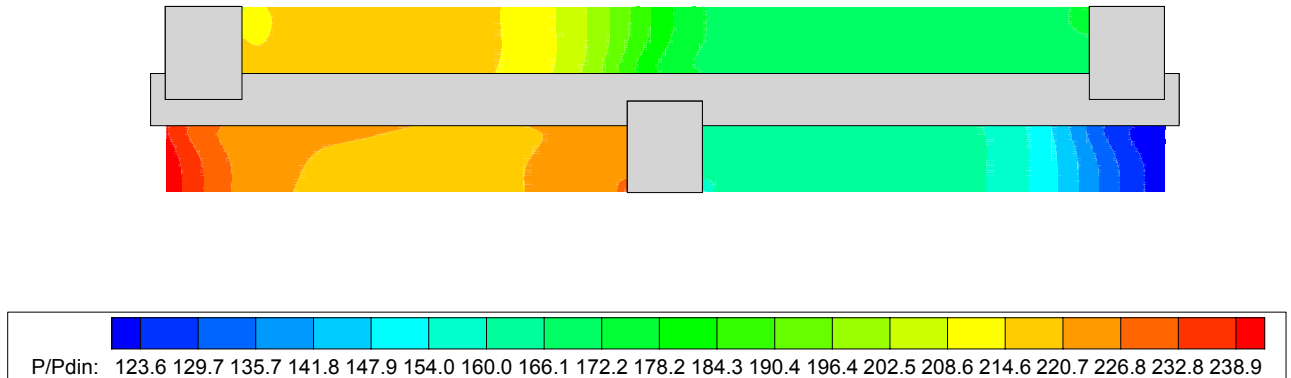
**Figura 6.64.** Factor de fricción de Fanning para  $\omega < 0$ .

Se observa como al aumentar la velocidad de los rascadores en contracorriente, el factor de fricción aumenta respecto al caso estático, pues este movimiento se opone al flujo, aumentando la caída de presión. También se observa que el factor de fricción tiende a estabilizarse antes que el caso estático, es decir, alcanza el punto de inflexión para Reynolds más bajos, incluso se observa un incremento para  $\omega = -2$  y el mayor Reynolds.

A continuación se mostrarán en detalle los resultados obtenidos para el problema de flujo con el conjunto de rascadores en contracorriente, para los Reynolds 25 y 170 y la situación característica  $\omega = -1$ .

- **Reynolds 25**

Este caso representa el comportamiento del flujo para bajos valores de Reynolds y movimiento en contracorriente. De la misma forma que se hizo en el apartado 6.2.1, la figura 6.65 muestra los isocontornos de presiones adimensionales en el plano de simetría.



**Figura 6.65.** Contornos de presión para Re 25 y  $\omega=-1$ .

El efecto que tiene el aumento de  $\omega$  es similar al producido por un aumento del número de Reynolds; provoca en general una caída más brusca de la presión, concentrándose estos saltos en la zona de paso opuesta al rascador. Al mismo tiempo aparece en las zona anterior al rascador un aumento de la presión, y en la posterior un pequeño descenso, provocados por la aparición de recirculaciones.

En la figura 6.66 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, desplegada sobre el plano del papel, junto con los isocontornos de velocidades adimensionales para diversas secciones.

Como se puede observar y al igual que ocurría para el caso estático, la zona de máxima fricción se encuentra en la parte opuesta del comienzo del rascador. Esta zona es la que recibe el impacto del flujo desviado por el rascador, y como se observa en las secciones correspondientes, la velocidad del fluido próximo a la pared es alta. El efecto producido por el movimiento del conjunto rascador es prácticamente el mismo que se vio al pasar de Re 25 a 170 en el caso estático, la zona de fricción nula posterior al rascador se reduce, y la anterior se desplaza hacia delante, debido a las recirculaciones.

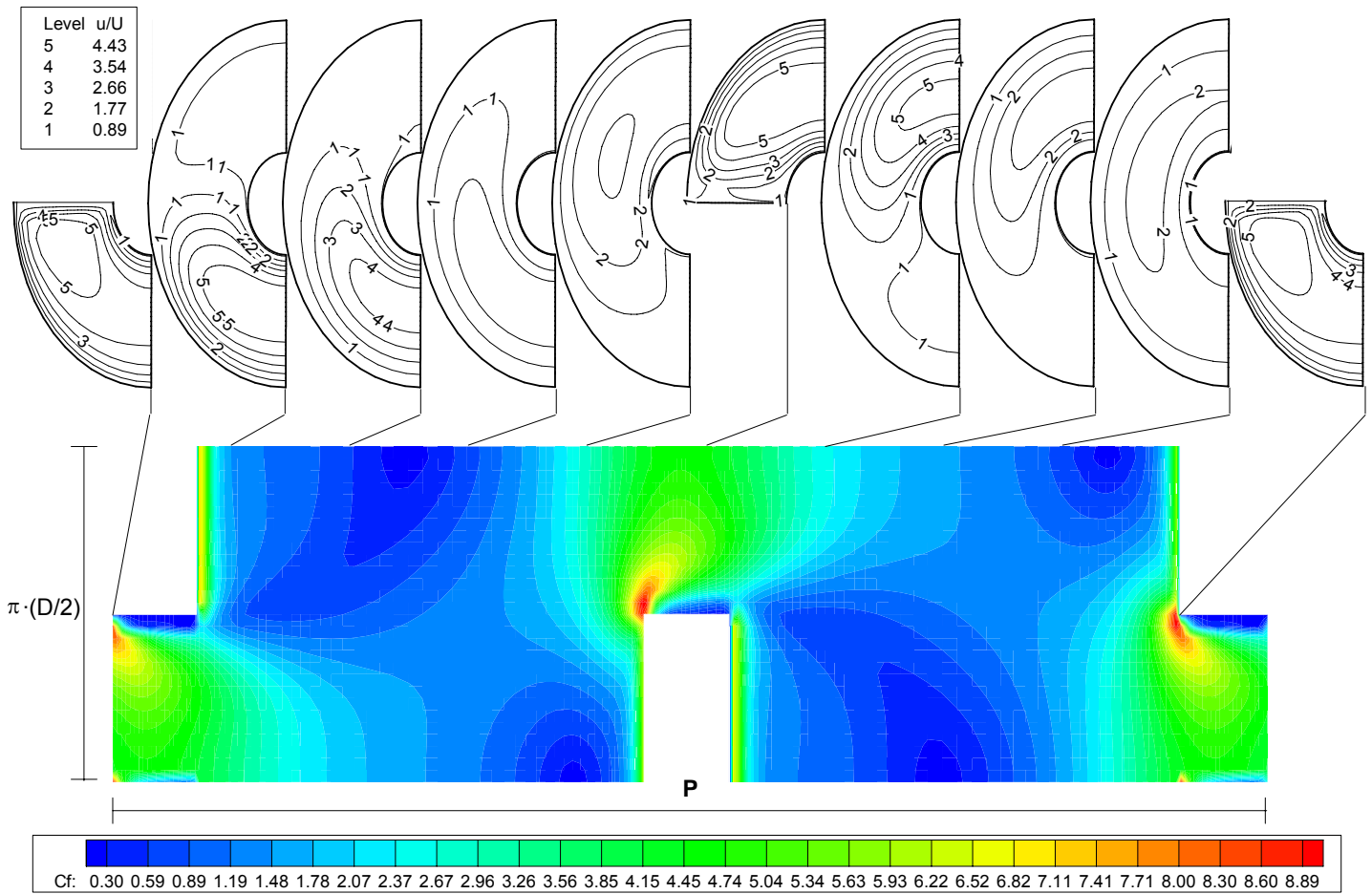


Figura 6.66. Coeficiente de fricción en la pared para  $Re\ 25$  y  $\omega=-1$ .

En la figura 6.67 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, promedio de cada sección, en función de la coordenada axial, para las situaciones  $\omega=-0.1$  y  $\omega=-1$ . Como se puede observar, y en concordancia con lo explicado, el coeficiente de fricción alcanza su valor máximo justo al inicio de la zona opuesta al rascador, para alcanzar su valor mínimo poco después de atravesarla por completo. Un aumento de  $\omega$  tiene como efecto un aumento del coeficiente de fricción, principalmente en la zona de comienzo del rascador, si bien por otra parte disminuye en la zona intermedia entre rascadores.

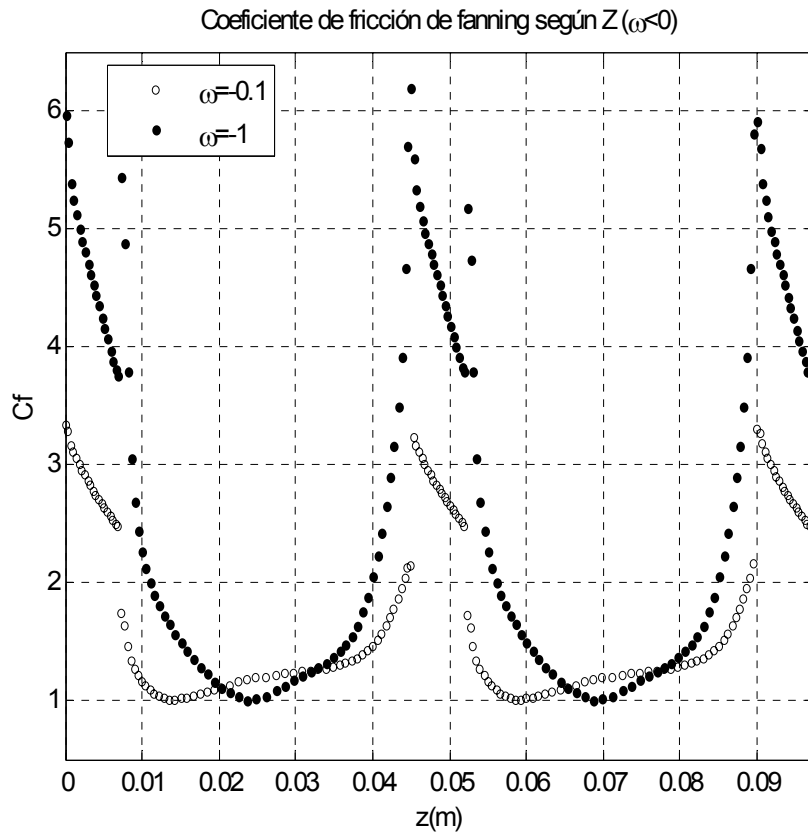


Figura 6.67. Coeficiente de fricción promedio en la pared según Z para Re 25,  $\omega = -0.1$  y  $\omega = -1$ .

El valor medio del coeficiente de fricción para  $\omega = -1$  es de 2.8883, mientras que el valor del factor de fricción proporcionado por (2.11) es de 4.1261. La diferencia entre ambos es del 30%, Como se ha dicho, esta diferencia se debe a la fricción existente en el eje y los tacos rascadores. Esta fricción se puede apreciar en la figura 6.68, en la que se muestran los valores del coeficiente de fricción en el taco y eje, y los contornos de velocidades de un plano que lo intersecta perpendicular a éste, situado en el centro entre pared y eje.

Este plano no es un plano de simetría, y por lo tanto el flujo tiene componente perpendicular al mismo, no obstante, ilustra el efecto que tiene la velocidad sobre la fricción en el taco. Esta imagen muestra que la fricción en las superficies de los tacos y la varilla es alta, llegando a alcanzar valores de  $C_f$  incluso superiores a los de la pared del tubo, por lo que no es en absoluto despreciable. Por otra parte pone de manifiesto que la zona superior del taco y su unión con el eje son en las que el flujo ejerce casi toda la fricción, pues el estrechamiento de la sección de paso aumenta la velocidad máxima del fluido, produciéndose ésta justo en la zona superior del mismo.



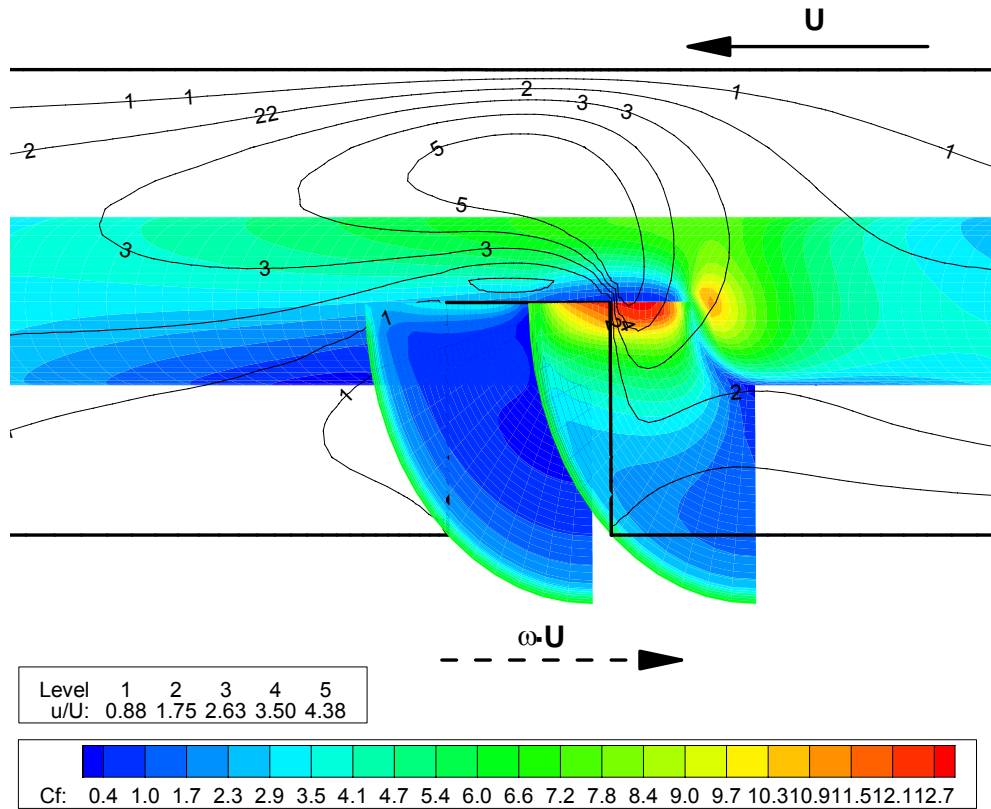


Figura 6.68. Coeficiente de fricción en eje y taco y isocontornos de velocidad para  $re$  25 y  $\omega=-1$ .

• Reynolds 170

Este caso representa el comportamiento del flujo para altos valores de Reynolds y movimiento en contracorriente. La figura 6.69 muestra los isocontornos de presiones adimensionales en el plano de simetría.

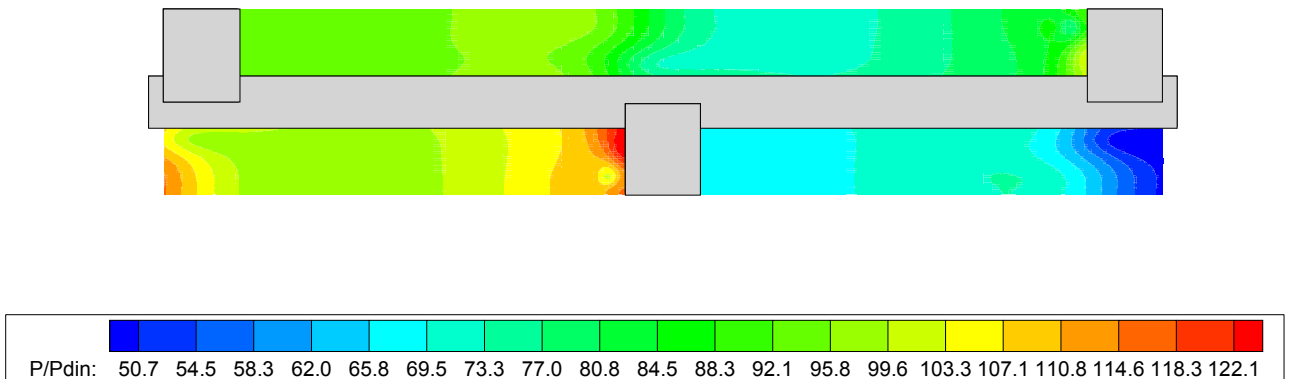


Figura 6.69. Isocontornos de presión para  $Re$  170 y  $\omega=-1$ .

El efecto que tiene el aumento de  $\omega$  es similar al producido por un aumento del número de Reynolds; provoca en general una caída más brusca de la presión, concentrándose aun más estos saltos. La distribución de la presión es la misma, si bien ahora se puede apreciar con más claridad la zona circular de presión menor en la zona anterior al rascador, correspondiente al centro del vórtice.

En la figura 6.70 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, desplegada sobre el plano del papel, junto con los isocontornos de velocidades adimensionales para diversas secciones.

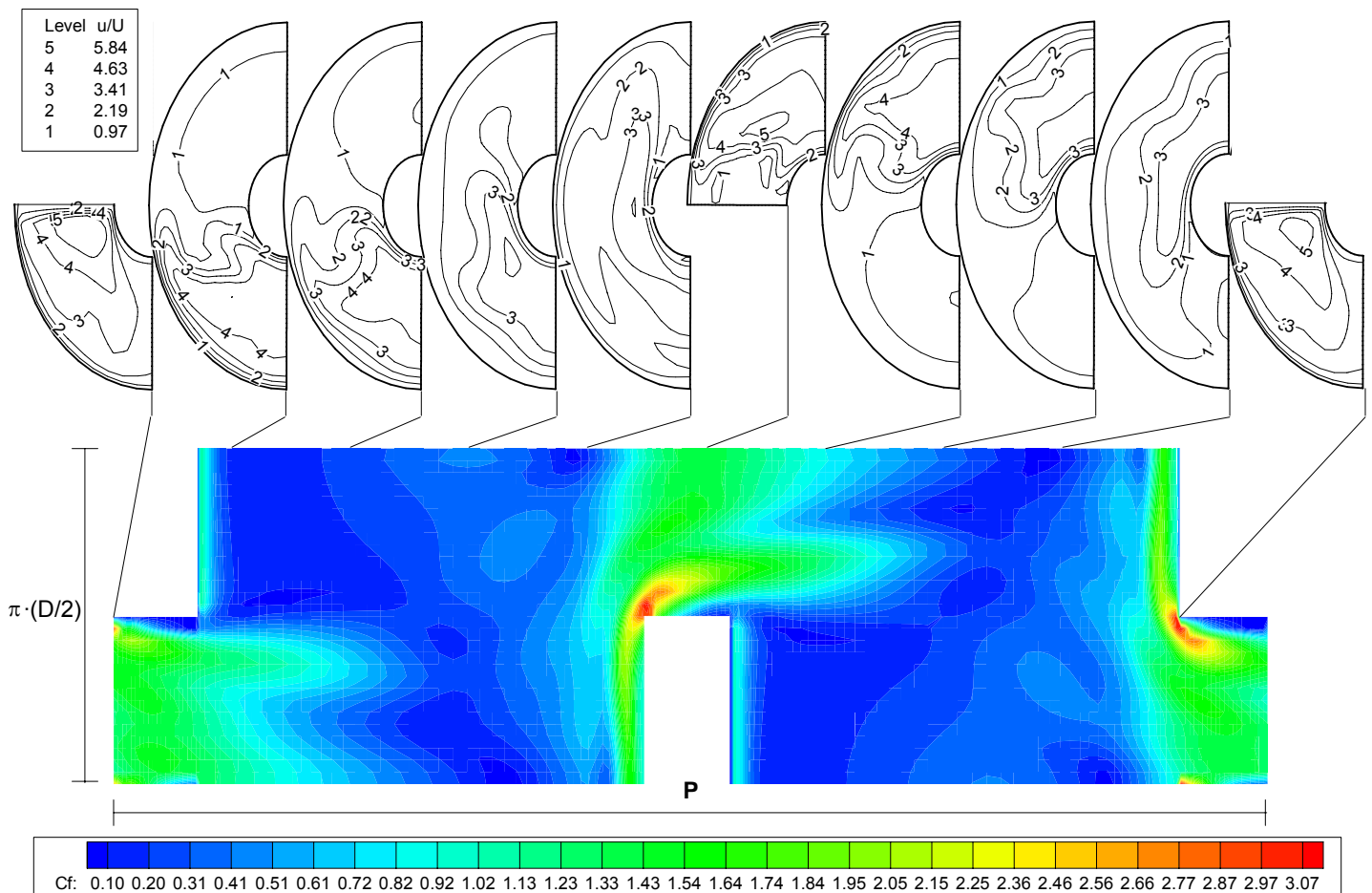


Figura 6.70. Coeficiente de fricción en la pared para  $Re = 170$  y  $\omega = -1$ .

Como se puede observar, la zona de máxima fricción se encuentra en la parte opuesta del comienzo del rascador, zona que recibe el impacto del flujo desviado por el rascador, y como se observa en las secciones correspondientes, la velocidad del fluido próximo a la pared es alta. Pero en el resto de la pared, el coeficiente de fricción adquiere una distribución irregular. Las zonas de baja fricción anterior y posterior al rascador pierden definición. Este se debe a los

contornos de velocidades que se muestran en las secciones. El flujo a cambiado su estructura dando paso a un comportamiento próximo al turbulento.

En la figura 6.71 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, promedio de cada sección, en función de la coordenada axial, para las situaciones  $\omega=-0.1$  y  $\omega=-1$ . El coeficiente de fricción alcanza su valor máximo justo al inicio de la zona opuesta al rascador, para alcanzar su valor mínimo poco después de atravesarla por completo. En este caso un aumento de  $\omega$  tiene como efecto un aumento del coeficiente de fricción para todo el rascador, siendo este mayor en la zona de inicio del rascador.

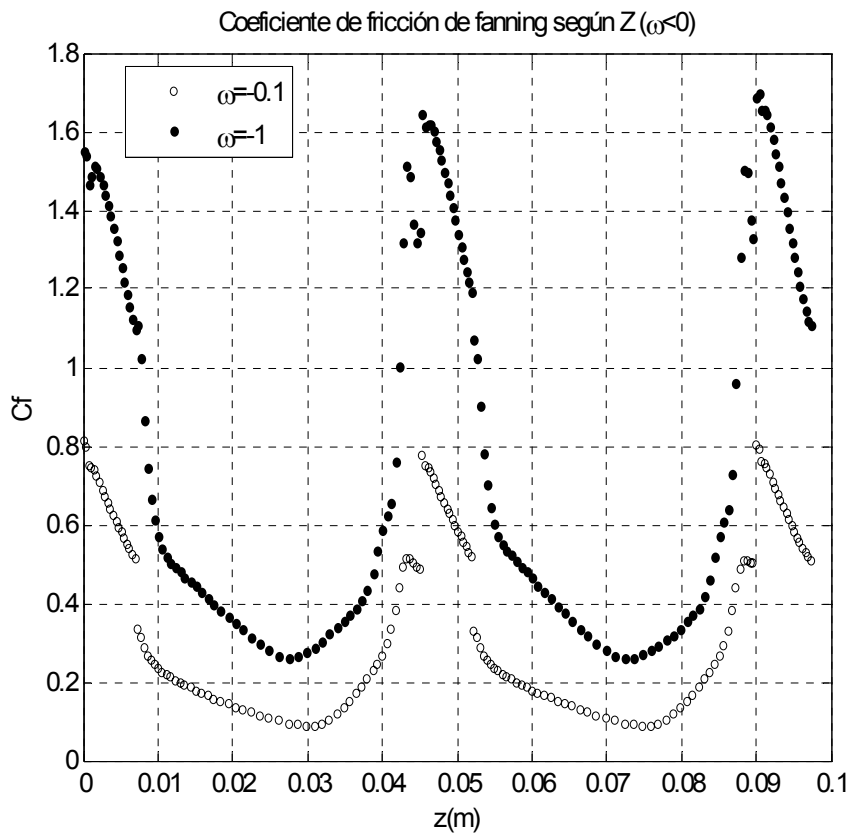
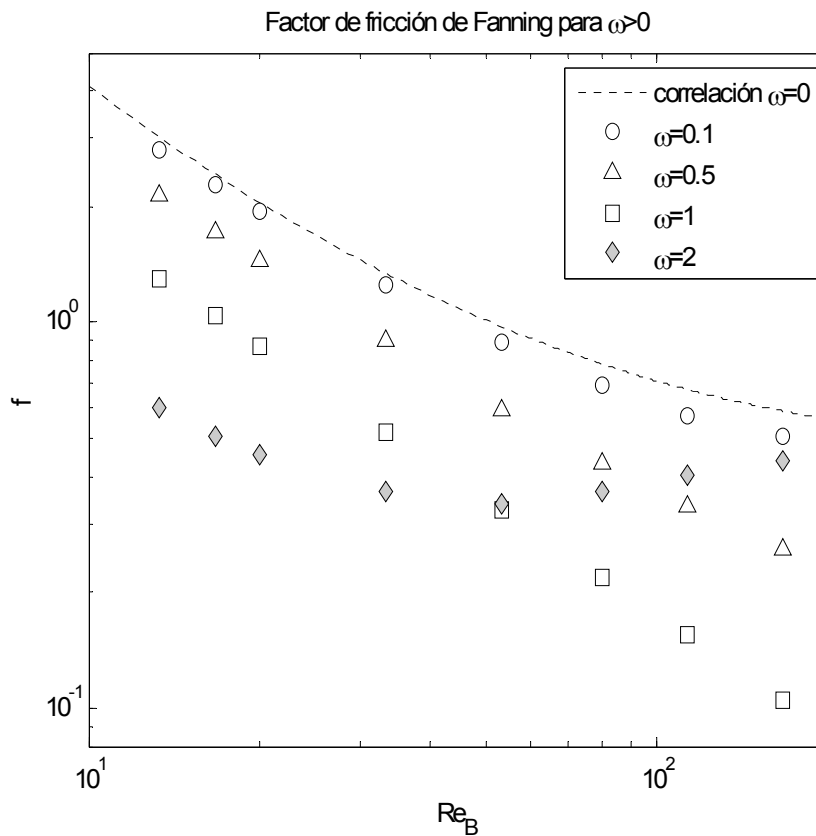


Figura 6.71. Coeficiente de fricción promedio en la pared según Z para Re 170,  $\omega=-0.1$  y  $\omega=-1$ .

El valor medio del coeficiente de fricción para  $\omega=-1$  es de 0.7583, mientras que el valor del factor de fricción proporcionado por (2.11) es de 2.1017. La diferencia entre ambos es de 64%, la más alta de todas las vistas hasta ahora. Como se ha dicho, esta diferencia se debe a que la fricción en el eje y tacos rascadores es elevada.

**6.2.3. Caso dinámico. Equicorriente ( $\omega > 0$ )**

Operando de la misma forma que en el apartado 6.2.1, se ha obtenido el factor de fricción de Fanning para cada uno de los casos simulados en equicorriente. En la figura 6.72 se muestran los resultados obtenidos para las distintas relaciones  $\omega$ , junto con la correlación obtenida para el caso estático.



**Figura 6.72.** Factor de fricción de Fanning para  $\omega > 0$ .

Se observa como al aumentar la velocidad de los rascadores en equicorriente, el factor de fricción disminuye respecto al caso estático, pues este movimiento favorece al flujo, disminuyendo la caída de presión. También se observa que para  $\omega = 2$  la tendencia del factor de fricción es totalmente distinta, ya que en este caso es el rascador el que va empujando y arrastrando el fluido, y el gradiente de presiones se ha invertido. Es por ello que el factor de fricción pasa a comportarse de manera similar a como lo hacía en contracorriente, ya que igual que entonces, en este caso el movimiento del rascador debe vencer la resistencia del fluido, y no servirse de este, como ocurre para  $\omega < 2$ .

A continuación se mostrarán en detalle los resultados obtenidos para el problema de flujo con el conjunto de rascadores en contracorriente, para los Reynolds 25 y 170 y las situaciones  $\omega=1$  y  $\omega=2$ .

- **Reynolds 25**

Este caso representa el comportamiento del flujo para bajos valores de Reynolds y movimiento en equicorriente. La figura 6.73 muestra los isocontornos de presiones adimensionales en el plano de simetría.

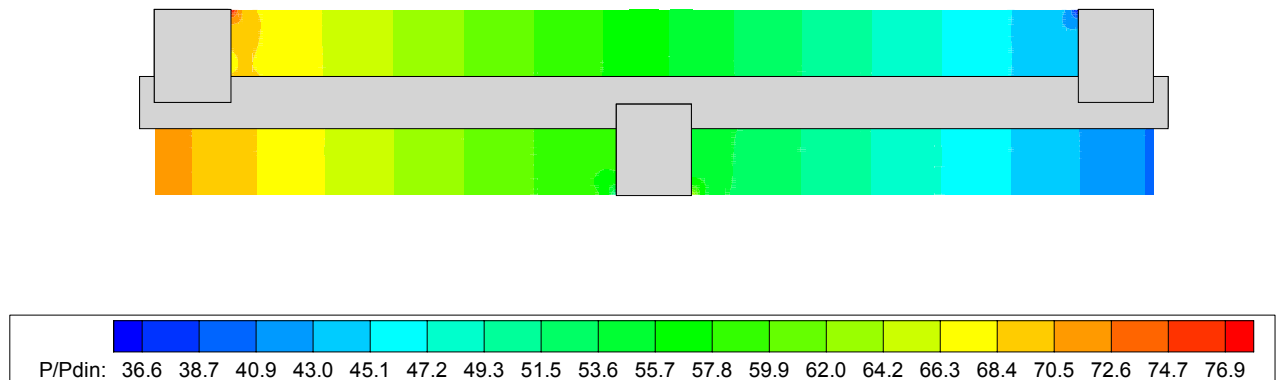


Figura 6.73. Isocontornos de presión para Re 25 y  $\omega=1$ .

El efecto que tiene el aumento de  $\omega$  en este caso es el eliminar el efecto producido por el rascador en el gradiente de presiones. Ahora la caída de presión es uniforme e independiente del rascador. Únicamente se puede apreciar una pequeña disminución en la esquina anterior al rascador y un pequeño aumento en la cara posterior, producidas por la aceleración y desaceleración del flujo en esas zonas.

En la figura 6.74 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, desplegada sobre el plano del papel, junto con los isocontornos de velocidades adimensionales para diversas secciones.

Como se puede observar el coeficiente de fricción es prácticamente constante en toda la pared, únicamente aparecen pequeñas zonas de valor superior en las zonas que limitan con las caras anterior y posterior al rascador. Esta distribución es consecuencia del perfil de velocidades uniforme mostrado en la figura 6.37 y característica de todos los casos, ya sean Reynolds altos o bajos, para los que  $\omega=1$ .

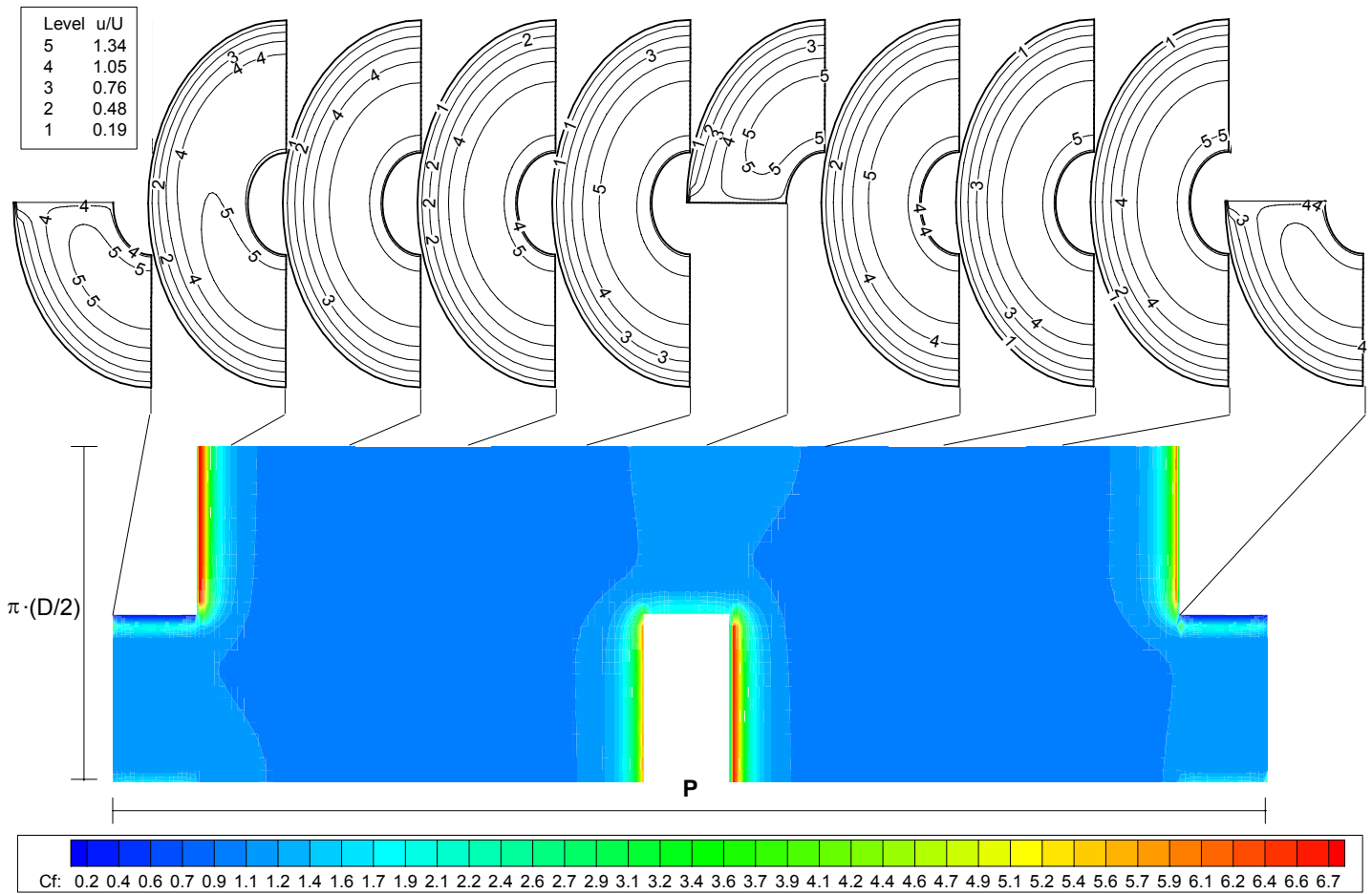


Figura 6.74. Coeficiente de fricción en la pared para  $Re\ 25$  y  $\omega=1$ .

En la figura 6.75 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, promedio de cada sección, en función de la coordenada axial, para las situaciones  $\omega=0.1$  y  $\omega=1$ . Como se puede observar, y de acuerdo con la figura 6.74, el coeficiente de fricción disminuye al pasar de  $\omega=0.1$  a  $\omega=1$ , excepto en las zonas próximas al rascador en las que la fricción aumenta. Además entre rascadores, su valor permanece constante.

El valor medio del coeficiente de fricción para  $\omega=1$  es de  $0.0418$ , mientras que el valor del factor de fricción proporcionado por (2.11) es de  $1.0410$ . La diferencia entre ambos es de 96%, es decir, tiene gran influencia la fricción en eje y rascadores .

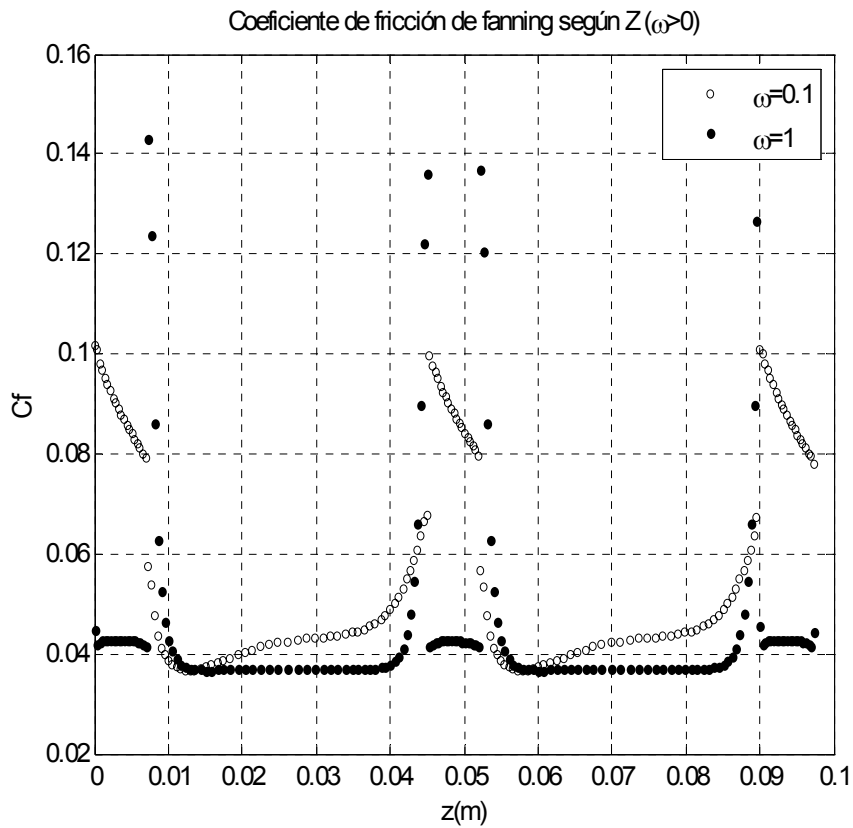


Figura 6.75. Coeficiente de fricción promedio en la pared según Z para Re 25,  $\omega=0.1$  y  $\omega=1$ .

- Reynolds 170

Este caso representa el comportamiento del flujo para altos valores de Reynolds y movimiento en contracorriente para  $\omega=2$ . La figura 6.76 muestra los isocontornos de presiones adimensionales en el plano de simetría.

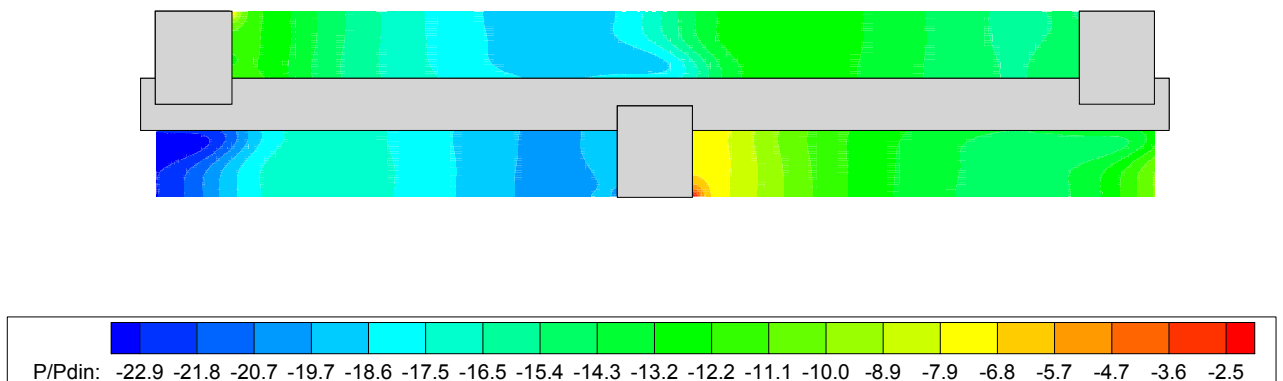


Figura 6.76. Isocontornos de presión para Re 170 y  $\omega=2$ .

# PROYECTO FINAL DE CARRERA

## RESULTADOS DEL PROBLEMA FLUIDODINÁMICO

David S. Martínez Hernández

Esta imagen muestra como para la situación  $\omega=2$  el gradiente de presiones sea invertido, situándose ahora la presión más baja a la izquierda. Esta es la gran diferencia entre las situaciones  $\omega=1$  y  $\omega=2$ , mientras que para  $\omega=1$  el flujo avanza debido a y según el gradiente de presiones, para la situación  $\omega=2$  el flujo avanza en contra del gradiente de presiones, impulsado únicamente por el rascadores.

En la figura 6.77 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, desplegada sobre el plano del papel, junto con los isocontornos de velocidades adimensionales para diversas secciones.

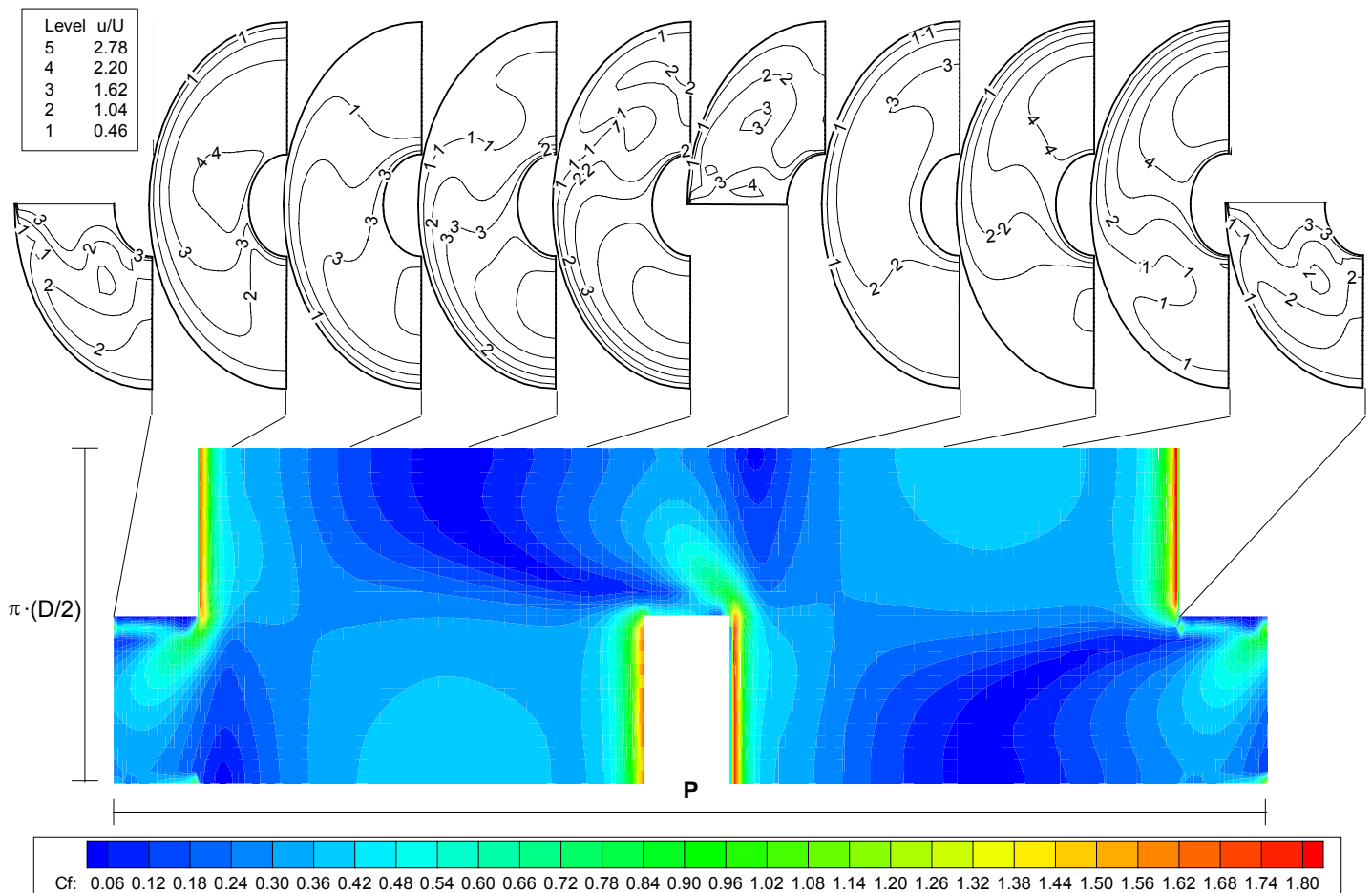


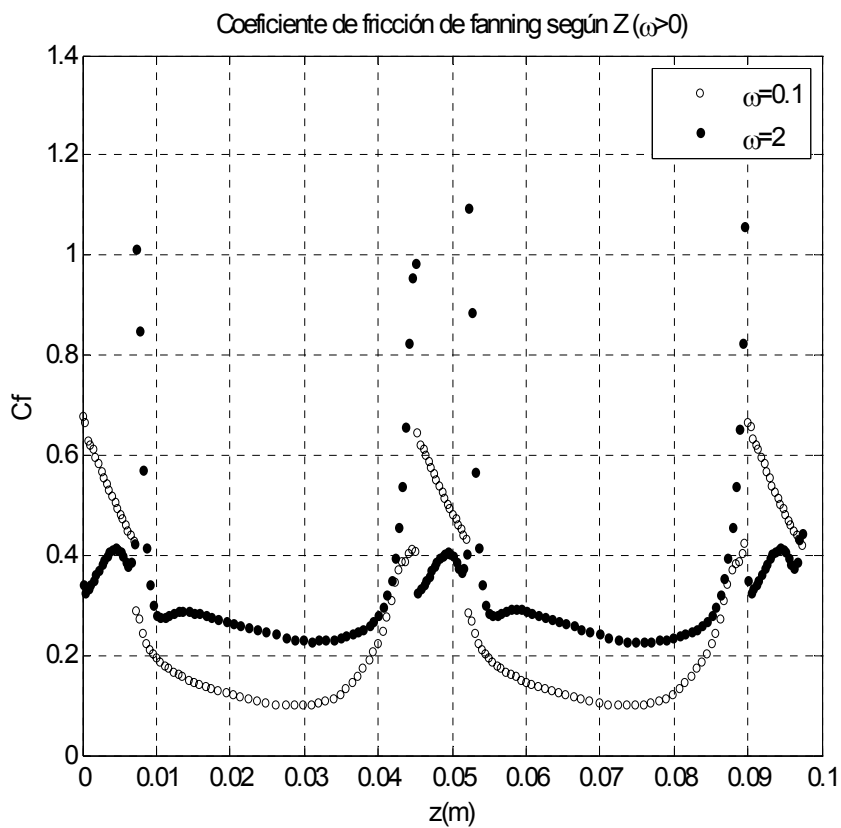
Figura 6.77. Coeficiente de fricción en la pared para  $Re$  170 y  $\omega=2$ .

Como se puede observar, la distribución del coeficiente de fricción es similar a la dada en movimiento contracorriente para Reynolds bajos pero invertida, ahora la zona de fricción máxima se produce en la parte anterior y principalmente en la posterior del rascador, pues es en esa parte donde el fluido empujado por el rascador impacta con él. Las zonas de fricción nula se



encuentran ahora en la parte opuesta, en correspondencia con las zonas de velocidad más baja y las recirculaciones mostradas en el apartado 6.1.3.

En la figura 6.78 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, promedio de cada sección, en función de la coordenada axial, para las situaciones  $\omega=0.1$  y  $\omega=2$ . El coeficiente de fricción  $\omega=2$  vuelve a aumentar de nuevo después del descenso experimentado para  $\omega=1$ , superando los valores para  $\omega=0.1$ . Aunque en la zona opuesta al rascador los valores siguen siendo menores que para  $\omega=0.1$ .



**Figura 6.78.** Coeficiente de fricción promedio en la pared según Z para Re 170 y  $\omega=0.1$  y  $\omega=2$ .

El valor medio del coeficiente de fricción para  $\omega=2$  es de 0.3326, mientras que el valor del factor de fricción proporcionado por (2.11) es de 0.4016. La diferencia entre ambos es de 17%. Como se ha dicho, esta diferencia se debe a la fricción en el eje y tacos, que en este caso es menor que en cualquier otro.

En la figura 6.79 se muestran los valores del coeficiente de fricción en el taco, y los contornos de velocidades de un plano que lo intersecta perpendicular a éste, situado en el centro entre pared y eje.

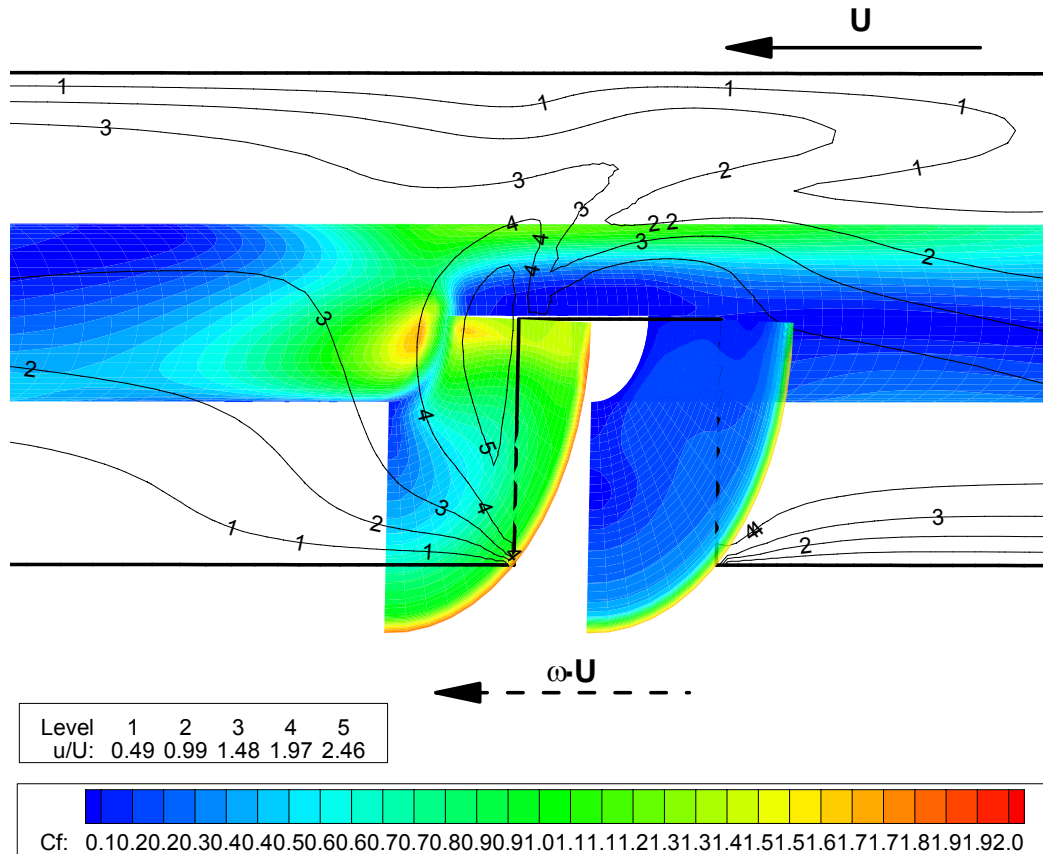


Figura 6.79. Coeficiente de fricción en eje y taco y contornos de velocidad para  $Re = 170$  y  $\omega = 1$ .

Esta imagen muestra que el efecto de empuje que tiene el taco rascador sobre el fluido, y la influencia de las velocidades en el coeficiente de fricción en el taco. Estos valores del coeficiente de fricción no son depreciables, llegando a alcanzar valores de  $C_f$  iguales a los de la pared del tubo. Por otra parte pone otra vez de manifiesto que la zona superior del taco y su unión con el eje son en las que el flujo ejerce casi toda la fricción, pues el estrechamiento de la sección de paso aumenta la velocidad máxima del fluido.

### 6.3. CAMPO DE VISCOSIDADES

En este apartado se muestran los resultados obtenidos para el campo de viscosidades y su relación con el gradiente de velocidades. Se van a presentar en detalle únicamente los casos establecidos como representativos en el apartado 6.1, pues se considera que representan al resto de casos simulados pero no expuestos.

La viscosidad considerada es la viscosidad aparente  $\mu_a$ , definida en la ecuación (2.2), y que en este tipo de fluidos está relacionada con las magnitudes  $\gamma$  y  $\tau$  mediante las ecuaciones (2.5) y (2.6) respectivamente. El valor de  $\tau$  es importante en las paredes, tanto la pared del tubo como en eje y tacos, pero en el resto del volumen su valor desciende prácticamente hasta cero. Es por ello que  $\mu_a$  varía únicamente debido a las variaciones de  $\gamma$ , y por lo que el estudio del campo de viscosidades es de significativa importancia, ya que permite conocer al mismo tiempo la distribución del gradiente de velocidades. En las paredes, la variación de  $\tau$ , ya estudiada a través del coeficiente de fricción, es la que junto con  $\gamma$ , influye en la variación de  $\mu_a$ .

Para el estudio de estas dos magnitudes,  $\gamma$  y  $\tau$ , se empleará su forma adimensional, dada por,

$$\mu_a^* = \frac{\mu_a}{K \left( \frac{U}{L} \right)^{n-1}} \quad (6.5)$$

$$\gamma^* = \frac{\gamma}{\left( \frac{U}{L} \right)} \quad (6.6)$$

donde  $U$  es la velocidad media del flujo,  $L$  el paso entre tacos equivalentes ( $P=90 \text{ mm}$ ), y  $n$  y  $K$  son respectivamente el índice de flujo y el índice de consistencia.

#### 6.3.1. Caso estático ( $\omega=0$ )

A continuación se mostrarán en detalle los resultados obtenidos para el problema de flujo con el conjunto de rascadores sin movimiento, para los Reynolds 25 y 170.

- Reynolds 25

En este primer caso se ha querido mostrar de forma detallada la influencia de  $\gamma$  y  $\tau$  sobre  $\mu_a$  en la pared del tubo. En la figuras 6.80, se muestra la distribución de estas magnitudes, conveniente mente adimensionalizadas en la forma  $\gamma^*$ ,  $C_f$  y  $\mu_a^*$ .

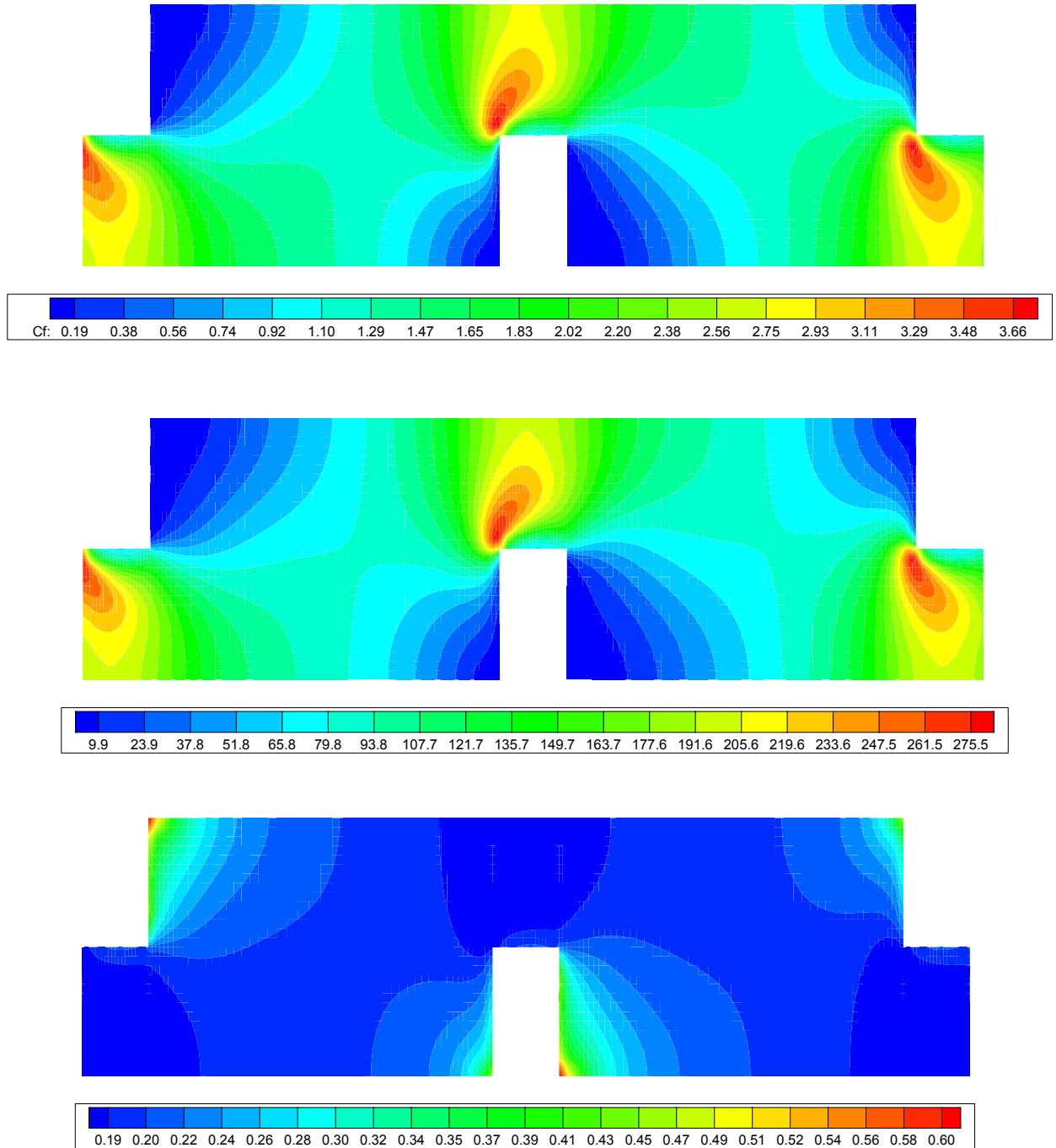


Figura 6.80. Distribución de  $C_f$ ,  $\gamma^*$  y  $\mu_a^*$  en la pared del conducto para Re 25 y  $\omega=0$ .

Como se puede apreciar, la distribución del esfuerzo cortante y del gradiente de velocidades es prácticamente la misma, y opuesta a la de viscosidad aparente, lo que equivale a decir que las zonas de mayor  $\gamma^*$  son aquellas en las que la velocidad del flujo próximo a la pared es muy alta (implicando un descenso brusco de la misma para llegar a la velocidad nula en la pared) dando lugar a una elevada fricción y una baja viscosidad. Por el contrario gradientes de velocidades bajos, provocados por velocidades del flujo menores, dan lugar a una fricción menor, provocando un aumento de la viscosidad

El comportamiento está completamente modelado por al *power-law*, como se puede ver en la figura 6.81, que muestra el error en tanto por ciento dado entre las magnitudes  $\gamma^*$  y  $\mu_a^*$  a partir de la expresión (2.5).

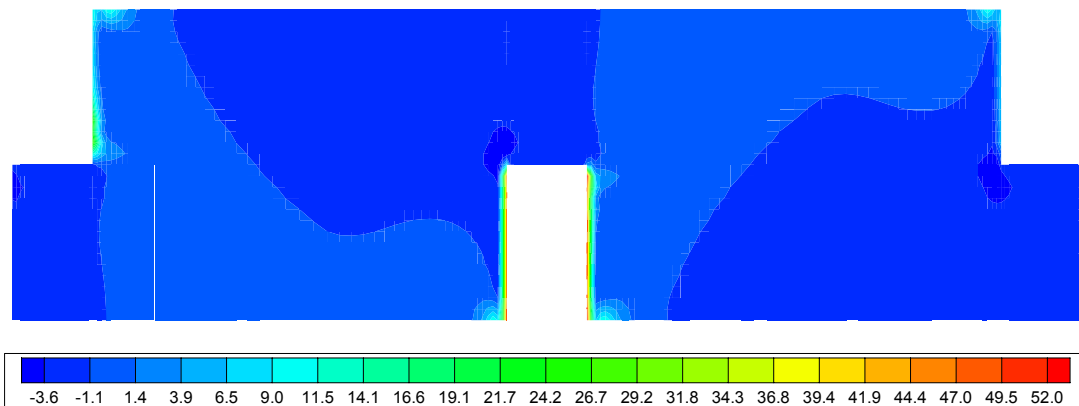


Figura 6.81. Error en % en la pared del conducto para Re 25 y  $\omega=0$ .

El error es prácticamente nulo en toda la pared, excepto en la zonas en las que  $\gamma^*$  se hace 0, dando lugar a una viscosidad infinita, discontinuidad debida a la propia *power-law* y ya comentada en los capítulos 2 y 5.

Esto permite estudiar el comportamiento de la viscosidad en la pared del conducto a través del ya estudiado coeficiente de fricción, estableciendo sin lugar a dudas que valores altos de  $C_f$  equivaldrán a valores bajos de  $\mu_a^*$ .

Queda pues estudiar el comportamiento de la viscosidad en el volumen fluido, para lo cual, se utilizará de nuevo el plano de simetría ya usado en los apartados anteriores. La figura 6.82 muestra los isocontornos de  $\gamma^*$  y la figura 6.83 los de  $\mu_a^*$ .

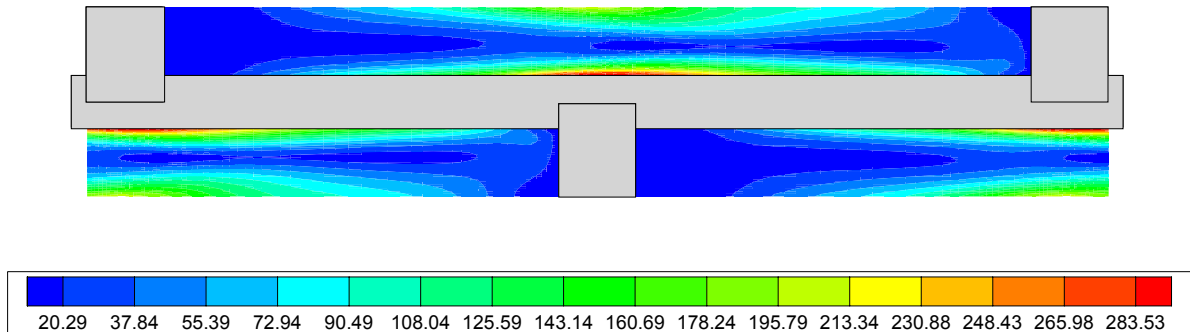


Figura 6.82. Isocontornos de  $\gamma^*$  en el plano de simetría para  $Re = 25$  y  $\omega = 0$ .

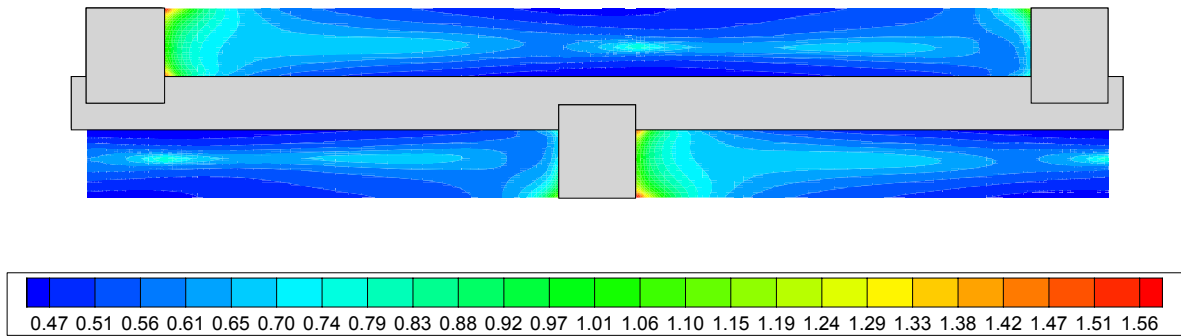


Figura 6.83. Isocontornos de  $\mu_a^*$  en el plano de simetría para  $Re = 25$  y  $\omega = 0$ .

El comportamiento de las dos magnitudes es, como se puede observar, opuesto. Las zonas de mayor variación de la velocidad son las que tienen una menor viscosidad. Estas son las zonas próximas a la pared, donde el esfuerzo cortante es grande. Por otra parte las zonas con una variación de velocidad baja presentan una viscosidad mayor. Estas son las zonas posterior al rascador, donde la esquina de valor máximo pertenece al fluido con velocidad nula, y en el centro de la sección de paso opuesta al rascador, coincidiendo con la zona de velocidad máxima.

Para apreciar con mayor claridad el comportamiento de la viscosidad a lo largo del intercambiador, en la figura 6.84 se ha representado la evolución de la viscosidad media en función de la coordenada axial. La viscosidad aumenta en la zona posterior al rascador para después ir disminuyendo hasta llegar a un mínimo en la sección de paso opuesta al rascador, donde la velocidad y la fricción son elevadas. El aumento de la viscosidad antes y después al rascador se debe a que en esas zonas, opuestas a la sección de paso, e inmediatas a la pared del rascador, existe fluido sin movimiento, para el cual la viscosidad es máxima, pues no hay esfuerzo que “oriente” a las macromoléculas.

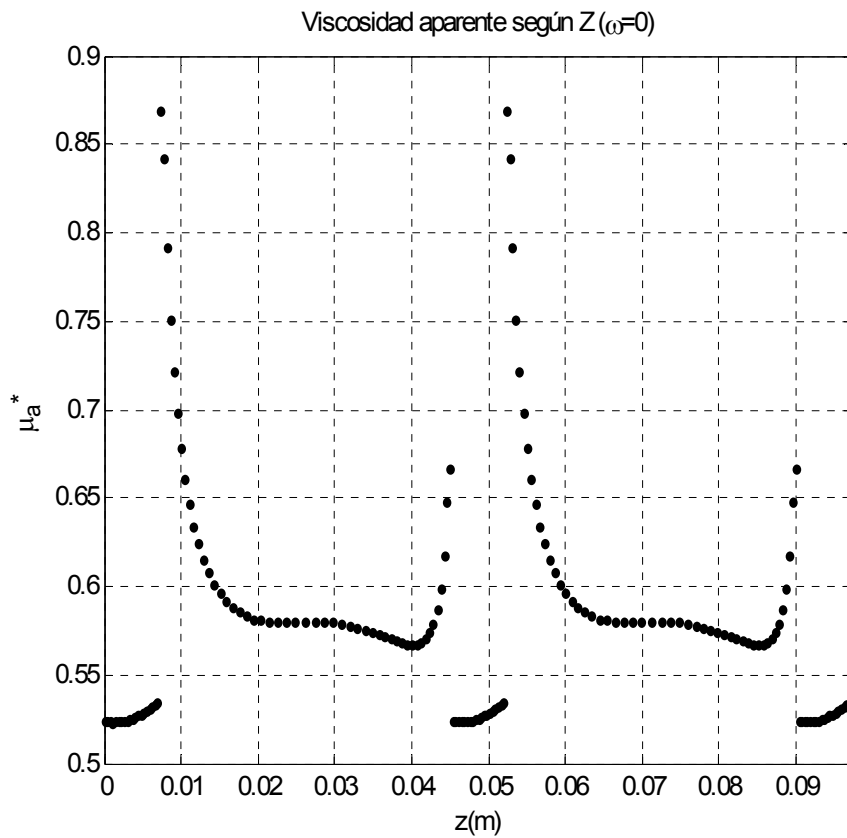


Figura 6.84. Viscosidad aparente promedio en el plano de simetría según Z para Re 25 y  $\omega=0$ .

- Reynolds 170

Este caso representa el comportamiento del flujo para altos valores de Reynolds. La figura 6.85 muestra los isocontornos de viscosidad aparente adimensionales para este caso,

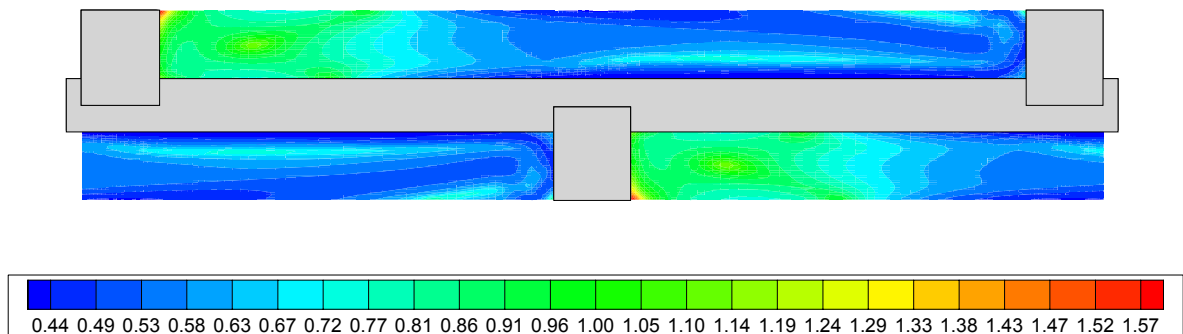


Figura 6.85. Isocontornos de  $\mu_a^*$  en el plano de simetría para Re 170 y  $\omega=0$ .

En la figura 6.86 y 6.87 se muestra la interacción entre viscosidad y velocidad, en las zonas anterior y posterior al rascador. Se ha representado mediante colores los isocontornos de viscosidad, y en trazo continuo los isocontornos de velocidad.

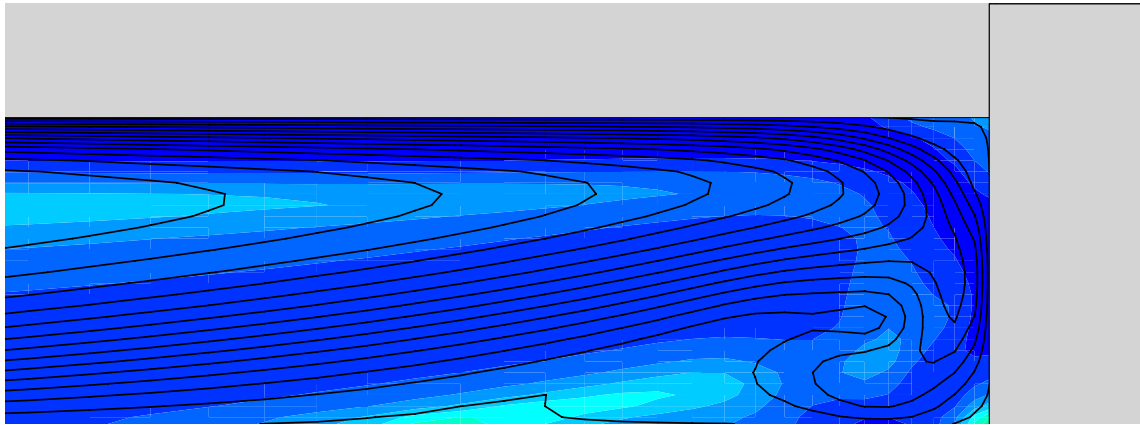


Figura 6.86. Isocontornos de  $\mu_a^*$  y velocidad delante del rascador para  $Re\ 170$  y  $\omega=0$ .

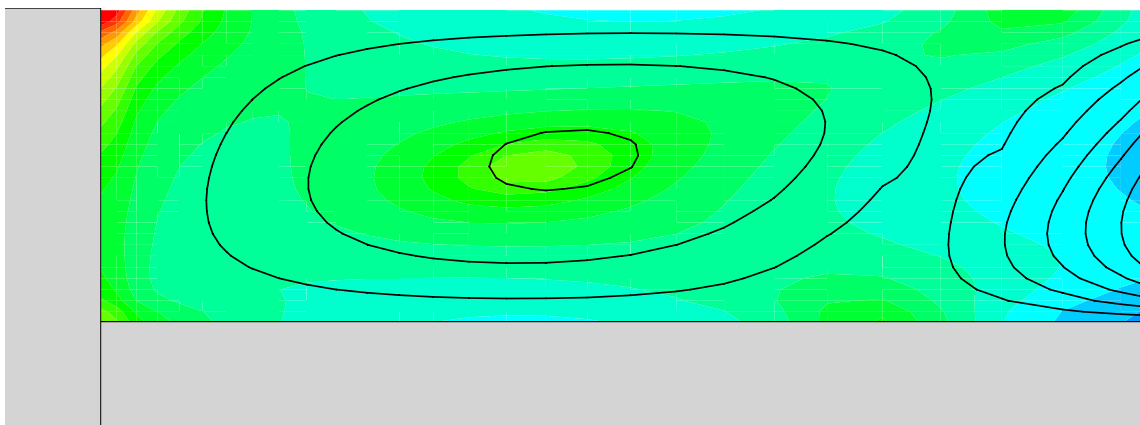


Figura 6.87. Isocontornos de  $\mu_a^*$  y velocidad detrás del rascador para  $Re\ 170$  y  $\omega=0$ .

Las zonas de mayor y menor gradiente de velocidad, que en este caso corresponde a la mayor o menor separación de las líneas de contorno, se corresponden con las zonas de mayor y menor viscosidad. En la figura 6.87 se observa perfectamente como en el centro de la recirculación, donde el fluido está estancado y no existe gradiente de velocidades, la viscosidad es alta, de la misma forma que ocurre en la esquina posterior entre taco y pared del conducto.

En la figura 6.88 se ha representado la evolución de la viscosidad media en función de la coordenada axial. La viscosidad tiene un máximo a la salida del rascador, donde el fluido se desacelera después del estrechamiento, para después ir disminuyendo conforme acelera para atravesar el siguiente estrechamiento, donde alcanza el valor mínimo.



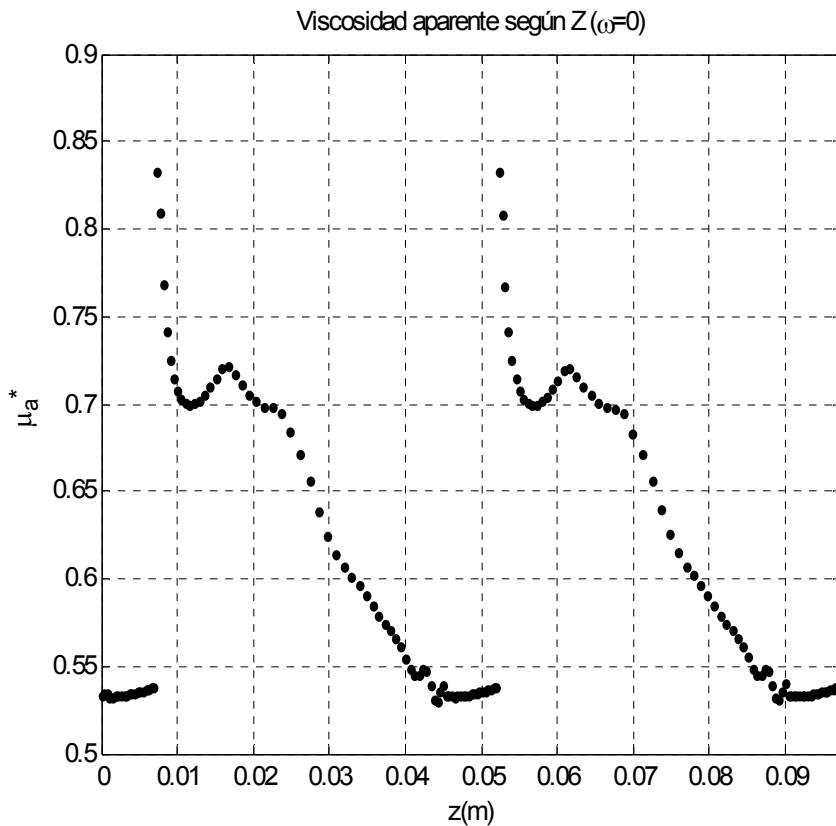


Figura 6.88. Viscosidad aparente promedio en el plano de simetría según Z para Re 170 y  $\omega=0$ .

**6.3.2. Caso dinámico. Contracorriente ( $\omega < 0$ )**

A continuación se mostrarán en detalle los resultados obtenidos para el problema de flujo con el conjunto de rascadores en contracorriente, para los Reynolds 25 y 170 y la situación característica  $\omega=-1$ .

- **Reynolds 25**

Este caso representa el comportamiento del flujo para bajos valores de Reynolds y movimiento en contracorriente. De la misma forma que se hizo en el apartado 6.3.1, la figura 6.89 muestra los contornos de viscosidades adimensionales en el plano de simetría. El rascado en contracorriente supone la aparición de recirculaciones, cuyo centro indican las zonas de viscosidad máxima. Por lo que se expuso en el apartado 6.3.1, hablar de viscosidad en la pared del conducto es equivalente a hablar del coeficiente de fricción, por lo que no se han mostrado isocontornos de viscosidad en dicha superficie.

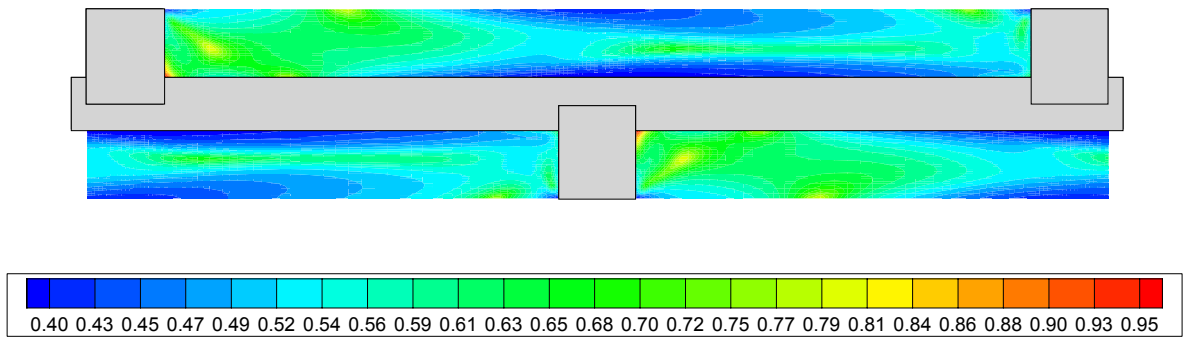


Figura 6.89. Isocontornos de  $\mu_a^*$  en el plano de simetría para Re 25 y  $\omega = -1$ .

Las figuras 6.90 y 6.91 muestran la viscosidad aparente en las zonas anterior y posterior al rascador, junto con los isocontornos de velocidad, de la misma forma que se hizo en el apartado 6.3.1.

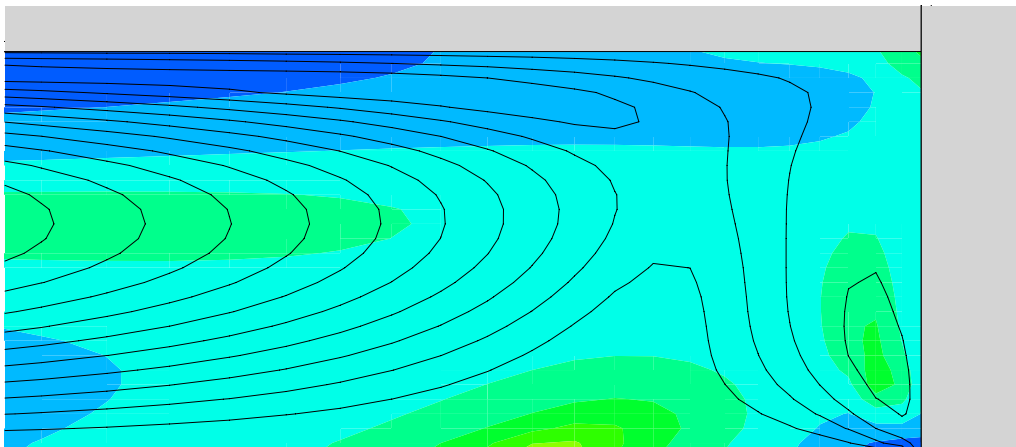


Figura 6.90. Isocontornos de  $\mu_a^*$  y velocidad delante del rascador para Re 25 y  $\omega = -1$ .

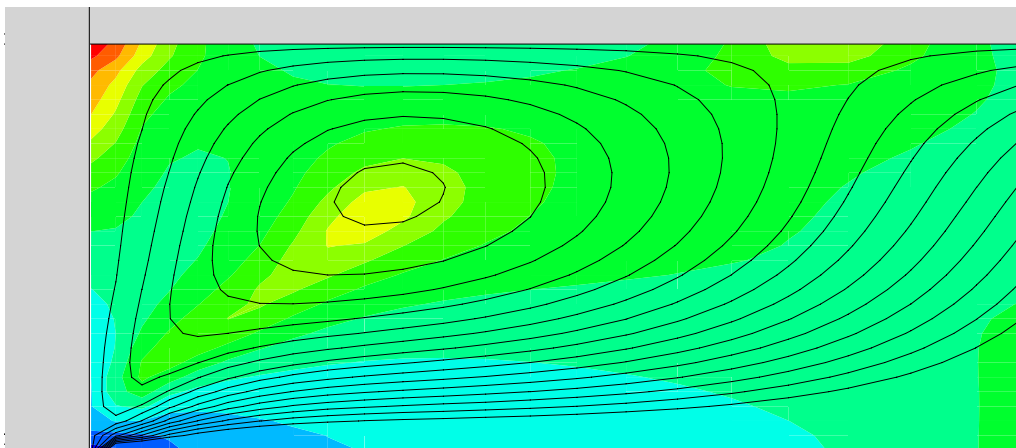


Figura 6.91. Isocontornos de  $\mu_a^*$  y velocidad detrás del rascador para Re 25 y  $\omega = -1$ .

Al igual que ocurría en los casos estáticos, se puede observar que los valores de la viscosidad aumentan en los puntos donde las líneas del contorno de velocidad están más separadas (menor gradiente de velocidad). Esto ocurre en el centro de las recirculaciones, zonas de roturas de flujo y en las equinas interiores, en general zonas con poco movimiento del flujo. Por el contrario en zonas donde los contornos de velocidades están muy próximos (gradiente de velocidades elevado), la viscosidad disminuye, como por ejemplo en la esquina exterior que forman el taco rascador y la pared del conducto.

En la figura 6.92 se ha representado la evolución de la viscosidad media en función de la coordenada axial para dos velocidades de rascado,  $\omega=-0.1$  y  $\omega=-1$ . Para  $\omega=-0.1$  la viscosidad tiene un comportamiento similar al caso estático, pero al aumentar la velocidad de los rascadores, esta disminuye, desapareciendo los valores altos a la salida del paso por el rascador. Esto se debe a que la fricción y el gradiente de velocidades aumenta, al mismo tiempo que la zona de velocidad que en el caso estático se producía antes y después del rascador, ha desaparecido.

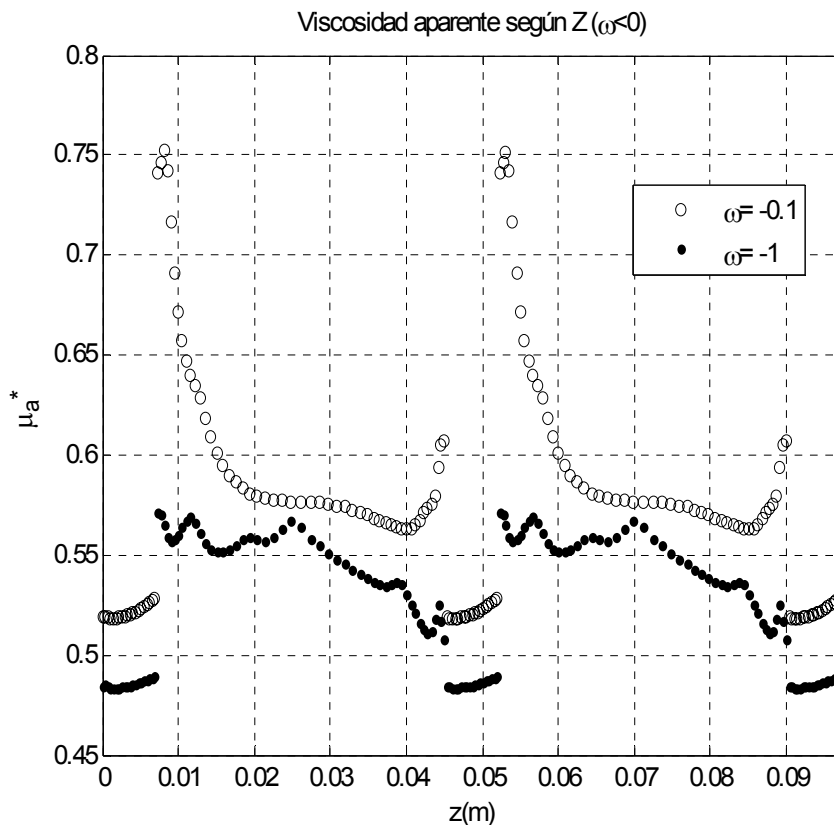
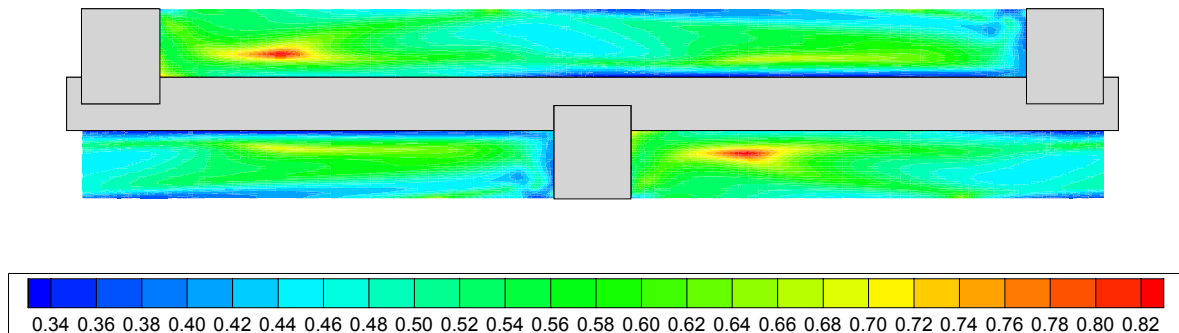


Figura 6.92. Viscosidad aparente promedio en el plano de simetría según Z para Re 25 con  $\omega=-0.1$  y  $\omega=-1$ .

- **Reynolds 170**

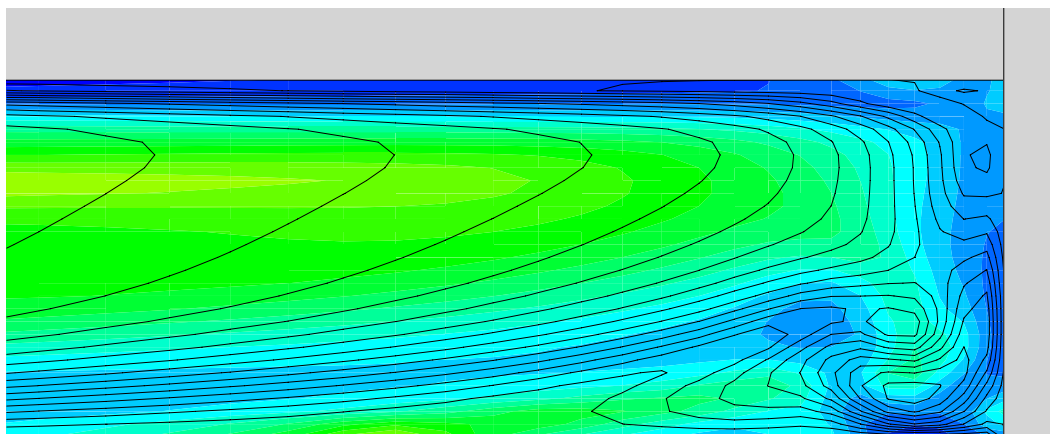
Este caso representa el comportamiento del flujo para altos valores de Reynolds y movimiento en contracorriente. La figura 6.93 muestra los isocontornos de viscosidades adimensionales en el plano de simetría.



**Figura 6.93.** Isocontornos de  $\mu_a^*$  en el plano de simetría para Re 170 y  $\omega=-1$ .

Las figuras 6.94 y 6.95 muestran la viscosidad aparente en las zonas anterior y posterior al rascador, junto con los isocontornos de velocidad, de la misma forma que se hizo en el apartado 6.3.1.

Al igual que ocurría en los casos estáticos, se puede observar que los valores de la viscosidad aumentan en los puntos donde las líneas del contorno de velocidad están más separadas (menor gradiente de velocidad). Esto ocurre en el centro de las recirculaciones, zonas de roturas de flujo y en zonas de velocidad uniforme, como por ejemplo la de la figura 6.96, donde gran parte del fluido tiene la velocidad del rascador. Por el contrario en zonas donde los contornos de velocidades están muy próximos (gradiente de velocidades elevado), la viscosidad disminuye, como por ejemplo en la zona próxima a al eje de la figura 6.94.



**Figura 6.94.** Isocontornos de  $\mu_a^*$  y velocidad delante del rascador para Re 170 y  $\omega=-1$ .

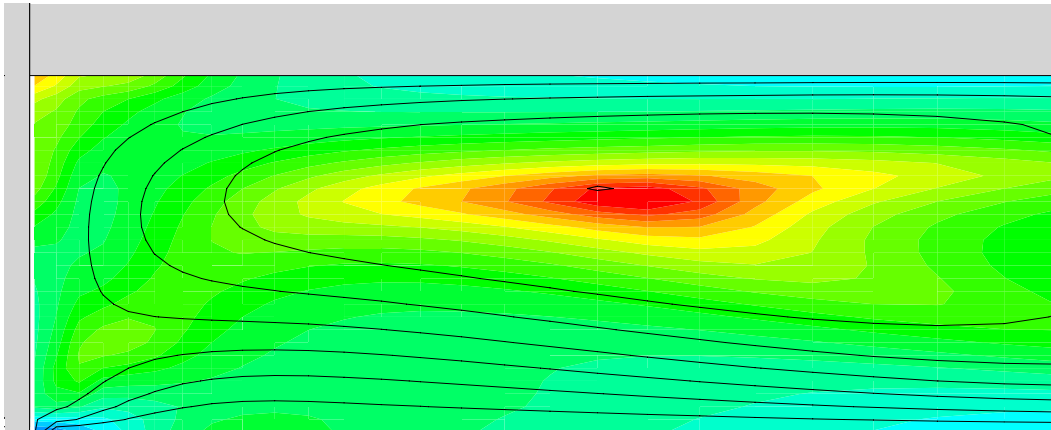


Figura 6.95. Isocontornos de  $\mu_a^*$  y velocidad detrás del rascador para  $Re\ 170$  y  $\omega=-1$ .

En la figura 6.96 se ha representado la evolución de la viscosidad media en función de la coordenada axial para dos velocidades de rascado,  $\omega=-0.1$  y  $\omega=-1$ . Para  $\omega=-0.1$  la viscosidad tiene un comportamiento similar al caso estático, pero al aumentar la velocidad de los rascadores, esta disminuye, aunque mantiene la misma forma. Esto se debe a que la fricción y el gradiente de velocidades aumenta, si bien la estructura del flujo no varía demasiado.

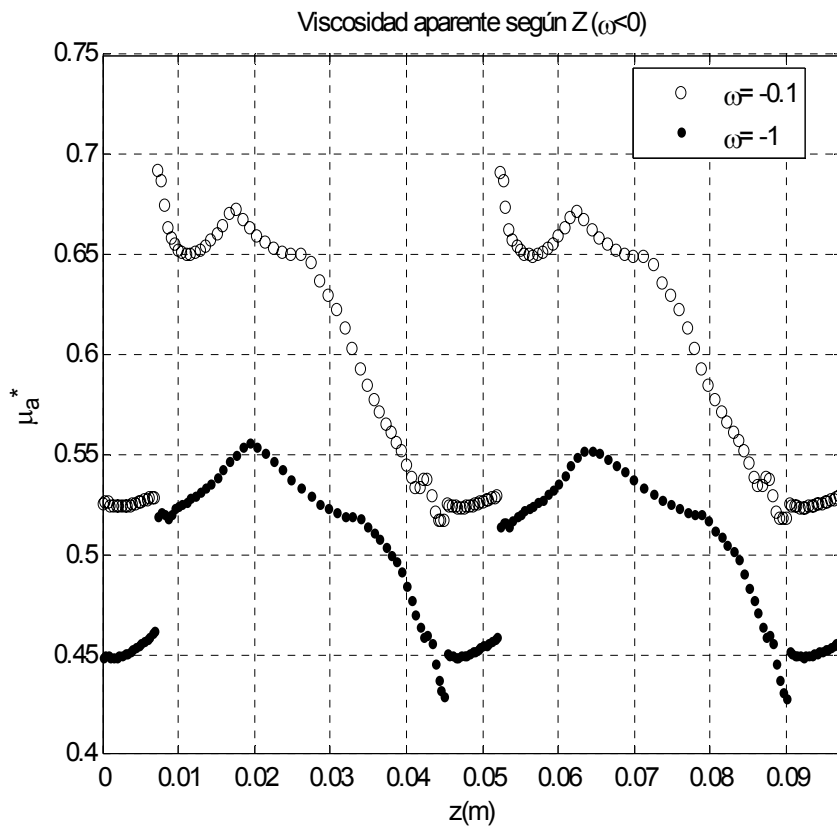


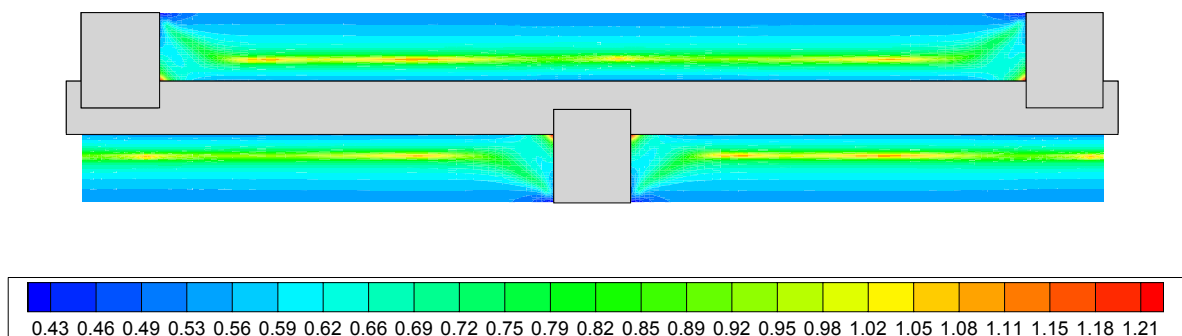
Figura 6.96. Viscosidad aparente promedio en el plano de simetría según Z para  $Re\ 170$  con  $\omega=-0.1$  y  $\omega=-1$ .

### 6.3.3. Caso dinámico. Equicorriente ( $\omega > 0$ )

A continuación se mostrarán en detalle los resultados obtenidos para el problema de flujo con el conjunto de rascadores en equicorriente, para los Reynolds 25 y 170 y las situaciones  $\omega=1$  y  $\omega=2$ .

- **Reynolds 25**

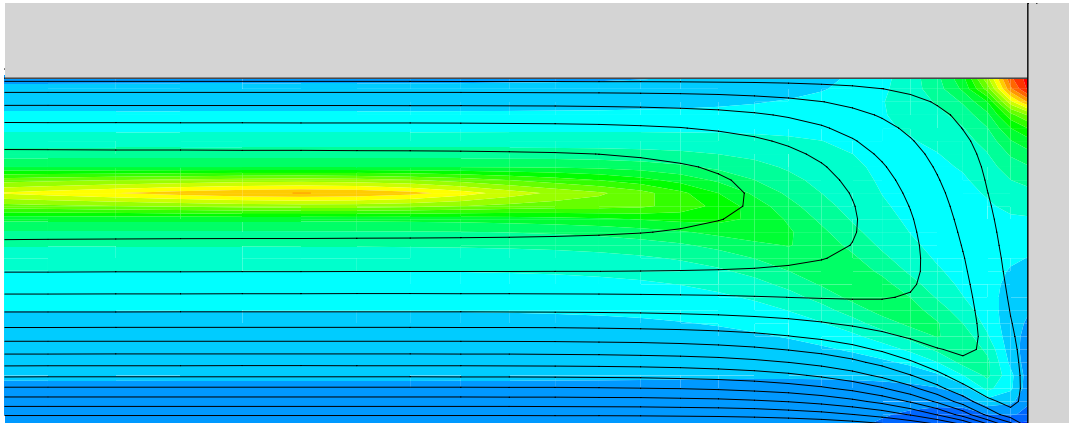
Este caso representa el comportamiento del flujo para bajos valores de Reynolds y movimiento en equicorriente. La figura 6.97 muestra los contornos de viscosidades adimensionales en el plano de simetría. El rascado en equicorriente, a la misma velocidad que el flujo, supone la uniformización de las viscosidades, apareciendo, al igual que ocurría con las velocidades, unos contornos simétricos. La zona de velocidad máxima se encuentra en el centro del espacio entre eje y pared, donde la velocidad es máxima y el gradiente de velocidades mínimo.



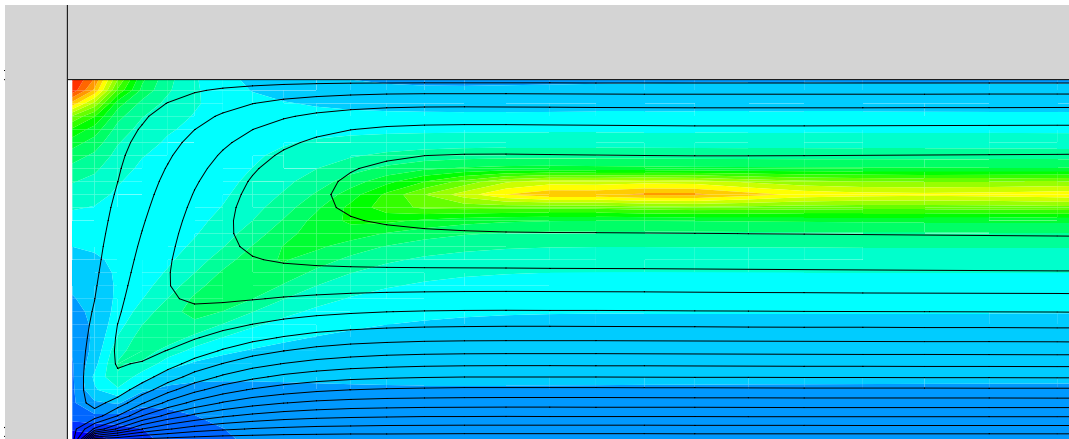
**Figura 6.97.** Contornos de  $\mu_a^*$  en el plano de simetría para Re 25 y  $\omega=1$ .

Las figuras 6.98 y 6.99 muestran la viscosidad aparente en las zonas anterior y posterior al rascador, junto con los contornos de velocidad.

Los valores de la viscosidad aumentan en los puntos donde las líneas del contorno de velocidad están más separadas (menor gradiente de velocidad). Esto ocurre en el centro entre eje y pared, y en las equinas interiores. Por el contrario en zonas donde los contornos de velocidades están muy próximos (gradiente de velocidades elevado), la viscosidad disminuye, como por ejemplo en la esquina exterior que forman el taco rascador y la pared del conducto.

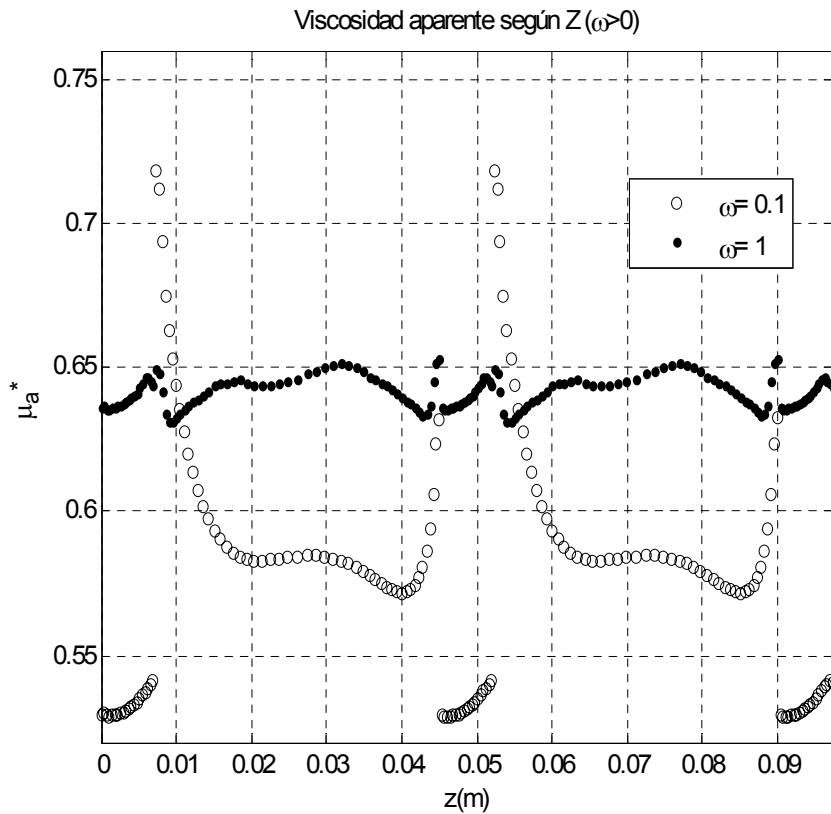


**Figura 6.98.** Contornos de  $\mu_a^*$  y velocidad delante del rascador para  $Re\ 25$  y  $\omega=1$ .



**Figura 6.99.** Contornos de  $\mu_a^*$  y velocidad detrás del rascador para  $Re\ 25$  y  $\omega=1$ .

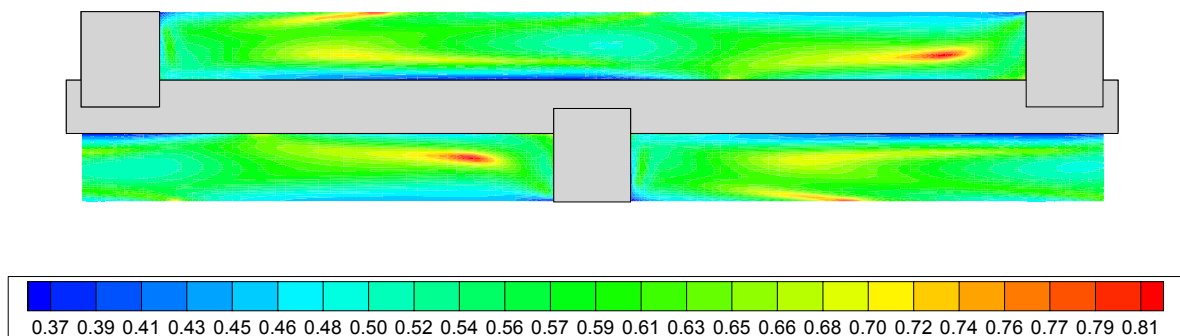
En la figura 6.100 se ha representado la evolución de la viscosidad media en función de la coordenada axial para dos velocidades de rascado,  $\omega=0.1$  y  $\omega=1$ . Para  $\omega=0.1$  la viscosidad tiene un comportamiento similar al caso estático, pero al aumentar la velocidad de los rascadores, esta aumenta y se vuelve prácticamente constante. Esto se debe a que la fricción y el gradiente de velocidades disminuye, pues el rascador se mueve a la misma velocidad que el fluido.



**Figura 6.100.**  
Viscosidad aparente promedio en el plano de simetría según Z para Re 25 con  $\omega=0.1$  y  $\omega=1$ .

• Reynolds 170

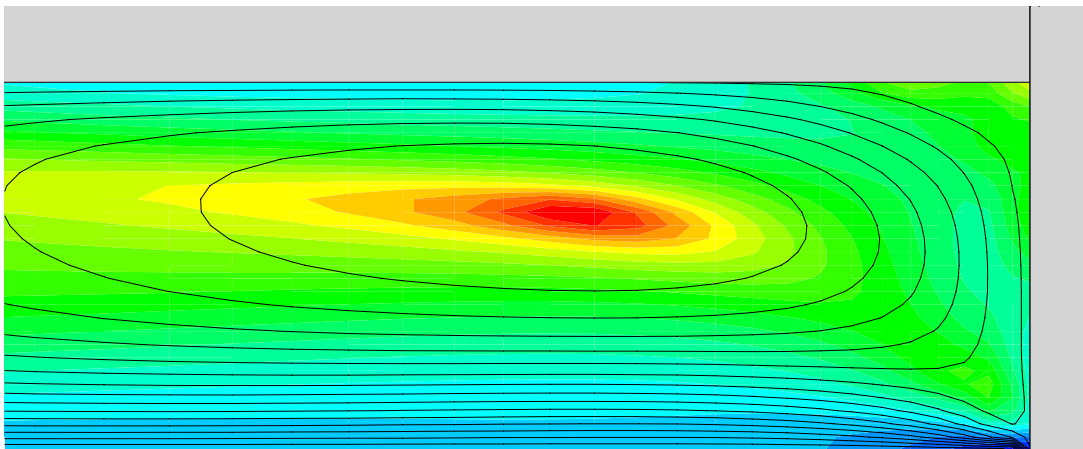
Este caso representa el comportamiento del flujo para altos valores de Reynolds y movimiento en contracorriente con  $\omega=2$ , ya que para  $\omega=1$  el comportamiento es similar al mostrado para Reynolds 25. La figura 6.101 muestra el contorno de viscosidades adimensionales en el plano de simetría.



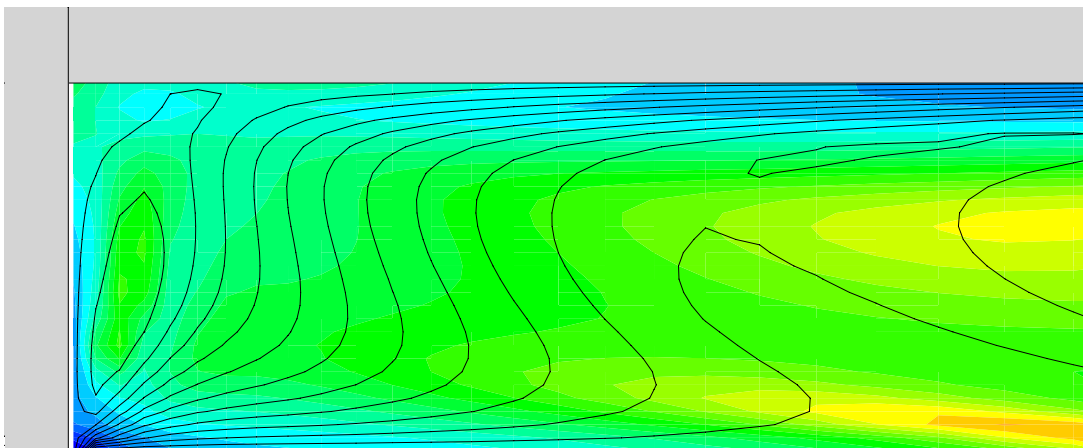
**Figura 6.101.** Contornos de  $\mu_a^*$  en el plano de simetría para Re 170 y  $\omega=2$ .



Las figuras 6.102 y 6.103 muestran la viscosidad aparente en las zonas anterior y posterior al rascador, junto con los contornos de velocidad. La parte anterior al rascador es similar a la dada para  $\omega=1$ , pues en esta zona el fluido sigue siendo “arrastrado” por el rascador, pero la zona posterior cambia por completo, ya que en esta zona el fluido esta ahora siendo “empujado” por el rascador. Aparecen de nuevo recirculaciones, indicadas por viscosidad de valor elevado. Conforme aumenta la distancia al taco, los contornos se separa y las viscosidad aumenta. El punto en que los contornos convergen, la esquina del rascador próxima a la pared, tiene una viscosidad mucho menor.



**Figura 6.102.** Contornos de  $\mu_a^*$  y velocidad delante del rascador para  $Re\ 170$  y  $\omega=2$ .



**Figura 6.103.** Contornos de  $\mu_a^*$  y velocidad detrás del rascador para  $Re\ 170$  y  $\omega=2$ .

En la figura 6.104 se ha representado la evolución de la viscosidad media en función de la coordenada axial para dos velocidades de rascado,  $\omega=0.1$  y  $\omega=2$ . Para  $\omega=0.1$  la viscosidad tiene un comportamiento similar al caso estático, pero al aumentar la velocidad de los rascadores hasta  $\omega=2$ , esta pasa de aumentar ( $\omega=1$ ), a disminuir, con una distribución totalmente distinta. Esto se

debe a que la fricción y el gradiente de velocidades vuelve a aumentar, al mismo tiempo que la estructura del flujo varía por completo.

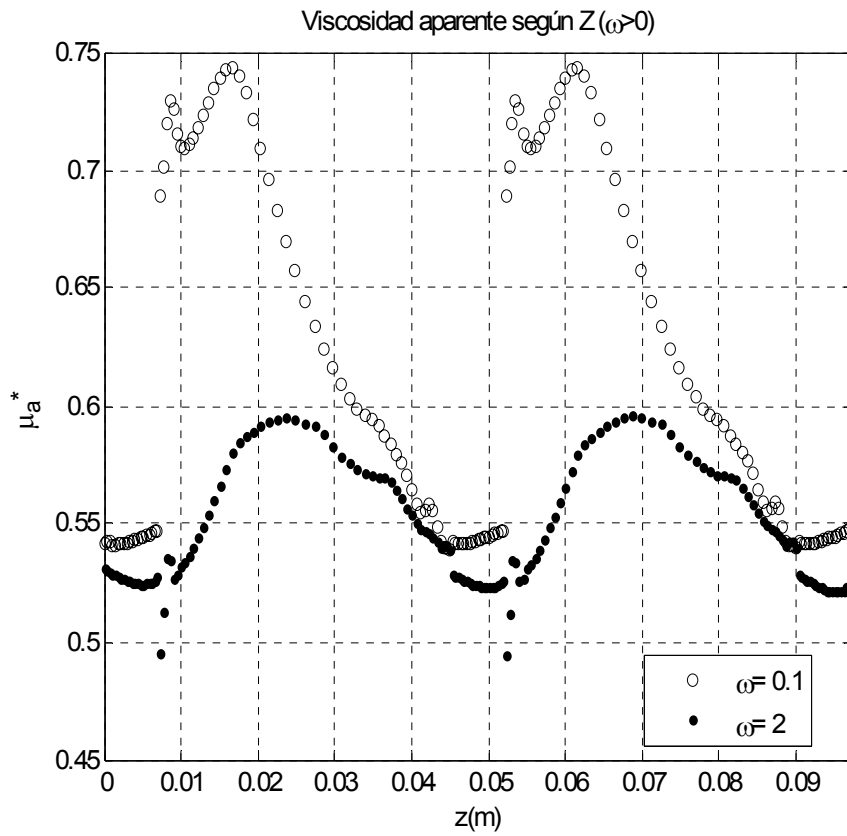


Figura 6.104. Viscosidad aparente promedio en el plano de simetría según Z para Re 170 con  $\omega=0.1$  y  $\omega=2$ .

### 6.4. FUERZA Y POTENCIA DE ACCIONAMIENTO

En este apartado se pretende hacer un estudio sobre la potencia de accionamiento necesaria para el movimiento de los rascadores. Esta potencia únicamente dependerá del gasto másico (número de Reynolds) y de la relación de velocidades ( $\omega$ ), sin tener en cuenta efectos térmicos y tribológicos. Para ello se determinará la fuerza aplicada en cada elemento o unidad del conjunto de rascadores, compuesto por un taco rascador y un tramo de eje de longitud  $P/2$  (figura 6.105).

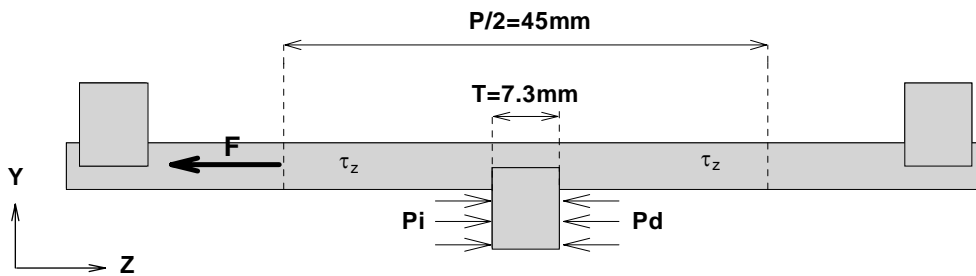


Figura 6.105. Unidad de rascador y eje considerada en el cálculo de la potencia de accionamiento.

Para la obtención de la fuerza se considerará la presión media ejercida en la cara izquierda del rascador,  $P_i$ , y en la cara derecha,  $P_d$ , así como la fuerza producida por el esfuerzo cortante en el eje, en su componente  $z$ ,  $\tau_z$ . Debería incluirse también la fuerza producida por el esfuerzo cortante en la cara superior del rascador, pero los resultados obtenidos muestran que la fuerza debido a los esfuerzos cortantes es mínima comparada con la debida a la presión en las caras laterales. Por ello se prescindirá de este último término, considerándose únicamente la presión y el esfuerzo cortante en el eje, a pesar de que, como se ha dicho, es la fuerza debida a la presión la que predomina.

La fuerza da lugar entonces a la expresión siguiente, en la que la dirección de la misma es la del eje  $Z$ , y el sentido viene determinado por el signo de la diferencia  $\Delta P = P_d - P_i$ , siendo la fuerza positiva (respecto a los ejes de la figura 6.107) cuando  $P_d > P_i$ , y negativa cuando  $P_d < P_i$ .

$$F = \Delta P \frac{\pi D^2 (1 - \kappa^2)}{8} + \tau_z \pi \kappa D \left( \frac{P - T}{2} \right) \quad (6.7)$$

donde  $D$  es el diámetro del conducto,  $\kappa$  la relación entre diámetros de eje y conducto,  $P$  el paso entre rascadores y  $T$  el espesor del taco rascador.

La potencia se obtiene a partir del producto entre fuerza y velocidad del rascador, ya que ambas tienen la misma dirección. Por lo tanto se podrá expresar como,

$$W = F \cdot v_{\text{rascador}} = F \cdot \omega U \quad (6.8)$$

expresión que siempre será positiva, pues  $\omega U$  tiene el mismo signo que  $F$ . Sustituyendo con (6.7) queda como,

$$W = \left[ \Delta P \frac{\pi D^2 (1 - \kappa^2)}{8} + \tau_z \pi \kappa D \left( \frac{P - T}{2} \right) \right] \cdot \omega U \quad (6.9)$$

proporcionando el valor de la potencia en  $W$ .

Para poder comparar fuerza y potencia entre los dos Reynolds característicos, 25 y 170, es más conveniente trabajar con los valores adimensionales de estas dos magnitudes. De esta forma, se puede hablar de una fuerza adimensional  $F^*$ , definida como,

$$F^* = \frac{F}{\rho U^2 D_H^2} \quad (6.10)$$

y de una potencia adimensional  $W^*$ , también llamada número de potencia o número de Newton  $Ne$ , definido como,

$$Ne = \frac{W}{\rho U^3 D_H^2} \quad (6.11)$$

donde en ambos casos,  $\rho$  es la densidad del fluido,  $U$  la velocidad media del flujo y  $D_H$  el diámetro hidráulico del conducto anular, únicamente considerando el eje.

Los valores obtenidos, sin adimensionalizar, muestran que la fuerza de accionamiento es baja, siendo en el caso más desfavorable, para Reynolds 170 y  $\omega = -2$ , de  $10.6612N$ , requiriendo una potencia de  $30.3364W$ .

Los resultados obtenidos para  $F^*$  y  $Ne$  se han representado para los Reynolds 25 y 170, en función de la relación de velocidades  $\omega$ , mostrados en las figuras 6.106 y 6.107.

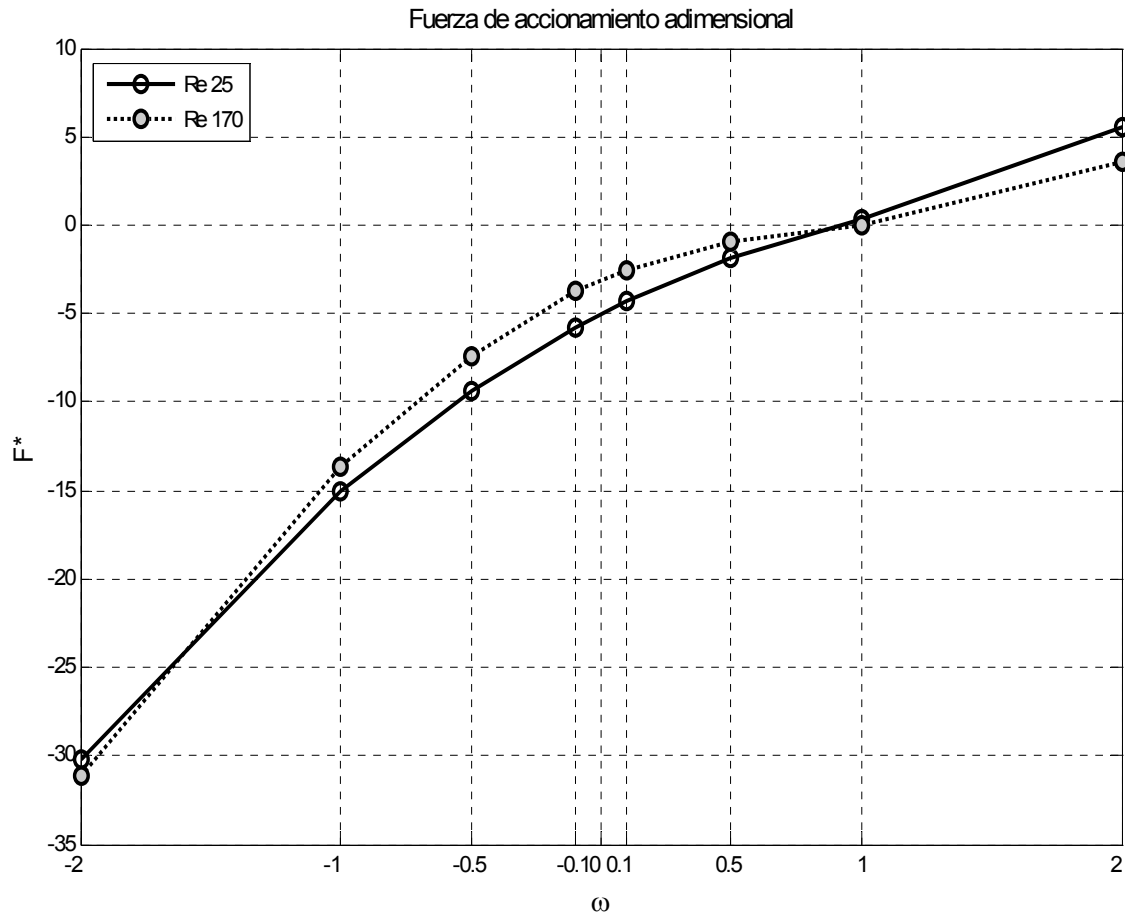


Figura 6.106. Fuerza adimensional de accionamiento para Re 25 y 170 en cada  $\omega$ .

Como cabía esperar, la fuerza máxima se produce para la situación  $\omega=-2$ , en la que el rascador se mueve opuesto al flujo y la resistencia es máxima. Para esta situación la fuerza tiene signo negativo, es decir, opuesta al flujo y en el mismo sentido que el movimiento del rascador.

Conforme disminuye  $\omega$  la fuerza también disminuye (en módulo), siendo mayor la fuerza necesaria para Reynolds 170. Aun cuando  $\omega$  pasa a ser positivo, la fuerza sigue siendo negativa, opuesta pues al movimiento del rascador, ya que la velocidad de este es menor a la del flujo, y es necesario aplicar dicha fuerza para retenerlo. Para  $\omega=1$  la fuerza se hace 0, en este punto el rascador se mueve a la misma velocidad que el flujo.

A partir de  $\omega=1$  la fuerza aumenta (el rascador empuja ahora al fluido), siendo ya positiva, en el sentido del movimiento. Si bien en este punto se ha invertido la tendencia, y la fuerza requerida para Reynolds 25 pasa a ser mayor. Esto se debe a las diferentes estructuras de flujo que se presentan para Reynolds 25 y 170 en el caso  $\omega=2$ .

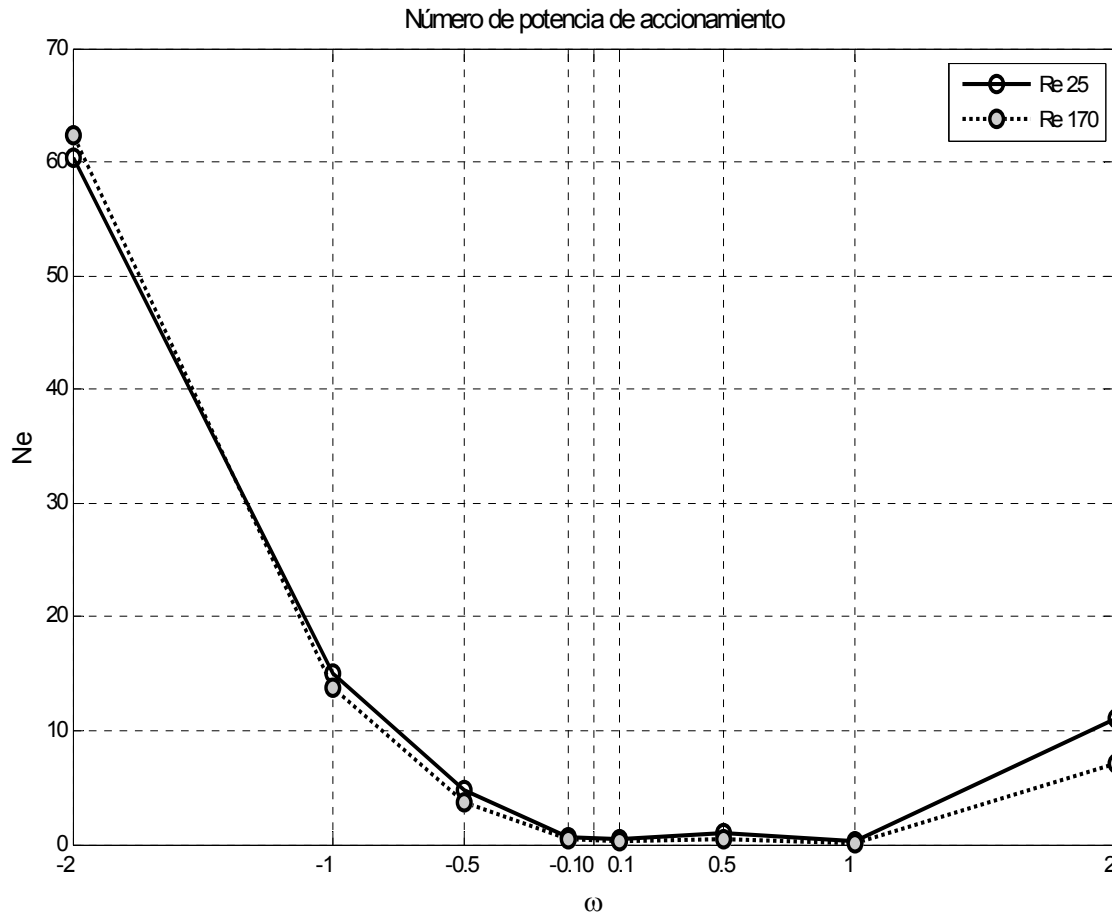


Figura 6.107. Potencia adimensional de accionamiento para Re 25 y 170 en cada  $\omega$ .

Una vez conocido el comportamiento de la fuerza, resulta fácil interpretar el de la potencia. El valor máximo requerido se da para  $\omega = -2$ , existiendo una diferencia significativa entre esta y el resto de las situaciones. La potencia disminuye conforme lo hace  $\omega$ , hasta llegar a un mínimo en  $\omega = -0.1$  y  $\omega = 0.1$ , presentando en ambos el mismo valor.

A partir de  $\omega = 0.1$ , la potencia se mantiene más o menos estable, siendo esta prácticamente nula, para experimentar un aumento considerable en  $\omega = 2$ , en la que como se ha dicho antes, de nuevo el rascador debe vencer la resistencia del flujo.

El comportamiento es similar para ambos Reynolds, aunque para  $\omega = 2$  es mayor la requerida para Re 25 (en valor adimensional).

Con el objetivo de conocer que frecuencia de raspado presenta un menor consumo de potencia, teniendo en cuenta que cada ciclo de raspado está compuesto por los dos movimientos (ida y vuelta del raspador, es decir,  $\pm\omega$ ), se ha promediado la potencia adimensional correspondiente a cada una de las dos fases del movimiento, en la forma,

$$Ne_{promedio} = \frac{Ne_{equicorriente} + Ne_{contracorriente}}{2} \tag{6.12}$$

donde  $Ne_{equicorriente}$  y  $Ne_{contracorriente}$  pertenecen a la potencia adimensional obtenida respectivamente para  $\omega > 0$  y  $\omega < 0$ , teniendo  $\omega$  el mismo valor absoluto.

Los resultados obtenidos se muestran en la figura 108, en la que se puede apreciar que la velocidad de raspado que presenta un menor consumo de potencia es la correspondiente a  $\omega = 0.1$  (se ha de recordar que en este caso  $\omega = 0.1$  representa a todo el ciclo de raspado  $\omega = \pm 0.1$ , y no únicamente al movimiento en equicorriente), para alcanzar un máximo en  $\omega = 2$ . Comparándola con la figura 107, se puede observar que la potencia promedio de los dos movimientos tiene el mismo comportamiento que el de la potencia en el movimiento de contracorriente, ya que este es el que exige mayor potencia para su aplicación.

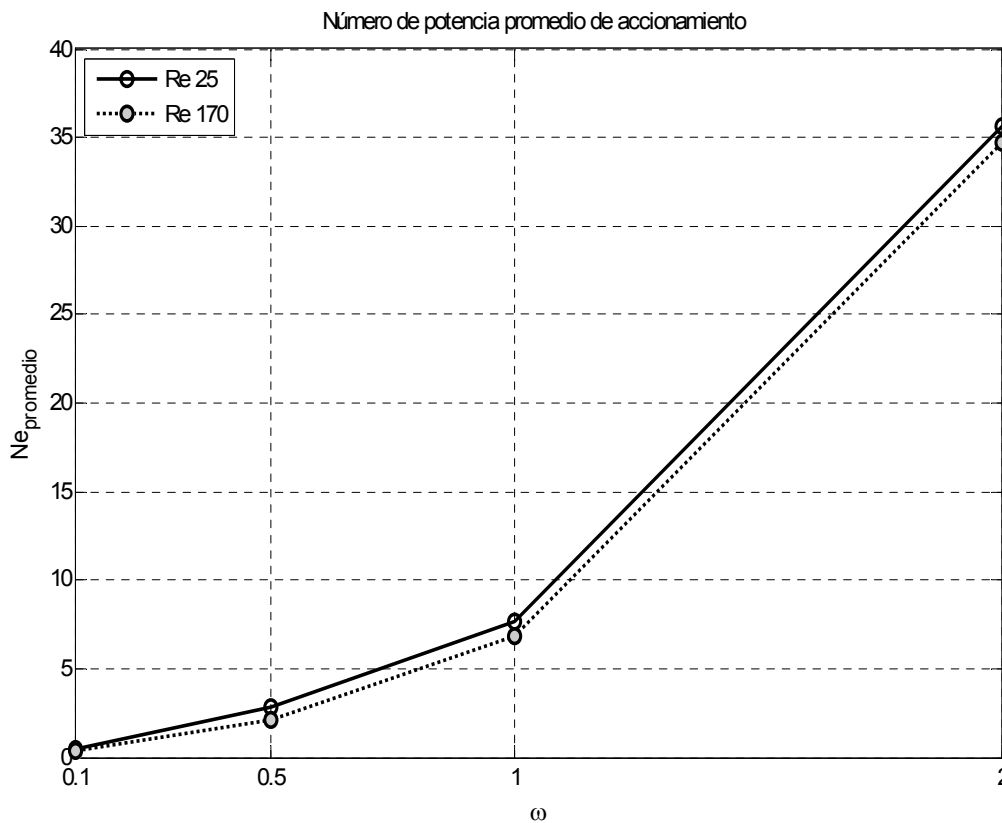


Figura 6.108. Potencia promedio adimensional de accionamiento para cada velocidad raspado.

**PROYECTO FINAL DE CARRERA**

RESULTADOS DEL PROBLEMA FLUIDODINÁMICO

David S. Martínez Hernández

---



## 7. RESULTADOS DEL PROBLEMA TÉRMICO

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones numéricas realizadas para el problema térmico, descrito en el capítulo 4 (apartado 4.7). Como se explica en dicho capítulo, no es posible resolver con FLUENT los casos dinámicos, por lo que se muestran únicamente los resultados correspondientes a los casos estáticos, prestando especial atención a los casos establecidos como representativos: Reynolds 25 y 170.

Debido a la gran influencia que tiene la disipación viscosa y el efecto de la temperatura en la power-law, como se demostró en el capítulo 5, se presentarán de nuevo los resultados correspondientes al campo de velocidades, factor de fricción y viscosidad.

### 7.1. CAMPO DE VELOCIDADES

De la misma forma que en el capítulo 6, el campo de velocidades para cada caso se ha adimensionalizado con la velocidad media del flujo  $U$ . El sentido del flujo es de izquierda a derecha.

- **Reynolds 25**

En este caso el campo de velocidades es prácticamente igual al obtenido por el problema fluidodinámico, como se puede observar en la figura 7.1, si se compara con la 6.3. La única variación es un ligero aumento en la velocidad máxima en la zona de paso opuesta al rascador, manteniendo el flujo la misma estructura. En la figura 7.2 se muestran los perfiles de velocidades en  $3P/4$  para los cuatro primeros Reynolds.

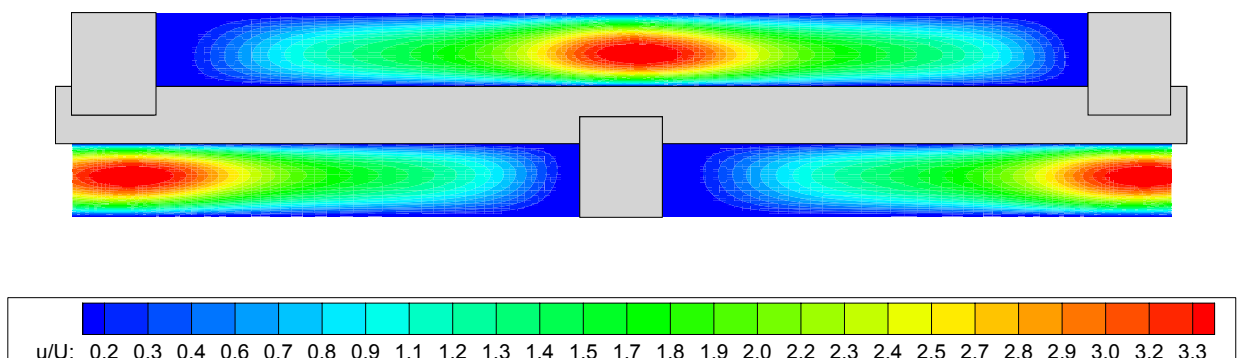


Figura 7.1. Isocontornos de velocidades para el problema térmico con Re 25.

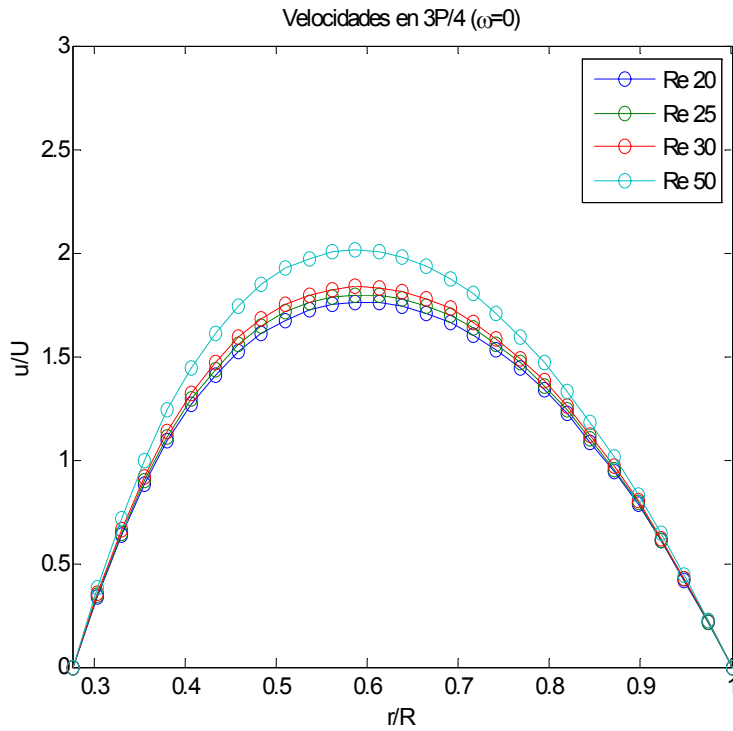


Figura 7.2. Perfiles de velocidades en 3P/4 para Re bajos en el problema térmico.

• Reynolds 170

En este caso el campo de velocidades sufre un cambio importante en su estructura (figura 7.3) respecto a la obtenida en el problema fluidodinámico (figura 6.9). La recirculación que se producía al llegar al rascador desaparece, y el comportamiento es similar al de los Reynolds 50 y 80 del problema fluidodinámico, aunque con mayores velocidades. Como se vio en el capítulo 5, la disipación viscosa y la influencia de la temperatura en la *power-law* tienen como efecto el aumento de la fricción en la pared y la disminución en otras zonas (principalmente en el espacio entre los dos cilindros), provocando a su vez una variación de la viscosidad (el aumento de temperatura debido al flujo de calor también afecta a la viscosidad), pudiendo ser esta la causa del cambio de comportamiento (un aumento de la viscosidad equivale en parte a una disminución del número de Reynolds).

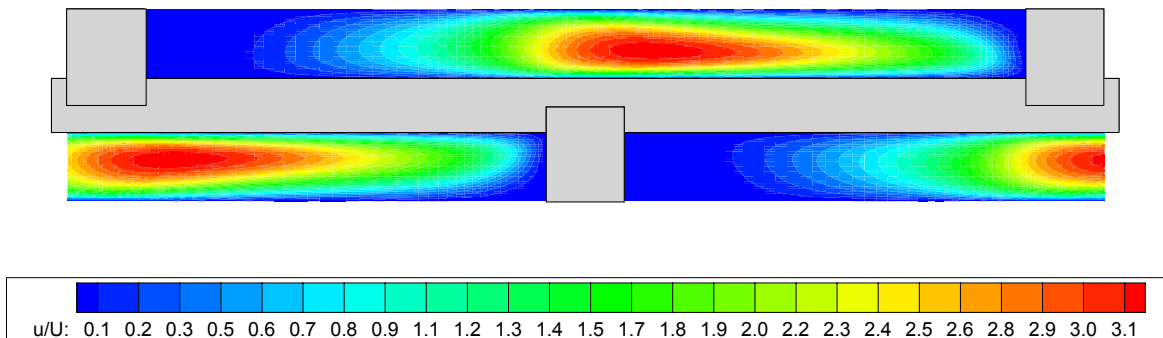
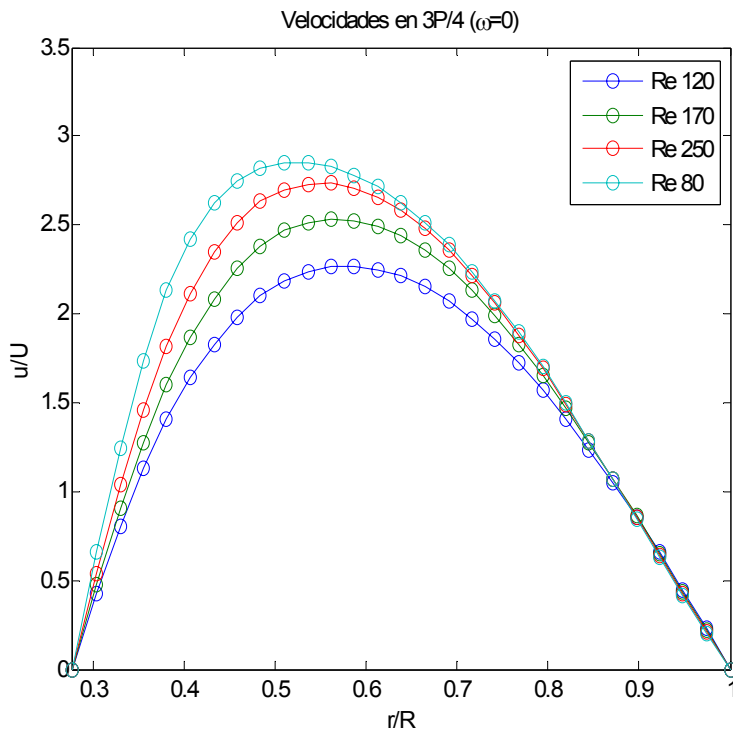


Figura 7.3. Isocontornos de velocidades para el problema térmico con Re 170.



**Figura 7.4.** Perfiles de velocidades en 3P/4 para Re altos en el problema térmico.

## 7.2. FACTOR DE FRICCIÓN DE FANNING

El factor de fricción de Fanning se ha obtenido de nuevo a partir de la expresión (2.11). Al igual que ocurría en el caso del conducto anular, visto en el capítulo 5, los resultados del problema térmico difieren de los obtenidos en el problema fluidodinámico, como se puede observar en la figura 7.5. En ella se han representado en ejes logarítmicos los valores obtenidos para el problema térmico junto con la correlación obtenida en el problema fluidodinámico.

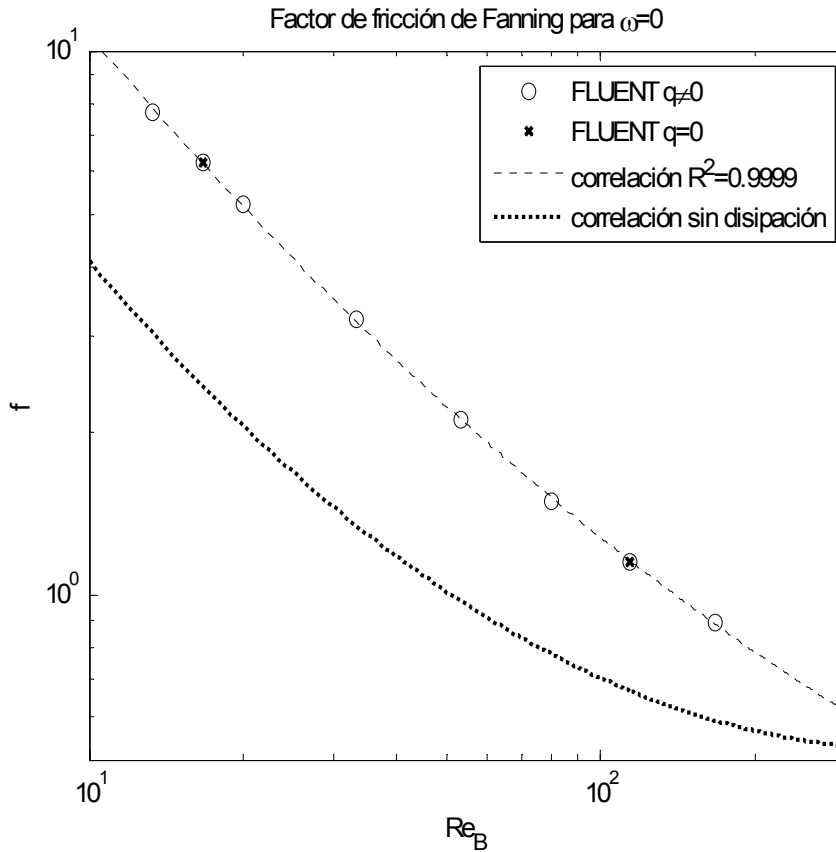
$$f = \exp(0.1479 \log(\text{Re}_B)^2 - 1.7859 \log(\text{Re}_B) + 4.7388) \quad (7.1)$$

Los valores del factor de fricción para el problema térmico son más elevados, al igual que ocurría en el caso del conducto anular, siguiendo una misma tendencia pero con curvatura mucho menos pronunciada. Para estos datos se ha obtenido una correlación, similar a la (7.1), con un coeficiente de regresión de  $R^2=0.9999$ .

$$f = \exp(0.0761 \log(\text{Re}_B)^2 - 1.4481 \log(\text{Re}_B) + 5.2991) \quad (7.2)$$

Para determinar la influencia del flujo de calor en los resultados se han resuelto los casos de Reynolds 25 y 170 con disipación viscosa pero sin aporte externo de calor ( $q=0$ ). Se puede observar que el flujo de calor aplicado en la pared no tiene apenas influencia en los resultados, por lo que esa gran diferencia se debe principalmente a la disipación viscosa, y al modelo de

*power-law* usado, que tiene en cuenta la temperatura. Se ha decir también que el flujo de calor es bajo, y la diferencia de temperaturas obtenida, como se verá más adelante, es pequeña.



**Figura 7.5.** Factor de fricción de Fanning y correlaciones para los problemas térmico y fluidodinámico.

En la figura 7.6 está representado la diferencia entre las dos correlaciones, así como los datos obtenidos de la simulación numérica. Para Reynolds 0 (no existe flujo) la diferencia es nula. A partir de este momento la diferencia aumenta (mayor fricción en el problema térmico) hasta llegar al 65% a partir de la cual disminuye linealmente con el Reynolds.

A continuación, de la misma forma que se hizo en el capítulo 6, se mostrará los contornos del coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del conducto, dado por,

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U^2} \tag{7.3}$$

donde  $\tau_w$  es el esfuerzo cortante.

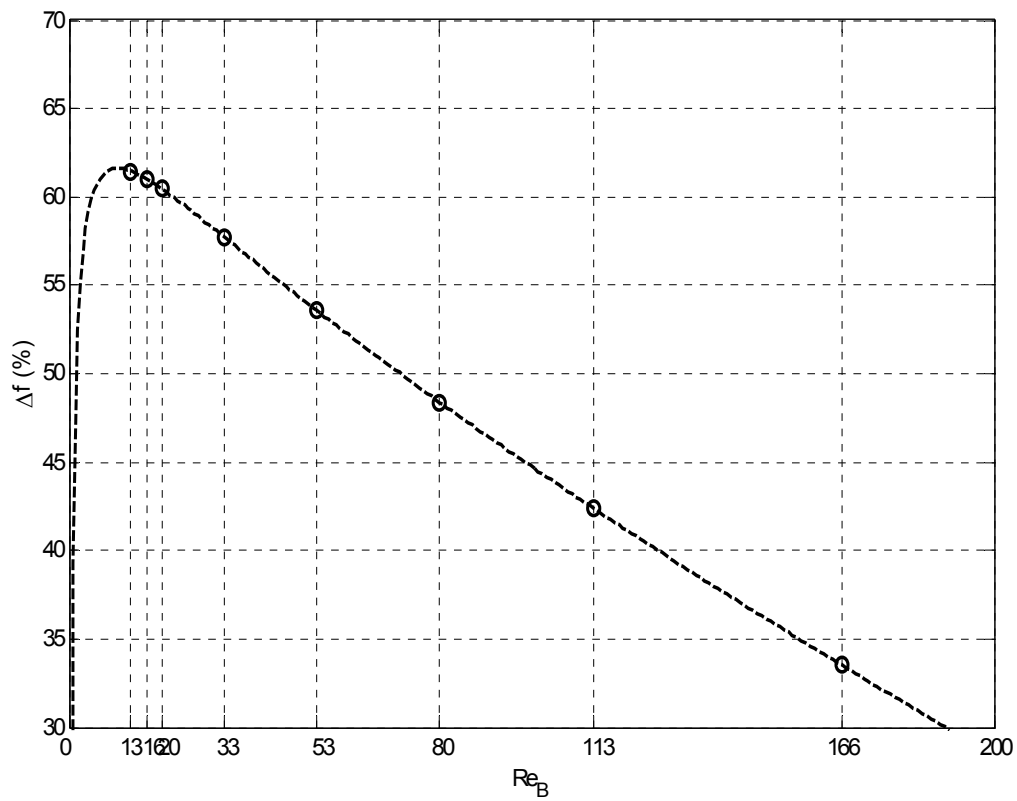
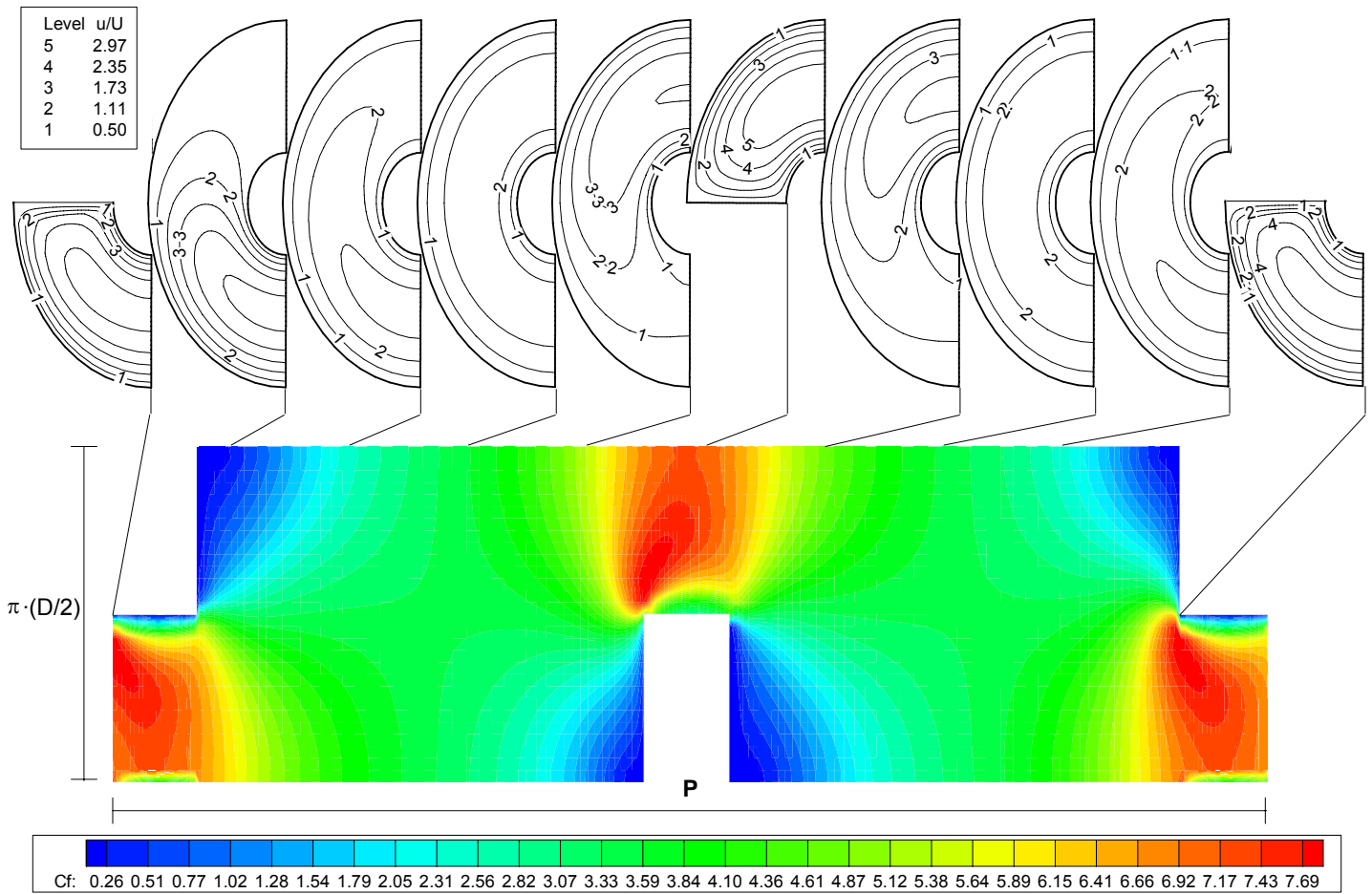


Figura 7.6. Factor de fricción de Fanning y correlaciones para los problemas térmico y fluidodinámico.

- **Reynolds 25**

En la figura 7.7 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, desplegada sobre el plano del papel, junto con los contornos de velocidades adimensionales para diversas secciones. Como se puede observar, la distribución del coeficiente de fricción es similar a la del problema fluidodinámico; la zona de máxima fricción se encuentra en la parte opuesta del comienzo del rascador. Esta zona es la que recibe el impacto del flujo desviado por el rascador, y como se observa en las secciones correspondientes, la velocidad del fluido próximo a la pared es alta. Las zonas anterior, y principalmente posterior al rascador presentan un coeficiente de fricción muy bajo debido a que el fluido en estas zonas tiene velocidad menor.

Sin embargo, los valores obtenidos en el problema térmico son superiores a los del problema fluidodinámico prácticamente en toda la superficie. En la zona de estrechamiento el valor aumenta en el caso térmico hasta más del doble respecto al caso fluidodinámico, en una zona más extensa. La disipación viscosa aumenta por lo tanto la fricción en la pared (como se vio en el capítulo 5), y disminuye, como se verá más adelante, el valor de la viscosidad.



**Figura 7.7.** Coeficiente de fricción en la pared para el problema térmico con  $Re\ 25$ .

En la figura 7.8 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, promedio de cada sección, en función de la coordenada axial. Como se puede observar, y en concordancia con lo explicado, el coeficiente de fricción alcanza su valor máximo justo al inicio de la zona opuesta al rascador, para alcanzar su valor mínimo poco después de atravesarla por completo. Estos valores tan altos se deben a la zona de paso opuesta al rascador, donde el flujo desviado impacta con la pared, elevando mucho la fricción.

Comparándola con la figura 6.59 se puede observar cómo, en general, los valores han aumentado aproximadamente el doble respecto al problema fluidodinámico, y el comportamiento ha cambiado ligeramente; la zona de paso opuesta al rascador presenta una fricción más elevada respecto al resto de la pared.

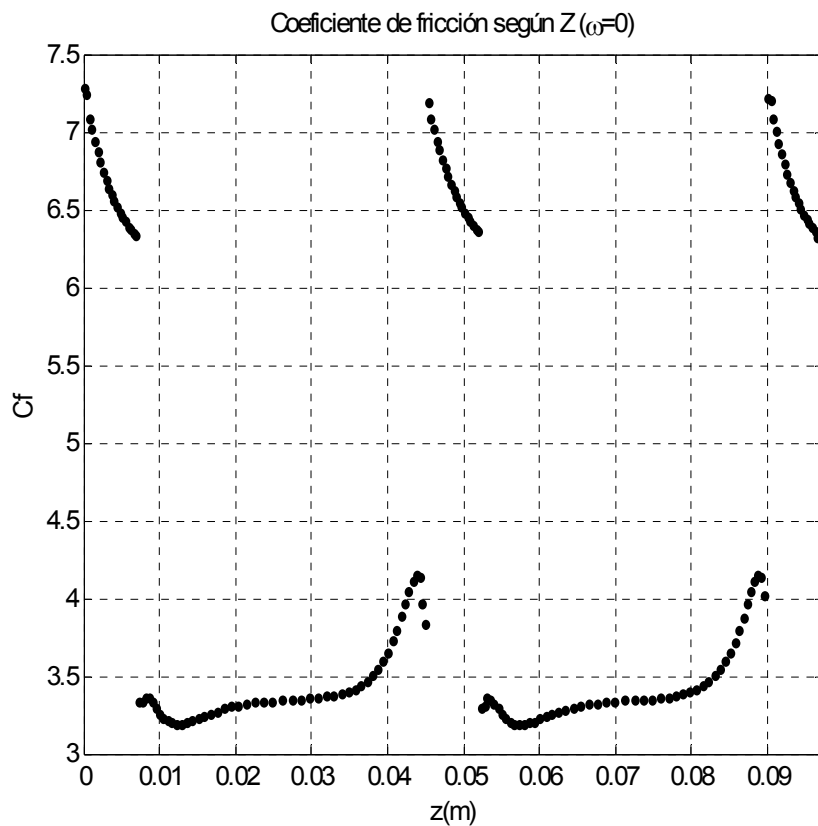


Figura 7.8. Coeficiente de fricción promedio en la pared según Z para Re 25 (problema térmico).

- **Reynolds 170**

En la figura 7.9 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, desplegada sobre el plano del papel, junto con los contornos de velocidades adimensionales para diversas secciones. Como se puede observar, la distribución del coeficiente de fricción es similar a la del problema fluidodinámico, aunque presenta diferencias importantes; las zonas de fricción muy baja se han reducido, y la recirculación anterior al rascador aparece desplazada hacia delante, situación típica de Reynolds más bajos. Al igual que para Reynolds 25, los valores del coeficiente de fricción son mayores para el problema térmico, aproximadamente el doble.

En la figura 7.10 se ha representado el coeficiente de fricción  $C_f$  en la pared del tubo, promedio de cada sección, en función de la coordenada axial. El comportamiento es similar al de la figura 6.63 del problema fluidodinámico, con la diferencia de que en este caso el menor valor se alcanza poco después de pasar el rascador, mientras que en el caso fluidodinámico el menor valor se alcanzaba justo antes del rascador. Esto es debido a la posición de las recirculaciones. Los valores son aproximadamente el doble.

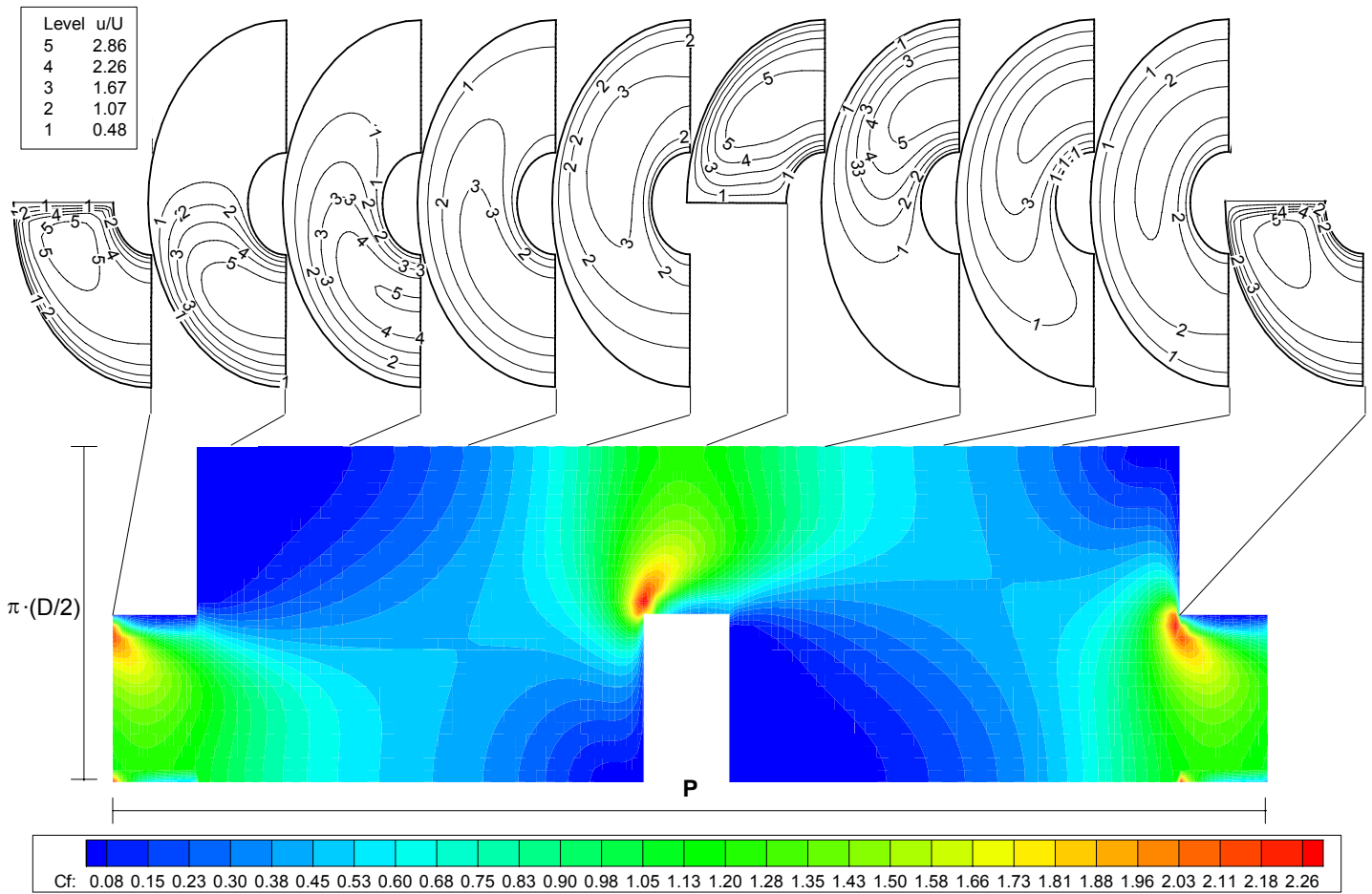


Figura 7.9. Coeficiente de fricción en la pared para el problema térmico con  $Re 170$ .

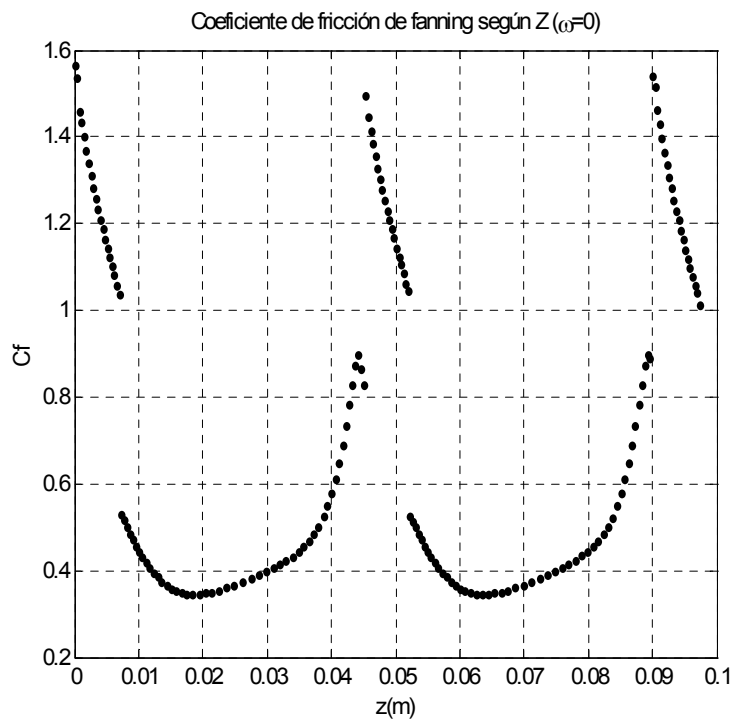


Figura 7.10. Coeficiente de fricción promedio en la pared según  $Z$  para  $Re 170$  (problema térmico).



### 7.3. CAMPO DE VISCOSIDADES

- Reynolds 25

En la figura 7.11 se muestra de forma detallada la influencia de  $\gamma$  y  $\tau$  sobre  $\mu_a$  en la pared del tubo, a través de los contornos de estas magnitudes, conveniente mente adimensionalizadas según se explico en el capítulo 6, en la forma  $C_f$ ,  $\gamma^*$  y  $\mu_a^*$ .

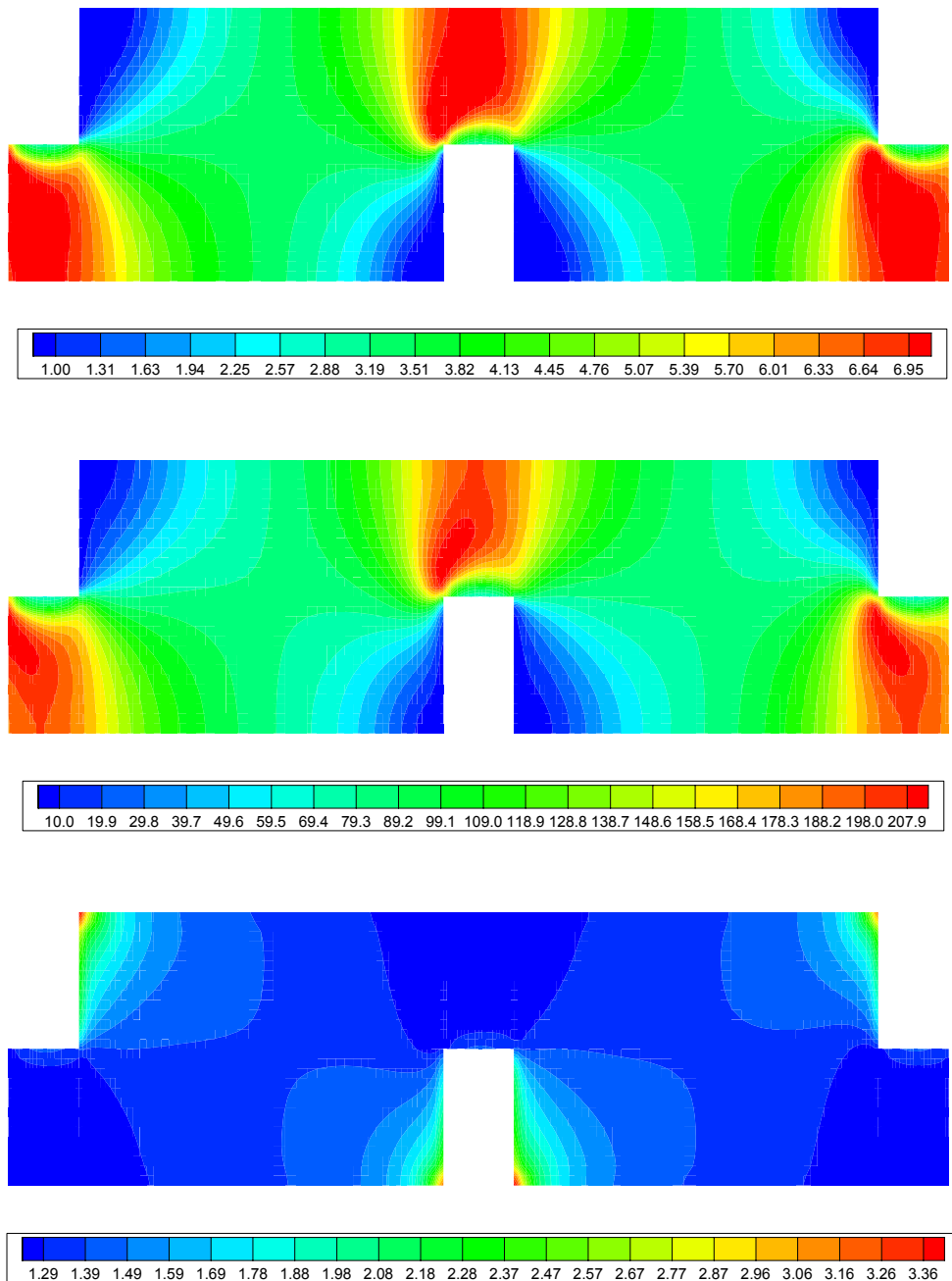


Figura 7.11. Distribución de  $C_f$ ,  $\gamma^*$  y  $\mu_a^*$  en la pared del conducto para Re 25 en el problema térmico.

Como se puede apreciar, la distribución del esfuerzo cortante y del gradiente de velocidades es prácticamente la misma, y opuesta a la de viscosidad aparente, lo que equivale a decir que las zonas de mayor  $\gamma^*$  son aquellas en las que la velocidad del flujo próximo a la pared es muy alta (implicando un descenso brusco de la misma para llegar a la velocidad nula en la pared) dando lugar a una elevada fricción y una baja viscosidad. Por el contrario gradientes de velocidades bajos, provocados por velocidades del flujo menores, dan lugar a una fricción menor, provocando un aumento de la viscosidad.

Los valores del gradiente de velocidades son aproximadamente iguales a los dados en el problema térmico, mientras que los de la viscosidad son superiores en más del doble. Esto indica un alejamiento del comportamiento dado por la ecuación (2.5), como se puede ver en la figura 7.12, en la que el error pasa a ser de más del 100%. Esto es lógico pues el comportamiento ahora esta modelado por la ecuación (4.42).

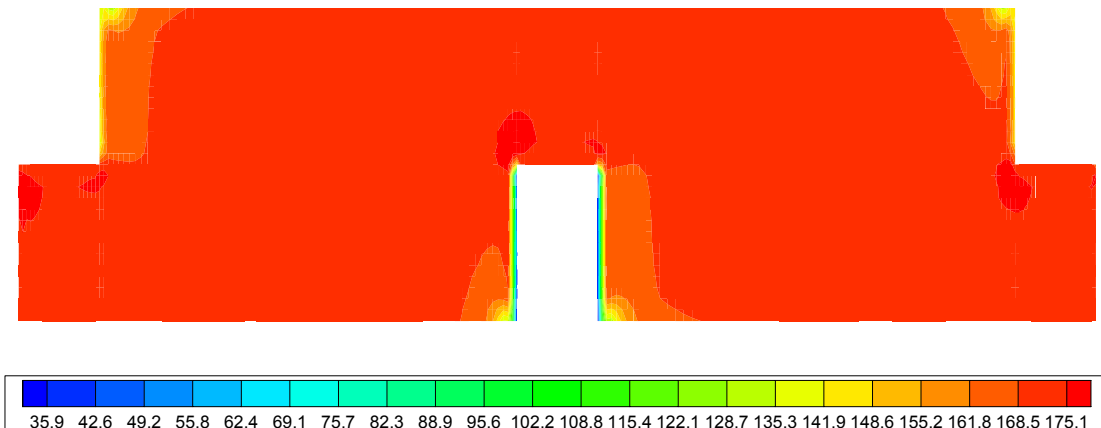


Figura 7.12. Error en % en la pared del conducto para Re 25 en el problema térmico.

Para estudiar el comportamiento de la viscosidad en el volumen fluido se utilizará de nuevo el plano de simetría ya usado en los capítulos anteriores. La figura 7.13 muestra los isocontornos de  $\gamma^*$  y la figura 7.14 los de  $\mu_a^*$ .

La distribución es prácticamente la misma que para el problema fluidodinámico. Los contornos de gradiente de velocidades son los inversos a los de la viscosidad aparente, aunque en este caso no coinciden exactamente, por la influencia de la disipación viscosa y la temperatura en la *power-law*. Aun así, se sigue cumpliendo que gradientes de velocidades elevados originan viscosidades bajas, y viceversa. Los valores obtenidos para la viscosidad aparente adimensional son mayores a los del problema térmico, aproximadamente el doble.

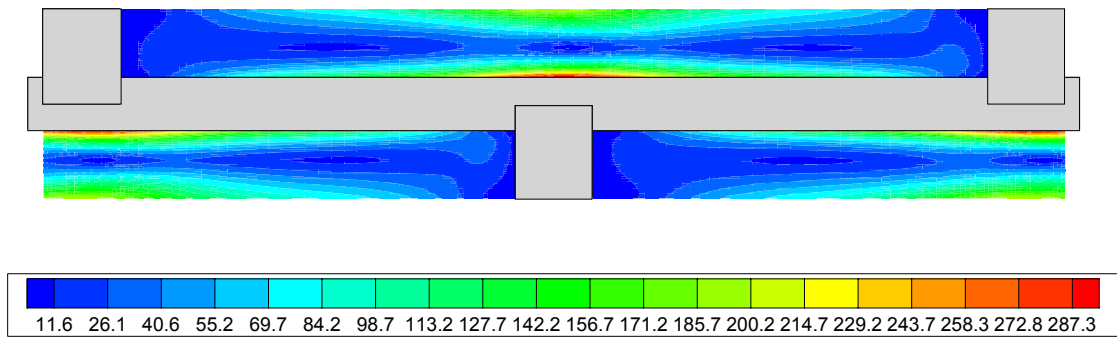


Figura 7.13. Isocontornos de  $\gamma^*$  en el plano de simetría para  $Re = 25$  en el problema térmico.

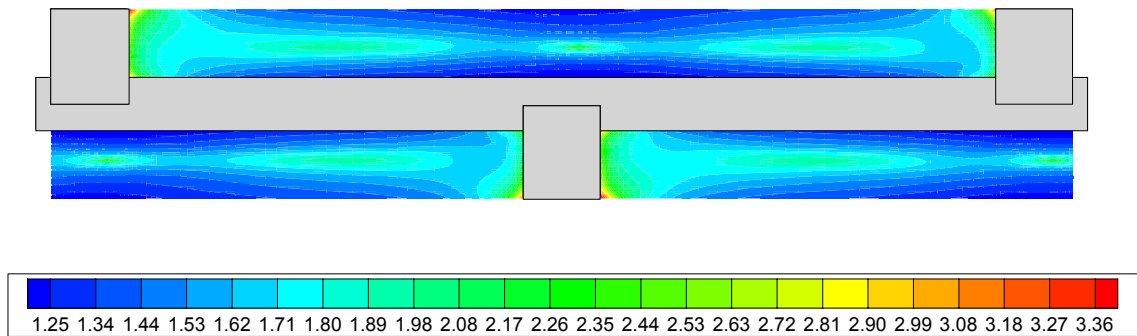


Figura 7.14. Isocontornos de  $\mu_a^*$  en el plano de simetría para  $Re = 25$  en el problema térmico.

En la figura 7.15 y 7.16 se muestra la interacción entre viscosidad y velocidad, en las zonas anterior y posterior al rascador. Se ha representado mediante colores los isocontornos y de viscosidad, y en trazo continuo los isocontornos de velocidad.

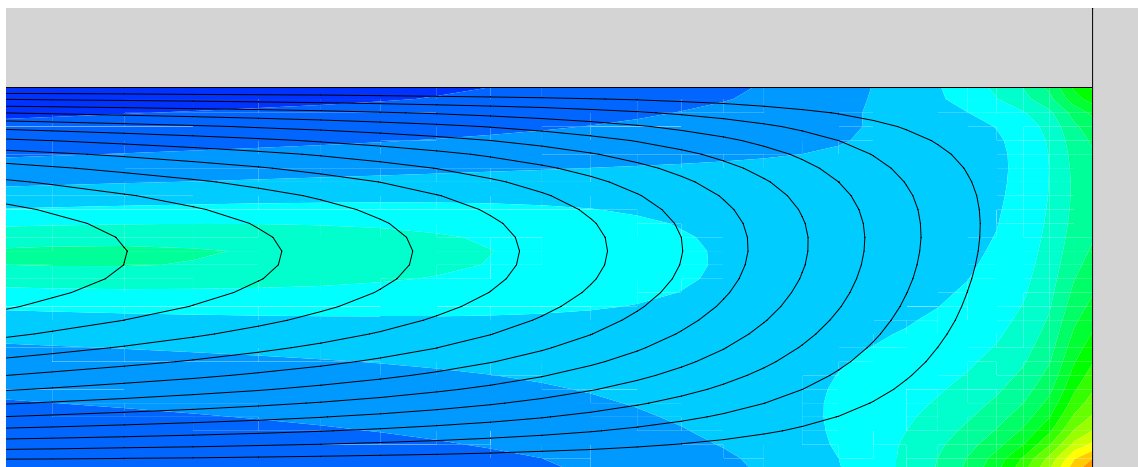


Figura 7.15. Isocontornos de  $\mu_a^*$  y velocidad delante del rascador para  $Re = 25$  en el problema térmico.

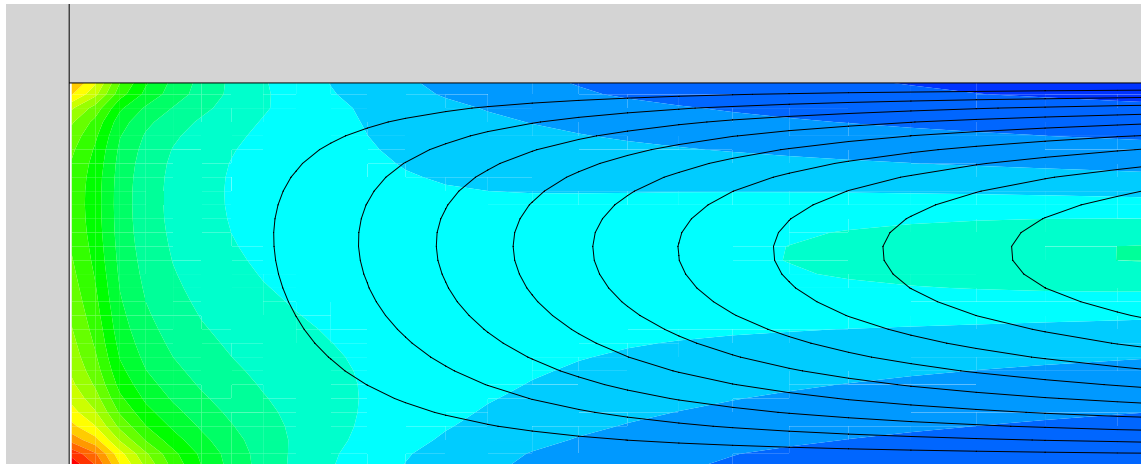


Figura 7.16. Isocontornos de  $\mu_a^*$  y velocidad detrás del rascador para Re 25 en el problema térmico.

Las zonas de mayor y menor gradiente de velocidad, que en este caso corresponde a la mayor o menor separación de las líneas de contorno, se corresponden con las zonas de mayor y menor viscosidad. Detrás y delante del rascador la velocidad es nula y el gradiente de velocidades disminuye, aumentando el valor de la viscosidad hasta su valor máximo.

En la figura 7.17 se ha representado la evolución de la viscosidad media en función de la coordenada axial. Los valores son el doble de los de la figura 6.84, pero el comportamiento es similar. Únicamente en este caso se produce un pico en la parte de paso opuesta al rascador, ya que la velocidad en esta zona es mayor que en el caso fluidodinámico, dando lugar a una zona de gradiente de velocidad menor.

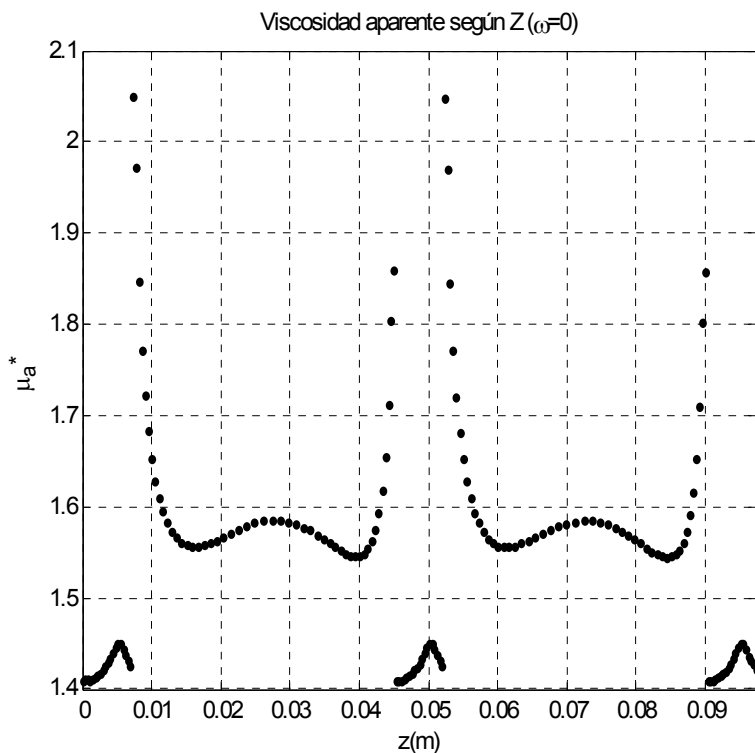
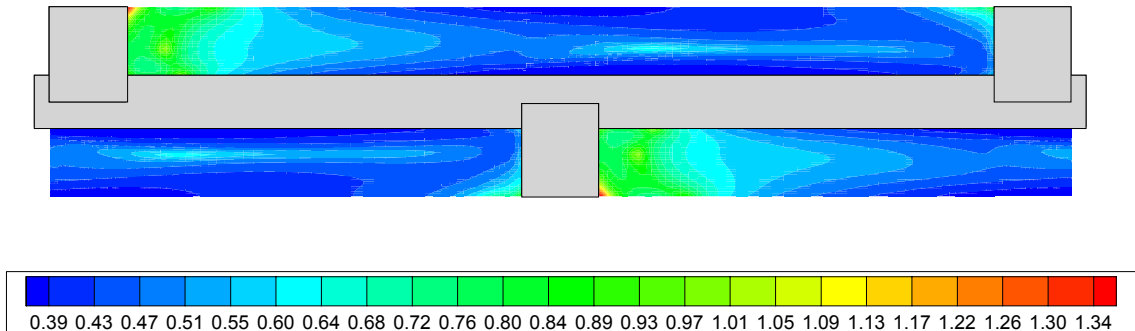


Figura 7.17. Viscosidad aparente promedio en el plano de simetría según Z. para Re 25 en el problema térmico.

- Reynolds 170

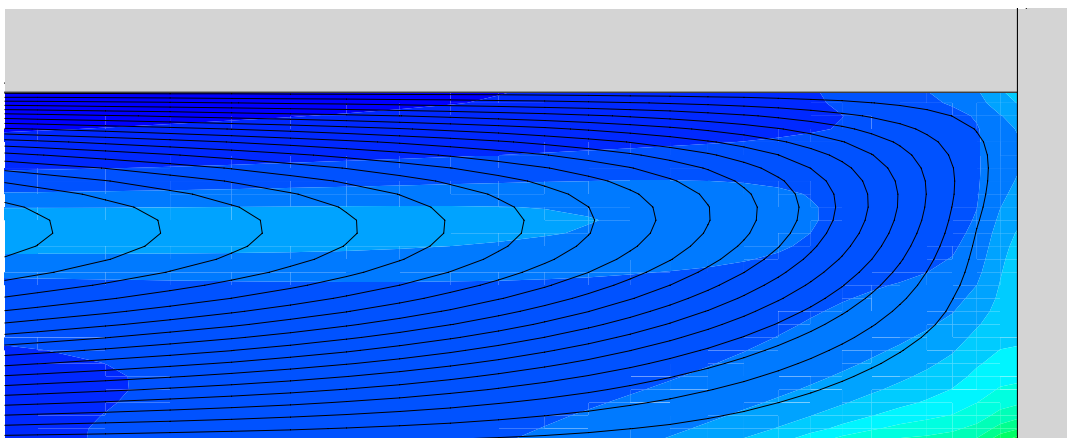
La figura 7.18 muestra los contornos de viscosidad aparente adimensionales para este caso,



**Figura 7.18.** Isocontornos de  $\mu_a^*$  en el plano de simetría para Re 170 en el problema térmico.

La distribución de la viscosidad ha cambiado respecto al problema fluidodinámico, ya que también ha cambiado la estructura del flujo. La zona de mayor velocidad que aparece detrás del rascador se debe a la disminución de la velocidad en esta zona, en la que prácticamente se tiene una zona muerta de velocidad nula.

En la figura 7.19 y 7.20 se muestra de nuevo la interacción entre viscosidad y velocidad, en las zonas anterior y posterior al rascador. Se ha representado mediante colores los isocontornos de viscosidad, y en trazo continuo los isocontornos de velocidad. La zona posterior al rascador, en la que no existe velocidad, es donde la viscosidad alcanza sus valores más altos. Recordando el capítulo 2, zonas sin velocidad o movimiento del fluido carecen de esfuerzos cortantes que alineen las macromoléculas, por lo que la viscosidad es alta.



**Figura 7.21.** Isocontornos de  $\mu_a^*$  y velocidad delante del rascador para Re 170 en el problema térmico.

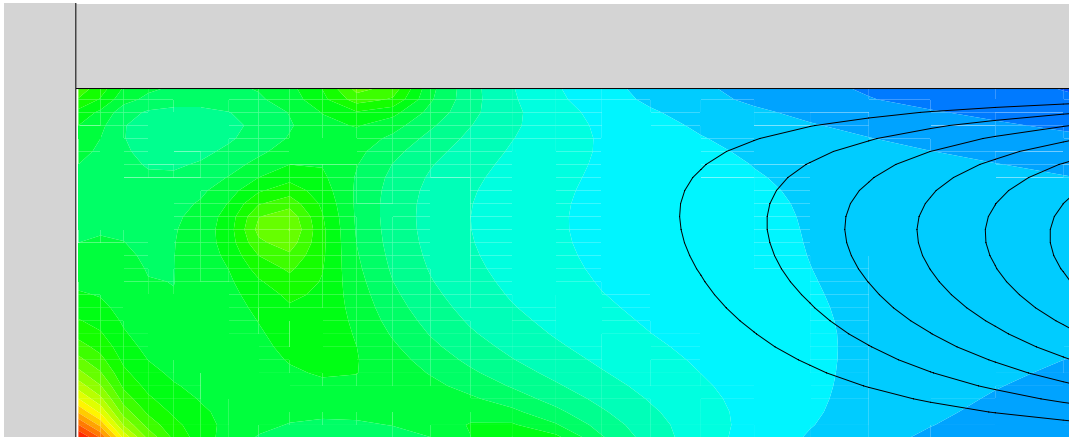


Figura 7.22. Isocontornos de  $\mu_a^*$  y velocidad detrás del rascador para Re 170 en el problema térmico.

En la figura 7.23 se ha representado la evolución de la viscosidad media en función de la coordenada axial. Los valores son más del doble de los de la figura 6.88, y el comportamiento es un caso intermedio entre Reynolds 25 y Reynolds 170 del problema fluidodinámico. La viscosidad tiene el máximo detrás del rascador (propio de Reynolds altos), pero el mínimo lo alcanza antes de llegar al siguiente rascador (propio de Reynolds bajos).

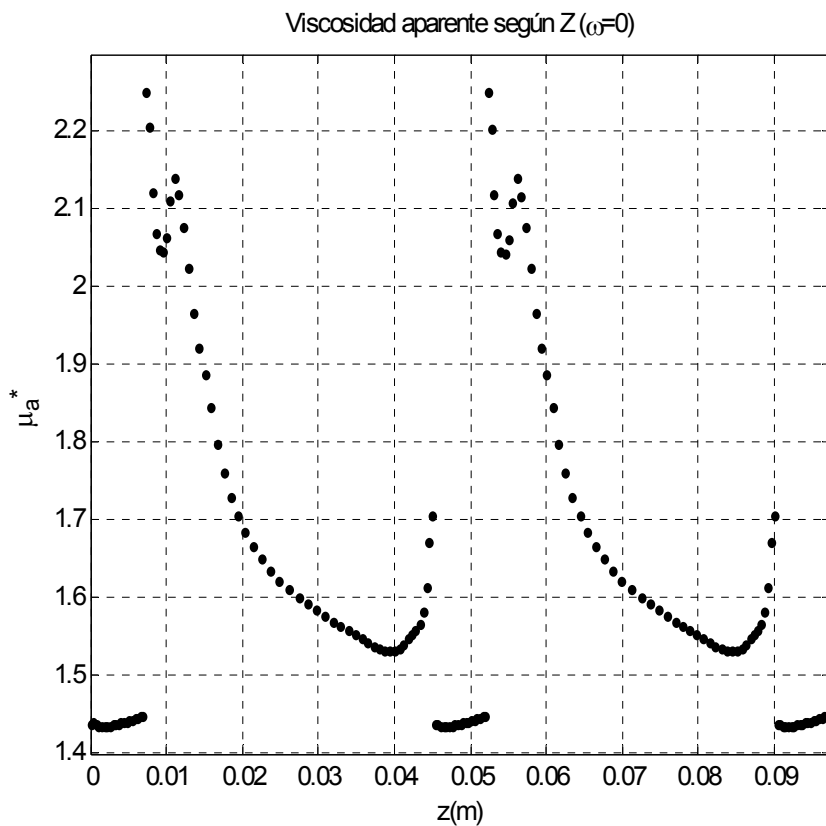


Figura 7.23. Viscosidad aparente promedio en el plano de simetría según Z para Re 170 en el problema térmico.

#### 7.4. CAMPO DE TEMPERATURAS Y TRANSMISIÓN DE CALOR

A continuación se mostrarán los resultados obtenidos en el campo de temperaturas y flujo de calor para el problema térmico, sin movimiento en el conjunto de rascadores.

Para realizar el balance térmico se ha utilizado el volumen correspondiente al tramo central, de la misma manera que se hizo con las magnitudes anteriores, considerando que en él la estructura del flujo no está afectada por la región de entrada ni la de salida.

El flujo de calor impuesto en la pared es de  $q''=5000 \text{ W/m}^2$ , con el fin de conseguir una variación de temperatura apreciable. Este flujo será aplicado en una superficie  $S$ , que es la mitad de la superficie del conducto, pues por la simetría se está considerando únicamente una mitad del mismo.

Las figuras 7.24 y 7.25 representan la distribución radial de la temperatura en la línea situada en  $3P/4$  para los ocho Reynolds estudiados. La figura 7.24 muestra los resultados para Re 20, 25, 30 y 50 y la figura 7.25 para los Re 80 120 170 y 250.

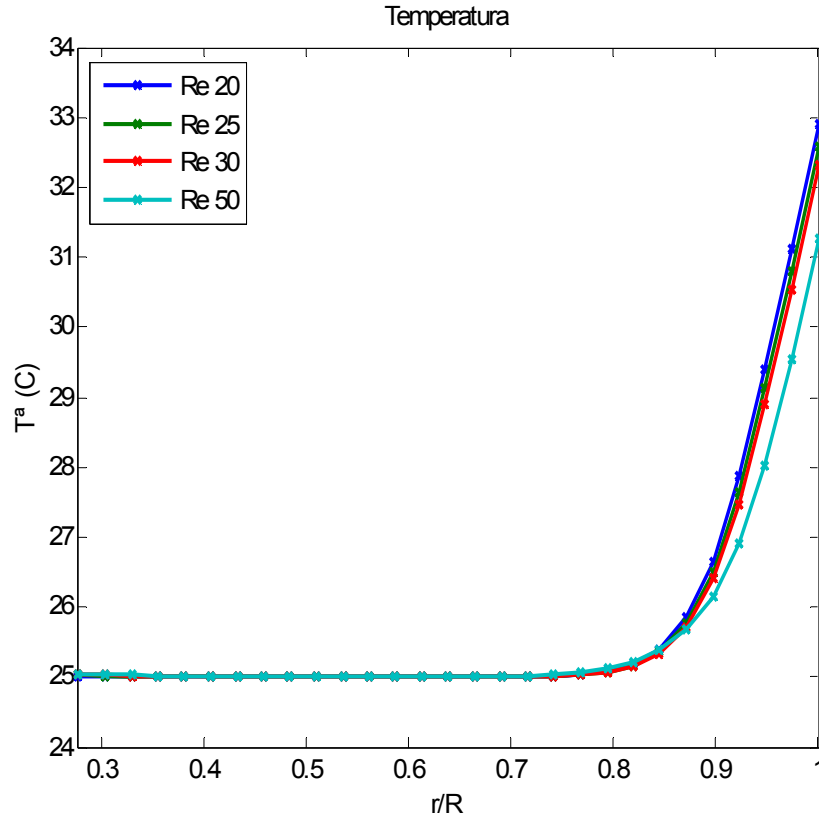


Figura 7.24. Distribución radial de temperaturas para Re 20, 25, 30 y 50 en  $3P/4$ .

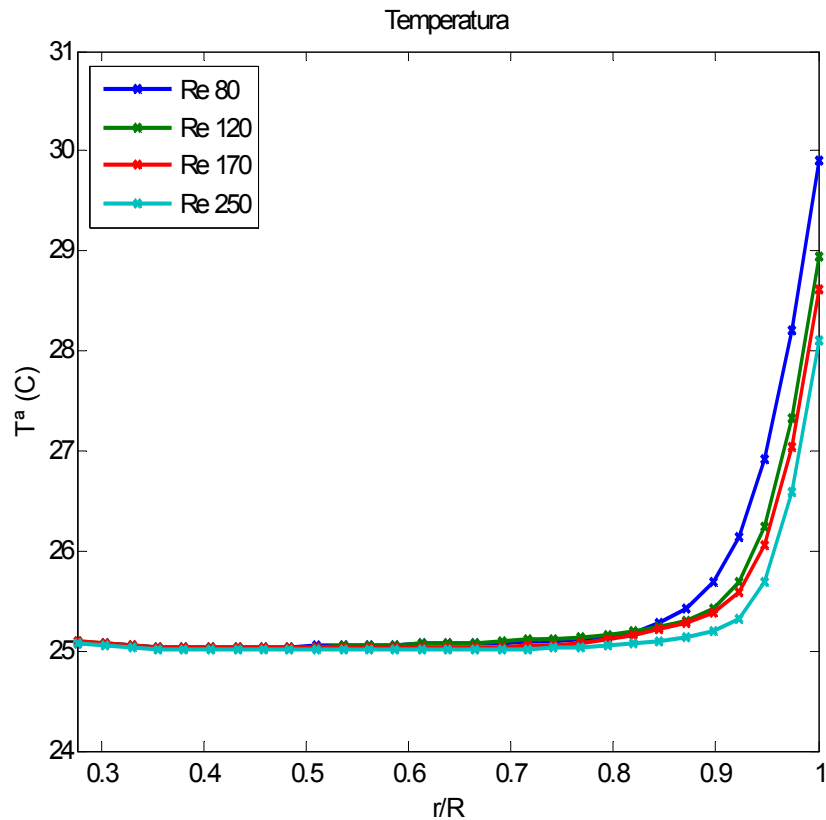


Figura 7.25. Distribución radial de temperaturas para Re 80, 120, 170 y 250.

Las figuras 7.26 y 7.27 representan la distribución radial del parámetro adimensional  $\theta$  empleado ya en el capítulo 5 y definido como,

$$\theta = \frac{T_p - T}{T_p - T_m} \tag{7.4}$$

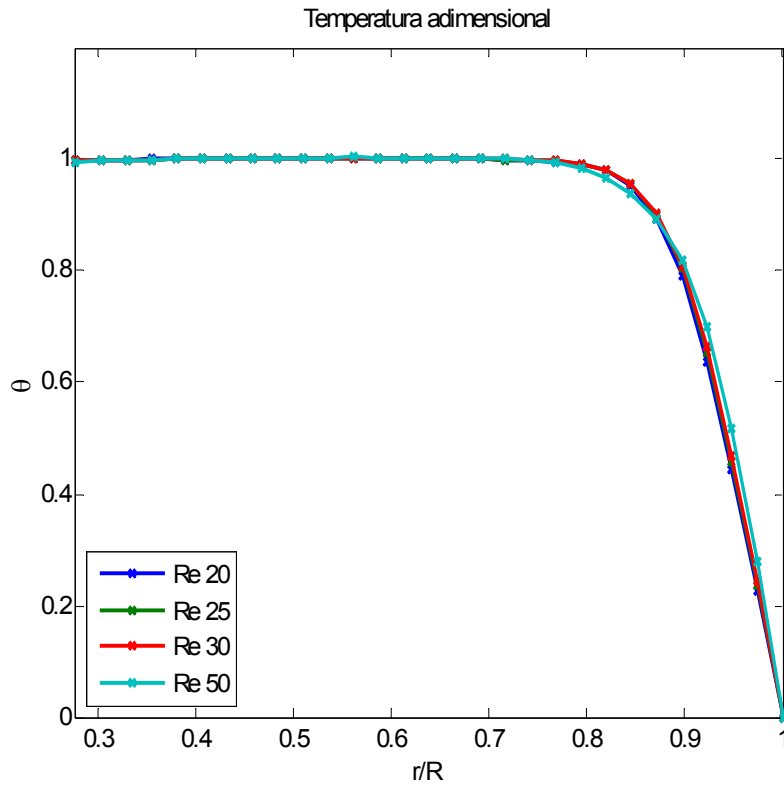
para los ocho Reynolds estudiados. La figura 7.26 muestra los resultados para Re 20, 25, 30 y 50 y la figura 7.27 para los Re 80 120 170 y 250. Se puede observar como los resultados adimensionales son muy similares a los obtenidos en el conducto anular.

El número Nusselt para este caso no es independiente del número de Reynolds ya que el perfil térmico no está desarrollado. Se ha calculado como,

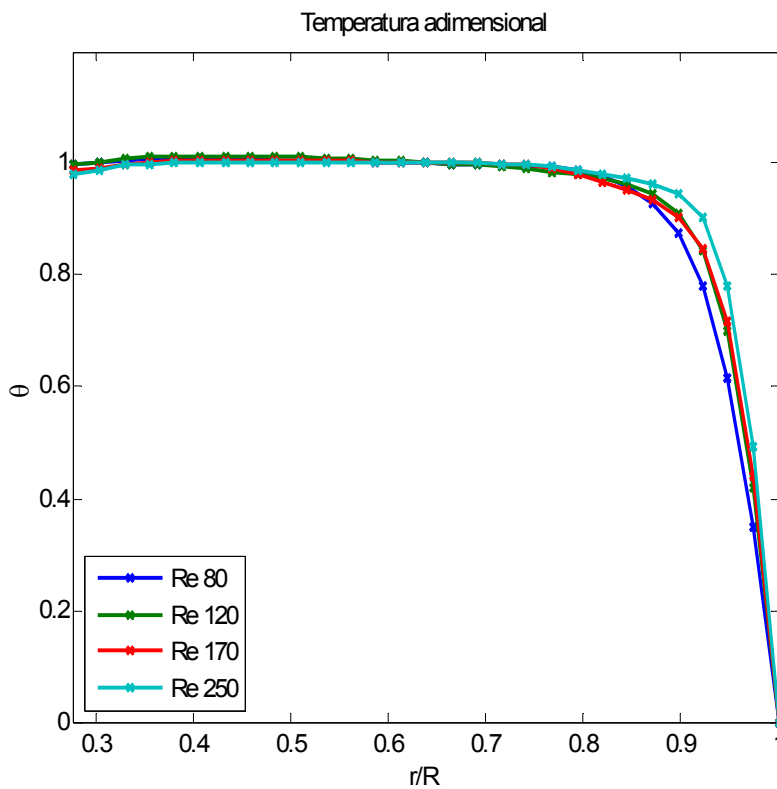
$$Nu_h = \frac{q''}{T_p - T_m} \frac{D_H}{k} \tag{7.5}$$



donde  $k$  es la conductividad térmica del CMC 2%, y  $D_H$  el diámetro hidráulico del conducto anular.  $T_p$  se ha tomado como la temperatura media de toda la pared del tramo central, y como  $T_m$  la temperatura media de todo el volumen fluido central.



**Figura 7.26.** Distribución radial de  $\theta$  para Re 20, 25, 30 y 50.



**Figura 7.27.** Distribución radial  $\theta$  para Re 20, 25, 30 y 50.

En la figura 7.28 está representado el valor del coeficiente de Nusselt hidráulico para cada uno de los Reynolds estudiados.

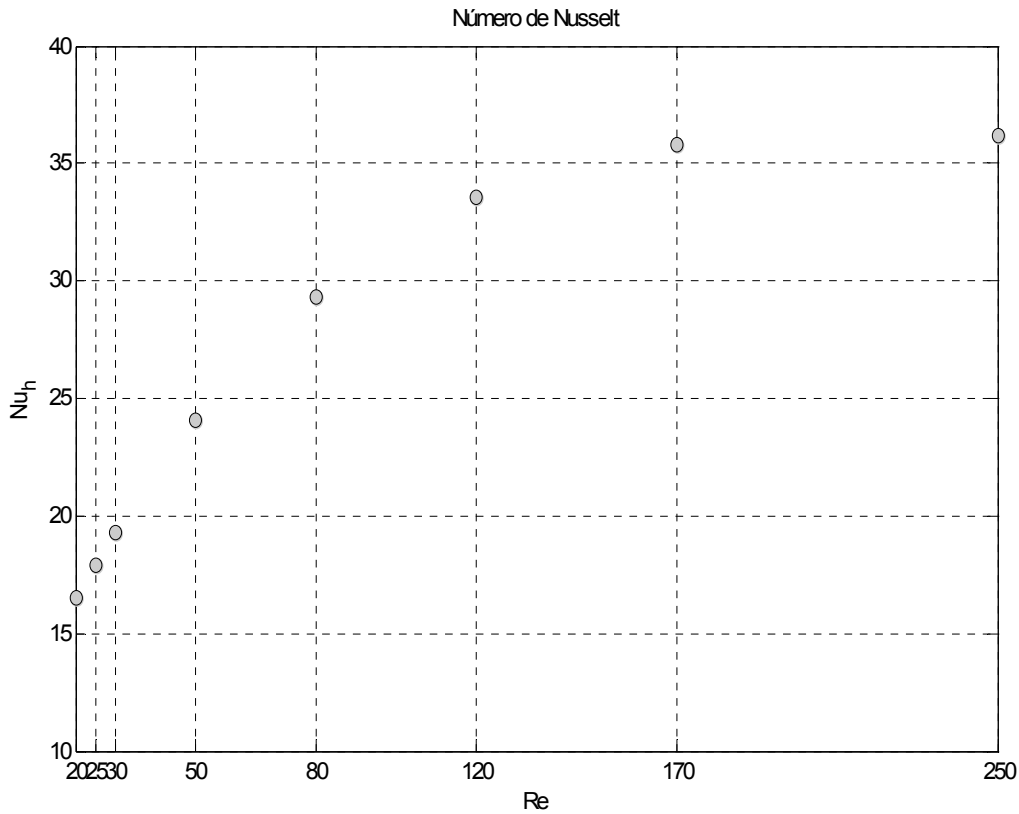


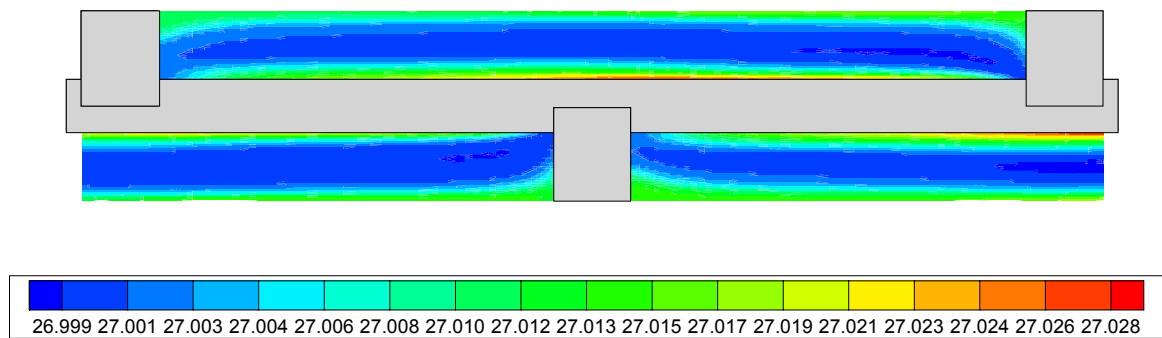
Figura 7.28. Número de Nusselt para cada caso estudiado.

El valor del número de Nusselt aumenta con el Reynolds hasta el valor 170, a partir del cual parece comenzar a estabilizarse para un valor de Nusselt igual a 36.

A continuación se mostrará con más detalle los resultados para los Reynolds representativos 25 y 170, con objeto de conocer la evolución de la temperatura y la transmisión de calor a lo largo del intercambiador.

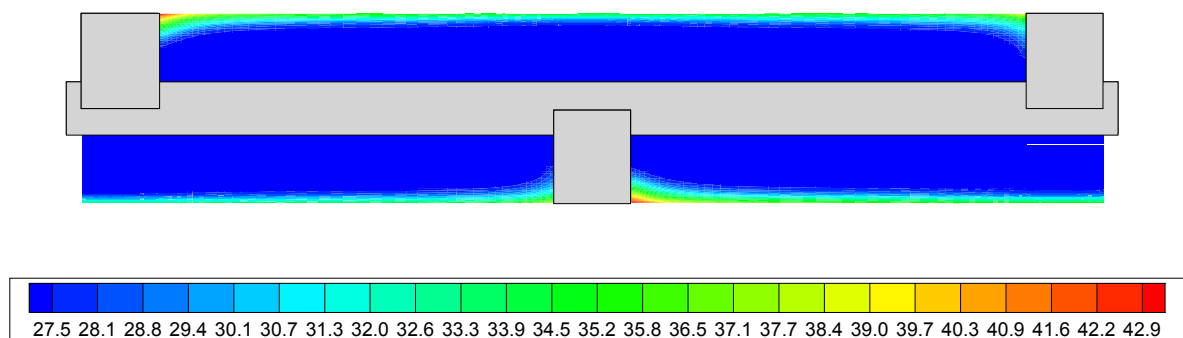
- **Reynolds 25**

En el problema térmico se ha tenido en cuenta la disipación viscosa y la influencia de la temperatura en la *power-law*. Como se ha visto, esto influye notablemente en los resultados fluidodinámicos. Para poder apreciar de qué forma influye la disipación viscosa en la temperatura, la figura 7.29 muestra la distribución de temperaturas, en grados centígrados, en el plano de simetría obtenida sin la aplicación de flujo de calor en la pared.



**Figura 7.29.** Isocontornos de temperatura sin flujo de calor, en el plano de simetría, para Re 25.

Como se puede observar, las diferencias de temperatura provocadas por la disipación viscosa son despreciables, pero muestran muy bien en que zonas ésta es más o menos importante. La figura 7.30 muestra la distribución de temperatura cuando se aplica en la pared el flujo de calor,



**Figura 7.30.** Isocontornos de temperatura con flujo de calor, en el plano de simetría, para Re 25.

La temperatura es mayor delante y principalmente detrás del rascador, junto a la pared. Esto se debe a la zona de baja velocidad que impide que el fluido se mezcle en esa zona, dando lugar a temperaturas más elevadas.

Este hecho se observa mejor en la figura 7.31, en la que está representado la evolución tanto de la temperatura media de la pared como de la temperatura media del fluido para cada coordenada Z. La temperatura de la pared es siempre superior. Ambas temperaturas se elevan en las zonas anterior y posterior al rascador, donde la velocidad es baja y existe una zona muerta.

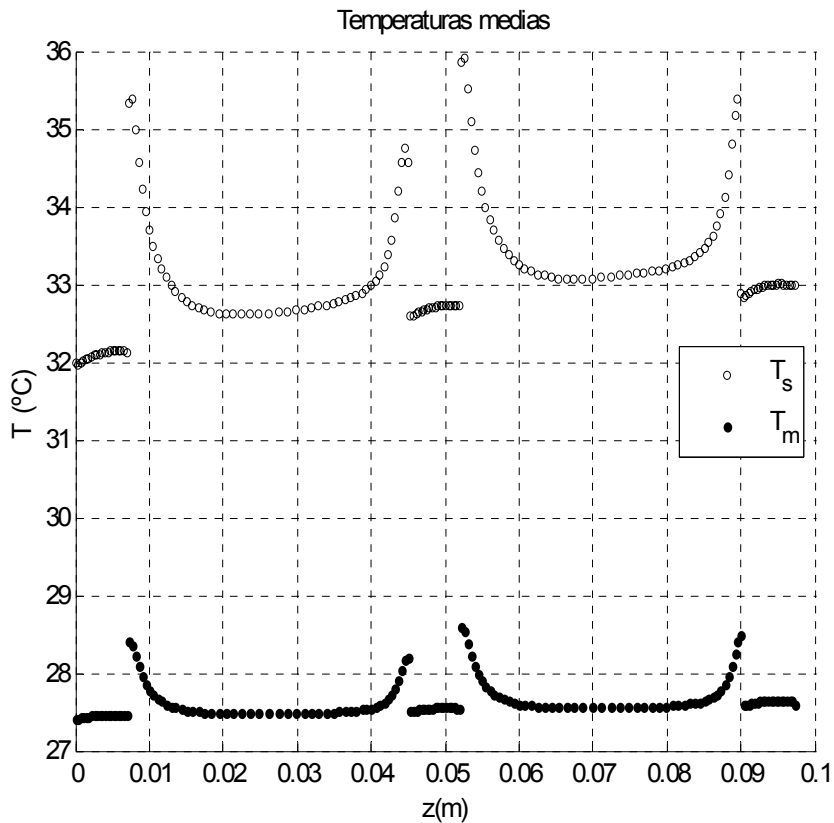


Figura 7.31. Temperaturas medias en pared y fluido según Z para Re 25.

En la figura 7.32 se ha representado el número de Nusselt en la pared del conducto junto con la velocidad en varias secciones sucesivas. Se puede observar como en las zonas de menor velocidad el número de Nusselt disminuye, ya que la transmisión de calor empeora, principalmente delante y detrás del taco. La transmisión de calor es máxima en la zona de estrechamiento al pasar por el lado opuesto al rascador. En esta zona el fluido se acelera, disminuyendo la temperatura de la pared.

La figura 7.33 muestra la evolución del número de Nusselt en la pared promediado de cada sección para cada coordenada Z. De acuerdo con todo lo anterior, el valor del Nusselt promedio alcanza su valor máximo en el estrechamiento de la sección y su valor mínimo en las zonas anterior y posterior al rascador.

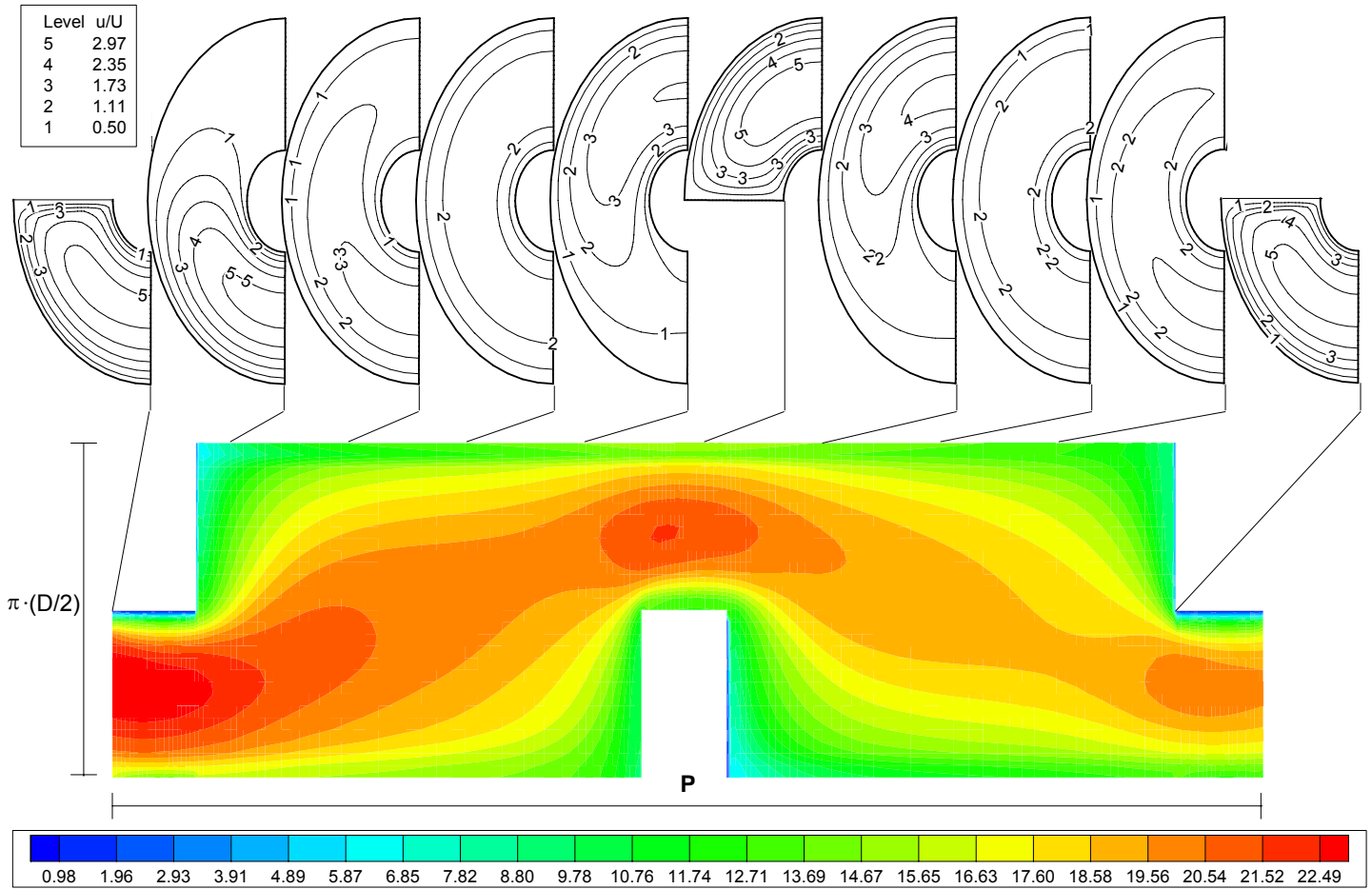


Figura 7.32. Número de Nusselt en la pared del conducto para Re 25.

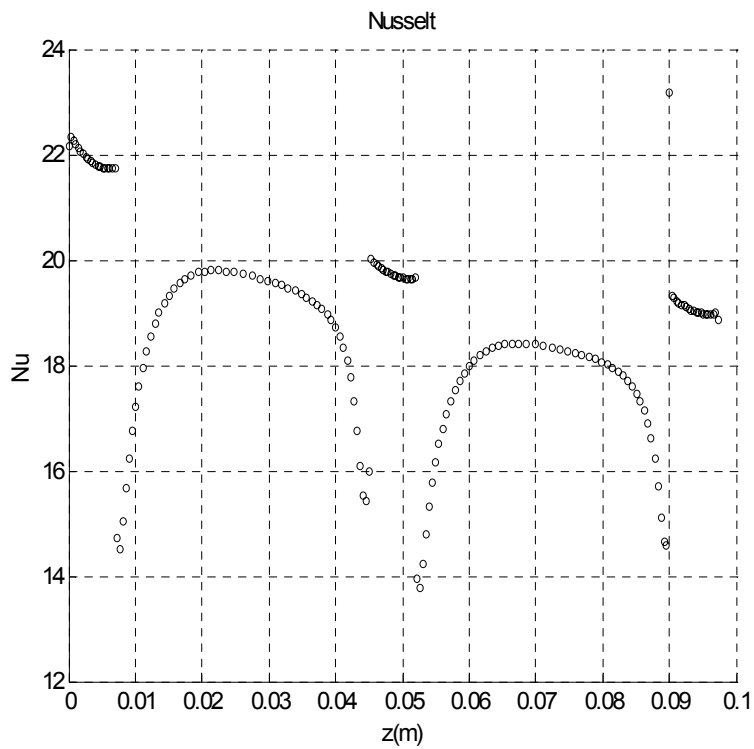
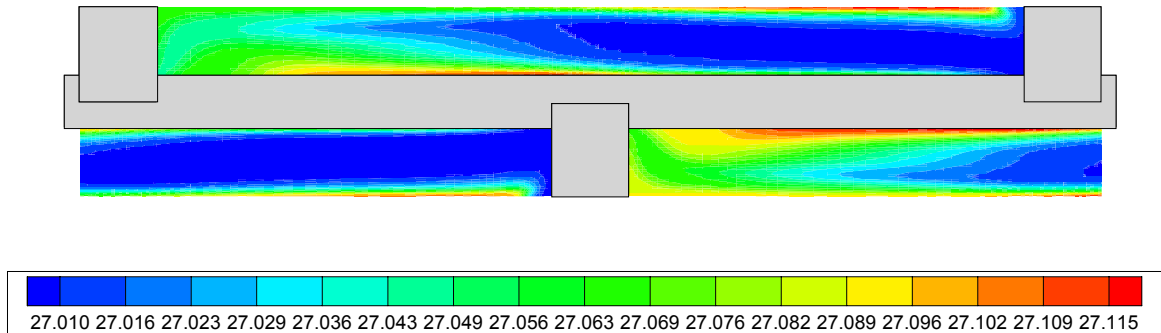


Figura 7.33. Número de Nusselt promedio en la pared según Z, Re 25.

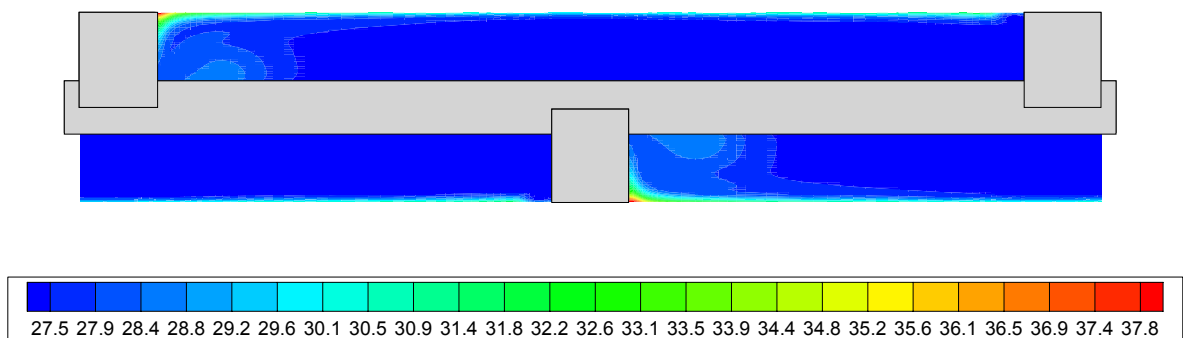
- **Reynolds 170**

La figura 7.34 muestra la distribución de temperaturas, en grados centígrados, en el plano de simetría obtenida sin la aplicación de flujo de calor en la pared.



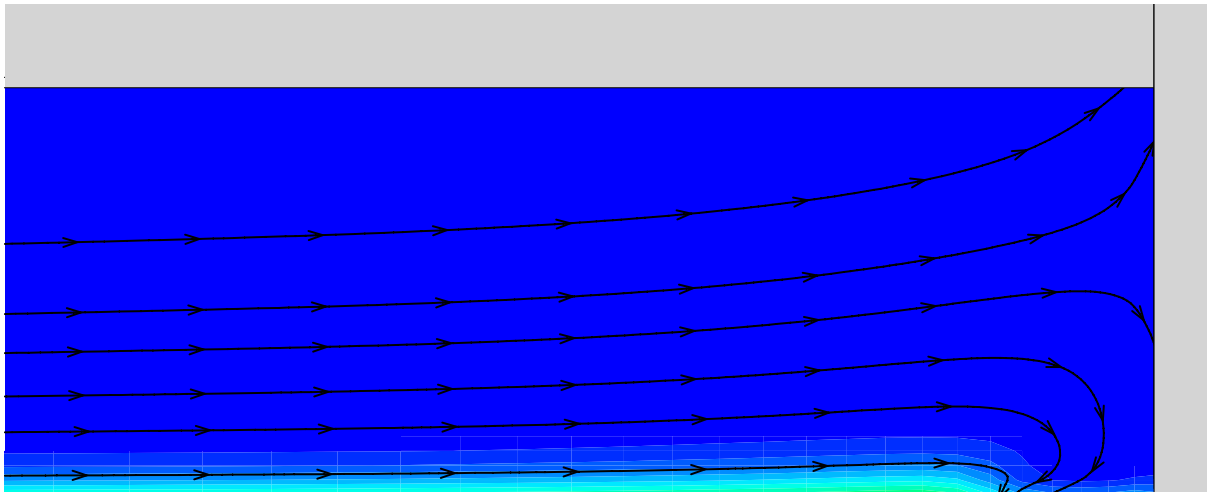
**Figura 7.34.** Isocontornos de temperatura sin flujo de calor, en el plano de simetría, para Re 170.

Como se puede observar, las diferencias de temperatura provocadas por la disipación viscosa son despreciables, pero superiores al caso de Reynolds 25. Esto indica que el efecto de la disipación viscosa aumenta con el Reynolds. La figura 7.35 muestra la distribución de temperatura cuando se aplica en la pared el flujo de calor,



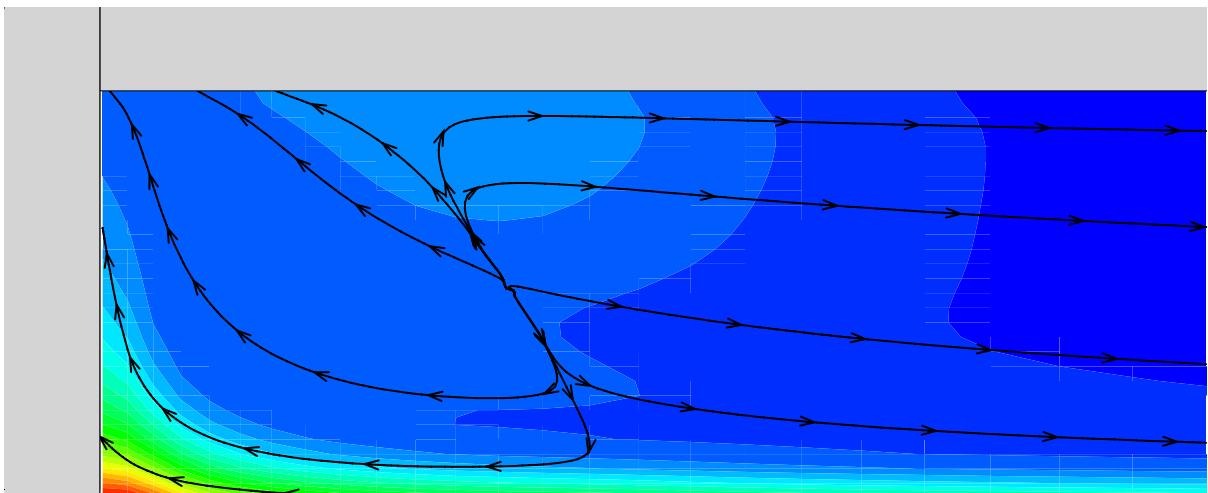
**Figura 7.35.** Isocontornos de temperatura con flujo de calor, en el plano de simetría, para Re 170.

Ahora, la temperatura delante del rascador disminuye, debido a la nueva estructura del flujo que conlleva la aparición de una pequeña recirculación. Este hecho se puede observar con claridad en la figura 7.36, en la que aparece ampliada la zona anterior al rascador. En ella se encuentran representados los isocontornos de temperatura junto con las líneas de corriente. La aparición de la recirculación provoca un desalajo del fluido, haciendo disminuir la temperatura tanto de él mismo como de la pared en esa zona.



**Figura 7.36.** Isocontornos de temperatura y líneas de corriente delante del rascador para  $Re$  170.

La distribución de temperaturas en la zona posterior al rascador también se puede explicar con facilidad a través de la figura 7.37. En esta zona existe una pequeña rotura de flujo debida a la recirculación que provoca el desplazamiento de la zona muerta a alta temperatura hacia la parte superior, creando la distribución existente.



**Figura 7.37.** Isocontornos de temperatura y líneas de corriente detrás del rascador para  $Re$  170.

Este hecho se observa también en la figura 7.38, en la que está representado la evolución tanto de la temperatura media de la pared como de la temperatura media del fluido para cada coordenada  $Z$ . La temperatura de la pared es siempre superior. Ambas temperaturas se elevan en las zonas posterior para alcanzar un mínimo en la zona anterior al rascador. Se puede observar también como justo antes del rascador, la temperatura del fluido desciende bruscamente, debido a la recirculación mostrada en la figura 7.36.

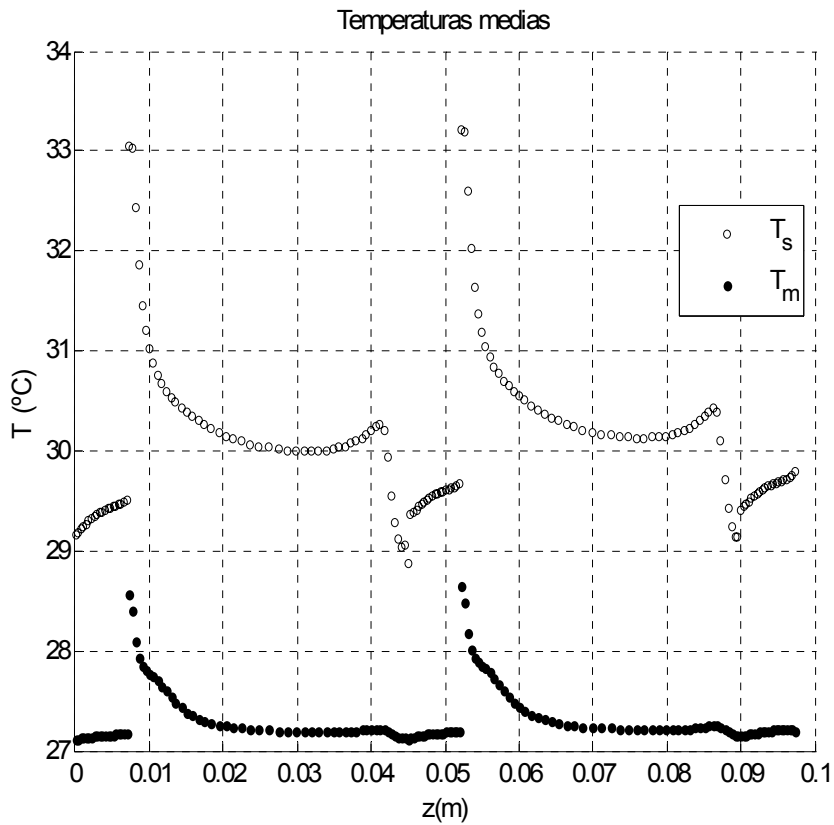


Figura 7.38. Temperaturas medias en pared y fluido según Z para Re 25.

En la figura 7.39 se ha representado el número de Nusselt en la pared del conducto junto con la velocidad en varias secciones sucesivas. Se puede observar como en las zonas de menor velocidad (detrás del rascador) el número de Nusselt disminuye, ya que la transmisión de calor empeora. Para Reynolds altos en general se observa mayor uniformidad en la distribución del número de Nusselt. La transmisión de calor es máxima en la zona de estrechamiento al pasar por el lado opuesto al rascador. En esta zona el fluido se acelera, disminuyendo la temperatura de la pared.

La figura 7.40 muestra la evolución del número de Nusselt en la pared promediado de cada sección para cada coordenada Z. De acuerdo con todo lo anterior, el valor del Nusselt promedio permanece más o menos constante en el tramo entre rascadores, aumentando considerablemente delante del rascador, debido a la recirculación que desaloja el fluido, para descender una vez pasado el rascador, debido al fluido estancado en esa zona.



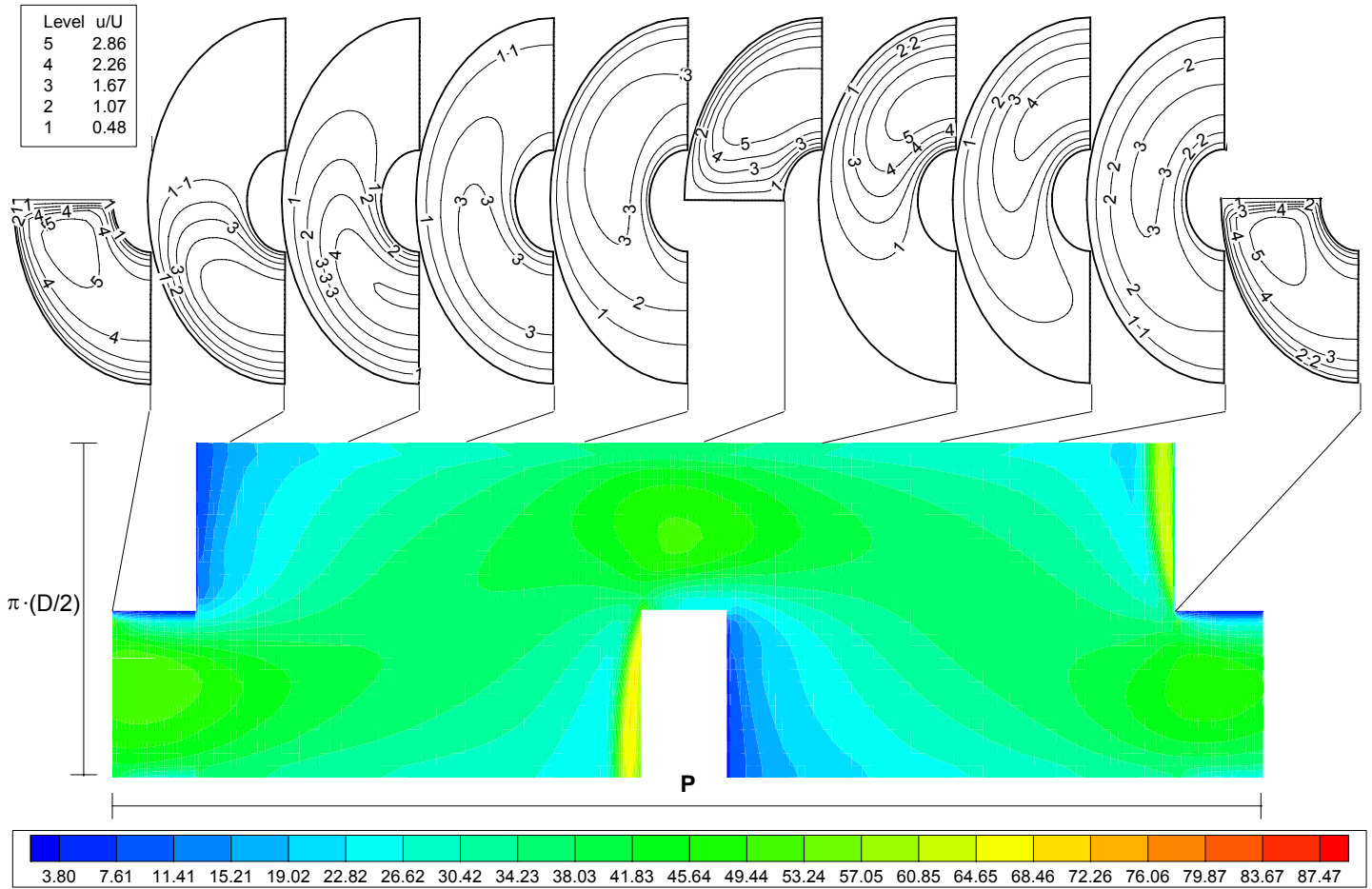


Figura 7.39. Número de Nusselt en la pared del conducto para Re 170.

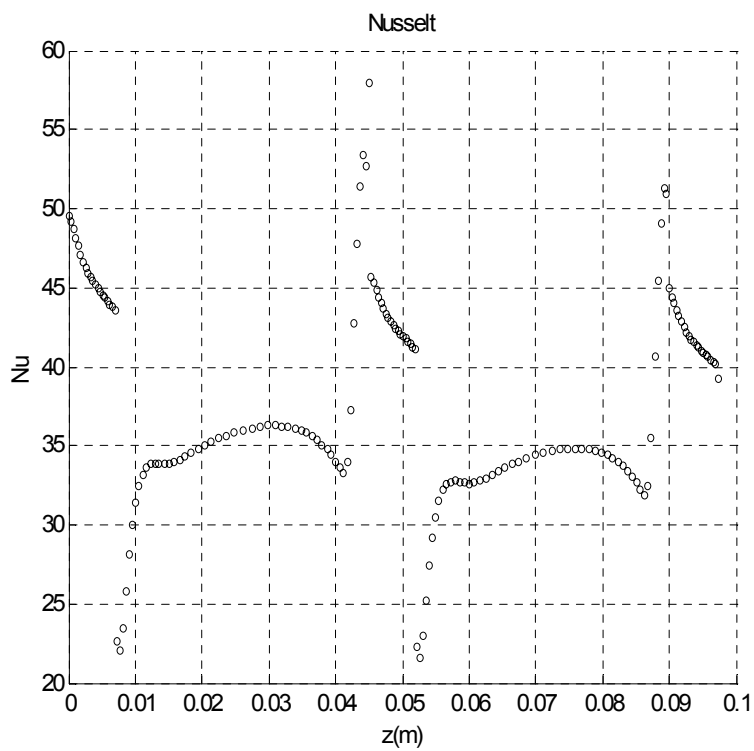


Figura 7.40. Número de Nusselt promedio en la pared según Z, Re 170.

**PROYECTO FINAL DE CARRERA**

RESULTADOS DEL PROBLEMA TÉRMICO

David S. Martínez Hernández

---

## 8. CONCLUSIONES

En este capítulo se pretende hacer una síntesis del trabajo realizado en el presente proyecto, para después exponer las conclusiones principales a las que se ha llegado. Para una mejor comprensión, éstas se han dividido en dos partes; las correspondientes a la validación del modelo en conducto anular, y las correspondientes al problema del intercambiador con rascadores insertados propiamente dicho.

### 8.1. TRABAJO REALIZADO

En primer lugar se ha recopilado información correspondiente al comportamiento y las propiedades físicas y térmicas del fluido empleado en las simulaciones (CMC 2%). Esta información es necesaria tanto para poder llevar a cabo la simulación como para su posterior validación.

Posteriormente se ha simulado el problema fluidodinámico en el conducto anular con el cilindro interior estático y flujo laminar para distintos casos, establecidos a partir de varias simulaciones previas. Para ello se ha usado el modelo para la viscosidad *power-law* de FLUENT. El objetivo de estas simulaciones es la validación del modelo empleado, utilizando las expresiones analíticas y semianalíticas recopiladas. También se ha comparado con expresiones analíticas para fluidos Newtonianos.

Esto mismo se ha realizado para el problema fluidodinámico en el conducto anular pero con movimiento en el cilindro interior, tanto en equicorriente como en corriente, a pesar de que no se ha dispuesto de expresiones analíticas con las que validar los resultados. En este caso, al igual que en el caso estático, se han comparado los resultados con expresiones analíticas para fluidos Newtonianos.

Una vez resuelto el problema fluidodinámico en conducto anular, se ha establecido una metodología para la simulación del problema térmico, considerando la influencia de la temperatura en la *power-law*, y la disipación viscosa. El problema térmico conlleva la aplicación de flujo de calor en la pared. Debido a las restricciones explicadas en el anexo A, solo se han simulado con dichas condiciones los casos del problema estático. Tampoco se ha dispuesto en esta caso de expresiones analíticas con las que validar el modelo.

Una vez realizada esta parte de validación, se ha simulado el problema fluidodinámico en el tubo con rascador insertado, en reposo y en movimiento, empleando las propiedades del CMC

2% y el modelo para la viscosidad *power-law* de FLUENT. Los casos estudiados son los correspondientes a los números de Reynolds ya simulados en el conducto anular, estudiándose en detalle los resultados para velocidad, fricción y viscosidad.

Siguiendo la misma metodología establecida con el conducto anular se ha simulado el problema térmico, únicamente en los casos estáticos. Para conocer la influencia del flujo de calor en la pared sobre los resultados, se han resuelto dos casos considerando la temperatura en la *power-law* y la disipación viscosa, pero sin flujo de calor.

## 8.2. CONCLUSIONES A LA SIMULACIÓN EN EL CONDUCTO ANULAR

Las conclusiones que se pueden obtener son las siguientes:

1. Se han validado los resultados obtenidos para el problema fluidodinámico de Hagen-Poiseuille (problema estático), empleando las soluciones analíticas y semianalíticas correspondientes para el perfil de velocidades y el factor de fricción. El comportamiento de la viscosidad es consecuente con la *power-law*. Estos resultados se han comparados con los resultados analíticos para fluidos Newtonianos.
2. En el problema fluidodinámico de Poiseuille-Couette (problema dinámico), se ha observado un comportamiento dentro de lo esperado tras la comparación con valores del problema estático y valores analíticos del problema dinámico para fluidos Newtonianos, a pesar de que no se ha dispuesto de soluciones analíticas con las que validar los resultados del problema estático. Los resultados obtenidos en cualquier caso son consecuentes con la *power-law*.
3. Se ha establecido una metodología para la simulación del problema térmico, teniendo en cuenta la disipación viscosa y considerando el efecto de la temperatura en la *power-law*.
4. Se ha observado una importante variación respecto a los resultados obtenidos para el problema fluidodinámico, poniendo de manifiesto una elevada influencia de la temperatura y la disipación viscosa en el comportamiento del fluido, a pesar de que no se ha dispuesto de soluciones analíticas con las que validar los resultados del problema térmico.
5. Debido a la ausencia de información acerca de la variación de las propiedades con la temperatura, solo se ha podido considerar la influencia de ésta en la viscosidad. Esto, junto con la inexistencia de expresiones analíticas con las que validar los resultados, hace necesario futuros trabajos de experimentación, ya que la influencia de la temperatura en las propiedades de los fluidos siempre es considerable.

### 8.3. CONCLUSIONES A LA SIMULACIÓN DEL TUBO CON RASCADOR INSERTADO

Las conclusiones que se pueden obtener son las siguientes:

1. En el problema fluidodinámico estático (rascadores en reposo), los resultados obtenidos muestran un comportamiento diferenciado entre valores de Reynolds altos (presencia de flujos secundarios) y bajos (flujo plenamente laminar). Se ha puesto de manifiesto la influencia del conjunto rascador en el factor de fricción, tanto por la fricción que se produce en éste como por posibles fenómenos de desprendimiento de flujo. También se ha puesto de manifiesto la relación entre esfuerzo cortante, gradiente de velocidad y viscosidad.
2. En el problema fluidodinámico dinámico (rascadores en movimiento), los resultados obtenidos muestran un comportamiento similar para el rascado en contracorriente, favoreciendo este la aparición de recirculaciones y flujos secundarios. El rascado en equicorriente está influido por el número de Reynolds, dando lugar a situaciones distintas según el valor de este. La situación  $\omega=1$  es común para todos los Reynolds, tras la cual, para  $\omega>1$  la estructura del flujo cambia por completo y vuelve a depender del Reynolds.
3. Se han caracterizado tanto la fuerza como la potencia de accionamiento para una unidad del conjunto rascador, obteniendo resultados coherentes, que indican la presencia de un mínimo para el caso de rascado en equicorriente  $\omega=1$ . En cuanto a la potencia requerida en cada ciclo de rascado, está aumenta conforme lo hace la velocidad del rascador (con mínimo en 0.1 y máximo en 2), siendo la mayor parte de esta requerida en la fase de contracorriente.
4. En el problema térmico estático, se ha observado una importante variación respecto a los resultados obtenidos para el problema fluidodinámico, poniendo de manifiesto una elevada influencia de la temperatura y la disipación viscosa en el comportamiento del fluido. El comportamiento del flujo para valores elevados del Reynolds pasa a ser similar al de valores inferiores. El valor del factor de fricción aumenta aproximadamente al doble y la viscosidad experimenta variaciones mayores dentro del volumen fluido.
5. Se han obtenido representaciones del número de Nusselt en la pared del conducto, en función de la coordenada axial, y también un valor global de éste. Estos resultados permiten apreciar el efecto de los rascadores en el mezclado y la transmisión de calor, siendo ambos mayores en la zona de paso opuesta al rascador y disminuyendo en las zonas de velocidad nula que se producen delante o detrás del mismo.
6. Como se dijo en el apartado anterior, la falta de información acerca de la variación de las propiedades del fluido con la temperatura, hace necesario futuros trabajos de experimentación.

**PROYECTO FINAL DE CARRERA**

CONCLUSIONES

David S. Martínez Hernández

---



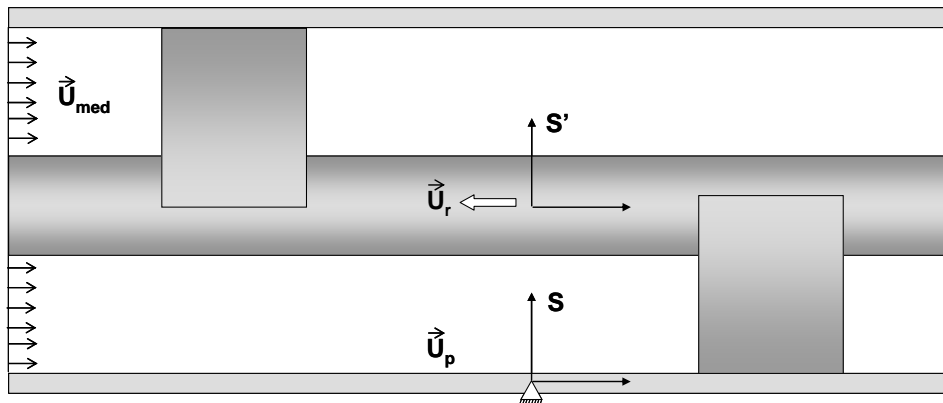




## ANEXO A. MÉTODO PARA LA VALIDACIÓN DE LA SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO EN TUBOS CON RASCADORES

### A. MOVIMIENTO RELATIVO DEL RASCADOR EN EL TUBO

El procedimiento de simulación numérica del flujo en un tubo con rascador en movimiento consiste en resolver de manera independiente los dos estados del ciclo de raspado: el movimiento del elemento insertado en el sentido del flujo (equicorriente) y el movimiento del elemento insertado en el sentido contrario al flujo (contracorriente). En ambos casos se supone que el elemento se mueve con velocidad constante  $\bar{U}_r$  en el seno de un fluido que se mueve con una velocidad media  $\bar{U}_{med}$ . De esta manera se define la relación de velocidades  $\omega = \bar{U}_r / \bar{U}_{med}$ . Según esta definición,  $\omega < 0$  se corresponde con movimientos en contracorriente, y  $\omega > 0$  corresponde a movimientos en equicorriente.



La tabla 1 muestra las velocidades del fluido, rascador y pared observadas por un sistema de referencia en reposo (S) y un sistema de referencia móvil (S') que se traslada a la velocidad del rascador  $\bar{U}_r$ .

	sistema S	sistema S'
Fluido:	$\bar{U}_{med}$	$\bar{U}'_{med} = \bar{U}_{med} - \bar{U}_r$
Rascador:	$\bar{U}_r$	$\bar{U}'_r = \bar{U}_r - \bar{U}_r = 0$
Pared:	$\bar{U}_p = 0$	$\bar{U}'_p = \bar{U}_p - \bar{U}_r = -\bar{U}_r$

Tabla 1

En un sistema de ejes cartesianos, la velocidad del rascador en equicorriente es  $\vec{U}_r = U_r \vec{i}$ , y la velocidad del rascador en contracorriente es  $\vec{U}_r = -U_r \vec{i}$ . La tabla 2 muestra las velocidades del fluido, el rascador y la pared observadas por el sistema de referencia móvil S', en términos escalares.

	contracorriente	equicorriente
Fluido:	$U_{med} + U_r$	$U_{med} - U_r$
Rascador:	0	0
Pared:	$U_r$	$-U_r$

Tabla 2

### A.1. Implementación en FLUENT

Para implementar estas condiciones en FLUENT se utiliza la metodología “moving reference frame”. En esta metodología, se establece como condición de contorno la velocidad absoluta de entrada del fluido al tubo. A continuación se imponen al volumen fluido y a la pared del tubo las velocidades indicadas en la tabla 3, manteniendo el rascador en reposo.

	contracorriente	equicorriente
Fluido:	$-U_r$	$U_r$
Rascador:	0	0
Pared:	$U_r$	$-U_r$

Tabla 3

Estas condiciones proporcionan el campo de velocidades que satisface las condiciones de adherencia en la pared y el eje, y reproduce fielmente las soluciones experimentales obtenidas con PIV.

### A.2. Problema térmico

Una vez resuelto el campo de velocidades del flujo en un tubo con un elemento insertado que se desplaza a velocidad constante, se ha afrontado la resolución del problema térmico, imponiendo como condición de contorno flujo de calor constante en la pared del tubo.

En este caso se ha observado que no se cumple el balance energético en la sección del tubo sometida a flujo de calor constante  $q''$ . Es decir,  $q'' \cdot S_{lateral} \neq \dot{m} \cdot C_p \cdot (T_2 - T_1)$  cuando  $\dot{m}$  corresponde al valor medido por un observador en reposo (es decir, el impuesto por la condición de contorno a la entrada del tubo).

### A.3. Estrategia de la validación

Se ha constatado que las simulaciones realizadas no satisfacen la conservación de la energía (calor aplicado en la pared del tubo = calor absorbido por el fluido).

Esto hace necesario disponer de una herramienta para validar los resultados de transferencia de calor (campo de temperaturas), y poder determinar:

- si el campo de temperaturas obtenido con la metodología actual es correcto
- si el flujo absorbido por el fluido es  $q''_{real} = q''/(1 - \omega)$

En caso negativo, tendremos que probar otros modelos en FLUENT para la resolución del problema térmico y probablemente también el problema fluido-dinámico. En este caso, resulta de mucho interés poder disponer de una solución analítica del campo de velocidades y temperaturas en el flujo dentro de un tubo cuando un elemento se desplaza en equicorriente y en contracorriente.

Un caso de este tipo susceptible de resolverse analíticamente es el del flujo forzado en un tubo con un eje concéntrico que se desplaza con velocidad axial constante.

### A.4. Solución numérica del flujo entre tubos concéntricos

Aunque se trata de un problema axisimétrico, se ha desarrollado un mallado tridimensional, con una cara de simetría. De esta manera reproducimos la metodología utilizada para la simulación numérica del flujo en tubos con rascadores. Sólo se ha mallado el volumen fluido, despreciando los posibles efectos de conducción en el eje y en la pared del tubo.

El fluido seleccionado en la base de datos de FLUENT es etilenglicol, con propiedades similares a nuestro fluido de ensayo. Se ha considerado que las propiedades son constantes con la temperatura.

$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\mu$ (kg/m · s)	$C_p$ (J/kg · K)	$k$ (W/m · K)
1111.4	0.0157	2415	0.252

**Tabla 4. Propiedades del etilenglicol**

$D_1$	$D_2$	$D_h$	$L$
18	5	13	600

**Tabla 5. Dimensiones del dominio**

El problema se ha resuelto para cuatro números de Reynolds hidráulico distintos ( $Re_n=[46, 92, 216, 433]$ ), para cuatro situaciones dinámicas en equicorriente y contracorriente ( $\omega=[\pm 0.5, \pm 1, \pm 1.5, \pm 2]$ ) y para la situación estática,  $\omega = 0$ .

La longitud del tubo es mayor que la longitud hidrodinámica de entrada estimada para un tubo liso:  $L > 0.05 \cdot D \cdot Re_D$ .

La figura 1 muestra la comparación entre el campo de velocidades analítico y numérico, en el funcionamiento en contracorriente, para los cuatro regímenes de Reynolds. La misma comparación, en equicorriente, se muestra en la **referencia. 2**. En ambos casos se observa que el flujo se reproduce numéricamente de forma plenamente satisfactoria.

El factor de fricción de Fanning calculado al procesar los resultados numéricos se ha comparado con la expresión analítica en contracorriente (figura 3) y en equicorriente (figura4), mostrando también una excelente concordancia.

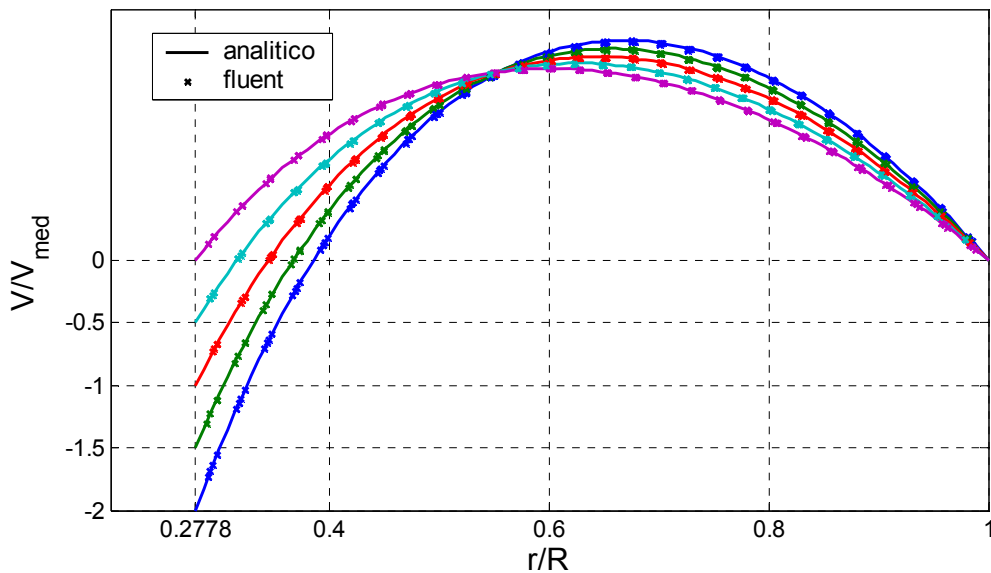


figura 1

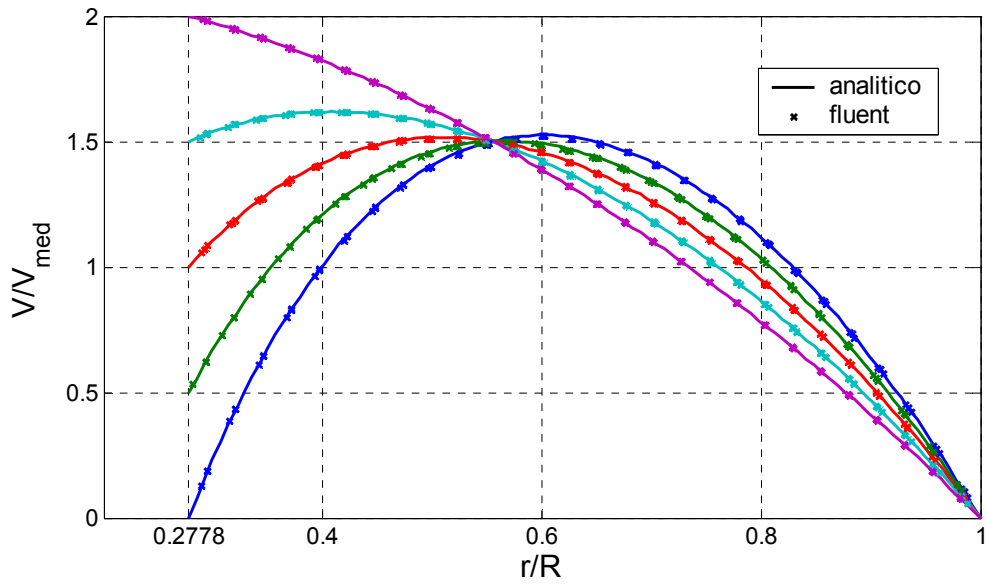


figura 2

contracorriente

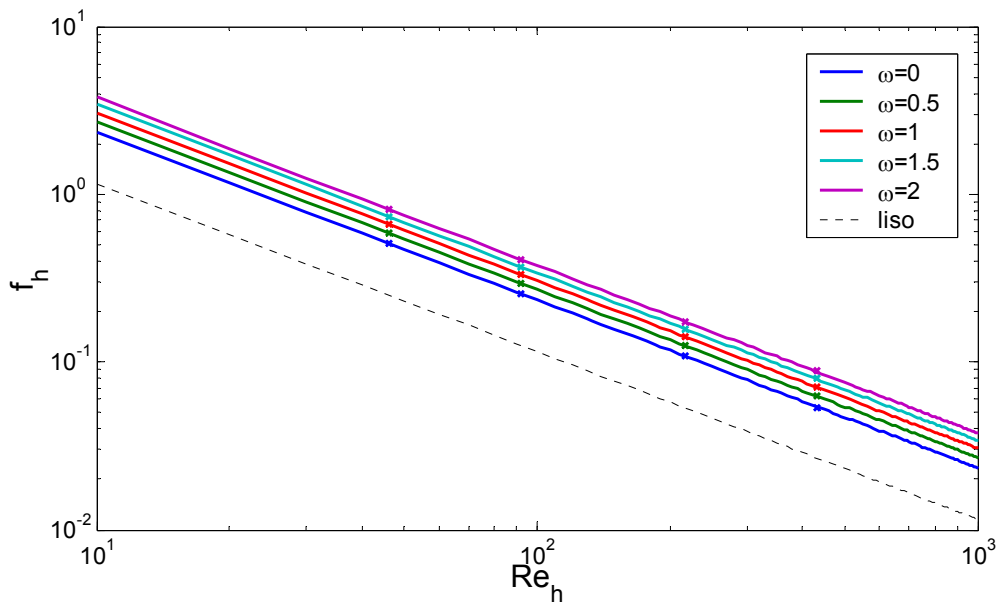


figura 3

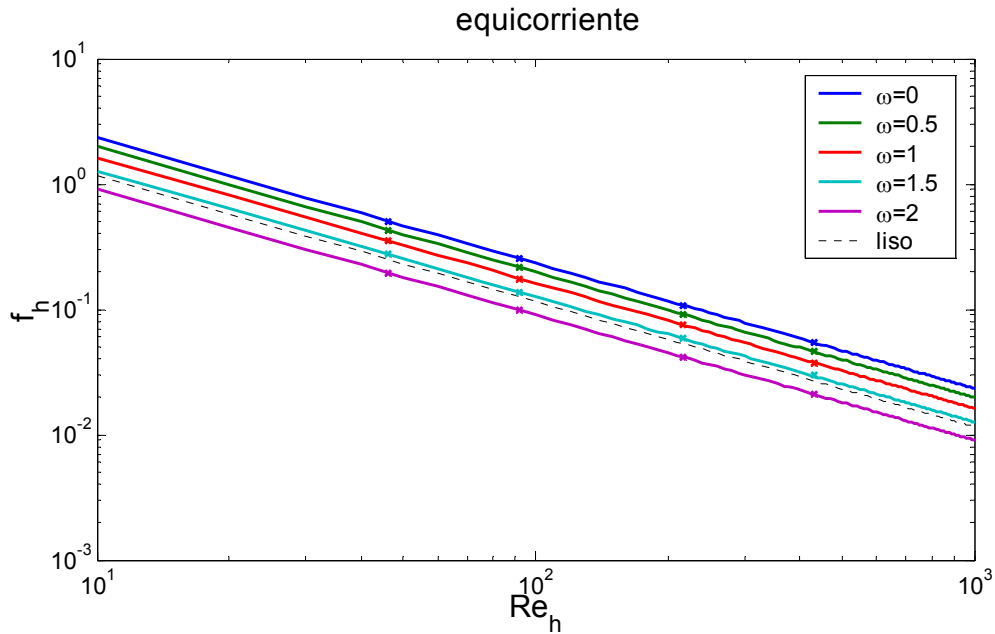


figura 4

**A.5. Análisis térmico del flujo entre tubos concéntricos. Flujo de calor constante**

El número de Nusselt, se calcula como

$$Nu_h = \frac{q''}{T_s - T_m} \frac{D_h}{k}$$

resulta ser independiente de  $Re_h$  y  $Pr$ , y sólo depende en nuestro caso de la relación de velocidades  $\omega$ .

La figura 5 representa el número de Nusselt en función de la relación de velocidades, para el rango de  $\omega$  utilizado en este estudio. En contracorriente, el número de Nusselt aumenta al aumentar  $\omega$ , mientras que en equicorriente el número de Nusselt disminuye cuando  $\omega$  aumenta. Esta relación es prácticamente lineal.

En un ciclo perfecto (onda cuadrada de velocidad de rascado), el Nusselt promedio sería aproximadamente el mismo (4.92), independientemente de la relación de velocidades  $\omega$ .

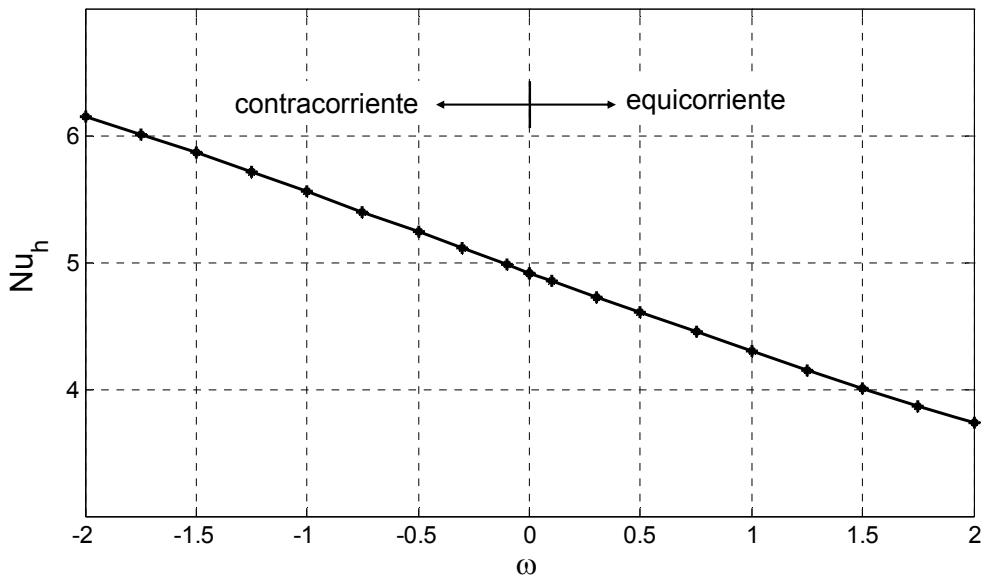


figura 6. Nu<sub>h</sub> en función de la relación de velocidades (analítico)

Las figuras 6, 7 ,8 y 9 representan la distribución analítica de temperaturas en un flujo completamente desarrollado sometido a flujo de calor constante, para regímenes en equicorriente y contracorriente. Las figuras 6 y 8 representan la distribución radial de temperatura para una temperatura de pared T<sub>s</sub>=10°C. Las figuras 7 y 9 representan la distribución radial del parámetro adimensional:

$$T'_{ad} = \frac{T'_p - T'_m}{T'_p - T'_m}$$

que permite prescindir de la temperatura de pared (función de x).

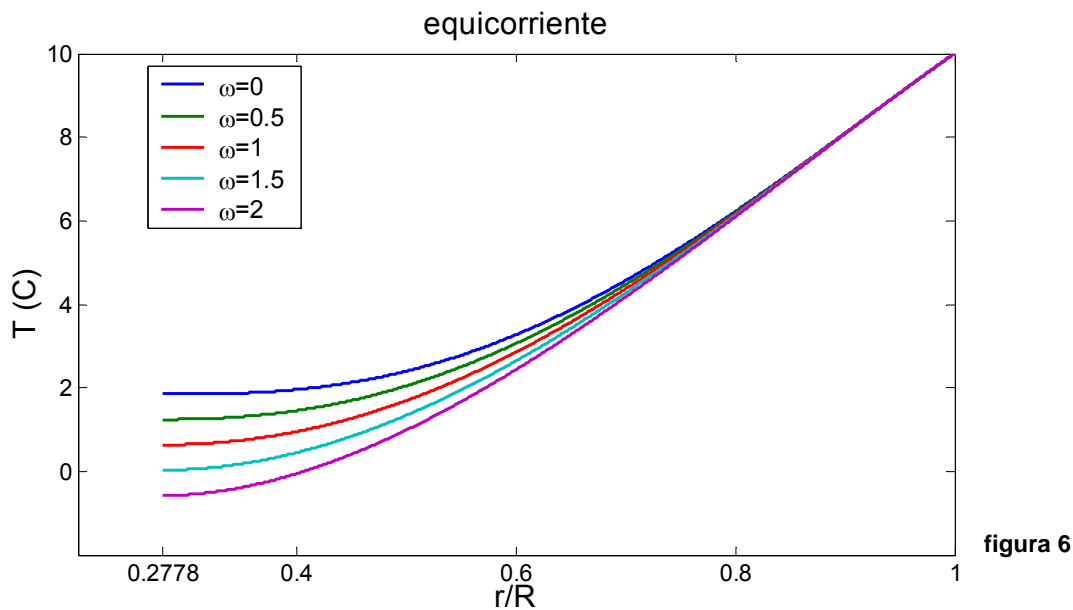


figura 6

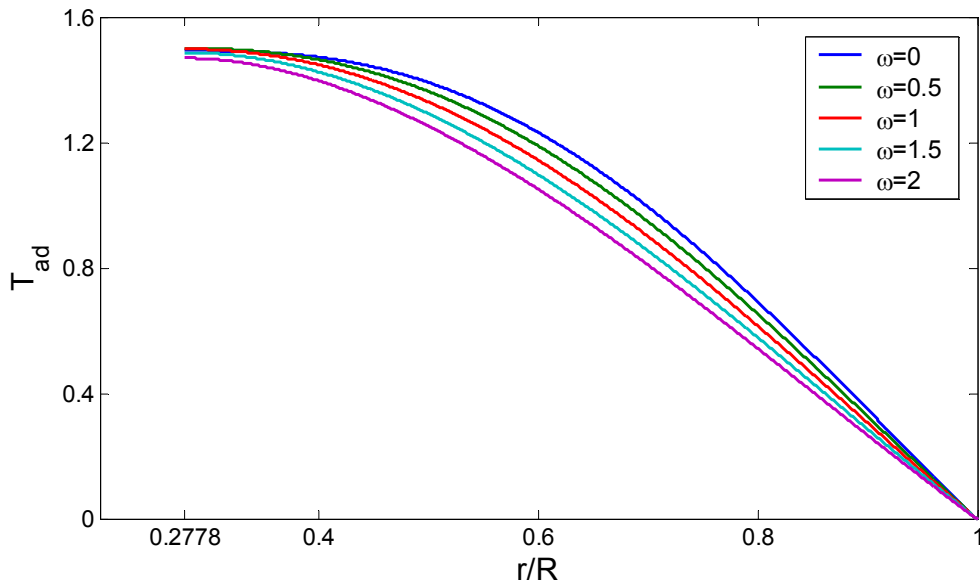


figura 7

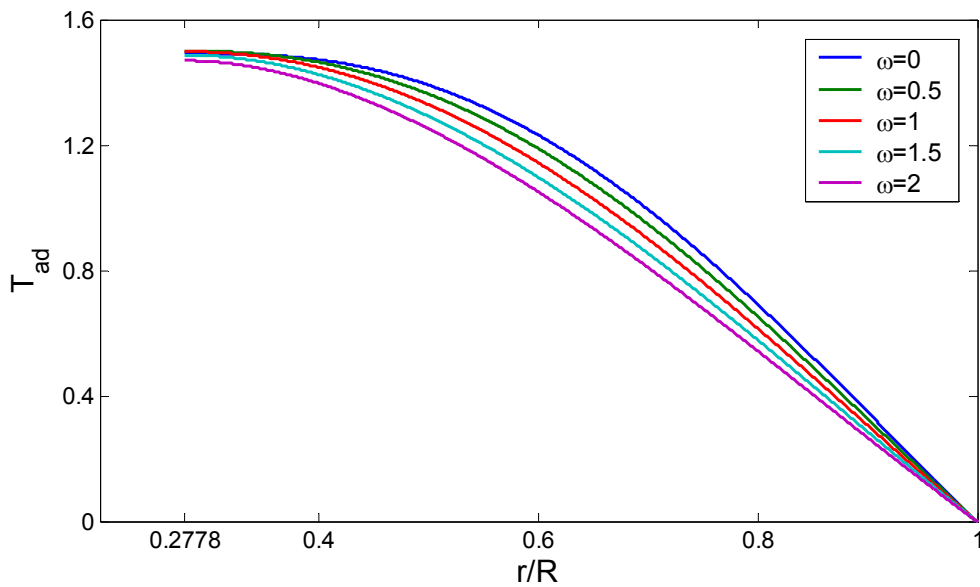


figura 8

### A.6. Solución numérica

La longitud de entrada térmica para un flujo laminar en un tubo liso es  $L \approx 0.05 \cdot D \cdot Re_D \cdot Pr$ , que requeriría un dominio demasiado largo si continuásemos trabajando con un fluido con las propiedades de la tabla 4 ( $Pr=150$ ). Empleando el fluido “aire” de la base de datos de FLUENT, cuyas propiedades se recogen en la tabla 6 ( $Pr=0.74$ ), reducimos la longitud de desarrollo de la capa límite térmica a 380 mm para el mayor número de Reynolds de interés ( $Re_D=600$ ).



El flujo de calor se ha aplicado a partir de la longitud de entrada hidrodinámica, es decir, cuando el campo de velocidades está completamente desarrollado.

$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\mu$ (kg/m · s)	$C_p$ (J/kg · K)	$k$ (W/m · K)
1.225	$1.7894 \cdot 10^{-5}$	1006.43	0.0242

**Tabla 6. Propiedades del aire**

Sobre una determinada sección de nuestro volumen fluido hacemos un balance energético, para comprobar que el fluido absorbe toda la energía que se le aplica por la pared.

La energía aplicada la calculamos como:

$$q_{\text{contorno}} = q'' \cdot S_{\text{lateral}} \tag{A.1}$$

siendo  $q''$  el flujo de calor impuesto como condición de contorno y  $S_{\text{lateral}}$  la superficie de pared de la sección sobre la que se realiza el balance energético.

La energía absorbida por el fluido es:

$$q_{\text{absorbido}} = \dot{m} \cdot C_p \cdot (T_2 - T_1) \tag{A.2}$$

donde  $\dot{m}$  es el gasto másico impuesto como condición de contorno a la entrada del tubo (referencial en reposo), y  $T_1$  y  $T_2$  son las temperaturas a la entrada y salida de nuestra sección de estudio, calculadas con un promediado másico (*mass-weighted average*).

Sólo para el caso estático ( $\omega = 0$ ) se cumple la conservación de la energía (Tabla 7):

$$q_{\text{absorbido}} = q_{\text{contorno}} \tag{A.3}$$

En el resto de casos, el calor absorbido por el fluido cumple la relación

$$q_{\text{absorbido}} = \frac{q_{\text{contorno}}}{1 - \omega} \tag{A.4}$$

Para el cálculo del número de Nusselt empleamos la ecuación antes expuesta. Esta ecuación la aplicamos a una sección transversal del flujo plenamente desarrollado, que identificamos en la Tabla 8 como  $Nu_{h,\text{perfil}}$ .

También se ha calculado sobre el mismo volumen en el que se ha hecho el balance energético, siendo en este caso  $T_s$  la temperatura media de pared, y  $T_m$  la temperatura media entre la entrada y la salida. El número de Nusselt se ha calculado de esta manera empleando dos flujos de calor distintos:

1.  $Nu_{h,contorno}$  :  $q''$  es el flujo de calor impuesto como condición de contorno en FLUENT
2.  $Nu_{h,balance}$  :  $q''$  es el flujo de calor resultado de dividir el calor absorbido en una sección  $q'' = q_{absorbido} / S_{lateral}$

El resultado del cálculo con estos tres procedimientos se muestra en la Tabla 8, comparado con el Nusselt obtenido con la solución analítica. Se muestra que sólo en el caso estático se reproduce bien el resultado, no siendo así para los casos en régimen dinámico.

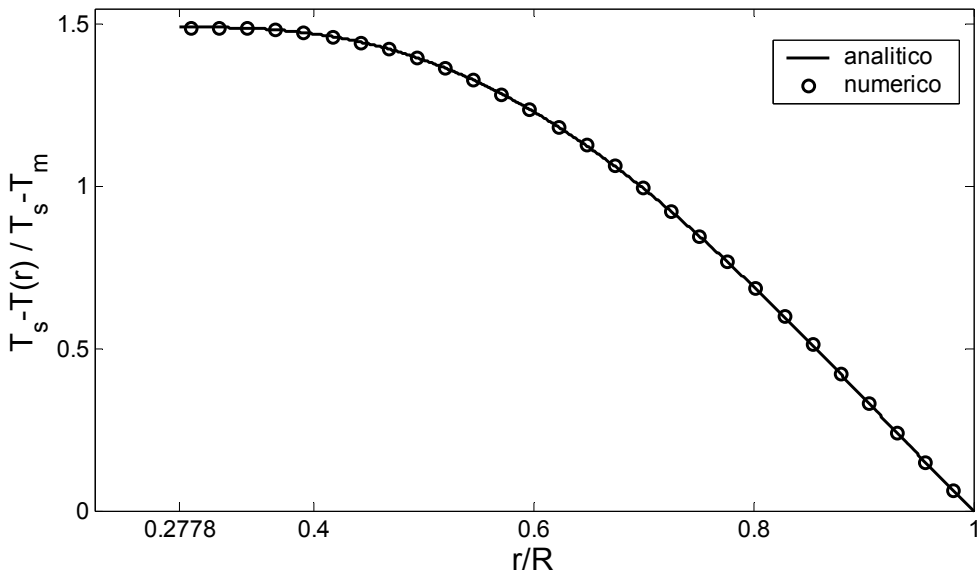
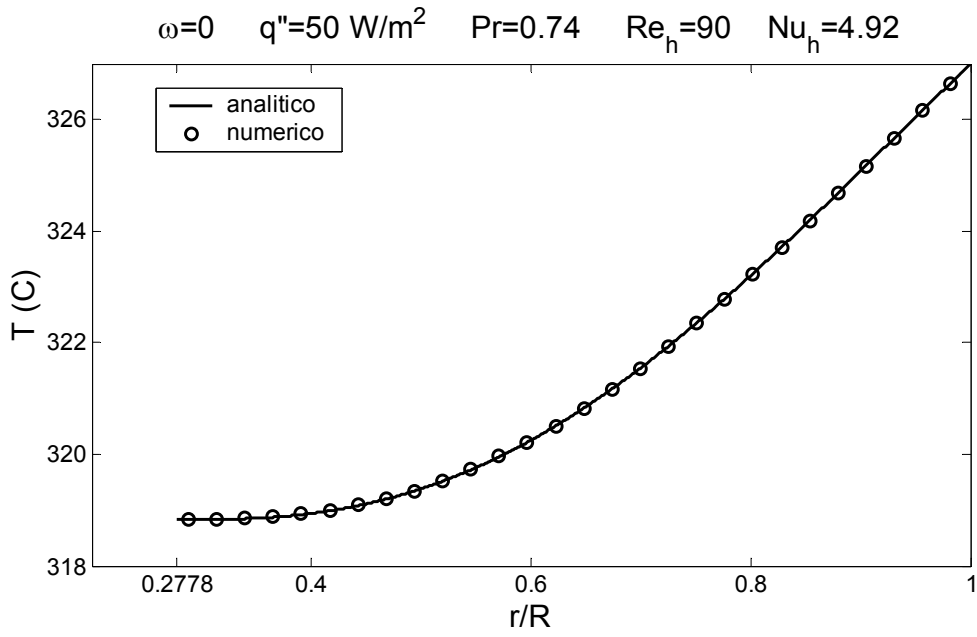
	$\omega = 0$	$\omega = 0.5$	$\omega = -1$
$q_{contorno}$	0.035	0.035	0.035
$q_{absorbido}$	0.035	0.0707	0.0177
$q_{contorno} / q_{absorbido}$	1	0.5	2

**Tabla 7. Resultados del balance energético (FLUENT)**

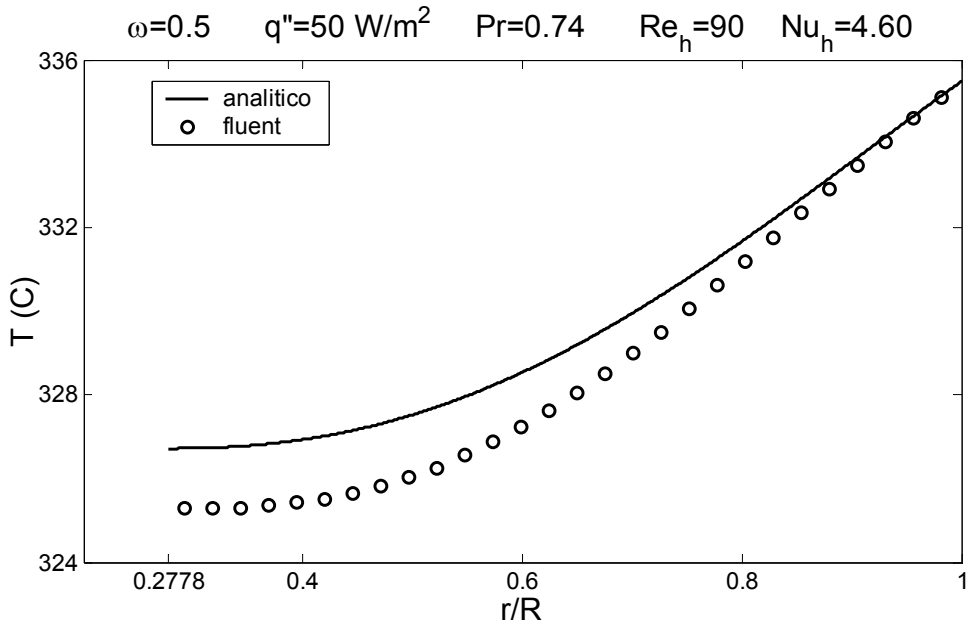
	$\omega = 0$	$\omega = 0.5$	$\omega = -1$
$Nu_{h,analítico}$	4.92	4.60	5.55
$Nu_{h,contorno}$	4.92	3.89	6.17
$Nu_{h,balance}$	4.92	7.79	3.09
$Nu_{h,perfil}$	4.92	3.45	5.93

**Tabla 8. Cálculo del número de Nusselt**

Las figuras de las páginas siguientes muestran los perfiles de temperatura analíticos y numéricos para  $\omega = [0, 0.5, -1]$ . Sólo el caso estático presenta buena concordancia, mientras que esto no es así en los casos dinámicos. Se ha extraído el perfil de temperaturas en distintas secciones, descartando la posibilidad de que la capa límite térmica no estuviera completamente desarrollada.

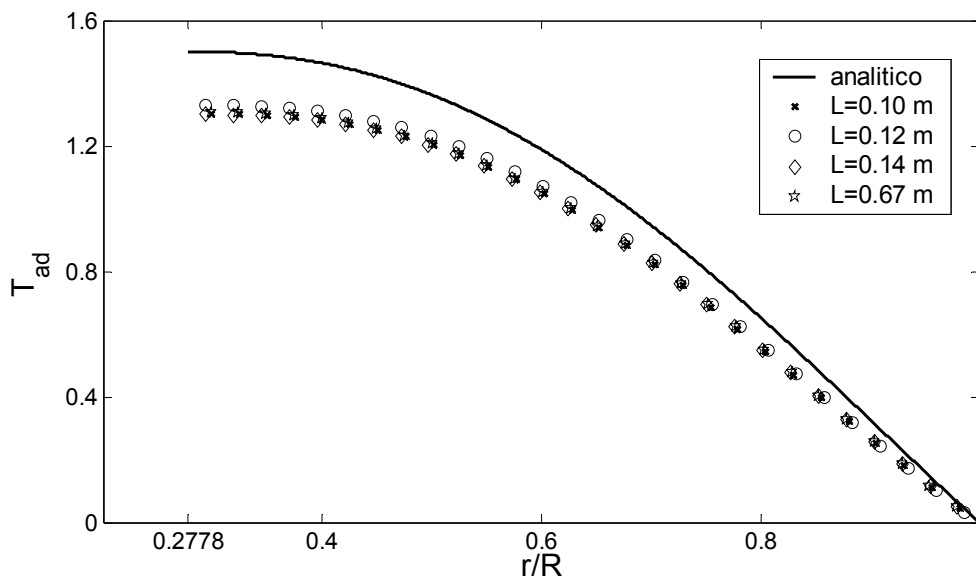


**Equicorriente**

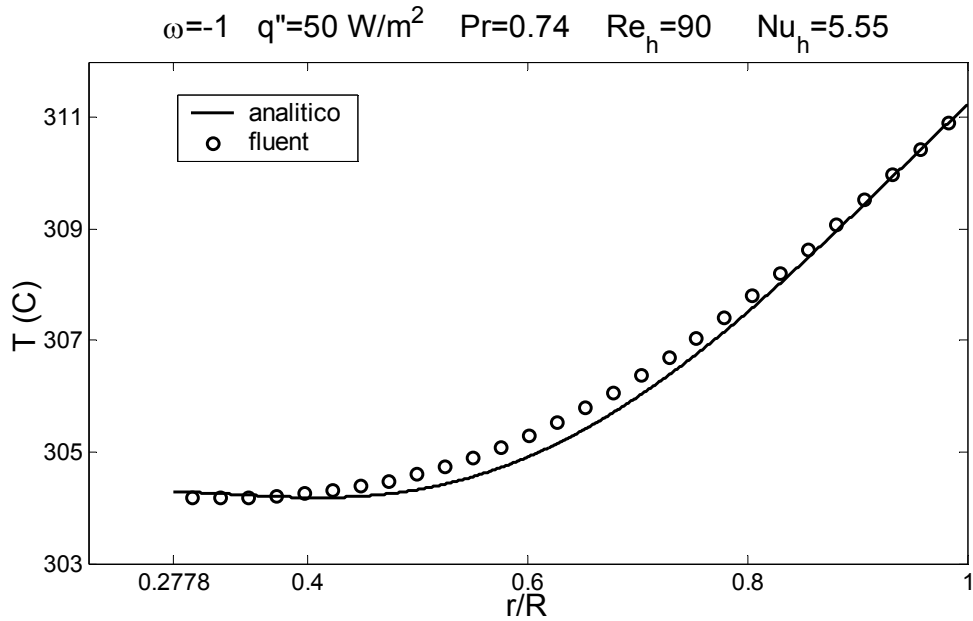


	Analítico	L=0.10 m	L=0.12 m	L=0.14 m	L=0.67 m
$Nu_h$	4.60	3.44	3.51	3.42	3.44

**Tabla 9. Equicorriente**

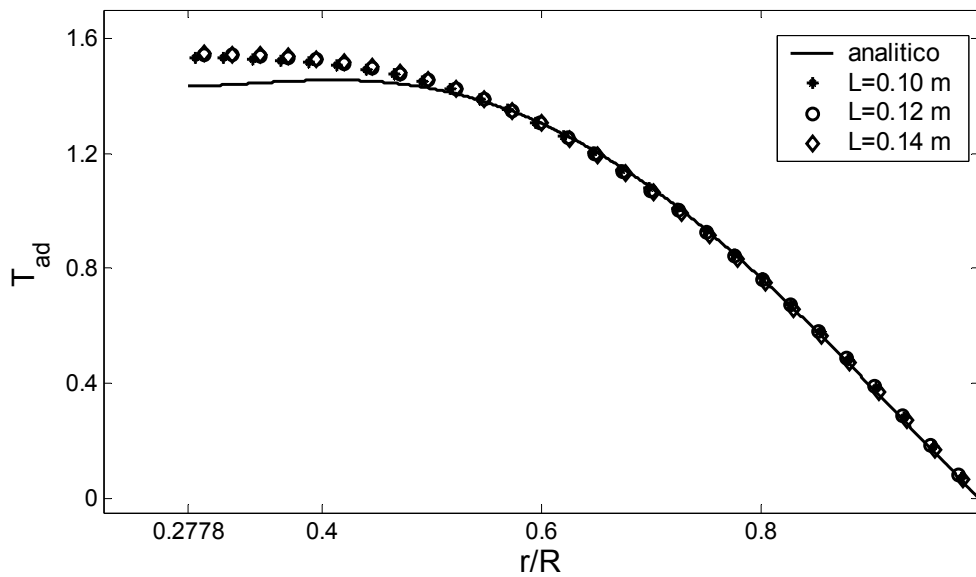


**Contracorriente**



	Analítico	L=0.10 m	L=0.12 m	L=0.14 m
$Nu_h$	5.55	5.98	5.92	5.89

**Tabla 10. Contracorriente**



### A.7. Conclusiones

1. El campo de temperaturas no se resuelve correctamente para el régimen dinámico.
2. Se ha resuelto un problema analítico que sirve de herramienta para validar los modelos numéricos que se prueben para simular las condiciones dinámicas en el tubo.
3. Este problema analítico aporta información valiosa sobre la física del problema, y puede servir para la interpretación de los resultados numéricos y experimentales.
4. Las soluciones de factor de Fanning en función de  $Re_n$  y  $\omega$  son una buena base para referenciar los resultados de pérdida de presión obtenidos experimentalmente: estos resultados, que provienen de sensores piezo-eléctricos, son susceptibles de ser agrupados en las fases correspondientes de equicorriente y contracorriente. Con esta referencia, se puede evaluar cómo cada geometría de rascador se acerca a un “rascador perfecto”, cuya pérdida de carga adicional asociada se debe únicamente a la presencia de la varilla móvil que lo sostiene.

## ANEXO B. VARIACIONES DE VELOCIDAD Y TEMPERATURA

En este capítulo se pretende mostrar la influencia que tienen los cambios en la estructura del flujo al aumentar el número de Reynolds en la temperatura del fluido. Para ello se ha obtenido la variación de la velocidad y la temperatura en cada punto del plano de simetría, en tanto por ciento, para los dos Reynolds considerados en cada caso, en la forma,

$$\Delta u(\%) = \frac{u_{Re2} - u_{Re1}}{u_{Re1}} \cdot 100 \quad (B.1)$$

$$\Delta T(\%) = \frac{T_{Re2} - T_{Re1}}{T_{Re1}} \cdot 100 \quad (B.2)$$

donde  $u$  es la velocidad en cada punto del volumen fluido,  $T$  la temperatura absoluta en Kelvin, y  $Re1$  y  $Re2$  los dos Reynolds considerados siendo  $Re2 > Re1$ .

Representando los valores obtenidos, se puede observar que zonas aumentan o disminuyen su temperatura o velocidad al aumentar el número de Reynolds, y permite conocer cómo afecta la variación de la velocidad en la variación de la temperatura. Este proceso se ha realizado para los valores de Reynolds 20, 25, 120 y 170, observando cómo varían velocidad y temperatura al pasar de 20 a 25 (Reynolds bajos), de 120 a 170 (Reynolds altos) y de 25 a 170 (paso de Reynolds bajos a altos).

- **Reynolds 20 a 25**

En la figura B.1 se observa la variación tanto de velocidad como de temperatura, en tanto por ciento, al pasar de Reynolds 20 a Reynolds 25. Como se vio en el capítulo 6, estos dos casos tienen la misma estructura de flujo, por lo que al pasar de uno a otro, la velocidad aumenta principalmente en la zona anterior al rascador. En esta zona la sección se reduce y el flujo se acelera, hecho que se puede observar en la figura 8.1, en la que en la parte anterior al rascador aparecen incrementos de velocidad debido a que al pasar de Reynolds 20 a 25 el flujo avanza más antes de desviarse para atravesar el estrechamiento. De la misma forma la parte posterior experimenta un aumento casi nulo de la velocidad, ya que esa es la zona muerta sin velocidad.

La temperatura evoluciona según la forma esperada, ya que la estructura del flujo no cambia. Un aumento del Reynolds implica una reducción de la temperatura en la esquina anterior entre

rascador y pared, pues la velocidad aumenta en esta zona. Por otra parte, en la zona posterior al rascador aumenta el fluido caliente, debido a que la velocidad en esa zona no varía. Se puede observar como el fluido próximo a la pared mantiene su temperatura mientras que el que está por encima de este la ha incrementado.

Se puede apreciar un leve incremento de la temperatura en la zona central del conducto, hecho debido a la presencia de los rascadores.

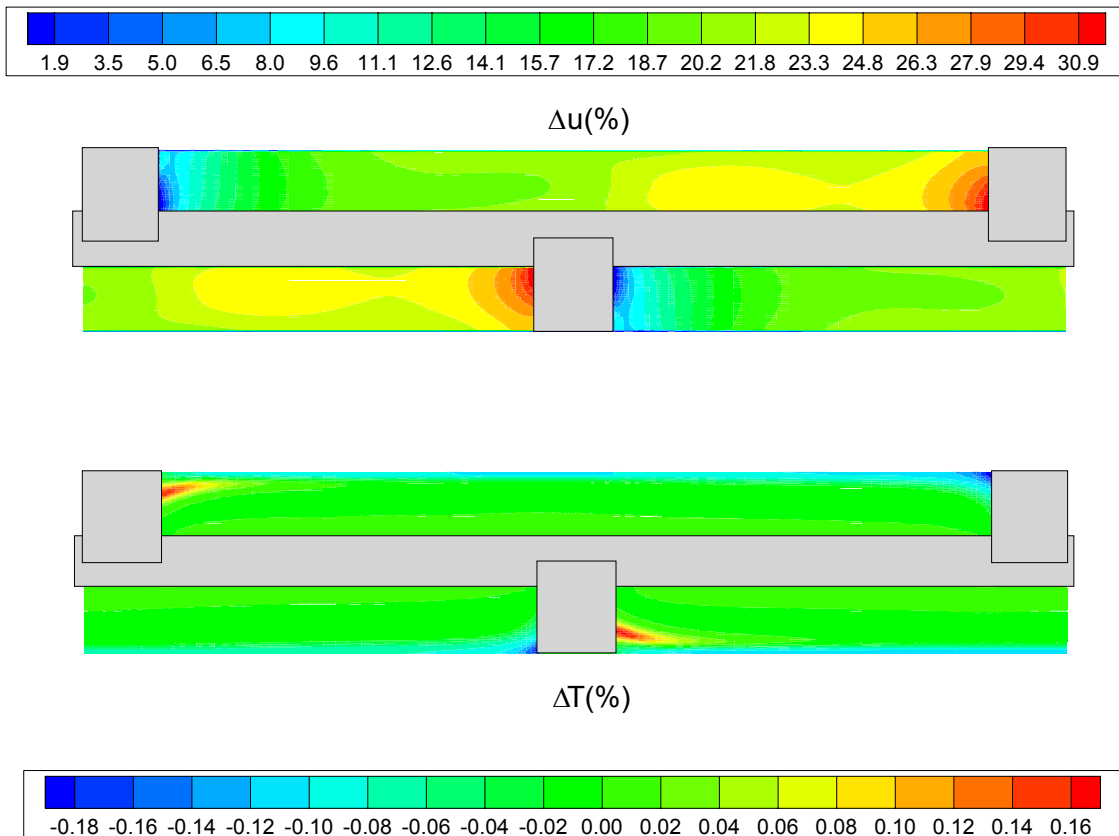


Figura B.1. Variación de velocidad y temperatura en el plano de simetría de Re 20 a Re 25.

- **Reynolds 120 a 170**

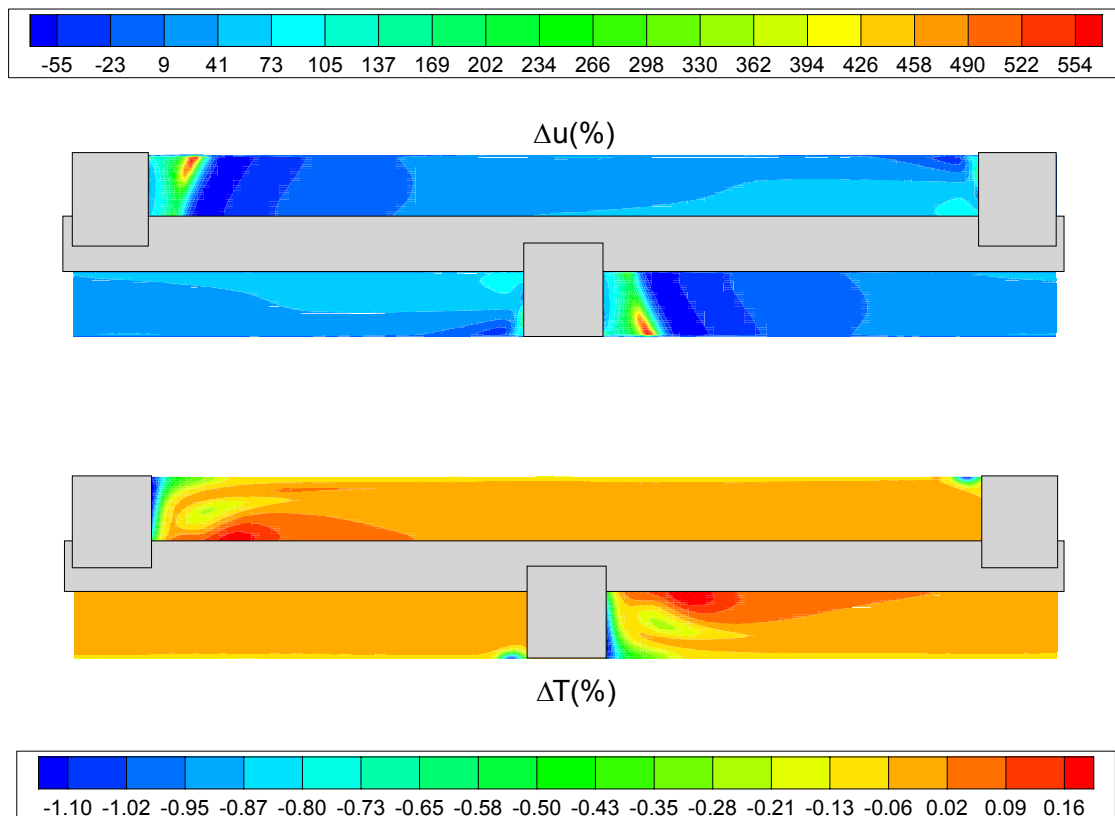
En la figura B.2 se observa la variación tanto de velocidad como de temperatura, en tanto por ciento, al pasar de Reynolds 120 a Reynolds 170. Como se vio en el capítulo 6, estos dos casos tienen estructura similar, aunque el paso de uno a otro conlleva cambios importantes. Se produce un desplazamiento hacia atrás de la recirculación posterior al rascador. Esto se refleja en un aumento importante de la velocidad del fluido en la zona que antes ocupaba la recirculación, seguido de un descenso en la zona que ocupa ahora. Este desplazamiento provoca una nueva distribución de las temperaturas; por una parte la el fluido inmediatamente posterior al rascador



disminuye su temperatura debido al aumento de la velocidad en esta zona, mientras que un poco más atrás se produce un calentamiento hacia el interior del conducto debido a esa recirculación.

Por otra parte, en la zona anterior al rascador se puede observar el efecto que tiene en la velocidad la rotura de flujo vista en el capítulo 7 (figura 7.35). La velocidad en la parte inmediatamente anterior aumenta, mientras que un poco antes prácticamente disminuye. Esta variación se ve perfectamente reflejada en la temperatura, dando lugar a una mayor disminución de la misma en la zona de la pared próxima al rascador, donde el mezclado resulta más intenso.

La disminución de temperaturas global se debe a la mayor velocidad media del flujo.



**Figura B.2.** Variación de velocidad y temperatura en el plano de simetría de Re 120 a Re 170.

- **Reynolds 120 a 170**

En la figura B.3 se observa la variación tanto de velocidad como de temperatura, en tanto por ciento, al pasar de Reynolds 25 a Reynolds 170. El paso de uno a otro conlleva un cambio muy importante en la estructura del flujo, pues se pasa del comportamiento característico de Reynolds bajos al de Reynolds altos, dando lugar a la aparición de pequeñas recirculaciones.

Se puede observar que el efecto principal de pasar de Reynolds bajos a altos es un descenso de la velocidad en la zona posterior al rascador, si bien la zona más próxima a la pared de este experimenta un aumento. Este descenso de la velocidad lleva asociado un incremento de la temperatura en la zona interior del conducto, un descenso en la zona próxima a la pared.

En la cara anterior, el efecto más notable es el aumento de la velocidad en la zona próxima al estrechamiento de la sección de paso, y la disminución de la velocidad en la zona próxima a la pared del conducto ya vista antes. Esto provoca una disminución de la temperatura en toda la cara anterior del rascador.

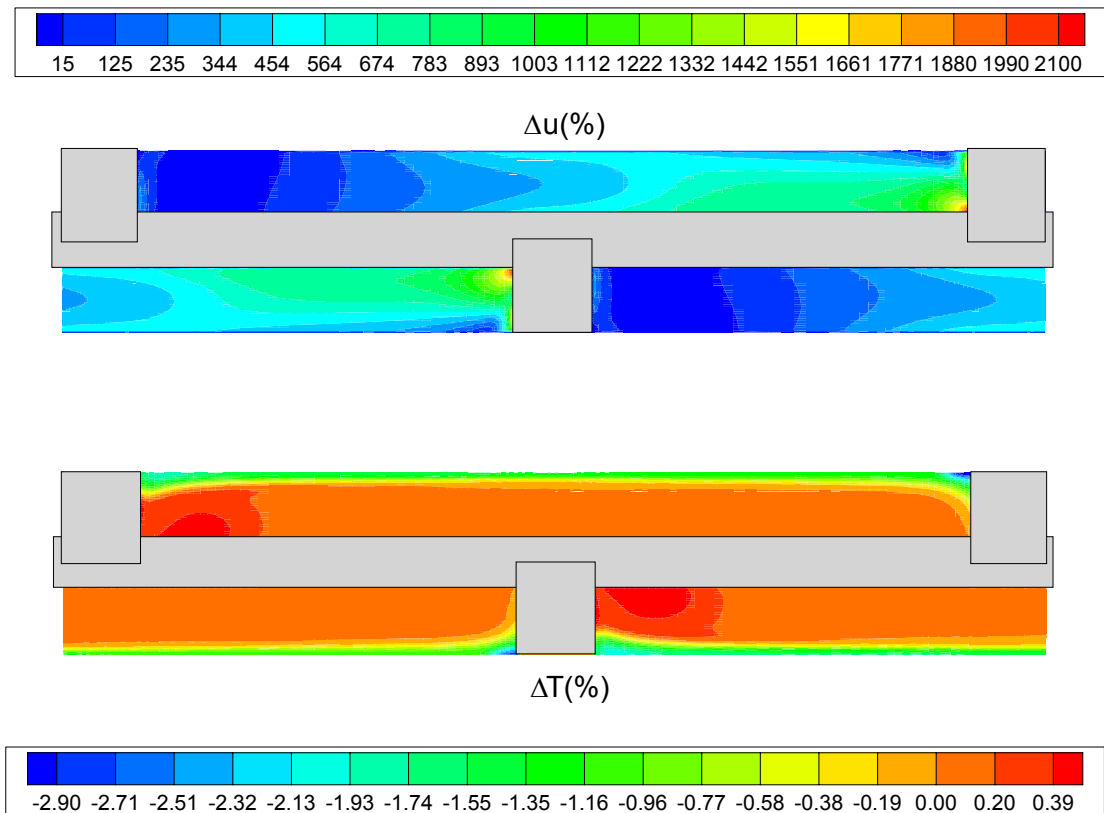


Figura B.3. Variación de velocidad y temperatura en el plano de simetría de Re 25 a Re 170.

A pesar de que no es posible obtener una solución termica del caso dinámico, y con la consiguiente reserva que esto impone a los resultados obtenidos para este caso, si se ha creído conveniente representar el efecto que tiene el aumento de la velocidad de rascado en equicorriente. Aunque los valores carezcan de validez, se puede intuir el comportamiento de la temperatura. En la figura B.4 se a mostrado en particular la variación de velocidad y temperatura en tanto por ciento al pasar de Reynolds 50 y  $\omega=0.1$  a  $\omega=1$ .

Se puede observar como supone el desplazamiento de la recirculación en la parte posterior del rascador, de la misma forma que en la figura B.2, mientras que en la parte anterior está se desplaza hacia delante.

En cuanto a las temperaturas, se produce, como sería lógico pensar, una disminución de la temperatura en la cara anterior al rascador, ya que al aumentar la velocidad de éste, el fluido que desaloja de la pared está más frio. La zona de aumento de tempratura con forma circular puede ser debida a una pequeña recirculación, En la parte posterior, el desplazamiento de la zona de mayor velocidad parece provocar un descenso en la temperatura de la pared, aunque estos resultados han de ser tomados con mucha precaución.

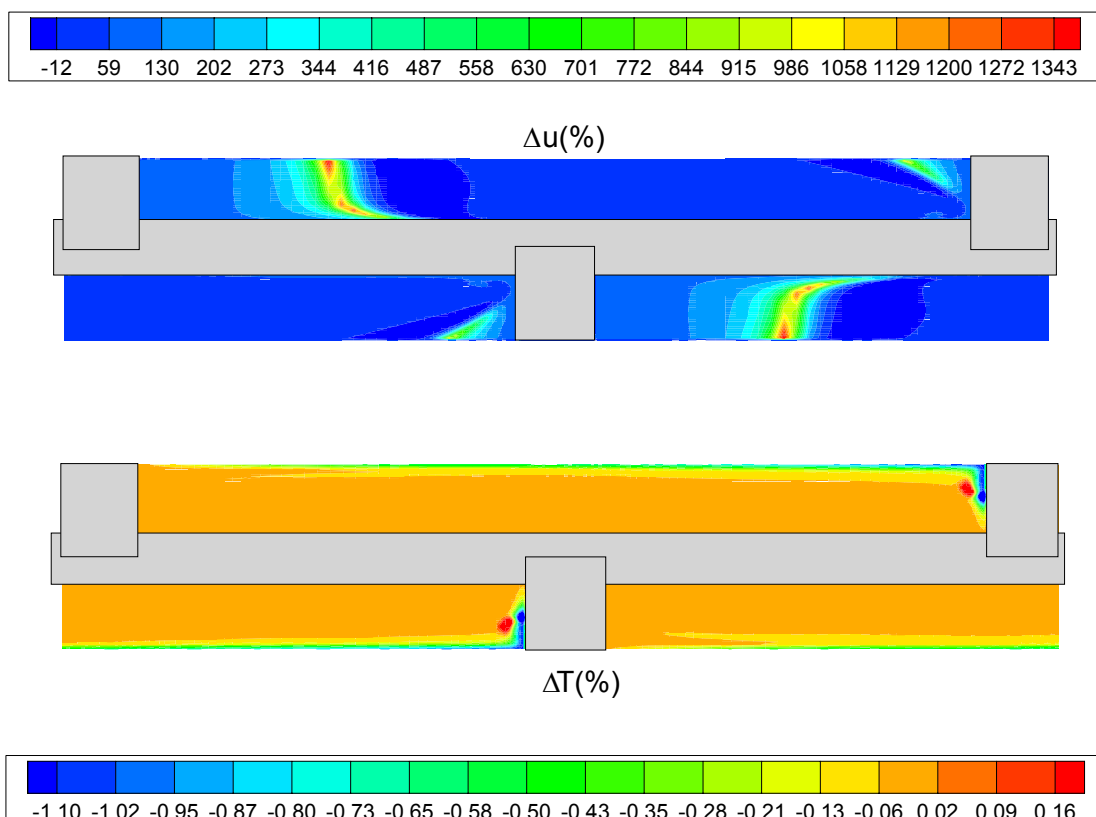


Figura B.4. Variación de velocidad y temperatura en el plano de simetría de Re 50  $\omega=0.1$  a  $\omega=1$ .







## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Webb, R.L., *Principles of Enhanced Heat Transfer*, first ed., Wiley Interscience, New York, 1994.
- [2] Tähti, T. *Suspension Melt Crystallization in Tubular and Scraped Surface Heat Exchangers*, Ph. D. Thesis. Martin-Luther-Universität. (2004).
- [3] Chong, A. *A Study of Scraped-Surface Heat Exchanger in Ice-Making Applications*, M. Sc. Thesis. University of Toronto. (2001).
- [4] Bergles, A.E., Jensen M. K., Sommerscales E.F.C., y Manglik, R. M. *Literature Review of Heat Transfer Enhancement Technology for Heat Transfer Exchangers in Gas Fired Applications*, GRI Report GRI-91-0416, Gas Research Institute, Chicago IL. 1991.
- [5] Webb, R.L., Bergles, A. E. y Junkham, G. H. *Bibliography of U.S. Patent on Augmentation of Convective Heat and Mass Transfer*, Heat Transfer Laboratory Report HTL-32, ISU-ERI-AMES-81070, Iowa State University, December, 1983.
- [6] Bott, T. J., *Heat Exchange Fouling and its Mitigation*, en *Heat Exchanger Engineering*, Vol. 2, Ed. Ellis Horwood, London, 1991.
- [7] Pritchard, A. M., *Advanced Heat Transfer - Will Fouling be a Problem?*, en *Heat Exchanger Engineering*, Vol. 1, Ed. Ellis Horwood, London, 1991.
- [8] TEMA 1988
- [9] Bergles, A.E., *ExHFT for Fourth Generation Heat Transfer Technology*, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol 26, pp. 335-344, 2002.
- [10] Bott, T. R. *Design of Scraped Surface Heat Exchangers*, Vol.II. No.5. British Chemical Engineering, 338-339. (Mayo de 1966).
- [11] Bott, T. R.; Romero, J. J. B. *Heat Transfer Across a Scraped Surface*. The Canadian Journal of Chemical Engineering, 213-219. (Octubre de 1963).
- [12] R. Shankar Subramanian. *Non-Newtonian Flows*. Paper.

- [13] M. Kostic. *On turbulent drag and heat transfer reduction phenomena and laminar heat transfer enhancement in non-circular duct flow of certain non-Newtonian fluids*. Elsevier Science Ltd, 1994.
- [14] Kreith, F.; Berger, S.A.; et. al. *Fluid Mechanics, Mechanical Engineering Handbook* Ed. Frank Kreith. Boca Raton: CRC Press LLC, 1999
- [15] Mamdouh T. Ghannam, M. Nabil Esmail. *Rheological Properties of Carboxymethyl Cellulose*. Department of Chemical Engineering, University of Saskatchewan, Canada, 1996.
- [16] Y. I. Cho and J. P. Hartnett. *Non Newtonian fluids in circular pipe flow*.
- [17] Aghajani, Masoud. Müller-Steinhagen, H. Jamialahmadi, Mohammad. *Heat Transfer of Liquid/ Solid Fluidized Beds for Newtonian and Non-Newtonian Fluids*. Iran. J. Chem. & Chem. Eng. Vol. 23, No. 1, 2004.
- [18] Jiří Šesták, Rudolf Žitný and Martin dostál. *Flow of purely viscous non-Newtonian fluids in straight noncircular ducts: a review and comparison of procedures for rapid engineering friction factor estimates*. Czech Technical University in Prague.
- [19] M.C.A.Maia and C.A.Gasparetto. *A numerical solution for the entrance region of non-Newtonian flow in annuli*. Brazilian Journal of Chemical Engineering, 2003.
- [20] A. G. Goloshevsky, J. H. Walton, M. V. Shutov, J. S. de Ropp, S. D. Collins and M. J. McCarthy. *Nuclear magnetic resonance imaging for viscosity measurements of non-Newtonian fluids using a miniaturized RF coil*, 2005.
- [21] I. Machac, P. Dolecek, L. Machacova. *Poiseuille flow of purely viscous non-Newtonian fluids through ducts of non-circular cross section*. Chemical Engineering and Processing 38 (1999) 143–148.
- [22] Y. S. Muzychka, J. Edge. *Laminar Non-Newtonian Fluid Flow in Noncircular Ducts and Microchannels*. Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University of Newfoundland, 2008.
- [23] P. Filip, J. David. *Axial Couette–Poiseuille flow of power-law viscoplastic fluids inconcentric annuli*. Journal of Petroleum Science and Engineering 40 (2003) .



- [24] Metzner, A.B and Gluck,D.G. *Heat Transfer to Non Newtonian Fluids Under Laminar Flow Conditions*. Chem. Eng. Sci, 1960.
- [25] Odgerel Jambal y Toru Shigechi. *Fully developed laminar heat transfer to modified power law non Newtonian fluids flow in a concentric annulus with moving core*. Nagasaki University, 2003.
- [26] P.M. Coelho, F.T. Pinho. *A generalized Brinkman number for non-Newtonian duct flows*. *Journal of non Newtonian fluids*. Elsevier, 2008.
- [27] Juan Pedro Solano. *Método para la validación de la simulación numérica del flujo en tubos con rascadores*, 2008.
- [28] *Non-Newtonian Transitional Flow in an Eccentric Annulus*. Fluent Inc. January 16, 2007.

**PROYECTO FINAL DE CARRERA**

**BIBLIOGRAFÍA**

David S. Martínez Hernández

---



