

# Regularizador Híbrido para el Registro a medida de Imágenes Médicas

Jorge Larrey Ruiz, Juan Morales Sánchez y Rafael Verdú Monedero  
Grupo de Teoría y Tratamiento de la Señal (GTTS). Departamento de las TIC  
ETSI Telecomunicación. Universidad Politécnica de Cartagena

**Resumen.** Durante los últimos dos años, ha surgido un gran interés por encontrar nuevos términos de regularización que resulten especialmente adecuados para el registro de imágenes médicas. Los ejemplos más recientes en la literatura están basados en derivadas de primer y/o segundo orden. En este trabajo se propone un nuevo regularizador, basado en derivadas de orden fraccionario, para el registro de imágenes médicas. Puede considerarse como una generalización de los métodos de registro por difusión (derivadas de primer orden) y por curvatura (derivadas de segundo orden), pero con la estrategia propuesta es posible obtener mejores resultados en el registro final desde el punto de vista variacional (i.e., en términos tanto de similitud entre las imágenes como de suavidad en la transformación estimada), y en un menor número de iteraciones del algoritmo de registro.

## 1. Introducción

El registro de imagen es el proceso mediante el cual obtenemos una estimación óptima de la transformación que relaciona geoméricamente puntos correspondientes entre un par de imágenes. En el ámbito de la imagen médica, el campo de aplicación del registro de imagen es muy amplio: fusión de imágenes provenientes de distintos pacientes o distintas modalidades, correspondencia con un atlas, dosificación de radioterapia, etc. Como resumen de los métodos de registro existentes, véase e.g. [1], [2]. Una estrategia común para solucionar el problema del mal condicionamiento del registro de imagen es añadirle a la transformación un cierto conocimiento *a priori* (e.g. asumir que una deformación verosímil para una imagen médica debe ser continua y suave). Para que las soluciones que se obtengan pertenezcan preferentemente a este conjunto de transformaciones plausibles, se utiliza un término de regularización. El regularizador de Tikhonov, basado en la minimización de la energía de las derivadas de primer orden de la solución, es una forma sencilla de añadir las restricciones de continuidad y suavidad, puesto que penaliza las deformaciones oscilantes en la transformación obtenida. Este término, también conocido como regularizador de *difusión*, ha sido ampliamente utilizado en la literatura, véase e.g. [3]. Otro regularizador muy popular es el término de *curvatura* (véase e.g. [4]), que hace que el registro se comporte con gran robustez frente a una etapa sub-óptima de pre-registro, i.e., este regularizador corrige automáticamente las deformaciones afines, ya que está basado en la minimización de derivadas de segundo orden. En este trabajo se propone un nuevo término de regularización, basado en derivadas de orden fraccionario, para el registro óptimo de imágenes médicas.

## 2. Marco matemático

Dados dos conjuntos de datos, uno de referencia  $R(\mathbf{x})$  y otro objetivo  $T(\mathbf{x})$ , el propósito del registro es hallar unos vectores de desplazamiento  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  tales que  $T_{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) = T(\mathbf{x} - \mathbf{u}(\mathbf{x}))$  se corresponda geoméricamente con  $R(\mathbf{x})$ . Este problema puede ser formulado en términos del cálculo variacional. Para ello, definimos el funcional de energía conjunto que debemos minimizar:

$$\mathcal{J}[\mathbf{u}] = \mathcal{D}[R, T; \mathbf{u}] + \alpha \mathcal{S}[\mathbf{u}], \quad (1)$$

donde  $\mathcal{D}$  representa una medida de la distancia entre las imágenes y  $\mathcal{S}$  es un término de regularización que determina la suavidad del desplazamiento  $\mathbf{u}$ . Este segundo término es imprescindible, porque una transformación arbitraria podría producir deformaciones inverosímiles (como discontinuidades o agujeros). El parámetro  $\alpha$  controla el peso del suavizado de los vectores de desplazamiento frente a la similitud entre las imágenes. La distancia entre imágenes médicas con distintos niveles de intensidad se mide típicamente mediante la información mutua (MI). La MI será máxima cuando  $T_{\mathbf{u}}$  se corresponda con  $R$  (i.e., cuando las imágenes estén perfectamente alineadas).  $\mathcal{D}$  puede obtenerse expresando la MI en términos de la divergencia de Kullback-Leibler.

Llegados a este punto, introducimos el término de regularización que se propone en este trabajo:

$$\mathcal{S} = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^d \int_{\Omega} \langle \nabla^{\sigma} u_l, \nabla^{\sigma} u_l \rangle dx = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^d \int_{\Omega} \|\nabla^{\sigma} u_l\|^2 dx, \quad (2)$$

con  $\sigma \in [1, 2]$ .  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  denota el producto escalar en  $\mathbb{R}^d$ . Nótese que si  $\sigma = 1$ , se realiza un registro por difusión; si  $\sigma = 2$ , se realiza un registro por curvatura.

Según el cálculo variacional, el desplazamiento  $\mathbf{u}$  que minimiza la ecuación (1) es necesariamente una

solución de la ecuación de Euler-Lagrange:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}; \mathbf{u}) + \alpha \mathcal{A}[\mathbf{u}](\mathbf{x}) = \mathbf{0}. \quad (3)$$

El campo de fuerzas  $\mathbf{f}$  controla la deformación.  $\mathcal{A}[\mathbf{u}]$  es un operador en derivadas parciales relacionado con la derivada direccional del regularizador:

$$\delta \mathcal{S}[\mathbf{u}, \mathbf{v}] = \sum_{l=1}^d \int_{\Omega} \langle \nabla^{\sigma} u_l, \nabla^{\sigma} v_l \rangle d\mathbf{x} = \int_{\Omega} \langle \mathcal{A}[\mathbf{u}], \mathbf{v} \rangle d\mathbf{x}. \quad (4)$$

Teniendo en cuenta que  $\nabla^{\sigma} u_l$  es una función localmente sumable con respecto a la medida de Lebesgue en  $\mathbb{R}^d$ , e imponiendo condiciones de contorno de Neumann, podemos utilizar la Formula de la Integración Parcial para obtener la ecuación de la derivada generalizada de orden  $\sigma$  (en el sentido de Sobolev) de  $\nabla^{\sigma} u_l$ :

$$\sum_{l=1}^d \int_{\Omega} \langle \nabla^{\sigma} u_l, \nabla^{\sigma} v_l \rangle d\mathbf{x} = (-1)^{\sigma} \sum_{l=1}^d \int_{\Omega} \nabla^{2\sigma} u_l v_l d\mathbf{x}. \quad (5)$$

Finalmente, el operador en derivadas parciales puede obtenerse a partir de (4) y (5):

$$\mathcal{A}[\mathbf{u}] = (-\Delta)^{\sigma} \mathbf{u} = \left( -\sum_{k=1}^d \partial_{x_k x_k} \right)^{\sigma} \mathbf{u}, \quad (6)$$

donde  $\Delta = \nabla^2$  es el operador Laplaciano  $d$ -dimensional. Nótese que si  $\sigma = 1$ ,  $\mathcal{A}[\mathbf{u}] = -\Delta \mathbf{u}$  es el operador en derivadas parciales para el registro por difusión; si  $\sigma = 2$ ,  $\mathcal{A}[\mathbf{u}] = \Delta^2 \mathbf{u}$  es el operador en derivadas parciales para el registro por curvatura. La PDE resultante puede ser finalmente resuelta aplicando el siguiente esquema iterativo:

$$u_l^{(\xi+1)} = \text{IDCT} \left\{ (1 + \tau \alpha \lambda_{j_l})^{-1} \text{DCT} \left\{ u_l^{(\xi)} - \tau f_l^{(\xi)} \right\} \right\}, \quad (7)$$

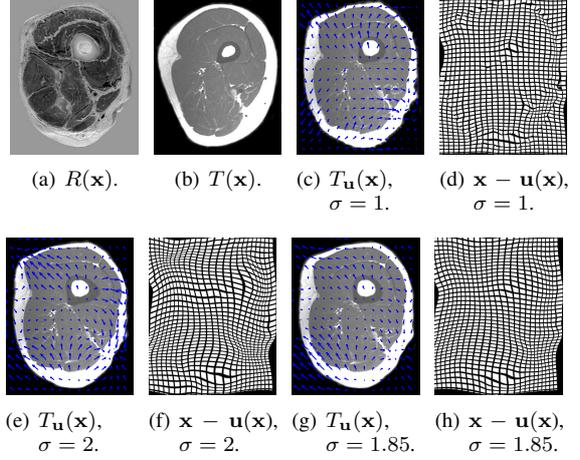
donde  $l = 1, \dots, d$ ,  $\xi$  es la iteración en curso,  $\tau$  es el paso temporal,  $j_l = 1, \dots, n_l$ , y

$$\lambda_{j_l} = \left( 2d - \sum_{l=1}^d 2 \cos \frac{(j_l - 1)\pi}{n_l} \right)^{\sigma}. \quad (8)$$

### 3. Resultados

En esta sección se prueba el término de regularización propuesto en uno de los escenarios más relevantes de imagen médica: la correspondencia con un atlas (o problema “escena a modelo”). El objetivo es registrar un corte axial extraído de una tomografía computerizada (CT, Fig.1(b)) y una imagen obtenida de un atlas o modelo (Fig.1(a)). La información mutua antes del proceso de registro es  $MI = 1.14$ . Existe al menos un valor de  $\sigma$  en el intervalo  $[1, 2]$  que mejora, en un número menor de iteraciones del algoritmo de registro, los resultados óptimos obtenidos con los esquemas de registro por difusión y por curvatura, en términos tanto de similitud entre las imágenes como de suavidad de la transformación resultante. Estos valores de  $\sigma$  pueden obtenerse mediante un simple barrido del orden fraccionario de derivación entre 1

Esquema de registro	$\alpha$	$\xi$	MI	$\mathcal{S}$
Difusión ( $\sigma = 1$ )	300	650	1.39	0.046
Curvatura ( $\sigma = 2$ )	$20 \cdot 10^3$	400	1.42	0.002
Propuesto ( $\sigma = 1.85$ )	$16 \cdot 10^3$	320	1.44	0.001



y 2, en pasos de 0.05. El procedimiento de registro óptimo consta de dos pasos, como se indica en [5]. La Tabla resume los parámetros de simulación  $\alpha$  y  $\xi$ , así como la medida de similitud (i.e., información mutua) y la energía de regularización  $\mathcal{S}$  para cada esquema de registro. Tanto el mayor valor de la similitud entre las imágenes como el menor valor de la energía de regularización, corresponden al regularizador propuesto. Como puede apreciarse, el uso de  $\sigma = 1.85$  en lugar de  $\sigma = 2$  evita curvaturas locales que podrían ser inverosímiles para los tejidos considerados, ya que en este caso el regularizador incluye una pequeña componente de difusión, véase Fig.1(h) frente a Fig.1(f). Finalmente, debe destacarse que el nuevo regularizador consigue el registro óptimo en el menor número de iteraciones  $\xi$ , i.e., el esquema híbrido difusión-curvatura que se propone logra la convergencia más rápida del algoritmo de registro.

### Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología a través del proyecto TEC2006-13338/TCM, y por la Agencia Regional de Ciencia y Tecnología (Fundación Séneca) a través del proyecto 03122/PI/05.

### Referencias

- [1] B. Zitová and J. Flusser. Image registration methods: a survey. *Image and Vision Computing*, 21:997–1000, 2003.
- [2] J. Maintz and M. Viergever. A survey of medical image registration. *Medical Image Analysis*, 2(1):1–36, 1998.
- [3] B. Fischer and J. Modersitzki. Fast diffusion registration. *Contemporary Mathematics, Inverse Problems, Image Analysis, and Medical Imaging*, 313:117–129, 2002.
- [4] B. Fischer and J. Modersitzki. A unified approach to fast image registration and a new curvature based registration technique. *Linear Algebra and its Applications*, 308:107–124, 2004.
- [5] J. Larrey-Ruiz and J. Morales-Sánchez. Optimal parameters selection for non-parametric image registration methods. *Lecture Notes in Computer Science*, 4179:564–575, 2006.