

# Registro Variacional Óptimo de Imágenes Médicas

Jorge Larrey Ruiz, Juan Morales Sánchez y Rafael Verdú Monedero  
Grupo de Teoría y Tratamiento de la Señal (GTTS). Departamento de las TIC  
ETSI Telecomunicación. Universidad Politécnica de Cartagena

**Resumen.** La correcta selección de parámetros en los métodos de registro no paramétrico de imagen es un problema aún sin resolver. No hay acuerdo sobre cuáles son valores óptimos de estos parámetros, que dependen de las propias imágenes a registrar. Para abordar este problema, en este trabajo se propone un método que consta de dos pasos para obtener los parámetros que nos ofrecen desde un punto de vista variacional el compromiso óptimo entre la similitud de las imágenes registradas y la suavidad de la transformación resultante.

## 1. Introducción

El objetivo del registro de imagen consiste en encontrar la estimación óptima de la transformación que relaciona geoméricamente un par de imágenes. En el caso de imágenes médicas, el campo de aplicación es muy amplio: fusión de imágenes, correspondencia con un atlas, diagnóstico de patologías, etc., véase e.g. [1] y [2]. En muchas aplicaciones, el registro rígido (i.e., basado en rotaciones y traslaciones) no es capaz de proporcionar una solución correcta. Se hace entonces necesario el uso de una transformación no rígida (no lineal) que contemple las diferencias locales entre las imágenes. El registro no rígido de imagen puede ser tanto paramétrico como no paramétrico. En el registro no paramétrico simplemente se busca una transformación suave, sin parámetros involucrados en la representación de las funciones de mapeo. De todos modos, en estos métodos también se requieren parámetros que restrinjan el espacio de soluciones.

Por el momento, no existe ningún procedimiento específico para obtener de forma automática los mejores parámetros de regularización para el registro no paramétrico, de modo que, en trabajos previos, los autores fijan de forma arbitraria el valor de estos parámetros. Esto puede tener una influencia muy negativa en la precisión del registro en casos donde la correspondencia es ambigua (e.g. datos clínicos). Este artículo pretende aportar un solución a este problema proporcionando reglas de diseño para elegir los parámetros de registro y simulación para los métodos de registro no paramétrico, permitiendo, en un mínimo de iteraciones, alcanzar un registro óptimo en términos de similitud y suavidad.

## 2. Marco Matemático

Dadas dos imágenes, una de referencia  $R \equiv R(\mathbf{x})$  y otra objetivo  $T \equiv T(\mathbf{x})$ , el propósito del registro

es hallar unos vectores de desplazamiento  $\mathbf{u} \equiv \mathbf{u}(\mathbf{x})$  tales que  $T_{\mathbf{u}} \equiv T(\mathbf{x} - \mathbf{u}(\mathbf{x}))$  se corresponda geoméricamente con  $R(\mathbf{x})$ . Este problema puede ser formulado mediante un enfoque variacional [3]. Para ello, definimos el funcional de energía conjunto que debemos minimizar:

$$\mathcal{J}[\mathbf{u}] = \mathcal{D}[R, T; \mathbf{u}] + \alpha \mathcal{S}[\mathbf{u}], \quad (1)$$

donde  $\mathcal{D}$  representa la medida de distancia (fuerzas externas) y  $\mathcal{S}$  determina la suavidad de los vectores de desplazamiento  $\mathbf{u}$  (restricciones internas). El segundo término es imprescindible, porque una transformación arbitraria podría producir deformaciones no deseadas (agujeros en la imagen). El parámetro  $\alpha$  controla el peso del suavizado de los vectores de desplazamiento frente a la similitud entre las imágenes.

Según el cálculo variacional, la derivada Gâteaux del funcional conjunto debería ser cero, i.e. un desplazamiento  $\mathbf{u}$  que minimice la ecuación (1) debería ser necesariamente solución de la ecuación de Euler-Lagrange,

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}; \mathbf{u}) + \alpha \mathcal{A}[\mathbf{u}](\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad (2)$$

sujeta a las condiciones de contorno apropiadas.  $\mathcal{A}[\mathbf{u}] \equiv \mathbf{A}\mathbf{u}$  es un operador en derivadas parciales relacionado con el regularizador  $\mathcal{S}$  [4]. El campo de fuerzas  $\mathbf{f}(\mathbf{x}; \mathbf{u})$  controla la deformación.

## 3. Método Propuesto

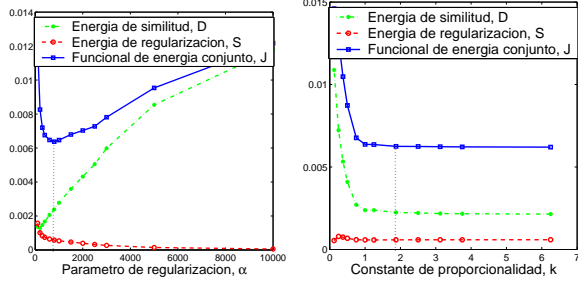
La metodología que se propone en este artículo consta de dos pasos secuenciales<sup>1</sup>:

- 1) Para un número de iteraciones pequeño  $\hat{n}_{iter}$ , se halla el valor del parámetro de regularización  $\hat{\alpha}$  que minimiza el funcional conjunto (1), como puede verse en la Fig.1(a). Para obtener

<sup>1</sup>Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por la Agencia Regional de Ciencia y Tecnología (Fundación Séneca) a través del proyecto 03122/PI/05.

la imagen registrada  $T_{\mathbf{u}}$  y los vectores de desplazamiento  $\mathbf{u}$ , haremos uso de la ecuación (2) y de una implementación del algoritmo basada en DCTs. La relación  $\lambda$  entre el número de iteraciones y el parámetro de regularización puede calcularse como:

$$\lambda = \frac{\hat{n}_{iter}}{\hat{\alpha}} . \quad (3)$$



(a) Paso 1. Energías del funcional conjunto ( $\hat{n}_{iter} = 200$ ). (b) Paso 2. Energías del funcional conjunto ( $\lambda = 0.25$ ).

Fig. 1. Metodología propuesta.

De este modo, el desplazamiento  $\hat{\mathbf{u}}$  que resulta de estos parámetros es el óptimo en términos del mejor compromiso (de acuerdo al enfoque variacional) entre  $\mathcal{D}$  y  $\mathcal{S}$ . Llegados a este punto, el problema es que el número de iteraciones escogido  $\hat{n}_{iter}$  probablemente sea demasiado pequeño (i.e., el algoritmo no ha tenido tiempo de converger) o demasiado elevado (i.e., se podría haber logrado el registro óptimo en un tiempo menor).

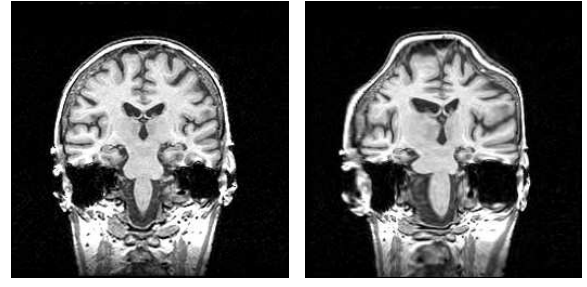
- 2) Nuestros experimentos sobre diferentes tipos de imagen muestran que si se mantiene constante la proporcionalidad  $\lambda$  calculada entre  $\hat{n}_{iter}$  y  $\hat{\alpha}$ , las energías del funcional conjunto (1) muestran el mismo comportamiento que en la Fig.1(a), para un valor lo suficientemente alto del parámetro de regularización. La idea es encontrar ahora una constante multiplicativa  $k_o$  que posibilite un registro óptimo desde el punto de vista variacional y que minimice el número de iteraciones del algoritmo. Este parámetro  $k_o$  se obtiene como el mínimo valor de  $k$  para el cual puede considerarse que la pendiente del funcional de energía conjunto (1) es nula, i.e., se ha alcanzado la convergencia, véase Fig.1(b). Finalmente, los parámetros óptimos  $\alpha_o$  y  $n_{iter,o}$  se pueden calcular como:

$$\alpha_o = k_o \hat{\alpha} , \quad (4)$$

$$n_{iter,o} = k_o \hat{n}_{iter} = k_o \lambda \hat{\alpha} = \lambda \alpha_o . \quad (5)$$

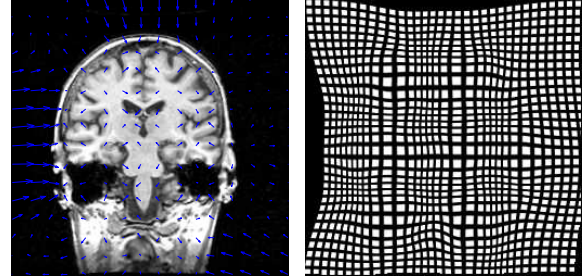
## 4. Resultados

En esta sección, validamos el método propuesto en un escenario de registro realmente complicado, donde el algoritmo de registro se muestra muy sensible a los valores de los parámetros de registro y simulación.



(a) Imagen de referencia.

(b) Imagen objetivo.



(c) Imagen objetivo registrada y (d) Rejilla uniforme bajo la transformación obtenida.

Fig. 2. Resultados obtenidos para una imagen médica sujeta a una deformación sintética.

El objetivo es realizar el registro de dos imágenes médicas reales, correspondientes a una resonancia magnética (MRI), antes y después de someterla a una deformación sintética no lineal (figuras Fig.2(a) y Fig.2(b)). Tras la aplicación del primer paso del método propuesto, obtenemos un valor para la constante de proporcionalidad de  $\lambda = 0.25$  (que se corresponde a los valores de  $\hat{n}_{iter} = 200$  y  $\hat{\alpha} = 800$ , véase Fig.1(a)). Ya en el segundo paso, obtenemos el valor de  $k_o \simeq 1.88$  (véase Fig.1(b)), de modo que podemos hallar los parámetros de simulación óptimos utilizando las ecuaciones (4) y (5):  $\alpha_o \simeq 1500$  y  $n_{iter,o} \simeq 375$ . Para estos parámetros, se puede obtener tanto la imagen registrada como los vectores de desplazamiento (figura Fig.2(c)). Por un lado, la PSNR (*peak signal-to-noise ratio*) calculada entre la imagen de referencia y la imagen registrada es muy alta (23.48 dB frente a los 13.09 dB antes del registro), mientras que por otro lado podemos observar que una rejilla uniforme bajo la transformación hallada,  $\mathbf{x} - \mathbf{u}(\mathbf{x})$ , da como resultado un mallado visiblemente suave (véase Fig.2(d)). Se puede así apreciar con claridad el compromiso entre las energías de similitud y regularización que se pretendía alcanzar con el método expuesto.

## Referencias

- [1] B. Zitová and J. Flusser. Image registration methods: a survey. *Image and Vision Computing*, 21:997–1000, 2003.
- [2] J. Hajnal, D. Hill, and D. Hawkes. Medical image registration. *CRC Press, Boca Raton, FL*, 2001.
- [3] Y. Amit. A nonlinear variational problem for image matching. *SIAM Journal of Scientific Computing*, 15(1):207–224, 1994.
- [4] B. Fischer and J. Modersitzki. Fast image registration - a variational approach. *Proceedings of the International Conference on Numerical Analysis & Computational Mathematics*, G. Psihoyios (ed.), Wiley, pages 69–74, 2003.