

# Resolvamos problemas

Cuaderno de trabajo de Matemática

Secundaria

4





# Resolvamos problemas

Cuaderno de trabajo de Matemática

Secundaria

4

REPÚBLICA DEL PERÚ



MINISTERIO DE EDUCACIÓN



## **Resolvamos problemas 4**

Cuaderno de trabajo de Matemática

### **Editado por:**

Ministerio de Educación  
Calle Del Comercio N.º 193, San Borja  
Lima 41, Perú  
Teléfono: 615-5800  
www.minedu.gob.pe

### **Propuesta de contenidos:**

Carlos Enrique Martín Baca Pacheco  
Javier Saturnino Álvarez Quirhuayo  
Olber Muñoz Solís

### **Revisión pedagógica:**

Olber Muñoz Solís

### **Diseño y diagramación:**

Carlos Héctor Boza Loayza

### **Corrección de estilo:**

Mario Jhonny Ávila Rubio

**Primera edición:** noviembre de 2017

**Tiraje:** 182 675 ejemplares

### **Impreso por:**

Consorcio Corporación Gráfica Navarrete S.A., Amauta Impresiones Comerciales S.A.C., Metrocolor S.A. Se terminó de imprimir en diciembre de 2017, en los talleres gráficos de Corporación Gráfica Navarrete S. A., sito en Carretera Central 759 Km 2, Santa Anita, Lima - Perú.

©Ministerio de Educación

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

N.º 2017-17150

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*

## Querido(a) estudiante:

Es de sumo agrado para nosotros poner en tus manos el cuaderno de trabajo *Resolvamos problemas 4*, que estamos seguros te ayudará a descubrir la presencia de la matemática en la vida cotidiana y a utilizarla de manera adecuada y creativa en la resolución de problemas vinculados a la realidad.

Este cuaderno ha sido elaborado para ti. En él encontrarás diversas estrategias heurísticas, como diagramas tabulares, diagramas de árbol, diagramas lineales, particularizar, plantear ecuaciones, utilizar ensayo y error, entre otras, que te serán útiles en el proceso de resolución de problemas.

En su estructura, el cuaderno te propone una diversidad de fichas de trabajo, cada una de las cuales se encuentra organizada en tres secciones: Aprendemos, Analizamos y Practicamos.

En la primera sección, te presentamos una situación relacionada con la vida cotidiana, que será abordada a través de interrogantes que pretenden movilizar tus capacidades y conocimientos, lo cual te ayudará a comprender el problema, diseñar o seleccionar una estrategia o plan, ejecutar la estrategia y reflexionar sobre lo desarrollado.

En la segunda sección, te planteamos tres situaciones de contexto, en cuyo desarrollo podrás explicar el proceso de resolución, identificando estrategias y describiendo procedimientos utilizados. Este análisis te permitirá plantear otros caminos de resolución, así como identificar errores y realizar tu propia corrección.

En la tercera sección, te presentamos situaciones de contexto de diverso grado de complejidad en contextos variados y apoyados en gráficos. Al desarrollar las actividades que contienen, tú mismo te darás cuenta de tus progresos.

Esperamos que con esta experiencia sientas que hacer matemática es un reto posible de alcanzar. Disfrútalo.



## Contenido

Conociendo algunas estrategias		Página 6
Ficha <b>1</b>	Elaboramos abono natural	Página 13
Ficha <b>2</b>	El planeta Marte	Página 23
Ficha <b>3</b>	Toma de decisiones	Página 35
Ficha <b>4</b>	Un poco de historia	Página 47
Ficha <b>5</b>	La leyenda del juego de ajedrez	Página 59
Ficha <b>6</b>	La glorieta del parque	Página 71
Ficha <b>7</b>	Crédito hipotecario para una vivienda	Página 83
Ficha <b>8</b>	Rutas a una de las nuevas maravillas del mundo	Página 95
Ficha <b>9</b>	Creamos ambientes verdes	Página 107
Ficha <b>10</b>	Entradas al teatro	Página 119

Ficha <b>11</b>	Registro de asistencia	Página 131
Ficha <b>12</b>	Reservas de gas natural en Camisea	Página 143
Ficha <b>13</b>	Alimentos y nutrientes	Página 155
Ficha <b>14</b>	El repartidor de pizzas	Página 167
Ficha <b>15</b>	Elaboramos una quena	Página 179
Ficha <b>16</b>	El interés simple y compuesto en la toma de decisiones	Página 191
Ficha <b>17</b>	¿Dónde se encontrarán?	Página 203
Ficha <b>18</b>	Tomamos decisiones	Página 213
Ficha <b>19</b>	El mandala	Página 225
Ficha <b>20</b>	Propagación de la microalga <i>Chlorella</i>	Página 237

## Conociendo algunas estrategias

Un buen resolutor de problemas debe llegar a desarrollar la capacidad de resolver un problema con diversos métodos; además, necesita estar en capacidad de combinar estrategias creativamente. En cada etapa de desarrollo de la solución, debemos definir qué estrategia se utilizará en la siguiente fase.

### 1. Estrategias de comprensión

#### Lectura analítica

Leer analíticamente un texto es dividirlo en unidades que proporcionen algún tipo de información y establecer, luego, cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuántos estados se perciben en el texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que el estudiante se familiarice y le pierda temor a la situación.

La lectura analítica ayuda mucho en la comprensión lectora del texto que da origen a un problema, pero no garantiza el camino a su solución. Leer analíticamente no es identificar las palabras claves ni buscar *tips* para encontrar la variable (estos son procesos mecánicos que no ayudan a comprender cabalmente un problema). En la vida real, los problemas matemáticos pueden no contener esas palabras claves que aparecen en problemas diseñados para libros de texto, por lo que el estudiante enfocará erradamente un problema si hace uso de este mecanismo.

La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números,

diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

#### Parafrasear

Parafrasear es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión. Se debe decir que parafrasear no implica aprenderse de memoria un texto y repetirlo; es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

Veamos un ejemplo para aclarar este enfoque:

Problema	Parafraseo
Jaime fue el organizador de la fiesta de fin de año de su colegio. Él proyectó ganar S/4800, para lo cual repartió 200 tarjetas; pero, lamentablemente, solo se vendieron 130, lo que le causó una pérdida de S/150. ¿Cuánto invirtió en la fiesta?	Una persona organiza una fiesta. Para ganar necesita vender una cantidad de tarjetas; pero vende menos y pierde.  Nos piden saber cuánto invirtió en la fiesta.

Se sugiere que el docente tome todos los problemas del cuaderno y realice una lectura analítica de ellos, que produzca sus propios esquemas de comprensión y realice al menos dos parafraeos por cada problema presentado. Esos ejercicios le ayudarán a mejorar su desempeño en la conducción de las tareas en el aula.

#### Hacer esquemas

La capacidad de representar una situación compleja mediante esquemas es algo que se

va aprendiendo desde los primeros años de escolaridad y continúa en proceso de construcción toda la vida. Hacer e interpretar esquemas son algunas de las capacidades más necesarias en nuestra vida laboral adulta. En diversas situaciones cotidianas se requiere de la esquematización de los sistemas, las situaciones, los procesos, con el fin de comprenderlos mejor. Un esquema apunta a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

## 2. Estrategias de resolución

Una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representar el problema mediante algún organizador visual. Aquí presentamos algunos organizadores de información que se utilizan frecuentemente en el proceso de resolver problemas matemáticos.

### Diagramas de tiras

Se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

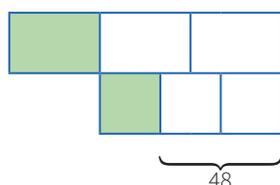
#### Ejemplo:

La tercera parte de las entradas para el estreno de una película se vendieron días antes de la función, y  $\frac{1}{3}$  del resto se vendió el día del estreno. Finalmente, quedaron 48 entradas sin vender. ¿Cuál era el número total de entradas previsto para la función de estreno?

#### Solución:

Cantidad: Número total de entradas.

Elabora un diagrama de tiras.



### Diagramas tabulares (tablas)

Se emplean cuando se brinda información sobre características que relacionan dos grupos. También en problemas sobre edades o de proporcionalidad, en los que se debe buscar algún patrón o regla de formación.

#### Ejemplo:

Dos amigos tienen lápices, borradores y tajadores en sus cartucheras. Hay 8 borradores en total. Mónica tiene el doble de lápices que Felipe, quien tiene 5 tajadores más que lápices. Mónica tiene tantos tajadores como lápices posee Felipe. Mónica tiene 18 útiles y ningún borrador. ¿Cuántos lápices, tajadores y borradores tiene cada uno?

#### Solución:

Grupo 1: Mónica, Felipe.

Grupo 2: Lápices, borradores, tajadores.

	Lápices	Borradores	Tajadores	TOTAL
Mónica	$2x$	0	$x$	18
Felipe	$x$	8	$x+5$	
TOTAL		8		

### Diagramas analógicos

Se suelen utilizar en problemas geométricos. Son dibujos que representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema.

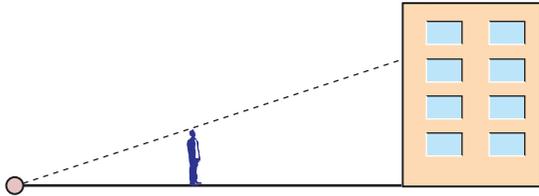
Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

#### Ejemplo:

Un hombre de 1,8 m de estatura camina hacia un edificio a razón de 1,5 m/s. Si hay una lámpara sobre el suelo a 15 m del edificio, ¿cuánto mide la sombra del hombre sobre el edificio cuando se encuentra a 9 m de este?

## Solución:

Hagamos un diagrama que represente la situación narrada.



## Diagramas de flujo

Se emplean cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencias de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.

### Ejemplo:

Un número se duplica, luego se le resta 8 y después se invierten las cifras de este número. Finalmente, se divide por 6 y se obtiene 8. ¿Cuál era el número?

### Solución:

Haremos un diagrama que indique las fases por las que pasó el número.



## Diagramas conjuntistas

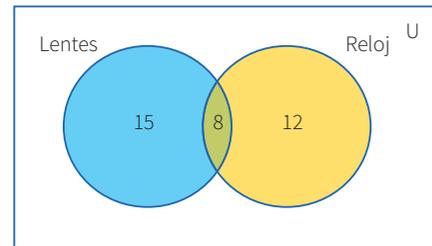
Se suele recurrir a estos cuando se trata de información acerca de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. También cuando se deben realizar clasificaciones. Los más conocidos son los diagramas de Venn y los de Carroll.

### Ejemplo:

De los 35 estudiantes de un aula, 23 usan lentes, y 20, reloj. ¿Cuántos usan ambas cosas?

### Solución:

Grupo 1: Estudiantes que usan lentes.  
Grupo 2: Estudiantes que usan reloj.



## Diagramas cartesianos

Son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o si tenemos pares ordenados o relaciones entre dos variables.

### Ejemplo:

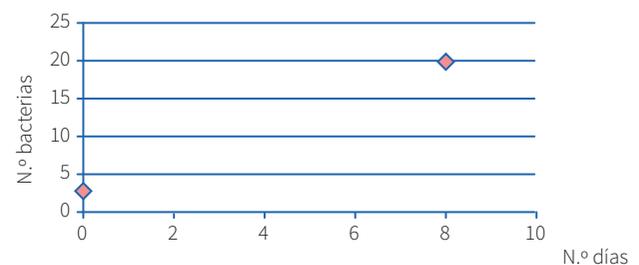
El crecimiento de un grupo de bacterias se da con el paso de los días de manera constante. Al inicio, había 3 bacterias, y después de 8 días llegan a 20. ¿Cuántos días transcurrirán desde el inicio para que la colonia tenga 400 bacterias?

### Solución:

Cantidad:

Organizaremos los datos en un gráfico cartesiano.

Pares ordenados: (0; 3) (8; 20)



## Diagramas lineales

Se usan cuando se cuenta con información acerca de una característica de un solo grupo. Generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.

### Ejemplo:

Si tanto Roberto como Alfredo están más alegres que Tomás, mientras que Alberto se encuentra menos alegre que Roberto, pero más alegre que Alfredo, ¿quién está menos alegre?

**Solución:**

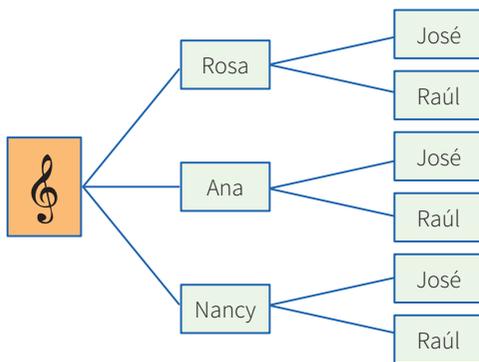
Tomás, Alfredo, Alberto, Roberto



**Diagramas de árbol**

Se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas. Es la representación gráfica de los principios de adición y multiplicación.

**Ejemplo:** Un productor de cumbia quiere armar un dúo mixto (varón y mujer). Puede elegir entre 3 cantantes mujeres y 2 cantantes varones. ¿Cuántos dúos mixtos diferentes puede formar?



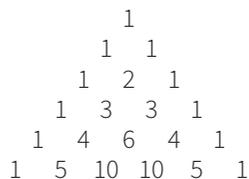
**3. Otras estrategias**

**Busca patrones**

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución.

**Ejemplo:**

El arreglo mostrado se conoce como el triángulo de Pascal.



Escribe las tres filas siguientes de este arreglo. Como observas, cada fila empieza por uno. ¿Qué número sigue al 1 en la fila 75?, ¿cuál es la suma

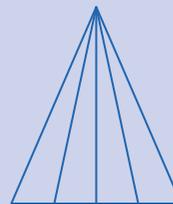
de los números que ocupan la fila número veinte?, ¿puedes encontrar un patrón en las diagonales del triángulo de Pascal?

**Haz una lista sistemática**

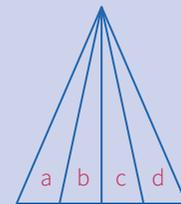
En los casos en que se requiere la enumeración de objetos matemáticos, es conveniente realizar un conteo o listado organizado, con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Esta estrategia es muy útil al buscar soluciones en una ecuación polinómica, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

**Ejemplo:**

¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?



Pongamos una etiqueta a cada uno de los cuatro triángulos en que se ha dividido el triángulo mayor.



**Solución:**

- Contemos ahora los triángulos identificándolos por el número de letras:  
 Triángulos con una letra: a-b-c-d  
 Triángulos con dos letras: ab-bc-cd  
 Triángulos con tres letras: abc-bcd  
 Triángulos con cuatro letras: abcd
- En total tenemos:  $4 + 3 + 2 + 1 = 10$  triángulos.

**Generaliza**

En algunos problemas puede ser muy útil simbolizar las expresiones o averiguar si lo que piden se refiere a un caso particular de alguna propiedad general; a esto se conoce como *la paradoja del inventor*. A veces, es conveniente investigar más de lo que piden.

## Ejemplo:

Halla el valor de  $(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2$ .

## Solución:

Se observa que elevar al cuadrado cada número y luego realizar la resta sería demasiado laborioso, así que se trata de ver en la estructura del problema alguna particularidad. Lo primero que se observa es que consiste en una diferencia de cuadrados, lo que nos hace recordar las fórmulas algebraicas pertinentes. Además, se aprecia que los números son consecutivos.

- Al generalizar el problema, se observa que se solicita:

$$(n + 1)^2 - n^2, \text{ cuando } n \text{ vale } 234\ 756\ 473$$

- Factorizando por diferencia de cuadrados, se tiene:

$$(n + 1 + n)(n + 1 - n) = (n + 1) + n$$

- Luego, podemos afirmar que, para cualquier  $n$  entero positivo, se cumple:

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n = 2n + 1$$

- Ahora el problema se ha simplificado bastante; para hallar la respuesta, solo basta duplicar el número dado y aumentarle 1.

Entonces:

$$(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2 = 469\ 512\ 947$$

## Particulariza

Conviene siempre utilizar casos particulares para familiarizarse con el problema; de este modo, es posible observar algún método que guíe hacia la solución de un problema genérico.

## Ejemplo:

En una tienda de remates te ofrecen un descuento del 12 %, pero, al mismo tiempo, debes pagar el impuesto general a las ventas (18 %). ¿Qué preferirías que calculasen primero, el descuento o el impuesto?

## Solución:

- Particularicemos para algunos casos: Si el artículo vale  $S/100$  y elijo primero el descuento, termino pagando  $S/106$ . Pero si elijo pagar el impuesto antes, entonces termino pagando la misma cantidad.
- Podemos probar con otros precios y obtener un resultado análogo. Esta experimentación me da pie para inferir que es lo mismo elegir primero el descuento o el impuesto.
- Ahora deberé evaluar mi conjetura.

## Razona lógicamente

El razonamiento lógico es muy importante al resolver problemas, pues gracias a él podemos enzarzar los pasos y comprender las secuencias y cadenas de razonamientos que se producen en el desarrollo de su solución. Un ejemplo clásico es el siguiente acertijo.

## Ejemplo:

José, Jaime, Tito y Rosa son guardias en un museo. Ellos hacen guardia cuatro días a la semana. Dos personas solamente hacen guardia cada día. Nadie hace tres días de guardia seguidos. ¿Cuál de los tres hombres no hace guardia con Rosa?

## Solución:

- Veamos una lista parcial que muestra los días de la semana en los que cada uno hace guardia:

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.
José	Tito	Rosa	José	Jaime	Tito	Rosa
Jaime						

## Empieza por el final

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se utiliza mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final; también para demostrar desigualdades. La

combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

La utilización del razonamiento regresivo nos evitará tener que trabajar con ecuaciones complicadas.

### Ejemplo:

El nivel del agua de un pozo desciende 3 centímetros por debajo de su mitad en cada hora, hasta quedar vacío luego de 4 horas. ¿Qué profundidad tenía el agua inicialmente?

### Solución:

- “3 cm debajo de su mitad” se interpreta como  $\div 2, -3$ .
- Esto ocurre en cada hora y se repite 4 veces, ya que todo el suceso ocurre en 4 horas; de modo que al final el nivel es cero (0).
- Las operaciones directas serían así:  
 $x \rightarrow (\div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3) \rightarrow 0$
- Ahora, operando al revés, obtenemos:  $x = 90$

### Plantea una ecuación

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental es el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poderla aplicar con éxito es el entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Es conveniente ponerse de acuerdo en cuanto a convenciones generales de redacción para no crear ambigüedades.

### Ejemplo:

Dos velas de la misma longitud se encienden al mismo tiempo. La primera se consume en 4 horas, y la segunda, en 3. ¿Cuánto tiempo pasa, después de haberse encendido, hasta que la primera vela tenga el doble de longitud que la segunda?

### Solución:

- La primera vela se consume en su cuarta parte cada hora.

- La segunda se consume en su tercera parte cada hora.

Tiene que verificarse; por tanto:

$$L - (1/4)Lx = 2 [L - (1/3)Lx]; \text{ simplificando:}$$

$$1 - (1/4)x = 2 - (2/3)x; \text{ de donde } x = 2,4 \text{ horas}$$

- Es decir, pasan 2 horas 24 minutos.

### Establece submetas

Muchas veces, para llegar a la solución de un problema, se deben resolver problemas más pequeños. Es como escalar una gran montaña: se sabe que se debe llegar a alturas menores para conquistar la cima. De igual manera, para resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio.

### Ejemplo:

Supongamos que la población actual del Perú es de 22 millones de habitantes y se sabe que la tasa de crecimiento es de un 5 % anual. ¿En cuánto tiempo se duplicará la población?



©Shutterstock

### Solución:

- La primera meta es hallar una fórmula que modele el comportamiento de la población, y solo después de formada se igualará a 44 millones. Si bien, aquí la incógnita es el tiempo, se busca en su lugar la relación entre el tiempo y el número de habitantes.

## Utiliza el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se hace de forma organizada y evaluando cada vez los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución, como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas, se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

### Ejemplo:

Un libro se abre al azar. El producto de las dos páginas observadas en ese momento es 3192. ¿Cuál es el número de las páginas en las que se abrió el libro?



©Shutterstock

### Solución:

- Primero se observa que  $50 \times 50 = 2500$ , número que no llega; y que  $60 \times 60 = 3600$ , el cual se pasa. Con esto observamos que los números están en el rango entre 50 y 60.
- $55 \times 56$  no puede ser, pues el producto termina en 0. Se quiere que termine en 2 y que los números sean consecutivos.
- Al probar  $53 \times 54 = 2862$ , el resultado no corresponde.
- Pero, al hacer la prueba con  $56 \times 57 = 3192$ , se observa que cumple con el resultado que plantea el problema.
- Entonces, las páginas que se observaron fueron la 56 y la 57.

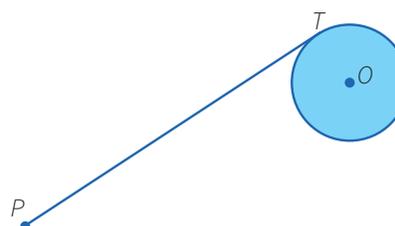
## Supón el problema resuelto

### Ejemplo:

Usando solo regla y compás construye una tangente a una circunferencia dada, desde un punto exterior a ella.

### Solución:

Para resolver este problema, se supone que se debe hallar la tangente a una circunferencia, trazada desde un punto exterior a ella.



- El punto  $T$  es de tangencia. Entonces, ¿qué relación existe entre la tangente y algún elemento de la circunferencia? ¿Hay algún teorema que los relacione?
- Existe un teorema que nos dice que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
- Por tanto, si unimos  $O$  con  $T$ , tendremos que  $OT$  es perpendicular a  $PT$ .
- Además, como tenemos tres puntos involucrados,  $P$ ,  $T$  y  $O$ , es posible hacer un triángulo uniendo el punto  $P$  con el punto  $O$ . Se observa que el triángulo es rectángulo.

# Elaboramos abono natural

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades y condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes. Transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) y a repartos proporcionales.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, la relación entre la variación de magnitudes y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y establecer relaciones entre dichas representaciones.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos y métodos gráficos para solucionar situaciones de proporcionalidad.



## Aprendemos

### El bocashi

Es un abono orgánico, rico en nutrientes, necesario para el desarrollo de los cultivos. Se obtiene a partir de la fermentación de materiales secos convenientemente mezclados. Normalmente, los agricultores que están iniciándose en la fabricación de este tipo de abono demoran, aproximadamente, 15 días en elaborarlo y los más experimentados lo hacen en 10 días.



Materia prima para producir 60 sacos de "bocashi"

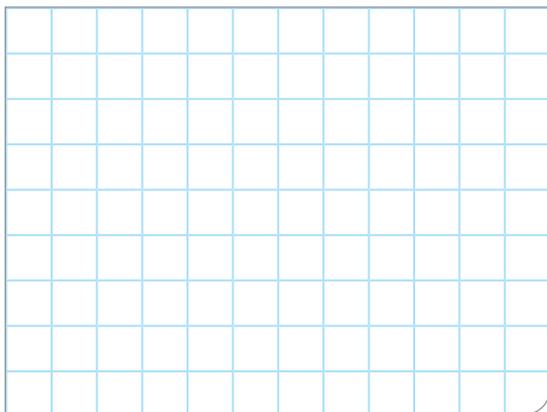
Cantidad	Materia prima
15	sacos de carbón vegetal
18	sacos de gallinaza
12	sacos de cascarilla de arroz
3	sacos de semolina de arroz
24	sacos de tierra de subsuelo
9	sacos de tierra de montaña o de "bocashi"
30	litros de melaza
400	litros de agua (cantidad aproximada)

Para abonar sus tierras de cultivo, Raymundo requiere 150 sacos de abono natural "bocashi"; pero, para elaborarlo, solo dispone de 35 sacos de carbón vegetal, 20 sacos de cascarilla de arroz y 8 de semolina de arroz.

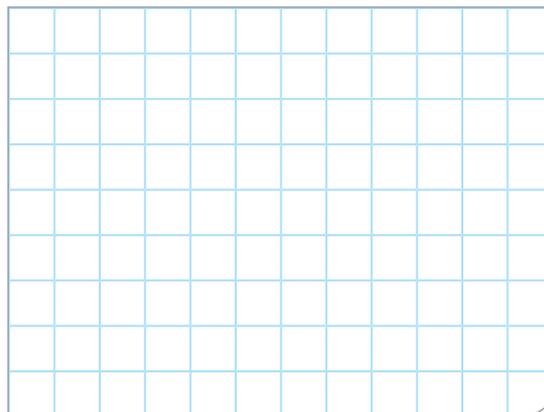
1. ¿Qué insumos le alcanzarán para producir la cantidad de abono deseado?
2. ¿Cuántos sacos le faltarán en cada uno de los insumos mencionados, si fuera el caso?

## Comprendemos el problema

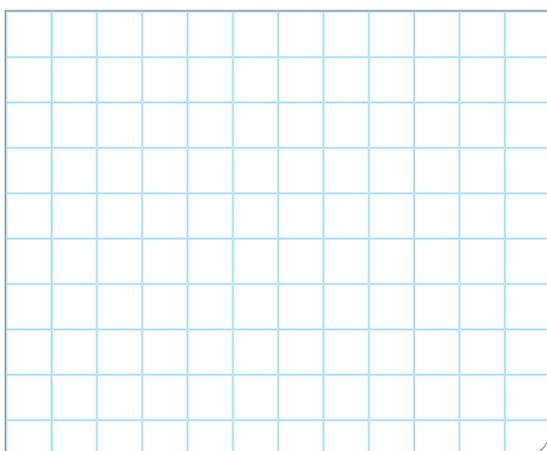
1. ¿En qué consiste la situación inicial?



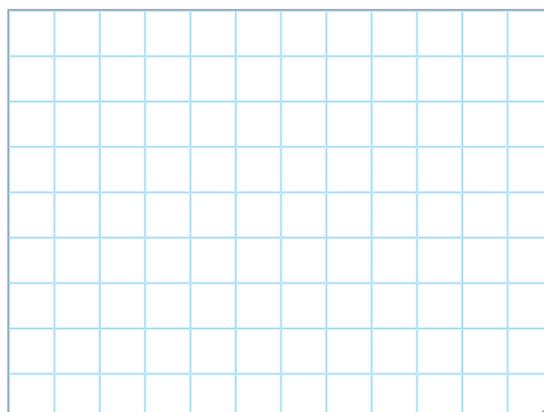
3. ¿En qué consiste la proporcionalidad?



2. ¿Qué debes averiguar?



4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Descríbelo.



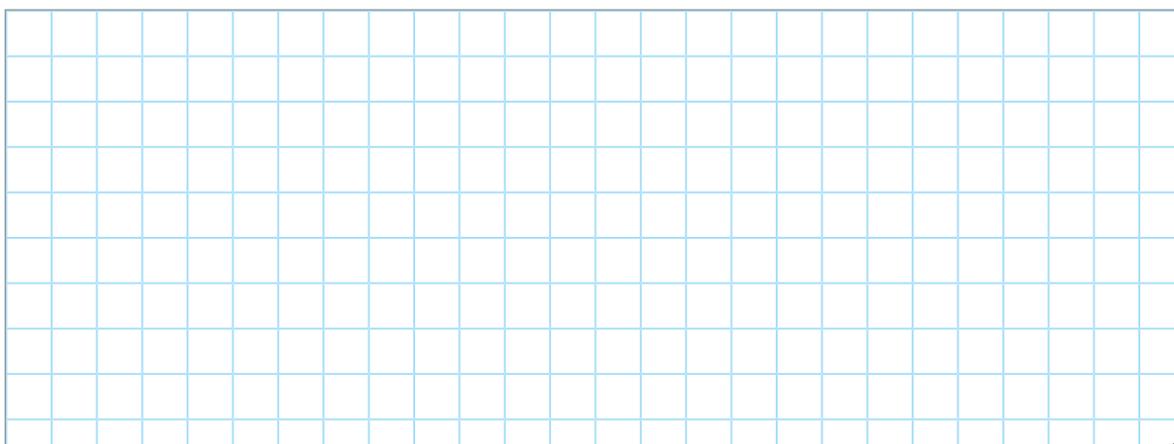
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

a) Buscar patrones

b) Diagrama tabular

c) Plantear una ecuación



## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Aplica la estrategia que seleccionaste.

2. Para dar respuesta a las preguntas de la situación inicial, completa la tabla.

Materia prima	Unidad	Para 60 sacos	Para 30 sacos	Para 150 sacos
Carbón vegetal	Saco			
Cascarilla de arroz	Saco			
Semolina de arroz	Saco			

3. ¿Qué insumos le alcanzarán para producir la cantidad de abono deseado?

4. ¿Cuántos sacos le faltarán de cada uno de los insumos mencionados, si fuera el caso?

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías haber resuelto la situación inicial usando una ruta diferente? Descríbela.

2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.



## Analizamos

### Situación A

Un autobús escolar de una institución educativa (IE) recoge a un número de estudiantes desde un punto de la ciudad a las 6:00 a. m. Se desplaza a velocidad constante y demora 12 minutos en recorrer 24 km. Si los estudiantes deben llegar con el bus a las 7:20 a. m. a la IE, ¿qué distancia recorrió desde el punto de recojo de los estudiantes hasta la institución educativa?

### Resolución

Datos:

Recojo de estudiantes: 6:00 a. m.

Recorrido en 12 minutos: 24 km

Llegada a la IE: 7:20 a. m.

Distancia recorrida del punto de la ciudad a la IE:  $x$

- Como la velocidad es constante, la relación entre la distancia recorrida y el tiempo empleado es una relación directamente proporcional. Por otro lado, en 1 h 20 minutos, hay 80 minutos.

$$\begin{array}{l} 24 \text{ km} \leftrightarrow 12 \text{ min} \\ x \leftrightarrow 80 \text{ min} \end{array} \rightarrow \frac{24}{x} = \frac{12}{80} \rightarrow x = \frac{24 \times 80}{12} = 160 \text{ km}$$

**Respuesta:** En 1 h 20 minutos, recorrerá 160 km.

1. Describe el proceso realizado en la resolución.

2. Describe otra forma de resolver la situación A.

3. ¿Qué aspectos del procedimiento realizado son semejantes al utilizado en la situación inicial?

### Situación B

Un comerciante cafetero desea mezclar dos tipos de café: Chanchamayo y La Merced. El primero cuesta 12,60 soles por kilogramo y el segundo, 9,80 soles por kilogramo. ¿Cuánto café Chanchamayo debe utilizar para que un kilogramo de la mezcla tenga un costo de 11 soles, si se tiene 8 kilogramos de café La Merced?

### Resolución

Datos:

Cantidad de café Chanchamayo:  $x$

Costo de 1 kg de café Chanchamayo: 12,60 soles

Costo de 1 kg de café La Merced: 9,80 soles

Cantidad de café La Merced: 8 kilogramos

- $x$  kg de café Chanchamayo de 12,60 soles por kilogramo cuestan:  $x \cdot 12,60 = 12,60x$  soles
- 8 kg de café La Merced de 9,80 soles por kilogramo cuestan:  $8 \cdot 9,80 = 78,40$  soles
- En total se tienen  $x + 8$  kg de café, que cuestan:  $12,60x + 78,40$  soles
- Como el kilo de café ha de salir a 11 soles, se tiene que:

$$(x + 8) \text{ kg} \leftrightarrow (12,60x + 78,40) \text{ soles}$$

$$1 \text{ kg} \leftrightarrow 11 \text{ soles}$$

$$11(x + 8) = 12,60x + 78,40$$

$$12,60x - 11x = 88 - 78,40$$

$$1,60x = 9,60$$

$$x = \frac{9,60}{1,60}$$

$$x = 6 \text{ kg}$$

### Respuesta:

Se necesita utilizar 6 kg de café Chanchamayo.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación B?

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación B.

3. ¿De qué otra forma puedes resolver la situación B? Desarrolla la estrategia.

### Situación C

Un laboratorio farmacéutico especializado en la obtención de alcohol medicinal de diversos grados de pureza realiza la mezcla de 200 ml de dicho alcohol al 80 % de pureza; es decir, por cada 100 unidades de mezcla, 80 son de alcohol puro. Con 50 ml de alcohol al 100 % de pureza, es decir, alcohol puro, ¿qué porcentaje de pureza tendrá la mezcla realizada por el laboratorio?

### Resolución

#### (Encuentra el error)

- Calculamos el contenido de alcohol de cada uno de los elementos para mezclar:

- Para el alcohol al 80 %:

$$\frac{80 \times 200}{100} = \frac{8 \times 20}{10} = \frac{160}{10} = 16 \text{ ml de alcohol}$$

- Para el alcohol al 100 %:

$$\frac{50 \times 100}{100} = \frac{5 \times 10}{10} = \frac{50}{10} = 5 \text{ ml de alcohol}$$

Entonces, la mezcla contendrá:  $16 + 5 = 21$  ml de alcohol.

- En la mezcla habrá  $200 + 50 = 250$  ml en total.
- Calculamos la pureza de la mezcla:

$$\frac{21}{250} \times 100 \% = 8,4 \% \text{ de pureza.}$$

**Respuesta:** La mezcla alcohólica resultante será de 8,4 % de pureza.

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

3. Si la solución no fuera la correcta, ¿cuál sería la respuesta de la situación C?



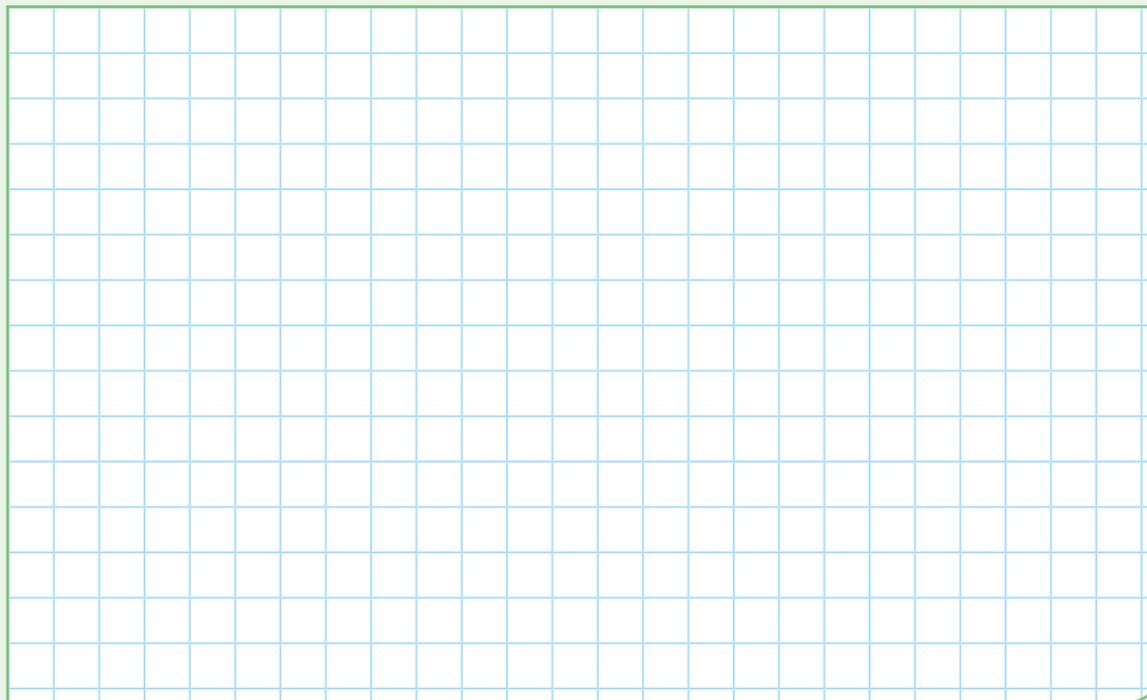
3. Un grupo de tres amigos recibe S/720 por un trabajo. ¿Cuánto recibirá el que laboró más horas si trabajaron 5; 6 y 7 horas, respectivamente?

a) S/200

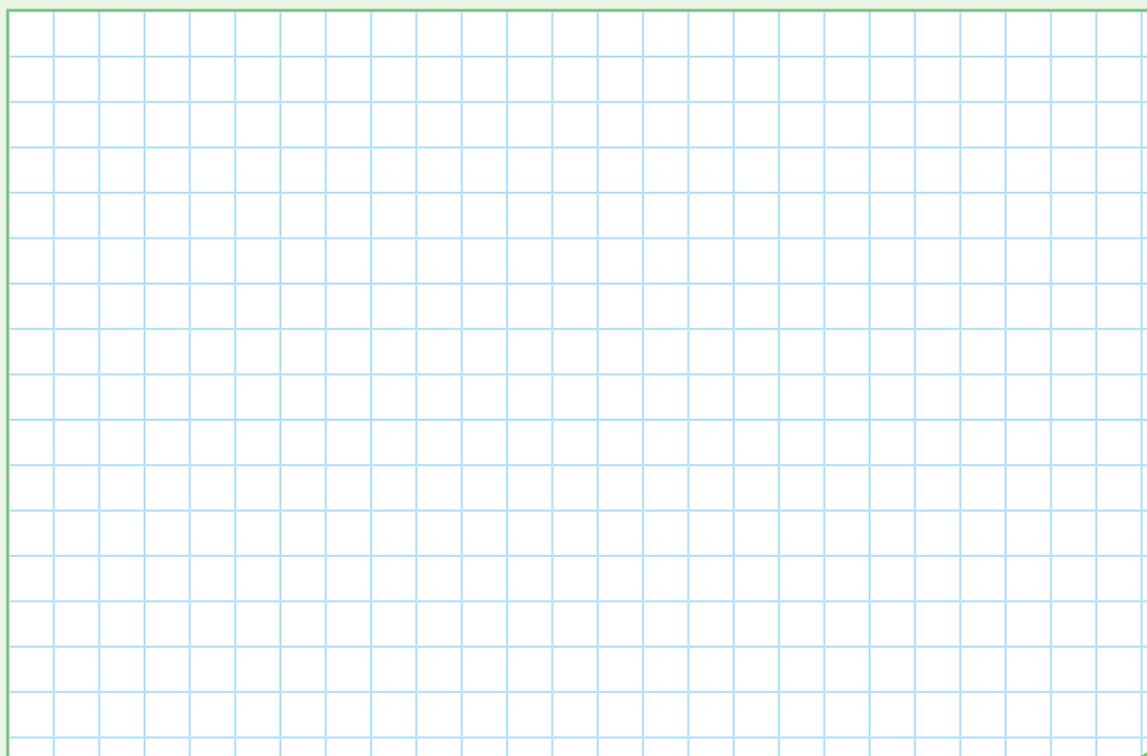
b) S/240

c) S/280

d) S/300



4. Se mezclan 2 litros de alcohol al 60 % con 3 litros al 80 %. ¿Qué grado de pureza tendrá la nueva mezcla?



5. José cobra S/80 por pintar una pared de 2 m de alto y 10 m de largo, mientras que Javier cobra S/70 por pintar la misma pared. ¿Cuánto más cobrará José respecto de Javier si cada uno pintase una pared de 1 m de largo y 8 m de alto?

a) S/10

b) S/4

c) S/32

d) S/28

6. Una máquina embotelladora llena 480 botellas en 40 minutos. Otra máquina similar llena 600 botellas en una hora. ¿Cuántas botellas menos embotellará la segunda máquina respecto a la primera en el lapso de dos horas y media?

a) 100

b) 200

c) 300

d) 400

7. Un comerciante cuenta con dos tipos de vino, cuyos precios se muestran en la siguiente tabla:

Vino	Cantidad	Precio por litro
Tipo 1	18 litros	S/12
Tipo 2	6 litros	S/15

Si se mezclan uniformemente los dos tipos de vino, ¿cuánto costará un litro de la mezcla?



COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
<b>Resuelve problemas de cantidad</b>	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades. Las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con números racionales.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión de la noción de densidad en los números racionales al identificar al menos un nuevo número racional entre otros dos racionales.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, combina y adapta estrategias de cálculo, estimación, recursos y procedimientos diversos para realizar operaciones con números irracionales, racionales e intervalos, usando las propiedades de los números y las operaciones, según se adecúen a las condiciones de la situación.



## Aprendemos

Marte ha cautivado al ser humano desde tiempos inmemoriales. Según los historiadores, el hombre conoce el planeta rojo desde hace 4500 años, cuando los asirios registraron sus extraños movimientos en el cielo.

La ilusión de encontrar vida en Marte o poblarla ha llevado al ser humano a conocer este planeta. En el Observatorio de Astrofísica de Islas Canarias se han encontrado los siguientes datos de Marte, los cuales se comparan con los de la Tierra en el presente cuadro:



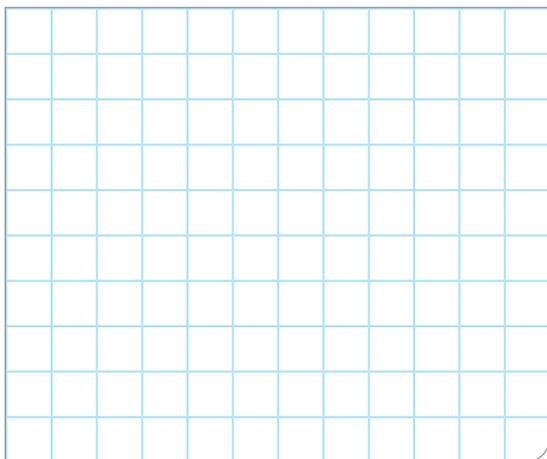
Magnitudes	Tierra	Marte
Distancia media al Sol	1 UA	1,5 UA
Duración del año	1 año	1,9 años
Duración del día	24 horas	25 horas
Radio ecuatorial	1 (6378 km)	0,5
Masa	1	0,1
Densidad media	4,0 g/cm <sup>3</sup>	5.5 g/cm <sup>3</sup>
Gravedad superficial	9,8 m/s <sup>2</sup>	3,7 m/s <sup>2</sup>
Velocidad de escape	11,2 km/s	5,0 km/s

Fuente: <https://goo.gl/RjuVEk>

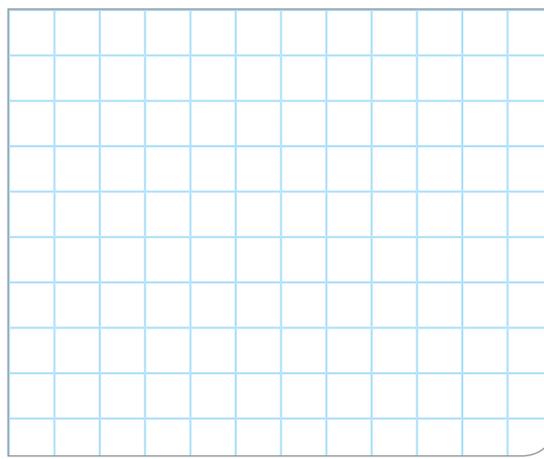
1. ¿Cuál de estos dos planetas tiene el diámetro ecuatorial más grande?
2. ¿Qué medida tiene el perímetro ecuatorial de Marte con aproximación a los milésimos?
3. ¿Cuánto mide el perímetro ecuatorial de la Tierra aproximado a los milésimos?
4. ¿Cuál es la relación entre los perímetros ecuatoriales de los planetas?

## Comprendemos el problema

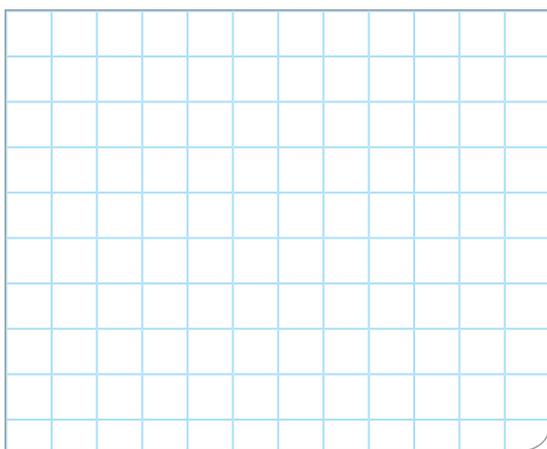
1. ¿Qué datos te proporciona la tabla?



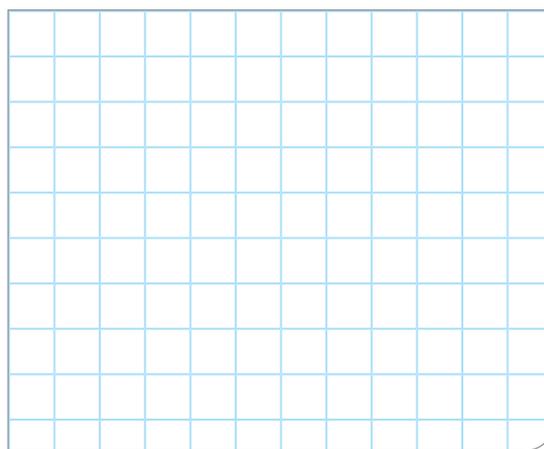
3. ¿Qué entendemos por perímetro?



2. ¿Qué te solicita la situación inicial?



4. ¿Qué debemos entender por diámetro?



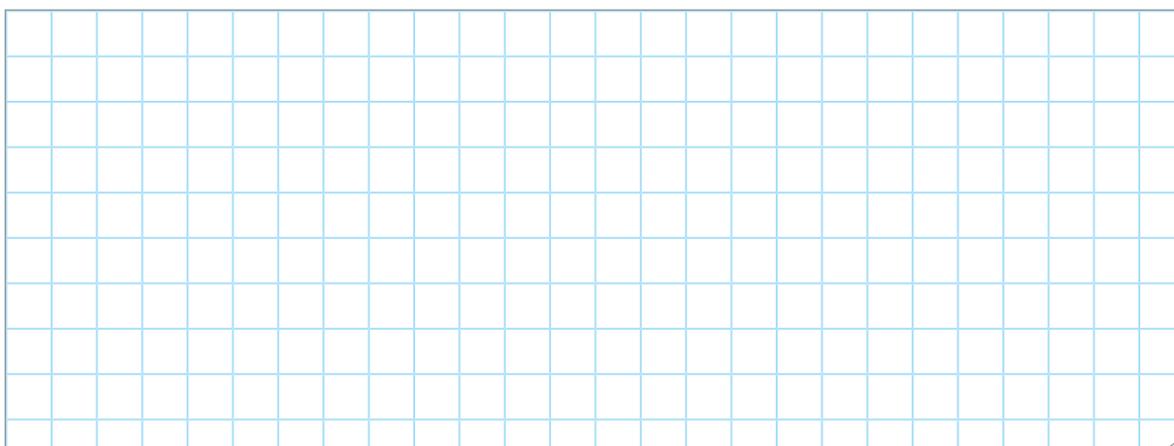
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

a) Buscar patrones

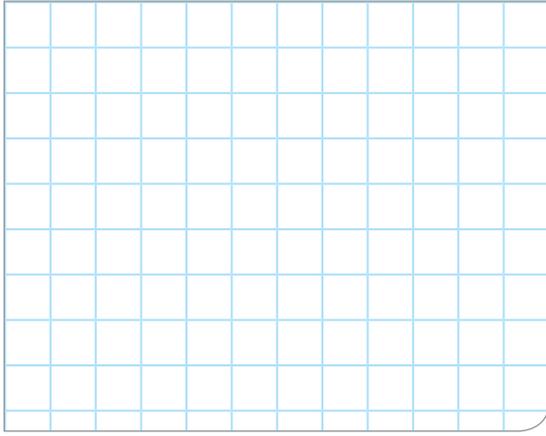
b) Diagrama tabular

c) Plantear una ecuación

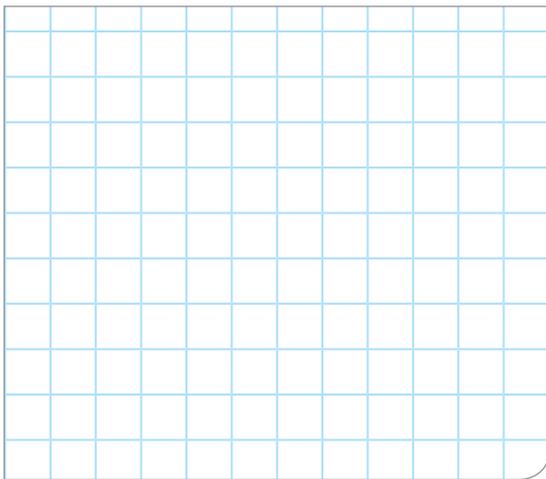


## Ejecutamos la estrategia o plan

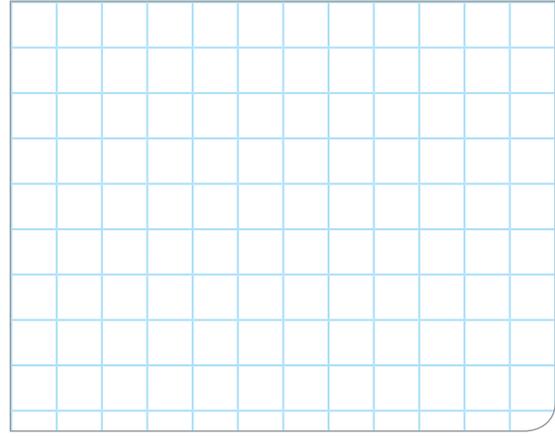
1. Aplica la estrategia que seleccionaste para dar solución a la situación inicial.



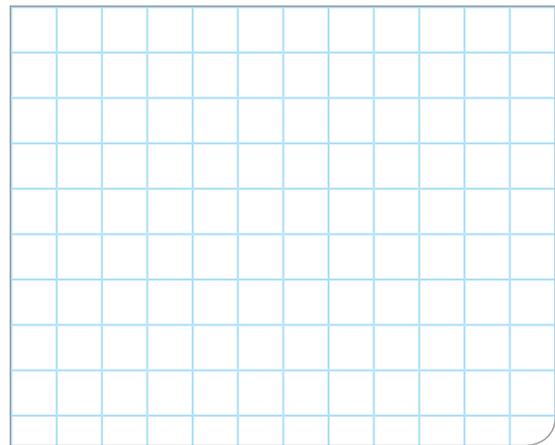
2. Completa la tabla con la información faltante.



3. Expresa matemáticamente el perímetro ecuatorial de cualquier planeta.

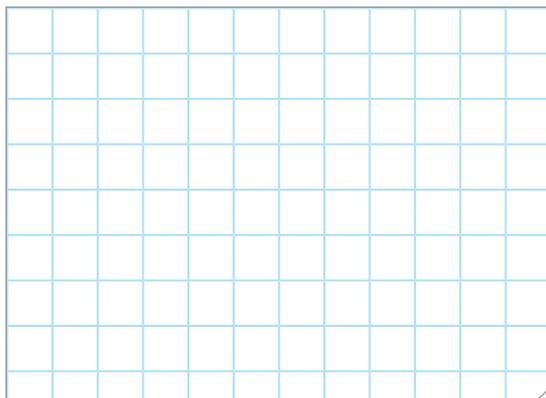


4. Responde cada una de las preguntas propuestas en la situación inicial.

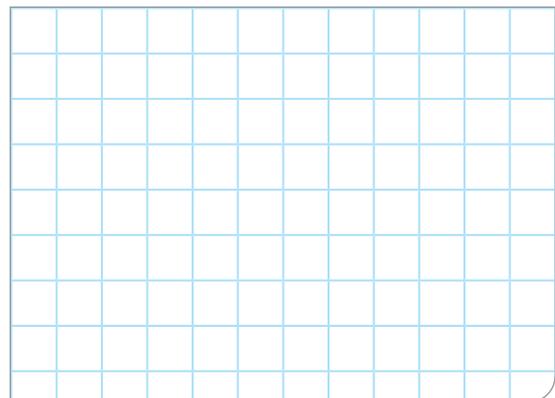


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe la estrategia empleada para resolver la situación inicial.



2. Plantea una nueva situación que requiera utilizar la estrategia.





## Analizamos

### Situación A

En un taller de matemática se realizan diversas mediciones de alturas o profundidades respecto a un nivel dado de agua. ¿Cómo se representarían en la recta numérica los números  $0,85$ ;  $-\frac{3}{5}$  y  $1\frac{2}{5}$  presentados en el taller?

### Resolución

Expresamos cada fracción en su forma decimal, aproximando según convenga:

- $0,85$  no es necesario dividir, queda como está.

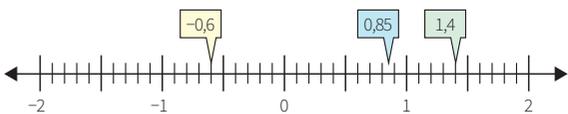
- Dividimos  $-3$  entre  $5$ :

$$-\frac{3}{5} = -0,6$$

- Expresamos  $1\frac{2}{5}$  en su forma decimal;

es decir:  $\frac{7}{5} = 1,4$ .

- Finalmente, ubicamos los números en la recta numérica.



1. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

3. ¿De qué otra forma se puede solucionar la situación A?

4. Escribe dos números fraccionarios entre  $0,85$  y  $1,4$ .

### Situación B

José, ciudadano de Estados Unidos, estaba realizando los preparativos para ir a Canadá como estudiante de intercambio durante tres meses. Necesitaba cambiar algunos dólares estadounidenses (USD) en dólares canadienses (CAD).

José se enteró de que el tipo de cambio entre el dólar estadounidense y el dólar canadiense era de  $1 \text{ USD} \equiv 1,25 \text{ CAD}$ .

José cambió 2203 dólares estadounidenses en dólares canadienses con este tipo de cambio.

Al volver a Estados Unidos, tres meses después, a José le quedaban 358 dólares canadienses. Los cambió en dólares estadounidenses, y se dio cuenta de que el tipo de cambio había variado a  $1 \text{ USD} \equiv 1,05 \text{ CAD}$ .

1. ¿Cuánto dinero recibió en dólares estadounidenses?
2. ¿Favoreció a José que el tipo de cambio fuese de 1,05 CAD en lugar de 1,25 CAD cuando cambió los dólares canadienses que le quedaban por dólares estadounidenses? Da una explicación que justifique tu respuesta.

Adaptado de <https://goo.gl/u8GSeV>

### Resolución

- Realizamos la conversión de monedas, de dólares canadienses a dólares estadounidenses, es decir:

$$1 \text{ CAD} \approx 0,95 \text{ USD}, \text{ entonces: } 358 \times 0,95 = 340,10 \text{ USD}$$

**Respuesta 1:** Por 358,00 CAD recibió 340,10 USD.

- El cambio de monedas se mantiene en  $1 \text{ USD} \equiv 1,25 \text{ CAD}$ , es decir, que  $1 \text{ CAD} \equiv 0,80 \text{ USD}$ . Entonces la cantidad de dólares estadounidenses que recibe por 358 dólares canadienses sería:  $358 \times 0,8 = 286,40 \text{ USD}$ .

- Comparando ambas cantidades tenemos:

$$340,10 - 286,40 = 53,70 \text{ USD}$$

**Respuesta 2:** Sí favorece a José, porque al disminuir el tipo de cambio recibió 53,70 dólares estadounidenses más por sus dólares canadienses.

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación B ¿son los adecuados? Explica.

2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación B?

3. ¿De qué otra forma se puede solucionar la situación B?



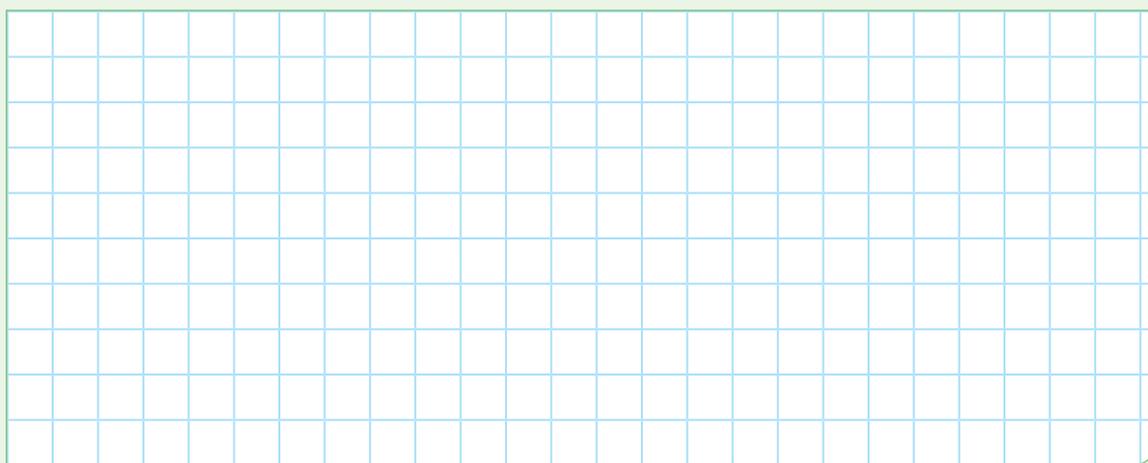


## Practicamos

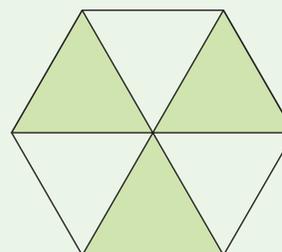
1. Considerando los datos de la tabla, ¿en cuántos meses terrestres Marte logra dar una vuelta completa alrededor del Sol?

Magnitudes	Tierra	Marte
Distancia media al Sol	1 UA	1,5 UA
Duración del año	1 año	1,9 años
Duración del día	24 horas	25 horas

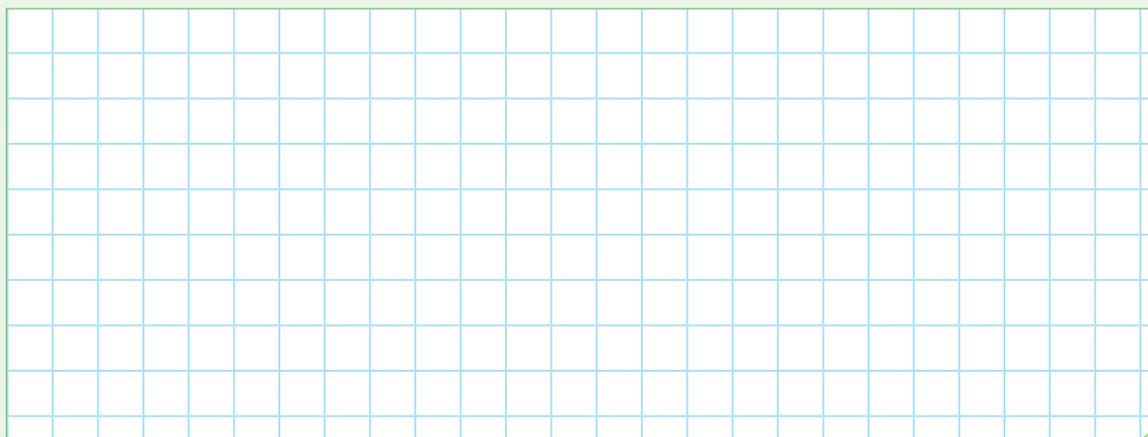
- a) 12,9 meses      b) 13,9 meses      c) 22,8 meses      d) 32,8 meses



2. Un parque hexagonal está conformado por seis áreas en forma de triángulo equilátero, tal como se muestra en la figura. Las tres áreas no sombreadas se destinarán para juegos y las otras tres serán jardines. Sabiendo que el lado de cada triángulo equilátero es de 8 m, ¿en cuál de los siguientes intervalos se encuentra el área total de los jardines, aproximadamente?



- a) [26,5 ; 28,5]      c) [80,1 ; 86,1]  
b) [70,6 ; 74,6]      d) [100,3 ; 105,3]



3. La capacidad de almacenamiento de los discos duros de las computadoras se mide en *gigabytes* (GB). Se sabe que una computadora tiene dos discos duros de 286,33 GB y 460,4 GB, aproximadamente. ¿En cuál de los intervalos siguientes se encuentra la capacidad total de almacenamiento que tiene dicha computadora si se conoce que el espacio total de ambos discos tiene un error de  $\pm 0,17$  GB?

- a) [173,90 ; 174,24]      b) [286,16 ; 286,50]      c) [460,23 ; 460,57]      d) [746,56 ; 746,90]

4. **Envases de bebidas**

Una empresa embotelladora piensa lanzar al mercado una nueva bebida de nombre *Peruinka*, la cual se envasará en botellas de  $\frac{1}{4}$  litro,  $\frac{1}{2}$  litro, 1 litro,  $1\frac{1}{2}$  litros y 2 litros.

Para realizar la venta, la empresa exige al comprador que en caso su pedido sea el mínimo o igual a 1500 litros, la tercera parte deberá ser despachada en envases de 2 litros y la mitad en envases de  $1\frac{1}{2}$  litros.

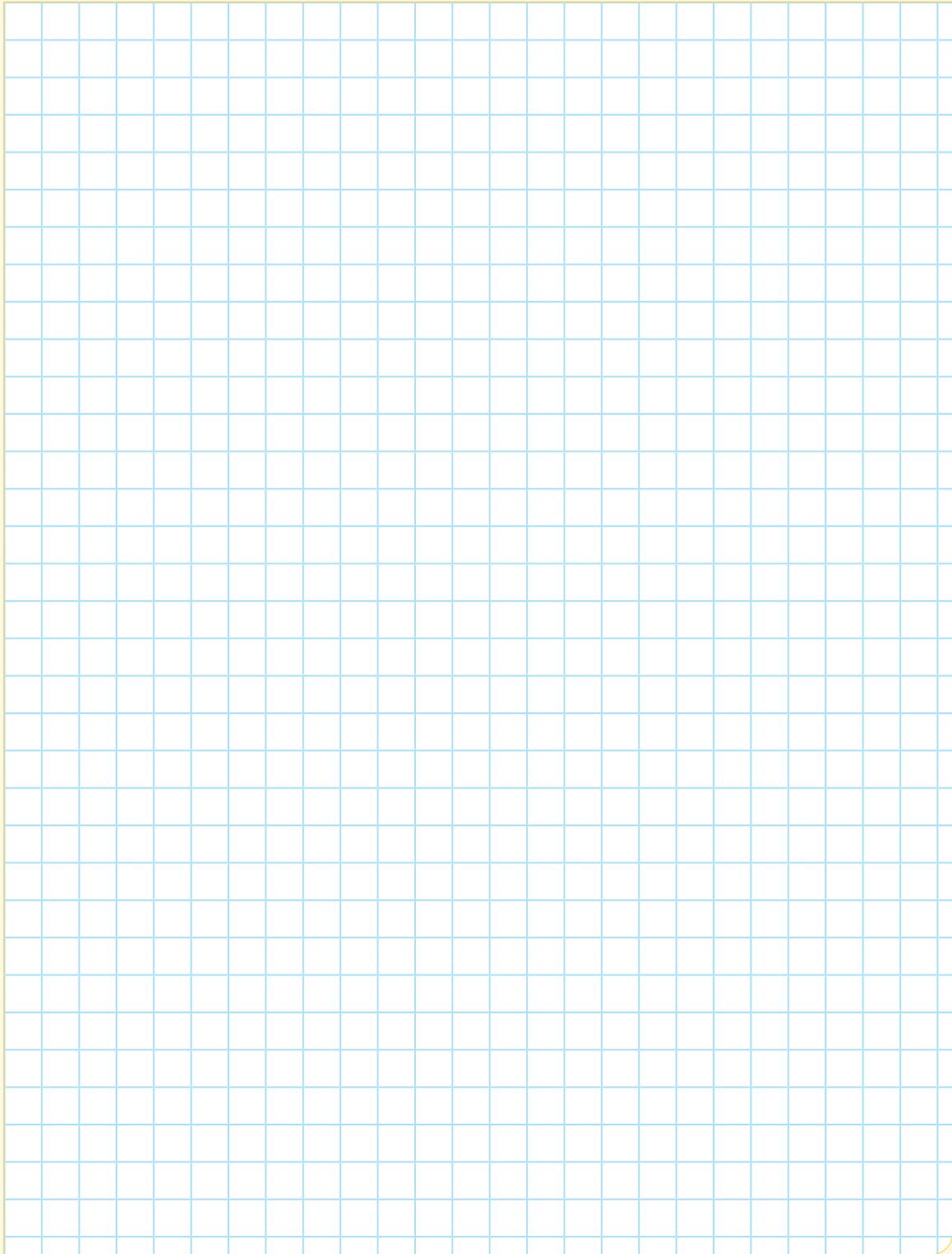
El precio de venta de la bebida *Peruinka*, según los envases, es como se observa en el siguiente cuadro:

Envase	Precio
$\frac{1}{4}$ litro	S/0,50
$\frac{1}{2}$ litro	S/1,20
1 litro	S/2,00
$1\frac{1}{2}$ litros	S/2,50
2 litros	S/3,50

Calcula lo que debe pagar una persona que compra 1500 litros en bebidas *Peruinka*, si el resto del pedido se le despacha en botellas de  $\frac{1}{4}$  litro.



7. En relación con los neumáticos, desde que están nuevos, la dilatación media (estiramiento) del diámetro y del ancho del neumático posterior de un tractor agrícola es de 0,5 % cada ocho meses; esto se debe al trabajo regular que realiza o a las condiciones ambientales. Determina el intervalo de tiempo de vida útil que tiene dicho neumático antes de exceder los límites de tolerancia establecidos para el ancho en el problema anterior.



**8. El bramante**

—¿Más cordel? —preguntó la madre, sacando las manos de la tina en que lavaba. Ayer mismo te di un buen ovillo. ¿Para qué necesitas tanto? ¿Dónde lo has metido?

—¿Dónde lo he metido? —contestó su hijo—. Primero cogiste la mitad para atar los paquetes de ropa blanca, y la mitad de lo que quedó se la llevó Tom para pescar.

—Debes ser condescendiente con tu hermano mayor —dijo la madre.

—Lo fui. Quedó muy poquito y de ello cogió papá la mitad para arreglarse los tirantes que se habían roto. Luego María necesitó dos quintos del resto, para atar no sé qué...

—¿Qué has hecho con el resto del cordel? —preguntó la madre.

—¿Con el resto? ¡No quedaron más que 30 cm!

¿Qué longitud tenía el cordel al principio?

**a)** 380,75 cm

**b)** 600 cm

**c)** 400 cm

**d)** 300 cm

**9. De las afirmaciones:**

I.  $\forall a \in \mathbb{Q}$ , se tiene  $(a^2)^{\frac{1}{2}} = a$

II.  $\forall a \in \mathbb{Q}$ ,  $\forall r \in \mathbb{R}$ , existe  $a^r$

III. Si  $a \in \mathbb{Q}$  y  $\forall r \in \mathbb{R}$ , existe  $a^r$ , entonces existe  $r^a$

Se puede deducir que:

**a)** I, II y III son falsas

**c)** Solo II es verdadera

**b)** Solo II y III son verdaderas

**d)** Solo II es falsa



# Ficha 3

## Toma de decisiones

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Representa las características de una población mediante el estudio de variables cualitativas y cuantitativas, y el comportamiento de los datos de una muestra representativa a través de medidas de tendencia central, la desviación estándar o gráficos estadísticos.
	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje matemático su comprensión de la desviación estándar en relación con la media para datos agrupados en una distribución de datos, según el contexto de la población en estudio.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Selecciona, emplea y adapta procedimientos para determinar la media y la desviación estándar de datos continuos.



### Aprendemos

Un banco dispone de tres ventanillas para atender al público. Se quiere evaluar la eficiencia de la atención, para lo cual se registra el tiempo que invierte cada cliente en alguna de las tres ventanillas. Los datos registrados se presentan en la siguiente tabla:



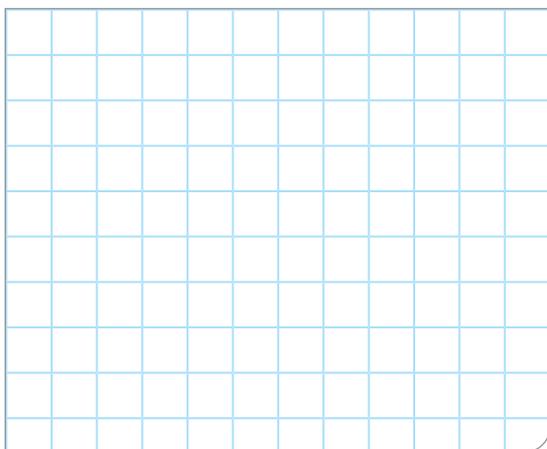
Fuente: <https://goo.gl/1GWFou>

Tiempo (min)	Cajero 1	Cajero 2	Cajero 3
[0 ; 10[	10	18	3
[10 ; 20[	12	13	5
[20 ; 30[	8	10	12
[30 ; 40[	7	5	15
[40 ; 50[	10	5	18
[50 ; 60[	15	2	10
[60 ; 70[	12	4	5
[70 ; 80]	16	3	0

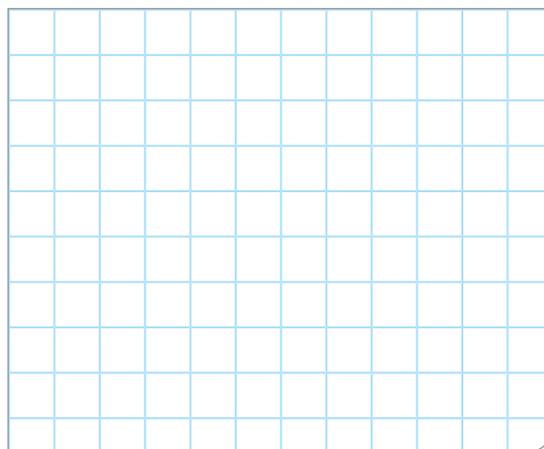
- ¿Cuánto es el tiempo promedio que demora un cliente en cada una de las agencias?

## Comprendemos el problema

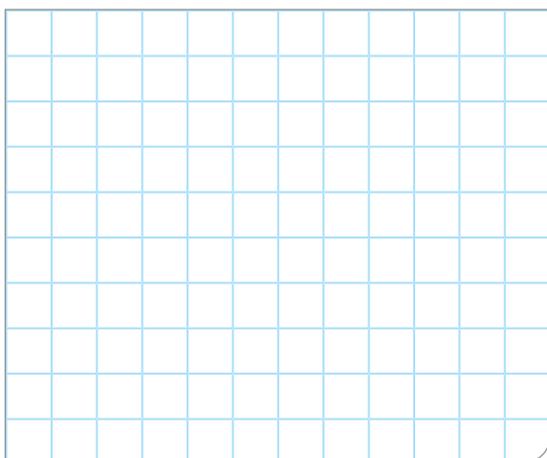
1. ¿En qué consiste la situación inicial?



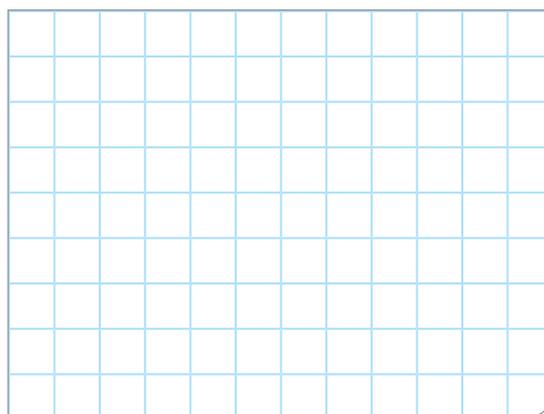
3. ¿Qué significa el tiempo promedio?



2. ¿Qué debes averiguar?



4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.



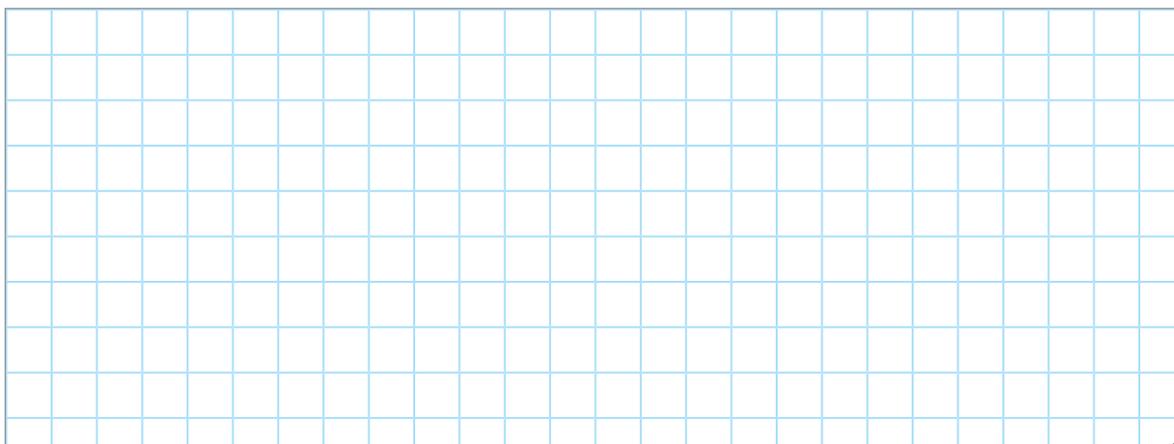
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

a) Buscar patrones

b) Diagrama tabular

c) Plantear una ecuación



## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Aplica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.

3. Expresa matemáticamente el promedio en función de la marca de clase.

2. Completa la tabla con las marcas de clase.

Tiempo (min)	Marca de clase
[0 ; 10[	$(0 + 10) : 2 = 5$
[10 ; 20[	$(10 + 20) : 2 = 15$
[20 ; 30[	
[30 ; 40[	
[40 ; 50[	
[50 ; 60[	
[60 ; 70[	
[70 ; 80]	

4. Responde la pregunta de la situación inicial.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿La estrategia que has reconocido se puede aplicar en otras situaciones? Plantea un ejemplo.

2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.



## Analizamos

### Situación A

Cuatro jugadoras de baloncesto se han sometido a la siguiente prueba: cada una de ellas ha hecho 10 lanzamientos a la canasta de una distancia de un metro; luego otros 10 desde 2 metros, y así sucesivamente hasta 8 metros. En cada caso se ha anotado el número de encestes:

Jugadora	Distancia (m)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A	9	10	6	4	2	0	1	0
B	7	6	7	4	2	4	1	0
C	3	4	0	1	0	2	1	3
D	10	8	9	9	6	7	4	5

Luego de observar la tabla, indica a qué jugadora le afecta menos la distancia a la canasta.

### Resolución

La situación nos solicita averiguar en qué jugadora tuvo menor efecto la distancia hasta la canasta; para ello, debemos obtener el total de encestes de cada una, a fin de tener un parámetro de comparación.

- La jugadora A:  
 $9 + 10 + 6 + 4 + 2 + 0 + 1 + 0 = 32$  encestes
- La jugadora B:  
 $7 + 6 + 7 + 4 + 2 + 4 + 1 + 0 = 31$  encestes
- La jugadora C:  
 $3 + 4 + 0 + 1 + 0 + 2 + 1 + 3 = 14$  encestes
- La jugadora D:  
 $10 + 8 + 9 + 9 + 6 + 7 + 4 + 5 = 58$  encestes

### Respuesta:

La jugadora en quien tuvo menos efecto la distancia hasta la canasta y, por ende, mostró mayor efectividad en los encestes, es la jugadora D.

1. ¿La solución es correcta? Explica.

2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

3. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.



### Situación C

A cada estudiante de un curso se le pregunta: ¿Cuántos hermanos tienes? Los resultados de la encuesta son los siguientes:

3 - 2 - 4 - 5 - 4 - 1 - 3 - 3 - 5 - 2 - 3 - 6 - 2 - 4 - 5

3 - 4 - 3 - 3 - 4 - 2 - 2 - 4 - 2 - 2 - 2 - 4 - 2 - 7 - 5

- Calcula la desviación estándar a partir de una distribución de frecuencias, considerando tres intervalos de clase.

### Resolución

#### (Encuentra el error)

- Distribución de frecuencias:  
Rango:  $R = 7 - 1 = 6$
- Tomando  $K = 3$  intervalos de clase, de igual amplitud, se tiene  $A = \frac{6}{3} = 2$
- Luego:

Intervalo	Marca de clase $x_i$	Frecuencia $f_i$
[ 1 ; 3 [	2	10
[ 3 ; 5 [	4	14
[ 5 ; 7 ]	6	6
Total		30

Utilizamos la fórmula de la media para datos agrupados:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i}{n} = \frac{(2)(10) + (4)(14) + (6)(6)}{30} \approx 3,73$$

- A continuación, encontramos la varianza muestral mediante el uso de la siguiente fórmula:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$
$$S^2 = \frac{(2 - 3,73)^2 + (4 - 3,73)^2 + (6 - 3,73)^2}{30}$$
$$S^2 = \frac{(-1,73)^2 + (0,27)^2 + (2,27)^2}{30} = \frac{(-1,73 + 0,27 + 2,27)^2}{30}$$

$$S^2 = \frac{(0,81)^2}{30} = \frac{0,6561}{30} = 0,02187$$

- Calculamos la desviación estándar:

$$S = \sqrt{0,02187} \approx 0,1479$$

#### Respuesta:

La desviación estándar es 0,1479.

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?



## Practicamos

Una distribuidora de artefactos eléctricos tiene cinco tiendas (A, B, C, D y E). Las ventas de cada tienda en el verano, en miles de soles, se muestran en la siguiente tabla, la cual tiene algunas casillas sin información. Se incluyen, además, los promedios por tienda y por mes.

	Enero	Febrero	Marzo	Promedio
A	36	41	55	44
B	28	39		39
C	23		38	
D	85	32	72	63
E	73		45	55
Promedio	49	37		

Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.

1. ¿Cuánto vendió la tienda C en febrero?

a) S/26 000

b) S/28 000

c) S/32 000

d) S/36 000

2. ¿Cuál es la diferencia en ventas entre la tienda que más vendió en el verano y la que menos vendió?

a) S/24 000

b) S/34 000

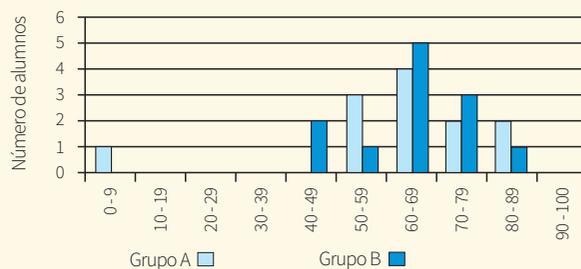
c) S/72 000

d) S/102 000





7. El diagrama de la derecha muestra los resultados en un examen de Matemática para dos grupos, A y B, de una institución educativa. La puntuación media del grupo A es 62,0; y la media del grupo B, 64,5. Los estudiantes aprueban este examen cuando su puntuación es 50 o más.



Al observar el diagrama, el profesor afirma que en este examen el grupo B fue mejor que el grupo A.

Los estudiantes del grupo A no están de acuerdo con su profesor, por lo que intentan convencerlo de que el grupo B no tiene por qué haber sido necesariamente el mejor en este examen. Da un argumento matemático, utilizando la información del diagrama, que puedan utilizar los estudiantes del grupo A.

8. La masa corporal de un equipo de fútbol americano tiene una media de 245 libras, con una desviación estándar de 18 libras, mientras que la masa corporal media y la desviación estándar de su oponente son 195 y 12 libras, respectivamente. ¿Cuál de los dos equipos muestra la mayor dispersión relativa con la masa corporal de sus miembros?

- a) El equipo de fútbol americano
- b) El equipo oponente
- c) Tienen la misma dispersión
- d) Ninguno de los dos equipos

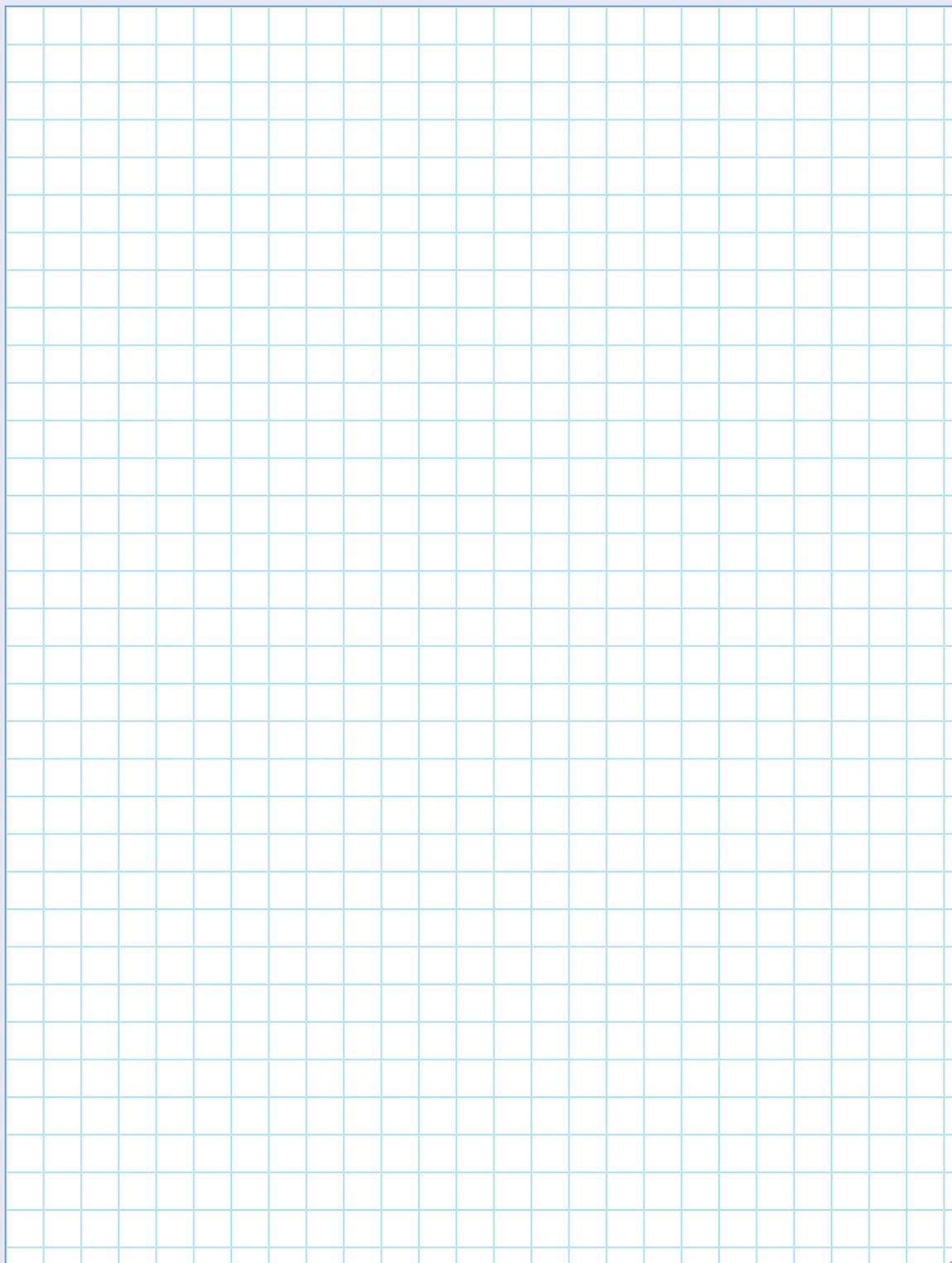
9. Existen varias medidas posibles del desempeño de ventas, entre ellas la constancia con que un vendedor cumple con las metas establecidas. Los siguientes datos representan el porcentaje de la meta lograda por tres vendedores en los últimos cinco años.

<b>Patricia</b>	88	68	89	92	103
<b>Juan</b>	76	88	90	86	79
<b>Francisco</b>	104	88	110	88	123

¿Cuál vendedor es el más constante?

- a) Patricia
- b) Juan
- c) Francisco
- d) Patricia y Francisco

10. En el colegio de Luciana, su profesora de Matemática le toma exámenes que se puntúan de 0 a 100. Luciana tiene una media de 60 puntos de sus primeros cuatro exámenes, y en el quinto examen sacó 80 puntos. ¿Cuál es la media de las notas de Luciana en Matemática después de los cinco exámenes?



# Ficha 4

## Un poco de historia

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de las operaciones y relaciones de orden en $\mathbb{Q}$ .
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, combina y adapta estrategias de cálculo, estimación, recursos y procedimientos diversos para realizar operaciones con raíces inexactas e intervalos.
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Plantea y compara afirmaciones sobre las propiedades de las operaciones con números racionales y su noción de densidad en $\mathbb{Q}$ . Comprueba o descarta la validez de una afirmación mediante un contraejemplo o el razonamiento inductivo o deductivo.



### Aprendemos

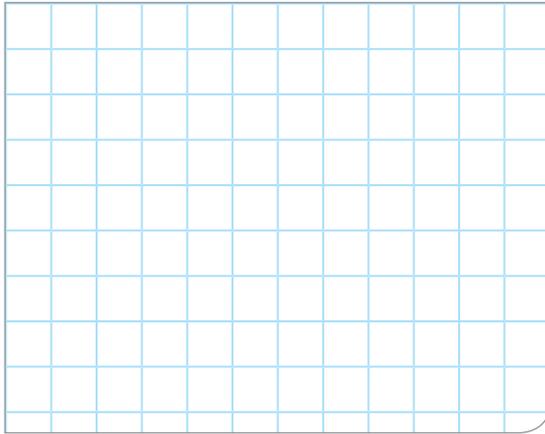
Hasta hace algunos años se consideraba que la cultura más antigua del Perú era la chavín, cuyo periodo abarcó desde 1200 a. C. hasta el 400 a. C. Luego se desarrolló la cultura mochica, desde el año 100 d. C. hasta el 700 d. C., la cual recibió gran influencia de la cultura chavín. En el norte del país también existió la cultura chimú, cuyo periodo de desarrollo abarcó entre el 900 d. C. hasta el 1470 d. C., de cuya orfebrería el Tumi es uno de sus exponentes más representativos. Al sur de Lima, en Ica, se desarrolló la cultura paracas, desde el 700 a. C. hasta el 200 d. C. Actualmente se sabe de una cultura que ha superado en antigüedad a la chavín, y es la cultura caral, considerada como la civilización más antigua de América, a la que le calculan un periodo de desarrollo desde el 3000 a. C. hasta el 1800 a. C., por lo que se la compara con civilizaciones antiguas como la de Mesopotamia y la egipcia. Estas son algunas de las culturas preincaicas, es decir, que se desarrollaron en nuestras tierras antes del gran apogeo de una de las culturas más organizadas del mundo: la cultura inca, la cual se desarrolló desde 1100 d. C. hasta 1532 d. C., con la llegada de los españoles.



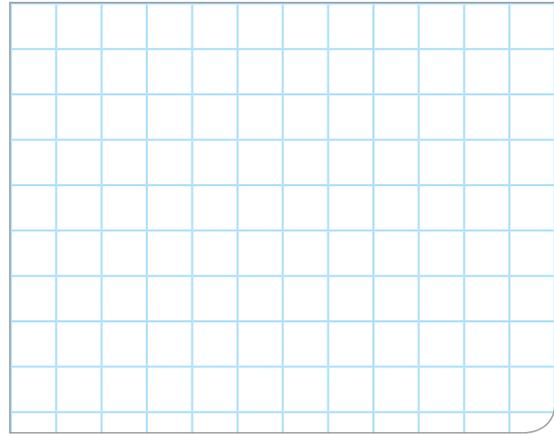
1. ¿De qué manera podemos representar en la recta numérica el periodo de cada una de las culturas preíncas e inca? Representa cada uno de ellos.
2. ¿Entre qué años coincidieron la cultura chavín y la paracas?
3. ¿Entre qué años se desarrolló la cultura chavín, pero no la paracas?
4. Representa simbólicamente y en intervalos, el tiempo de desarrollo de las culturas chavín y chimú.

## Comprendemos el problema

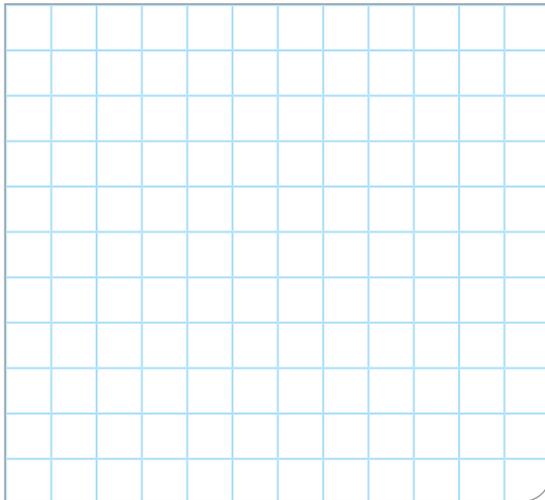
1. ¿En qué consiste la situación inicial?



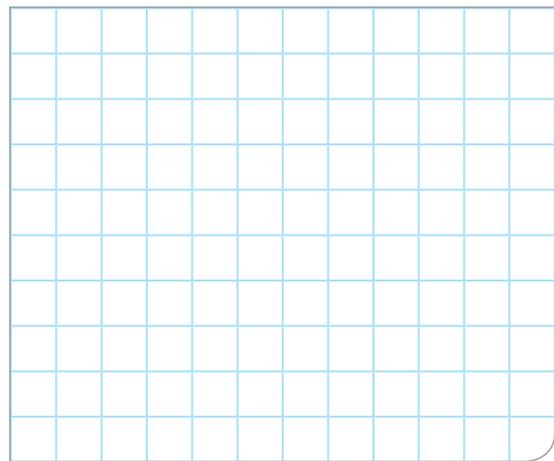
3. ¿Qué significa un intervalo?



2. ¿Qué debes averiguar?

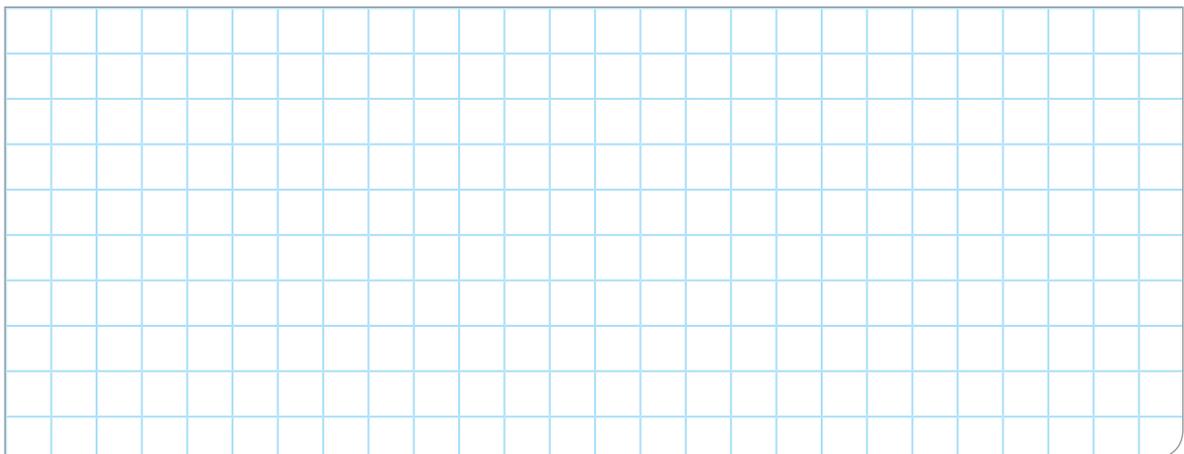


4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?



## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Aplica la estrategia que seleccionaste en *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan*.

2. Completa la tabla con los intervalos de tiempo de cada cultura.

Cultura	Intervalo de tiempo (años)
Chavín	
Caral	
Mochica	
Chimú	
Paracas	
Inca	

3. ¿De qué manera podemos representar en la recta numérica el periodo de cada una de las culturas preinca e inca? Representa cada uno.

4. Expresa en forma conjuntista cada intervalo colocado en la tabla anterior.

5. Responde las preguntas 2; 3 y 4 de la situación inicial.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿La estrategia que has reconocido se puede aplicar en otras situaciones? Plantea un ejemplo.

2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.

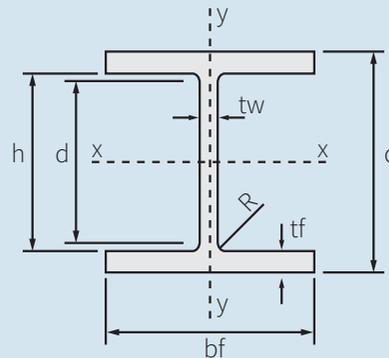


## Analizamos

### Situación A

Para la construcción de una estructura de acero se usa este tipo de perfil (ver figura), donde  $d$  debe ser una medida mayor de  $5\frac{1}{4}$  in hasta  $8\frac{1}{2}$  in (in es el símbolo que se usa para expresar las pulgadas). Con esta información responde los siguientes enunciados:

- En la recta numérica, grafica el intervalo que representaría todas las medidas  $d$  del perfil.
- Si se compara una estructura de acero con un perfil donde  $d = \frac{91}{16}$  in, ¿este perfil se encuentra dentro de las especificaciones técnicas?



### Resolución

$$a) 5\frac{1}{4} = 5,25$$

$$8\frac{1}{2} = 8,5$$

Como en el perfil recomendado,  $d$  debe tener una medida mayor de  $5\frac{1}{4}$ , será abierto en este punto y cerrado en  $8\frac{1}{2}$ :

$$d \in \left] 5\frac{1}{4}; 8\frac{1}{2} \right]$$



b) También tenemos que:

$$5\frac{1}{4} = \frac{21}{4} = \frac{84}{16}$$

$$8\frac{1}{2} = \frac{17}{2} = \frac{136}{16}$$

Entonces:

$$\frac{84}{16} < \frac{91}{16} < \frac{136}{16}$$

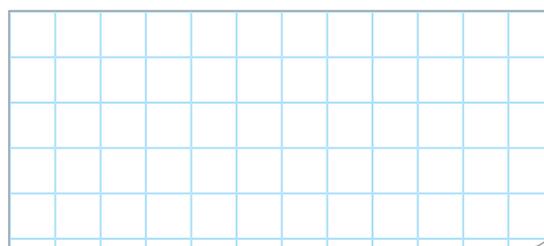
### Respuesta:

La estructura de acero con el perfil de  $d = \frac{91}{16}$  in se encuentra dentro de las medidas señaladas en las especificaciones técnicas.

1. ¿La solución en cada caso es correcta? Explica.



2. ¿Qué estrategias se utilizaron para resolver la situación A?



3. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.



### Situación B

Las edades de los estudiantes de una clase oscilan desde los 16 años 2 meses hasta los 18 años 7 meses. Determina un intervalo en el que estén contenidas estas edades (en meses). Asimismo, encuentra un intervalo en el cual se hallen las edades de los padres, asumiendo que estos tienen el doble de meses de vida que sus hijos. Grafícalos en una recta numérica.

### Resolución

- $x$  es la edad en meses de los integrantes de la clase.
- 16 años y 2 meses equivalen a 194 meses.
- 18 años y 7 meses equivalen a 223 meses.
- Todo lo anterior podemos expresarlo de esta manera:  $x \in [194 ; 223]$
- Asimismo,  $y = 2x$ , la edad de los padres. Esto lo podemos expresar así:  $y \in [388 ; 446]$

Gráficamente se tiene:



1. ¿La solución es correcta? Explica.

2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación B?

3. Describe el procedimiento realizado en la obtención de la gráfica en la recta numérica.

### Situación C

Justifica si las siguientes premisas son verdaderas o falsas:

- I. Los números racionales cubren toda la recta numérica.
- II. Es posible encontrar dos números irracionales cuya suma sea un número racional.
- III. Entre dos números racionales  $a, b$ , con  $a < b$ , siempre es posible encontrar un número racional  $c$  tal que  $a < c < b$ .
- IV. Si  $a < b$ , entonces  $a^2 < b^2$ .

### Resolución

#### (Encuentra el error)

- I. Los números racionales cubren toda la recta numérica.

Es falso, porque no cubren, por ejemplo, las raíces cuadradas inexactas como  $\sqrt{2}$ .

- II. Es posible encontrar dos números irracionales cuya suma sea un número racional.

Es falso, porque  $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ .

- III. Entre dos números racionales  $a, b$ , con  $a < b$ , siempre es posible encontrar un número racional  $c$  tal que  $a < c < b$ .

Es verdadero, por la densidad en  $\mathbb{Q}$ .

- IV. Si  $a < b$ , entonces  $a^2 < b^2$ .

Es verdadero, porque si  $a = 1$  y  $b = 2$ , entonces se cumple que  $1^2 < 2^2$ ; es decir,  $1 < 4$ .

1. ¿Todas las justificaciones del procedimiento son correctas? Explica.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?



## Practicamos

1. La masa corporal de José es más de 61 kg; a lo mucho, 68 kg. Quiere bajar su masa corporal y se inscribe en el gimnasio “Siéntete Bien”, donde le prometieron que en las próximas semanas bajaría un kilo y medio. ¿Entre qué valores oscilará su nueva masa corporal? Expresa el resultado en notación de conjuntos.

a)  $M = \{x/x \in \mathbb{R}; 59,5 < x \leq 66,5\}$

c)  $M = \{x/x \in \mathbb{R}; 59,5 < x \leq 68\}$

b)  $M = \{x/x \in \mathbb{R}; 59,5 \leq x \leq 68\}$

d)  $M = \{x/x \in \mathbb{R}; 59,5 \leq x < 68\}$

2. El hermano de Javier fue a una entidad bancaria para refinanciar su deuda en el menor tiempo y le propusieron que podía pagarla en un plazo no menor de dos años ni mayor de cinco. Representa la situación con un intervalo. ¿Puede el hermano de Javier cancelar el préstamo en un año y once meses?

a)  $P = [2 ; 5]$ ; no

b)  $P = ]2 ; 5]$ ; sí

c)  $P = [2 ; 5[$ ; sí

d)  $P = [2 ; 5]$ ; no

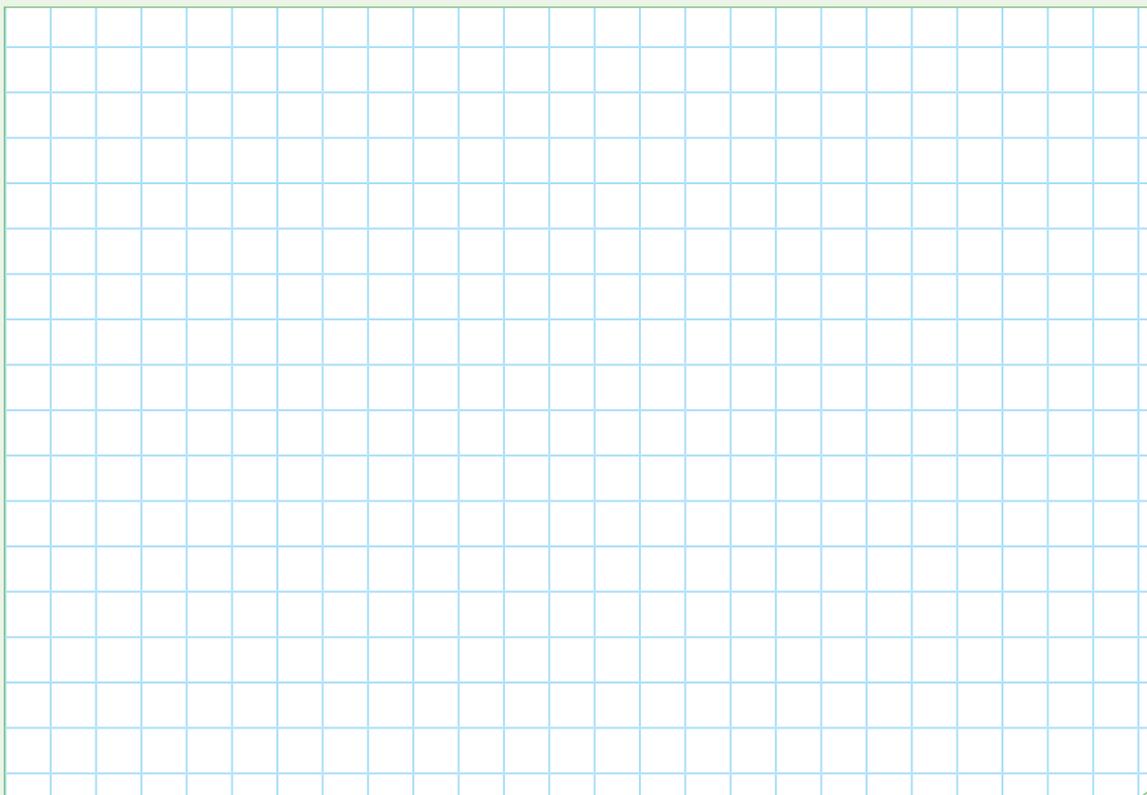
3. Si  $A = [-3; 1]$ ,  $B = [0; 4]$  y  $C = ]-5; 2]$  y  $(A \cap C) \cup (B - A) = [x; y]$ , calcula el valor de  $x + y$ .

a) 1

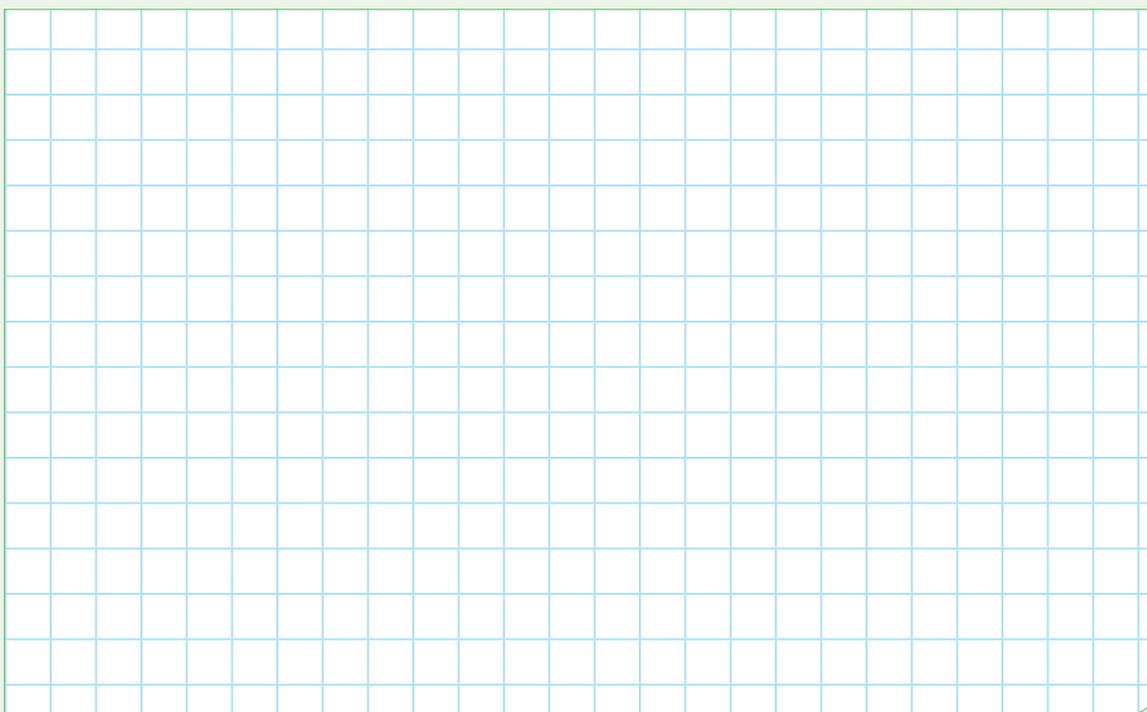
b) -1

c) 7

d) -7



4. Si  $(2x + 1) \in [-5; 4[$ , determina a qué intervalo pertenece  $x$ .



5. Sean los siguientes intervalos:  $A = [-2; 5]$ ,  $B = ]1; 3]$  y  $C = ]-3; 5]$ , ¿qué afirmaciones son verdaderas?

I.  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

II.  $(A \cup C)' = A - B$

III.  $(A - B)' \cap C = \emptyset$

IV.  $A \Delta C = (A - C) \cup (C - A)$

a) I, III

b) I, IV

c) II, III

d) I, II, III y IV

6. Determina la o las proposiciones falsas:

I. En  $\mathbb{R}$  el complemento de  $\mathbb{Q}$  es el conjunto de los números irracionales.

II. Todo número racional tiene su opuesto aditivo, excepto el cero.

III. Todo número entero es un número racional.

IV. Si  $x$  pertenece a  $\mathbb{Q}$ , entonces  $x^{-1}$  también pertenece a  $\mathbb{Q}$ .

a) IV

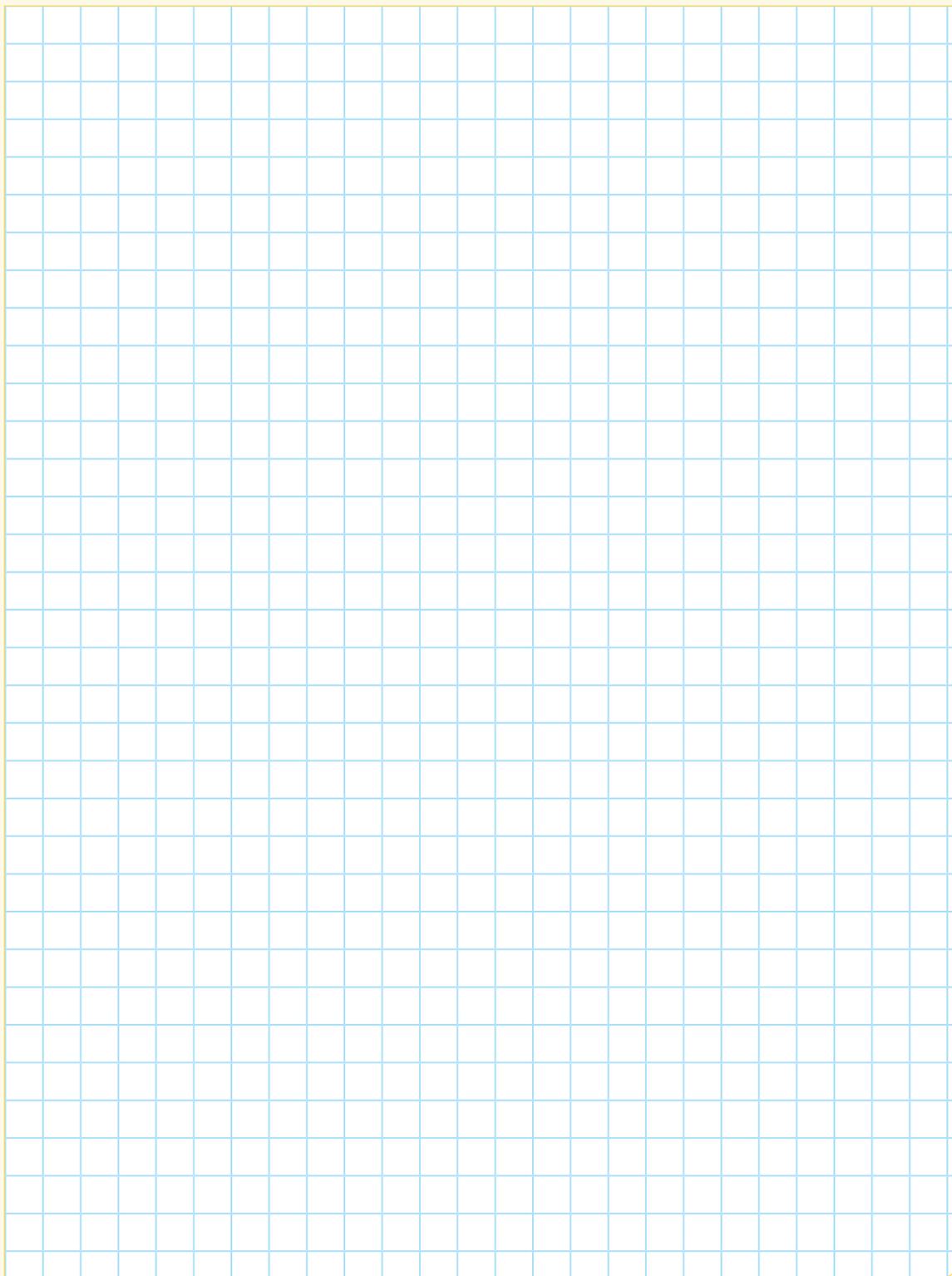
b) IV, II

c) I

d) III

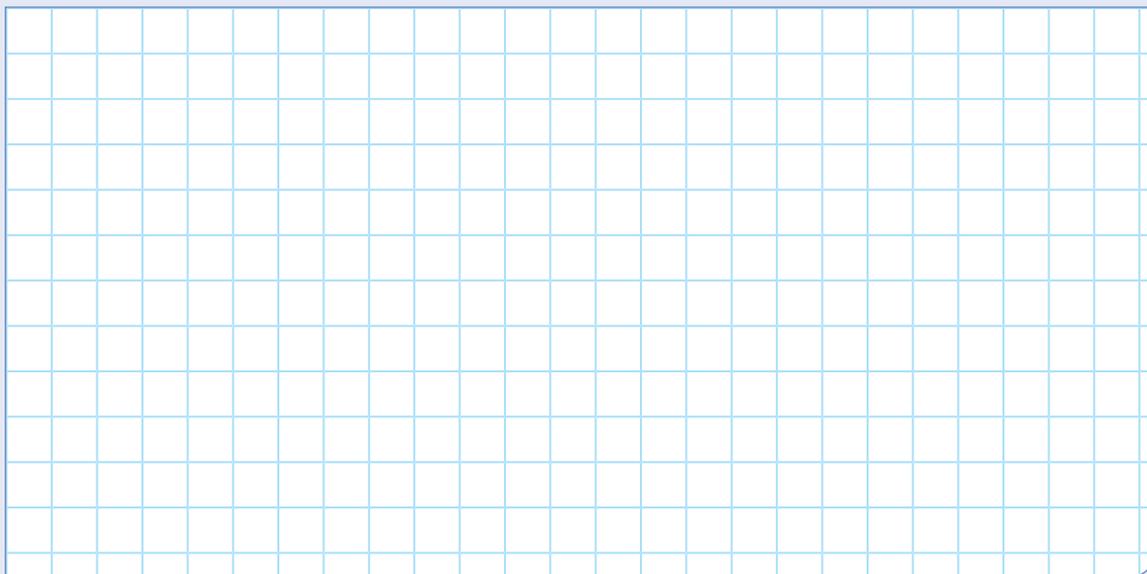
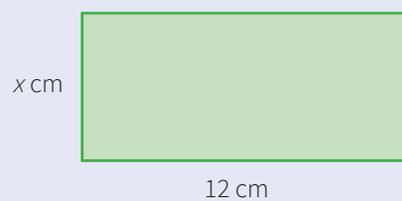
7. Se sabe que entre los números racionales  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d}$ , donde  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ , siempre se encuentra el número  $\frac{a+c}{b+d}$ .

Utiliza la propiedad anterior y encuentra cinco números entre  $\frac{1}{6}$  y  $\frac{3}{7}$ .



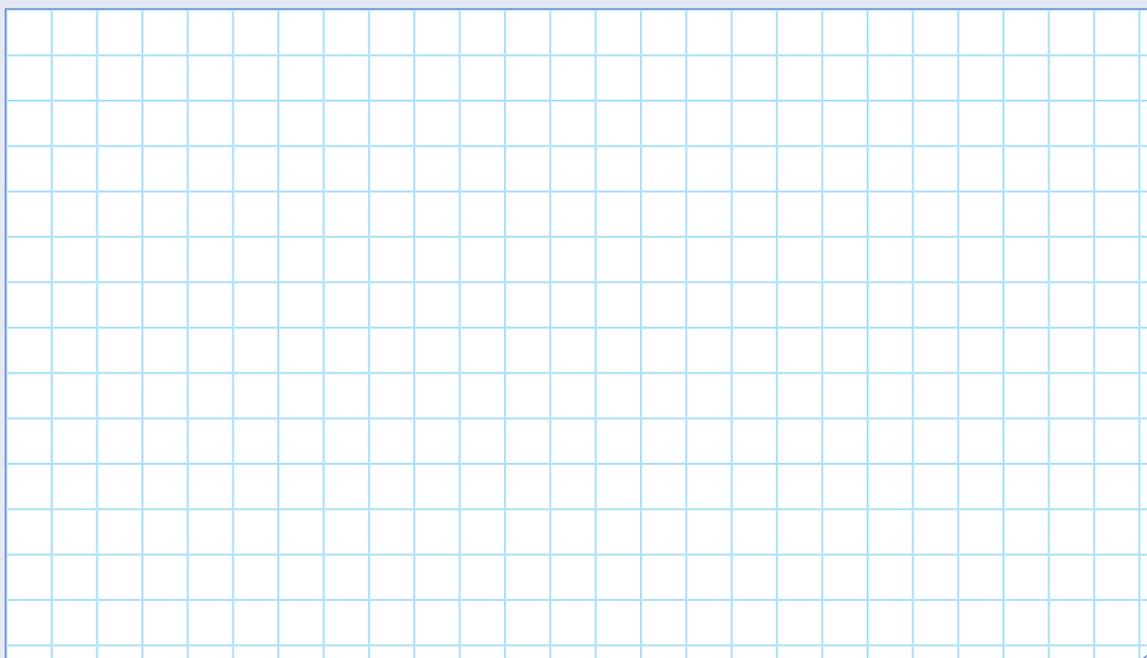
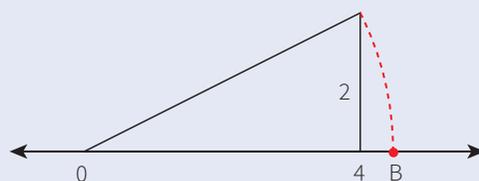
8. Expresa en un intervalo el conjunto de valores que puede tomar uno de los lados de una pequeña hoja rectangular, sabiendo que su perímetro es mayor de 30 cm, pero no supera los 40 cm.

- a)  $[2; 9]$       b)  $[3; 9]$       c)  $]4; 10]$       d)  $]3; 8]$

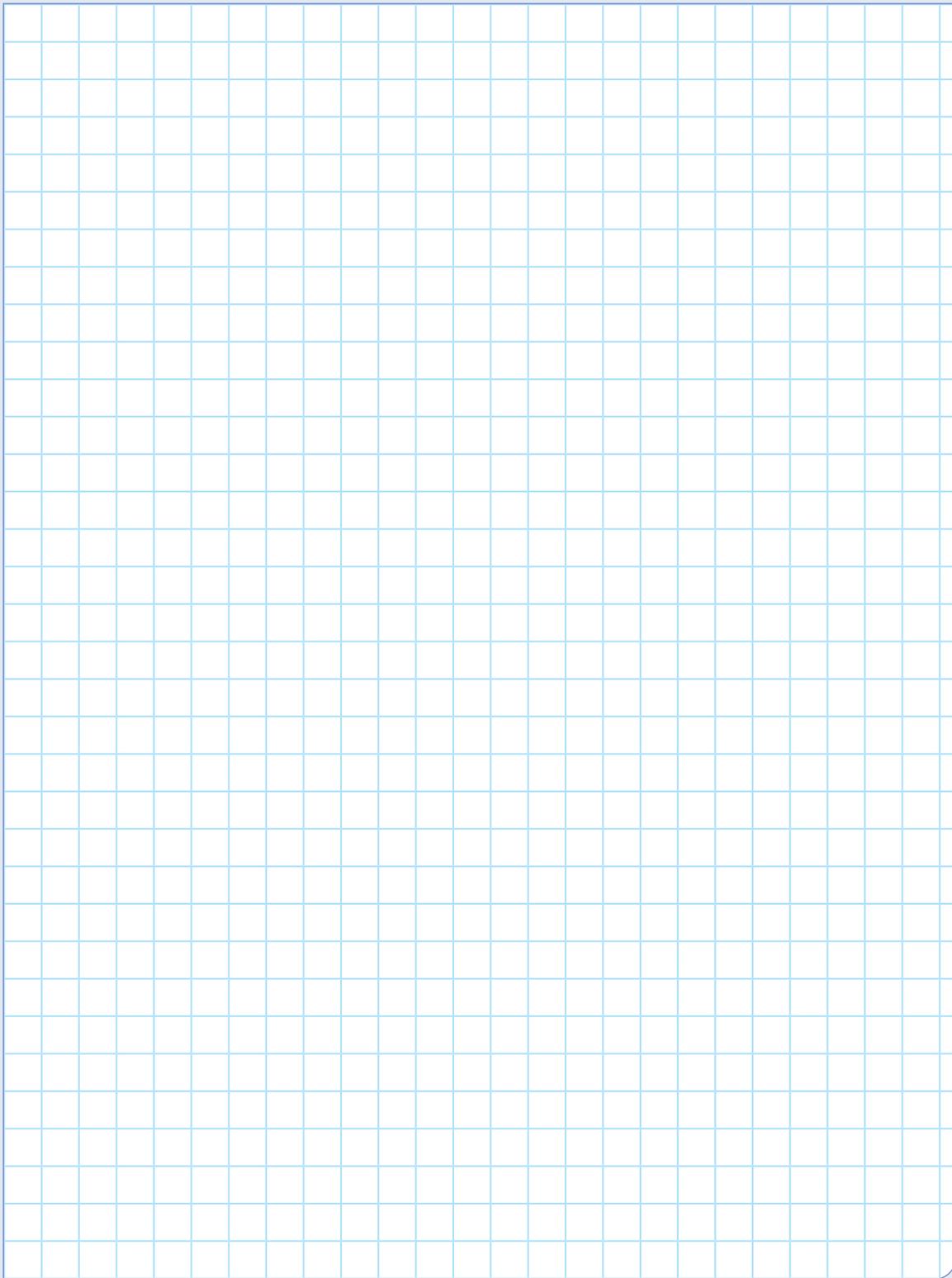


9. En la figura mostrada, ¿qué número representa el punto B en la recta numérica? ¿Y a qué conjunto pertenece?

- a)  $\sqrt{6}; \mathbb{R}$       b)  $2\sqrt{5}; \mathbb{I}$       c)  $\sqrt{2}; \mathbb{Q}$       d)  $20; \mathbb{N}$



10. La base de una caja de regalo tiene la forma de un triángulo equilátero, cuyo lado es  $3\sqrt{2}$  cm. Calcula el área y el perímetro de la base; aproxima al centésimo por redondeo.



# Ficha 5

## La leyenda del juego de ajedrez

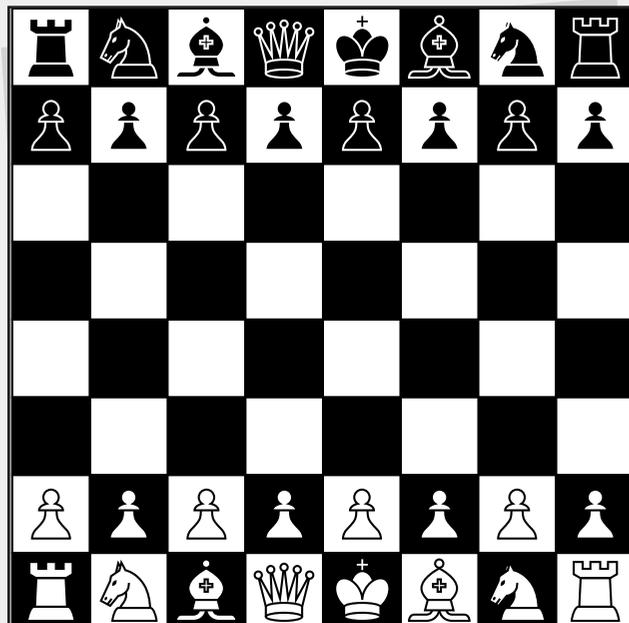
COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades y condiciones de equivalencia de una progresión geométrica.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la suma de términos de una progresión geométrica.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades para determinar la suma de términos de una progresión geométrica.



### Aprendemos

Según la leyenda, un rey quedó tan entusiasmado con el juego de ajedrez que prometió al inventor todo lo que este le pidiera. Y el inventor pidió, modestamente, suficiente trigo como para poner un grano en la primera casilla, dos en la segunda, cuatro en la tercera, ocho en la siguiente y así, sucesivamente, en cada una el doble de la anterior, hasta llegar a la última casilla del tablero.

El rey ordenó que trajeran inmediatamente bolsas de trigo para satisfacer el pedido del inventor. Pero grande fue su sorpresa cuando vio que rápidamente estas llenaban la habitación y todavía no cumplía con lo ofrecido.

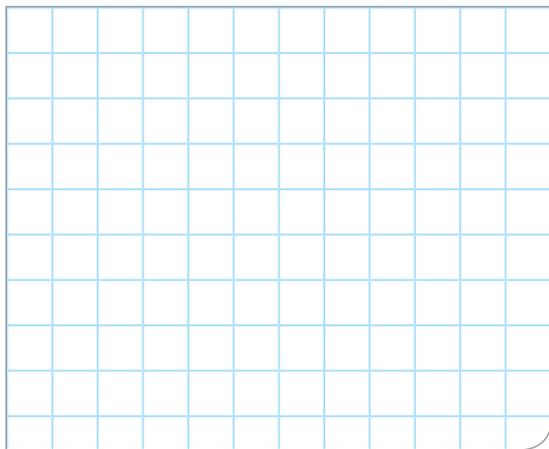


©Shutterstock

1. ¿Cuántos granos de trigo pidió en total el inventor? Puedes utilizar calculadora.
2. ¿Qué expresión matemática me ayudaría a resolver dicha situación?

## Comprendemos el problema

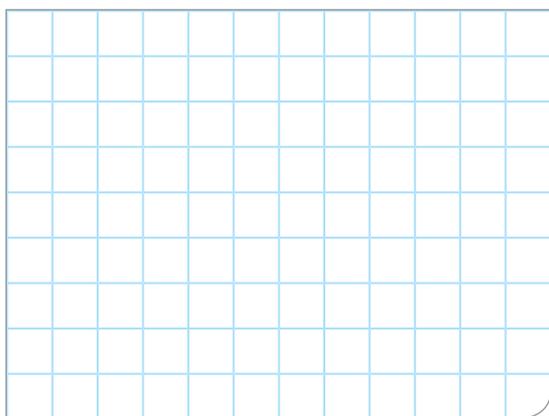
1. ¿Qué tema o temas matemáticos están relacionados con la situación inicial?



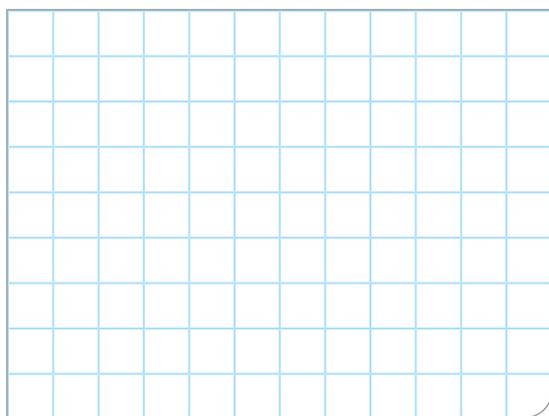
3. ¿Tienes suficiente información para dar respuesta a las preguntas de la situación inicial? Explica.



2. ¿Sabes a qué quieres llegar? Explica.



4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.



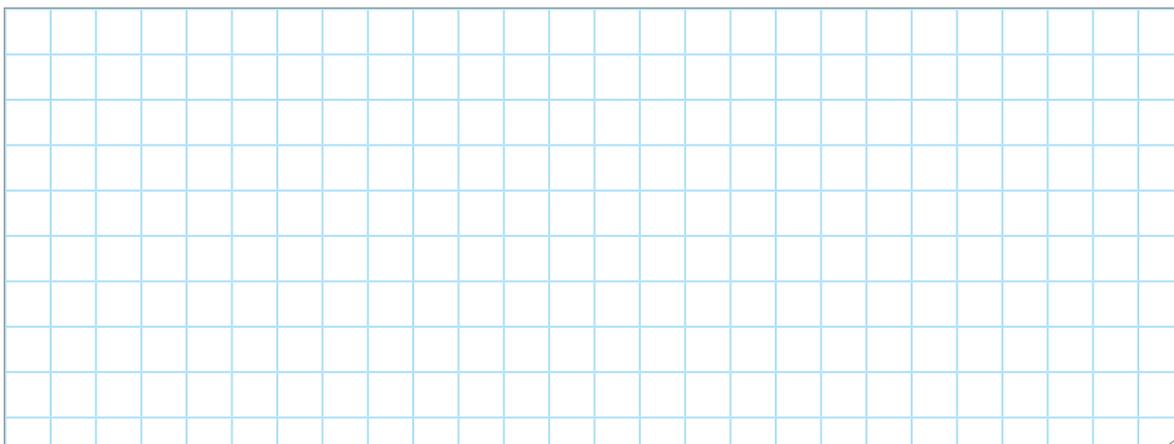
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

a) Buscar patrones

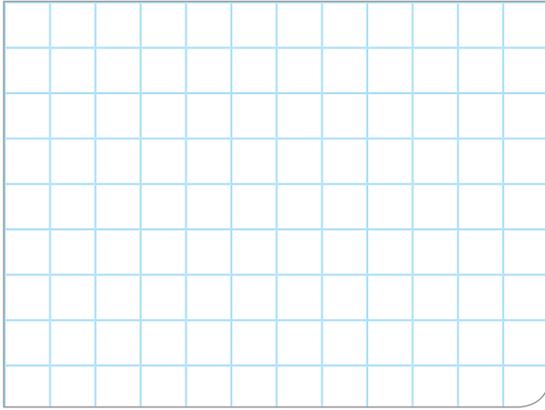
b) Diagramas tabulares

c) Establecer submetas

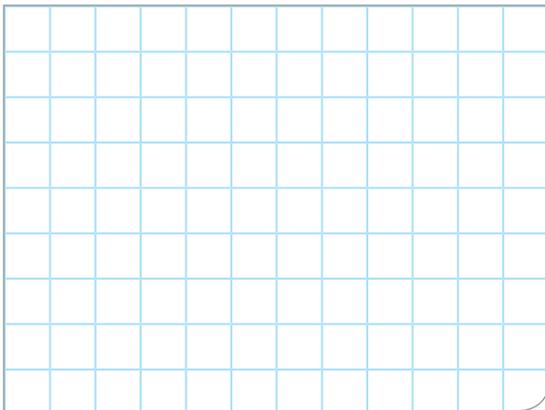


## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Inicia el plan elegido. Indaga cómo escribir la expresión solicitada.



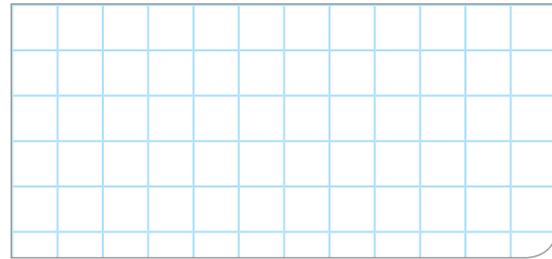
2. Expresa las cantidades en forma abreviada. Utiliza la calculadora para poder encontrar el total de granos de trigo solicitado.



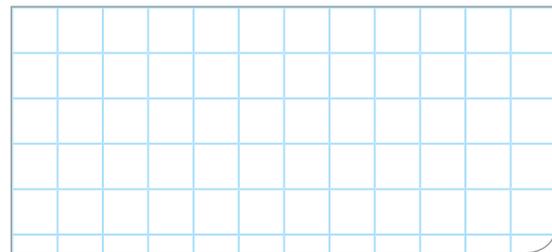
3. Completa la tabla para poder expresar lo solicitado.

N.º casillero	Cantidad de trigo	Expresión en potencia
1	1	$2^0$
2	2	$2^1$
3	4	$2^2$
4		
⋮		
64		

4. Escribe la expresión matemática que modela a la situación inicial.

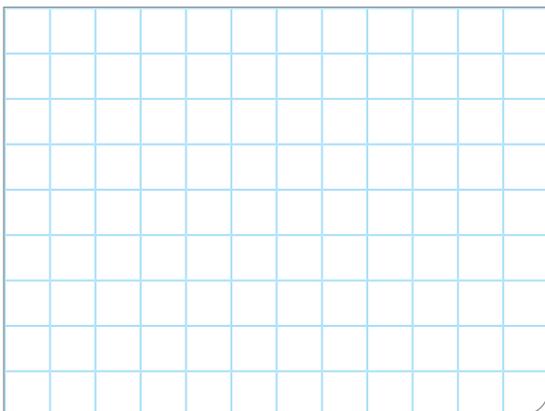


5. ¿Cuántos granos de trigo recibió el inventor del juego?

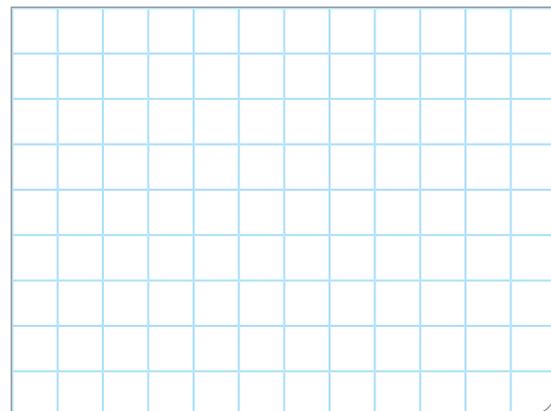


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías haber resuelto la situación inicial de otra manera? Explica.



2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.





### Situación B

Un organismo unicelular se reproduce por división, y cada vez que lo hace se divide en tres, dando origen a otros organismos de su especie. En un experimento se tienen inicialmente cinco de estos organismos y se desea calcular cuántos organismos habrá al cabo de ocho divisiones.

### Resolución

- Considerando los términos dados, se tiene:

$$r = 3$$

$$a_1 = 5$$

$$a_9 = ?$$

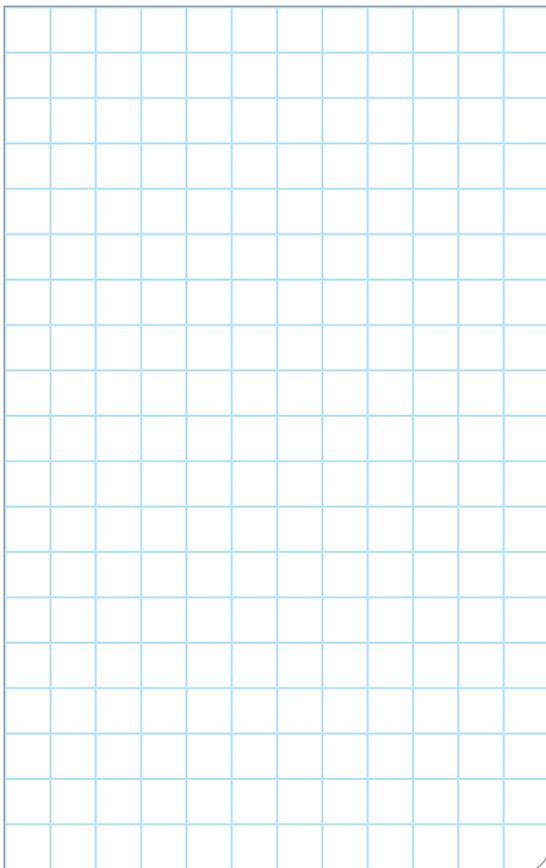
$$n = 9$$

- Utilizamos la fórmula  $a_n = a_1 r^{n-1}$
- Luego, reemplazamos  $a_9 = 5 \times 3^{9-1} = 32\,805$

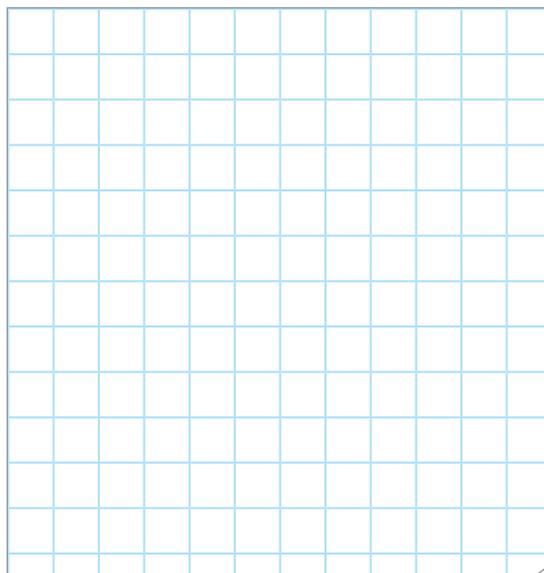
### Respuesta:

Al cabo de ocho divisiones habrá 32 805 organismos unicelulares.

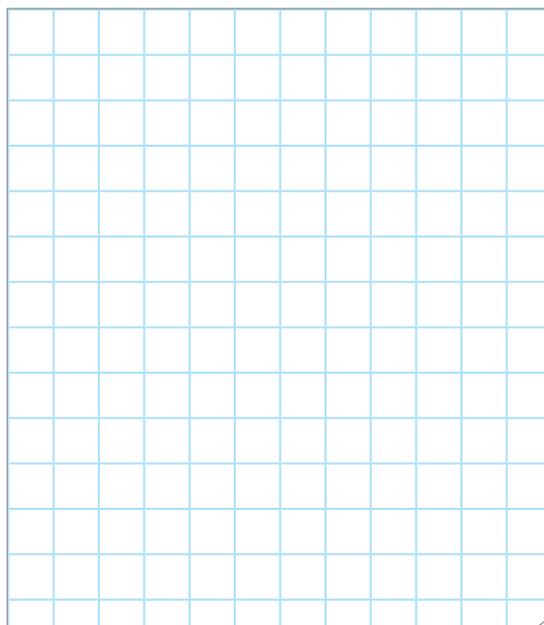
1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación B?



2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación B.



3. ¿Qué aspectos del procedimiento realizado son semejantes al utilizado en la situación inicial?



### Situación C

La batería de un auto de juguete se está descargando. En los últimos instantes de funcionamiento se observa que en los primeros cinco segundos recorre dos metros; luego, en los siguientes cinco segundos se traslada 0,2 m; después, 0,02 m, y así sucesivamente, hasta detenerse completamente. ¿Cuál es la distancia que recorre hasta detenerse? (Se sabe que se detiene al cabo de 22 segundos).

### Resolución

#### (Encuentra el error)

- Considerando los términos dados, se tiene:

$$r = 0,1$$

$$a_1 = 2$$

$$a_5 = ?$$

$n = 5$ , porque, según dato de la situación C, el auto se detiene al cabo de 22 segundos, es decir, en el quinto tramo.

- Utilizamos la fórmula:

$$S_n = a_1 \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

- Luego hallamos la suma de los cinco primeros términos:

$$S_5 = 2 \left( \frac{(0,1)^5 - 1}{0,1 - 1} \right) = 2 \left( \frac{0,1^5}{0,1} \right) = 2(0,1^4) = 0,0002$$

#### Respuesta:

La distancia que recorre hasta detenerse es de 0,0002 m.

- Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

- En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?



## Practicamos

1. Teresa ha comprado un caballo y quiere ponerle herradura. Para ello, tiene que colocarle 20 clavos. El primero cuesta 50 céntimos, y cada uno de los restantes vale un céntimo más que el anterior. ¿Cuánto paga en total para herrarlo?

a) 25,45 soles

b) 11,90 soles

c) 12,00 soles

d) 15,50 soles

2. En un concurrido estacionamiento para autos cobran 1,50 soles por la primera hora de estacionamiento y, por cada hora siguiente, el doble de lo cobrado en la hora anterior. ¿Cuánto se pagará por estar aparcados durante ocho horas?

a) 12 soles

b) 38,25 soles

c) 192,00 soles

d) 382,5 soles

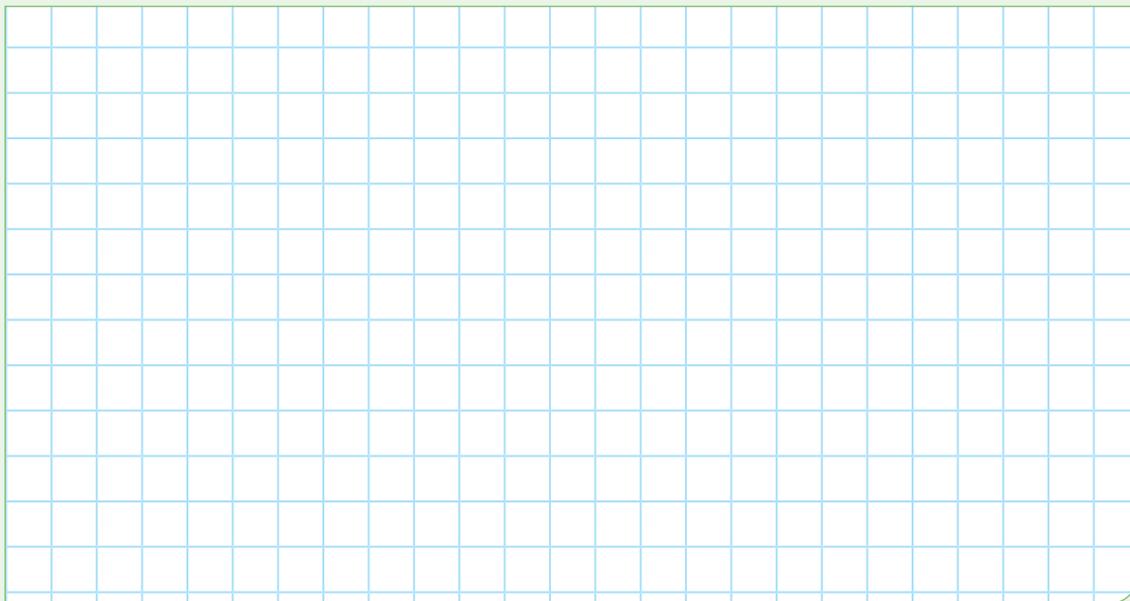
3. Dejamos caer una pelota desde una altura de un metro, y en cada uno de los rebotes que da, sube a una altura igual a la mitad del rebote anterior. ¿Qué altura alcanza en el quinto rebote?

a) 462,5 m

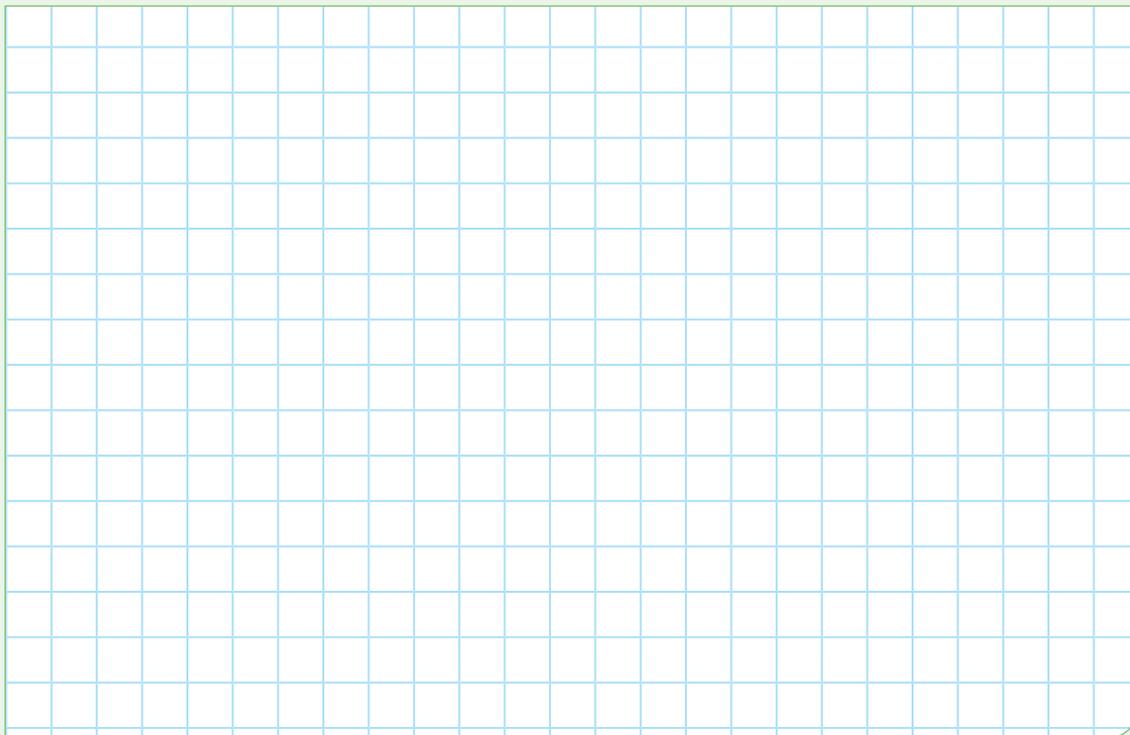
b) 6,25 m

c) 0,625 m

d) 0,0625 m



4. En un examen las preguntas estaban ordenadas según el grado de dificultad. La primera valía dos puntos, y cada una de las restantes, tres puntos más que la anterior. Si en total suman cuarenta puntos, ¿cuántas preguntas tenía el examen?



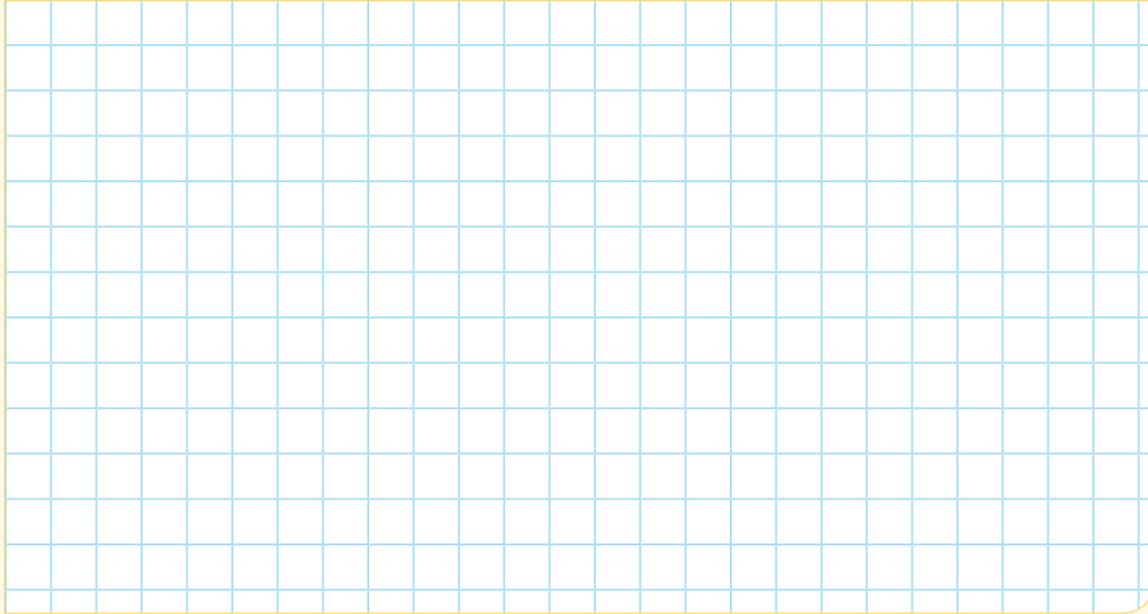
5. José ha ahorrado S/6144 en enero; pero, a partir de ese mes, solo ha logrado ahorrar cada mes la mitad de lo que ahorró el mes anterior. ¿Cuánto ha ahorrado hasta el octavo mes?

a) 12 240 soles

b) 12 000 soles

c) 12 120 soles

d) 12 140 soles



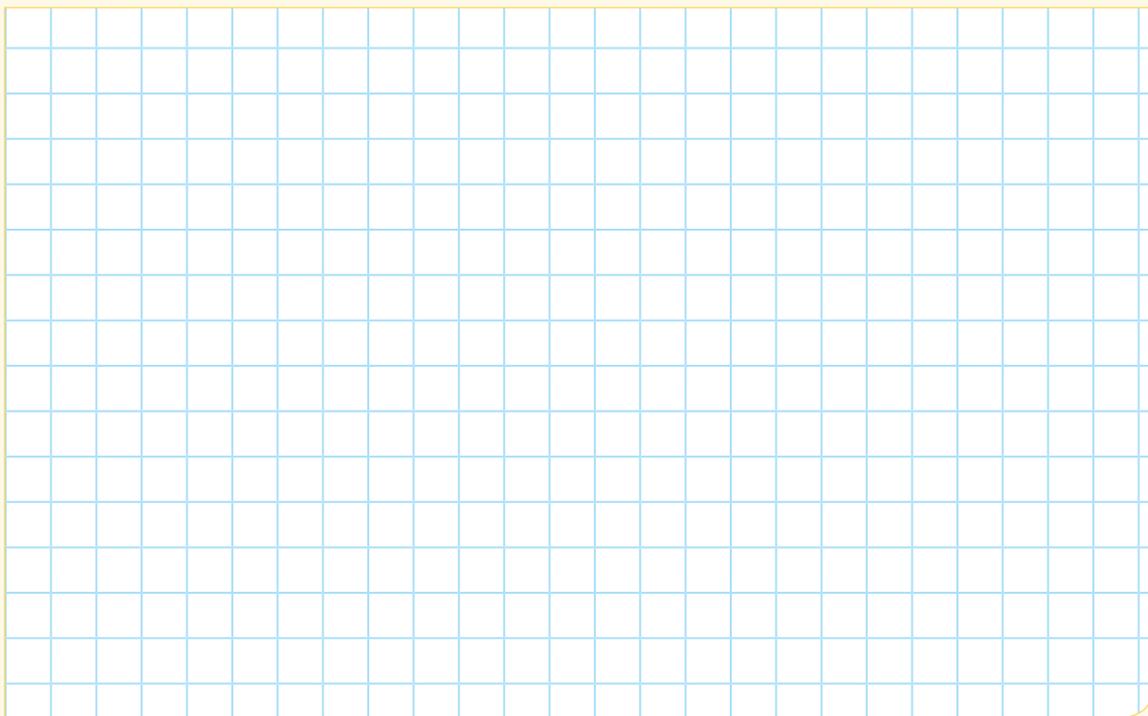
6. Cierta aparato se deprecia en valor con el paso de los años. De hecho, al final de cualquier año tiene solo el 80 % del valor que tenía al comienzo de ese año. Si el valor del aparato en la condición de nuevo es de S/20 000, ¿cuál será su valor al finalizar el quinto año?

a) S/6500,60

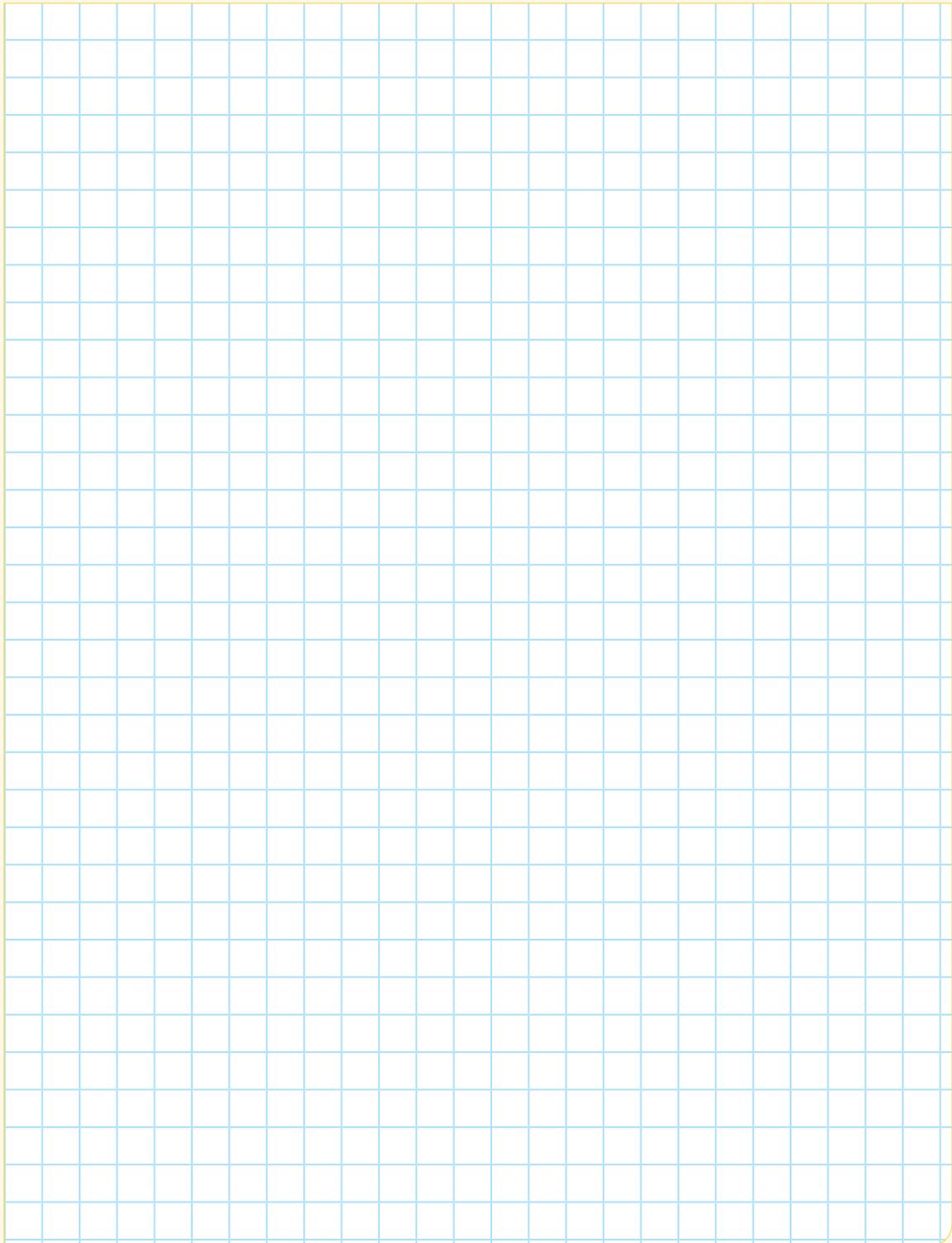
b) S/6550,60

c) S/6553,60

d) S/6554,60

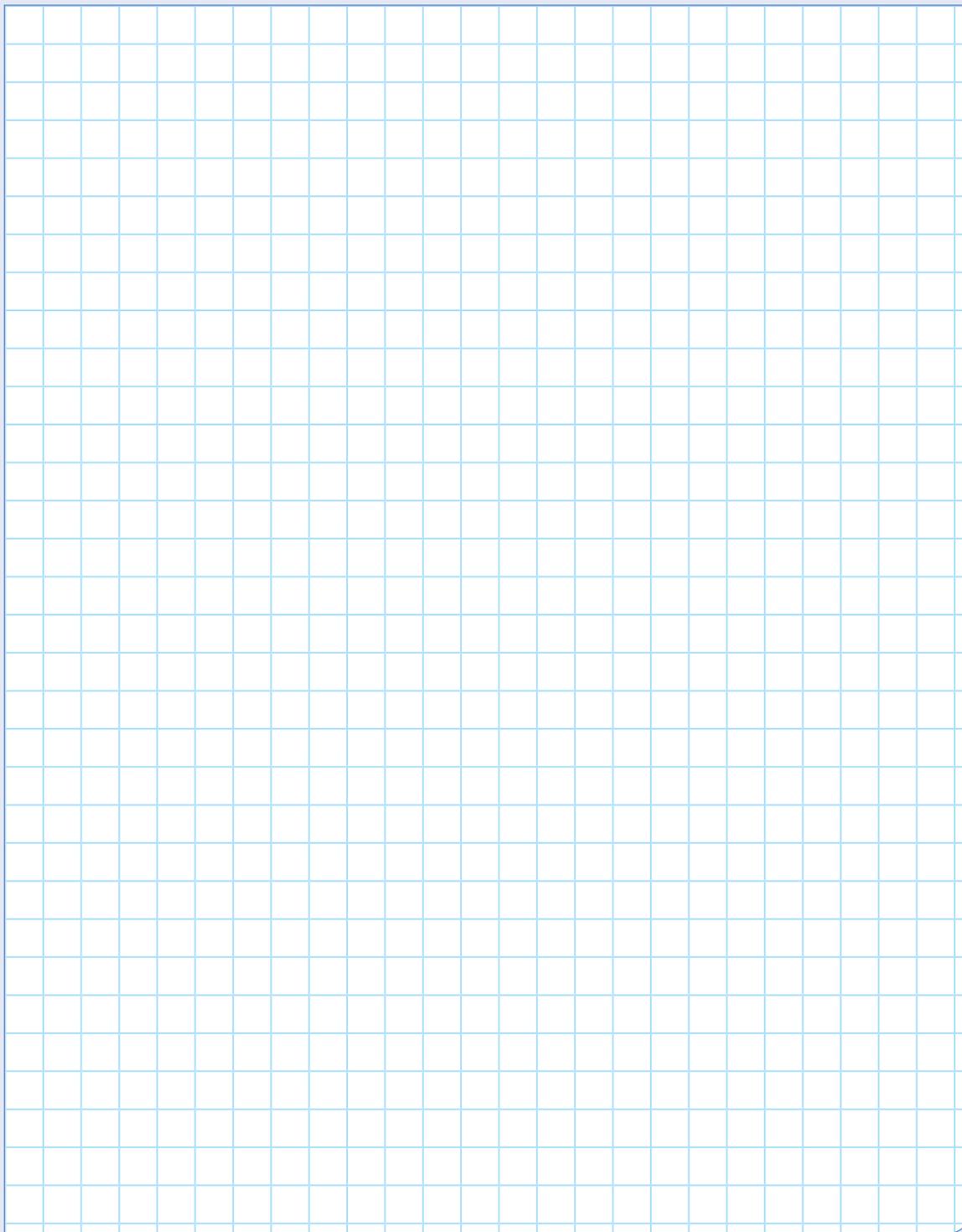


7. Dado un triángulo equilátero de perímetro 10 cm, se forma un segundo triángulo uniendo los puntos medios del primero. Asimismo, se forma un tercer triángulo juntando los puntos medios del segundo, y así sucesivamente. Determina la suma de todos los perímetros de los triángulos que se van formando hasta el vigésimo paso.





10. Supongamos que un atleta está al principio en un punto P, a 200 metros detrás de una tortuga situada en un punto Q, y que la velocidad de esta es la mitad de la del corredor, quien desea alcanzar al animal. En el momento en que el atleta llega hasta el punto Q, la tortuga ha avanzado hasta el punto R, y cuando el corredor llega al punto R, el animal ha avanzado de nuevo; y así sucesivamente. ¿Alcanzará el atleta a la tortuga?



# Ficha 6

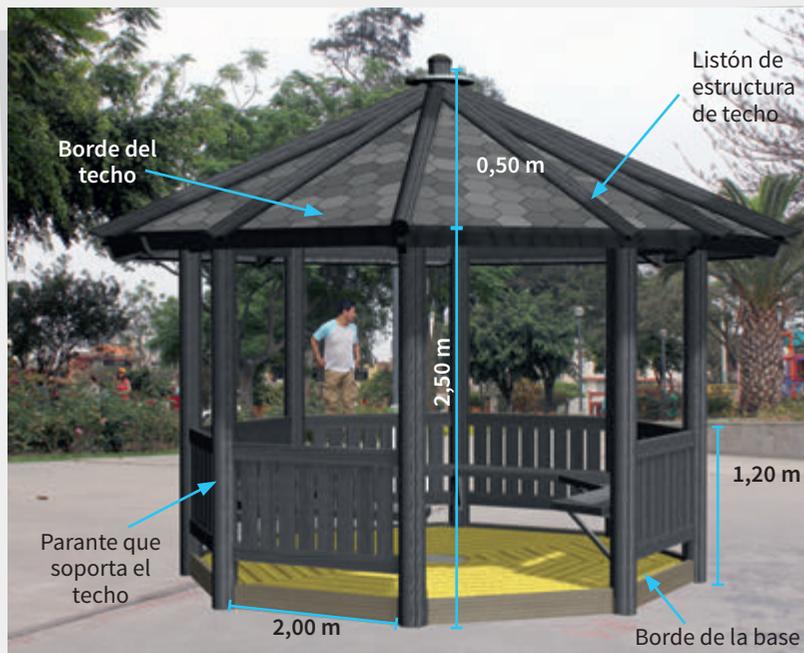
## La glorieta del parque

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Establece relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios y asocia estas características y las representa con formas bidimensionales compuestas y tridimensionales.
	Comunica su comprensión sobre las formas y las relaciones geométricas.	Expresa, con dibujos y con lenguaje geométrico, su comprensión sobre las propiedades de los prismas y las pirámides.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar la longitud, el perímetro, el área o el volumen de prismas y pirámides.



### Aprendemos

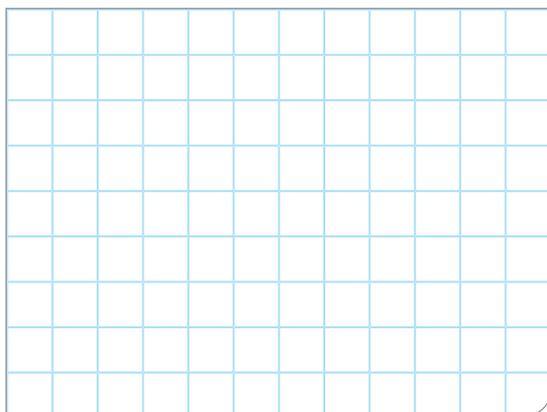
En la parte central de la plaza de armas de un distrito, la Municipalidad decide construir una glorieta como la mostrada en la figura. Para armar la estructura, se utilizarán tubos de acero cuyo diámetro es de 4 in (in es el símbolo de pulgadas). Cada barra de estos tubos viene en una longitud de 6 m.



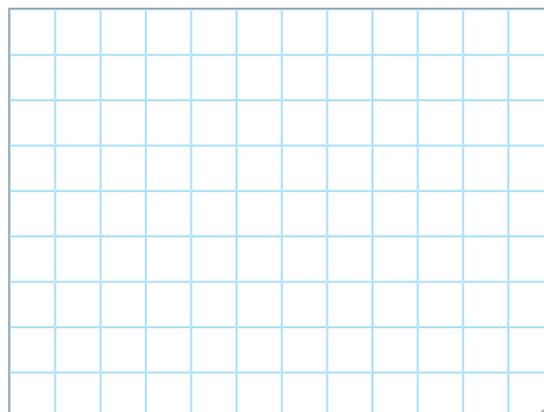
- ¿Cuántas barras de tubo se necesitan para armar la estructura de la glorieta?

## Comprendemos el problema

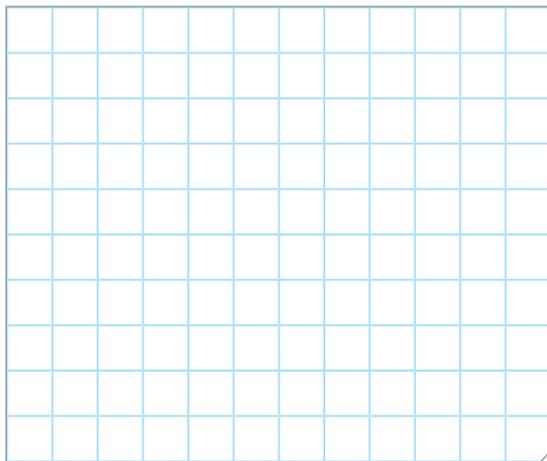
1. ¿En qué consiste la situación inicial?



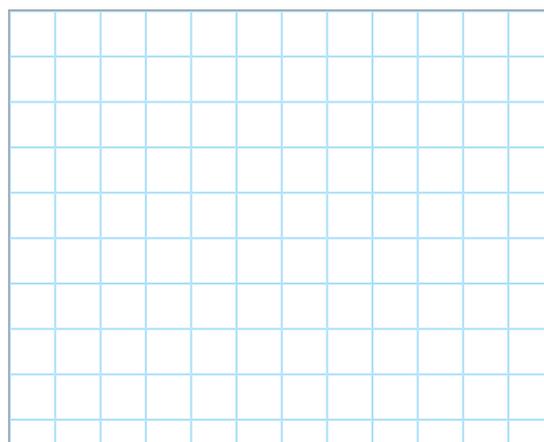
3. ¿A cuántos centímetros equivale una pulgada?



2. ¿Qué debes averiguar?

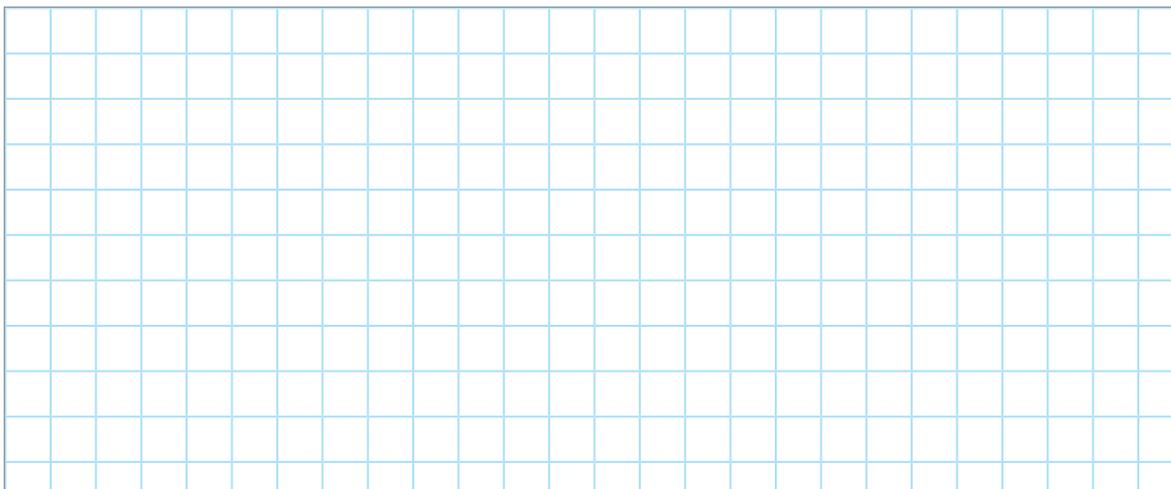


4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.



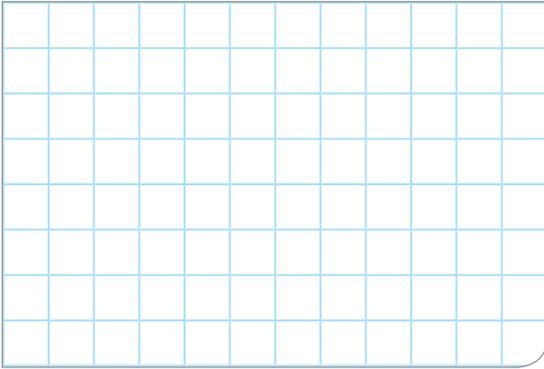
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

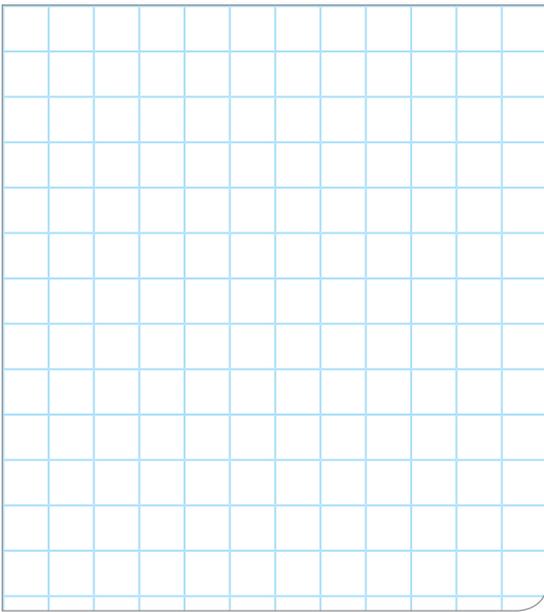


## Ejecutamos la estrategia o plan

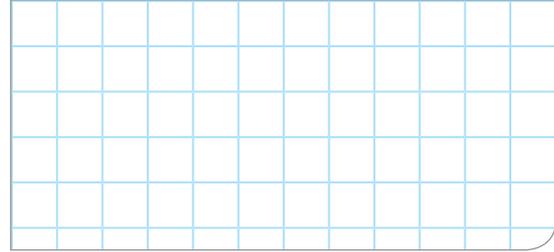
1. Aplica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.



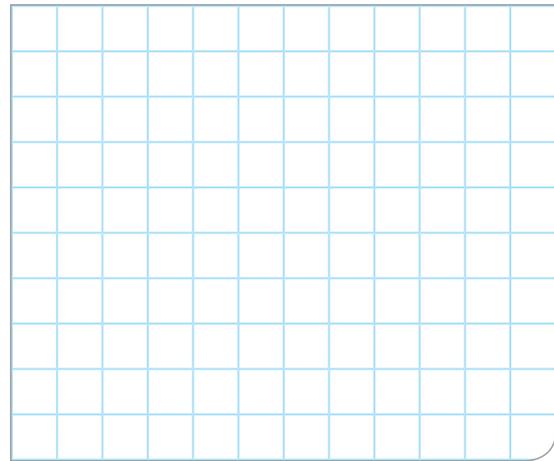
2. ¿Cuántas barras de tubo se necesitarán para los parantes y los bordes de la base?



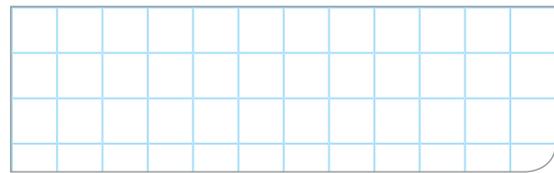
3. ¿Cuántas barras de tubo se necesitarán para la sección oblicua del techo?



4. ¿Cuántas barras de tubo se necesitarán para toda la estructura del techo?

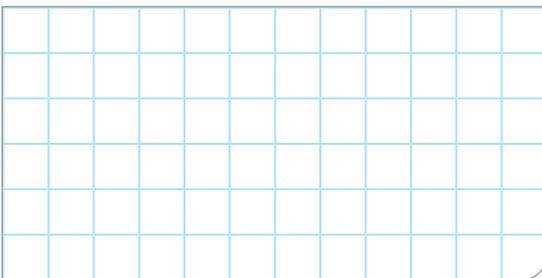


5. Responde la pregunta que se presenta en la situación inicial.

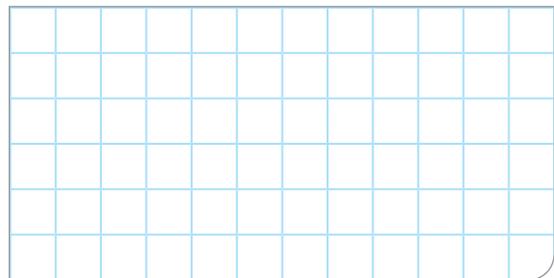


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿La estrategia que has reconocido se puede aplicar en otras situaciones? Plantea un ejemplo.



2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.





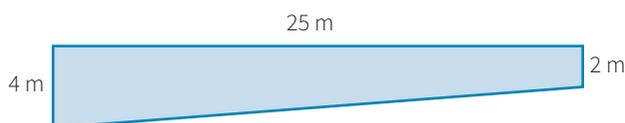
## Analizamos

### Situación A

Encuentra el volumen de una piscina de 25 m de largo y 12 m de ancho, cuya profundidad en los extremos es de 2 m y 4 m, y su suelo tiene un ángulo de inclinación constante. ¿Qué cantidad de agua en litros cabe en la piscina?

### Resolución

- Con los datos que se tienen, podemos esbozar la sección vertical de la piscina.



- Luego, podemos considerar que la piscina es un prisma cuya base es el trapecio de la figura y su altura es 12 m (el ancho de la piscina).
- Para obtener el volumen ( $V$ ) de la piscina, calculamos el área del trapecio ( $A$ ) y la multiplicamos por la altura.

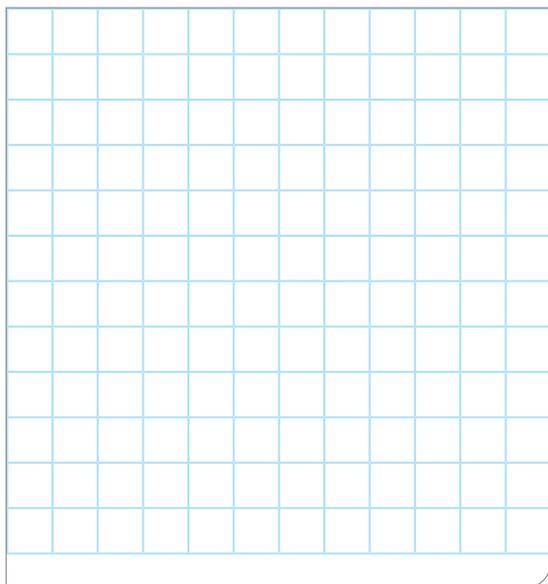
$$\text{Área de la base: } A = (4 + 2) \times \frac{25}{2} = 75 \text{ m}^2$$

Volumen: Área de la base por altura

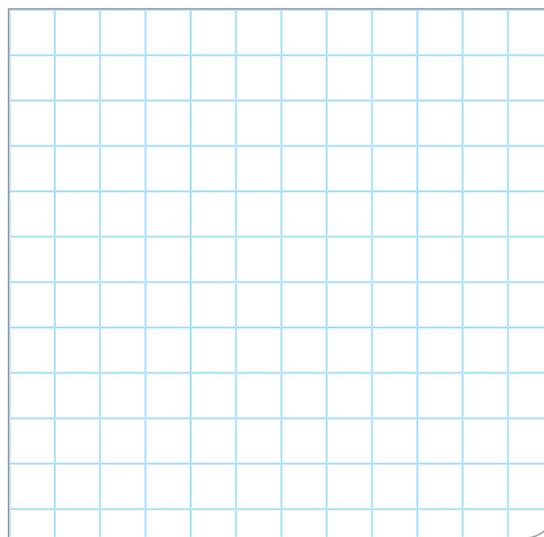
$$V = 75 \times 12 = 900 \text{ m}^3 \equiv 900\,000 \text{ litros}$$

**Respuesta:** En la piscina caben 900 000 litros de agua.

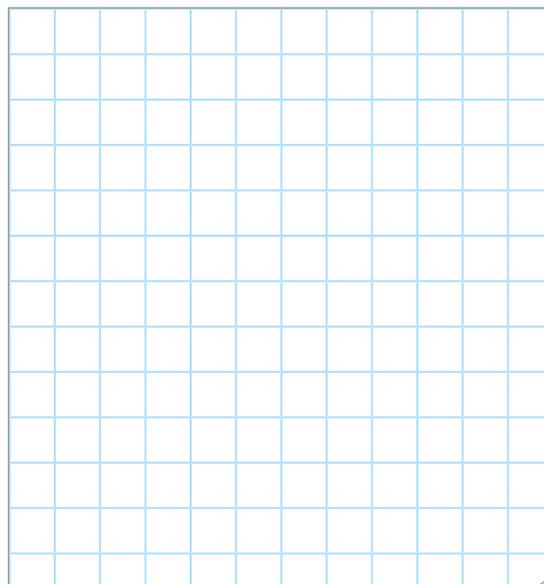
1. ¿La solución en cada caso es correcta? Explica.



2. ¿Qué estrategias se utilizaron para resolver la situación A?



3. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

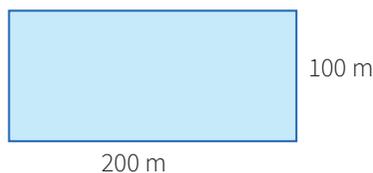


### Situación B

El estacionamiento de un centro comercial en el norte del país es un rectángulo de  $100\text{ m} \times 200\text{ m}$  y está preparado con los oportunos desagües para recoger el agua de la lluvia en un depósito cúbico de  $20\text{ m}$  de arista. Un día cae una lluvia con una intensidad de  $20$  litros por metro cuadrado. ¿Toda el agua acumulada del estacionamiento podrá caber en el depósito cúbico?

### Resolución

- Calculamos el área del estacionamiento:

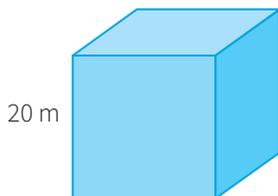


$$A = 100\text{ m} \times 200\text{ m} = 20\,000\text{ m}^2$$

- Luego procedemos a calcular la cantidad de litros de agua acumulada (C):

$$C = 20\,000 \times 20\text{ litros} = 400\,000\text{ litros}$$

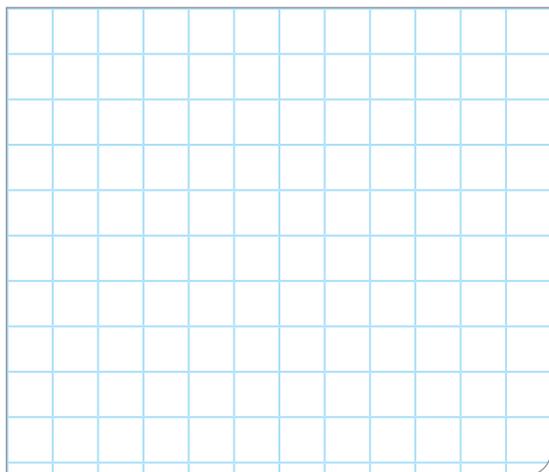
- Ahora calculamos el volumen del depósito cúbico:



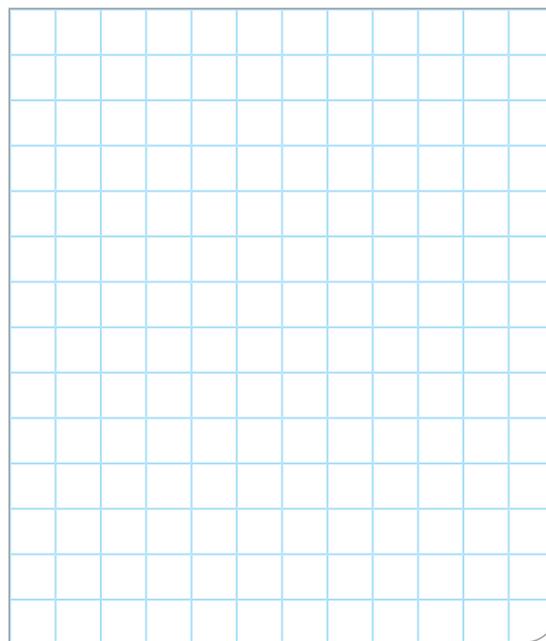
$$V = (20\text{ m})^3 = 8\,000\text{ m}^3 \equiv 8\,000\,000\text{ litros}$$

**Respuesta:** Sí cabe el agua acumulada en el estacionamiento dentro del depósito cúbico.

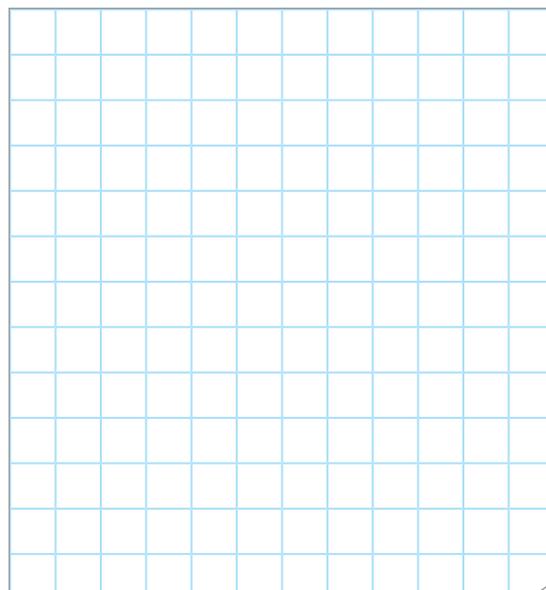
1. ¿La solución es correcta? Explica.



2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación B?



3. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación B.



### Situación C

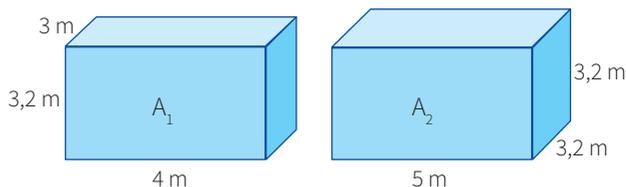
Queremos pintar dos habitaciones de un piso que tienen una altura de 3,2 m. Las habitaciones son rectangulares, de 3 m × 4 m y 3,2 m × 5 m. En los baldes de pintura que vamos a utilizar se lee que cada uno rinde para 40 m<sup>2</sup>. ¿Cuántos debemos comprar?

### Resolución

#### (Encuentra el error)

Calculamos el área lateral de cada habitación con la siguiente expresión:

El área lateral es igual al perímetro de la base por la altura, es decir:  $A_{\text{Lateral}} = P_{\text{Base}} \cdot h$



$$A_1 = (3 + 3 + 4 + 4) \times 3,2 = 14 \times 3,2 = 44,8 \text{ m}^2$$

$$A_2 = (3,2 + 3,2 + 5 + 5) \times 3,2 = 16,4 \times 3,2 = 52,48 \text{ m}^2$$

$$A_1 + A_2 = 44,8 + 52,48 = 97,28 \text{ m}^2$$

$$\text{N.º de baldes: } \frac{97,28}{40} = 2,432$$

**Respuesta:** Debemos comprar dos baldes de pintura.

1. ¿Todas las justificaciones del procedimiento son correctas? Explica.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?



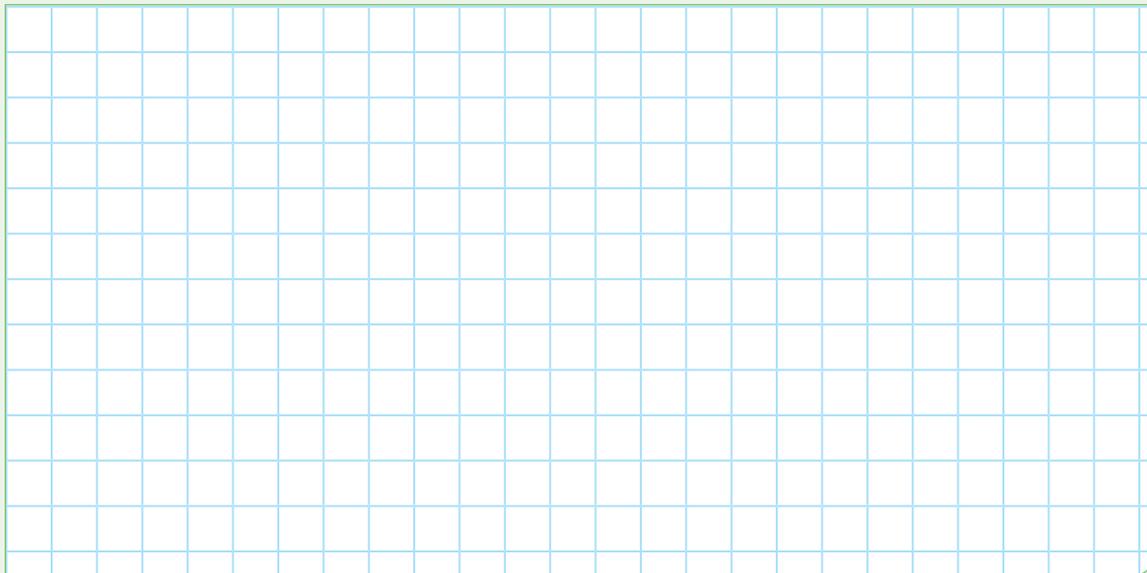
3. Si se desea cubrir con cerámicos las paredes y el piso, ¿cuántos metros cuadrados de cerámico se necesitarán?

a)  $5,76 \text{ m}^2$

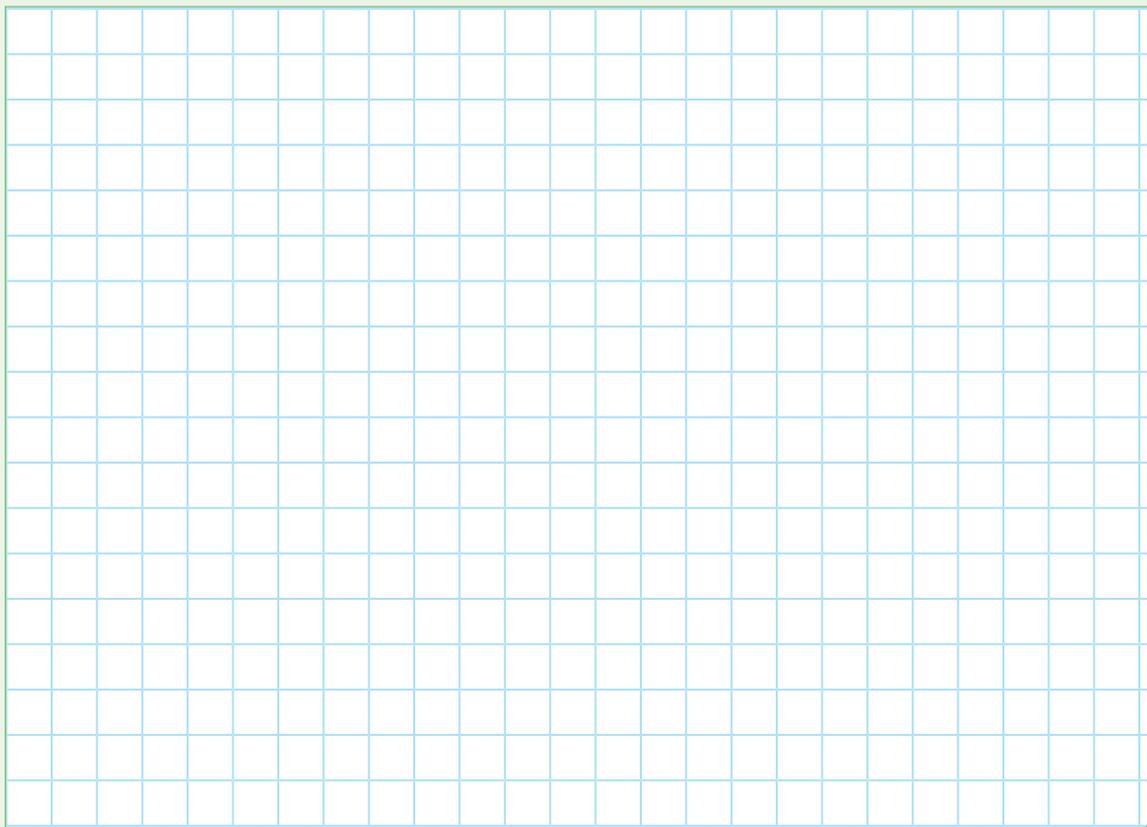
b)  $11,52 \text{ m}^2$

c)  $17,28 \text{ m}^2$

d)  $14,40 \text{ m}^2$

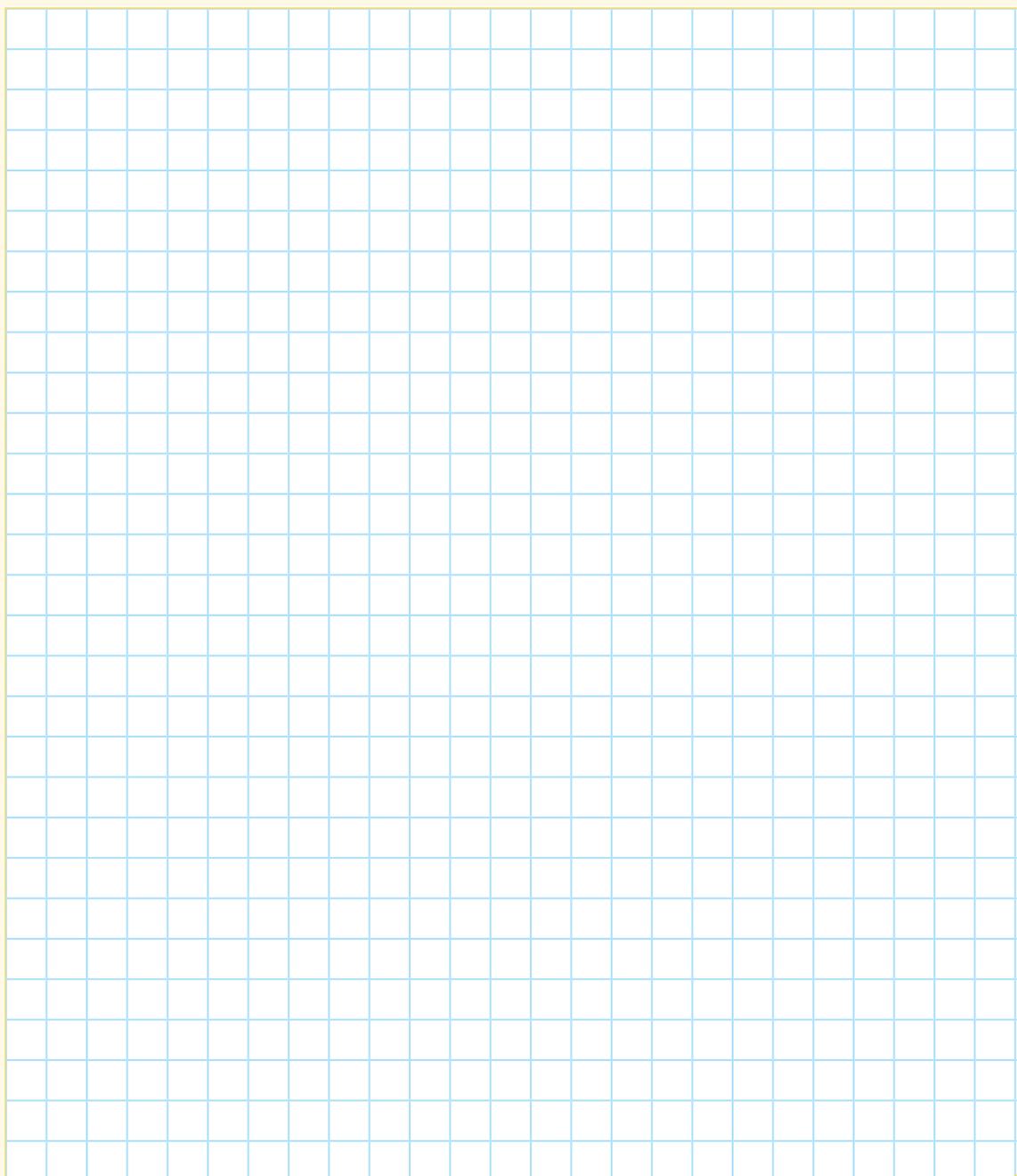
A large grid for solving problem 3, consisting of 20 columns and 15 rows of small squares.

4. La terraza de una casa de campo de  $5 \text{ m} \times 25 \text{ m}$  tiene los desagües (sumideros) tapados como consecuencia de una prolongada sequía. Un día llueve con una intensidad de 10 litros por metro cuadrado. ¿Cuántos litros de agua caen en la terraza? ( $1000 \text{ litros} \equiv 1 \text{ m}^3$ )

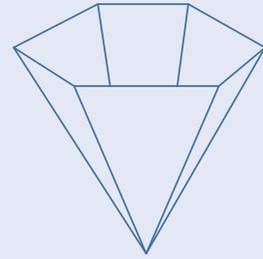
A large grid for solving problem 4, consisting of 20 columns and 15 rows of small squares.



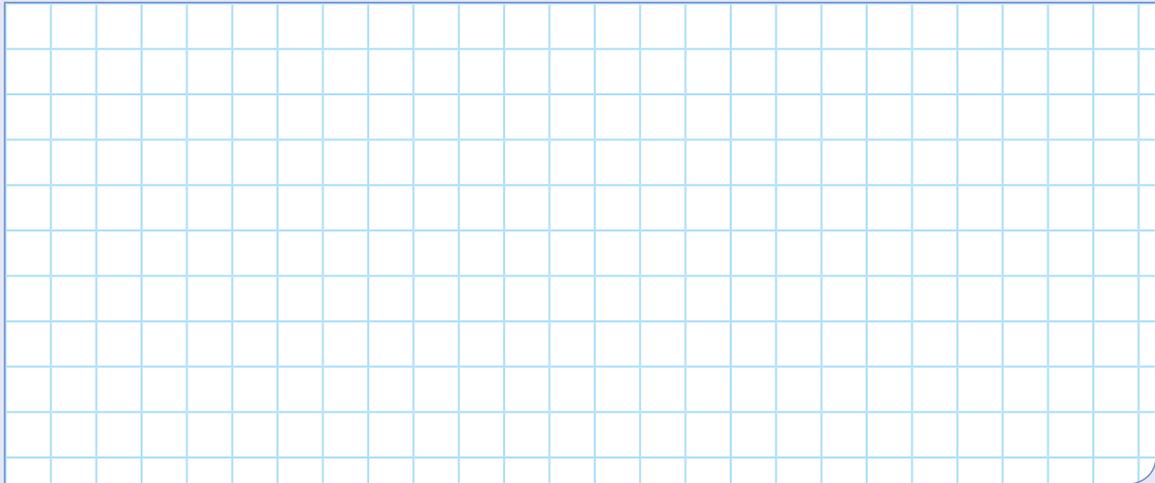
7. La gran pirámide de Keops tiene una base cuadrangular regular cuya arista mide 250 m y su altura, 160 m. Calcula el volumen de dicha pirámide.



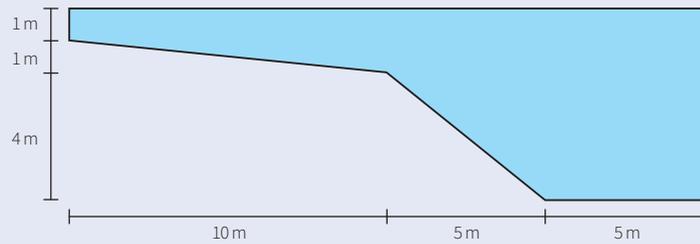
8. Un recipiente con forma de pirámide regular tiene la parte superior abierta, la cual es un hexágono regular de 10 cm de arista. La altura de dicho recipiente es de 30 cm. Si se van a pintar 1000 de estos recipientes por dentro y por fuera con una pintura que cubre  $45 \text{ m}^2$  por galón, ¿cuántos galones se requieren en total?



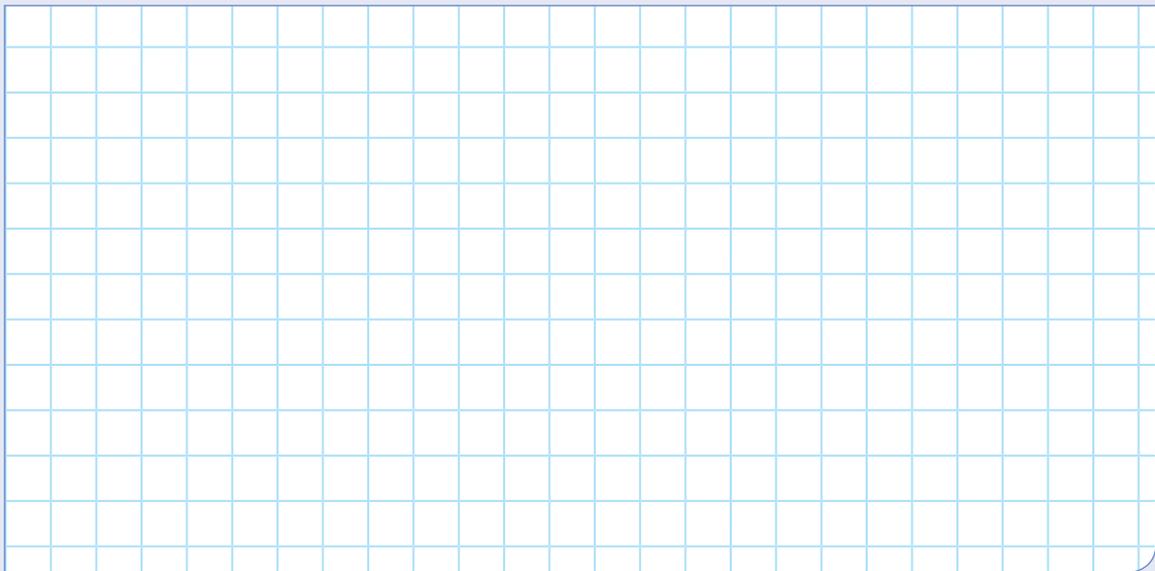
- a) Tres galones
- b) Cuatro galones
- c) Cinco galones
- d) Seis galones



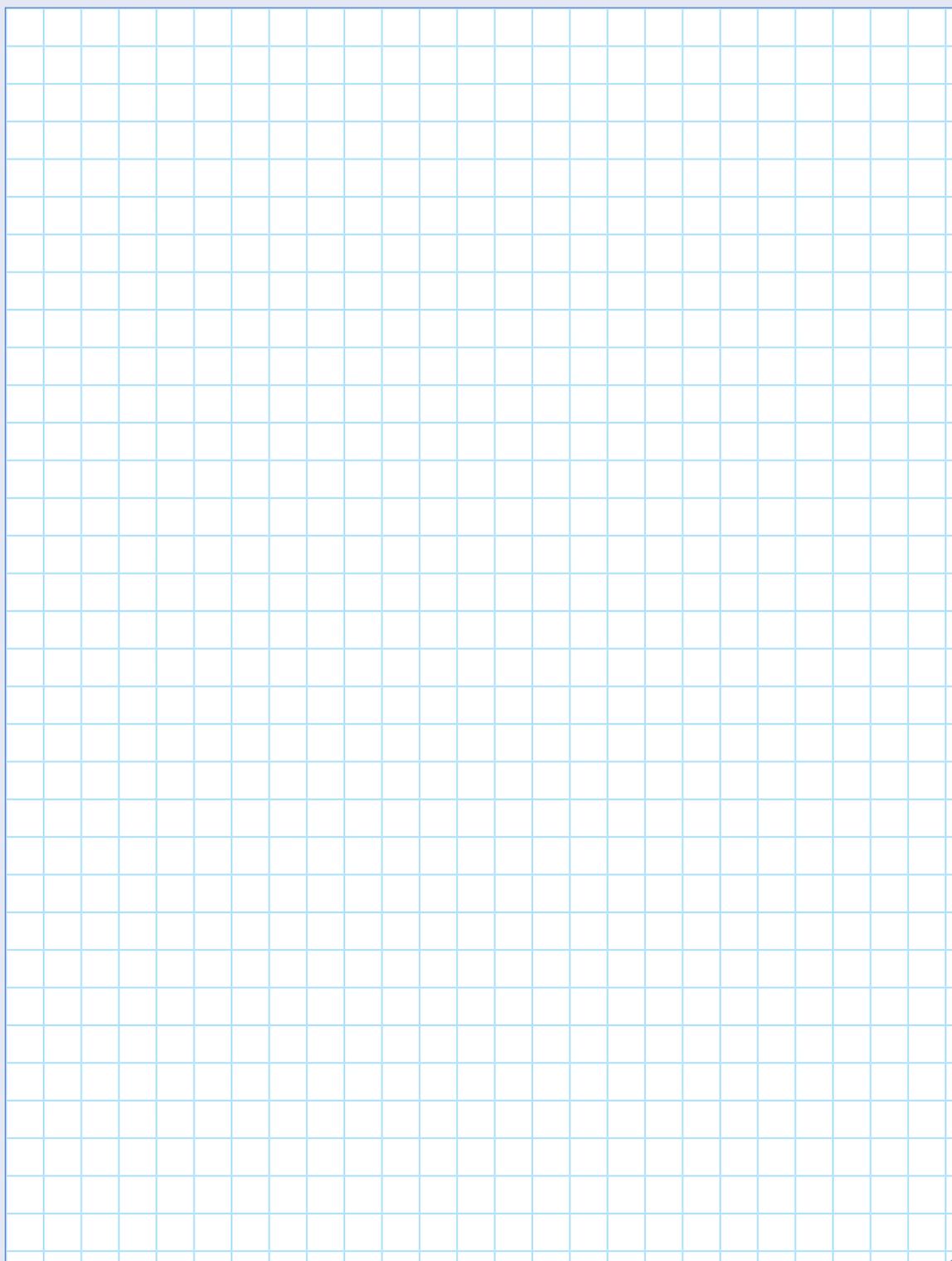
9. Una piscina de 10 m de ancho tiene la sección longitudinal que se muestra en la figura. Calcula la cantidad de agua necesaria para llenarla completamente.



- a)  $500 \text{ m}^3$
- b)  $650 \text{ m}^3$
- c)  $550 \text{ m}^3$
- d)  $600 \text{ m}^3$



10. Encuentra la relación entre el volumen de una pirámide cuadrangular y un hexaedro regular, si se sabe que dicha pirámide se encuentra inscrita en el hexaedro regular cuya base coincide con la base de la pirámide, y el vértice de esta coincide con el centro de la base superior del hexaedro regular.



# Crédito hipotecario para una vivienda

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades o trabajar con tasas de interés simple y compuesto.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre el interés compuesto y algunos términos financieros (impuesto a la renta, tasa de interés simple y compuesto, y capitalización).
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, combina y adapta estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con tasas de interés compuesto.



## Aprendemos

En nuestro país, en los últimos años, se ve una significativa cantidad de ofertas inmobiliarias debido a la explosión demográfica, dado que la población del Perú, según el censo del 2015 del Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI), supera los 31 millones de habitantes.

La familia Álvarez encuentra una vivienda valorizada en S/250 000. Para financiarla, dispone de tres entidades bancarias, las cuales proponen las condiciones de la tabla:

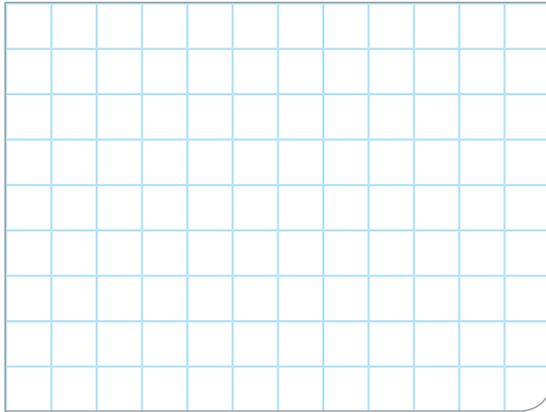


Entidad bancaria	Cuota inicial	Tasa de interés anual	Tiempo (años)
Banco "A"	10 %	15 %	20
Banco "B"	20 %	13 %	25
Banco "C"	0 %	10 %	30

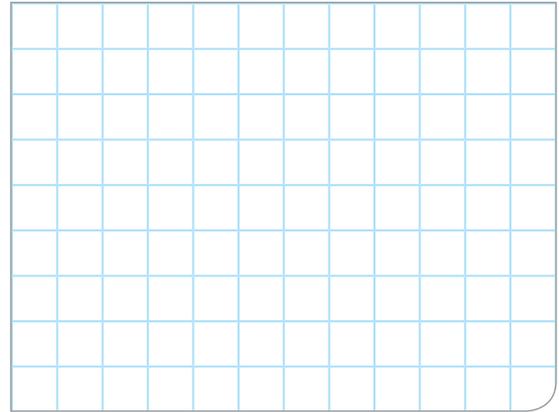
- ¿En cuál de las entidades bancarias le convendría financiar la vivienda a la familia Álvarez si las entidades bancarias realizaran el financiamiento en interés simple?

## Comprendemos el problema

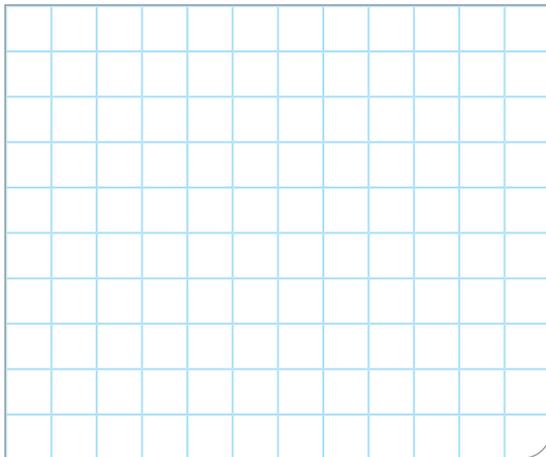
1. ¿Qué se solicita en la situación inicial?



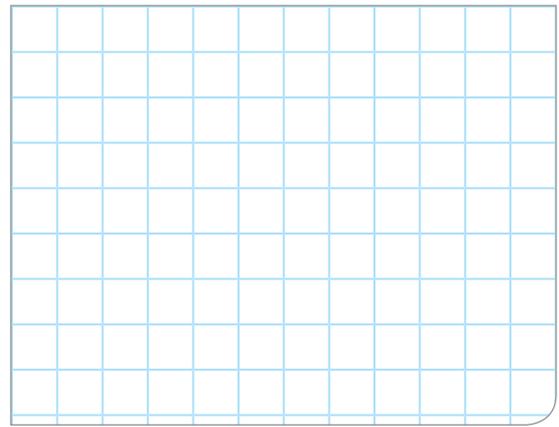
3. ¿Qué datos te proporciona la situación inicial?



2. ¿Qué entiendes por interés simple?

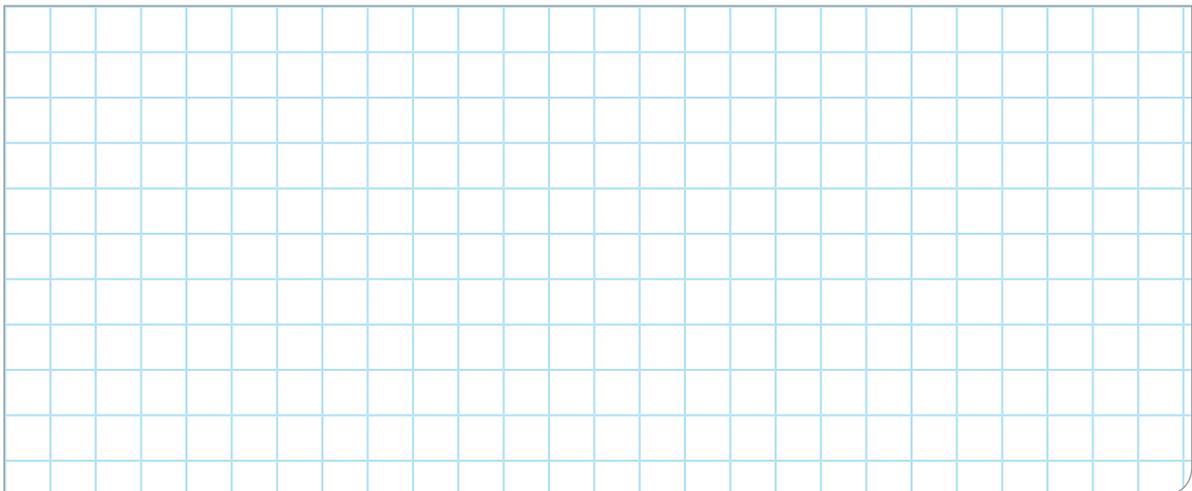


4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.



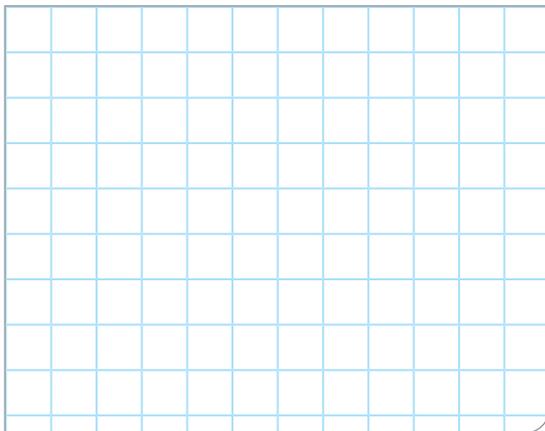
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

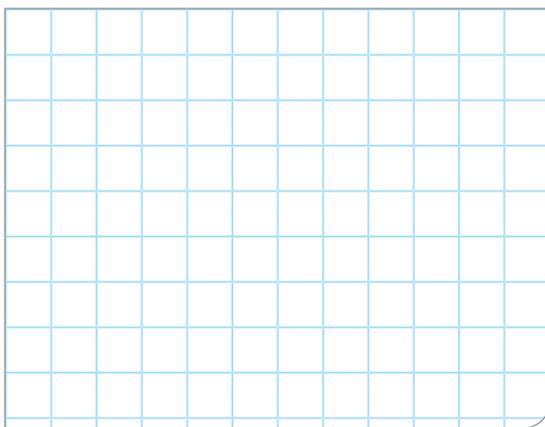


## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Indaga qué significa el monto en un interés simple.



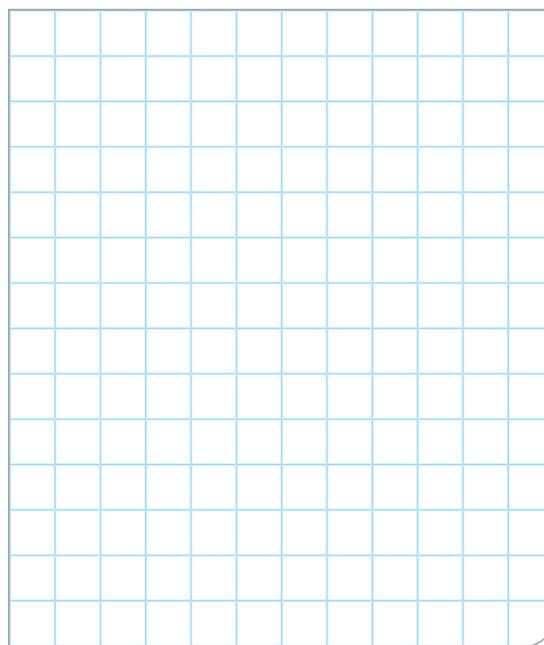
2. Expresa matemáticamente la relación que nos permita encontrar el interés y el monto de pago.



3. Completa la tabla para poder responder la pregunta de la situación inicial.

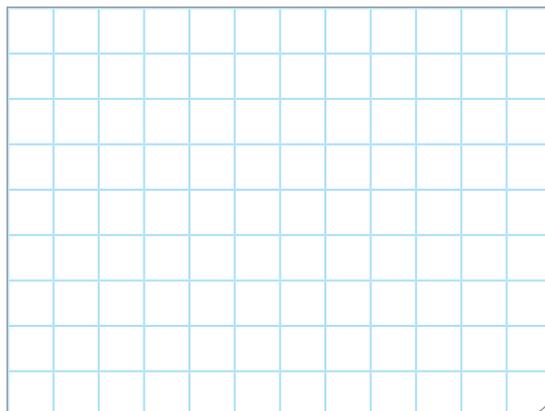
Entidad financiera	Interés simple generado en "t" años	Monto
A		
B		
C		

4. Responde la pregunta de la situación inicial.

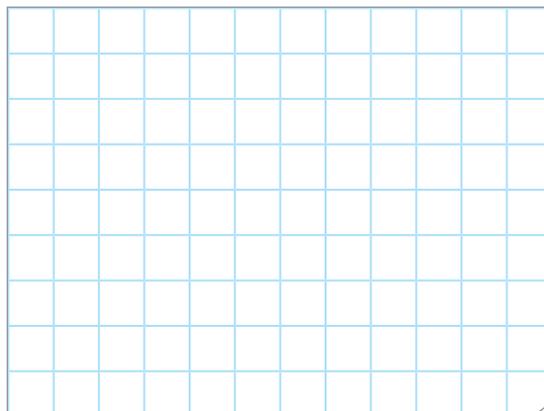


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías haber resuelto la situación inicial de otra manera? Descríbela.



2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.





## Analizamos

### Situación A

Ernesto desea solicitar un préstamo de S/60 000 para la cuota inicial de una vivienda y poder pagarlo en cinco años con una tasa de interés del 0,5 % mensual. ¿Cuánto es el monto y el interés que pagará por el préstamo al cabo de los cinco años?

### Resolución

- Reconociendo los elementos involucrados en la situación planteada, tenemos:

Capital:  $C = S/60\,000$

Tasa de interés, que siempre debe ser anual:

$$r = 0,5\% \times 12 = 6\% \text{ anual}$$

Tiempo: 5 años

- Luego:

$$I = \frac{C \times r \times t}{100}$$

$$I = \frac{60\,000 \times 6 \times 5}{100} = 18\,000 \text{ soles}$$

- El monto será el capital más el interés:

$$M = C + I = 60\,000 + 18\,000 = 78\,000 \text{ soles}$$

**Respuesta:** Pagará como interés por el préstamo S/18 000 y el monto será de S/78 000.

- ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

- Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

- ¿Qué aspectos del procedimiento realizado son semejantes al utilizado en la situación inicial?

### Situación B

La familia Huamaní desea adquirir un camión valorizado en S/150 000, para transportar la fruta que produce en su huerta. Como no dispone del dinero suficiente, solicita un préstamo a una entidad financiera, la cual le ofrece el crédito de los S/150 000 para pagarlos durante 10 años en cuotas mensuales de S/2400. ¿Cuánto de interés pagará la familia Huamaní por el préstamo? ¿Y a qué tasa de interés se da el crédito?

### Resolución

- Se sabe que el monto es igual a la suma del capital inicial y el interés ganado, es decir:  $M = C + I$

Capital:  $C = 150\ 000$  soles

$M = 10$  años  $\times$  12 meses  $\times$  2400 = 288 000 soles

- De la relación,  $M = C + I$ , obtenemos que:  $I = M - C$

$I = M - C = 288\ 000 - 150\ 000 = S/138\ 000$

- También se sabe que:

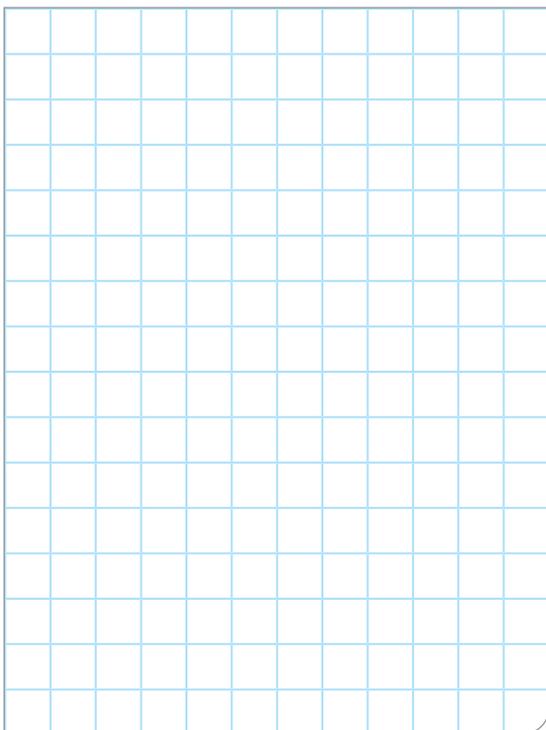
$I = C \times r \times t$

$138\ 000 = 150\ 000 \times r \times 10$

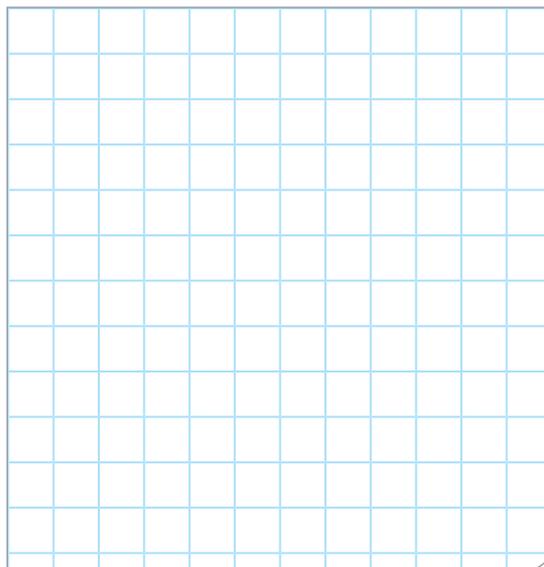
$$r = \frac{138\ 000}{1\ 500\ 000} = 0,092 \times 100\ \% = 9,2\ \%$$

**Respuesta:** El interés que pagará la familia Huamaní será de S/138 000 a una tasa del 9,2 %.

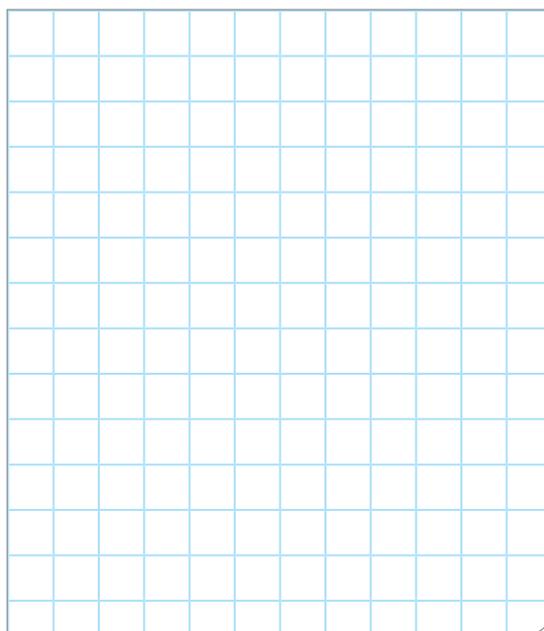
1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación B?



2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación B.



3. ¿Qué aspectos del procedimiento realizado son semejantes al utilizado en la situación inicial?



### Situación C

En el contexto de la situación mostrada en B, una empresa financiera le propone a la familia Huamaní una tasa de interés compuesto del 8 % anual, para pagarse en 10 años. ¿Pagará más o pagará menos de interés dicha familia, y a cuánto equivale en soles?

### Resolución

#### (Encuentra el error)

- El interés compuesto se calcula con la siguiente fórmula:

$$C_f = C(1 + i)^n$$

Donde:

$C_f$ : capital final

$C$ : capital inicial

$i$ : tasa de interés compuesto

$n$ : número de periodos de capitalización

- Se tiene:

$$C = 150\,000 \text{ soles}$$

$$i = 8\% = \frac{8}{100} = 0,08$$

$$n = 10$$

$$C_f = 1\,500\,000(1 + 0,08)^{10} = 323\,838,75 \text{ soles}$$

$$I = 323\,838,75 - 150\,000 = 273\,838,75 \text{ soles}$$

**Respuesta:** Se pagará más interés, que equivale a S/273 838,75.

- Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

- En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?



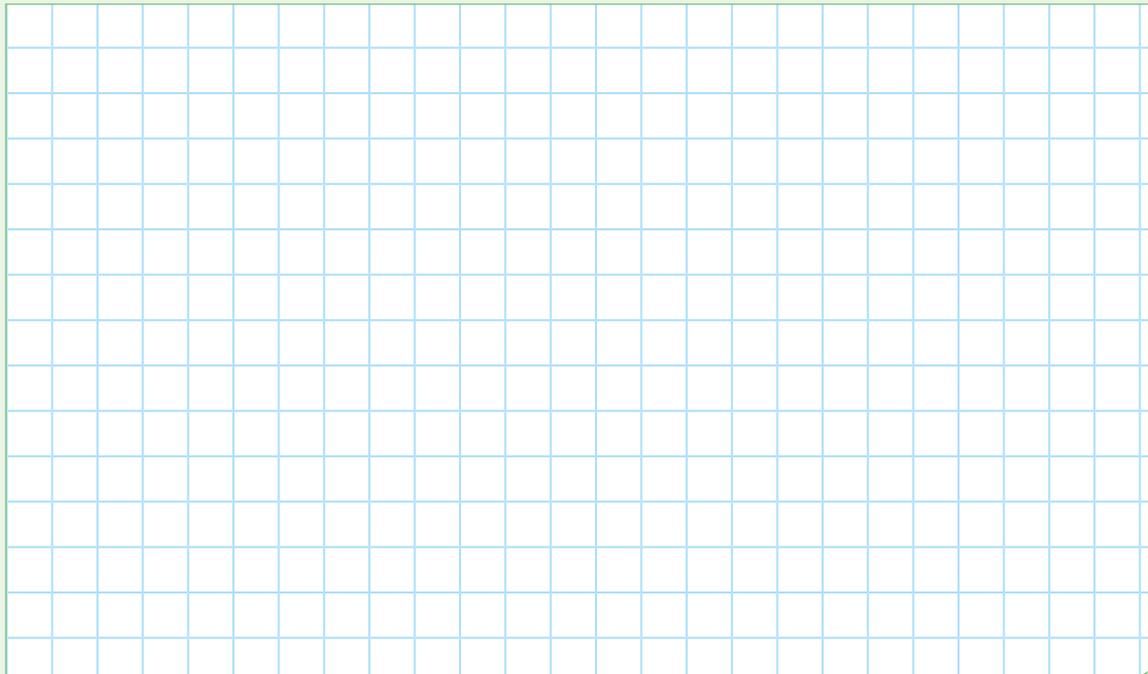
3. ¿A qué tasa de interés compuesto anual la utilidad en un año es la misma para los dos tipos de acciones? (Utiliza una calculadora u hoja de cálculo).

a) 1,47 %

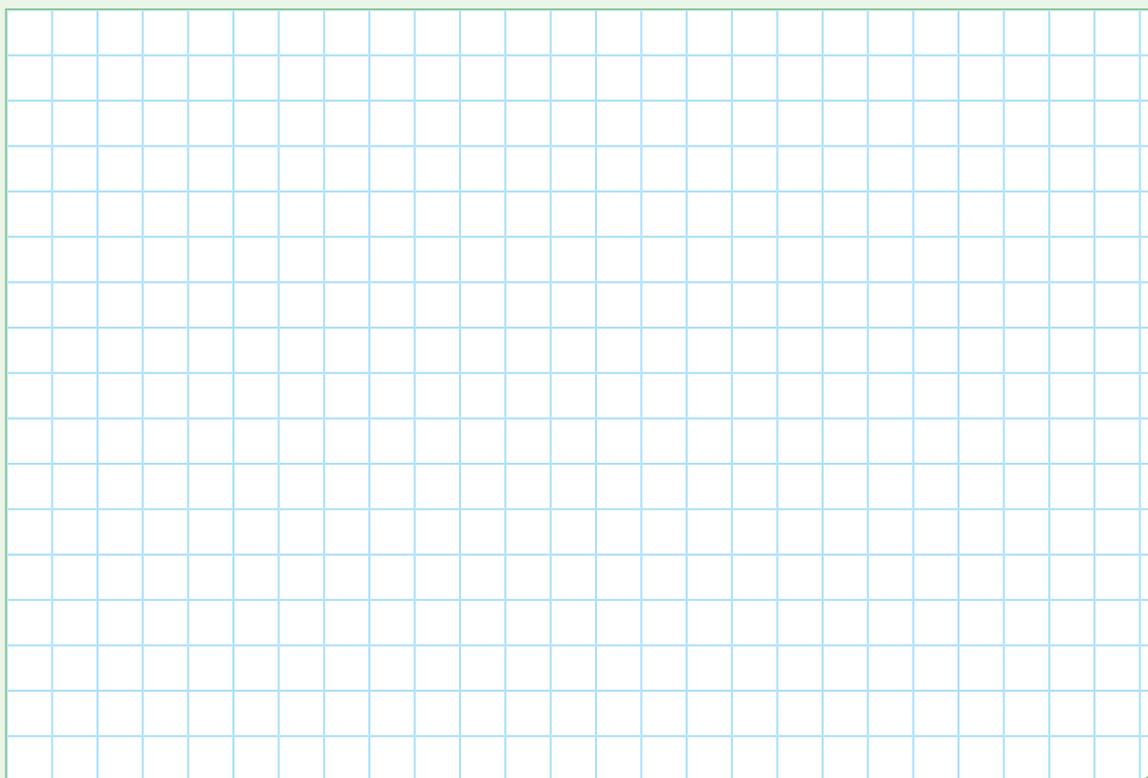
b) 2,95 %

c) 3 %

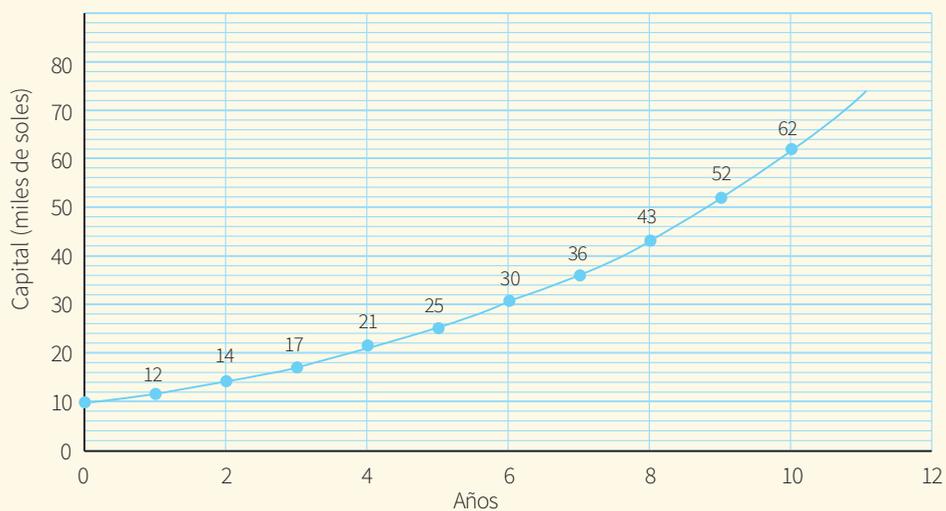
d) 6 %



4. ¿En qué tiempo S/5000 generan una utilidad de S/1640 en las acciones del tipo B?



Capitalización de inversión



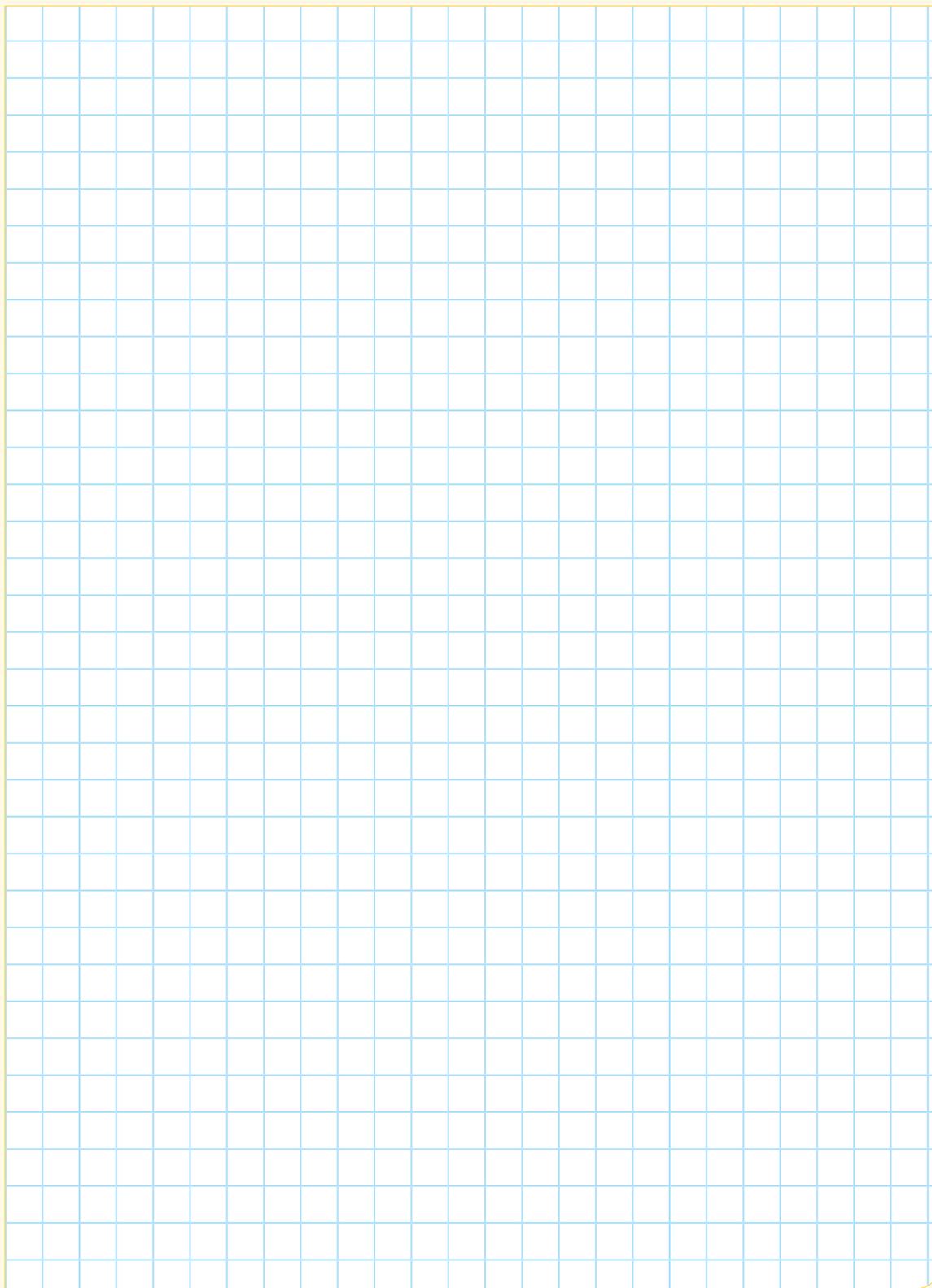
Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

5. El gráfico muestra la capitalización de una inversión a lo largo de los años. ¿Qué es S/62 000?
- a) Capital final      b) Capital inicial      c) Interés compuesto      d) Tasa de interés

6. Bajo estas mismas condiciones, ¿cuál será el capital a los 11 años de inversión?

- a) S/72 000,00      b) S/75 000,00      c) S/66 018,87      d) S/74 300,84

7. Determina el valor de un capital que, colocado a una tasa de interés compuesto del 8 % anual, produce un monto de S/26 500 luego de tres años con una capitalización semestral.



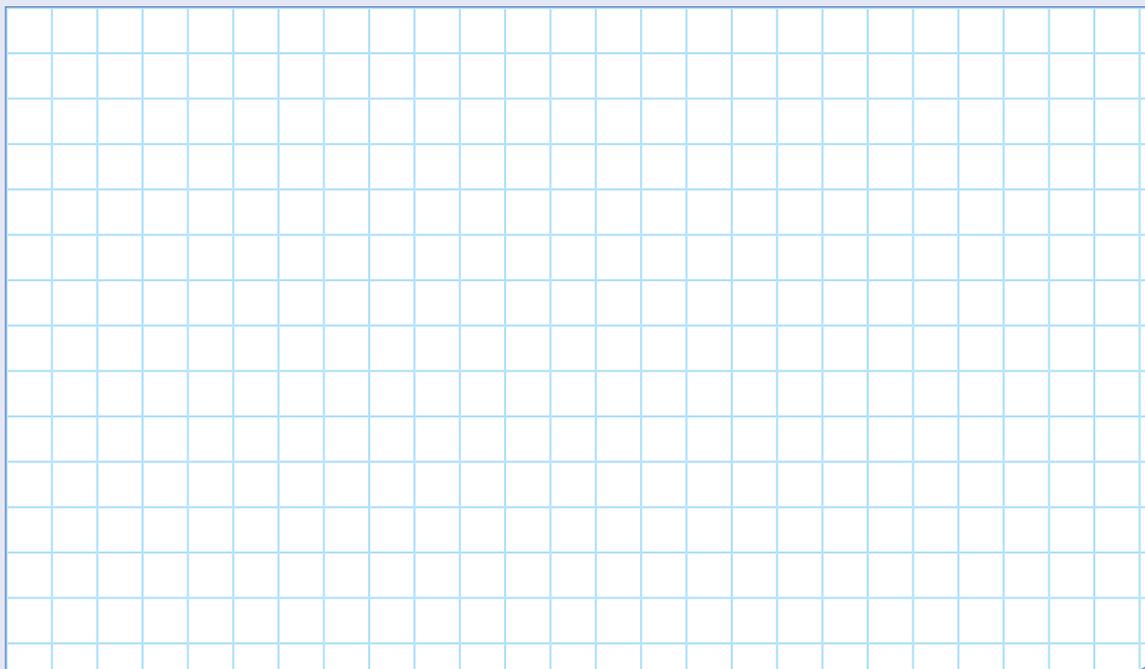
8. ¿Durante cuántos días se prestó un capital de S/16 000, al 4 % cuatrimestral, para que produzca un monto de S/16 128?

a) 18 días

b) 20 días

c) 22 días

d) 24 días



9. ¿Cuál será la tasa de interés anual a la que se tendrá que colocar un capital de S/3780 para que luego de 48 meses se convierta en S/6804?

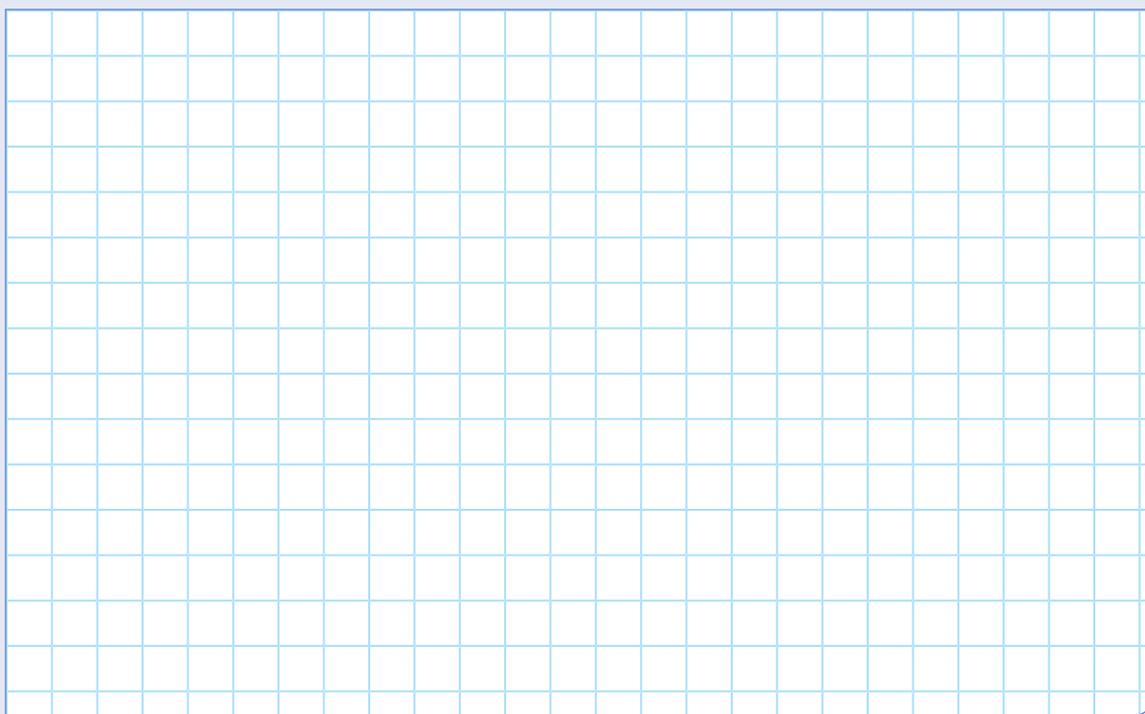
a) 15 %

b) 20 %

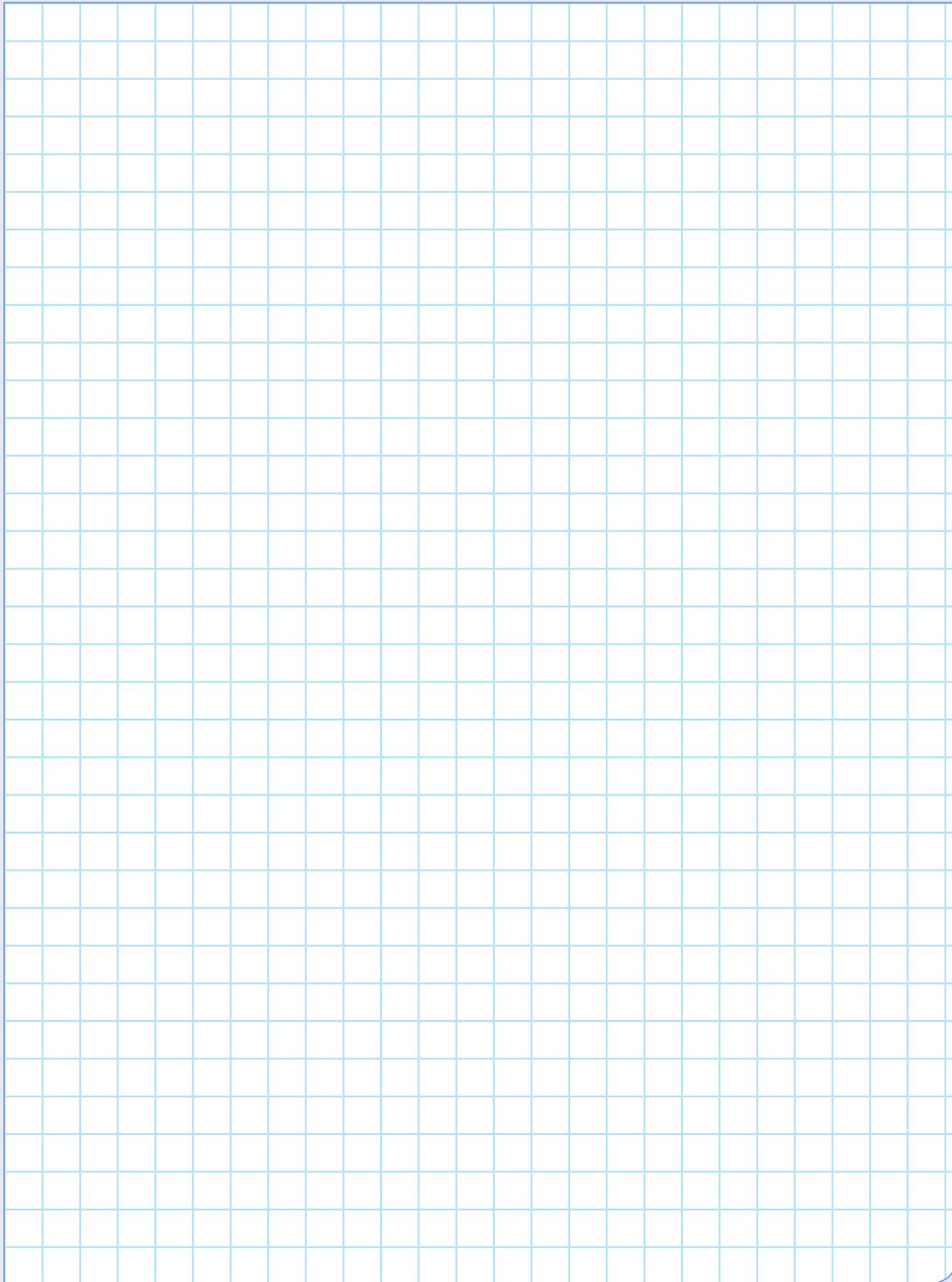
c) 22 %

d) 24 %

e) 25 %



10. Calcula el capital final generado por un capital inicial de S/9500 durante seis años colocados a una tasa del 15 % capitalizable anualmente.

A large grid of graph paper with 20 columns and 30 rows, intended for the student to perform calculations for the problem above.

# Ficha 8

## Rutas a una de las nuevas maravillas del mundo

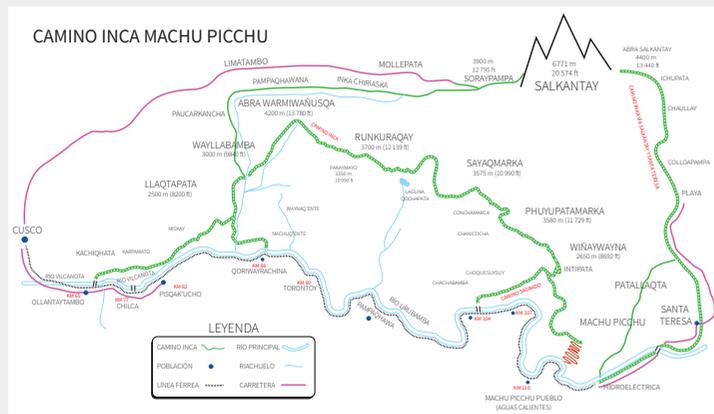
COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Describe la ubicación o los movimientos de un objeto real o imaginario, y lo representa utilizando mapas y planos a escala.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Lee mapas y planos a diferente escala e integra su información para ubicar lugares, profundidades, alturas o determinar rutas.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos y procedimientos más convenientes para determinar distancias inaccesibles y superficies irregulares en planos y mapas empleando coordenadas cartesianas y unidades convencionales (centímetros, metros, kilómetros).



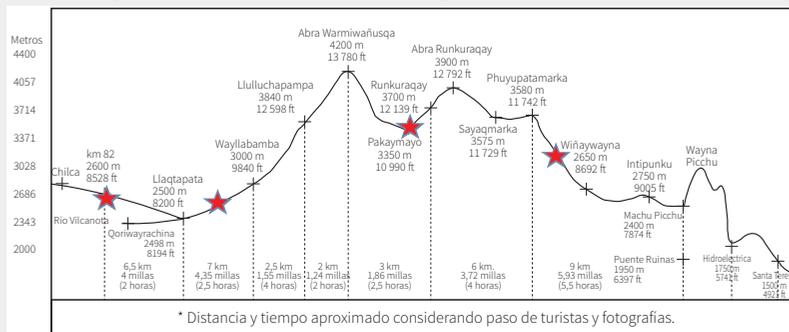
### Aprendemos

La ciudadela de Machu Picchu es una de las Siete Maravillas del Mundo Moderno. Se ubica en la región Cusco a 2400 metros de altitud, en el valle del río Urubamba. Miles de turistas vienen al Perú para visitarla.

A continuación, se presenta un mapa de las rutas y vías existentes, así como de los restos arqueológicos que se ubican en dichas rutas y que son poco conocidos, pues para visitarlos se deben hacer recorridos a pie. En la parte inferior se presenta un gráfico de relieves con distancias y altitudes considerando la ruta del Camino Inca para ir desde el kilómetro 82 Pisqak'ucho hasta Machu Picchu.



Adaptado de Cuba Gutiérrez, C. *Machupicchu en la historia de los Inkas*. Supergráfica: 2010, p. 75.



1. Tomando la ruta del tren, ¿cuál es la distancia entre Ollantaytambo y Machu Picchu?
2. Considerando que el tren desde Ollantaytambo hasta Machu Picchu va a 20 km/h, ¿cuánto tiempo tomará dicho viaje si el tren va sin parar?
3. ¿Cuál es la diferencia de altitud entre la ciudadela de Machu Picchu y Pisqak'ucho?

## Comprendemos el problema

1. ¿Entiendes la situación inicial? Explica.

3. ¿Tienes suficiente información para dar solución a la situación inicial? Explica.

2. ¿Sabes a qué quieres llegar? Explica.

4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.

## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

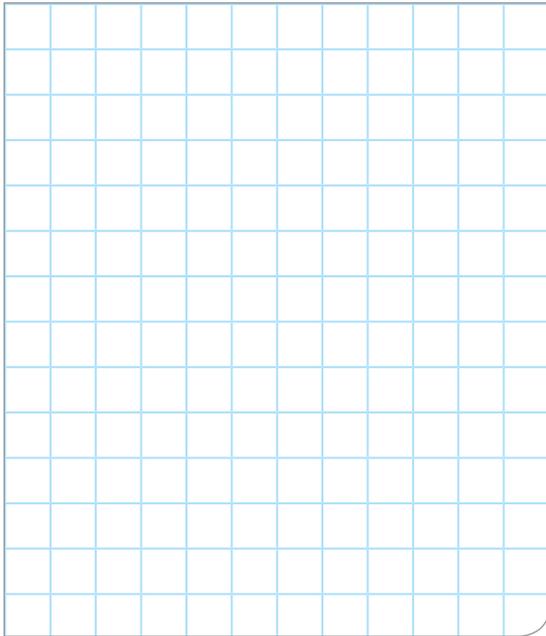
a) Buscar patrones

b) Diagrama tabular

c) Plantear una ecuación

## Ejecutamos la estrategia o plan

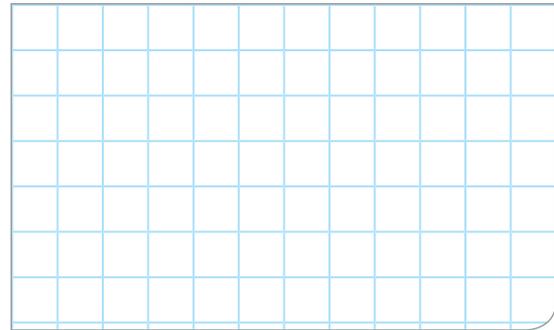
1. Aplica la estrategia que seleccionaste.



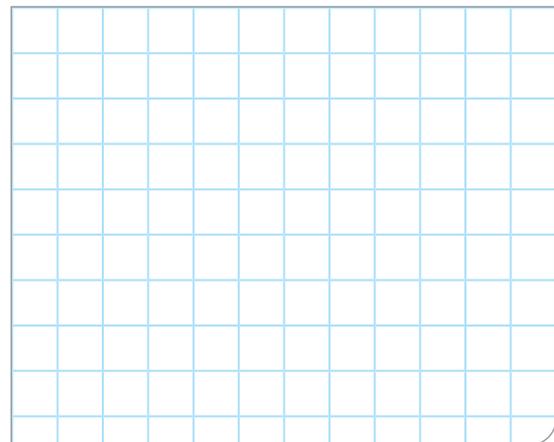
2. Completa la tabla de acuerdo con el mapa que se presenta en la situación inicial.

	Lugar	Altitud (m)	Km
Mayor altitud	Pisqakucho		
Menor altitud	Machu Picchu		

3. Expresa matemáticamente la relación que ayuda a calcular el tiempo en función de la velocidad y la distancia.

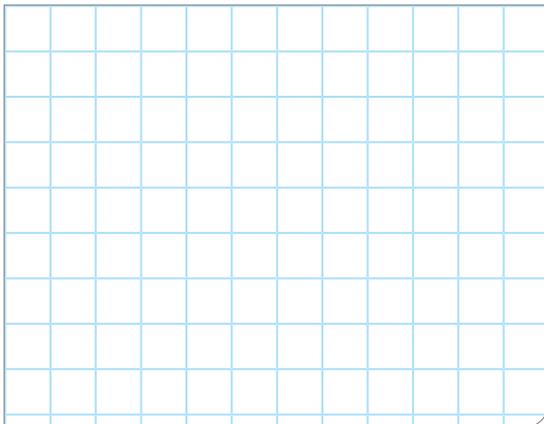


4. Con los datos encontrados en los ítems 2 y 3 de *Ejecutamos la estrategia o plan*, responde las preguntas de la situación inicial.

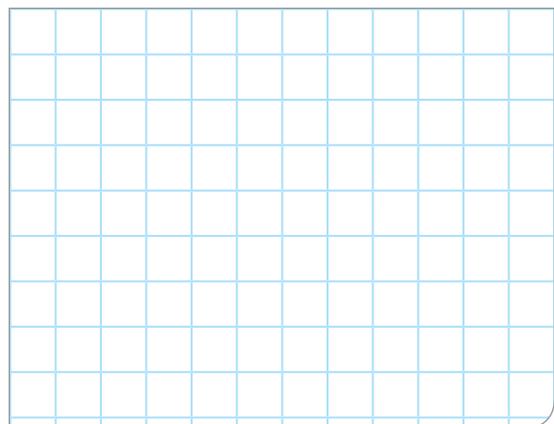


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías haber resuelto la situación inicial de otra forma? Descríbela.



2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.





# Analizamos

## Situación A

El señor Davis tomó un *tour* para recorrer desde el kilómetro 82 hasta Machu Picchu por el Camino Inca (paso de turista). ¿Cuál es el tiempo promedio que le tomará hacer dicho recorrido? (Considera los datos del gráfico de relieves mostrado).



## Resolución

Considerando el tiempo de camino según el gráfico de relieves, el tiempo que le tomaría al señor Davis llegar desde el kilómetro 82 hasta Machu Picchu sería:

$$2\text{ h} + 2,5\text{ h} + 4\text{ h} + 2\text{ h} + 2,5\text{ h} + 4\text{ h} + 5,5\text{ h} = 22,5\text{ h}$$

### Respuesta:

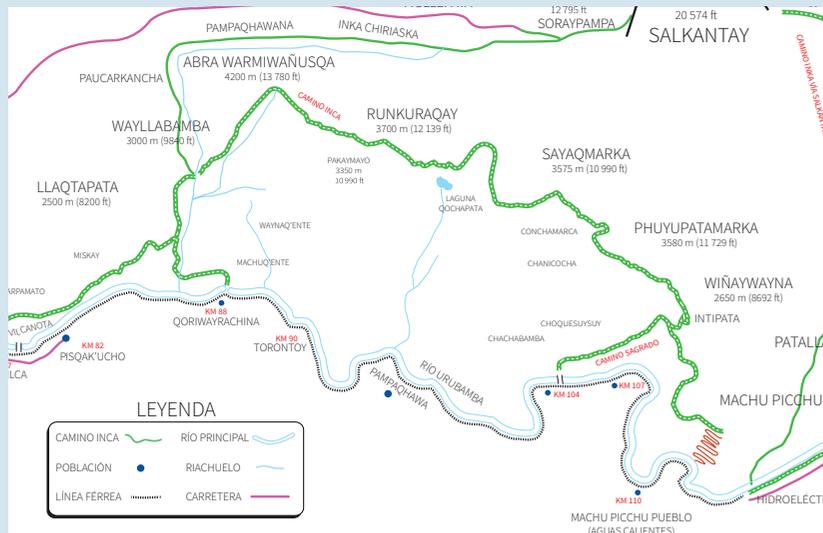
El tiempo promedio que tomará hacer dicho recorrido es de 22,5 h.

1. ¿La solución es correcta? Explica.

2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

### Situación B

Un turista que iba a Machu Picchu subió al tren en el kilómetro 82 (Pisqak'ucho), donde había un aviso en el cual se indicaba que se encontraba a 2600 m de altitud. A medida que el tren avanzaba, observó que la vegetación iba cambiando y que el vehículo estaba descendiendo. En efecto, al llegar a Machu Picchu Pueblo, que se encuentra a 2400 m de altitud, y consultar el mapa (ver figura), vio que había descendido. Calcula la pendiente del ferrocarril para el tramo desde Pisqak'ucho hasta Machu Picchu Pueblo.



### Resolución

Los puntos extremos para calcular la pendiente son:

	Lugar	Altitud (m)	Km
<b>Mayor altitud</b>	Pisqak'ucho	2600	82
<b>Menor altitud</b>	Machu Picchu Pueblo	2400	110

- La distancia que recorre el tren desde Pisqak'ucho hasta Machu Picchu Pueblo es:  
 $110 - 82 = 28$  km, es decir, 28 000 m.
- La diferencia de altitud entre Pisqak'ucho y Machu Picchu Pueblo es:  $2600 - 2400 = 200$  m.

#### Respuesta:

La pendiente del tramo Pisqak'ucho-Machu Picchu Pueblo es:

$$\text{Tg } \alpha = \frac{200}{28\,000} \approx 0,007$$

1. ¿La solución es correcta? Explica.


2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación B?


3. Describe el procedimiento realizado en la obtención de la solución mostrada.


### Situación C

Con motivo del aniversario de Machu Picchu Pueblo, se organizó una singular maratón desde Ollantaytambo hasta dicho lugar por la ruta del tren. El ganador de dicha competencia corrió a una velocidad promedio de 35 km/h. ¿En cuánto tiempo hizo este recorrido?



### Resolución

#### (Encuentra el error)

- Según los datos de la situación C, se sabe que el corredor parte de Ollantaytambo hacia Machu Picchu Pueblo a 35 km/h. Asimismo, como Ollantaytambo está en el km 68 y Machu Picchu Pueblo, en el km 110, entonces la distancia por recorrer es  $110 - 68 = 42$  km. La situación quedaría representada según el siguiente esquema:



- Luego, se sabe:  $V = \frac{d}{t}$ ; donde  
 $V = 35$  km/h  
 $d = 42$  km  
 $t = ?$
- Reemplazando los datos:  
 $35 = \frac{42}{t} \rightarrow t = \frac{35}{42}$   
 $t = 0,83$  h

**Respuesta:** El corredor hizo el recorrido entre Ollantaytambo y Machu Picchu Pueblo en 0,83 h.

- ¿Todos los pasos del procedimiento son correctos? Explica.


- En caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?


- Determina la pendiente para el tramo entre las dos ciudades: Ollantaytambo y Machu Picchu Pueblo.




## Practicamos

1. En una carrera de atletismo, cuatro corredores van en la delantera: Jimena, José, Laura y Esteban. Los corredores se encuentran en un trayecto recto de la pista de carrera que se orienta de oeste a este. Se sabe que en dicho trayecto hay un puesto de hidratación para los atletas. Jimena, que va adelante, ya pasó por dicho puesto y en este momento se ubica 200 m por delante del puesto de hidratación. José se encuentra rezagado a una distancia de 350 metros respecto de Jimena. Laura se ubica a 175 m al este de José y, finalmente, Esteban está 75 metros atrás de José. ¿Cuál es la distancia que separa al corredor que va primero del que va en último lugar de los cuatro señalados?

a) 150 m

b) 200 m

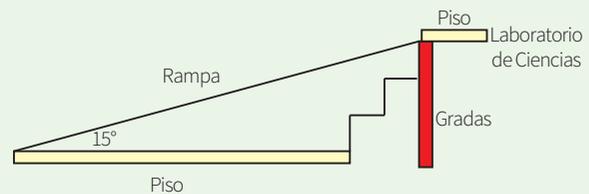
c) 350 m

d) 425 m



2. Los estudiantes del colegio San Gabriel se dieron cuenta de que para el ingreso al laboratorio de Ciencias, que se encuentra en el segundo piso de su institución educativa, solo existen gradas (ver esquema). Por ello, consideran que deberían construir una rampa de acceso para personas con discapacidad, ya que en el aula hay un estudiante que asiste en silla de ruedas.

Los estudiantes averiguaron que, según normas técnicas para rampas de acceso, estas deben tener una elevación máxima de  $15^\circ$ . Asimismo, se sabe que cada escalón de las gradas tiene una altura de 22 cm y una profundidad de 25 cm. ¿A qué distancia del primer escalón deberá empezar la rampa, considerando la elevación máxima?

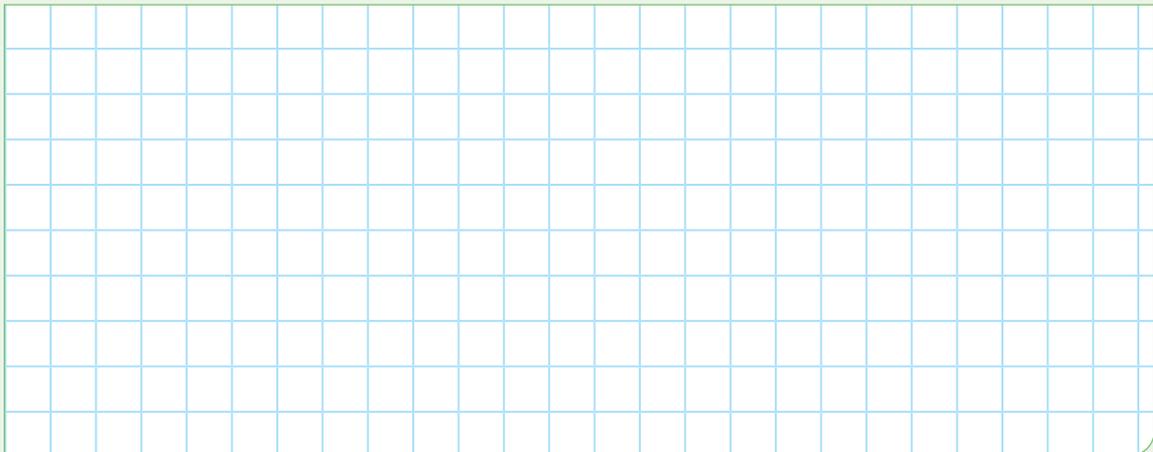


a) 1,80 m

b) 1,85 m

c) 1,90 m

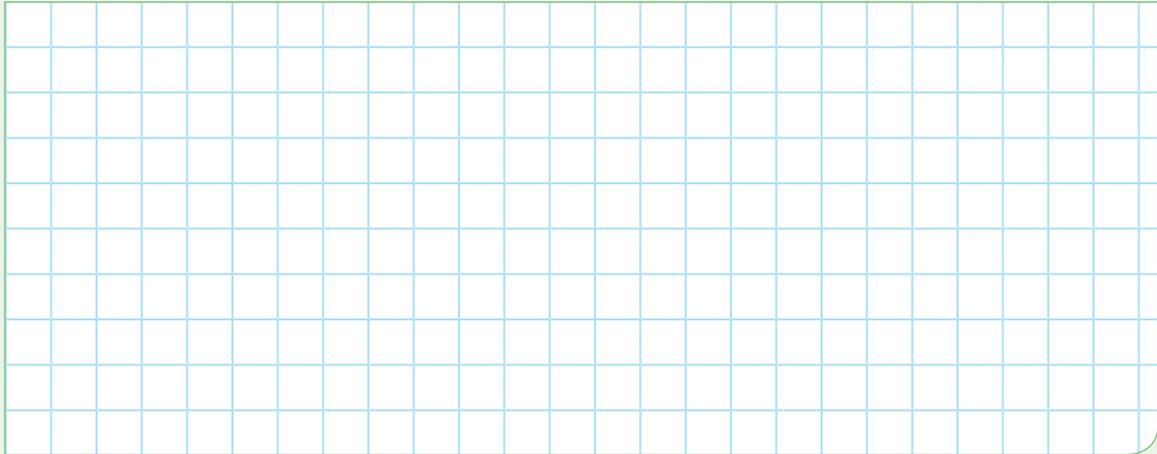
d) 1,96 m



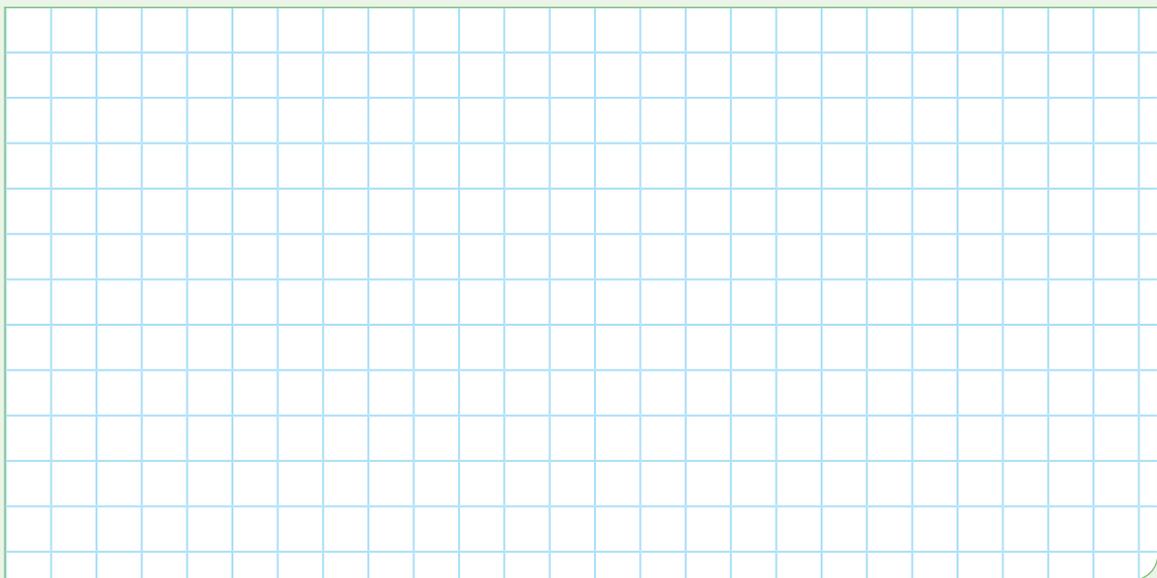
3. En el siguiente mapa se muestra el Aeropuerto Internacional Jorge Chávez de Lima, en el cual se desea construir una pista de aterrizaje nueva, paralela a la que ya existe. Para ello, se desea conocer cuánto mide el ángulo que forma la actual pista de aterrizaje del aeropuerto con relación a la dirección este-oeste. (Utiliza el transportador).



- a)  $115^\circ$       b)  $65^\circ$       c)  $117^\circ$       d)  $180^\circ$



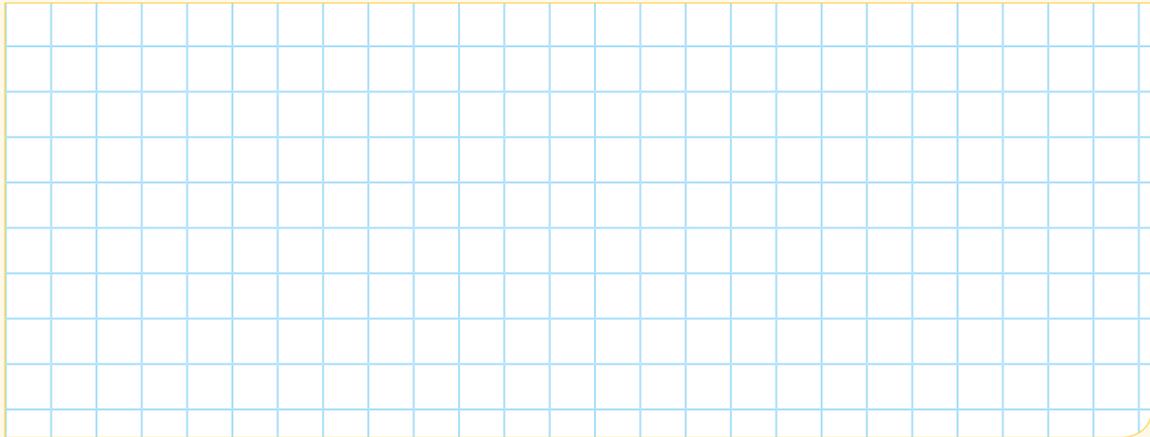
4. Un grupo de turistas que tomó la ruta del Camino Inca desde Pisqak'ucho a Machu Picchu tienen previsto visitar la laguna de Qochapata, por lo que decidieron acampar lo más cerca posible de dicha laguna, en un lugar que no estuviera a más de 3500 m de altitud. Según los datos mostrados en el mapa, ¿cuál es la zona de campamento que deberían escoger estos turistas para visitar la laguna Qochapata?



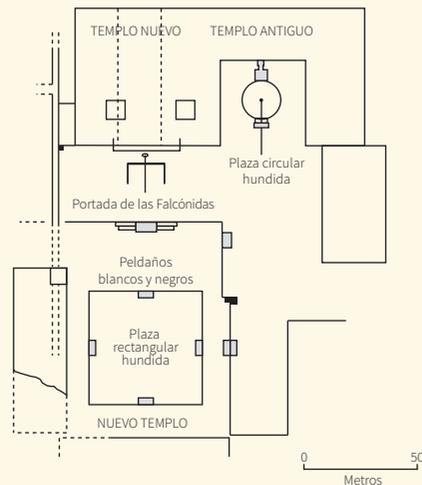
5. En el siguiente plano se muestra un recorte de las calles de una ciudad en la cual un equipo de excavación ha descubierto que entre los puntos "A" y "C" pasa un antiguo canal subterráneo de agua. Se desea calcular la longitud aproximada de dicho canal, sabiendo que la medida de "BC" es 400 m y que la tangente del ángulo formado por "AC" y "BC" es 0,75 ( $m\angle CBA = 90^\circ$ ).



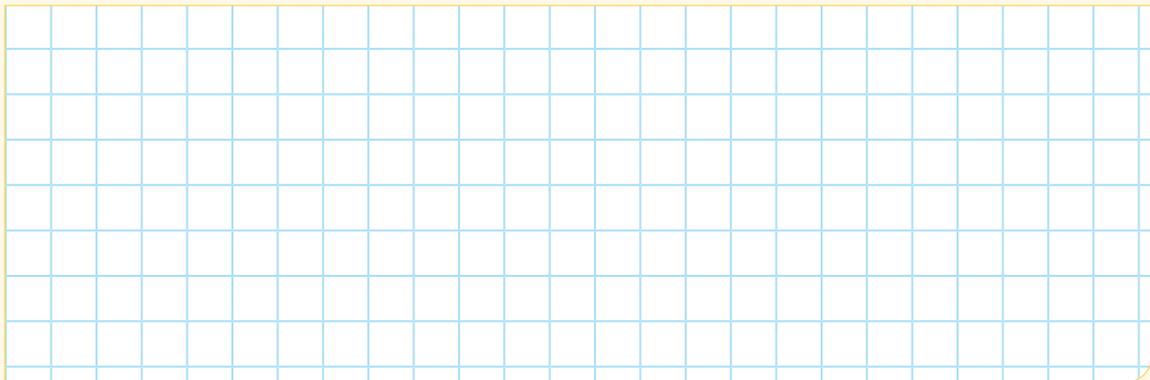
- a) 100 m      b) 360 m      c) 400 m      d) 500 m



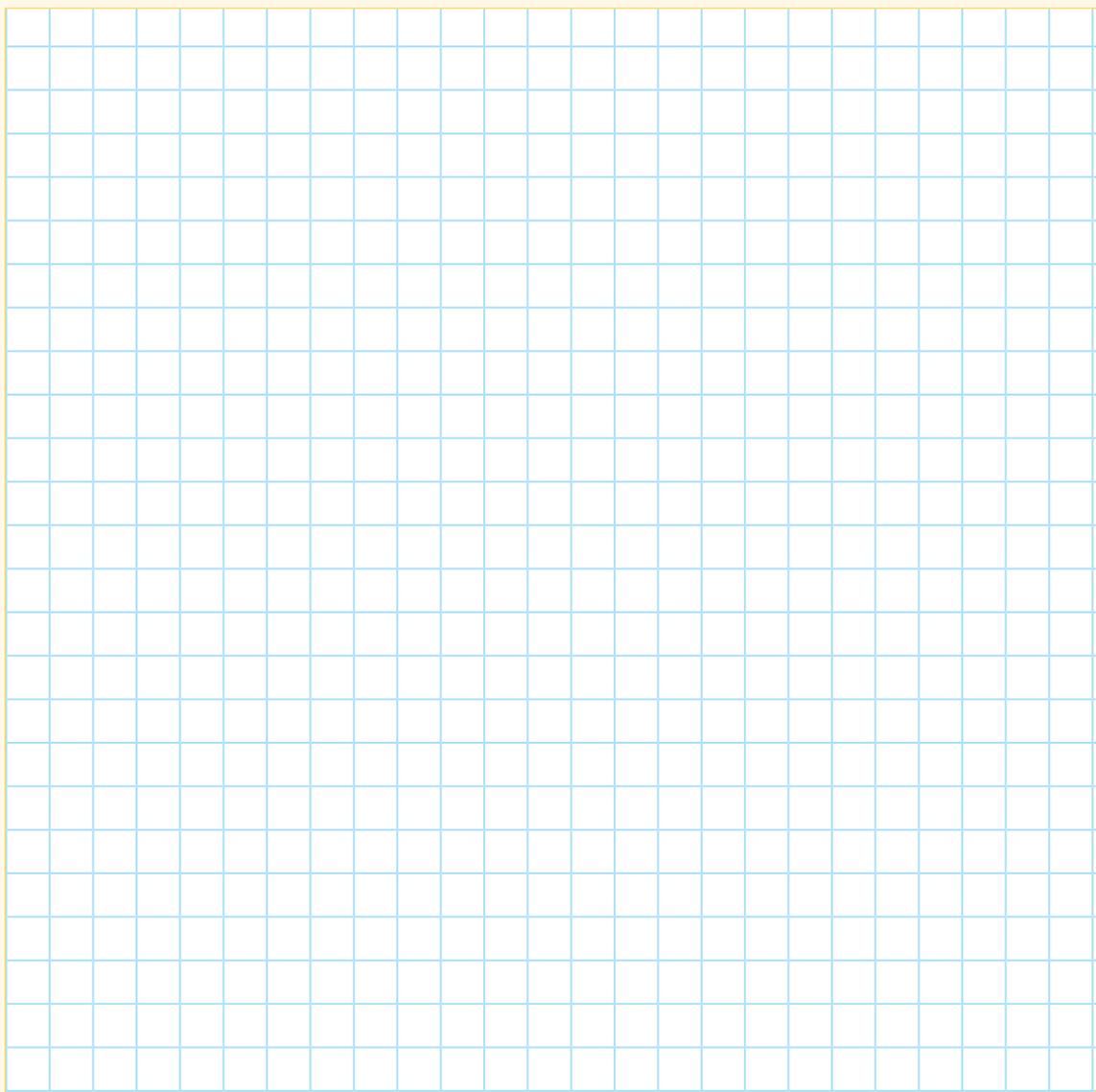
6. En la siguiente figura se muestra el plano del Centro Arqueológico Chavín de Huántar en Áncash, Perú, ubicado en la confluencia de los ríos Mosna y Wachecza, considerado como Patrimonio Cultural de la Humanidad por la Unesco desde 1985. Determina el perímetro y área aproximada de la plaza rectangular hundida.



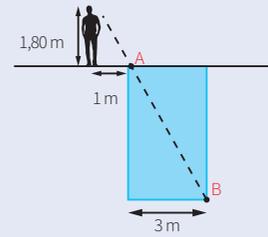
- a) 200 m y 2500 m<sup>2</sup>  
 b) 100 m y 1250 m<sup>2</sup>  
 c) 200 m y 1250 m<sup>2</sup>  
 d) 100 m y 2500 m<sup>2</sup>



7. Se espera que pronto se empiece a construir el Aeropuerto Internacional de Chinchero, gracias al cual llegarán vuelos internacionales a esta zona. Según el mapa adjunto, ¿en qué dirección desde el Cusco se encuentra Chinchero?



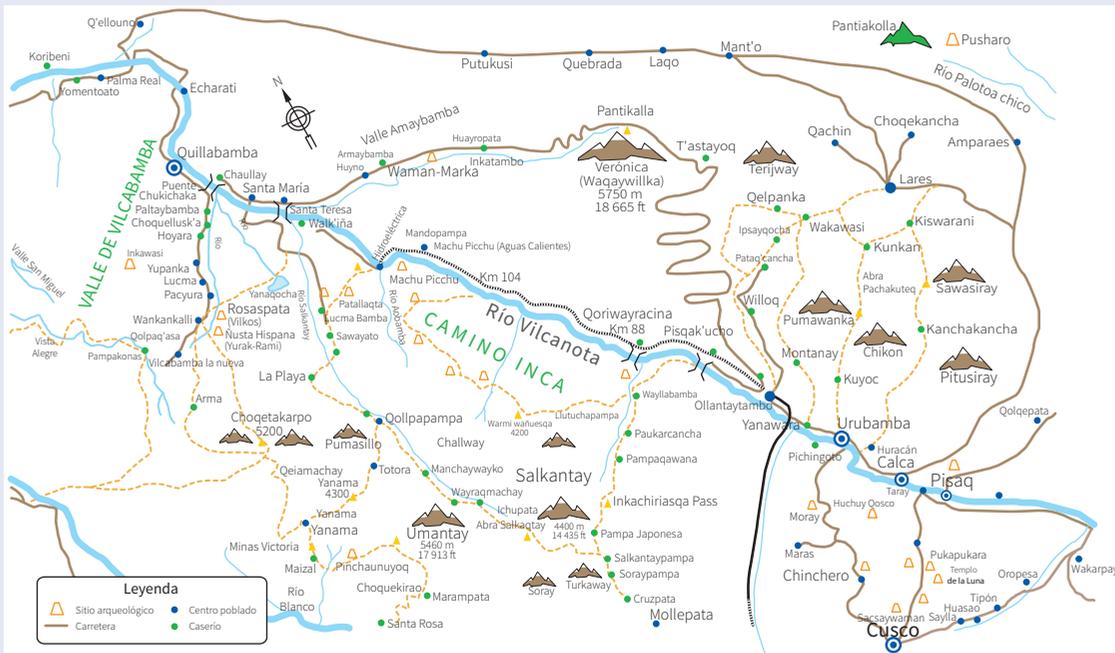
8. Calcula la profundidad del pozo de la figura mostrada, sabiendo que, situados de pie a 1 metro del borde y teniendo los ojos a 1,80 m de altura, se ven en línea recta los puntos A y B.



- a) 5 m                      b) 5,2 m                      c) 5,4 m                      d) 6 m



Con la información del mapa, responde las preguntas 9 y 10.



Tomado de Cuba Gutiérrez, C. *Machupicchu en la historia de los Inkas*. Supergráfica, 2010, p. 230.

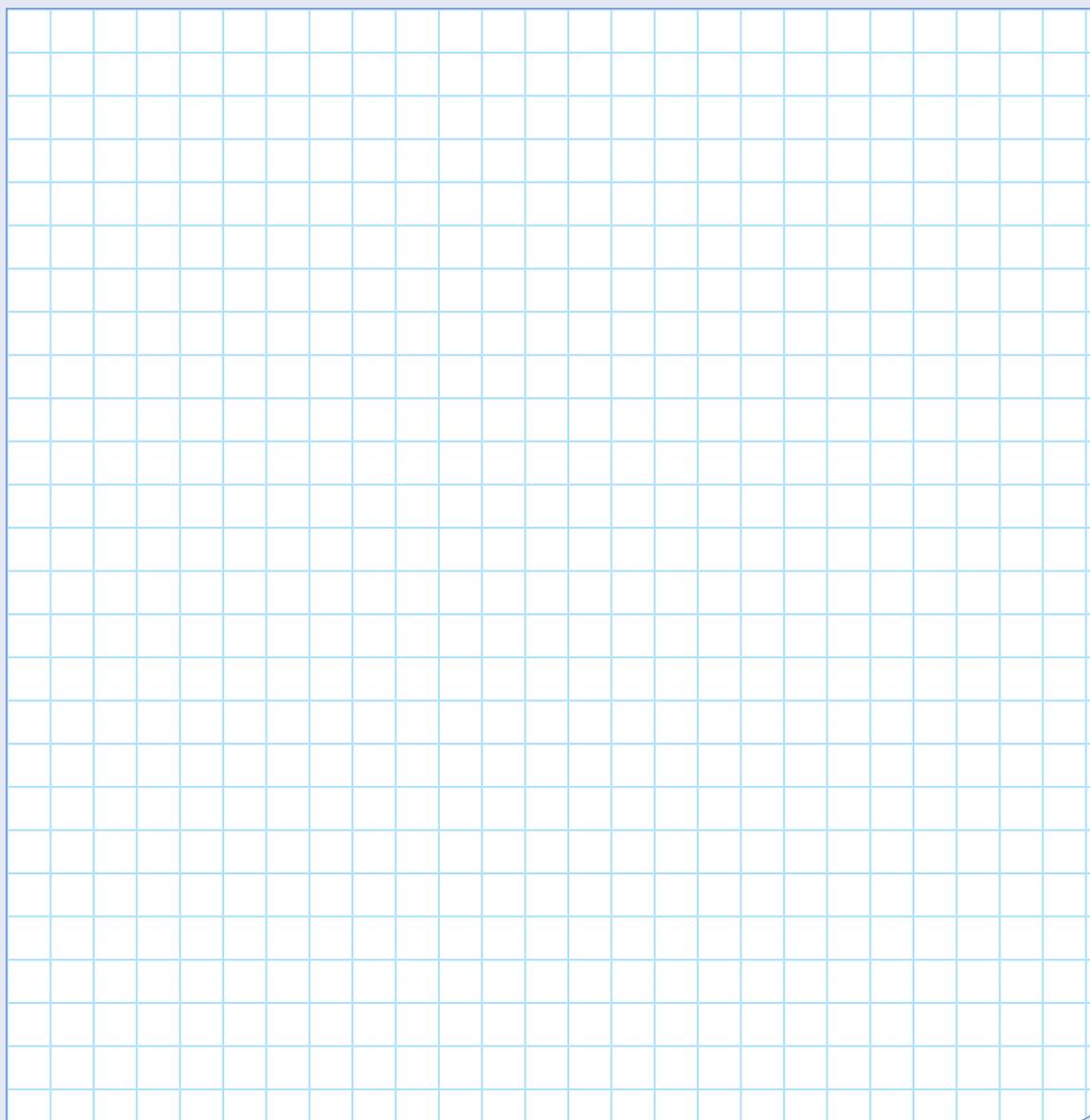
9. Un grupo de turistas se encuentran en la ciudad del Cusco y han decidido conocer los tres nevados más cercanos a dicha ciudad y que se encuentren al noroeste de ella. Luego retornarán a la ciudad para ir a Machu Picchu en tren. ¿Cuáles son los nevados que conocerán dichos turistas?

- a) Turkaway, Soray, Salkantay                      c) Pitusiray, Chikon, Pumawanka  
b) Turkaway, Soray, Umantay                      d) Pitusiray, Chikon, Sawasiray



10. La distancia entre el Cusco y Chinchero es 30 km. A partir de este dato, y tomando como referencia el mapa mostrado, estima las siguientes distancias por las carreteras disponibles. Completa la tabla. Considera las distancias más cortas.

Origen	Destino	Distancia (km)
Cusco	Urubamba	
Cusco	Maras	
Cusco	Pisac	
Cusco	Tipón	
Cusco	Oropesa	
Cusco	Ollantaytambo	

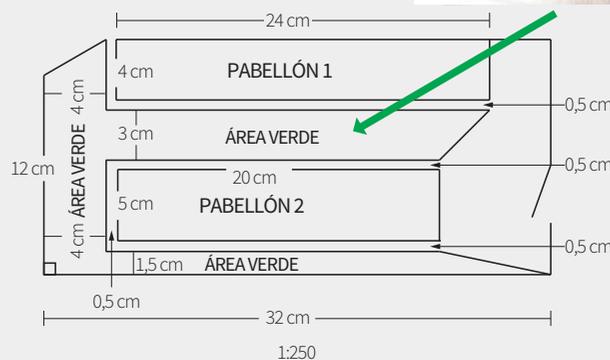


COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Establece relaciones entre las características y atributos medibles de objetos reales o imaginarios. Asocia estas relaciones y representa, con formas bidimensionales compuestas, sus elementos y propiedades de volumen, área y perímetro.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Expresa, con dibujos, material concreto y lenguaje geométrico, su comprensión sobre las propiedades de la formas geométricas compuestas, para interpretar un problema según su contexto y establecer relaciones entre representaciones.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos y procedimientos más convenientes para determinar la longitud y el área de formas geométricas compuestas, así como para determinar superficies irregulares en planos empleando unidades convencionales (centímetros, metros, kilómetros).



## Aprendemos

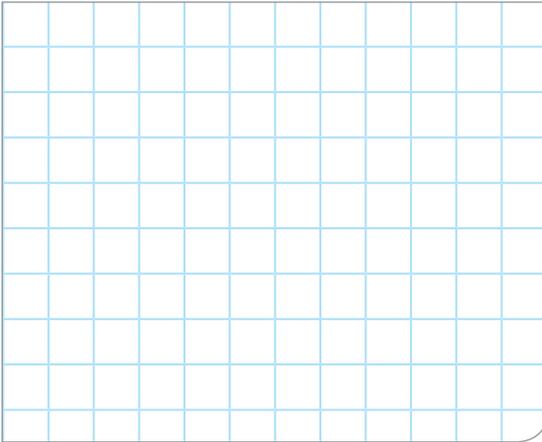
Un grupo de docentes, en coordinación con el director, re-diseñan el plano de la institución educativa donde laboran, con la finalidad de crear ambientes verdes entre los pabellones. Luego de que los albañiles rompen y botan el piso de cemento, el terreno queda listo para insertar el césped. Con este fin, deciden comprar césped natural, el cual solo se vende por piezas de  $1 \text{ m}^2$  a 9,90 soles.



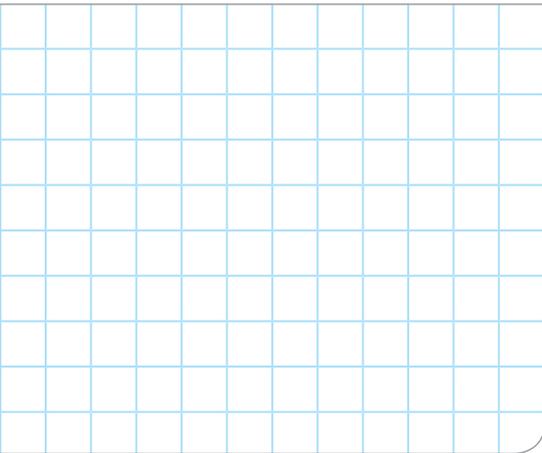
1. ¿A qué se refiere la expresión 1:250 en el plano mostrado?
2. ¿Cuáles son las dimensiones reales del pabellón 1?
3. ¿Cuántas piezas de césped natural es necesario comprar para revestir toda el área destinada para ello?
4. ¿Cuánto se gasta en total?

## Comprendemos el problema

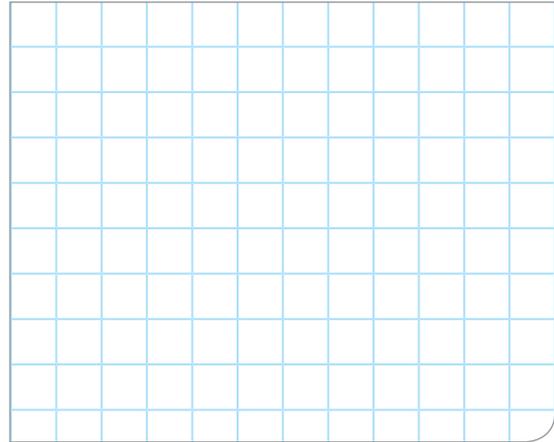
1. ¿Entiendes la situación inicial? Explica.



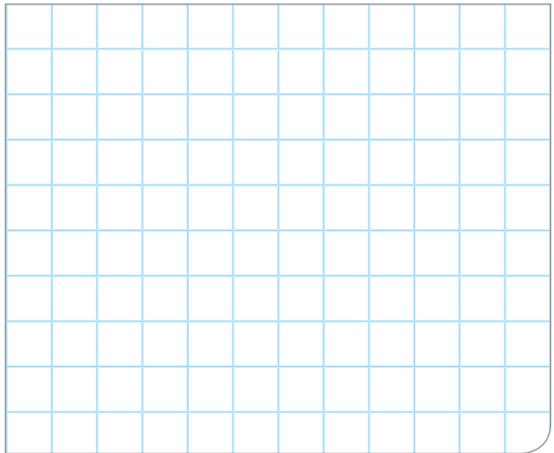
2. ¿Tienes suficiente información para dar respuesta a la situación inicial? Explica.



3. ¿Sabes a qué quieres llegar? Explica.



4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.



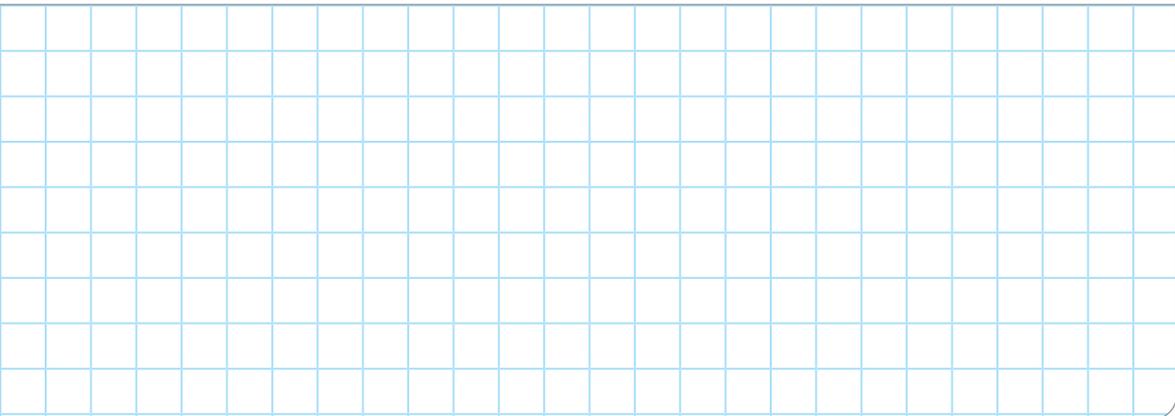
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

a) Buscar patrones

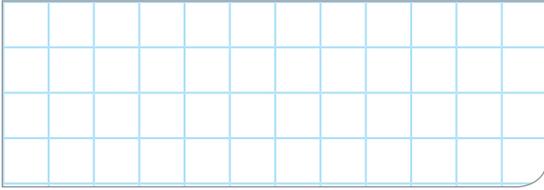
b) Diagrama tabular

c) Plantear una ecuación



## Ejecutamos la estrategia o plan

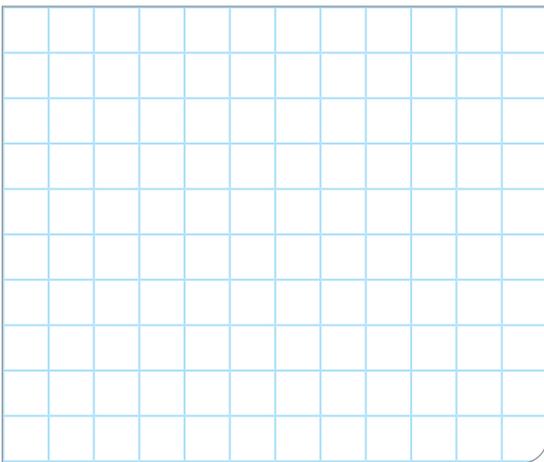
1. Aplica la estrategia que seleccionaste.



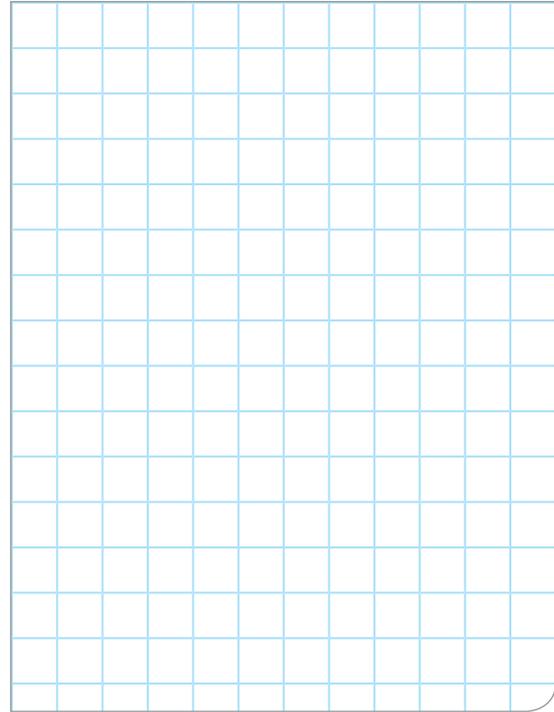
2. Completa la tabla de acuerdo con la escala dada en el plano.

Pabellón 1	Dibujo	Realidad
Largo	24 cm	
Ancho	4 cm	

3. Expresa matemáticamente la relación que ayuda a calcular el área de un trapecio.



4. Encuentra el número de piezas de césped natural que se van a utilizar.

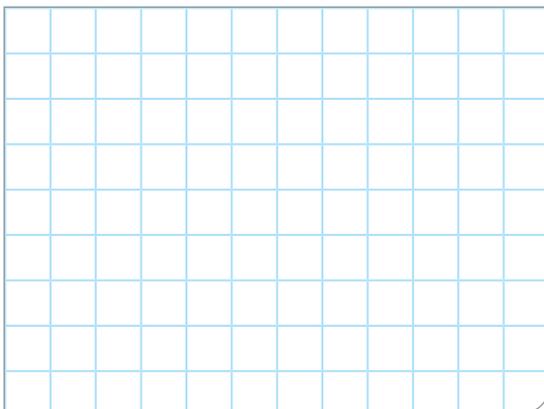


5. Responde la pregunta 4 de la situación inicial.

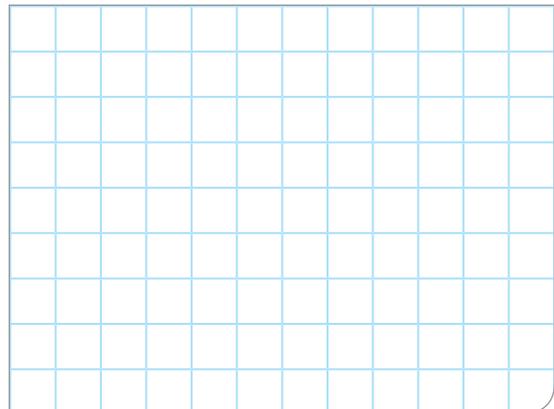


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías haber resuelto la situación inicial de otra forma? Describe.



2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.

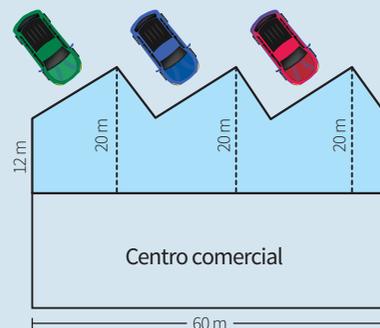




## ¿? Analizamos

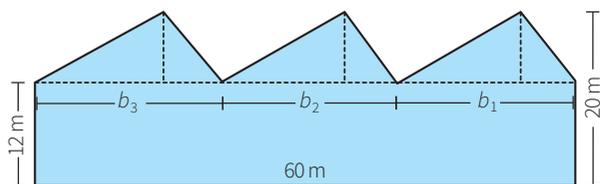
### Situación A

La vereda del frontis de un centro comercial donde se estacionan los autos es tal como se aprecia en la figura. Si los dueños deciden convertir esa zona en área verde, ¿cuántos metros cuadrados de césped natural necesitarán?



### Resolución

- Observamos que la zona que desean convertir en área verde es una figura compuesta, por lo que trazamos una línea horizontal y encontramos tres triángulos de 8 metros de altura y un rectángulo con 60 metros de largo por 12 metros de ancho.



- Calculamos el área total de la zona que se va a convertir en área verde.

$$A_{\text{Rectángulo}} = 60 \times 12 = 720 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Triángulos}} = \frac{b_1 \times 8}{2} + \frac{b_2 \times 8}{2} + \frac{b_3 \times 8}{2}$$

$$A_{\text{Triángulos}} = b_1 \times 4 + b_2 \times 4 + b_3 \times 4$$

- Factorizando, se obtiene:

$$A_{\text{Triángulos}} = 4 \times (b_1 + b_2 + b_3)$$

- Pero se puede observar en el gráfico que:

$$b_1 + b_2 + b_3 = 60 \text{ m}$$

- Entonces, reemplazando se obtiene:

$$A_{\text{Triángulos}} = 4 \times 60 = 240 \text{ m}^2$$

- Finalmente, el área pedida será:

$$A_{\text{Total}} = 720 + 240 = 960 \text{ m}^2$$

**Respuesta:** Se necesitarán 960 m<sup>2</sup> de césped natural.

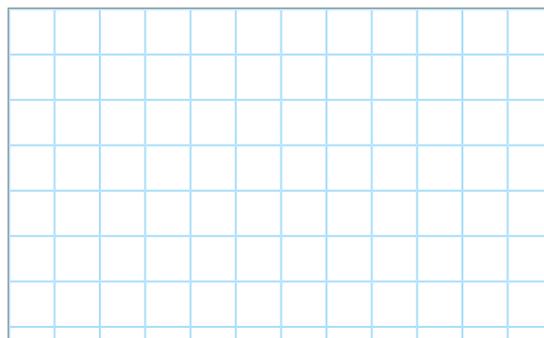
- ¿La solución es correcta? Explica.



- ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

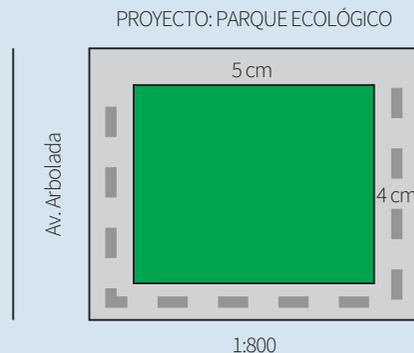


- Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.



### Situación B

El alcalde de un distrito de Lima tiene como proyecto convertir uno de los terrenos de su localidad en un parque ecológico. Para ello, en su plano a escala de 1:800 dispone de una zona rectangular de 4 por 5 centímetros de dimensión para plantar árboles que necesitan de 4 m<sup>2</sup> para desarrollarse. ¿Cuántos árboles se pueden plantar en dicha zona?



### Resolución

- Las dimensiones reales de la zona para árboles son:

Largo:  $\frac{1}{800} = \frac{5}{x}$ ; entonces  $x = 4000$  cm, que equivale a 40 m.

Ancho:  $\frac{1}{800} = \frac{4}{y}$ ; entonces  $y = 3200$  cm, que equivale a 32 m.

- Calculamos el área real de la zona exclusiva para plantar árboles.

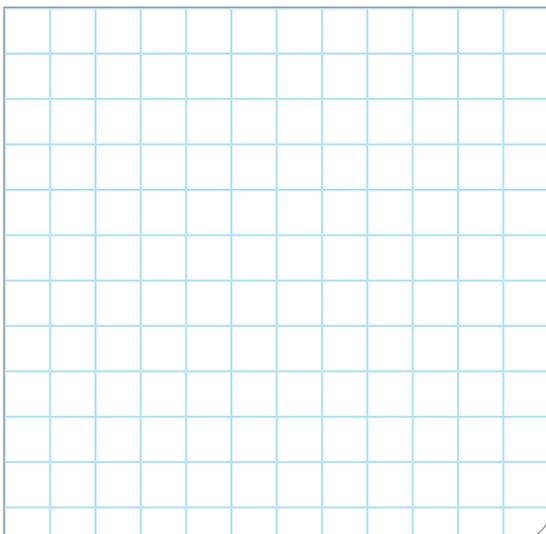
$$A = 40 \text{ m} \times 32 \text{ m} = 1280 \text{ m}^2$$

- Finalmente, encontramos el número de árboles que se podrán plantar:

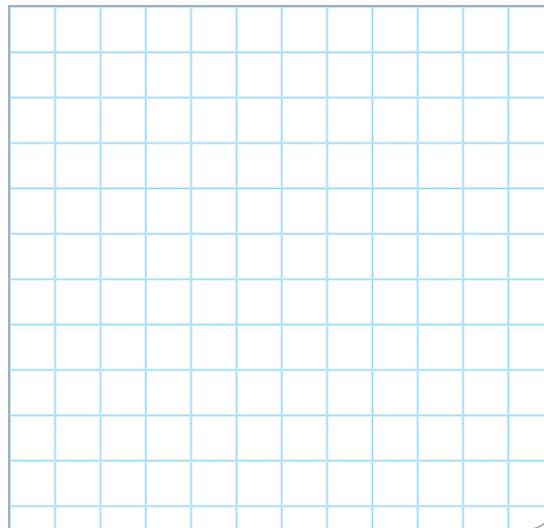
$$\frac{1280}{4} = 320 \text{ árboles}$$

**Respuesta:** Se podrán plantar 320 árboles.

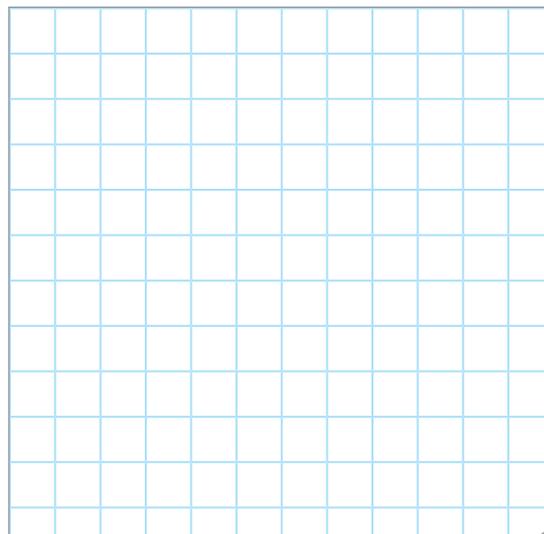
- ¿La solución es correcta? Explica.



- ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación B?

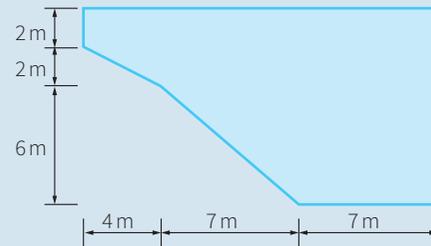


- Describe el procedimiento realizado en la solución de la situación B.



### Situación C

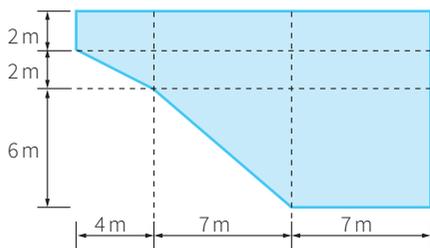
La Municipalidad va a cambiar las mayólicas de su piscina municipal, la cual tiene una forma particular con 1,3 m de profundidad constante y cuyo perímetro mide aproximadamente 51 m, tal como se observa en una vista desde arriba. ¿Cuántos metros cuadrados de mayólica se necesitan comprar para cubrir todas las superficies interiores?



### Resolución

#### (Encuentra el error)

- Trazamos en la figura líneas horizontales y verticales, obteniendo así figuras conocidas.
- Observamos que el área del piso de la piscina está conformada por seis rectángulos y dos triángulos.
- También tenemos en cuenta las caras laterales de la piscina, porque también será revestida de mayólica, cuya área total es el perímetro de la piscina por su altura.



$$A_{\text{TOTAL}} = A_{6 \text{ rectángulos}} + A_{2 \text{ triángulos}} + A_{\text{caras laterales}}$$

$$A_{6 \text{ rectángulos}} = 4 \times 2 + 7 \times 6$$

$$A_{6 \text{ rectángulos}} = 8 + 14 + 14 + 14 + 14 + 42$$

$$A_{6 \text{ rectángulos}} = 106 \text{ m}^2$$

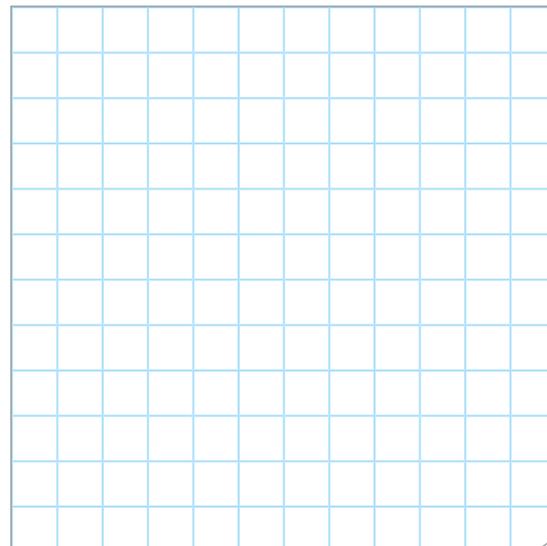
$$A_{2 \text{ triángulos}} = \frac{4 \times 2}{2} + \frac{7 \times 6}{2} = 2 + 21 = 23 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{caras laterales}} = 51 \times 1,3 = 66,3 \text{ m}^2$$

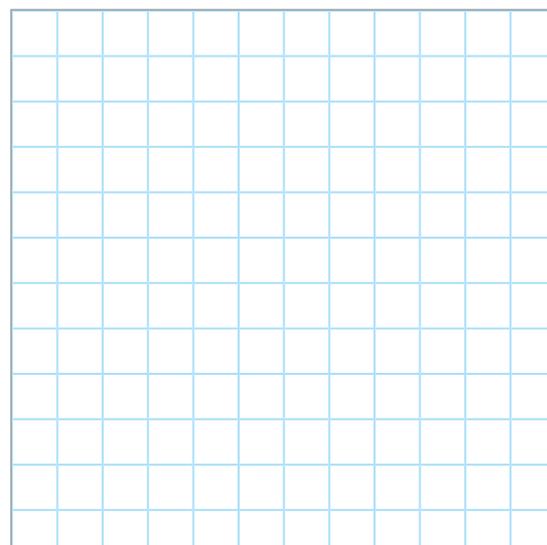
$$A_{\text{Total}} = 106 + 23 + 66,3 = 195,3 \text{ m}^2$$

**Respuesta:** Se necesitan 195,3 m<sup>2</sup> de mayólica.

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.



2. Si el procedimiento es correcto, busca otra forma de solución. Si no lo es, corrígelo.

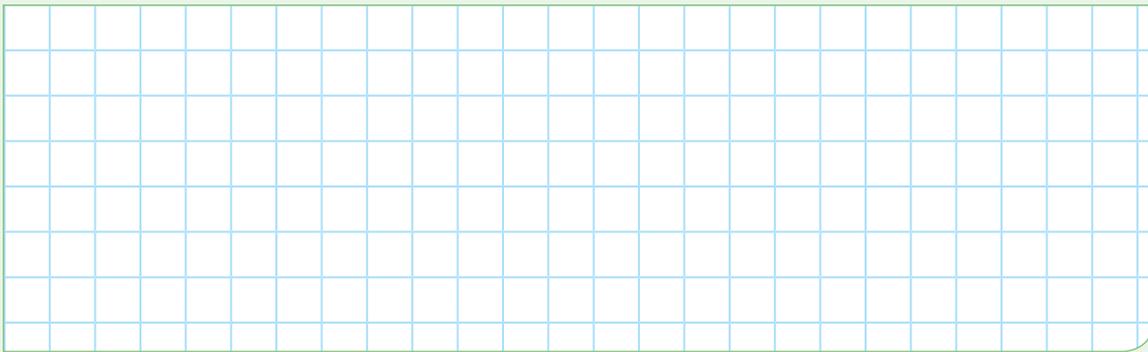
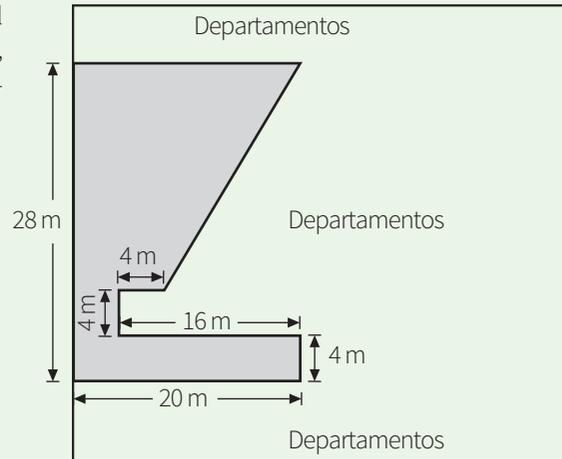




## Practicamos

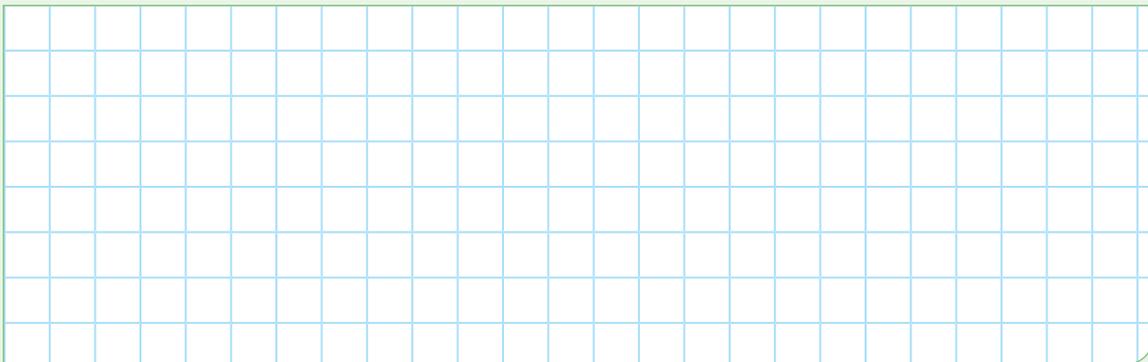
1. Un condominio que toma en cuenta la protección al medioambiente considera espacios de áreas verdes, como se muestra en la figura de color gris. ¿Cuántos metros cuadrados se han considerado para el área verde?

- a)  $376 \text{ m}^2$
- b)  $280 \text{ m}^2$
- c)  $360 \text{ m}^2$
- d)  $368 \text{ m}^2$



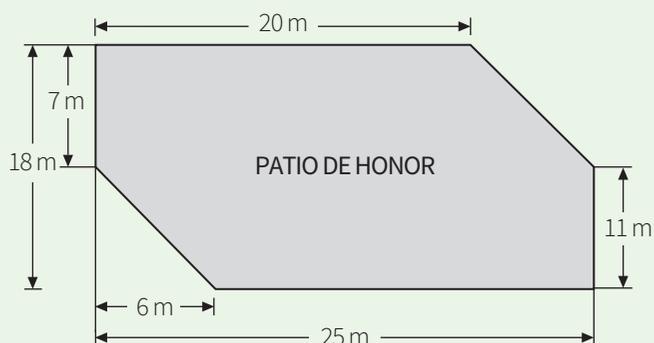
2. Una empresa que elabora aceite ecológico de 500 ml desea empaquetar en cajas que contengan dos docenas de botellas. Si el diámetro de la botella es de 8 cm, ¿cuál debe ser el área mínima de la base de la caja?

- a)  $1536 \text{ cm}^2$
- b)  $64 \text{ cm}^2$
- c)  $4000 \text{ cm}^2$
- d)  $1536 \text{ cm}^2$



### Patio de Honor

El siguiente gráfico representa el patio de la IE Los Héroes del Perú.



Con la información dada, responde las preguntas 3 y 4.

3. ¿Cuántos metros cuadrados tiene el Patio de Honor?

a)  $450 \text{ m}^2$

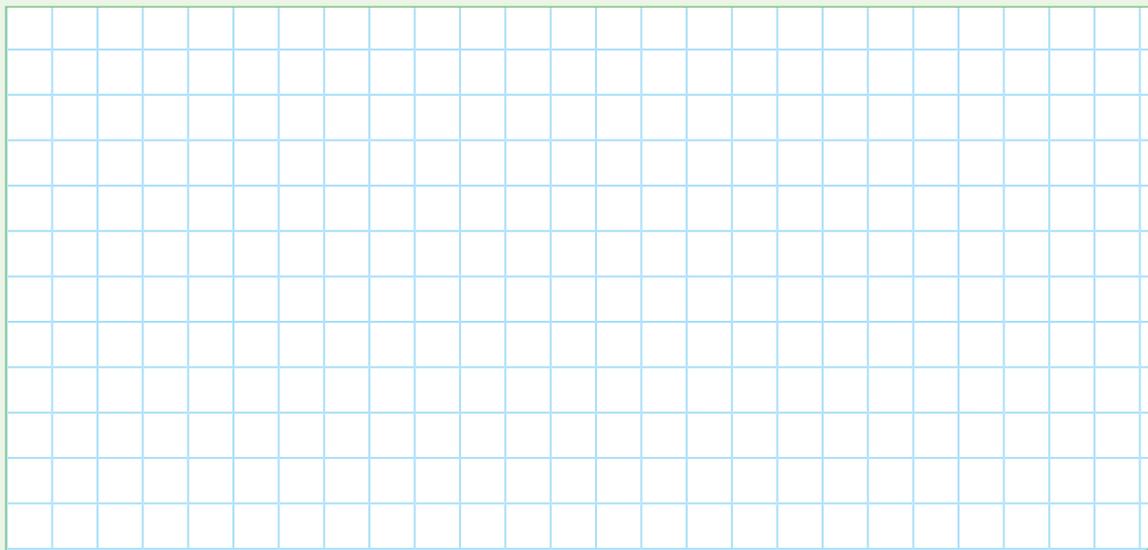
b)  $331,5 \text{ m}^2$

c)  $399,5 \text{ m}^2$

d)  $360 \text{ m}^2$

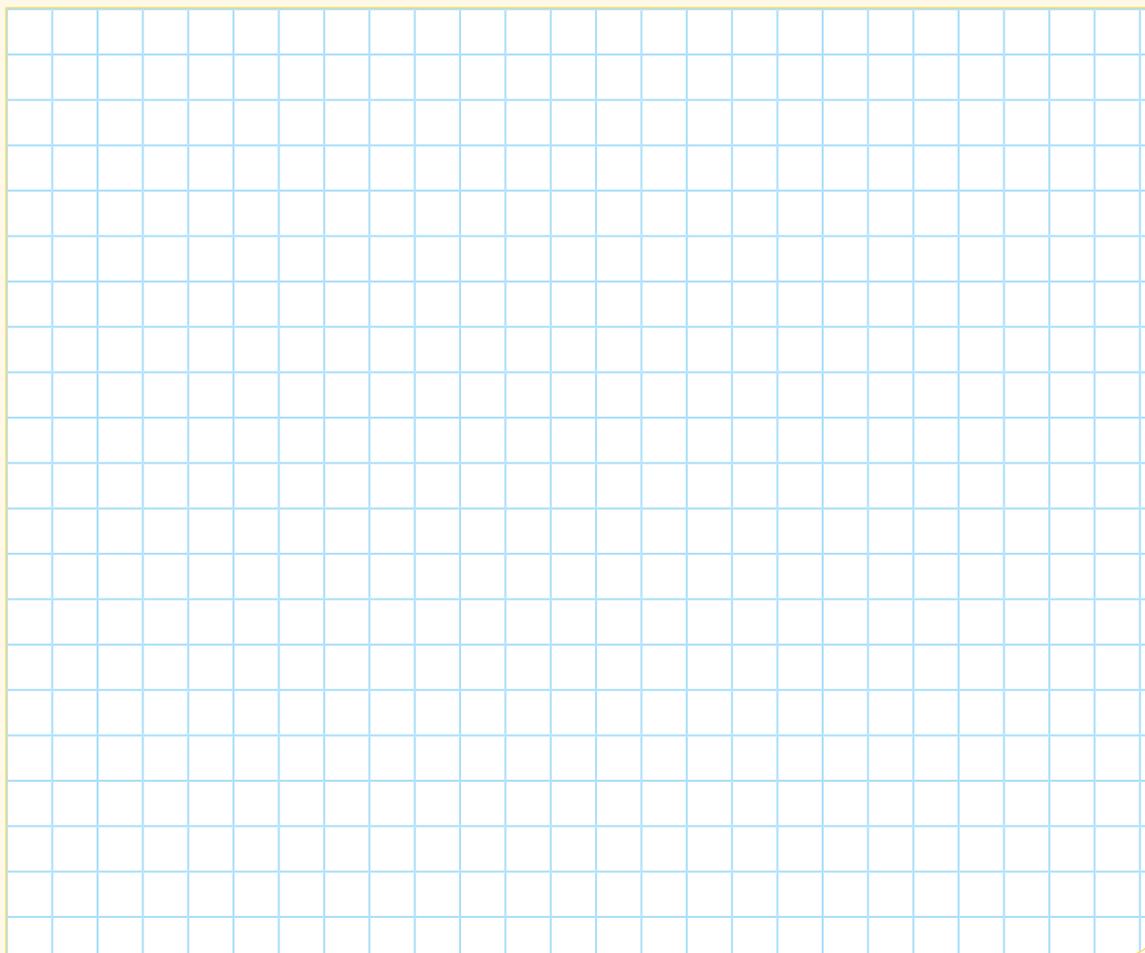
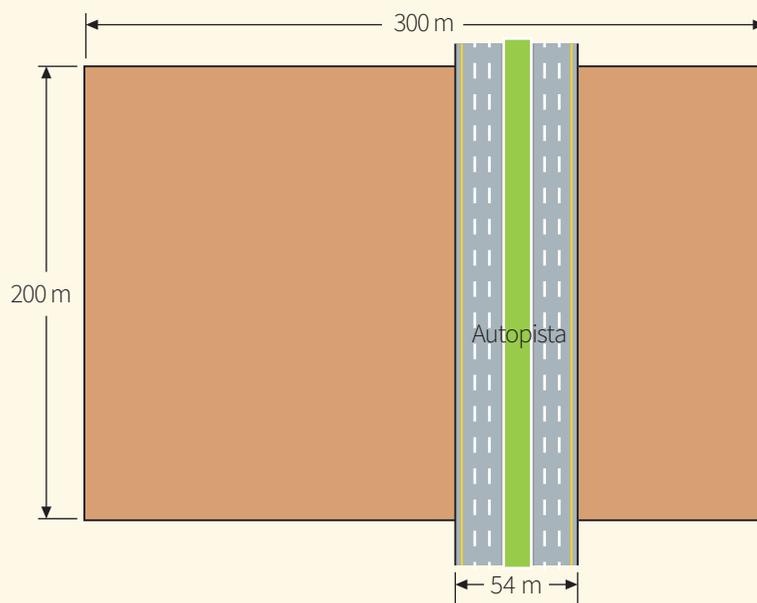


4. Si el patio está completamente lleno de estudiantes que protestan contra el racismo y, además, hay cuatro estudiantes por cada metro cuadrado, ¿cuántos estudiantes hay en el Patio de Honor?





7. El señor Gómez tuvo que vender parte de su terreno al Estado por la construcción de una autopista que cruza su terreno. ¿Cuántos metros cuadrados mide actualmente su propiedad?



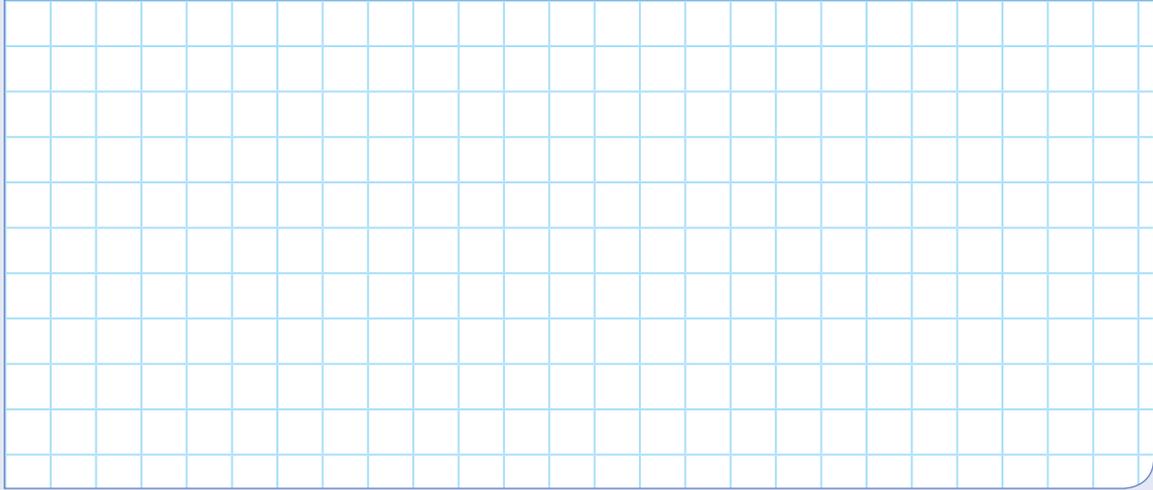
8. Un cuadernillo de Matemática tiene 80 hojas de  $21\text{ cm} \times 29,5\text{ cm}$  de dimensión. ¿Cuántos metros cuadrados de papel se utilizaron para el cuadernillo?

a)  $619,5\text{ m}^2$

b)  $2,478\text{ m}^2$

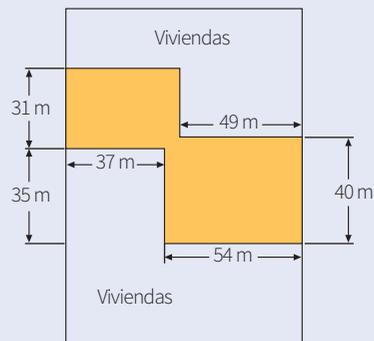
c)  $4,956\text{ m}^2$

d)  $495,6\text{ m}^2$



9. La siguiente figura representa el conjunto habitacional. En ella, la parte sombreada señala la superficie que será cubierta de césped artificial.

Conjunto habitacional El Progreso



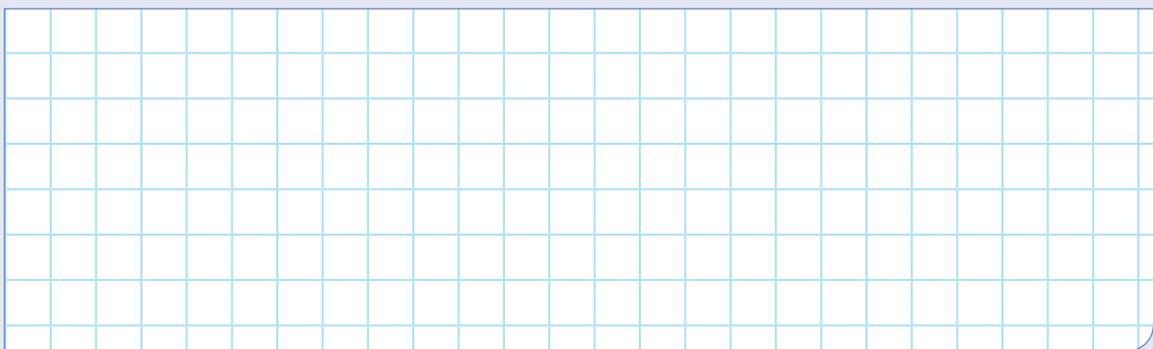
¿Cuántos metros cuadrados de césped artificial se deben comprar para cubrir toda la superficie destinada para área verde?

a)  $3437\text{ m}^2$

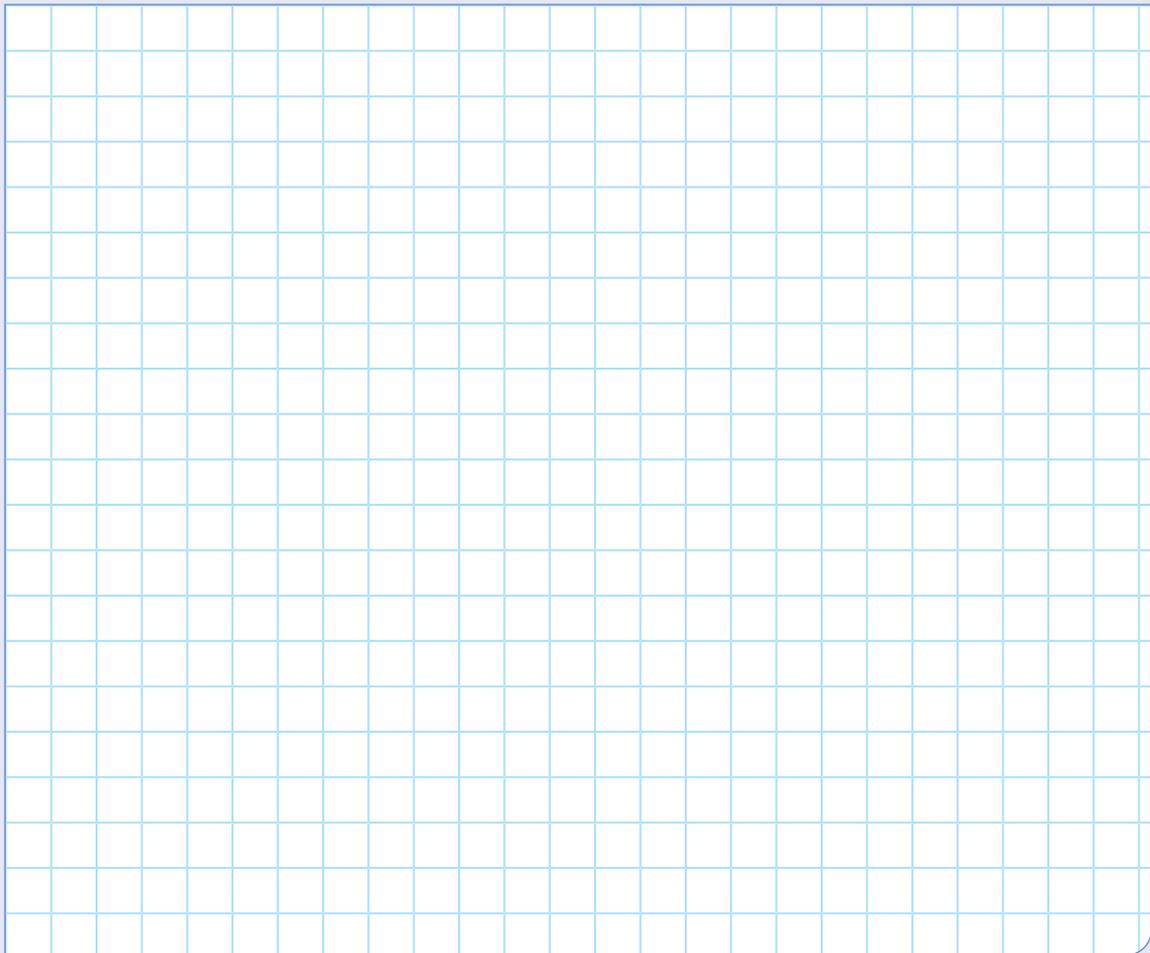
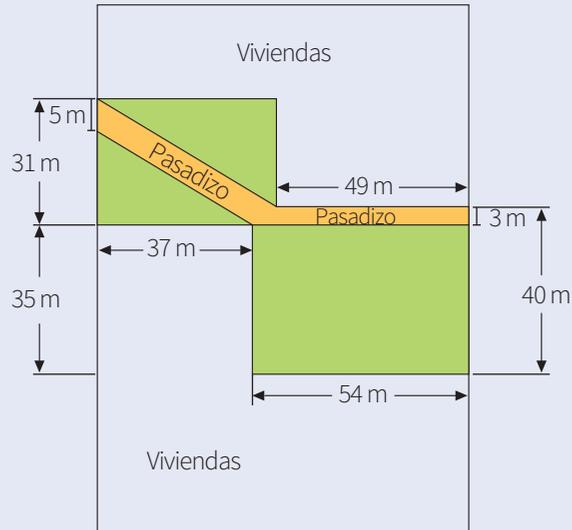
b)  $3462\text{ m}^2$

c)  $3107\text{ m}^2$

d)  $3307\text{ m}^2$



10. Si en el área verde los vecinos deciden hacer un pasadizo para el tránsito peatonal, tal como se muestra en la siguiente figura, ¿cuántos metros cuadrados de césped artificial tendrán que comprar ahora?

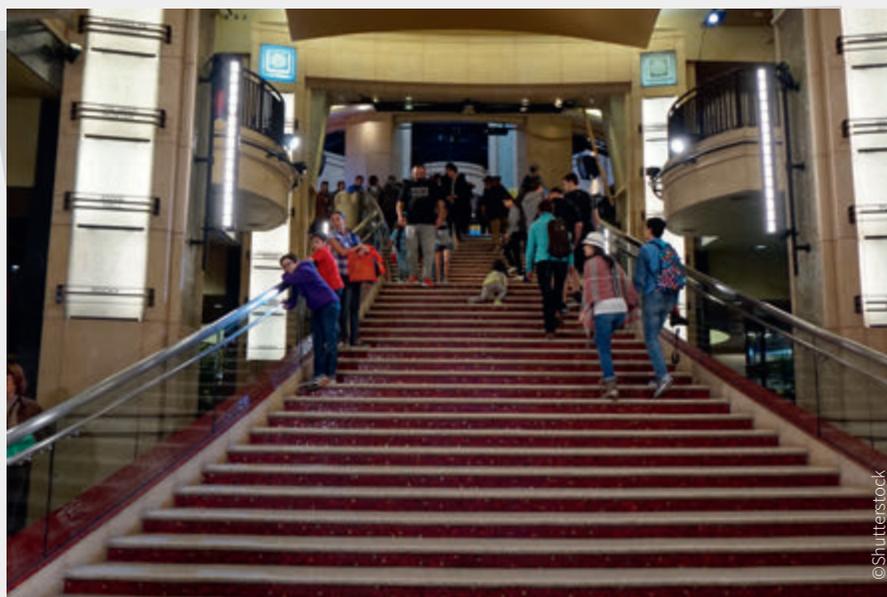


COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades y condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes. Transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen funciones cuadráticas ( $f(x) = ax^2 + bx + c, \forall a \neq 0 \text{ y } a \in \mathbb{Q}$ ).
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre el dominio y rango de una función cuadrática, la relación entre la variación de sus coeficientes y los cambios que se observan en su representación gráfica.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas o razonamiento inductivo y deductivo.



## Aprendemos

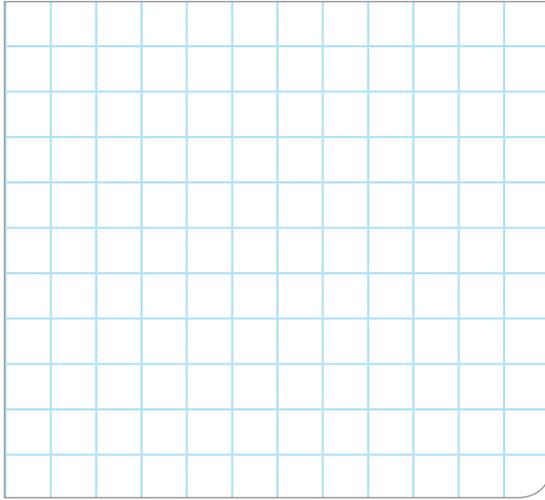
En una institución educativa se va a realizar una función de teatro en un auditorio con capacidad para 500 asistentes. Para ello, fijan como precio de la entrada S/10, pero luego, debido a gastos adicionales, se ven en la necesidad de incrementar el precio, sabiendo que por cada S/1 de incremento, hay una reducción de 10 de los asistentes a dicha función.



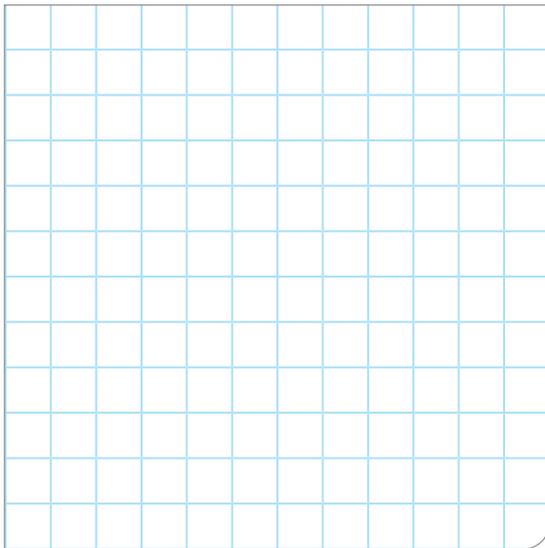
1. ¿Cuánto es el máximo incremento que se puede hacer de modo tal que se obtenga el mayor ingreso posible?
2. ¿Cuál es el mayor ingreso posible?

## Comprendemos el problema

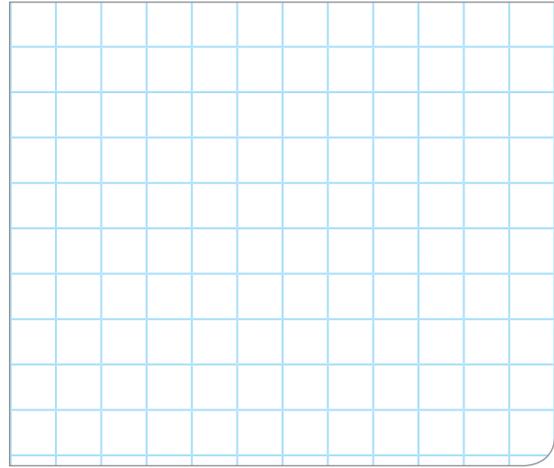
1. ¿Entiendes la situación inicial? Explica.



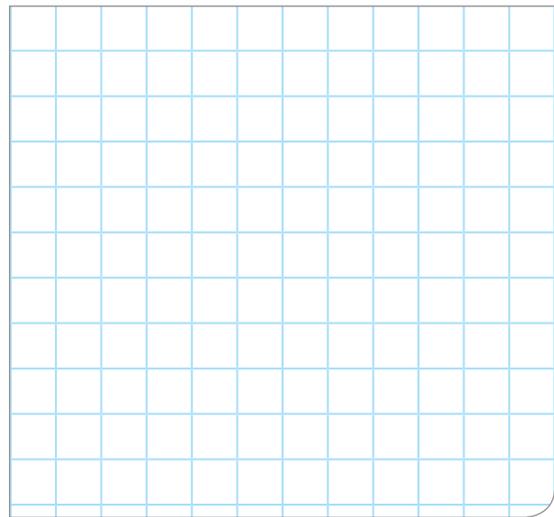
2. ¿Sabes a qué quieres llegar? Explica.



3. Escribe los datos que necesitas para dar respuesta a las preguntas de la situación inicial.



4. ¿Es similar a algún otro problema que has resuelto antes? Describe.



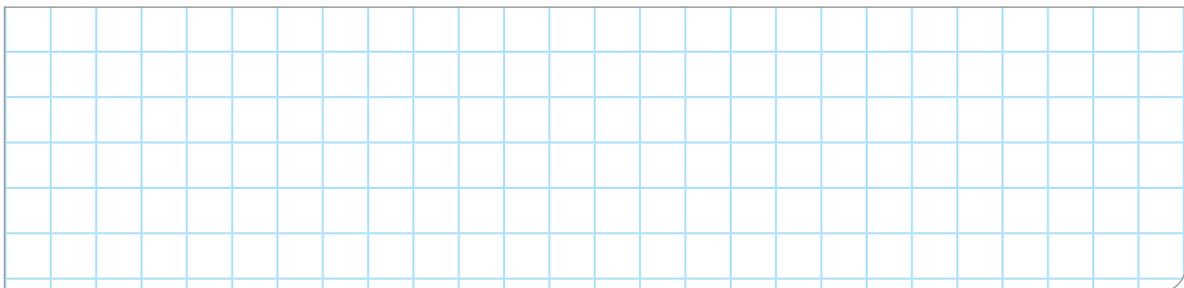
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

a) Buscar patrones

b) Diagrama tabular

c) Plantear una ecuación



## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Aplica la estrategia que seleccionaste.

2. Completa la tabla para resolver ambas preguntas.

Precio Unitario	Asistentes	Ingreso $I(x)$
10	500	$10 \times 500$
$10 + 1$	$500 - 10(1)$	$(10 + 1) (500 - 10(1))$
$10 + 2$	$500 - 10(2)$	$(10 + 2) (500 - 10(2))$
$10 + x$		

$x$ : Incremento

$I(x)$ : Ingreso

3. Expresa matemáticamente el ingreso en función del incremento de cada entrada.

4. Responde cada una de las preguntas de la situación inicial.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías haber resuelto la situación inicial de otra forma? Describe.

2. Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación inicial.

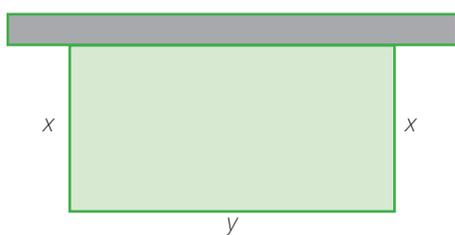


## ¿? Analizamos

### Situación A

Un horticultor cuenta con 400 metros de cerca para delimitar un terreno rectangular. Si quiere aprovechar un muro ya existente para señalar uno de los lados del terreno rectangular, ¿cuál es la expresión del área del terreno rectangular?

### Resolución



- Denotemos con  $x$  e  $y$  las medidas en metros de los lados del terreno por cercar. Entonces, la longitud de la cerca que delimite los tres lados libres del terreno es  $2x + y$ , que debe ser igual a los 400 m de cerca disponible, es decir:

$$\begin{aligned}2x + y &= 400 \\ y &= 400 - 2x\end{aligned}$$

El área del terreno es:  $A = xy$

- Sustituyendo, obtenemos:

$$A(x) = x(400 - 2x) \rightarrow A(x) = 400x - 2x^2$$

1. ¿La solución es correcta? Explica.

2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

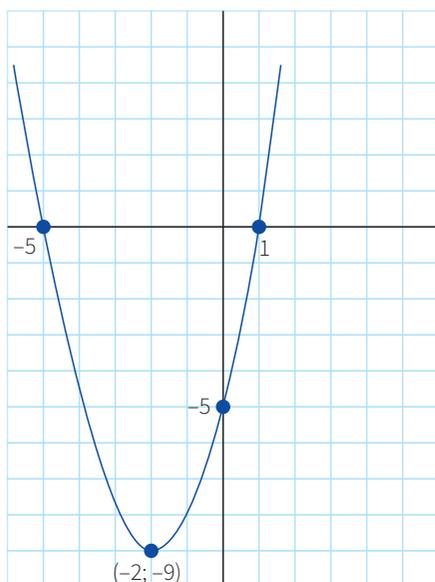
3. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

### Situación B

Una partícula se desplaza siguiendo la siguiente trayectoria:  $y = x^2 + 4x - 5$ . Traza la gráfica de la trayectoria de dicha partícula e indica los vértices y los puntos de corte con los ejes, así como el dominio y el rango.

### Resolución

- En la función:  $y = x^2 + 4x - 5$  identificamos que:  $a = 1$ ;  $b = 4$  y  $c = -5$ .
- El vértice será:  $h = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(1)} \rightarrow h = -2$   
 $y(-2) = (-2)^2 + 4(-2) - 5 \rightarrow k = 4 - 8 - 5 = -9$ .
- Luego, el vértice es:  $V(-2; -9)$ .
- Como  $a > 0$ , la parábola será cóncava hacia arriba.
- Dicha parábola interseca al eje  $X$  en los puntos  $x_1$  y  $x_2$ , que se obtienen al resolver la ecuación  $x^2 + 4x - 5 = 0$ :  
 $x^2 + 4x - 5 = 0$                        $(x + 5)(x - 1) = 0$   
 $x + 5 = 0 \rightarrow x_1 = -5$   
 $x - 1 = 0 \rightarrow x_2 = 1$
- El punto de corte con el eje  $Y$  es  $(0; c)$ ; entonces  $(0; -5)$ .
- Los puntos de corte con los ejes son los siguientes:  
Eje  $Y$ :  $(0; -5)$   
Eje  $X$ :  $(-5; 0)$  y  $(1; 0)$
- La gráfica será:



Dominio:  $\mathbb{R}$

Rango:  $[-9; +\infty[$

1. ¿La solución es correcta? Explica.

2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación B?

3. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación B.

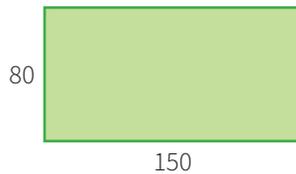
### Situación C

Se tiene un terreno de forma rectangular de 150 m por 80 m. Con motivo de realizar obras públicas, la Municipalidad debe recortar en  $x$  m el lado más largo e incrementar en  $x$  m el lado más corto. Expresa mediante un modelo el área del nuevo terreno.

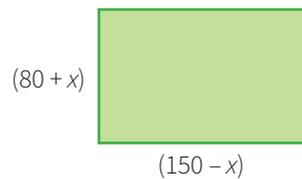
### Resolución

#### (Encuentra el error)

- Sea el terreno rectangular original:



- El nuevo terreno tendrá las longitudes de acuerdo con la condición:



- Luego, el área del nuevo terreno será:

$$A(x) = (150 - x)(80 + x)$$

$$A(x) = 12\,000 + 150x - 80x + x^2$$

$$A(x) = x^2 + 70x + 12\,000$$

- Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

A large grid for writing the answer to question 1.

- En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

A large grid for writing the answer to question 2.



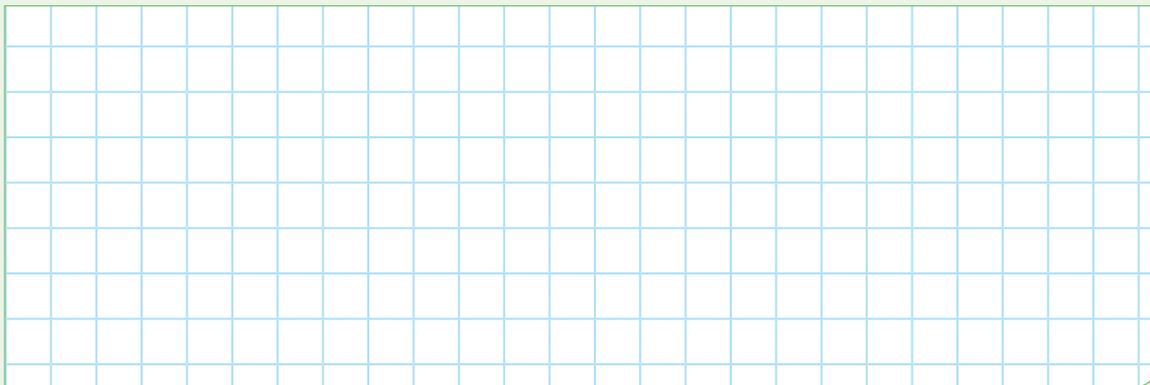
3. Las utilidades ( $U$ ) de una empresa, en miles de dólares, están dadas por la expresión  $U(x) = -x^2 + 12x - 24$ , donde  $x$  representa el número de cientos de unidades vendidas. Halla el número de unidades que se deben vender para obtener la máxima utilidad posible.

a) 300

b) 400

c) 500

d) 600

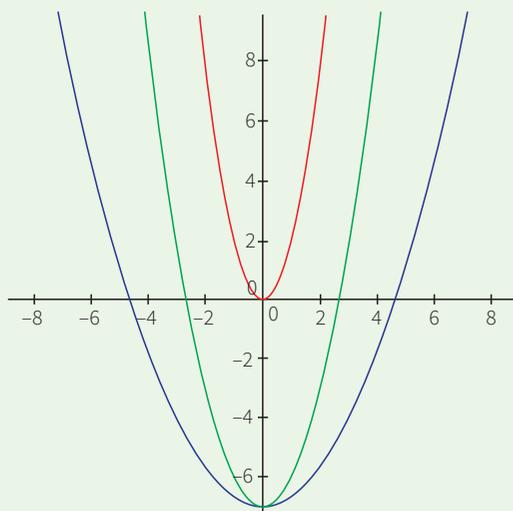


4. Observa la gráfica de las siguientes funciones:

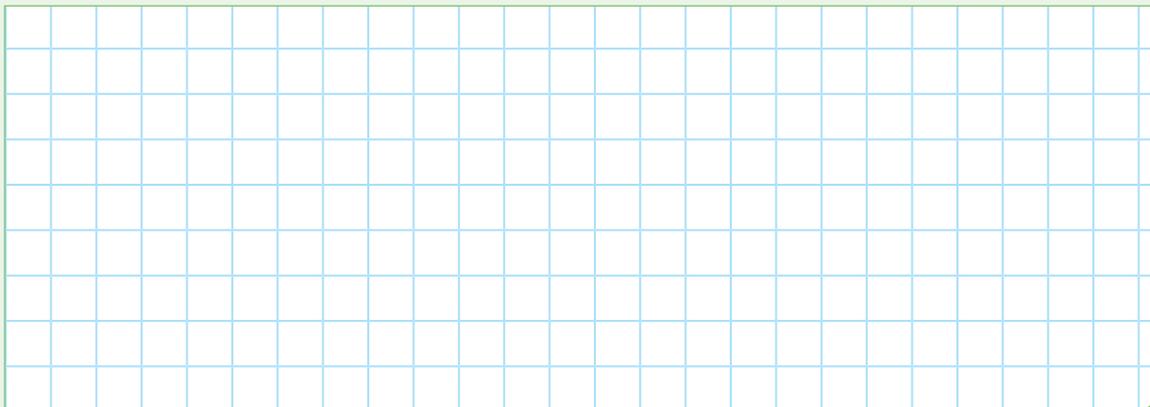
$$f(x) = x^2 - 7$$

$$g(x) = 2x^2$$

$$h(x) = \frac{1}{3}x^2 - 7$$



Si las funciones tienen la forma  $ax^2 + p$ , ¿cuál es el valor de  $p$  en la función  $g$ ? Relaciona cada función con su gráfica.



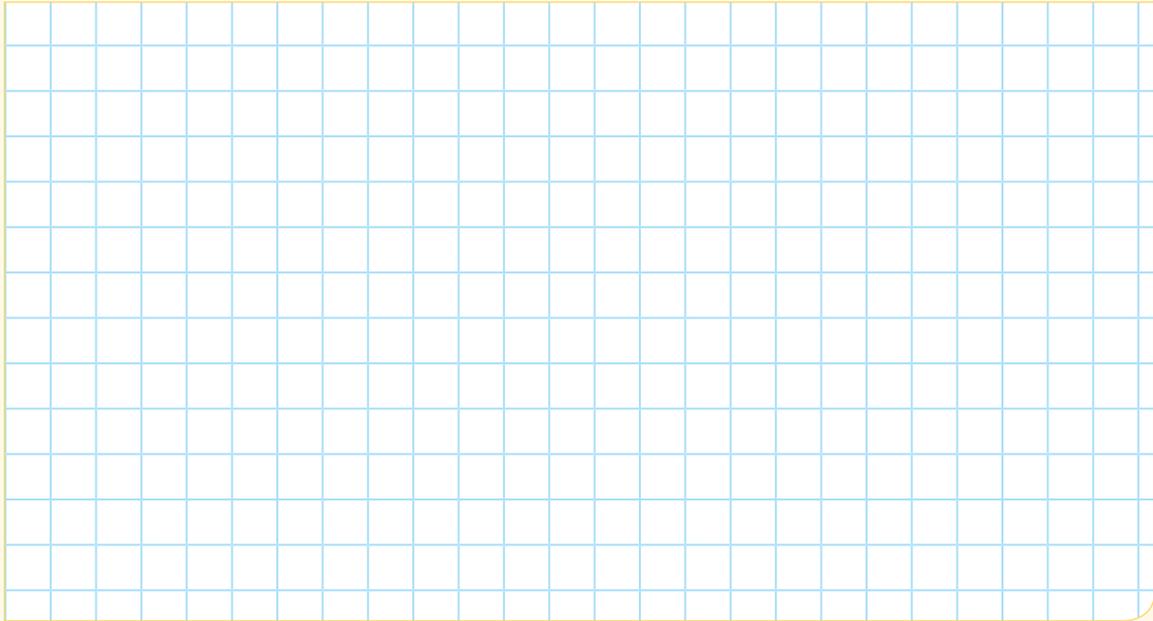
5. Un edificio tiene 60 minidepartamentos que pueden ser alquilados en su totalidad a \$500 c/u. Por cada \$10 de aumento en el alquiler, 2 minidepartamentos quedarán sin ser alquilados. Encuentra la expresión que modela el ingreso de los alquileres en este edificio.

a)  $I(x) = 20x^2 + 400x + 30\,000$

c)  $I(x) = -20x^2 - 400x + 30\,000$

b)  $I(x) = 20x^2 - 400x + 30\,000$

d)  $I(x) = 20x^2 + 400x - 30\,000$



6. De las cuatro esquinas de una pieza rectangular de latón, se cortan cuadrados de 1 cm de lado. De esta manera, al doblar los extremos salientes, se obtiene una caja abierta sin tapa, de modo que las medidas de su base difieren en 3 cm. Si la caja resultante presenta  $28\text{ cm}^3$  de volumen, ¿qué medidas tiene la pieza original de latón?

a)  $3\text{ cm} \times 9\text{ cm}$

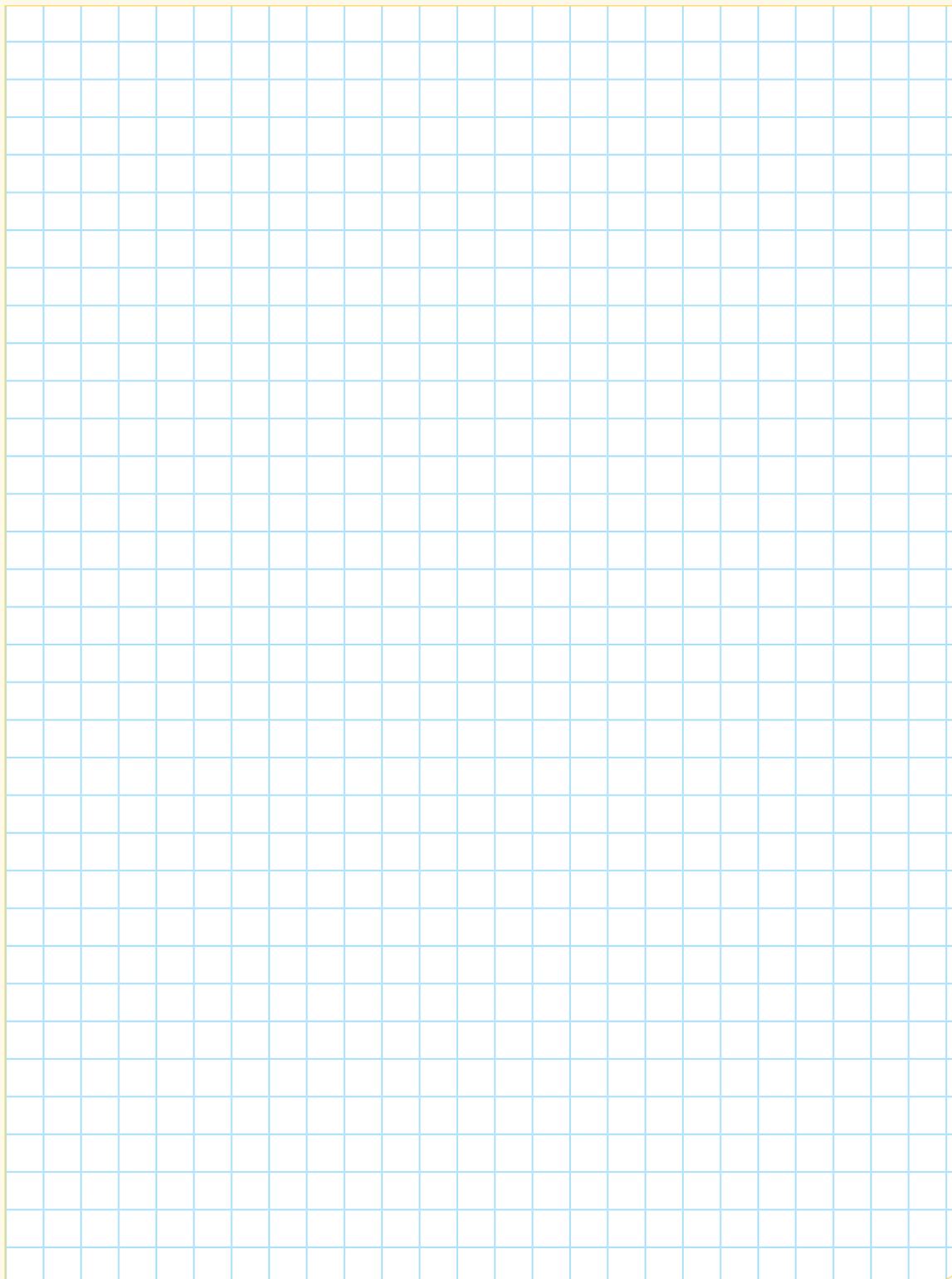
b)  $6\text{ cm} \times 9\text{ cm}$

c)  $6\text{ cm} \times 18\text{ cm}$

d)  $3\text{ cm} \times 18\text{ cm}$



7. Las dimensiones de un jardín de forma rectangular son de 60 pies de ancho por 80 pies de largo. Al construir una vereda alrededor de él, de ancho uniforme  $x$ , se elimina parte del jardín. Determina el área del nuevo jardín en función del ancho de la vereda.



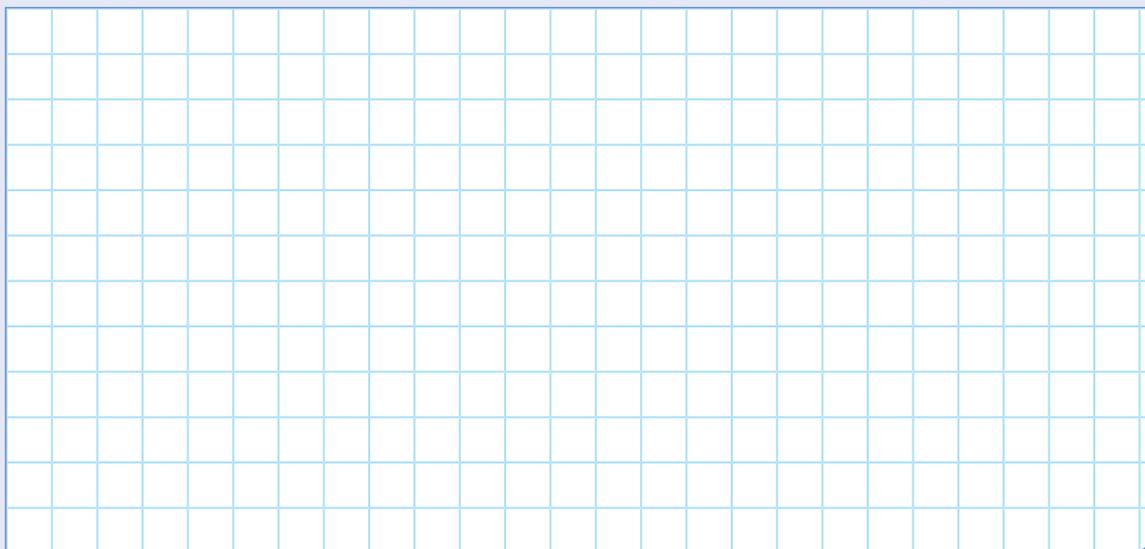
8. Un campo petrolero tiene 30 pozos, cada uno de los cuales produce 180 barriles diarios de petróleo. Se sabe que por cada nuevo pozo perforado en el campo, la producción diaria de cada uno de los pozos disminuye en 5 barriles. Determina el número de nuevos pozos que maximiza la producción total  $P$  del campo petrolífero.

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5



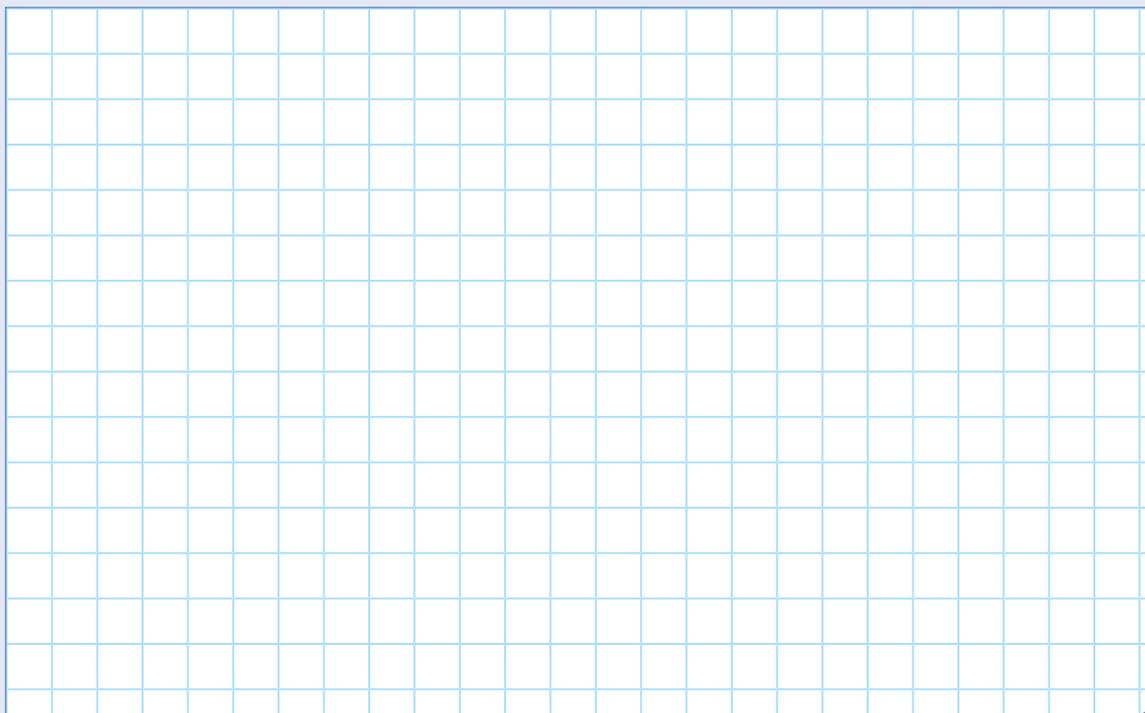
9. Dos automóviles parten del mismo punto y al mismo tiempo, y al separarse, sus trayectorias forman un ángulo recto. Si luego de una hora se han separado 20 km y uno de los autos viaja 4 km/h más rápido que el otro, ¿cuál es la velocidad del auto más veloz?

a) 16 km/h

b) 20 km/h

c) 24 km/h

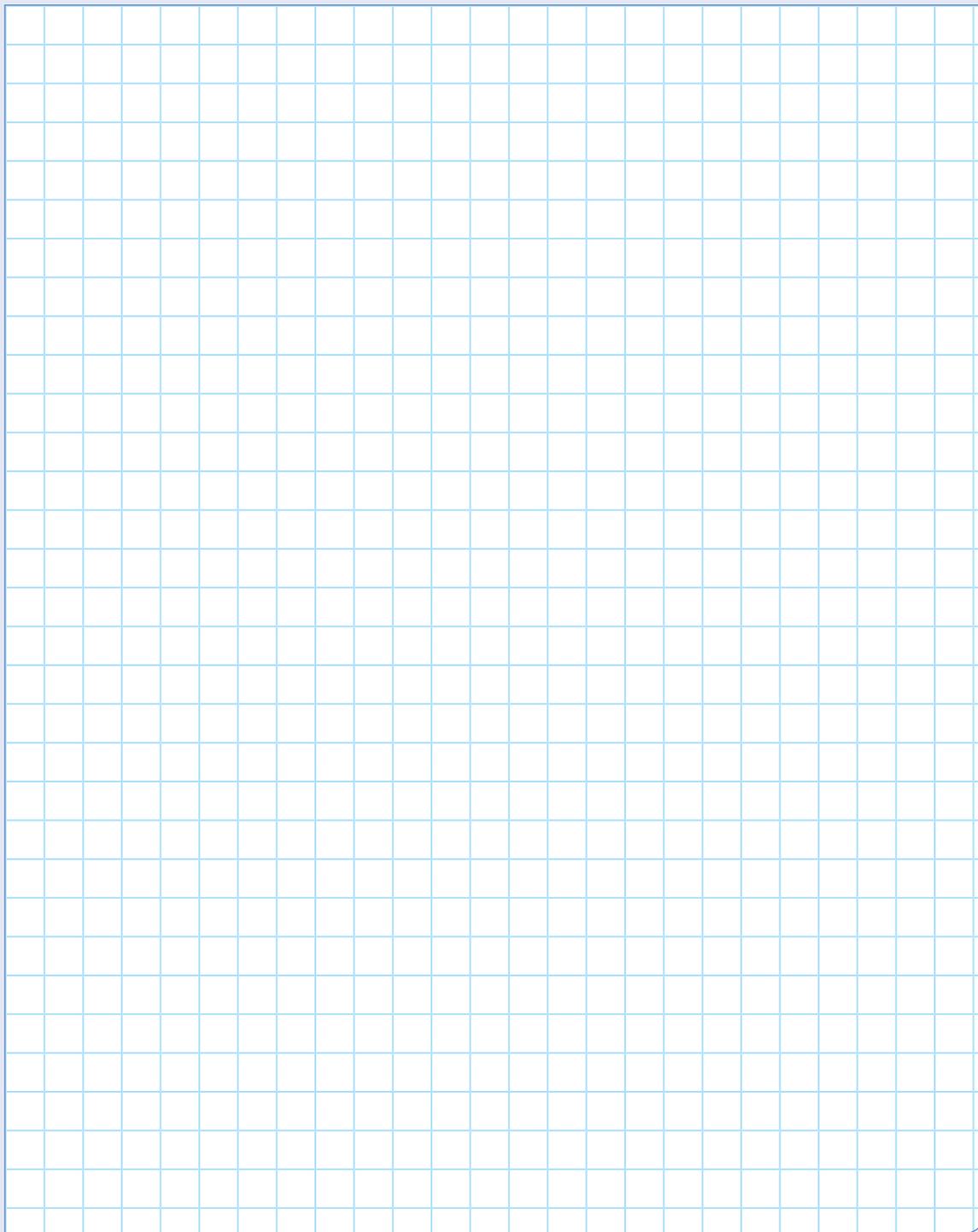
d) 28 km/h



10. Una empresa dedicada a empacar y transportar huevos ha proyectado, con la siguiente función, sus ingresos ( $I$ ) según los miles de huevos empacados ( $h$ ):

$$I(h) = -100h^2 + 1000h + 7500, \text{ con } h \geq 0$$

¿Para qué valores de  $h$  se alcanzan el ingreso máximo y el ingreso nulo?



# Ficha 11

## Registro de asistencia

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Representa las características de una población mediante el estudio de variables cualitativas y cuantitativas, y el comportamiento de los datos de una muestra representativa a través de medidas de tendencia central y gráficos estadísticos.
	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Lee tablas y gráficos de barras u otros, así como diversos textos que contengan valores sobre medidas estadísticas, para deducir e interpretar la información que contienen.



### Aprendemos

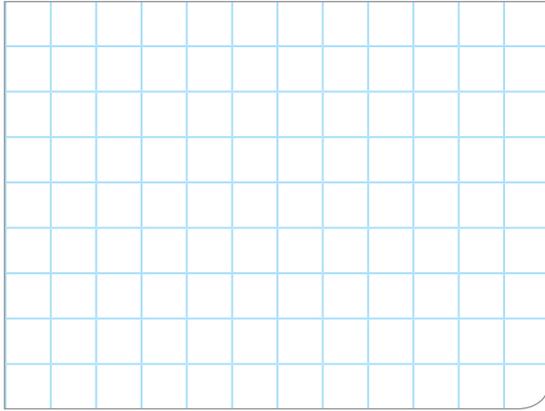
La siguiente tabla es el registro de asistencia de los estudiantes del cuarto grado “C” de la IE Los Héroes correspondiente a octubre. La “X” señala el día en que el estudiante faltó a clases.

		Octubre																					
N.º	Nombre	2	3	4	5	6	9	10	11	12	13	16	17	18	19	20	23	24	25	26	27	30	31
1	Patricia	X																					
2	Julio			X				X															
3	Marcelo				X	X	X						X	X	X								
4	Luis		X	X												X	X						
5	Camila					X								X									
6	Nicolás																						
7	Daniela														X			X			X		
8	Gabriela						X	X	X	X													X
9	Beatriz																X						
10	Lourdes			X	X	X					X	X								X			
11	David																						
12	Karen				X														X				X
13	Sonia																						
14	Alejandro					X						X								X			
15	Soledad								X	X					X								
16	Raúl										X												
17	Christian	X						X						X								X	
18	Sebastián		X				X						X										
19	Carla																				X		
20	Mauricio								X														X

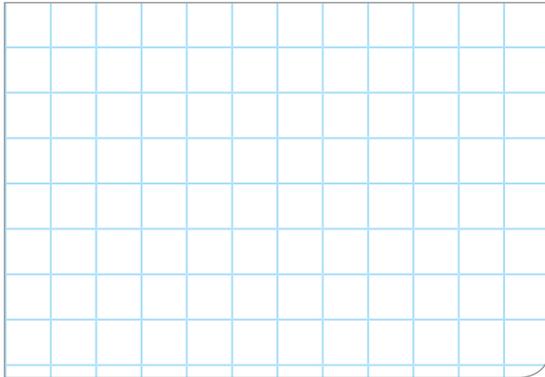
1. ¿De qué otra forma organizarías los datos del registro de asistencia?
2. ¿Cuáles son las variables que debes considerar para organizar los datos?
3. ¿Se puede decir al ver la tabla cuál es el promedio de inasistencia del aula?
4. ¿Qué gráfico utilizarías para presentar mejor la información sobre la inasistencia de los estudiantes?

## Comprendemos el problema

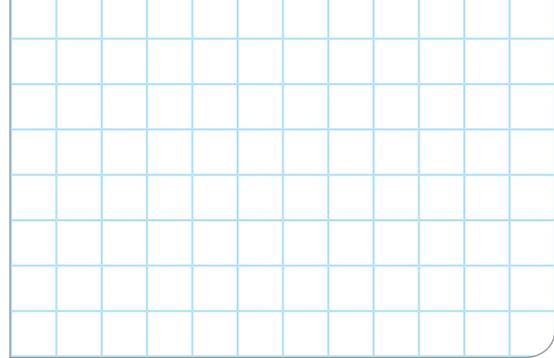
1. ¿Qué pide la situación inicial?



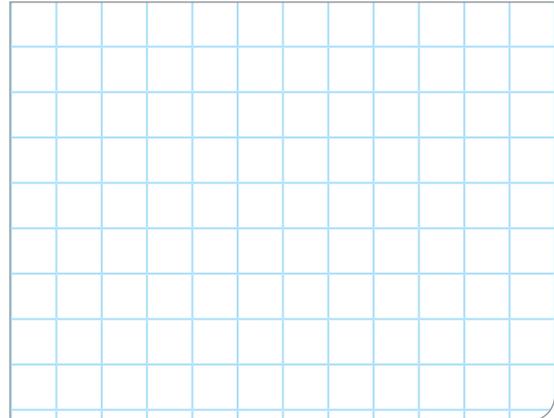
2. Escribe todos los datos que te permiten dar respuesta a la situación inicial.



3. ¿Qué variable o variables te dan en la situación inicial?

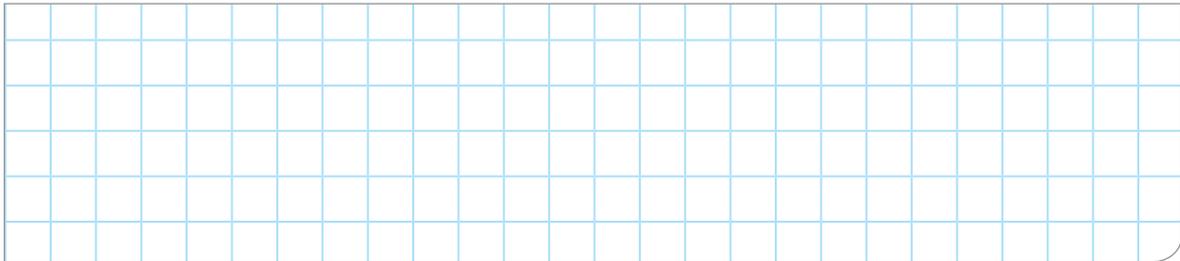


4. ¿Cómo relacionas los datos del registro con las variables propuestas?

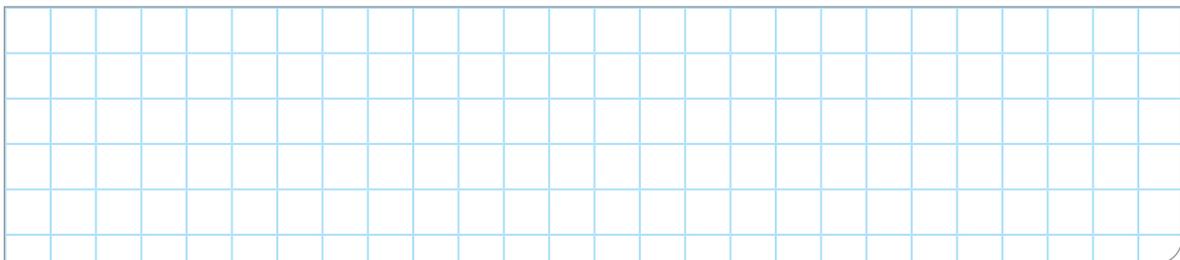


## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategias te ayudarán a organizar y presentar mejor los datos?

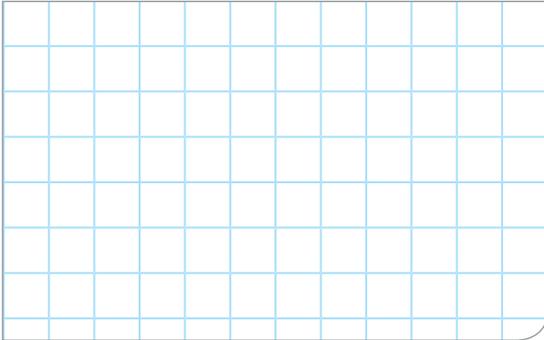


2. ¿Cómo determinas la media aritmética de las inasistencias en el aula?

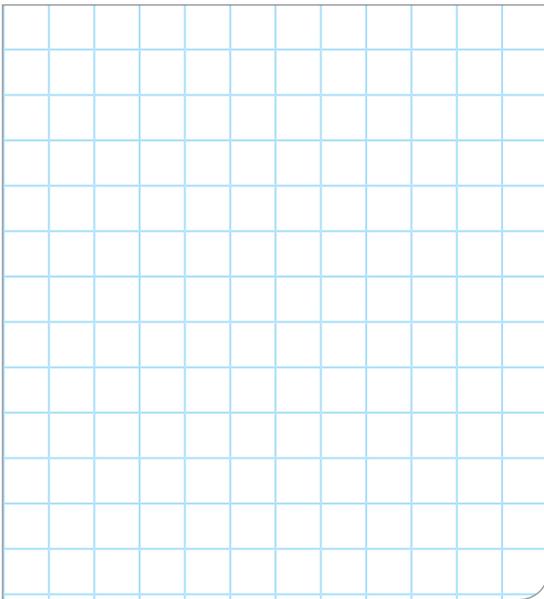


## Ejecutamos la estrategia o plan

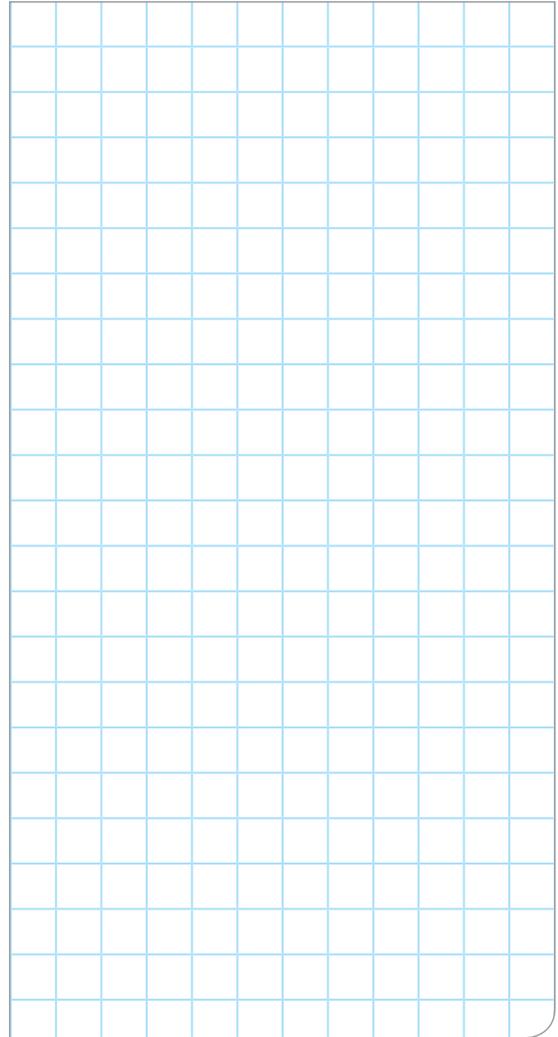
1. Aplica la estrategia mencionada en *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan*.



2. ¿Cuál es el promedio de inasistencias del aula?

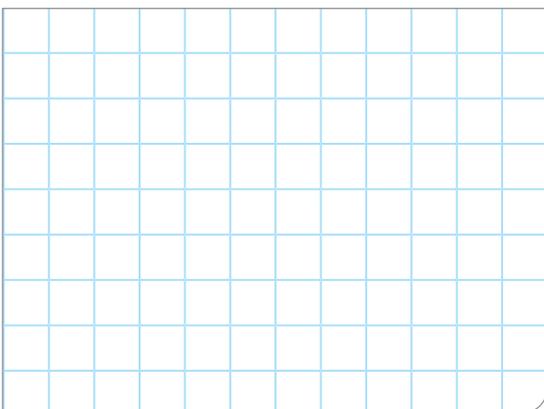


3. Representa los datos en un gráfico de barras.

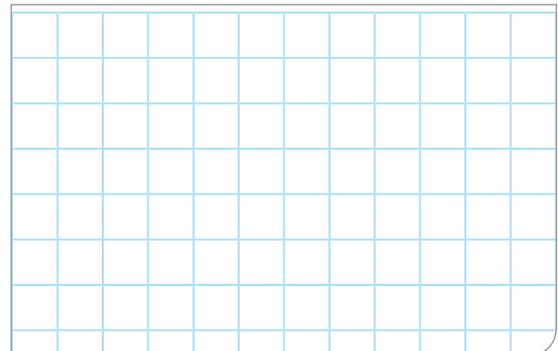


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué procesos realizaste para organizar los datos?



2. ¿Es posible indicar el promedio de inasistencias en el aula solo considerando el gráfico estadístico? Explica.





### Situación B

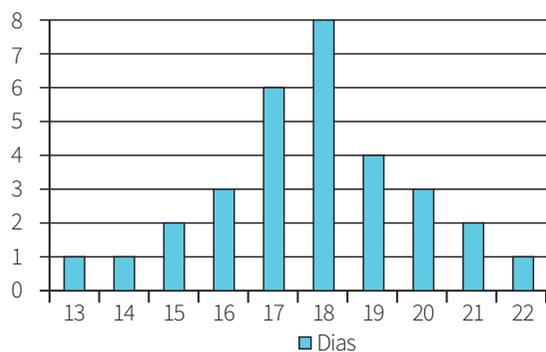
Las temperaturas medias registradas durante mayo en Madrid, en grados centígrados, están dadas por la siguiente tabla:

Temperatura (°C)	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
N.º de días	1	1	2	3	6	8	4	3	2	1

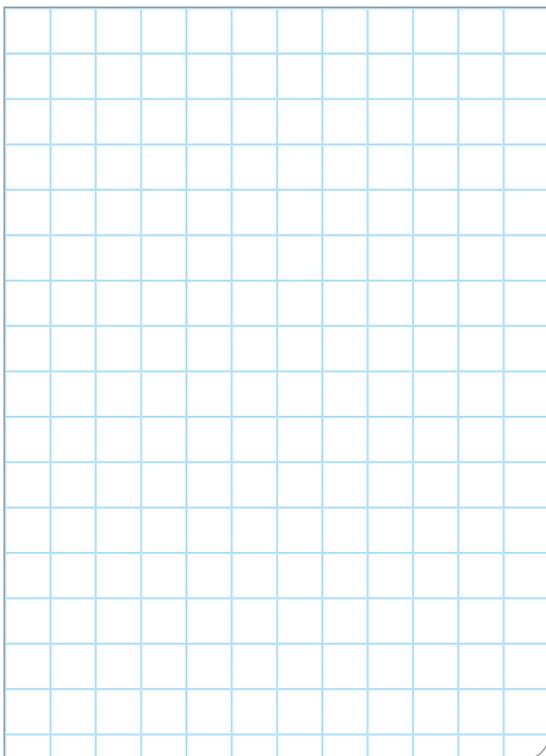
¿Qué gráfico es el más pertinente para representar los datos de la tabla?

### Resolución

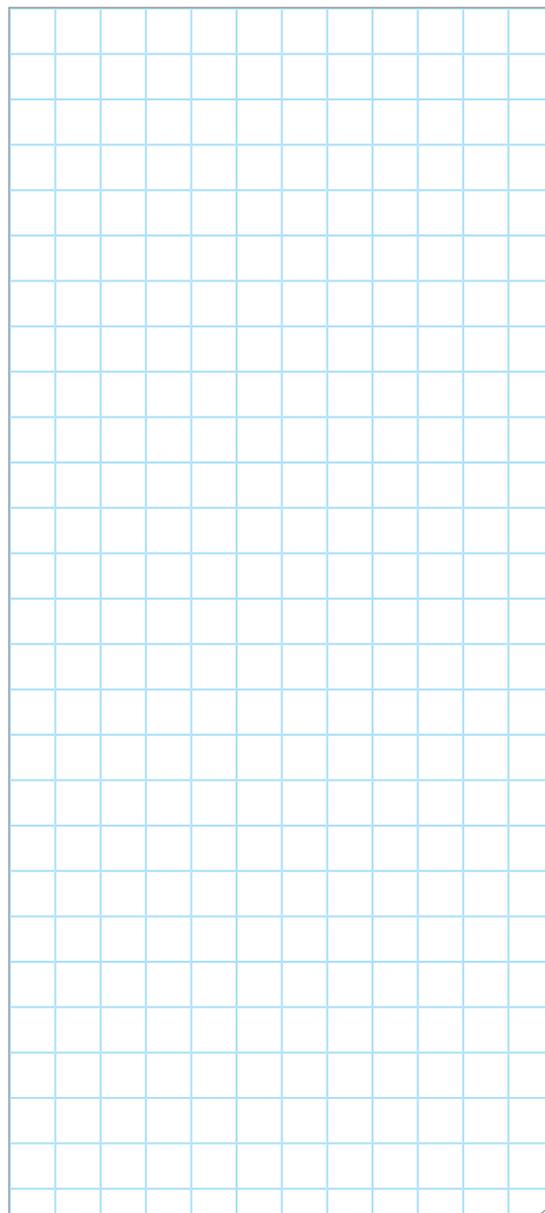
El gráfico que mejor representa los datos de la tabla es un gráfico de barras.



1. ¿Por qué el gráfico de barras es pertinente para representar los datos de la tabla?



2. ¿Por qué no utilizamos el gráfico circular para representar los datos de la tabla?



### Situación C

En la escuela de Tim hay 25 docentes. Cada uno viaja al colegio cada mañana en su propio auto. La distribución de los tiempos de conducción (en minutos) desde su casa a la escuela para los docentes se muestra en la siguiente tabla:

Tiempos de conducción (minutos)	Número de docentes
[0 ; 10[	3
[10 ; 20[	10
[20 ; 30[	6
[30 ; 40[	4
[40 ; 50]	2

Los tiempos de conducción se dan para los 25 docentes. Calcula la media para los tiempos de conducción.

Adaptado de <https://goo.gl/ry5Wto>

### Resolución

#### (Encuentra el error)

- Paso 1:  
Determina el punto medio de cada clase.  
Para [0 ; 10[ el punto medio es 5.  
Para [10 ; 20[ el punto medio es 5.  
Para [20 ; 30[ el punto medio es 5.  
Para [30 ; 40[ el punto medio es 5.  
Para [40 ; 50] el punto medio es  $50 - 40 = 10$ ;  
entonces  $\frac{10}{2} = 5$ .
- Paso 2:  
Multiplica cada punto medio por la frecuencia de la clase.  
Para [0 ; 10[:  $5 \times 3 = 15$ .  
Para [10 ; 20[:  $5 \times 10 = 50$ .  
Para [20 ; 30[:  $5 \times 6 = 30$ .  
Para [30 ; 40[:  $5 \times 4 = 20$ .  
Para [40 ; 50]:  $5 \times 2 = 10$ .
- Paso 3:  
Suma los resultados del paso 2 y divide el nuevo resultado por 25.  
 $15 + 50 + 30 + 20 + 10 = 125$   
La media es:  $\bar{x} = \frac{125}{25} = 5$
- Cada profesor maneja en promedio 5 minutos en su auto desde su casa al colegio.

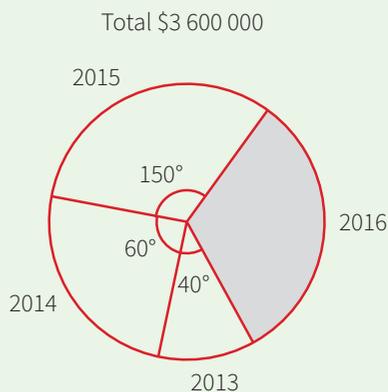
1. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

2. ¿Se puede desarrollar de otra forma la situación C? Explica.



## Practicamos

Los gráficos muestran las exportaciones de una compañía minera en cuatro años.



Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.

**1.** ¿A cuánto ascendieron las exportaciones de oro el 2016?

- a) \$110 000      c) \$200 000  
b) \$165 000      d) \$220 000

**2.** ¿Cuánto más de cobre debió exportarse en el 2016 para que, manteniendo los otros valores constantes, representen el 50 % de las exportaciones de este año?

- a) \$120 000      c) \$220 000  
b) \$150 000      d) \$230 000

La siguiente gráfica muestra la cantidad de postulantes e ingresantes a la UNI en el 2016 según el colegio de procedencia. Lamentablemente, gran parte del documento se encuentra ilegible. Intenta reconstruirlo con base en la información que se conserva y responde las preguntas.

Nota: El porcentaje indica qué parte de los postulantes fue admitida.



Con la información dada, responde las preguntas 3 y 4.

3. ¿Cuántos ingresantes proceden del colegio Santa Ana?

- a) 10                                      b) 11                                      c) 12                                      d) 13

4. Determina la cantidad de postulantes del colegio San Mateo.

- a) 80                                      b) 69                                      c) 23                                      d) 60

Se realizó una encuesta a 30 familias de una cierta población sobre la duración de las ampollitas. La información que se obtuvo fue la siguiente:

- Siete familias dijeron que les duraban entre 20 y 26 días.
- Ocho dijeron entre 27 y 33 días.
- Cinco dijeron entre 34 y 40 días.
- Dos dijeron entre 48 y 54 días.
- Tres dijeron entre 55 y 61 días, y una familia dijo que le duró más de 62 días.

Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

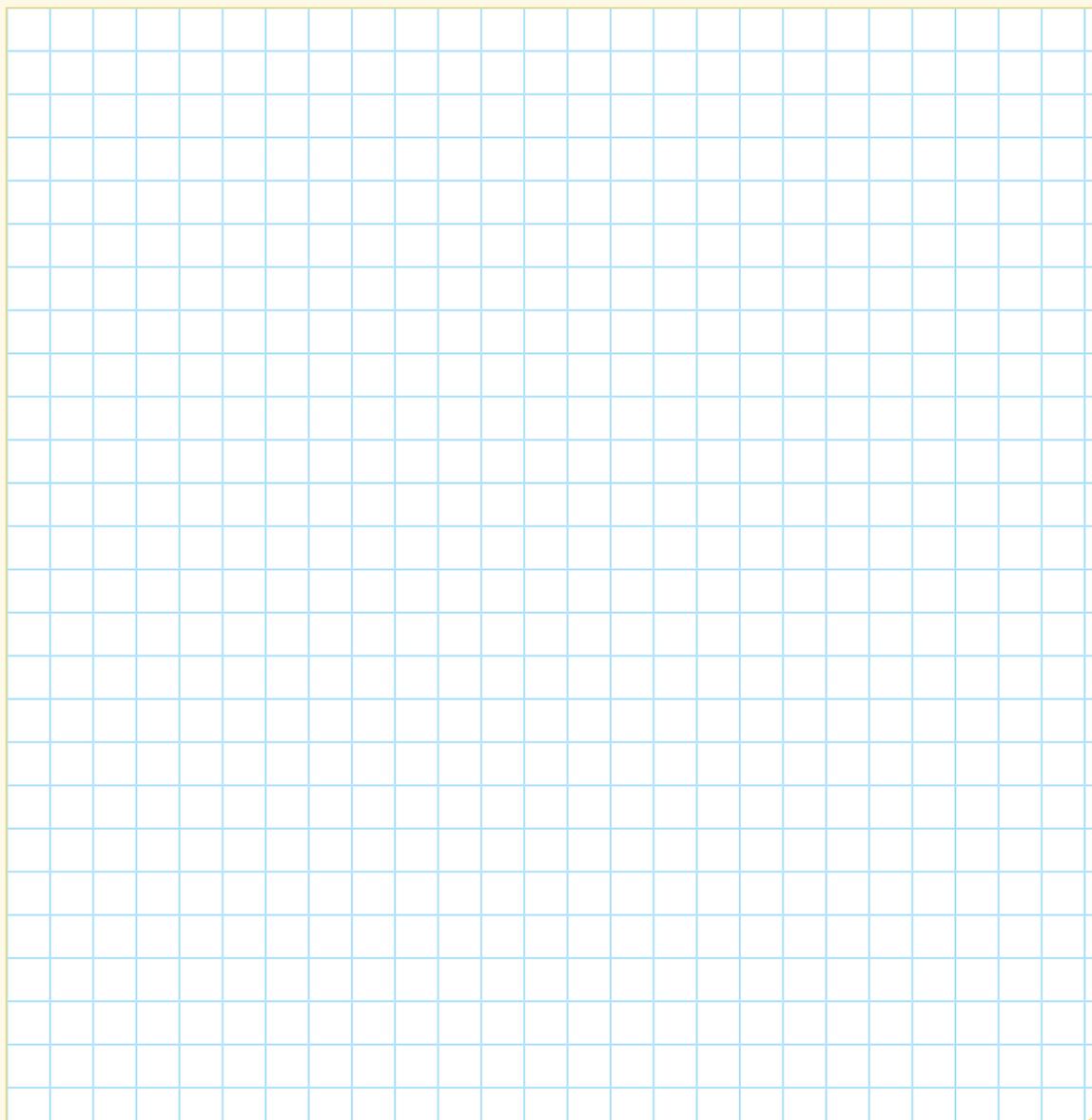
**5.** ¿Cuál es el periodo de duración de las ampollitas que más mencionan las familias?

a) 8

b) 28,5

c) 8,5

d) 27



6. ¿Cómo ordenarías esta información en una tabla de distribución de frecuencias?

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows, intended for drawing a frequency distribution table.





COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión de los órdenes del sistema de numeración decimal al expresar una cantidad muy grande y muy pequeña en notación científica, así como al comparar y ordenar cantidades expresadas en notación científica.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, combina y adapta estrategias de cálculo, estimación, recursos y procedimientos diversos para realizar operaciones con cantidades en notación científica.



## Aprendemos

Una de las fuentes de ingreso económico para el Perú es la explotación de recursos naturales como el gas natural. Las reservas probadas de este gas en los lotes 88 y 56 de Camisea ascienden a 17,4 trillones de pies cúbicos (TCF), según un informe elaborado por la consultora internacional Gaffney, Cline & Associates (GCA).

El director general de Hidrocarburos del Ministerio de Energía y Minas (MEM), Gustavo Navarro, indicó que la estimación mínima que hizo la consultora sobre las reservas de Camisea es de 13,6 trillones de pies cúbicos, mientras que la máxima llega a 18,5 TCF.



La semana pasada el MEM indicó que se recibió la información técnica actualizada de las empresas contratistas de Camisea y que reportaban reservas probadas de 14,1 TCF para los lotes 88 y 56 de Camisea.

Navarro —señala la agencia Andina— mencionó que el informe de la consultora estima que el volumen de gas recuperable es de 14,7 TCF, lo cual va en línea con las estimaciones de las autoridades peruanas.

Pese al aumento en las reservas, enfatizó que el MEM mantiene la idea de que se debe priorizar la atención de la demanda del mercado interno.

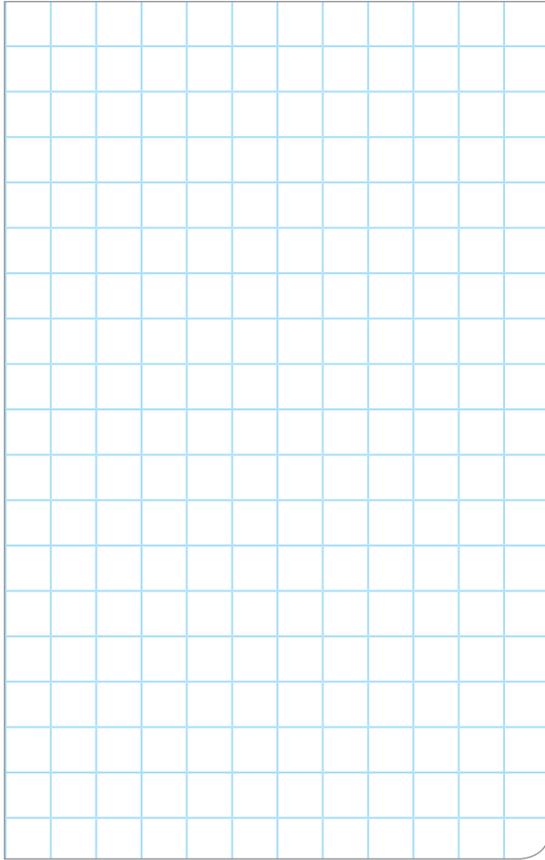
Por otro lado, adelantó que ya se están evaluando las alternativas para definir la zona que se convertirá en el segundo polo petroquímico del Perú, y las más fuertes son Ilo (Moquegua) o Matarani (Arequipa) en el sur del país.

Adaptado de <https://goo.gl/aGpLcx>

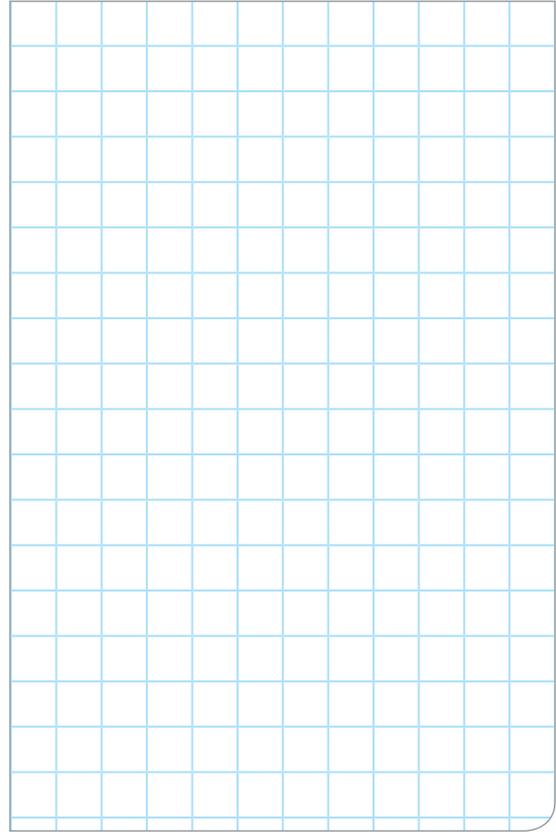
1. Escribe la expresión numérica de un trillón.
2. La expresión 17,4 trillones de pies cúbicos, ¿está bien expresada? ¿De qué otra forma se puede expresar la cantidad? Escribe la cantidad de una forma abreviada.
3. Expresa todas las cantidades mencionadas en la situación mediante notación científica.

## Comprendemos el problema

1. ¿Qué te pide la situación inicial?

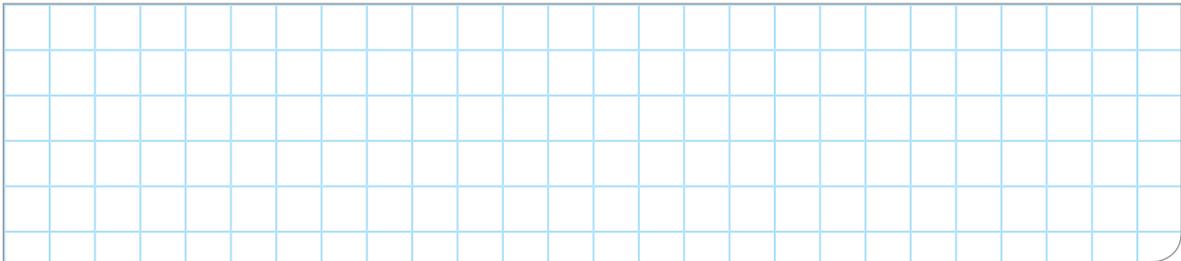


2. Escribe todos los datos que necesitas para dar respuesta a las preguntas de la situación inicial.

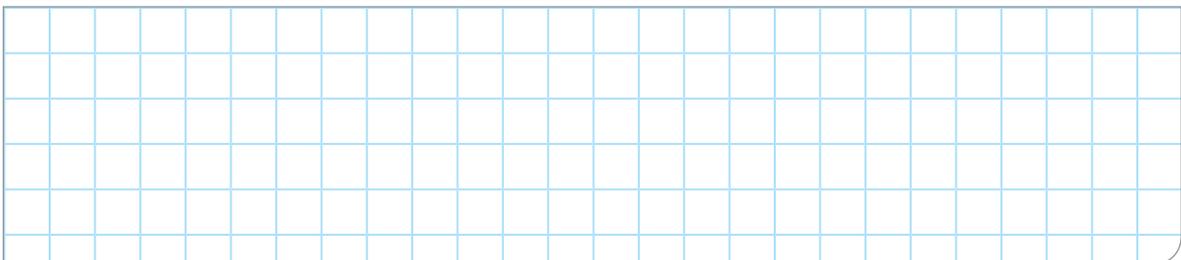


## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿De qué otra forma se pueden expresar las cantidades propuestas en la situación inicial?

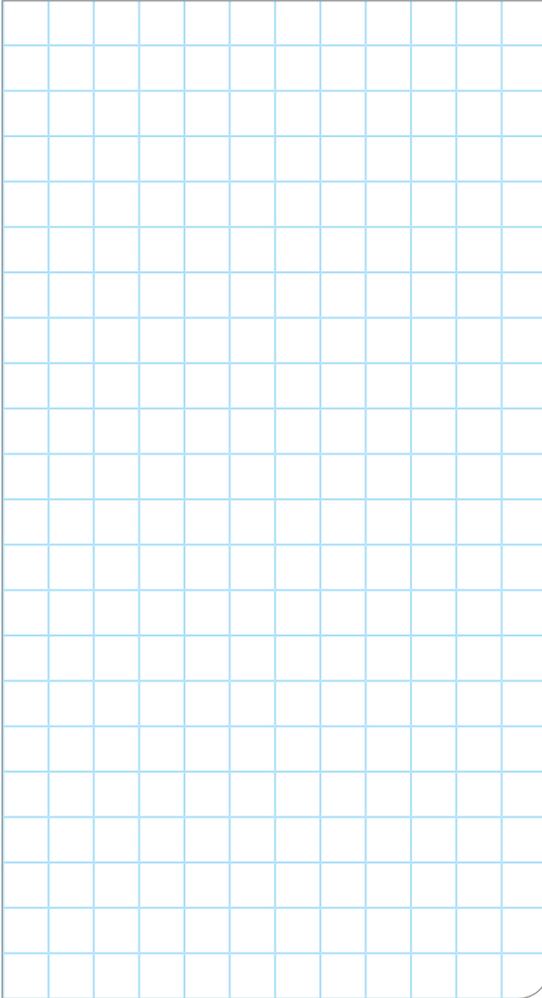
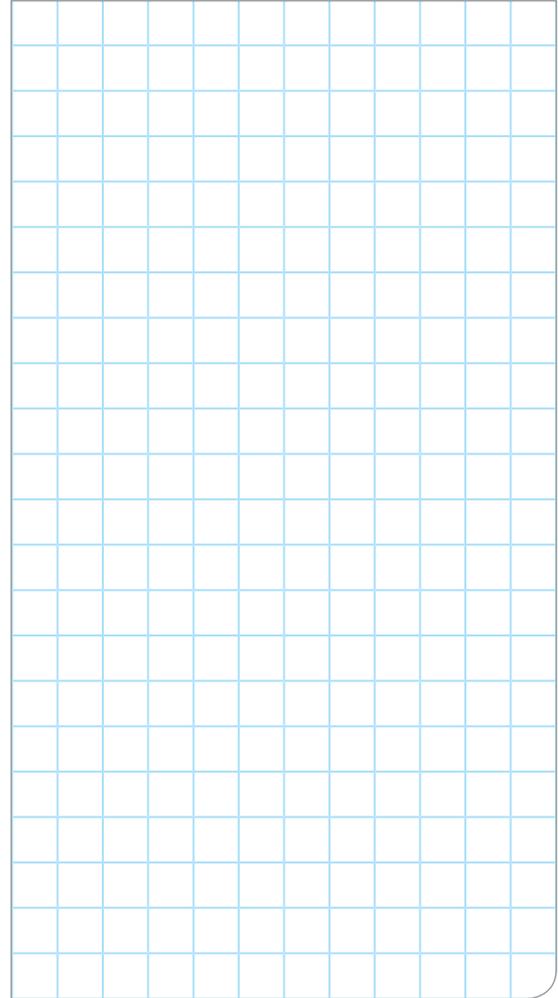


2. ¿Qué estrategia te ayudará a organizar mejor los datos?



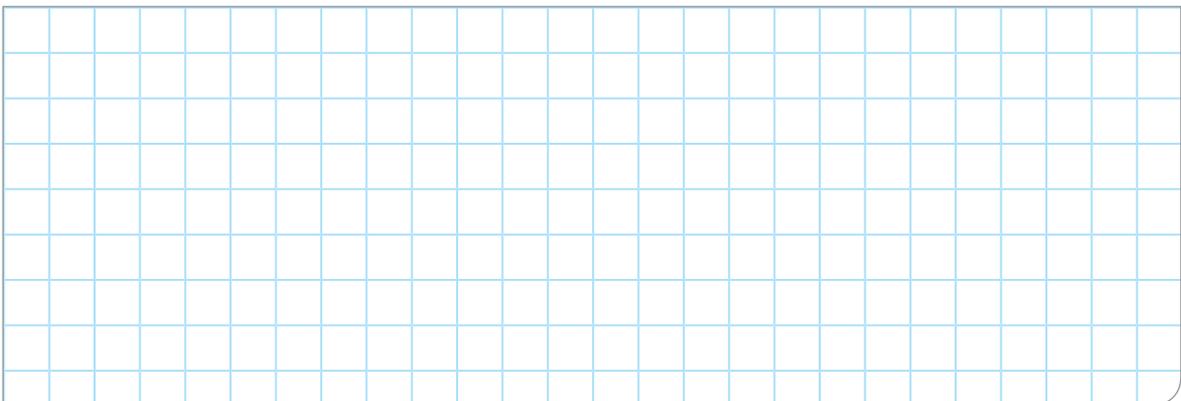
## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Utiliza la estrategia elegida en *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan*.
2. Establece una regla general para expresar en notación científica cantidades grandes y pequeñas.

A large grid for working on the first task, consisting of 20 columns and 20 rows of small squares.A large grid for working on the second task, consisting of 20 columns and 20 rows of small squares.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe el procedimiento realizado en *Ejecutamos la estrategia o plan*.

A large grid for reflecting on the development, consisting of 20 columns and 20 rows of small squares.



## Analizamos

### Situación A

A continuación, se presentan los costos en dolares del metro cuadrado de terrenos en Lima Metropolitana. Si la familia Quispe desea realizar una inversión adquiriendo un inmueble, ¿en qué distrito le resultará más caro y en cuál es más barato?

Carabaylo	Jesús María	La Victoria	Santiago de Surco	Puente Piedra	Cercado de Lima
$2,292 \times 10^3$	$55,56 \times 10^2$	$5,77 \times 10^3$	$6,458 \times 10^3$	$2,342 \times 10^3$	$45,81 \times 10^2$
San Borja	San Martín de Porres	Surquillo	Barranco	San Miguel	Miraflores
$0,6959 \times 10^4$	$0,4706 \times 10^4$	$57,28 \times 10^2$	$0,7729 \times 10^4$	$4,929 \times 10^3$	$73,41 \times 10^2$

### Resolución

Para responder las preguntas escribiremos las cantidades en notación científica y luego ordenaremos los costos de menor a mayor:

$2,292 \times 10^3$ ;  $2,342 \times 10^3$ ;  $4,581 \times 10^3$ ;  $4,706 \times 10^3$ ;  $4,929 \times 10^3$ ;  $5,077 \times 10^3$ ;  $5,556 \times 10^3$ ;  $5,728 \times 10^3$ ;  $6,458 \times 10^3$ ;  
 $6,959 \times 10^3$ ;  $7,341 \times 10^3$ ;  $7,729 \times 10^3$ .

**Respuesta:** El inmueble más barato está en Carabaylo y el más caro se encuentra en Barranco.

1. ¿Todos los datos te permiten dar solución a la situación A? Explica.
2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

### Situación B

Calcula el precio por metro cuadrado de los siguientes puestos comerciales. Exprésalo en notación científica.

Dirección	Distrito	Área total (m <sup>2</sup> )	Precio total del terreno (S/)	Precio por m <sup>2</sup>	Precio expresado en notación científica
Av. Argentina 215	CERCADO 1	60,27	168 700,00		
Av. Juan Lecaros 106	PTE. PIEDRA	2728,08	2 281 585,00		
Av. Gregorio Escobedo, Jesús María 15 076	JESÚS MARÍA	37,90	699 780,00		
Av. Grau 341	CERCADO 2	2 244,44	183 200 000,00		
Calle Riso 177-119	LINCE	46	980 000,00		

### Resolución

Para hallar el precio de venta por metro cuadrado de los puestos debemos dividir el precio base por el área del puesto.

- Distrito de Cercado 1

$$\frac{168\,700}{60,27} = 2799,070\,85 = 2,799\,070\,85 \times 10^3 \text{ soles}$$

- Distrito de Puente Piedra

$$\frac{2\,281\,585}{2728,08} = 8,363\,336\,12 \times 10^2 \text{ soles}$$

- Distrito de Jesús María

$$\frac{699\,780}{37,90} = 18\,463,8522 = 1,846\,385\,22 \times 10^4 \text{ soles}$$

- Distrito de Cercado 2

$$\frac{183\,200\,000}{2244,44} = 81\,623,924 = 8,162\,392\,4 \times 10^4 \text{ soles}$$

- Distrito de Lince

$$\frac{980\,000}{46} = 21\,304,34783 = 2,130\,434\,783 \times 10^4 \text{ soles}$$

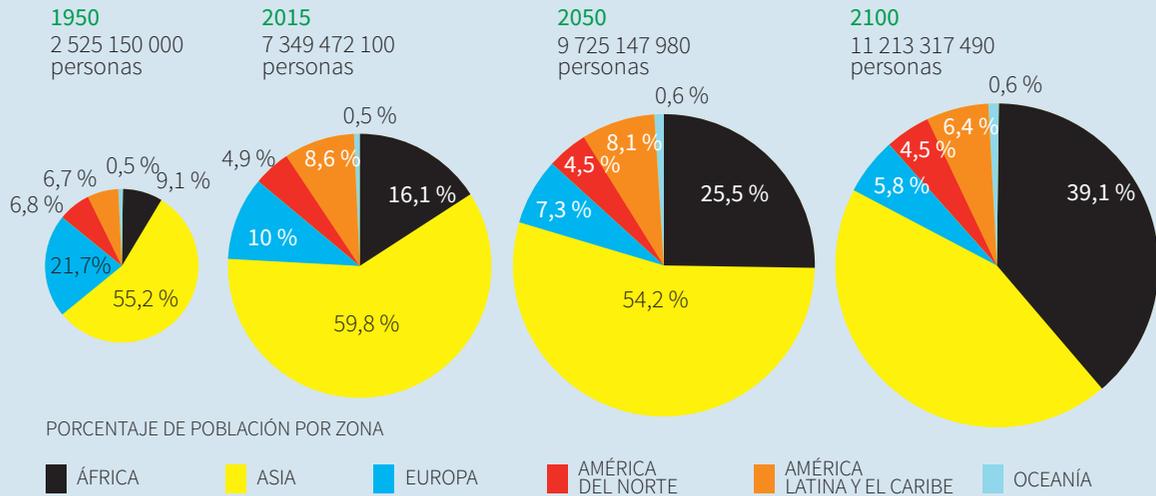
1. Los pasos realizados en la resolución de la situación B ¿son los adecuados? Explica.

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación B.

### Situación C

A continuación, observa y analiza la siguiente información:

#### Distribución geográfica de la población mundial



Luego de analizar la información presentada de la distribución geográfica de la población mundial, expresa mediante notación científica la población de África de los años indicados en la gráfica.

### Resolución

#### (Encuentra el error)

Se calcula la población de África por cada año; es decir:

$$\text{Año 1950: } 9,1\% \times 2\,525\,150\,000 = 2\,297\,886\,500$$

$$\text{Año 2015: } 16,1\% \times 7\,349\,472\,100 = 11\,832\,650\,081$$

$$\text{Año 2050: } 25,5\% \times 9\,725\,147\,980 = 24\,799\,127\,349$$

$$\text{Año 2100: } 39,1\% \times 11\,213\,317\,490 = 43\,844\,071\,385,9$$

#### Respuesta:

La población de África se muestra en la siguiente tabla:

Año	Población
1950	$2,297\,886\,5 \times 10^8$
2015	$1,183\,265\,008\,1 \times 10^{10}$
2050	$2,479\,912\,734\,9 \times 10^{10}$
2100	$4,384\,407\,138\,59 \times 10^{10}$

- Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

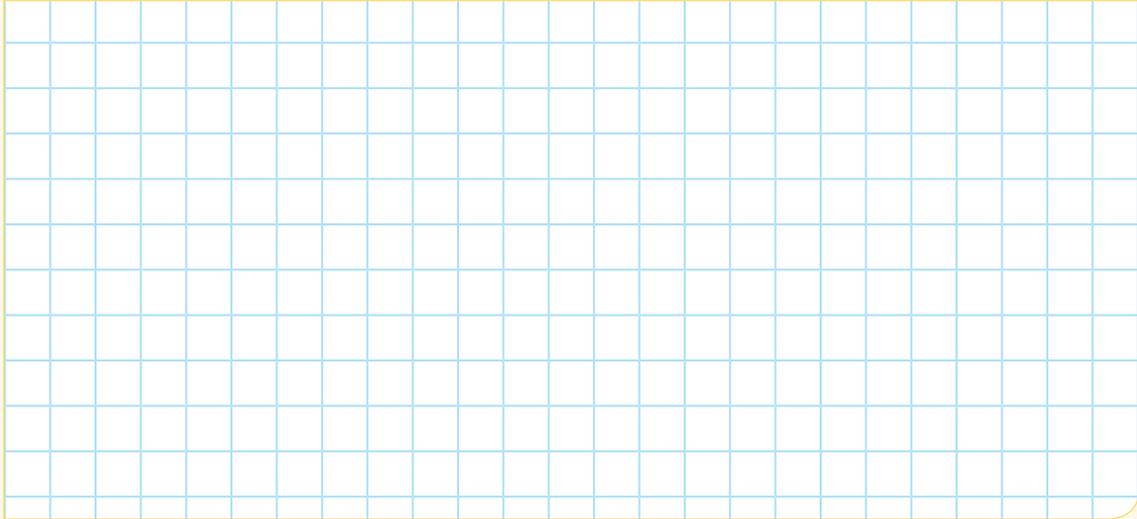

- En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección? De ser correcta la respuesta, busca otra forma de resolver la situación C.





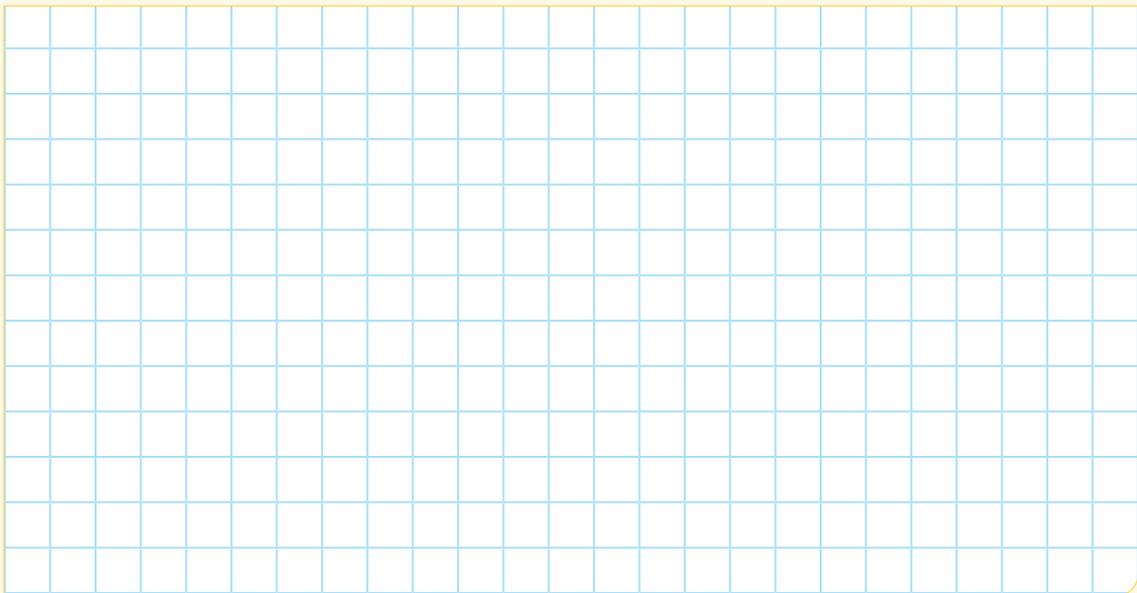

5. A continuación, se muestran algunas medidas de ciertos eventos. Expresa dichas medidas en notación científica.

- a) Duración de un relámpago: 0,000 2 s
- b) Diámetro de un átomo:  $0,000\ 053 \times 10^{-5}$  m
- c) Longitud de onda de la luz azul: 0,000 000 48 m
- d) Superficie de la Tierra: 51 100 000 km<sup>2</sup>

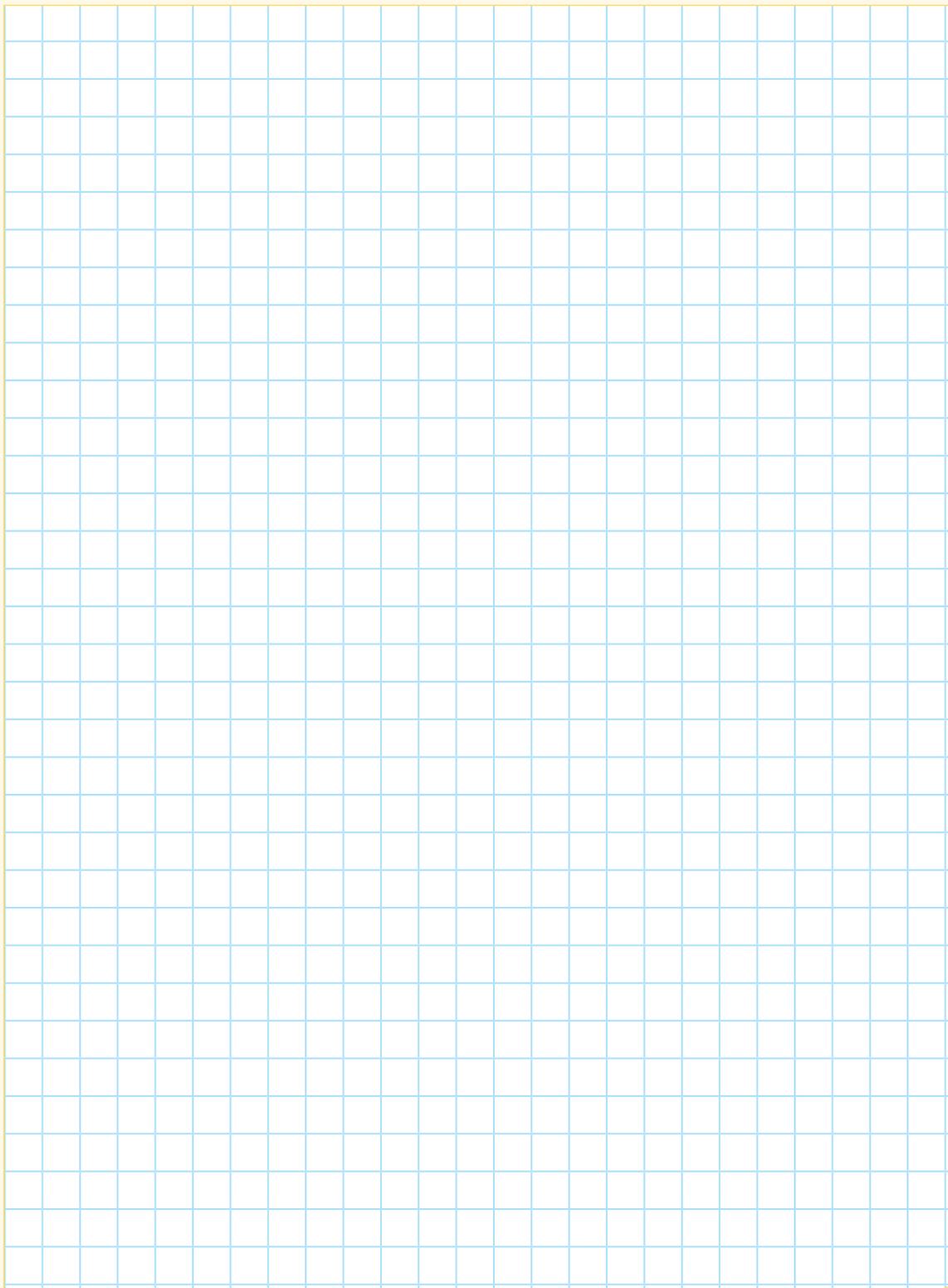


6. Una de las centrales hidroeléctricas más importantes del Perú es la del cañón del Pato. Está compuesta por seis grupos de generadores de energía eléctrica, cada uno accionado por dos turbinas hidráulicas tipo Pelton de eje horizontal y doble inyector. La generación de la energía eléctrica tiene una potencia de 263 MW. ¿Cuántos focos de 240 W podrían encenderse simultáneamente con la electricidad de esta central?

- a)  $1,095\ 833\ 3 \times 10^6$  focos
- b)  $0,109\ 583\ 3 \times 10^5$  focos
- c)  $263 \times 10^6$  focos
- d)  $0,263 \times 10^4$  focos



7. La distancia de la Tierra a la Luna es de 380 000 km y de la Tierra al Sol, de 550 millones de km. Averigua cuántas veces es mayor la distancia de la Tierra al Sol que de la Tierra a la Luna. Realiza las operaciones en notación científica.



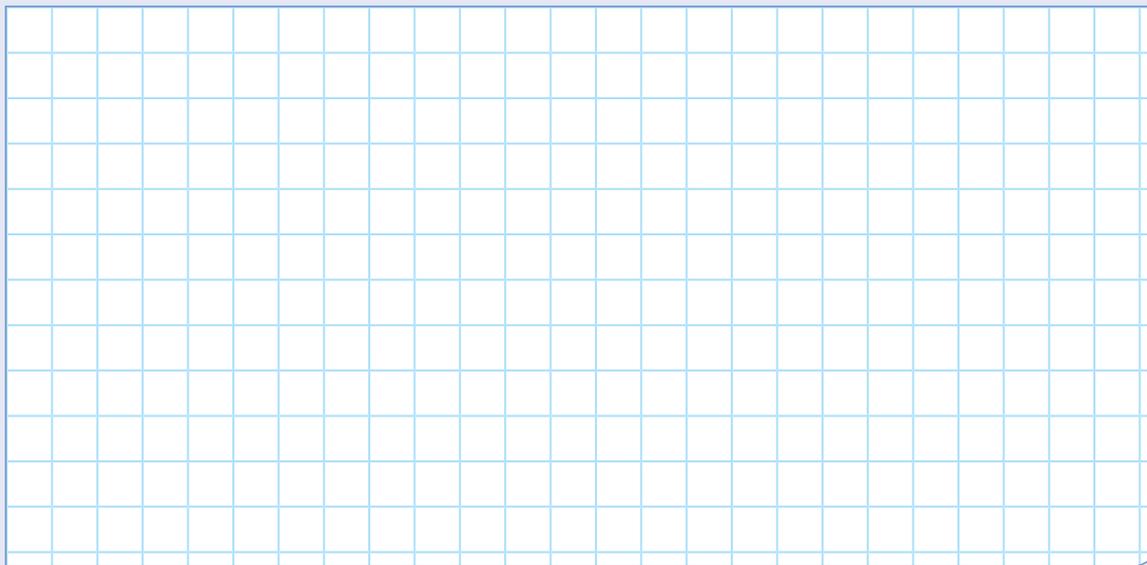
8. La medida de una bacteria de tamaño intermedio es de unos 0,003 mm (diámetro), pero los virus son todavía más pequeños; por ejemplo, el de la poliomielitis mide 0,000 015 mm de diámetro. Determina la diferencia del diámetro del virus de la polio que habría respecto de una bacteria común. Realiza los cálculos en notación científica.

a)  $2,135 \times 10^{-3}$

b)  $2,225 \times 10^{-3}$

c)  $2,985 \times 10^{-3}$

d)  $2,233 \times 10^{-3}$



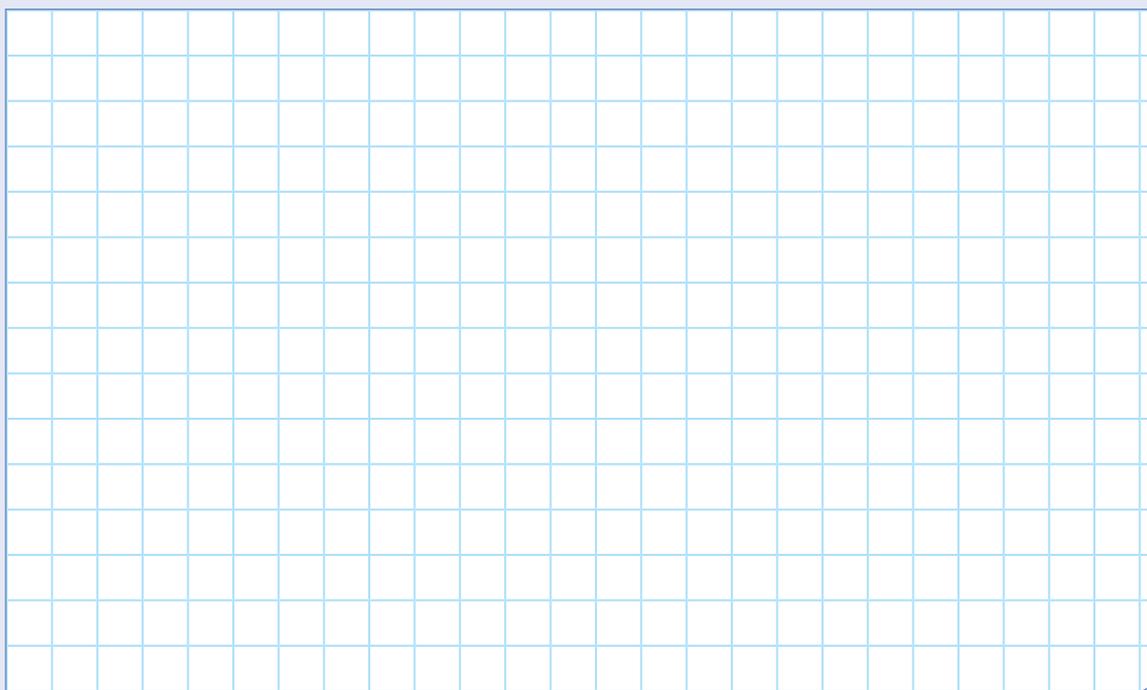
9. En España, el papel reciclado cada año equivale a 30 millones de árboles no talados. Expresa el número de árboles no talados durante un siglo en notación científica.

a)  $10 \times 10^9$  árboles no talados

c)  $5 \times 10^9$  árboles no talados

b)  $7 \times 10^9$  árboles no talados

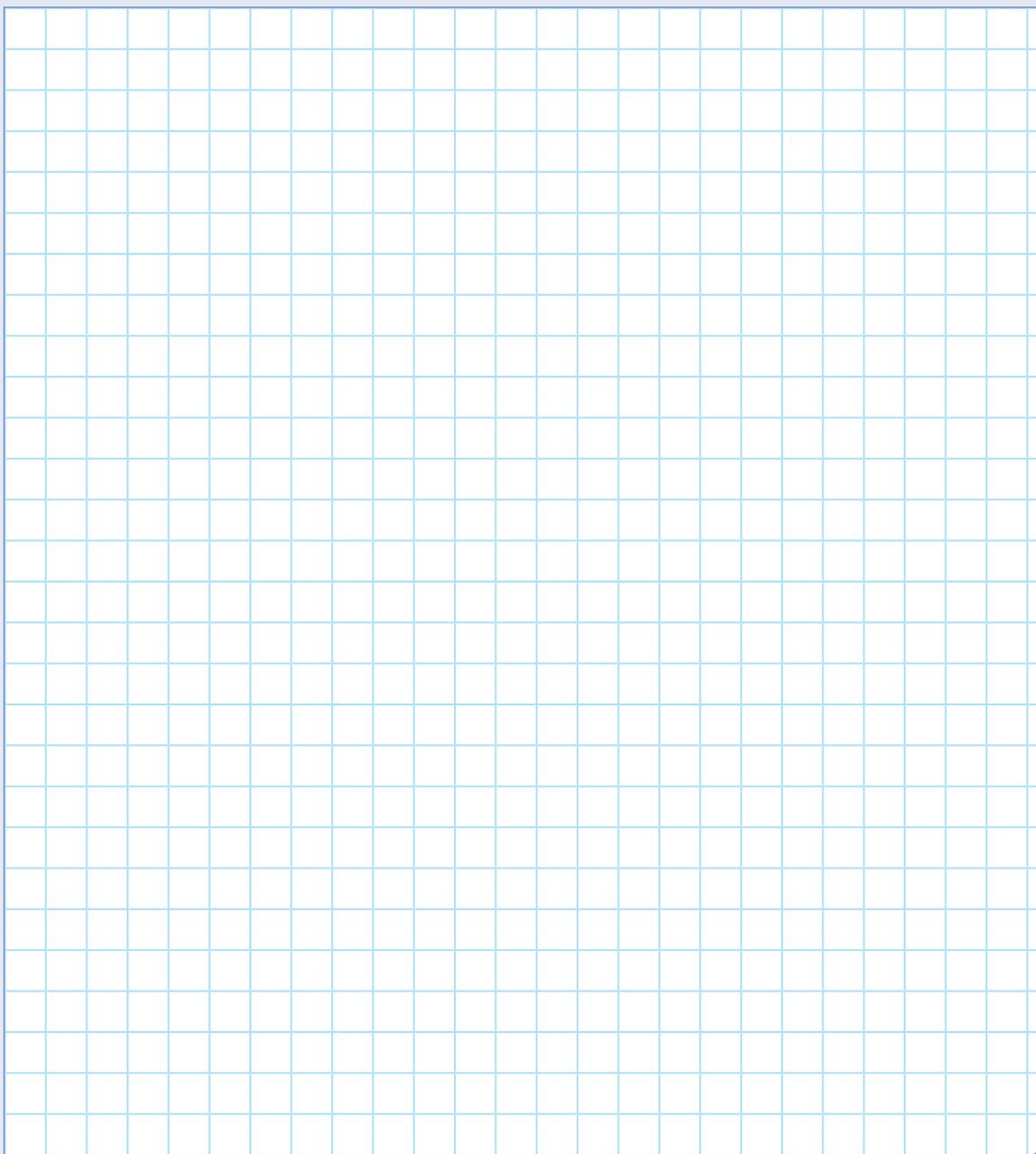
d)  $3 \times 10^9$  árboles no talados



10. La concentración es una medida de la cantidad relativa de una sustancia respecto de otras. En el caso de la concentración de gases en la atmósfera, se utiliza la magnitud de microkilogramos de aire por metro cúbico. El significado de *ppmv* es, entonces, 0,000 001 kilogramos de aire por metro cúbico, que es lo mismo que 0,001 gramos de aire por metro cúbico, que es igual a  $0,000\ 001 \times 0,001$  toneladas de aire por metro cúbico.

$$ppmv \rightarrow \frac{\mu kg}{m^3} = \frac{mg}{m^3} = 0,001 \times \frac{\mu Ton}{m^3}$$

Si la cantidad de  $CO_2$  es de 380 *ppm* y la relación entre sus pesos moleculares del dióxido de carbono y del aire es  $\frac{44}{29}$  y el volumen de la atmósfera es de  $5 \times 10^{18} m^3$ , ¿cuántas toneladas de ese compuesto se tienen en un metro cúbico de aire?



COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Combina estrategias heurísticas, métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos más convenientes para determinar términos desconocidos y solucionar sistemas de ecuaciones lineales.



## Aprendemos

Los alimentos aportan los nutrientes que nos proporcionan energía para realizar todas las funciones del organismo; son esenciales para el crecimiento y la reparación de los órganos y tejidos del cuerpo, así como para mantener el adecuado funcionamiento del sistema inmune (o de defensa ante las enfermedades). El ser humano necesita muchos nutrientes diferentes, como los macronutrientes, que son necesarios en gran cantidad y aportan la energía (calorías) para el funcionamiento de nuestro organismo. Estos son: los carbohidratos (almidones, azúcares y fibra dietética), las grasas y las proteínas (de origen vegetal y animal).

La siguiente información corresponde a la cantidad de energía (kilocalorías) y proteínas (gramos) que aportan a nuestro organismo una porción de leche y una de alimento fortificante.

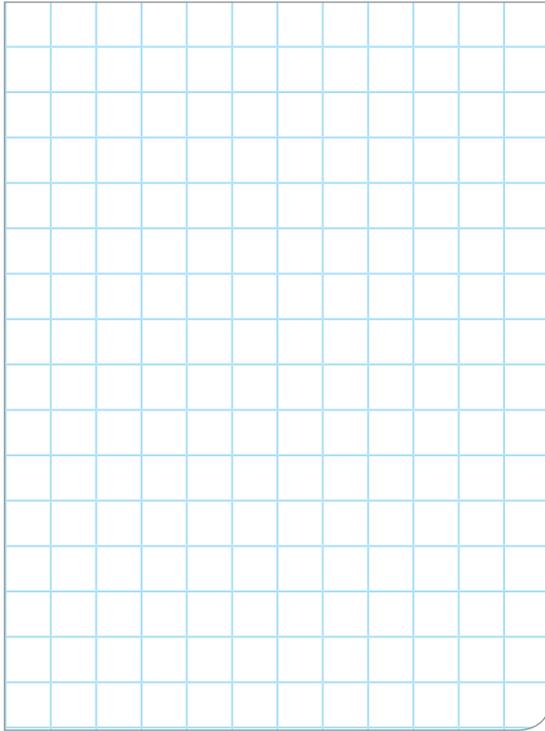


	Energía (kcal)	Proteínas (g)
Alimento fortificante	120	4
Leche	450	20

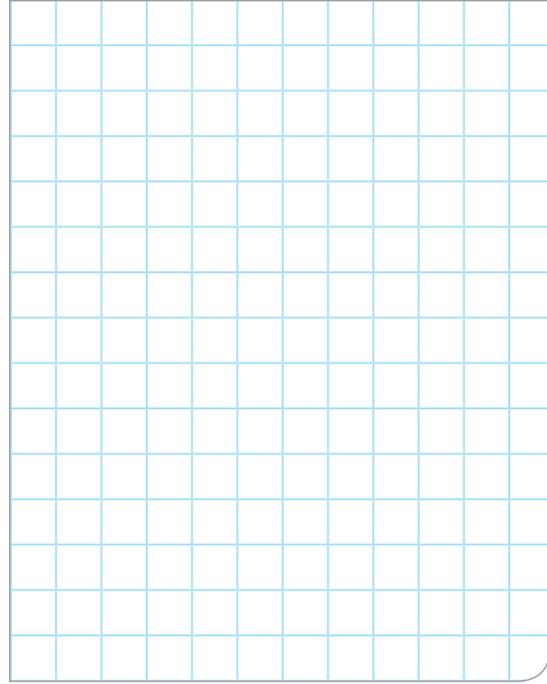
- ¿Cuántas porciones de leche y alimento fortificante se requieren para ingerir 1800 calorías y 70 gramos de proteínas?

## Comprendemos el problema

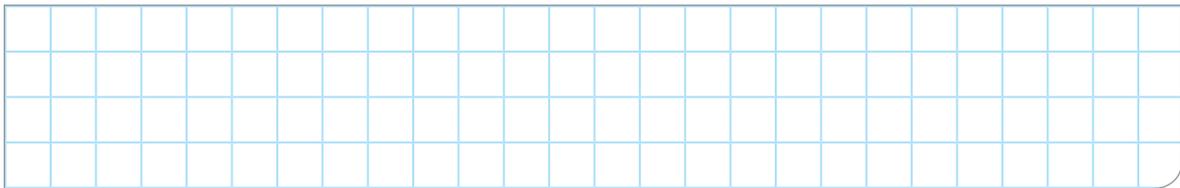
1. ¿Qué debes averiguar sobre la situación inicial?



2. Haz una lista de datos que te ayudarán a dar solución a la situación inicial.

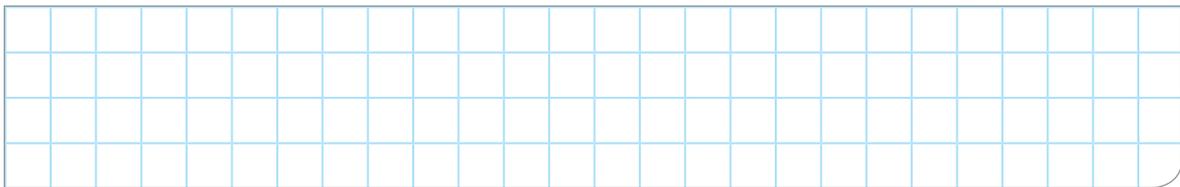


3. ¿Cuál es la relación entre los datos y lo que se te pide calcular?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Escribe de otra forma el enunciado de la situación inicial.

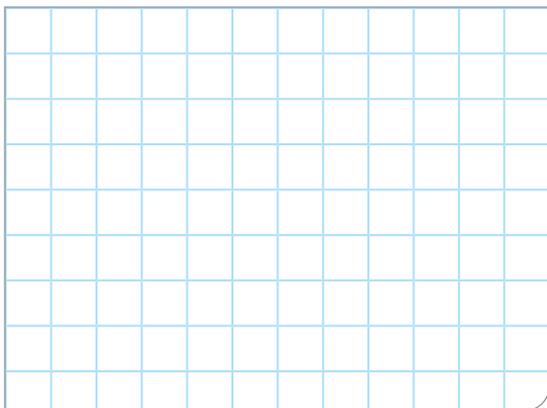


2. ¿Qué estrategia te ayudará a dar solución a la situación inicial?

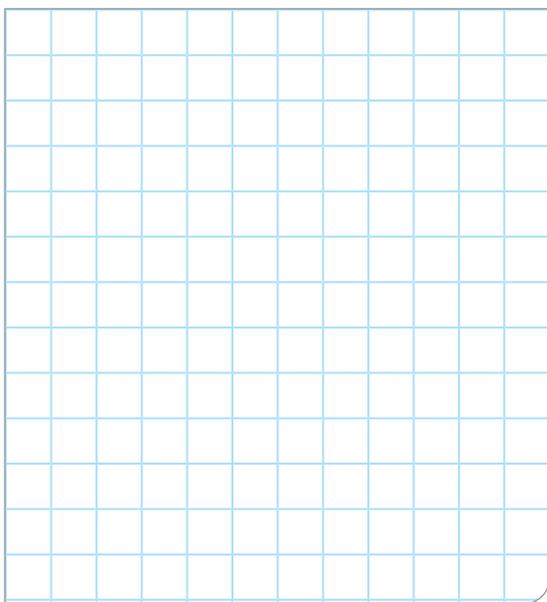


## Ejecutamos la estrategia o plan

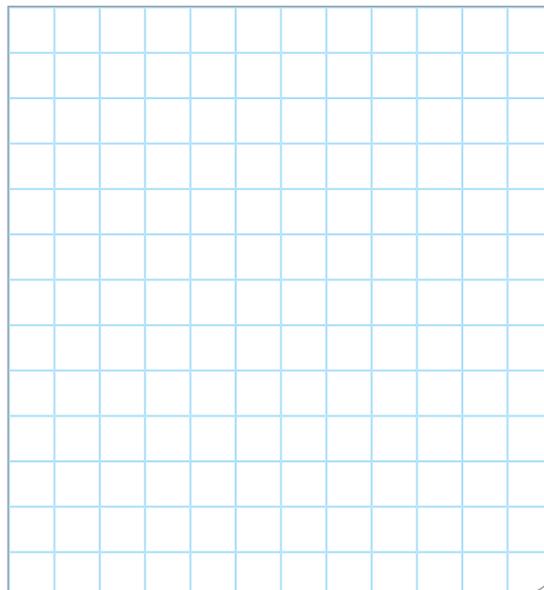
1. Escribe una expresión algebraica que represente la cantidad de calorías.



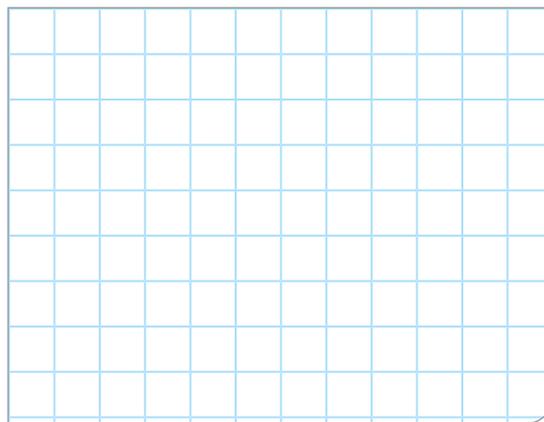
2. Escribe una expresión algebraica que represente la cantidad de proteínas.



3. Resuelve las expresiones algebraicas formuladas.

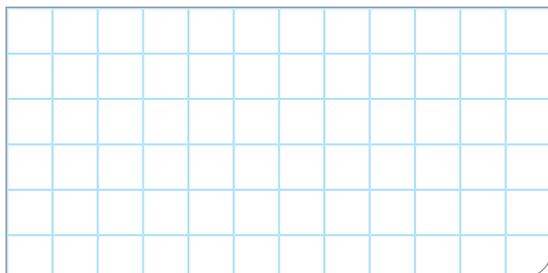


4. Escribe la cantidad de porciones de cada alimento que se requiere para ingerir 1800 kcal y 70 g de proteínas.

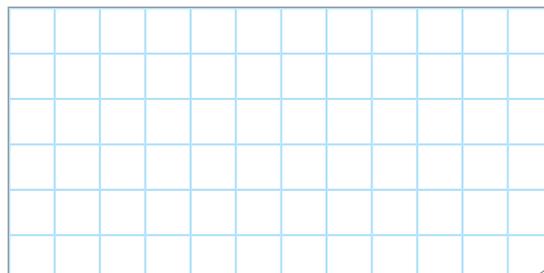


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe la estrategia empleada que te permitió dar solución a la situación inicial.



2. ¿Es posible obtener la misma solución por otro método? Explica.





### Situación B

Roberto va a la bodega y compra 5 kg de frejol canario y 3 kg de pallaes, por los que paga S/27 en total. La siguiente semana Alberto va a la misma bodega y compra 2 kg de frejol canario y 6 kg de pallaes por S/30 en total. ¿Cuánto cuesta el kilogramo de frejol y el de pallar? Si deben comprar a la semana 8 kg de ambos tipos de menestras, ¿cuál sería la compra adecuada si quisieran ahorrar dinero?

### Resolución

- $x$ : precio del frejol canario.  
 $y$ : precio del pallar.
- Este sistema de ecuaciones describe la situación:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 27 \\ 2x + 6y = 30 \end{cases}$$

- Multiplicamos los términos de la primera ecuación por 2 y a los de la segunda ecuación por  $-1$ , y obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 10x + 6y = 54 \\ -2x - 6y = -30 \end{cases}$$

- Al sumar ambas ecuaciones, nos da la ecuación:

$$8x = 24 \rightarrow x = 3 \text{ soles}$$

- Sustituyendo  $x$  en la primera ecuación del sistema de ecuaciones de partida, se obtiene:

$$15 + 3y = 27 \rightarrow y = 4 \text{ soles}$$

Si deben comprar a la semana 8 kilogramos de menestras, ¿cuál sería la compra adecuada si quisieran ahorrar dinero?

$x = S/3$	1(3)	2(3)	3(3)	4(3)	5(3)	6(3)	7(3)
$y = S/4$	7(4)	6(4)	5(4)	4(4)	3(4)	2(4)	1(4)
<b>TOTAL</b>	S/31	S/30	S/29	S/28	S/27	S/26	S/25

**Respuesta:** Deben comprar 7 kg de frejol canario y 1 kg de pallaes, gastando en total S/25.

1. ¿Qué estrategia heurística se ha utilizado para dar solución a la situación B?

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación B.

### Situación C

Se sabe que el costo de 2 kg de azúcar entre rubia y blanca es de 10 soles. Carlos compró 2 kg de azúcar rubia y 2 kg de blanca, por los que pagó S/20. Determina el precio del kilo de azúcar blanca y del kilo de azúcar rubia.

### Resolución

#### (Encuentra el error)

- Este sistema de ecuaciones describe la situación:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 2y = 20 \end{cases}$$

$x$ : precio de azúcar rubia

$y$ : precio de azúcar blanca

- Despejamos la variable  $y$  en las ecuaciones para asignar valores a  $x$ .

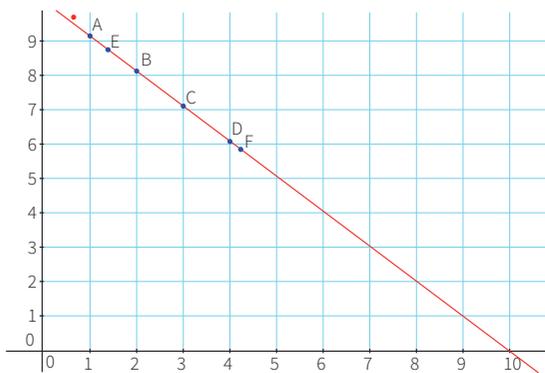
$$y = 10 - x$$

$x$	1	2	3
$y$	9	6	5

$$y = \frac{20 - 2x}{2}$$

$x$	1	2	3
$y$	7	8	9

- Elaboramos el gráfico de las dos ecuaciones en el plano cartesiano, y observamos que los pares ordenados de las dos ecuaciones coinciden:



#### Respuesta:

Hay infinitas soluciones.

- Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

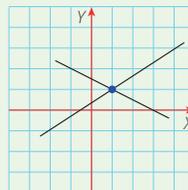
- En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección? De ser correcta la respuesta, busca otra forma de resolver la situación C.



3. Relaciona cada sistema de ecuaciones con su representación gráfica.

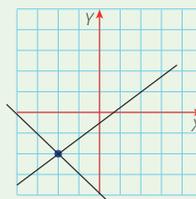
$$1) \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

A



$$2) \begin{cases} x + y = -4 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$$

B

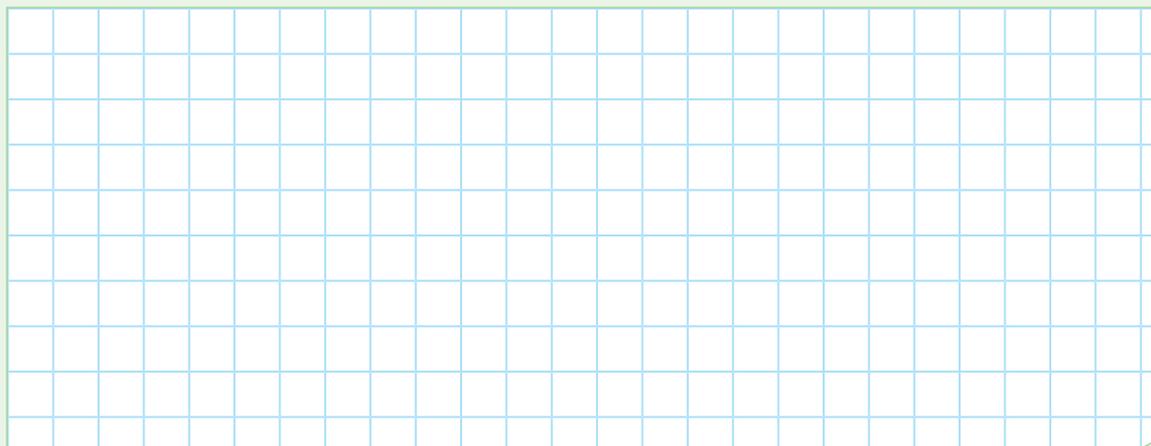


a) 1 A; 2B

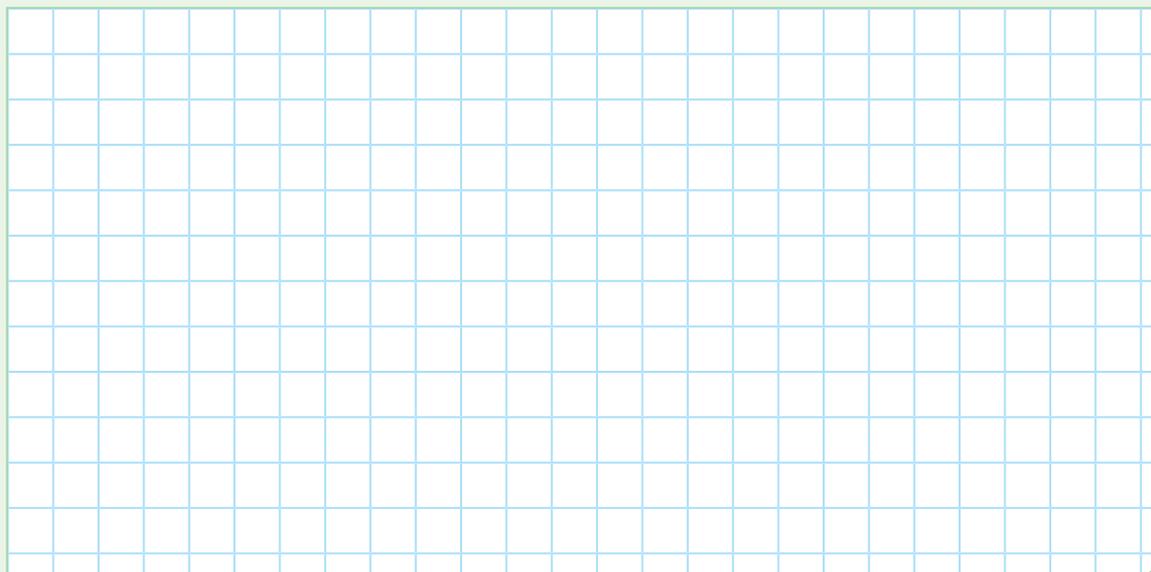
b) 2 A; 1B

c) 1 A y B

d) 2 A y B



4. Dos kilos de plátanos y tres de peras cuestan S/7,80. Cinco kilos de plátanos y cuatro de peras tienen un costo de S/13,20. ¿Cuánto cuesta el kilo de plátanos?



5. Resuelve empleando el método que creas conveniente:

Una empresa financiera tiene para sus empleados dos niveles de sueldos: contadores y gerentes, en los departamentos de Contabilidad y Cobranza. La tabla de la derecha muestra las cantidades de empleados en dichos departamentos, así como su respectiva planilla.

Departamentos	N.º de empleados		Planillas (S/)
	Contadores	Gerentes	
Contabilidad	4	2	19 000
Cobranza	2	3	21 000

Determina el sueldo de cada tipo de trabajador.

- a) Del contador: S/1875; del gerente: S/5750      c) Del contador: S/1875; del gerente: S/5705  
 b) Del contador: S/5050; del gerente: S/1875      d) Del contador: S/2875; del gerente: S/5705

6. Un fabricante produce modelos I y II de lámparas. Durante la producción se requiere del uso de dos máquinas A y B. El número de horas necesarias para la producción de una lámpara está indicado en la tabla de la derecha.

	Máquina A	Máquina B
Modelo I	2	1
Modelo II	2	3

Si cada máquina puede utilizarse 24 horas por día, ¿cuántas lámparas de cada modelo produce al día la máquina A?

- a) Modelo I: 6; Modelo II: 6      c) Modelo I: 2; Modelo II: 2  
 b) Modelo I: 1; Modelo II: 3      d) Modelo I: 6; Modelo II: 18

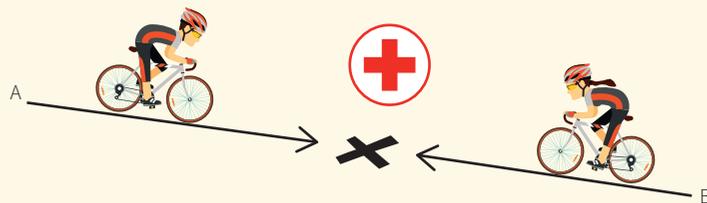
7. Cuando un móvil se desplaza a velocidad constante, la velocidad se expresa así:

$$\text{Velocidad} = \frac{\text{espacio recorrido}}{\text{tiempo empleado}}$$

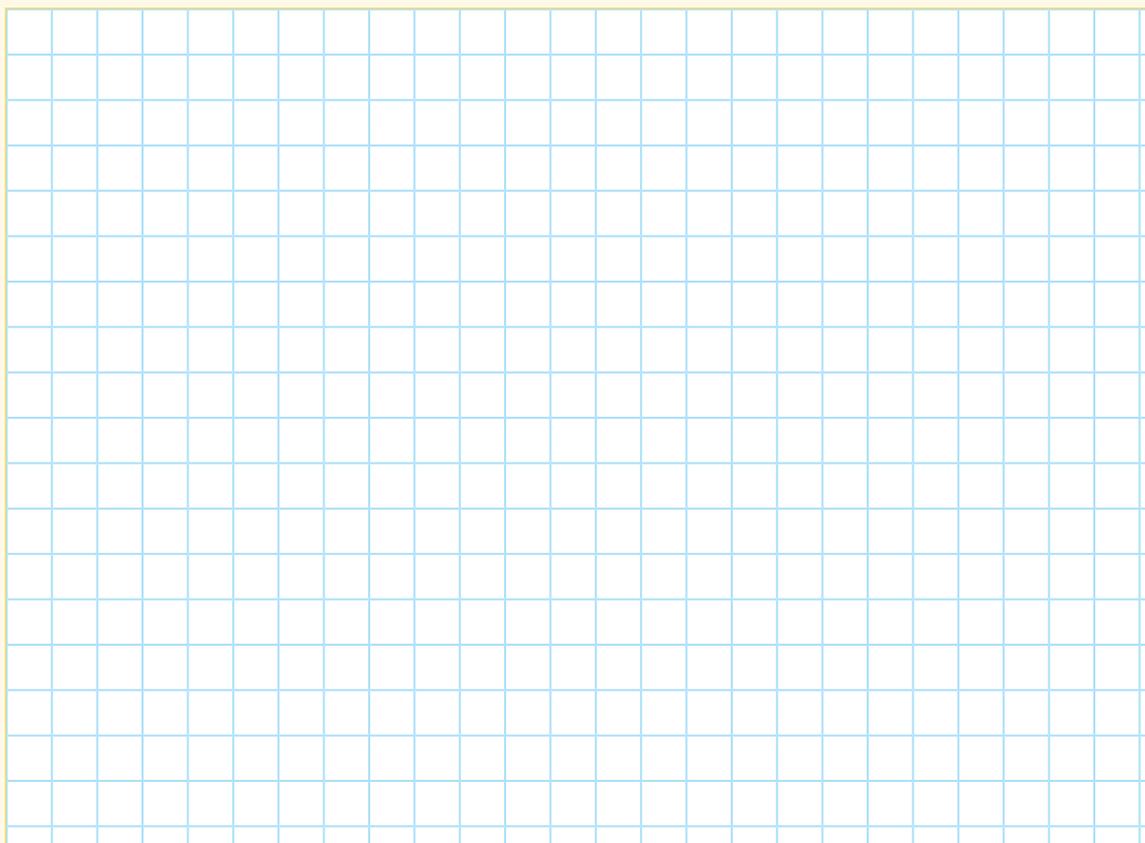
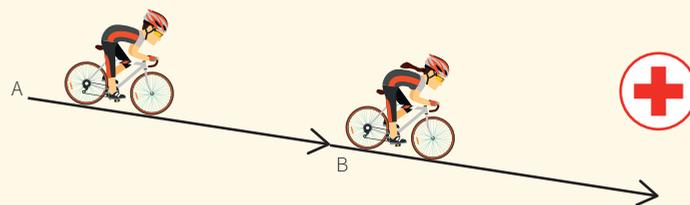
Abreviadamente:

$$v = \frac{e}{t} \leftrightarrow e = v \cdot t \leftrightarrow t = \frac{e}{v}$$

Un ciclista parte del pueblo A en dirección a B, distante 80 km, a velocidad constante  $v$ . A la vez, una ciclista sale de B hacia A, a una velocidad constante menor  $v'$ . Se encuentran al cabo de dos horas.



En otra ocasión, a la vez que el ciclista sale de A hacia B, la ciclista se pone en marcha, pero esta vez en el mismo sentido. Cada ciclista va a la misma velocidad que el primer día, y el ciclista veloz tarda cuatro horas en alcanzar a la ciclista. Con estos datos, calcula las dos velocidades.



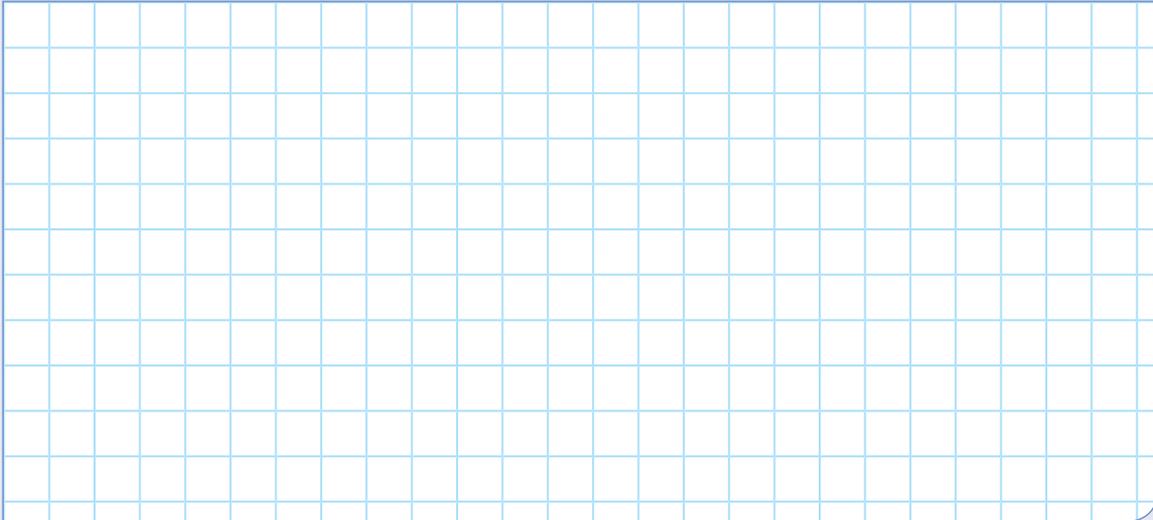
8. Coloca un clip al lado de una hoja de papel, por el borde más largo. Luego alinea suficientes monedas de 50 céntimos para completar la longitud de 11 pulgadas. Si usas un clip, debes encontrar que necesitas 12 monedas de 50 céntimos. Coloca dos clips al lado de la hoja, por el borde corto, y agrega suficientes monedas de 50 céntimos para completar su longitud de 8,5 pulgadas. Con los dos clips necesitarás 6 monedas de 50 céntimos. ¿Cuál es la cantidad de clips que se necesita si se los coloca por el borde más largo de la hoja?

a) 10,75 clips

b) 5,5 clips

c) 7,5 clips

d) 7 clips



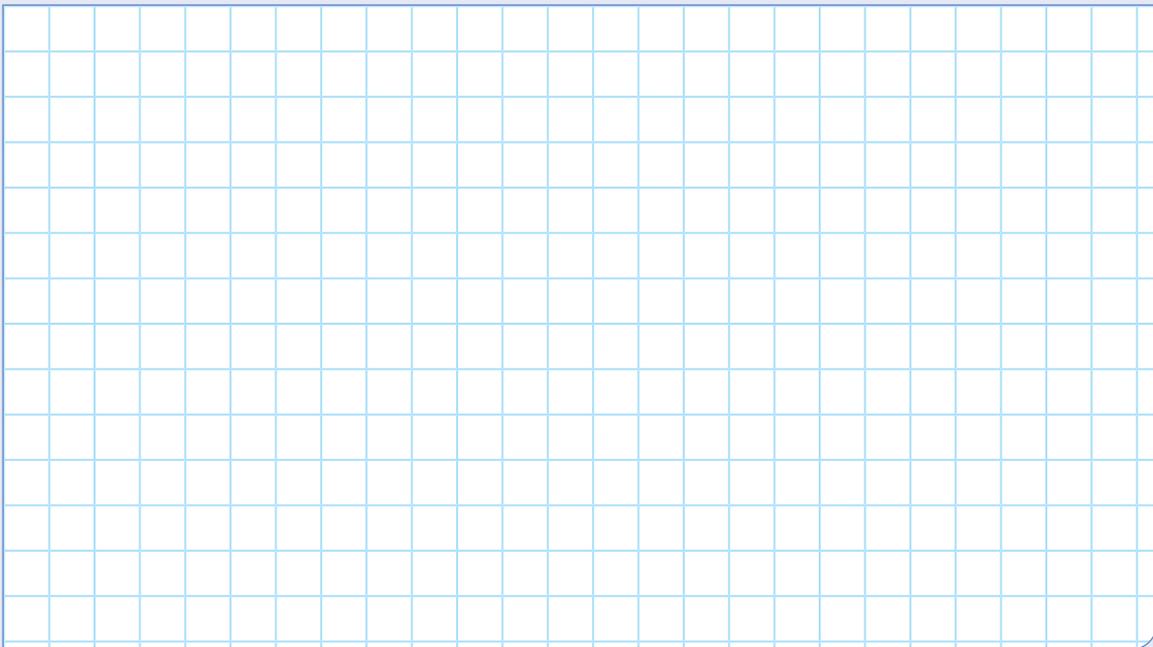
9. En un encuentro de fútbol escolar, los estudiantes pagaron S/12 por boleto y los no estudiantes, S/18 por boleto. El número total de estudiantes que acudieron al partido fue de 1430 más que el número de no estudiantes. La venta total de todos los boletos fue de S/67 260. ¿Cuántos de los que fueron al partido eran estudiantes?

a) 1300

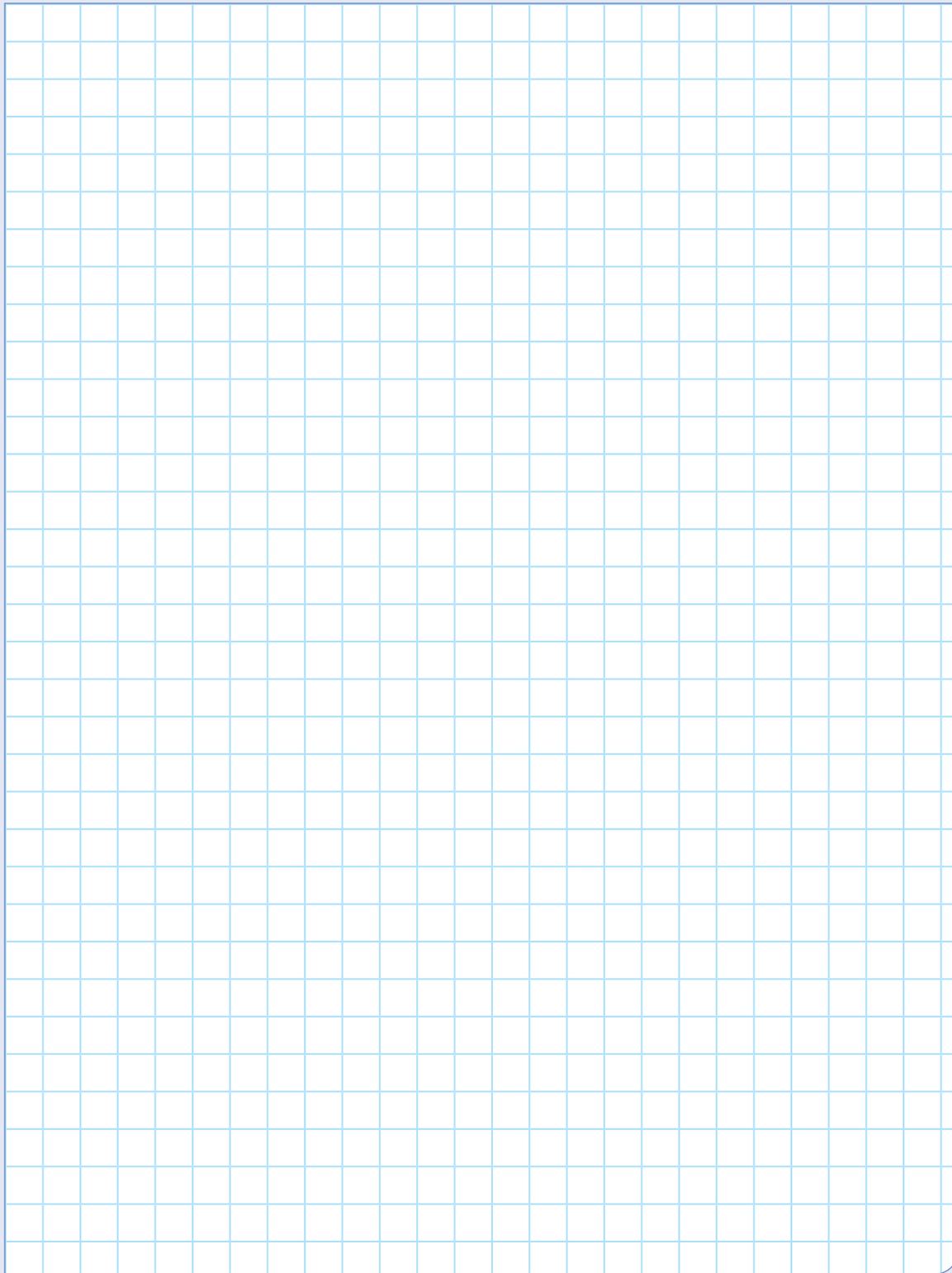
b) 3001

c) 3100

d) 1003



10. El perímetro de una sala rectangular es 100 m. Si el ancho ( $a$ ) se aumenta en 6 m y el largo ( $l$ ) se disminuye en 6 m, la sala se hace cuadrada. Escribe los modelos matemáticos que representen la situación.



# Ficha 14

## El repartidor de pizzas

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen inecuaciones ( $ax + b < cx + d$ , $ax + b > cx + d$ , $ax + b \leq cx + d$ y $ax + b \geq cx + d$ , $\forall a y c \neq 0$ ).
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y combina estrategias heurísticas, métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos más convenientes para determinar términos desconocidos, simplificar expresiones algebraicas y solucionar inecuaciones usando propiedades de las igualdades.



### Aprendemos

En las pizzerías el servicio al cliente ha tenido un enfoque diferente frente a otros tipos de comidas rápidas. Durante años, han prestado un servicio mucho más personalizado en el cual el cliente juega un rol fundamental. Para lograr este objetivo, han implementado nuevos servicios y se han apropiado de otros que ya existen en mercados internacionales y que son brindados por firmas extranjeras en el país. Dichas estrategias de comercialización se han especializado en la entrega de las pizzas a domicilio. Las empresas se han dado cuenta de la importancia que representa satisfacer a sus clientes desde la comodidad de sus casas, y por ello les brindan el servicio de mejor calidad disponible en el menor tiempo posible. Para lograr todo esto, han diseñado rutas de transporte y han aumentado la rapidez en la producción de pizzas.

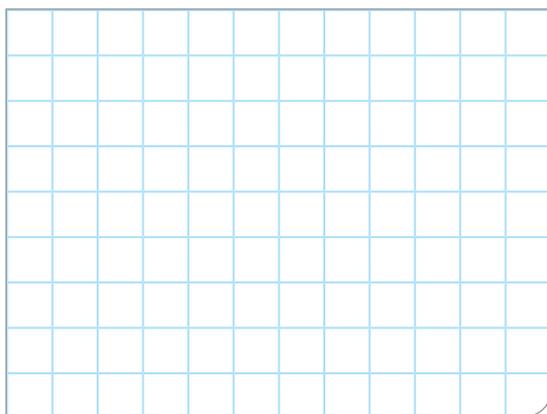


Por los motivos anteriores, las pizzerías requieren de repartidores de pizzas, a quienes les ofrecen dos opciones de contrato:

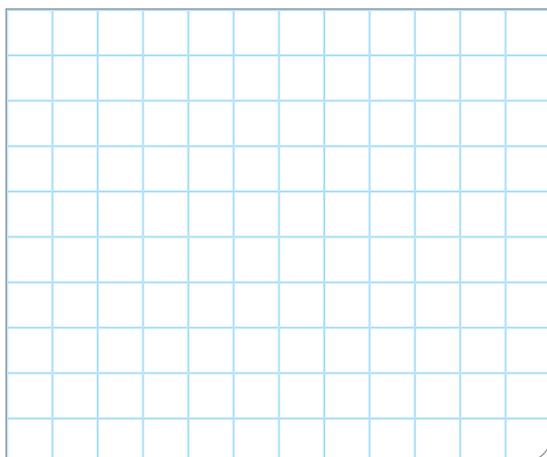
- Una opción es el sueldo mínimo de 850 soles más 11 soles de comisión por cada pizza repartida.
  - La otra opción es un sueldo fijo de 1500 soles, independientemente del número de pizzas repartidas.
- Calcula el número mínimo de pizzas que se han de repartir para que convenga escoger la primera opción.

## Comprendemos el problema

1. ¿Qué te pide calcular la situación inicial?



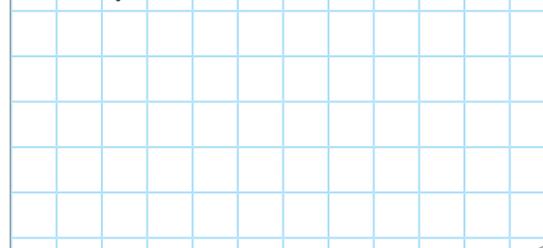
2. ¿Qué datos encuentras en la situación inicial?



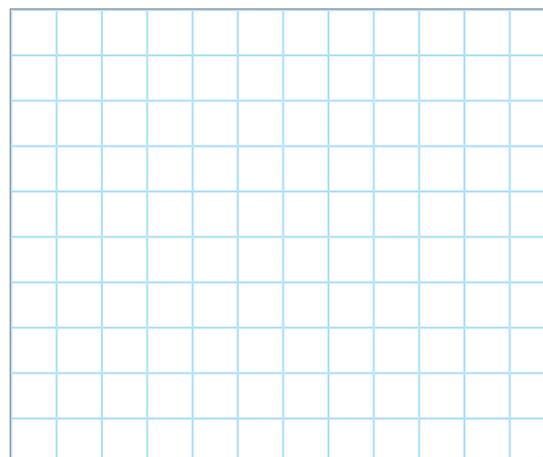
3. ¿Cómo escribirías en expresión matemática los siguientes enunciados?

Sueldo mínimo de 850 soles más 11 soles por cada pizza: .....

Sueldo fijo de 1500 soles: .....

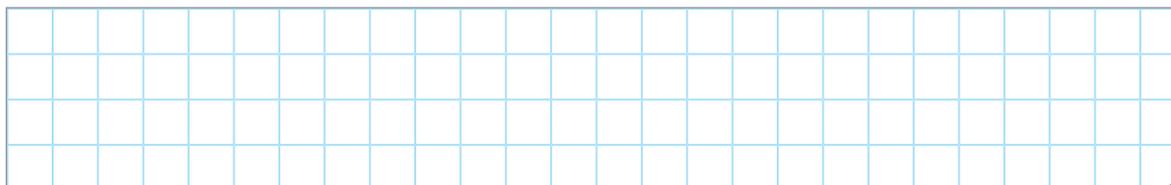


4. ¿Cuál es la incógnita?

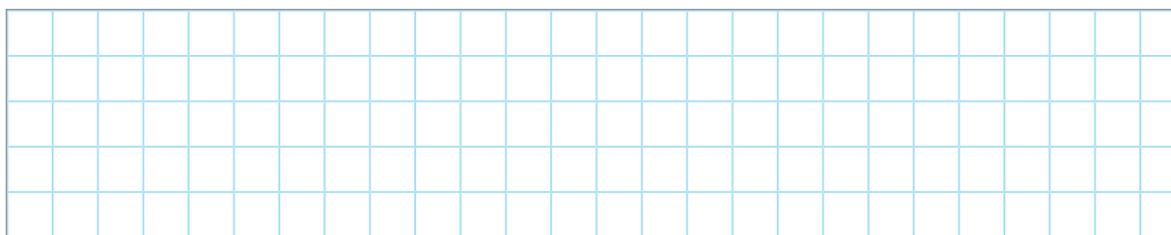


## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te permite dar solución a la situación inicial?

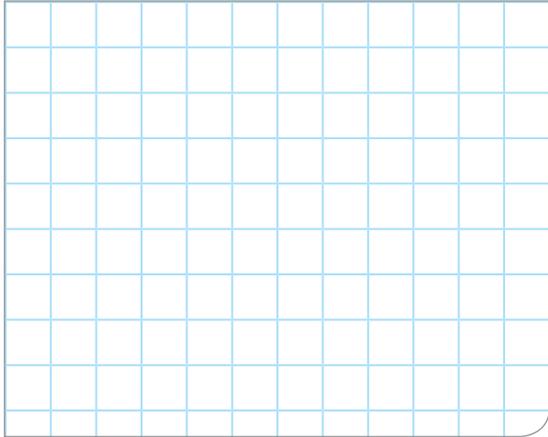


2. ¿Cómo representarías la pregunta de la situación inicial usando una expresión matemática?

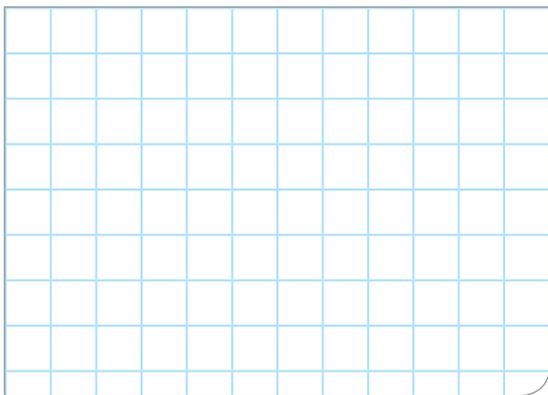


## Ejecutamos la estrategia o plan

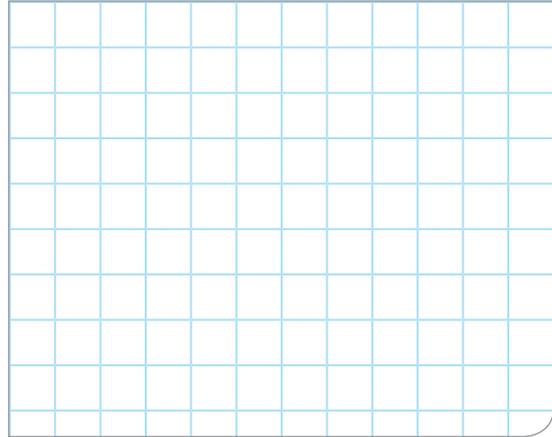
1. Desarrolla la expresión matemática formulada en la pregunta 2 de *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan*.



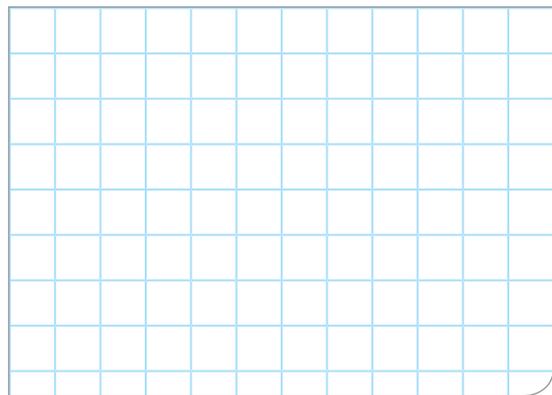
2. ¿Cuántas pizzas como mínimo se deben repartir diariamente para que convenga escoger la primera opción?



3. Si en la segunda opción te pagaran un sueldo fijo de 1250, ¿cuántas pizzas como mínimo deberías repartir para que te convenga la primera opción?

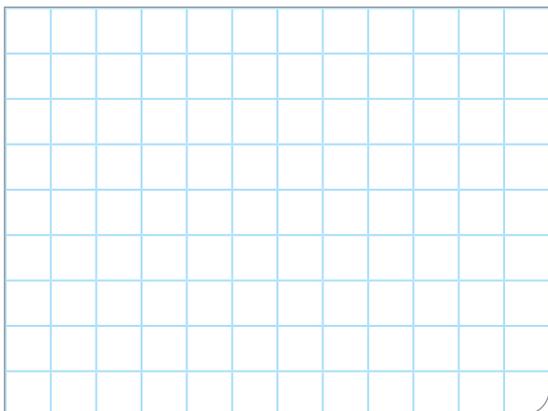


4. ¿Cuántas pizzas como mínimo se deberían repartir para ganar más de 2500 soles mensuales?

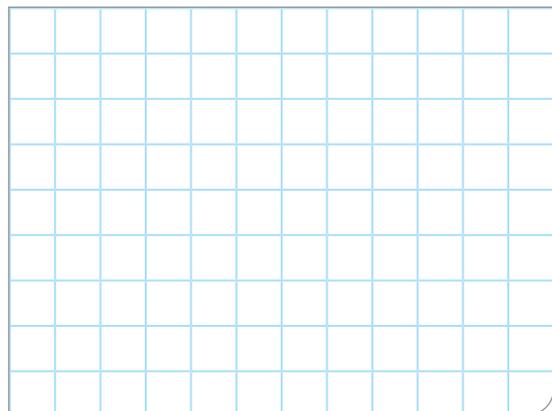


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué transformaciones de equivalencia puedes realizar para dar solución a la situación inicial?



2. ¿Cuál de las dos opciones de contrato crees que es más ventajosa? Explica.





## Analizamos

### Situación A

El puente de Chacanto, que une las regiones Amazonas y Cajamarca, se encuentra en proceso de reconstrucción debido a los daños sufridos por las torrenciales lluvias y por su antigüedad, pues data de hace 90 años. Su capacidad original fue de 16 toneladas; sin embargo, en la actualidad, por medidas de seguridad, se ha reducido a su cuarta parte.

Una furgoneta cuya tara es de 1750 kg debe cargar cuatro cajones iguales y del mismo peso. ¿Cuánto puede pesar, como máximo, cada uno de esos cajones para poder cruzar dicho puente?  
(Tara: Peso de un vehículo destinado al transporte, vacío sin mercancía)

### Resolución

- Capacidad del puente Chacanto: un cuarto de 16 toneladas, es decir, 4 toneladas, que equivalen a 4000 kg.

Peso de la furgoneta: 1750 kg

Peso de cada cajón:  $x$  (desconocido)

Cantidad de cajones: 4 cajones

- El peso combinado de la furgoneta y los cuatro cajones no debe exceder el peso máximo soportado por el puente. Así, tenemos la siguiente expresión:

$$1750 + 4x \leq 4000$$

- Resolviendo:

$$1750 + 4x \leq 4000$$

$$4x \leq 4000 - 1750$$

$$4x \leq 2250$$

$$x \leq \frac{2250}{4}$$

$$x \leq 562,5$$

**Respuesta:** Cada cajón debe pesar como máximo 562,5 kg para que pueda pasar por el puente Chacanto.

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación A ¿son los adecuados? Explica.

2. ¿Puedes indicar qué propiedades de las operaciones se han utilizado para resolver la situación A?

### Situación B

La especificación para realizar unas pruebas a una muestra de campo es que su temperatura debe mantenerse desde los 34 °F hasta los 60 °F. ¿Cuál es el rango de temperatura en grados Celsius (°C) en que la muestra debe ser mantenida?  $^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9} (^{\circ}\text{F} - 32)$

### Resolución

- La especificación escrita en términos de desigualdad es que:  $34 \leq ^{\circ}\text{F} \leq 60$
- Expresamos la temperatura en Fahrenheit en función de grados centígrados, a partir de  $^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9} (^{\circ}\text{F} - 32)$
- Expresando en  $^{\circ}\text{F} = \frac{9}{5} ^{\circ}\text{C} + 32$
- Sustituyendo en  $34 \leq ^{\circ}\text{F} \leq 60$  queda:  $34 \leq \frac{9}{5} ^{\circ}\text{C} + 32 \leq 60$
- Resolviendo, obtenemos:

$$34 \leq \frac{9}{5} ^{\circ}\text{C} + 32 \leq 60$$

$$34 - 32 \leq \frac{9}{5} ^{\circ}\text{C} + 32 - 32 \leq 60 - 32$$

$$2 \leq \frac{9}{5} ^{\circ}\text{C} \leq 28$$

$$2 \times 5 \leq \frac{9}{5} ^{\circ}\text{C} \times 5 \leq 28 \times 5$$

$$10 \leq 9 ^{\circ}\text{C} \leq 140$$

$$\frac{10}{9} \leq \frac{9}{9} ^{\circ}\text{C} \leq \frac{140}{9}$$

$$\frac{10}{9} \leq ^{\circ}\text{C} \leq \frac{140}{9}$$

### Respuesta:

El rango de temperatura en grados Celsius en que la muestra debe ser mantenida está en el siguiente intervalo:  $[\frac{10}{9}; \frac{140}{9}]$ .

1. ¿Qué transformaciones de equivalencia para inecuaciones se utilizaron en la resolución?

2. ¿Qué estrategia se ha utilizado en la resolución?

### Situación C

A Jorge, que es un vendedor de automóviles, le ofrecen en la tienda de autos “Casi Nuevos” S/1000 de sueldo fijo más S/200 por automóvil vendido; mientras que en la tienda “ Súper Veloces” le ofrecen S/1800 de sueldo más S/110 por auto vendido. Jorge piensa que en “ Súper Veloces” le pagan mejor, pero también cree que en “Casi Nuevos” podría obtener un mayor ingreso mensual dada la comisión por auto vendido que paga. ¿Cuántos autos como mínimo debe vender Jorge para que su ingreso mensual en “Casi Nuevos” sea mejor que el que obtendría en “ Súper Veloces”?

### Resolución

#### (Encuentra el error)

- Sea  $x$  la cantidad de autos que vende Jorge en un mes.

- En la tienda “Casi Nuevos” obtendría como ingreso:  
 $1000 + 200x$

- En la tienda “ Súper Veloces” conseguiría como ingreso:  
 $1800 + 110x$

- Para que el ingreso en “Casi Nuevos” supere a lo que obtendría en “ Súper Veloces”, se debe cumplir que:

$$1000 + 200x > 1800 + 110x$$

- Resolvemos esta inecuación:

$$1000 + 200x > 1800 + 110x$$

$$200x + 110x > 1800 - 1000$$

$$310x > 800$$

$$x > \frac{800}{310}$$

$$x > 2,58$$

- Como  $x$  es la cantidad de autos, entonces  $x = 3$  autos.

#### Respuesta:

Jorge tiene que vender como mínimo tres autos en un mes para que su sueldo en la tienda “Casi Nuevos” sea superior al que recibiría en ese mismo mes en la tienda “ Súper Veloces”.

1. ¿En cuál de los procedimientos hay error?

2. ¿Cuál sería su corrección? ¿Y cuál es la cantidad mínima de autos que debe vender Jorge?



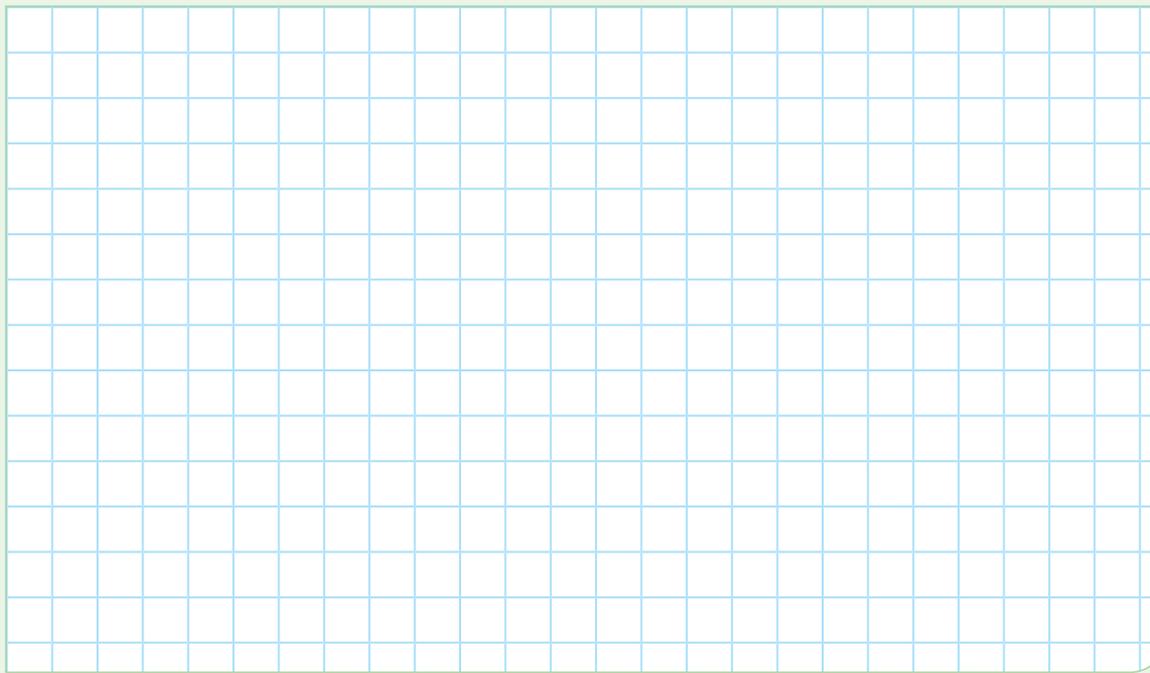
3. Un carpintero va a colocar un zócalo en una habitación rectangular de 8 metros de ancho y con un perímetro menor que 40 metros. ¿Cuál es el máximo valor entero que puede tener la longitud del cuarto?

a) 10

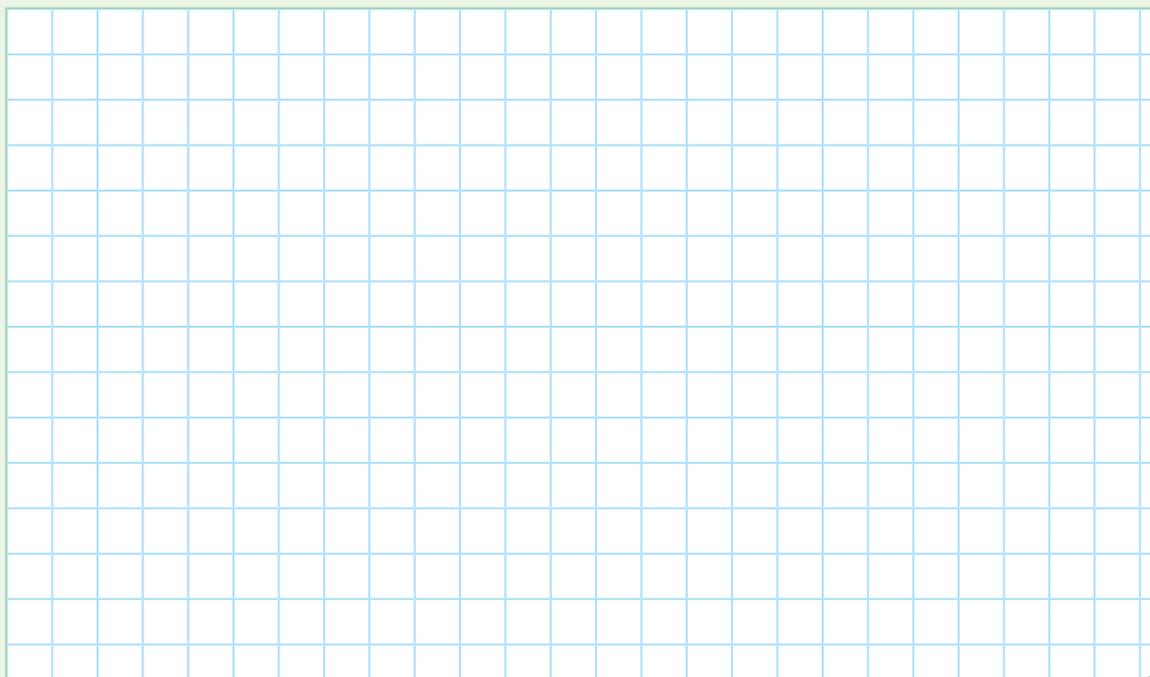
b) 9

c) 11

d) 2

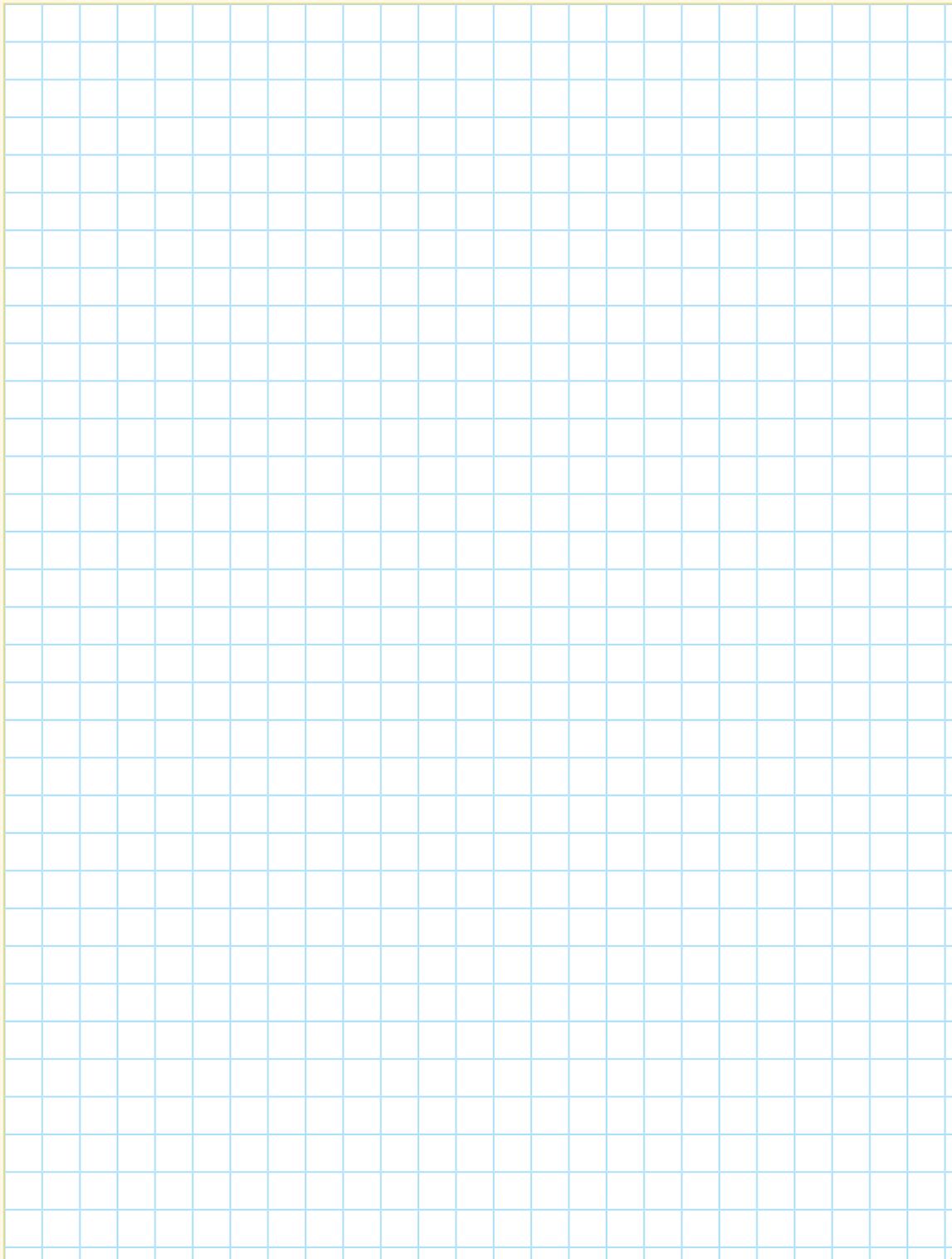


4. El tiraje de una revista mensual tiene como costo de edición 30 000 soles, a los que se debe sumar 1,50 soles de gasto de distribución por cada ejemplar. Si cada uno se vende a 3,50 soles y se obtienen unos ingresos de 12 000 soles por publicidad, ¿cuántas revistas se deben vender para empezar a obtener beneficios?



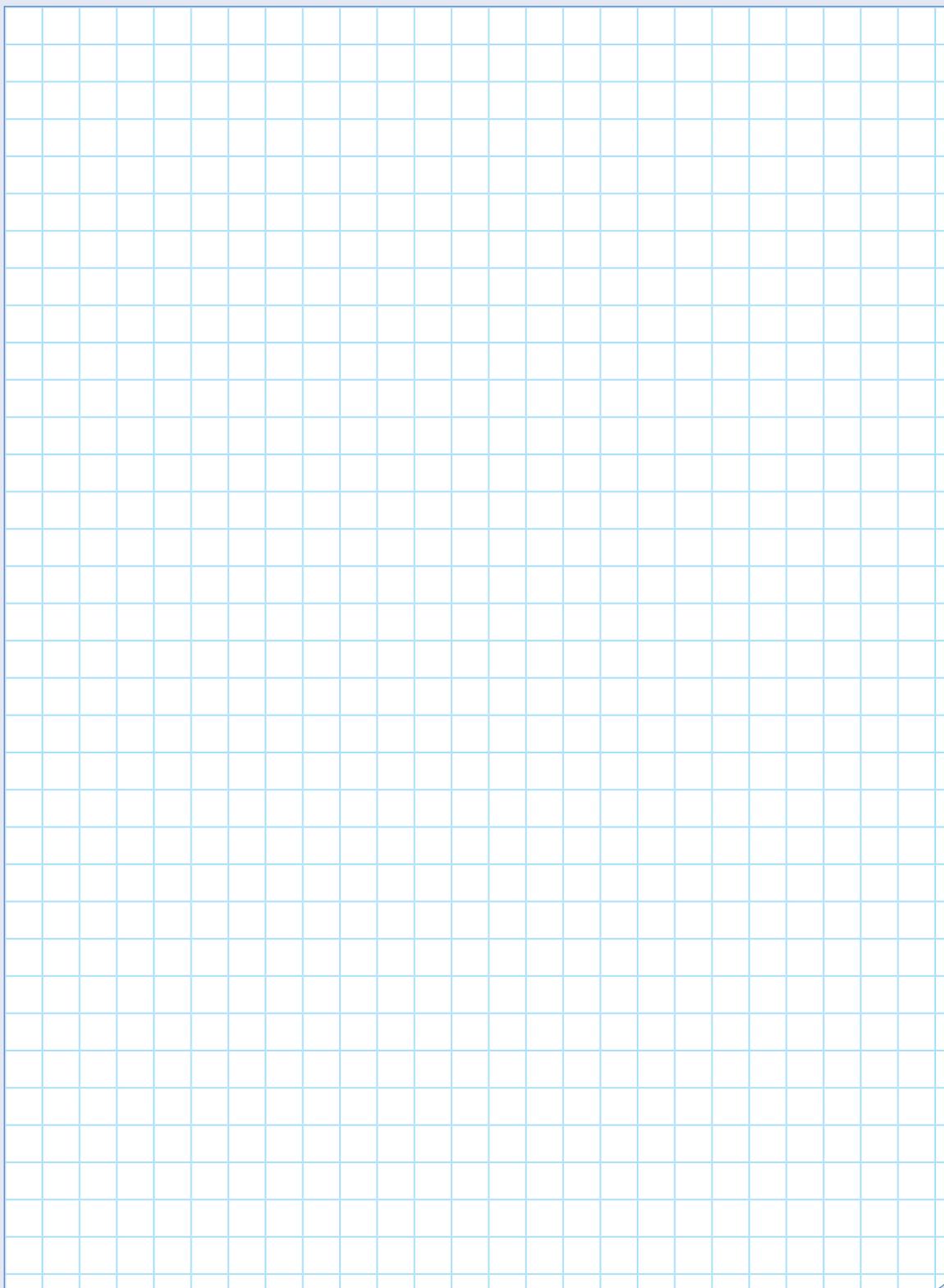


7. En una tienda de comercio de España hay dos tipos de marcas de café: una de Ecuador y otra de Colombia. De la marca que procede de Ecuador, cada paquete cuesta 1,30 euros, y de la que se importa de Colombia, 1,65 euros. Averigua el número de paquetes de cada tipo que puedo adquirir por 25 euros si quiero comprar de la marca colombiana el doble de paquetes que de la ecuatoriana.





10. ¿Qué edad puede tener ahora mi abuela?

A large grid of graph paper with 20 columns and 30 rows, intended for writing an answer to the question above.

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos y procedimientos más convenientes para determinar la longitud, el área y el volumen de poliedros y cuerpos compuestos, empleando unidades convencionales (centímetros, metros, kilómetros).
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, con dibujos y lenguaje geométrico, su comprensión sobre las propiedades de poliedros, prismas, cuerpos de revolución y su clasificación, para interpretar un problema según su contexto y establecer relaciones entre representaciones.



## Aprendemos

La quena es uno de los instrumentos musicales autóctonos que existen desde tiempos antiguos; por ejemplo, en las ciudades cercanas a Lima se han hallado restos de quenas y antaras de aproximadamente siete mil años.

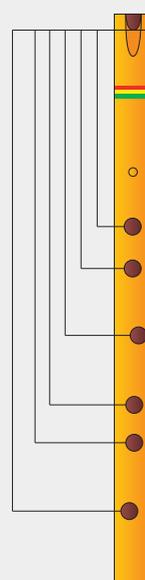
La tradición oral ha permitido que estos instrumentos se mantengan en el tiempo no con su precisión y exactitud, pero sí teniendo en cuenta características importantes, como la construcción del instrumento, sus dimensiones, la manera de tocar, las cadencias particulares de cada estilo, los adornos, etc.

La quena no se conoce con ese nombre en todos los pueblos. Por ejemplo, la que se toca en la danza de las choquelas, en la zona aimara, se llama “choquela”, y la que se toca en la danza de los pulis se denomina “puli”.

La pequeña quena de hueso de venado que se toca en la zona aguaruna en la Amazonía solo tiene dos agujeritos, pero la embocadura es igual; se parece a muchas quenas encontradas por los arqueólogos y la llaman “pijún” o “pijuk”.

Considerando la variedad de instrumentos de viento en toda la región andina y amazónica principalmente, la quena es una sola a pesar de sus distintas dimensiones, cantidad de huecos, afinaciones y nombres que recibe en los diversos pueblos.

- ¿Cuál es el volumen que representa la caña de la quena?

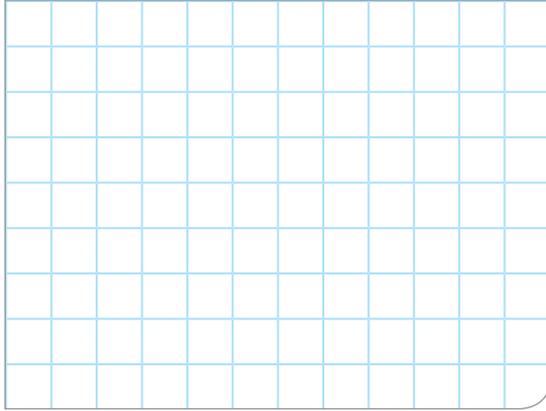


- Largo total: 40 cm
- Diámetro interno: 1,75 cm
- Diámetro externo: 2,1 cm
- Largo del bisel: 10 mm
- Ancho del bisel: 11 mm
- ← • 14,7 cm, diámetro: 5,3 mm
- 17,9 cm, diámetro: 10,13 mm
- 20,4 cm, diámetro: 10,13 mm
- 23,75 cm, diámetro: 12 mm, desv. 5°
- 27 cm, diámetro: 10 mm
- 29,2 cm, diámetro: 12 mm
- 33,4 cm, diámetro: 10,08 mm, desv. 5°

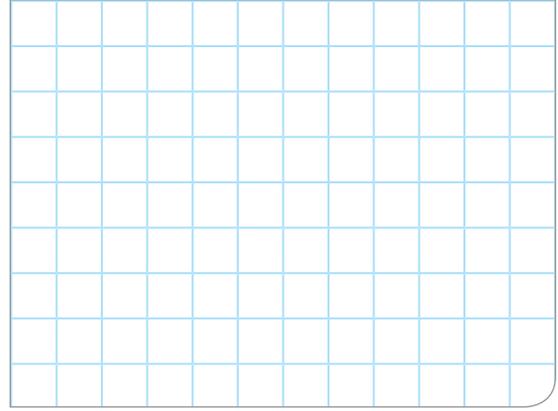
Fuente: <https://goo.gl/9eVcf3>

## Comprendemos el problema

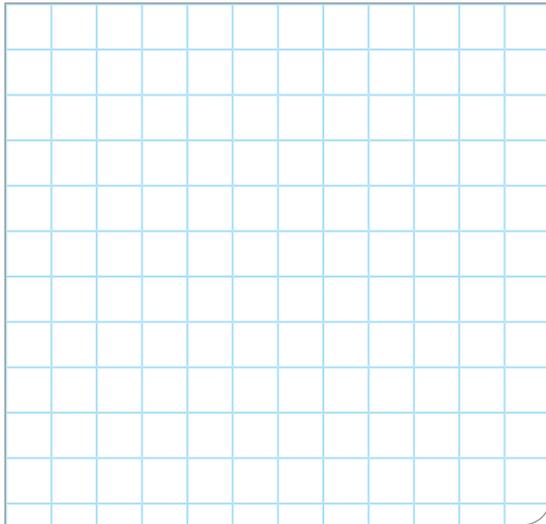
1. ¿Qué forma geométrica tiene la quena?



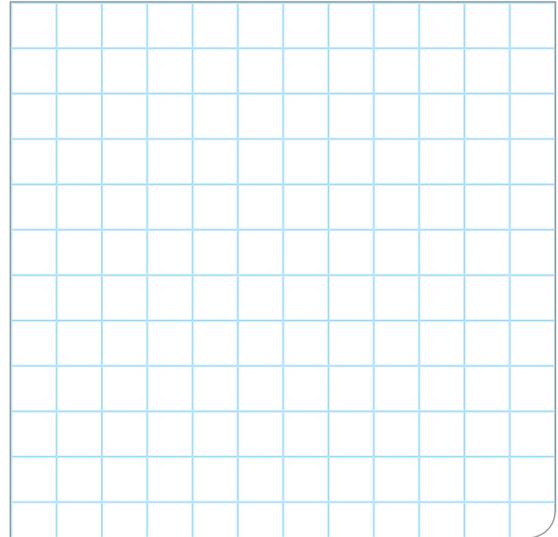
3. ¿Qué datos necesitas para calcular su volumen?



2. ¿Qué datos te dan en la situación inicial que te permitan dar respuesta a la interrogante?

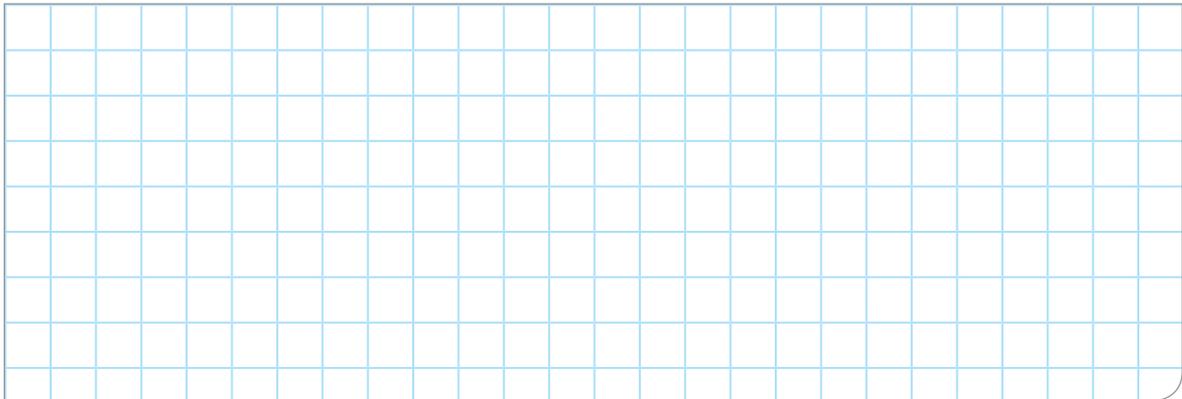


4. ¿Qué datos debes conocer para hallar la superficie lateral de la quena?



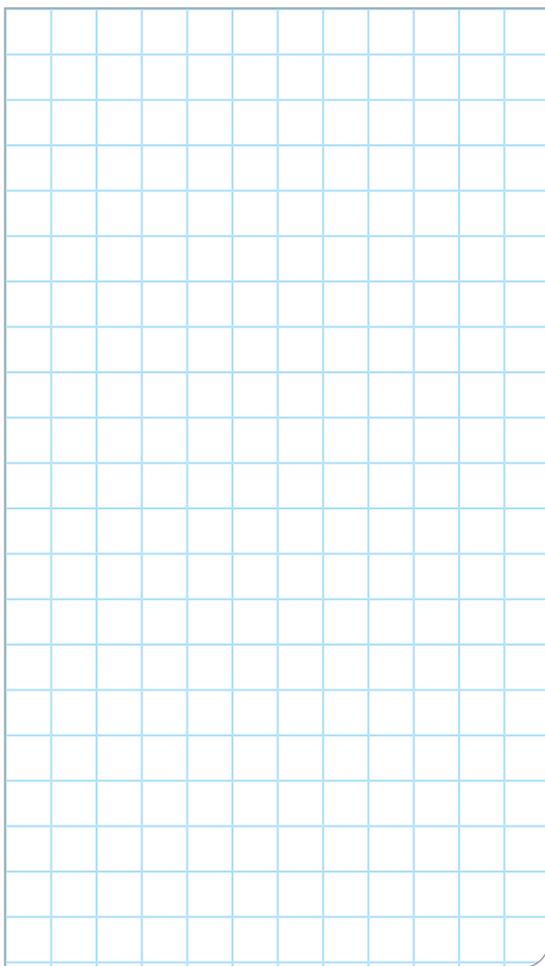
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te ayudará a organizar mejor los datos?

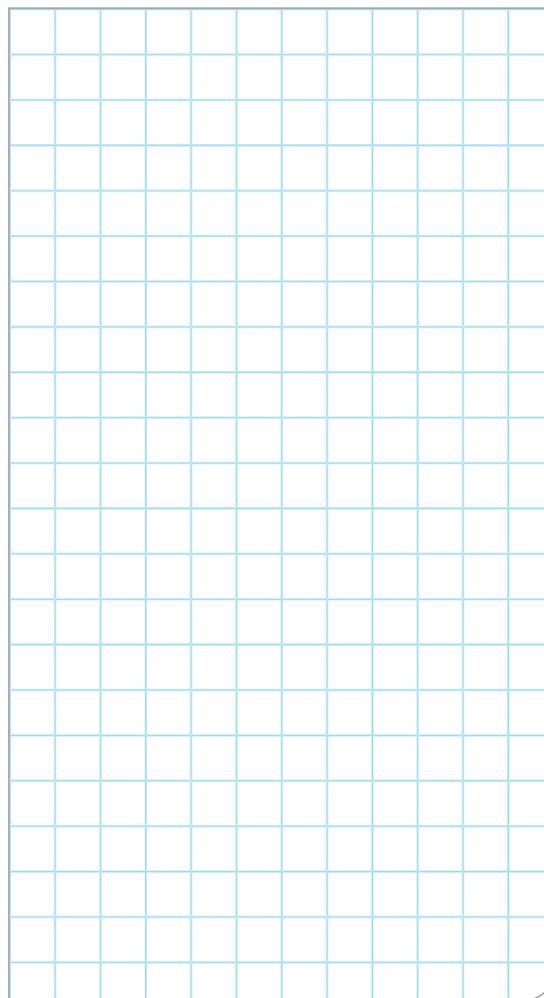


## Ejecutamos la estrategia o plan

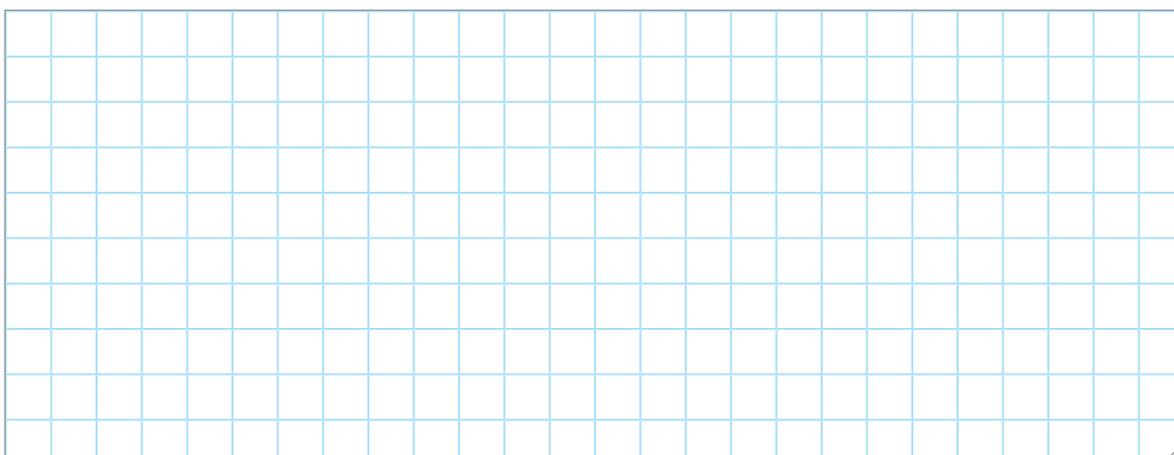
1. Escribe mediante una expresión matemática la estrategia descrita en *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan*.



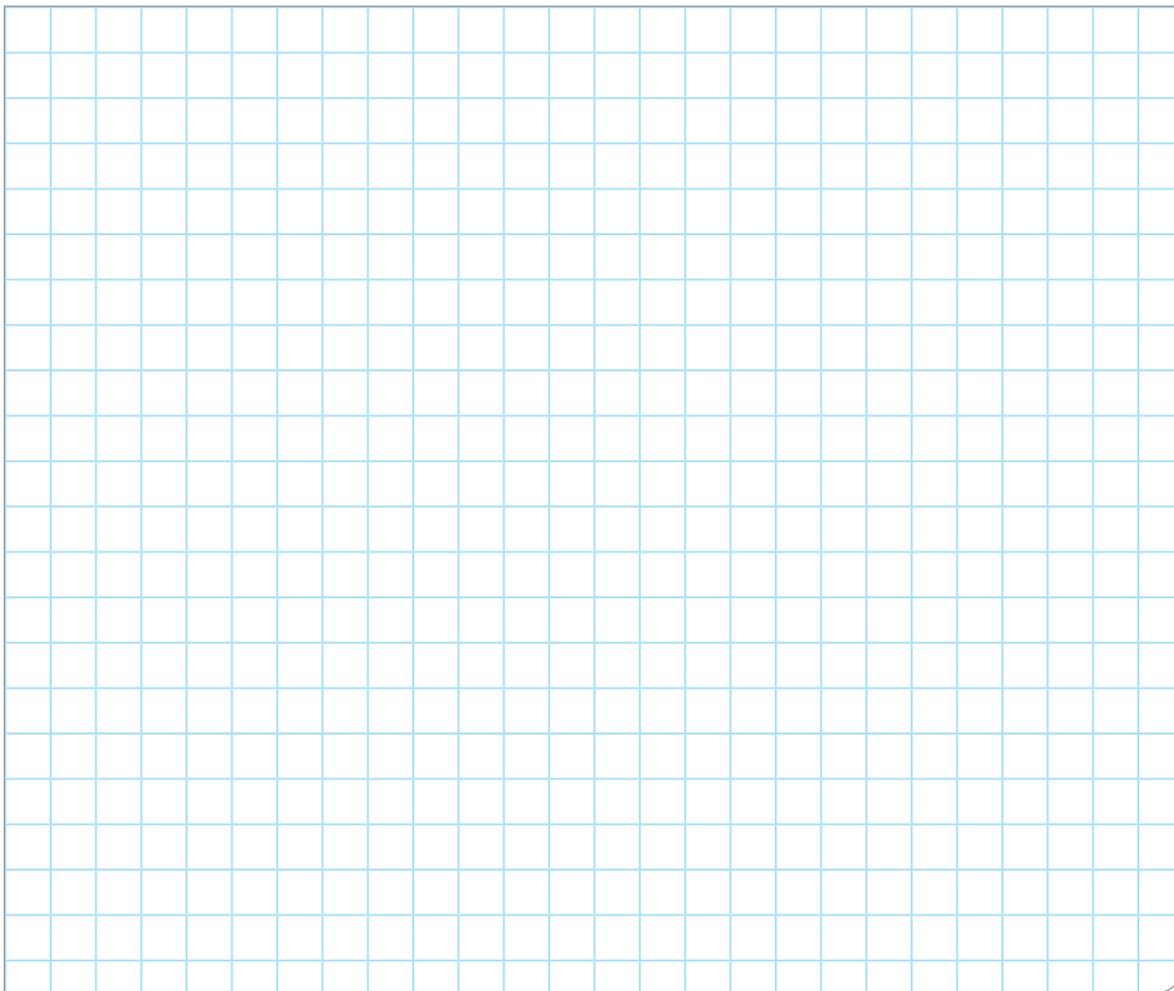
2. Realiza el cálculo del volumen de la caña que se usa para elaborar la quena.



3. Si se tiene que barnizar toda la parte externa de la quena, ¿cuál es la superficie para hacerlo? (Considera el valor de  $\pi \approx 3,14$ ).

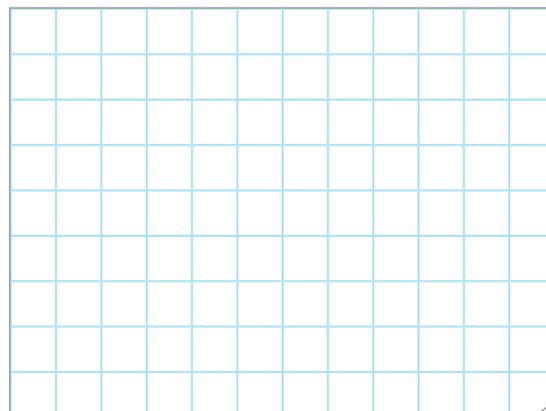
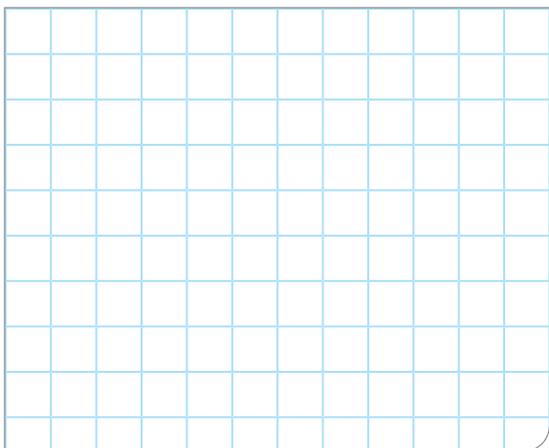


4. Si se sabe que la quena tiene siete orificios, entonces ¿cuál sería la superficie para pintar? (Considera  $\pi \approx 3,14$ ).



### ***Reflexionamos sobre el desarrollo***

1. Describe la estrategia empleada para resolver la situación inicial.
2. ¿En qué otras situaciones podrás usar la expresión del volumen y área lateral de un cilindro? Lista tres ejemplos.





## Analizamos

### Situación A

Las dimensiones de un vaso ceremonial de forma cilíndrica son las siguientes: 12 cm de alto y 5 cm de diámetro en la base. Con esta información, se desea obtener algunos datos del recipiente. ¿Cuánta área representa la superficie exterior del vaso ceremonial? ¿Y cuántos mililitros de líquido podría contener a su máxima capacidad? (Considerar  $\pi \approx 3,14$ )

### Resolución

- De la situación planteada se obtienen los siguientes datos:
  - Cuerpo geométrico: cilindro
  - Altura del cilindro (generatriz): 12 cm
  - Radio del cilindro:  $\frac{\text{Diámetro}}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ cm}$
- Para poder calcular cuánta área representa la superficie exterior del vaso ceremonial, es necesario notar que el vaso es un cilindro que posee una sola base. Por lo tanto:

$$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + A_{\text{base}}$$

$$A_{\text{total}} = 2\pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$$

$$A_{\text{total}} = \pi \cdot r \cdot (2g + r)$$

$$A_{\text{total}} = \pi \cdot 2,5 \cdot (24 + 2,5)$$

$$A_{\text{total}} = 208,025 \text{ cm}^2$$

**Respuesta:** El área que ocupa la superficie exterior del vaso es 208,025 cm<sup>2</sup>.

- Para hallar la capacidad del vaso, es necesario calcular el volumen del sólido geométrico:

$$V = A_{\text{base}} \cdot g$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot g$$

$$V = \pi \cdot 2,5^2 \cdot 12$$

$$V = (3,14) \cdot 75$$

$$V \approx 235,5 \text{ cm}^3$$

### Respuesta:

Por la equivalencia antes estudiada, se sabe que 1 cm<sup>3</sup> es equivalente a 1 ml (mililitro); por lo tanto, la capacidad máxima del vaso ceremonial es 235,5 ml.

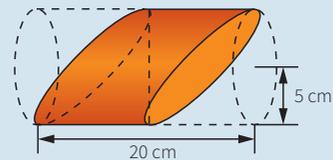
- Describe la estrategia utilizada para el desarrollo de la situación A.

- ¿Fueron necesarios los datos de la situación A para dar solución a la interrogante? Explica.



### Situación C

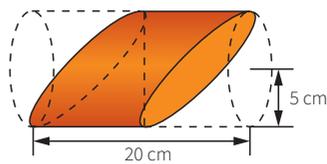
Cortamos un salchichón con un cuchillo, como se ve en la figura. Halla la superficie y el volumen del trozo que queda. Considera el valor de  $\pi \approx 3,1415$ .



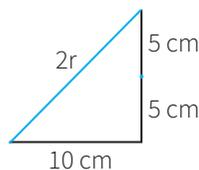
### Resolución

#### (Encuentra el error)

- Observamos que hemos dejado la mitad del salchichón. Calculamos primero el radio ( $r$ ) del círculo que obtenemos al cortar.



- Si realizamos líneas imaginarias en el corte, formaremos un triángulo rectángulo,



- Utilizamos el teorema de Pitágoras:

$$r^2 = 10^2 + 10^2$$

- Resolvemos:

$$r = \sqrt{10^2 + 10^2}$$

$$r = \sqrt{200}$$

$$r \approx 14,14 \text{ cm}$$

- Entonces, el área de las bases es:

$$A_{\text{base}} = 2 \cdot \pi \cdot (14,14)^2 \approx 1256,22 \text{ cm}^2$$

- Calculamos el área lateral:

$$A_{\text{lateral}} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 5 \cdot 20 \approx 314,15 \text{ cm}^2$$

- Por lo tanto, el área total es:

$$A_{\text{Total}} = 1256,22 + 314,15 = 1570,37 \text{ cm}^2$$

- Y el volumen:

$$V = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 20 \approx 785,4 \text{ cm}^3$$

**Respuesta:** El área total es de  $1570,37 \text{ cm}^2$ , y su volumen es  $785,40 \text{ cm}^3$ .

- Describe los procedimientos realizados para dar con la respuesta a la situación C.

- En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección? De ser correcta la respuesta, busca otra forma de resolver la situación C.



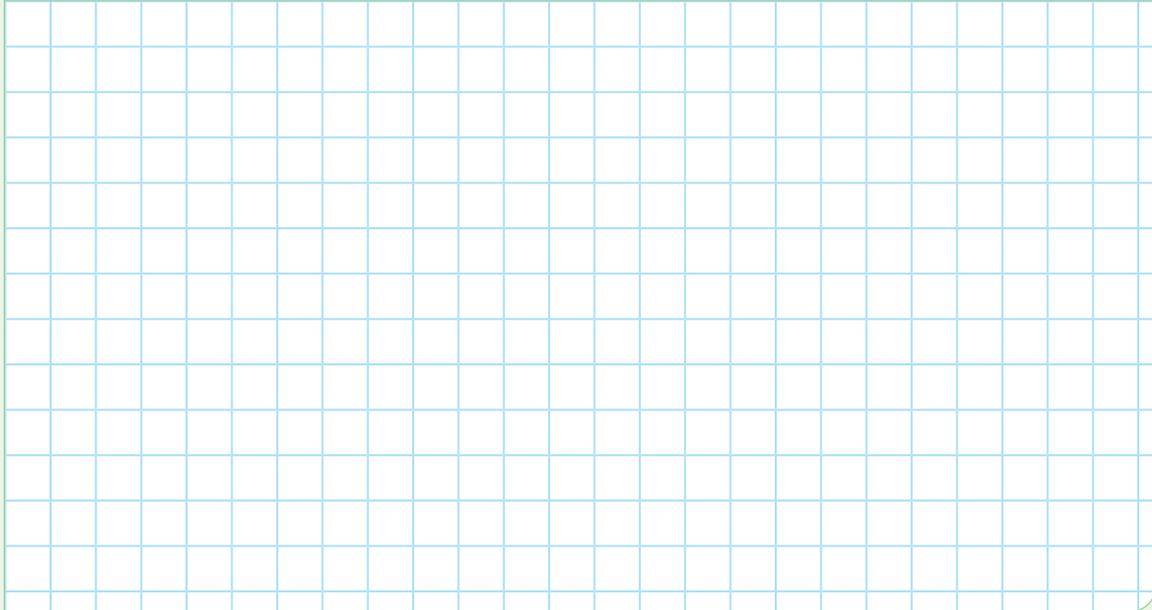
3. Un tanque en forma de cilindro recto necesita ser llenado de agua. Para saber cuánto líquido verter, se debe saber el volumen del tanque. Su generatriz es de 50 cm y el radio de la base es la quinta parte de la generatriz al cuadrado.

a)  $39\,269\,908,17\text{ cm}^3$

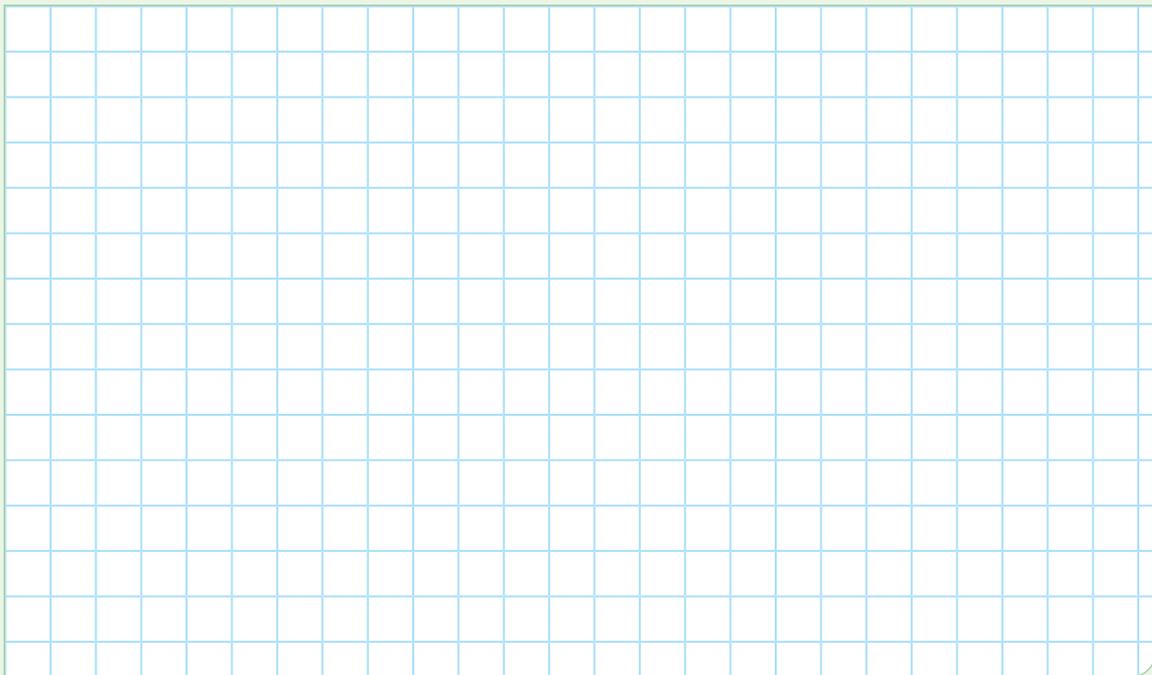
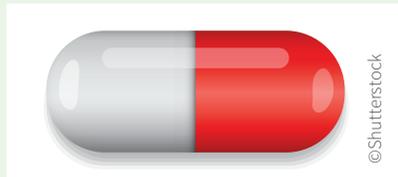
b)  $39\,269,908\,17\text{ cm}^3$

c)  $39,269\,908\,17\text{ cm}^3$

d)  $392,699\,081\,7\text{ cm}^3$

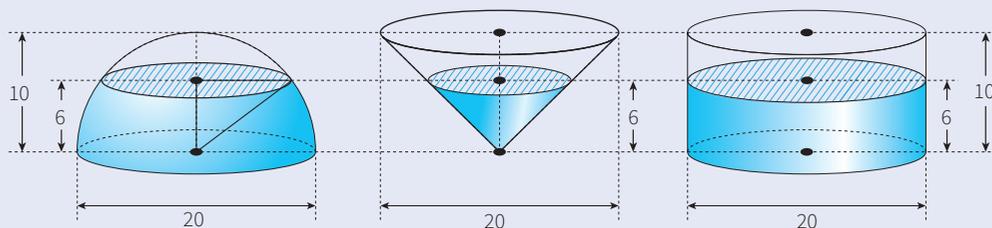


4. La cápsula que contiene un medicamento tiene la forma de cilindro con 2 semiesferas en los extremos. La longitud total de la cápsula es de 20 mm y el diámetro del cilindro, 8 mm. ¿Cuál es el volumen de la cápsula? (Considera  $\pi \approx 3$ )





Se tienen los siguientes sólidos geométricos: una semiesfera, el cono invertido y el cilindro, como se muestra en las figuras, todos del mismo diámetro (20 cm) y altura (10 cm), que se han cortado por un plano horizontal a 6 cm de altura:



Fuente: <https://goo.gl/stkh6e>

Con la información dada, responde las preguntas 8; 9 y 10.

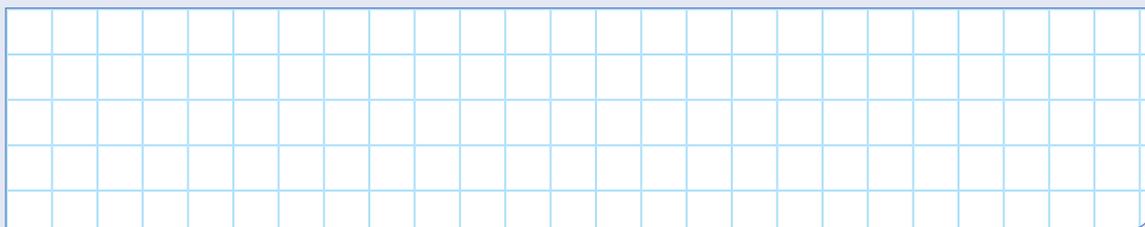
- 8.** Determina si la superficie de la sección del cilindro equivale a la suma de las superficies de las secciones de la semiesfera y del cono.

a)  $100\pi \text{ cm}^2 = (64\pi + 36\pi) \text{ cm}^2$

c)  $100\pi \text{ cm}^2 = (51\pi + 49\pi) \text{ cm}^2$

b)  $100\pi \text{ cm}^2 = (25\pi + 75\pi) \text{ cm}^2$

d)  $100\pi \text{ cm}^2 = (81\pi + 19\pi) \text{ cm}^2$



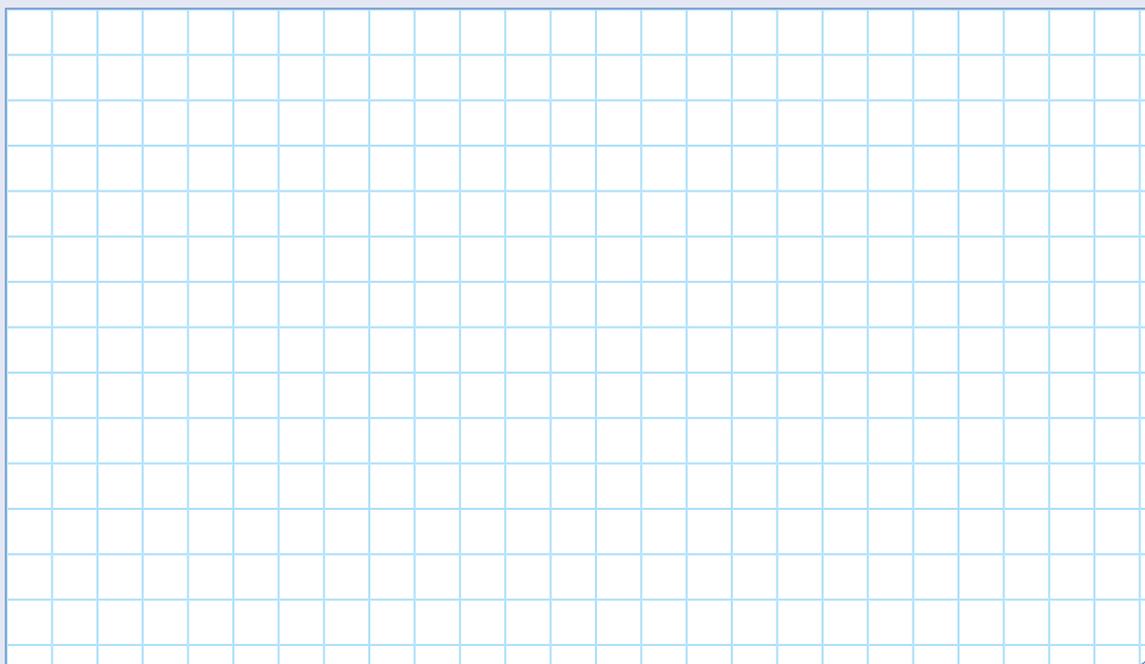
- 9.** Determina el volumen del sólido obtenido después del corte realizado al cono.

a)  $72\pi \text{ cm}^3$

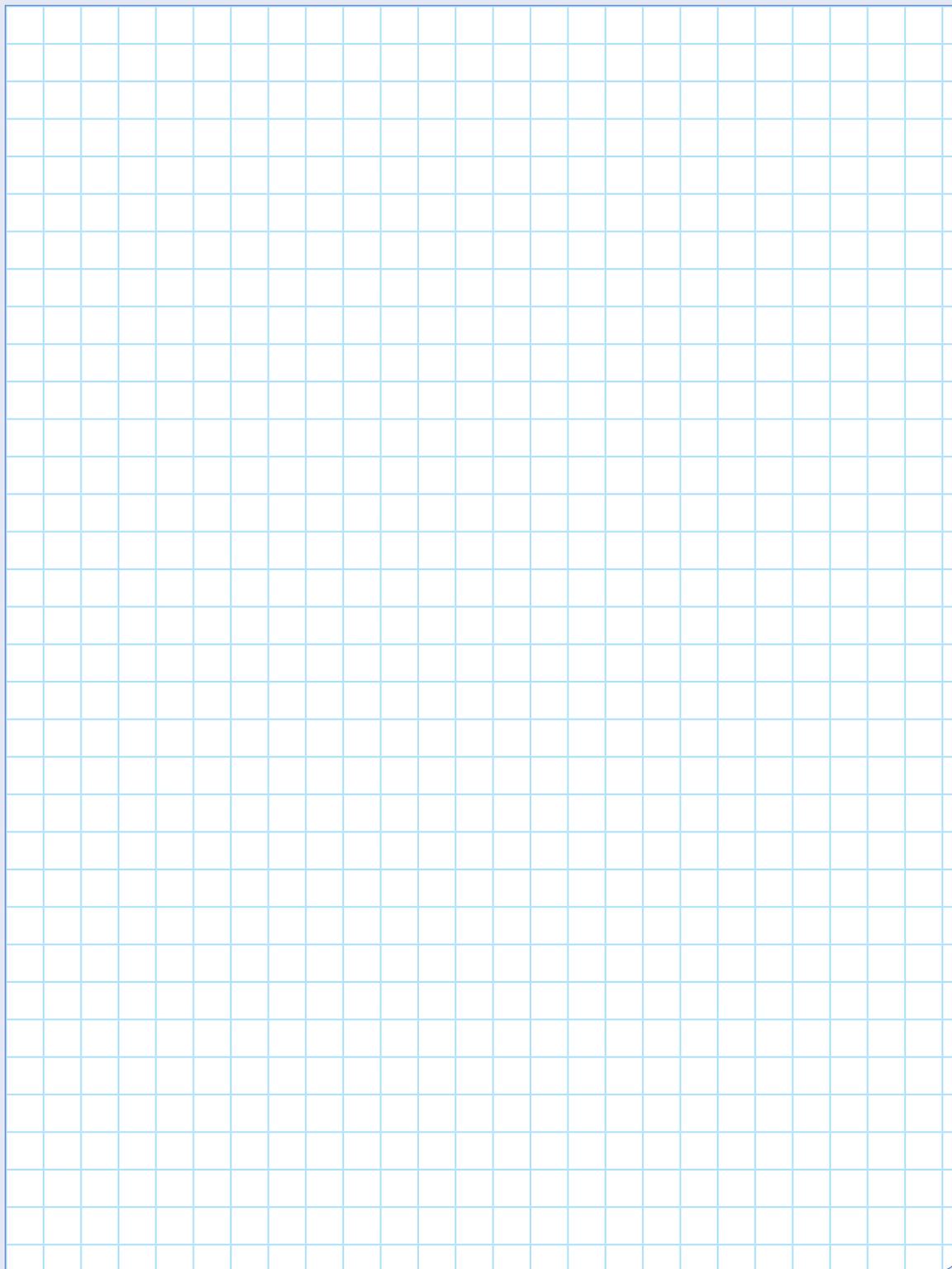
b)  $36\pi \text{ cm}^3$

c)  $70\pi \text{ cm}^3$

d)  $42\pi \text{ cm}^3$



10. Demuestra que, para cualquier valor del radio ( $r$ ) y cualquiera que sea la altura ( $h$ ) a la que se corta el plano, se cumple que la superficie de la sección del cilindro equivale a la suma de las superficies de las secciones de la semiesfera y del cono.



Ficha  
**16**

# El interés simple y compuesto en la toma de decisiones

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades o trabajar con tasas de interés simple y compuesto y las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con números racionales y modelos financieros de interés simple y compuesto.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, combina y adapta estrategias de cálculo, estimación, recursos y procedimientos diversos para realizar operaciones con tasas de interés compuesto y simplificar procesos, usando las propiedades de los números y las operaciones, según se adecúen a las condiciones de la situación.



## Aprendemos

Luzmila desea comprarse un auto valorizado en S/35 000, para lo cual solicitará un préstamo que lo devolverá al cabo de cuatro años. Para ese plazo, obtiene las siguientes ofertas:

Entidad A: 1,5 % de tasa de interés simple trimestral.

Entidad B: 6 % de tasa de interés compuesto.

Entidad C: 3 % de tasa de interés compuesto capitalizable trimestralmente.

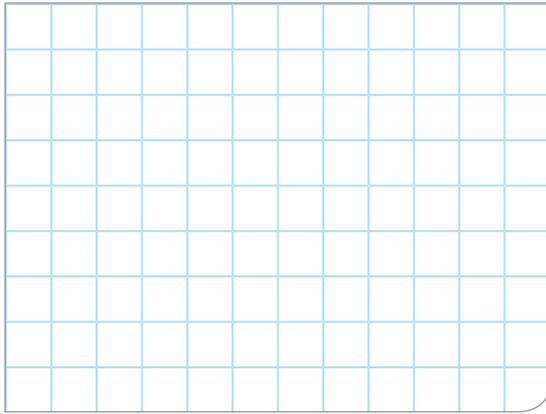
Sobre esto, Luzmila debe tomar una decisión, la cual se basa en que, al término de dicho plazo, pague la menor cantidad de dinero posible.



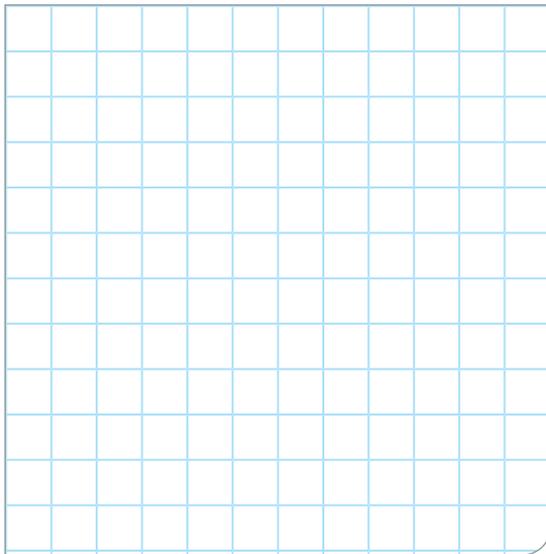
- ¿En cuál de las tres entidades le convendría solicitar el préstamo?

## Comprendemos el problema

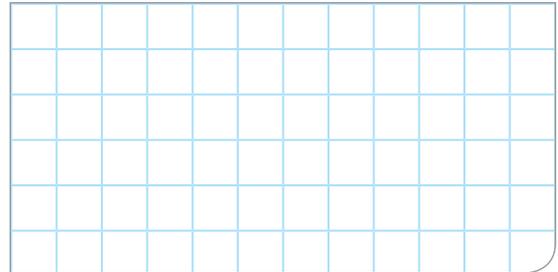
1. ¿Qué pide calcular la situación inicial?



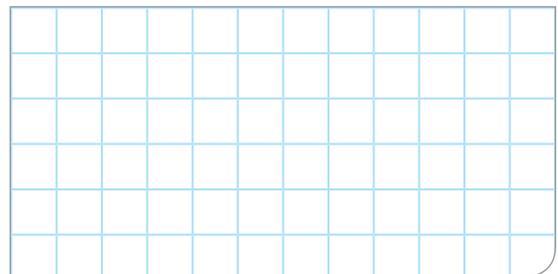
2. ¿Qué datos te da la situación inicial?



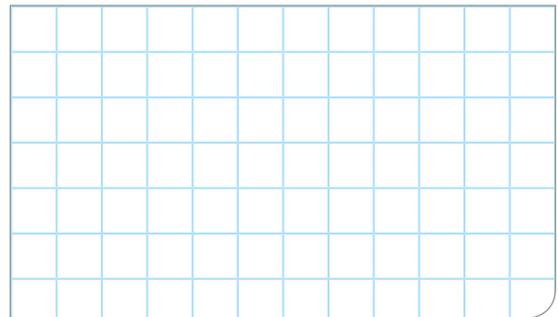
3. ¿Qué es un interés simple?



4. ¿Qué es un interés compuesto?

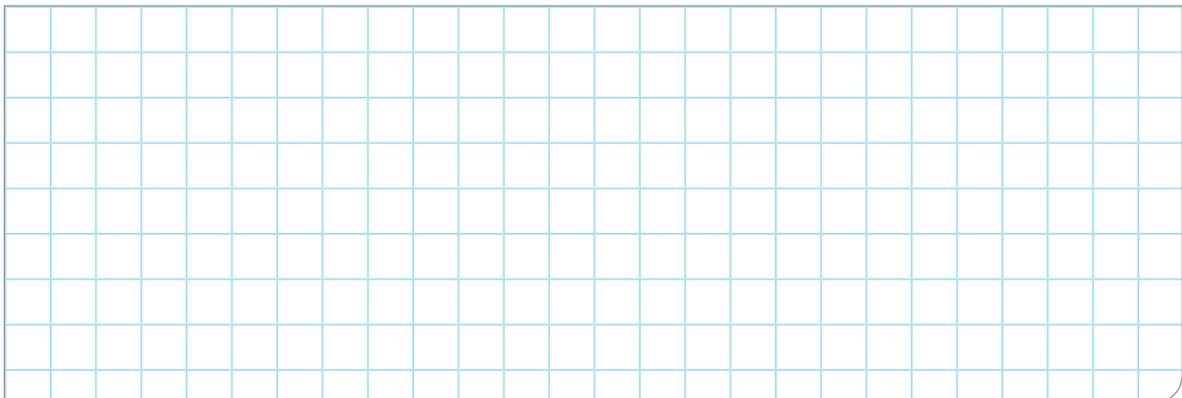


5. ¿Cuál es el capital que requiere Luzmila para comprarse el auto?



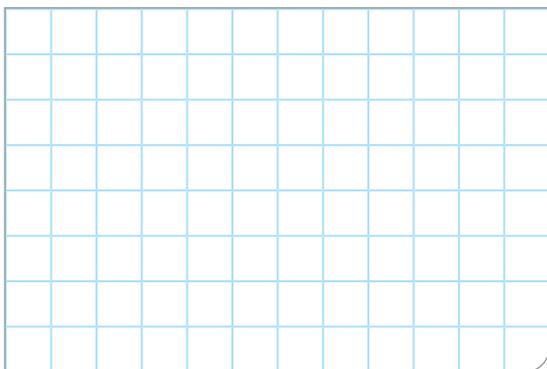
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te ayudará a organizar mejor los datos?

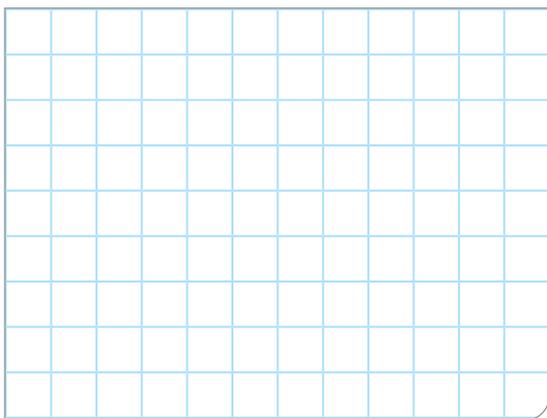


## Ejecutamos la estrategia o plan

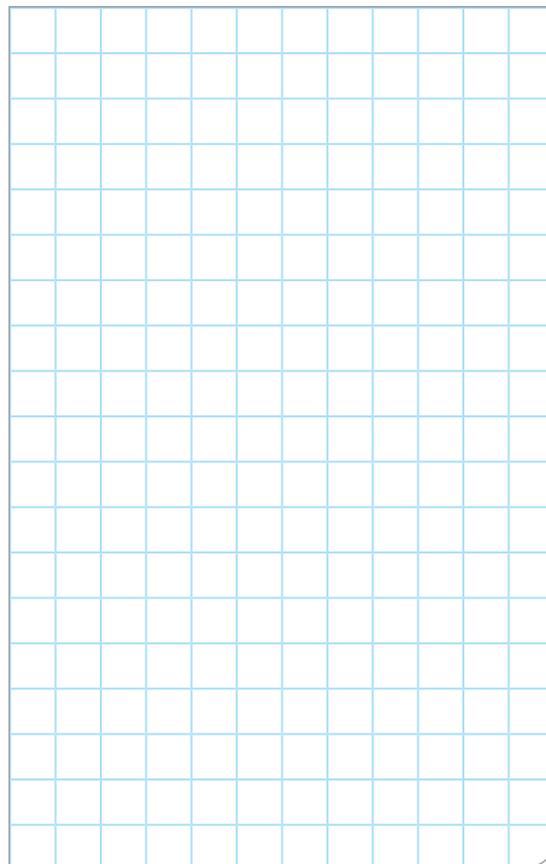
1. ¿Cuál es el interés simple para la entidad A?



2. ¿Cuál es el interés compuesto para la entidad B?

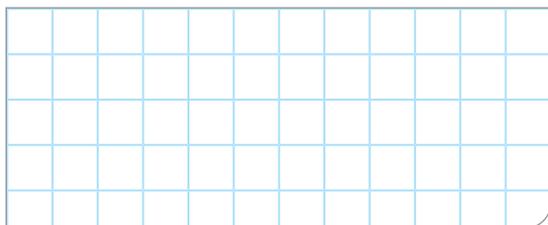


3. ¿Cuál es el interés compuesto para la entidad C?

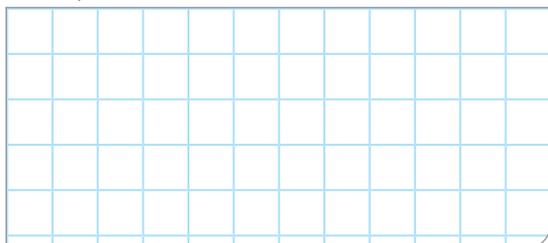


## Reflexionamos sobre el desarrollo

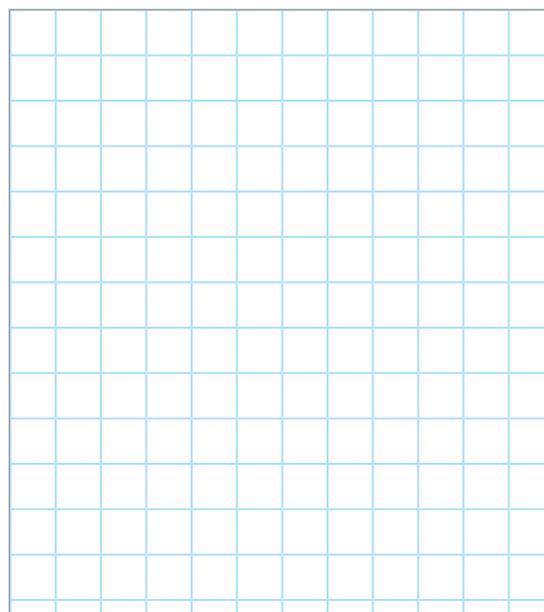
1. ¿Cuál de las tres entidades financieras ofrece una menor tasa de interés anual?



2. ¿Es suficiente la tasa de interés anual para tomar la decisión de escoger la entidad en la que Luzmila hará el préstamo?



3. ¿Es lo mismo interés simple que compuesto?





## ¿? Analizamos

### Situación A

Si una empresa obtiene un préstamo de S/3000 a seis años de plazo, con una tasa de interés del 15 % anual capitalizable semestralmente, ¿qué monto debe pagar en la fecha de vencimiento y qué interés?

### Resolución

Dado:

$$C_f = C \left( 1 + \frac{i}{k} \right)^{t \cdot k}$$

$C_f$ : capital final

$C$ : capital inicial

$i$ : tasa de interés nominal capitalizable varias veces

$k$ : número de capitalizaciones en el año

$t$ : número de años

- Se calcula  $k$  e  $i$ :

$$k = \frac{12}{6} = 2 \text{ capitalizaciones al año; } k = 2$$

$$i = \frac{0,15}{2} = 0,075 = 7,5 \% \text{ semestral; } t = 6 \text{ años.}$$

$$C_f = 3000(1 + 0,075)^{6 \times 2} = 3000(1,075)^{12}$$

$$C_f = 3000(2,381\ 780) \approx 7145,34$$

- El interés que debe pagar es:

$$I = C_f - C$$

$$I = 7145,34 - 3000 = S/4145,34$$

### Respuesta:

Debe pagar el monto de S/7145,34 y un interés total de S/4145,34.

- ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

- Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

- ¿Qué aspectos del procedimiento realizado son semejantes al utilizado en la situación inicial?

### Situación B

Una empresa comercial vende automóviles cuyo precio de lista es de S/6000, con una cuota inicial del 20 %, para cancelar el saldo en 30 meses de plazo. Tenemos que calcular la cuota fija mensual si se considera una tasa del 24 % de interés anual.

### Resolución

- Cuota inicial:  $(6000)(0,20) = S/1200$
- Saldo a pagar en 30 meses:  $6000 - 1200 = S/4800$
- Al calcular la cuota fija se obtiene:

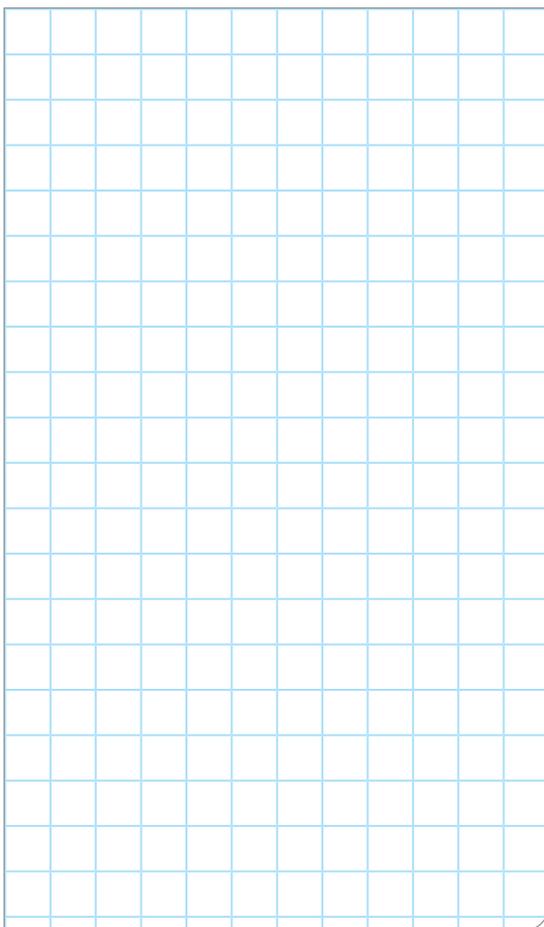
$$M = 4800 \left( 1 + 0,24 \frac{900}{360} \right) = S/7680$$

- Cuota fija mensual =  $\frac{7680}{30} = S/256$

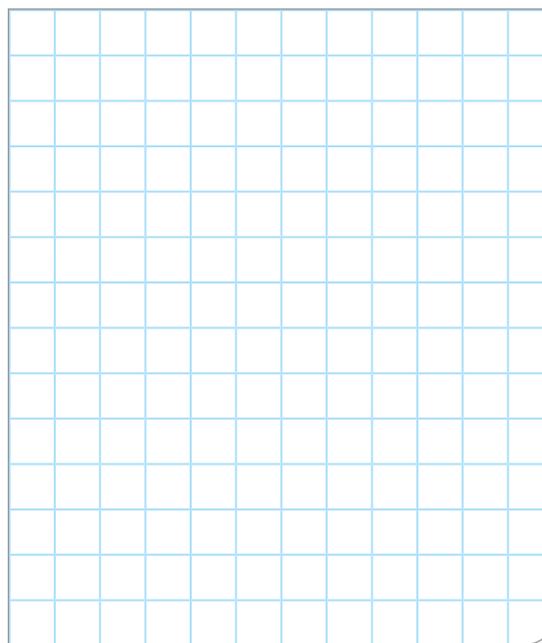
### Respuesta:

La cuota fija mensual es de S/256.

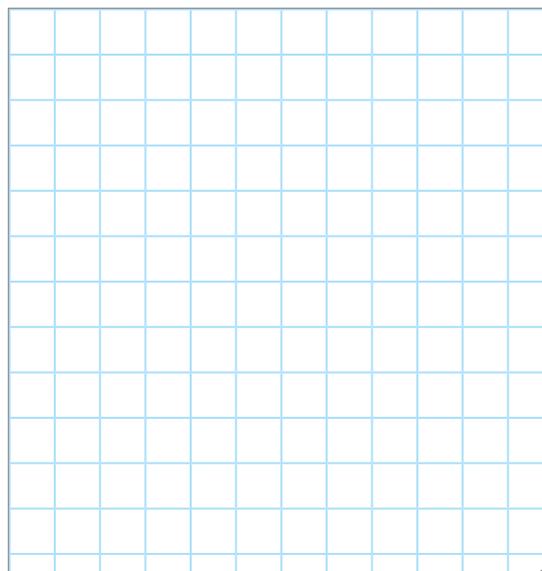
1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación B?



2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación B.



3. ¿Qué aspectos del procedimiento realizado son semejantes al utilizado en la situación inicial?



### Situación C

¿A qué tasa de interés simple se debe colocar un capital de S/20 000 para que genere en cinco años la misma cantidad de interés como si se lo estuviese colocando al 4 % de interés anual compuesto, capitalizable semestralmente durante tres años?

### Resolución

#### (Encuentra el error)

- Caso 1:

$$C = 20\,000$$

$$t = 5 \text{ años}$$

$$i = ?$$

$$C_f = 20\,000 + 20\,000 \times i \times 5$$

- Caso 2:

$$C = 20\,000$$

$$t = 3 \text{ años}$$

$$k = 2$$

$$i = 4\% \text{ anual}$$

$$C_f = C \left(1 + \frac{i}{k}\right)^{t \cdot k}$$

$$C_f = 20\,000 \left(1 + \frac{0,04}{2}\right)^{3 \times 2}$$

$$C_f = 20\,000(1,02)^3$$

$$C_f = 21\,224,16 \text{ soles}$$

- Como en ambos préstamos se debe generar la misma cantidad de interés, y siendo el capital el mismo, entonces ambos capitales finales deben ser también iguales. Esto es:

$$20\,000 + 20\,000 \times i \times 5 = 22\,523,25$$

$$i = \frac{22\,523,25 - 20\,000}{20\,000 \times 5}$$

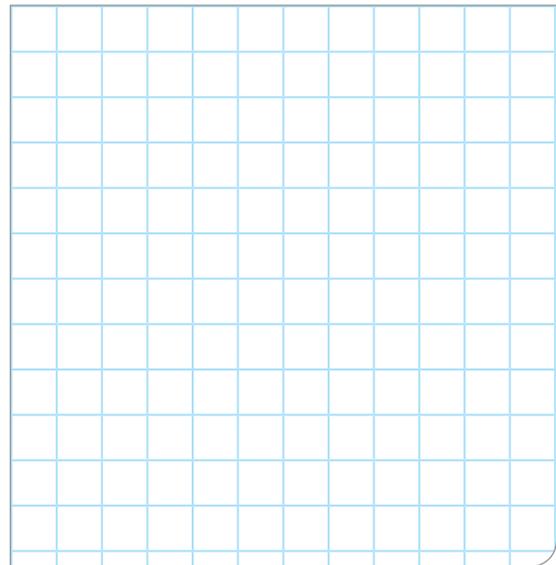
$$i = 0,0252$$

$$i = 2,52\%$$

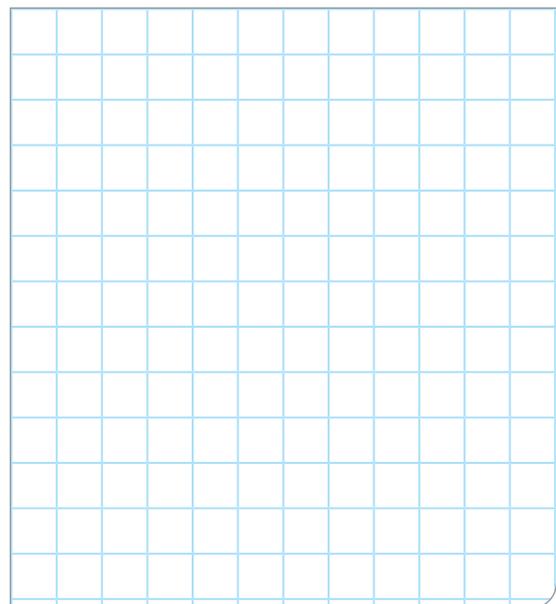
#### Respuesta:

Se debe colocar a una tasa de interés simple de 2,52 % anual.

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.



2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?





3. ¿En cuál de las modalidades de ahorro a plazo fijo con renovación automática le conviene ahorrar de modo tal que obtenga la mayor cantidad de dinero posible al término de los tres años?

a) A 90 días

b) A 360 días

c) A 180 días

d) A 30 días

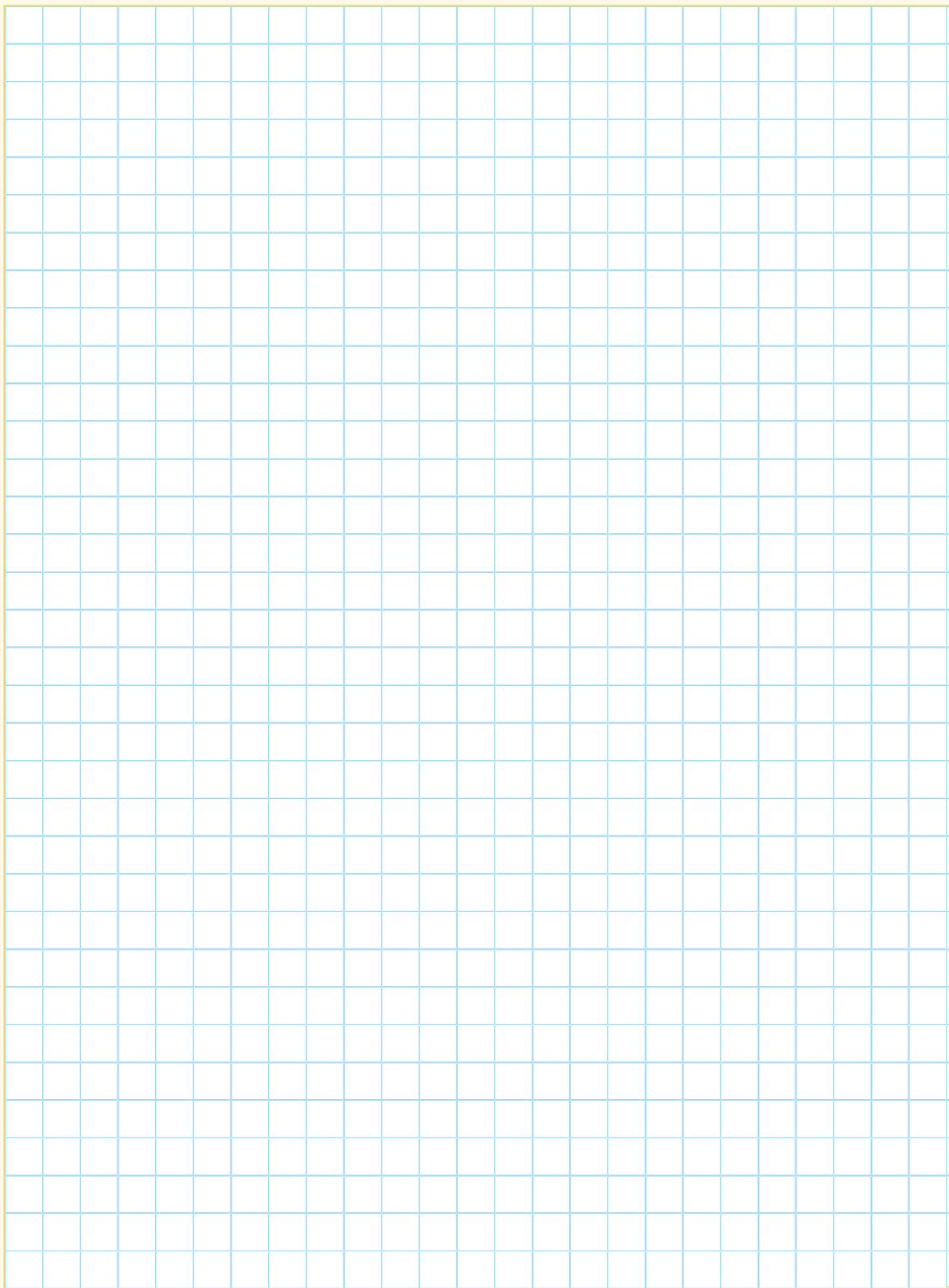
4. Para un ahorro a plazo fijo de 360 días con renovación automática, el comerciante realiza el siguiente cálculo para los tres años previstos:

Final del año	Capital	Interés generado	Capital final
1	120 000	$I = 120\,000 \times 0,05 \times 1 = 6000$	126 000
2	126 000	$I = 126\,000 \times 0,05 \times 1 = 6300$	132 300
3	132 300	$I = 132\,300 \times 0,05 \times 1 = 6615$	138 915

¿Son correctos los cálculos efectuados por el comerciante? ¿Por qué?



7. Un cliente le dice al vendedor que al venderlo a crédito está cobrando una mayor tasa de interés por el mortero de madera. El vendedor le responde que su percepción es falsa porque está cobrando el mismo interés por todos los artículos. ¿Cuál es tu opinión al respecto? Justifícala.



## El préstamo

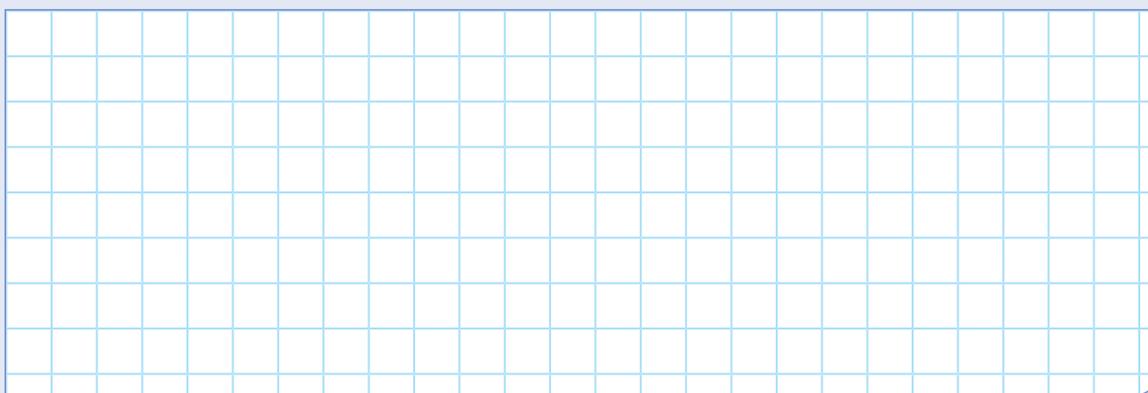
Pamela quiere obtener un préstamo de S/10 000 para equipar su tienda y devolverlo luego de 5 años. Le hacen estas ofertas crediticias:

Entidad	Tasa de interés	Tipo de interés	Capitalización
"Presta Fácil"	6 % anual	Compuesto	Anual
"Paga al Toque"	1,5 % trimestral	Compuesto	Trimestral
"Deuda Cero"	7 % anual	Simple	---

Con la información dada, responde las preguntas 8 y 9:

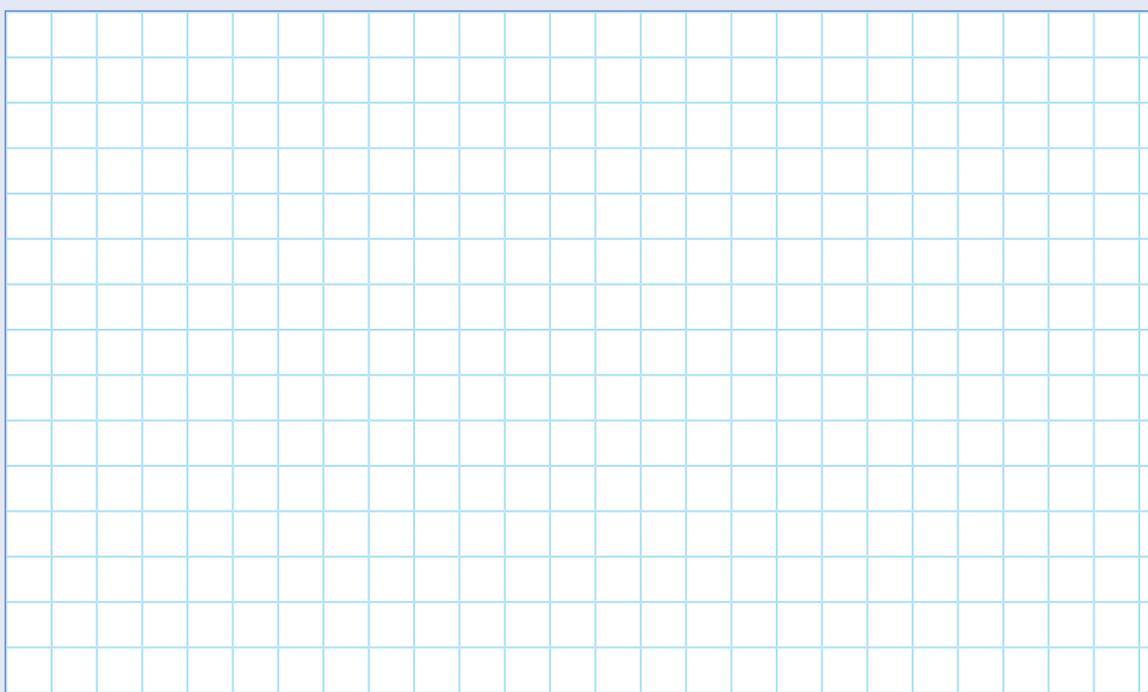
8. En la entidad "Presta Fácil", con la expresión  $10\,000(1 + 0,06)^5$  se calcula:

- a) Capital inicial      b) Capital final      c) Interés      d) Cuota anual

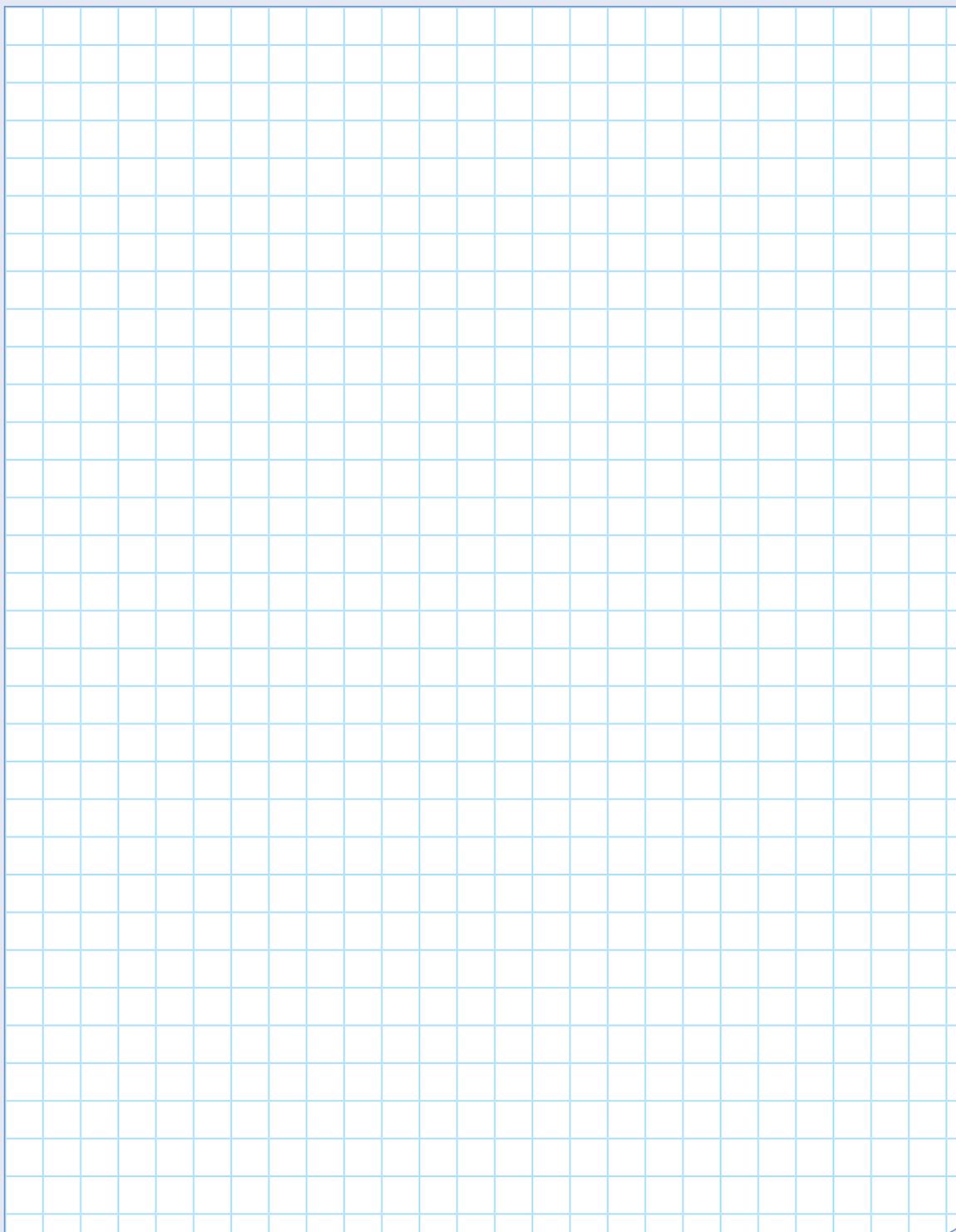


9. Calcula el monto que devolverá Pamela a la entidad "Paga al Toque" después de realizado el préstamo.

- a) 13 468,55 soles.      b) 13 000,21 soles.      c) 13 562,20 soles.      d) 15 365,23 soles.



10. Se desea conocer el interés simple que gana un capital de S/5000 al 12 % anual desde el 15 de marzo hasta el 15 de agosto del mismo año. Para tal fin, lo primero que debemos hacer es calcular el tiempo que transcurre entre las dos fechas, tomando una de las dos fechas extremas. ¿Cuál es el interés simple aproximado en el periodo de tiempo dado?

A large grid of graph paper with 20 columns and 30 rows, intended for the student to perform calculations to solve the problem.

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades y condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes. Transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para determinar términos desconocidos, simplificar expresiones algebraicas y solucionar sistemas de ecuaciones lineales usando propiedades de las igualdades.



## Aprendemos

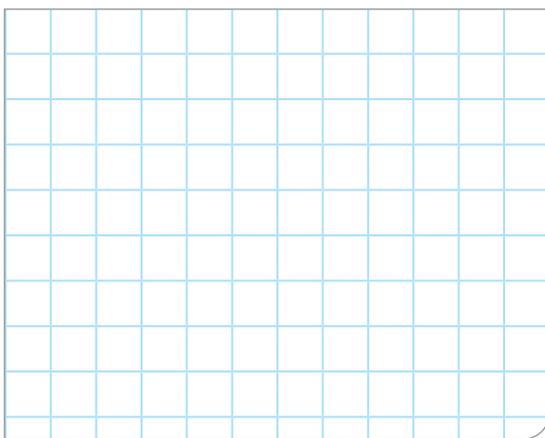
En una investigación, dos estudiantes caminan simultáneamente a lo largo de un trayecto de 6 metros. El estudiante A empieza en el punto de 0,5 metros y camina hacia el punto de 6 metros a razón de 1 m/s. El estudiante B comienza en el punto de 2 metros y camina hacia el punto de 6 metros a razón de 0,5 m/s. Aquí se muestra una gráfica de los datos obtenidos.



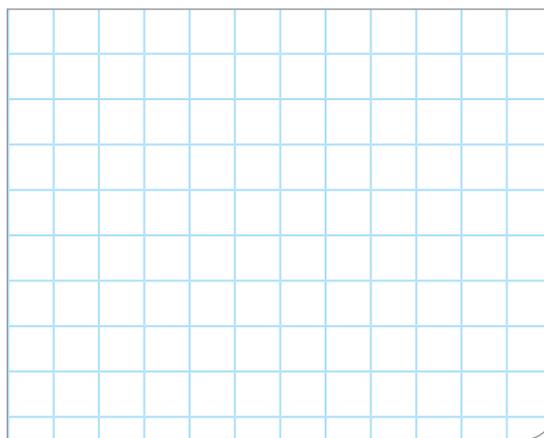
1. Expresa mediante una expresión matemática la información presentada en la gráfica.
2. Determina cuándo y dónde el estudiante A pasa al estudiante B.

## Comprendemos el problema

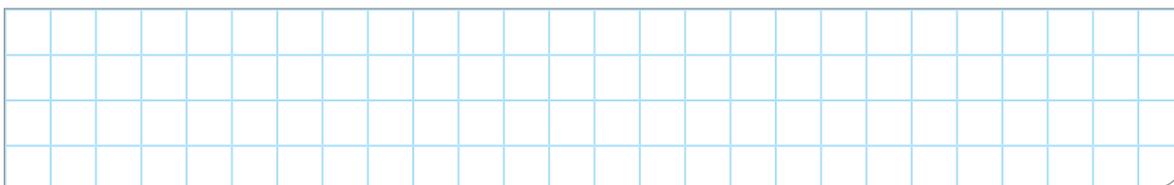
1. ¿Qué te pide la situación inicial?



2. ¿Qué datos te da la situación inicial?

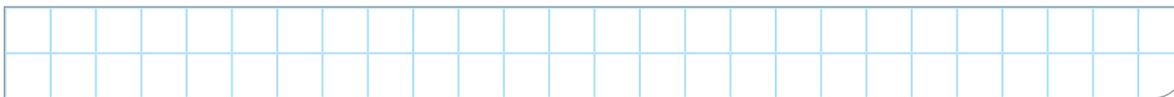


3. ¿Qué datos debes relacionar para encontrar la expresión matemática?

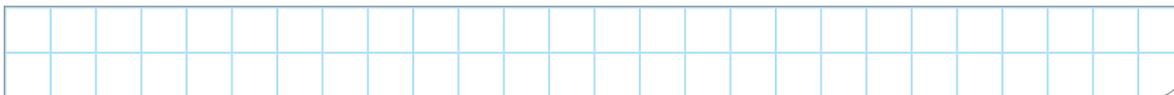


## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

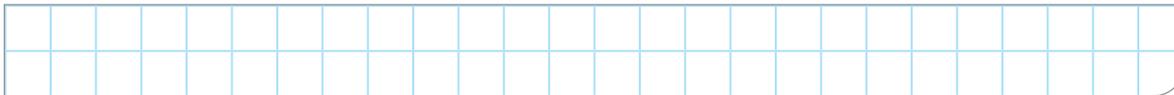
1. ¿Qué estrategia te ayudará a organizar mejor los datos?



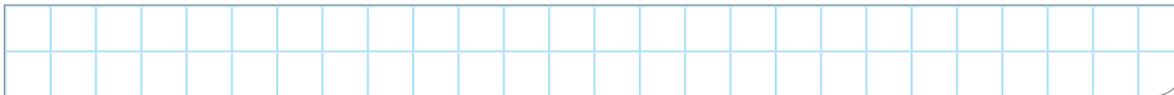
2. Escribe mediante una expresión matemática el siguiente enunciado: El estudiante A empieza en el punto de 0,5 metros y camina hacia el punto de 6 metros a razón de 1 m/s.



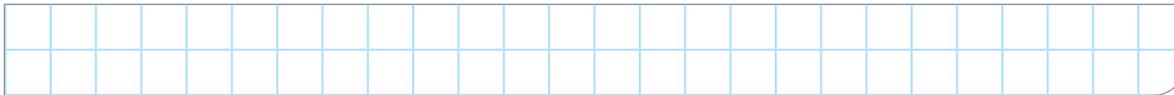
3. Escribe mediante una expresión matemática el siguiente enunciado: El estudiante B empieza en el punto de 2 metros y camina hacia el punto de 6 metros a razón de 0,5 m/s.



4. ¿Has empleado todos los datos de la situación inicial? Explica.



5. ¿Qué otra estrategia te permitirá resolver la interrogante de la situación inicial?



## Ejecutamos la estrategia o plan

1. ¿Cómo encontrarías el valor de  $x$  e  $y$  en la ecuación lineal:  $y = 0,5 + 1 \cdot x$ ?

2. ¿Cómo encontrarías el valor de  $x$  e  $y$  en la ecuación lineal:  $y = 2 + 0,5 \cdot x$ ?

3. Realiza el gráfico de las dos ecuaciones lineales en un plano cartesiano.

4. ¿Cuál es la coordenada donde los dos estudiantes se intersecan?

5. ¿Después de qué tiempo el estudiante A pasa al estudiante B?

6. ¿A qué distancia del punto cero el estudiante A alcanza al estudiante B?

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Cómo verificas si las expresiones matemáticas formuladas en *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan* están bien planteadas?

2. ¿Es posible obtener la misma solución con otro método? Explica.



### Situación B

En una tienda de artículos para limpieza, Cristina compra 4 litros de detergente y 5 litros de suavizante por un total de 52 soles. Su amiga Liliana compra 3 litros de detergente y 10 litros de suavizante del mismo tipo y paga en total 64 soles. ¿Cuál es el precio en soles de cada litro de detergente y de cada litro de suavizante?

### Resolución

- Organizamos la información en una tabla:

Precio por litros de detergente:  $x$

Precio por litros de suavizante:  $y$

	Litros de detergente	Litros de suavizante	Precio pagado (S/)
Cristina	4	5	52
Liliana	3	10	64

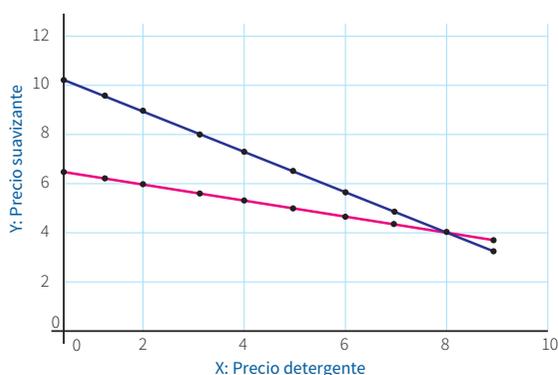
- Simbólicamente:

$$\begin{cases} 4x + 5y = 52 \\ 3x + 10y = 64 \end{cases}$$

- Despejando  $y$  en función de  $x$ , se obtiene:

$$y = \frac{52}{5} - \frac{4}{5}x \dots\dots\dots(\text{Cristina})$$

$$y = \frac{64}{10} - \frac{3}{10}x \dots\dots\dots(\text{Liliana})$$



### Respuesta:

El precio del detergente es ocho soles y el de suavizante, cuatro soles.

- ¿La solución es correcta? Explica.

- ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación B?

- Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación B.

- Desarrolla la situación B utilizando tablas y gráficos.

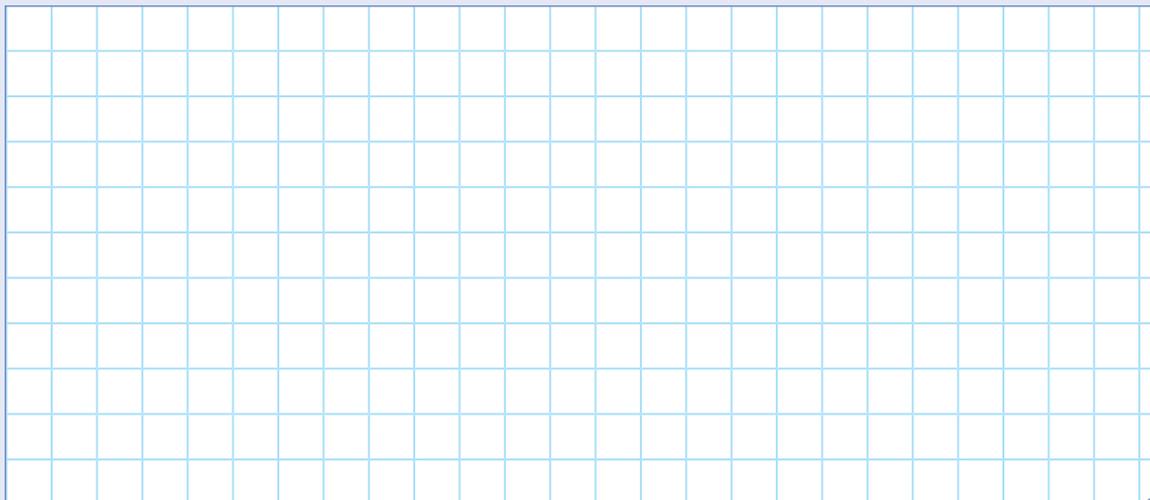






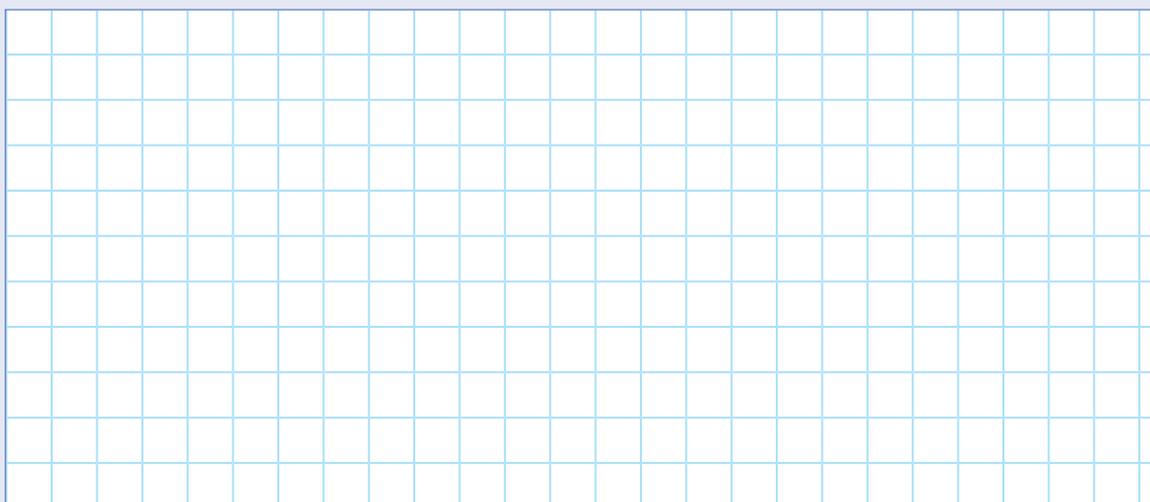
8. ¿Qué valor es suficiente cambiar para que el sistema de ecuaciones esté correctamente planteado y ambas variables tengan soluciones positivas y mayores de cero?

- a) En la primera ecuación es suficiente cambiar el término independiente 72 por el número 48.
- b) En la primera ecuación es suficiente cambiar el coeficiente de  $x$  por un 6.
- c) En la segunda ecuación es suficiente cambiar el coeficiente de  $x$  por un 6.
- d) En la segunda ecuación es suficiente cambiar el coeficiente de  $x$  por un 4 y el término independiente 24 por el número 28.

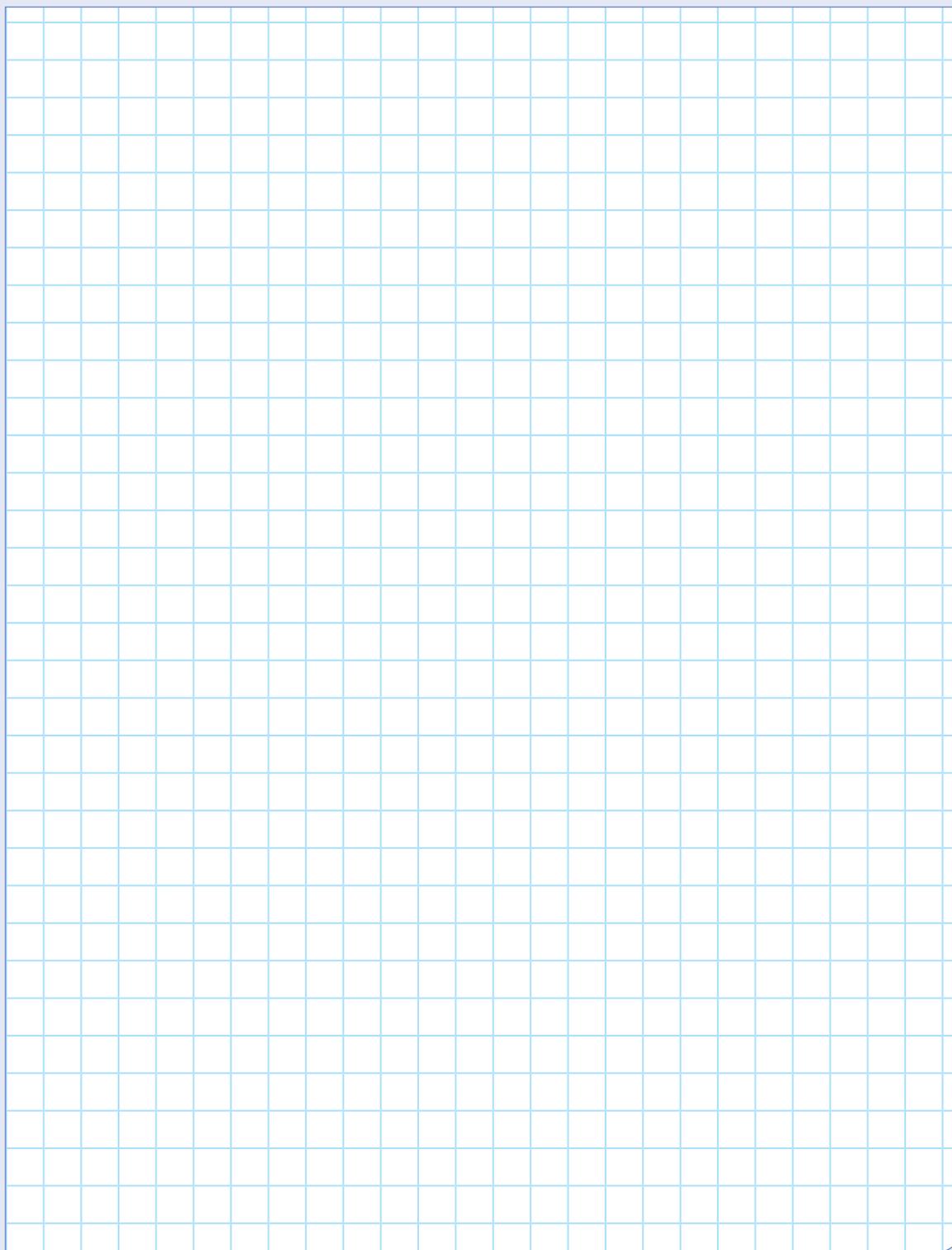


9. Con el viento a favor en vuelo, un avión pequeño puede recorrer 1200 km en 3 horas. Con viento en contra, el avión puede recorrer la misma distancia en 5 horas. Calcula la velocidad del avión con viento en calma y la velocidad del viento.

- a) Velocidad: del avión 320 km/h; viento 80 km/h
- b) Velocidad: del avión 321 km/h; viento 81 km/h
- c) Velocidad: del avión 640km/h; viento 560 km/h
- d) Velocidad: del avión 200 km/h; viento 50 km/h



10. Una persona invierte en un producto una cantidad de dinero y obtiene un 5 % de beneficio. Por otra inversión en un segundo producto, logra un beneficio del 3,5 %. Sabiendo que en total invirtió 10 000 soles y que los beneficios de la primera inversión superan en 300 soles a los de la segunda, ¿cuánto dinero invirtió en cada producto?



COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje matemático el significado del valor de la probabilidad para caracterizar la ocurrencia de sucesos independientes y dependientes de una situación aleatoria.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Selecciona y emplea procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos independientes de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace y sus propiedades.



## Aprendemos

Enrique sabe preparar los siguientes potajes:



Entradas	Segundos
Huevo a la rusa	Caucau
Sopa de sémola	Estofado de pollo
Aguadito	Ají de gallina
Cebiche	Locro
	Lentejas
	Picante de res
	Adobo de cerdo

Él no sabe preparar otros platos que los señalados y no quiere hacerse problemas en tener que estar todos los días pensando en lo que va a hacer. Por ello, en una caja coloca cuatro papelitos con los nombres de las entradas y en otra caja, siete papelitos con los nombres de los segundos.

En un día cualquiera Enrique coge un papelito de cada caja y así tiene la combinación (ENTRADA, SEGUNDO) que va a preparar ese día.

Para el caso de las entradas, coge un papelito y lo vuelve a introducir nuevamente en la caja, dado que solo dispone de cuatro. En el caso de los segundos, como tiene uno para cada día, no devuelve el papelito a la caja después de extraerlo.

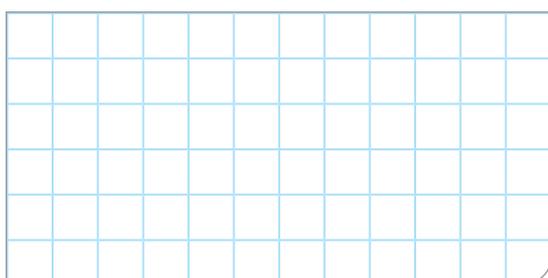
1. ¿Cuál es la probabilidad de sacar cebiche como entrada?
2. ¿Cuál es la probabilidad de sacar lenteja como plato de fondo?
3. Si hoy es el segundo día y el primer día Enrique preparó aguadito con ají de gallina, ¿cuál es la probabilidad de que prepare hoy cebiche de entrada y lentejas de segundo?

## Comprendemos el problema

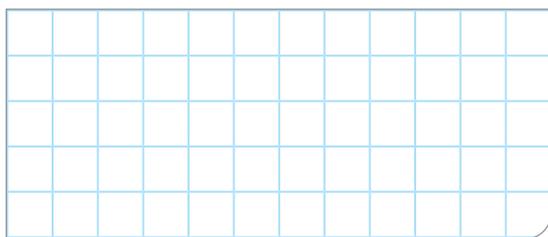
1. ¿Qué pide hallar la situación inicial?



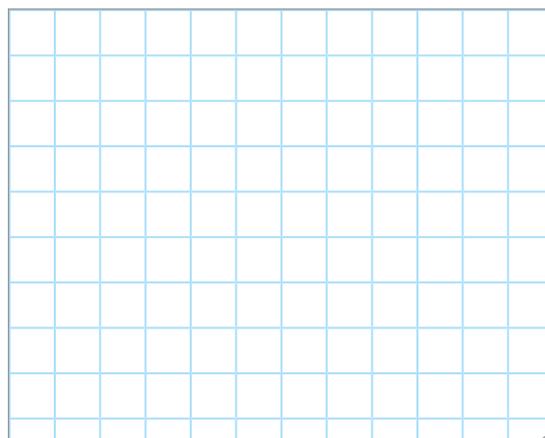
2. Escribe los datos que necesitas para dar respuesta a las preguntas de la situación inicial.



3. Escribe el espacio muestral referido a las entradas.



4. Escribe el espacio muestral referido a los segundos.

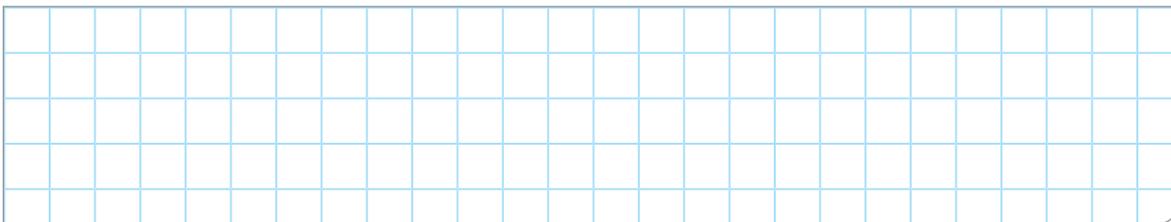


5. ¿Qué es un espacio muestral?

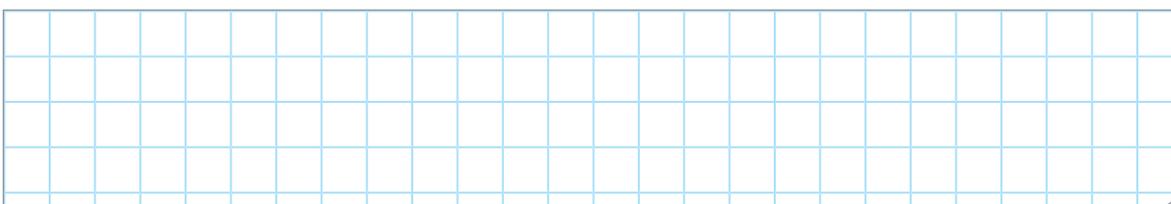


## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te ayudará a organizar mejor los datos?

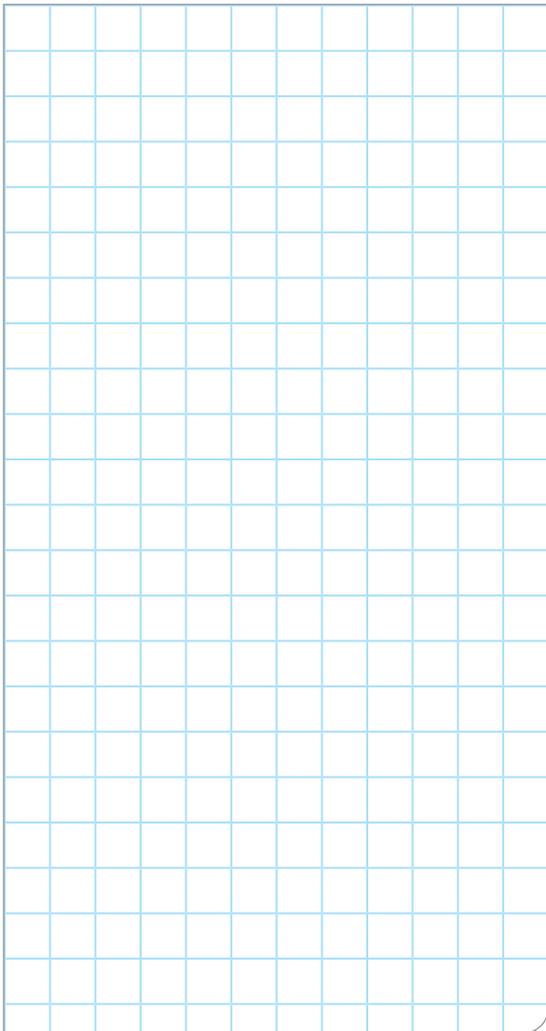


2. ¿Qué regla utilizas para determinar la probabilidad de que un día cualquiera prepare cebiche?



## Ejecutamos la estrategia o plan

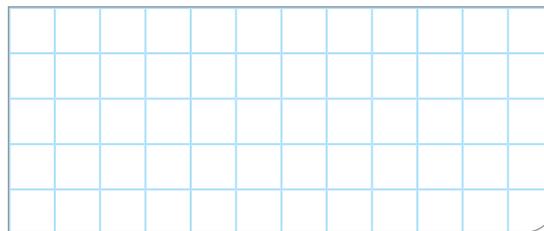
1. Realiza un gráfico que te permita observar la combinación de entradas y los platos de fondo.



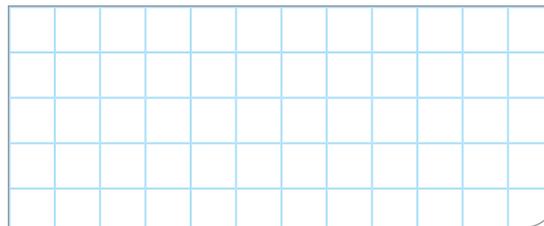
2. ¿Cuántas combinaciones hay para sacar una entrada y un plato de fondo?



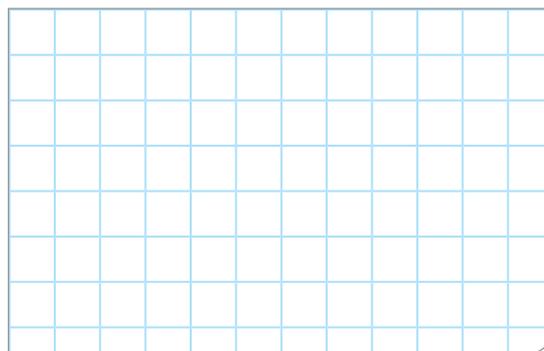
3. ¿Cuál es la probabilidad de que en un día cualquiera se saque el papelito correspondiente al cebiche?



4. Enrique decide completar la cantidad de entradas, para lo cual escribe en dos papelitos más la palabra “cebiche” y en uno más el término “aguadito”. En estas circunstancias, ¿cuál es la probabilidad de que en la primera extracción de un papelito de la caja de entradas este corresponda al cebiche?

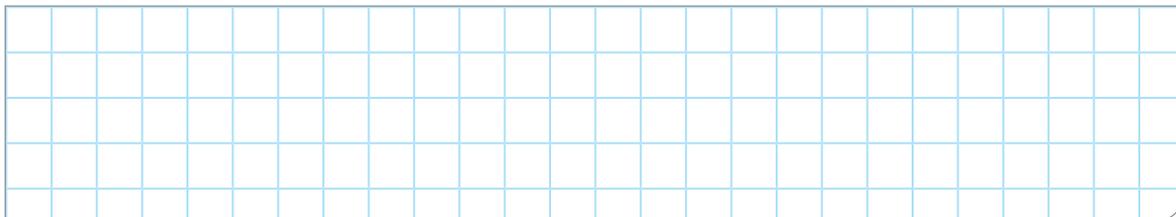


5. Si hoy es el segundo día y el primer día Enrique preparó aguadito con ají de gallina, ¿cuál es la probabilidad de que Enrique prepare hoy cebiche de entrada y lentejas de segundo?



## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe la estrategia empleada para resolver la situación inicial.





## ¿? Analizamos

### Situación A

En la siguiente caja se tienen cuatro pelotitas blancas y cinco negras. Se extrae sin reposición una pelotita dos veces. ¿Cuál es la probabilidad de que en las dos extracciones se obtengan pelotitas negras?

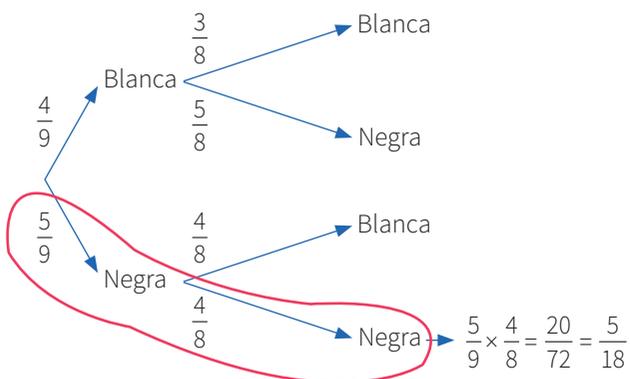
### Resolución

Sean los sucesos:

A: Se extrae una pelotita de color negro en la primera extracción.

B: Se extrae una pelotita de color negro en la segunda extracción.

Primera extracción      Segunda extracción



Nótese que, al calcular la probabilidad de ocurrencia de cada resultado, se debe considerar que ya se extrajo una de las bolitas, por lo que el total de bolitas ya no es nueve, sino ocho. Del mismo modo, si ya salió una bolita de color blanco, en la urna quedan solamente tres bolitas blancas. En forma similar, si ya salió una bolita de color negro, en la urna solo quedan cuatro bolitas negras.

### Respuesta:

La probabilidad es de  $\frac{5}{18}$ .

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación A ¿son los adecuados? Explica.

2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación A?

3. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.

### Situación B

Dado el experimento que consiste en lanzar una moneda tres veces, ¿cuál es la probabilidad de obtener cara-sello-sello (CSS)?

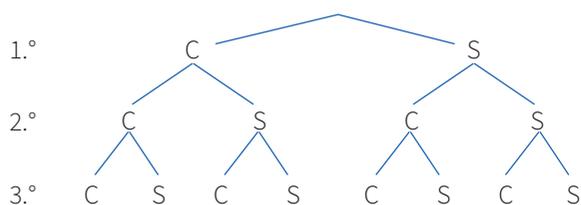
### Resolución

- Utilizando la fórmula:

El lanzamiento de una moneda varias veces es un evento independiente, ya que el resultado de cada lanzamiento no depende del resultado anterior. En cada caso, la probabilidad de obtener uno de los dos resultados es de  $\frac{1}{2}$ . Aplicando el producto de probabilidades, tenemos:

$$P(\text{CSS}) = P(\text{C}) \cdot P(\text{S}) \cdot P(\text{S}) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$$

- Haciendo un diagrama:



### Respuesta:

La ruta de éxito es una de ocho posibles, por lo que

$$P(\text{CSS}) = \frac{1}{8}$$

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación B ¿son los adecuados? Explica.

2. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación B?

3. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación B.

### Situación C

En una urna se disponen de tres bolillas blancas y dos bolillas negras. Se extrae con reposición tres veces una bolilla a la vez.

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener solo bolillas negras en las tres extracciones?
- ¿Cuál es la probabilidad de que se obtengan bolillas blanca, negra, blanca?

### Resolución

#### (Encuentra el error)

Podemos graficar la situación:



Definimos los eventos:

B: Obtener una bolilla blanca

N: Obtener una bolilla negra

a) Aplicamos la fórmula:

$P(N) = \frac{3}{5}$ , puesto que hay dos bolillas negras de cinco bolillas de la urna.

$$P(NNN) = P(N) \cdot P(N) \cdot P(N) = \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{27}{125}$$

**Respuesta:** La probabilidad es  $\frac{27}{125}$

b) Aplicamos la fórmula:

$P(B) = \frac{2}{5}$ , ya que hay tres bolillas de color blanco de cinco bolillas de la urna.

$P(N) = \frac{2}{5}$ , pues hay dos bolillas negras de cinco bolillas de la urna.

$$P(BNB) = P(B) \cdot P(N) \cdot P(B) = \left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{8}{125}$$

**Respuesta:** La probabilidad es  $\frac{8}{125}$

- Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

A large rectangular grid with a light blue border and a white background, intended for writing an explanation.

- En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

A large rectangular grid with a light blue border and a white background, intended for writing a correction.



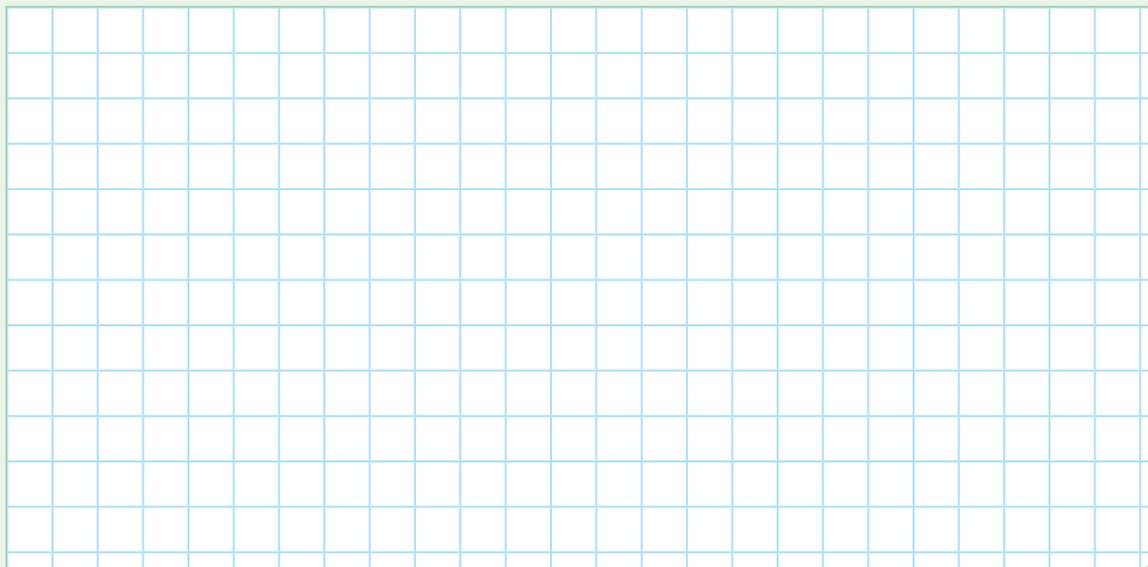
3. Al tercer día ya utilizó dos pantalones de color negro y dos blusas, una azul y la otra roja. ¿Cuál es el espacio muestral del suceso compuesto por la extracción al azar de una blusa y de un pantalón para el tercer día?

a) 48

b) 12

c) 80

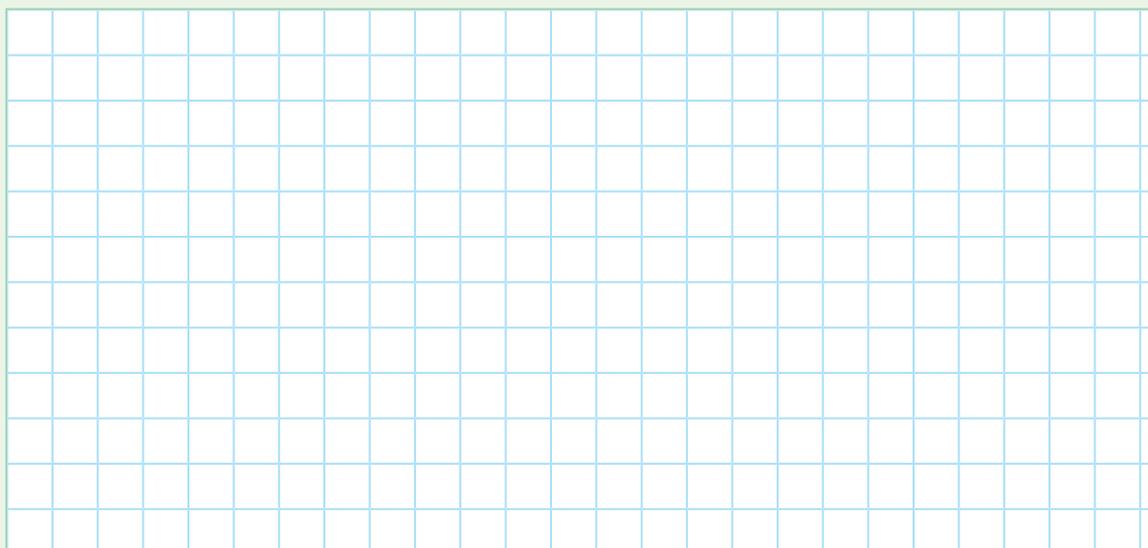
d) 60



4. Antes del quinto día ya ha usado estas prendas:

Día	Blusa	Pantalón
1	Roja	negro
2	Azul	negro
3	Azul	azul
4	Amarilla	blanco

Si Paola decide no usar pantalón verde ese día, por lo que retira los pantalones de ese color de la gaveta correspondiente, ¿qué condiciones debe mantener Paola para que el experimento siga siendo aleatorio y cuál sería su espacio muestral?



### El cobrador

Jaime trabaja como cobrador en una unidad de transporte público. A fin de disponer de sencillo para dar el vuelto, ha clasificado las monedas en dos grupos: en su bolsillo derecho ha colocado las monedas de un sol y de cincuenta céntimos y, en el izquierdo, las monedas de dos y cinco soles.

En cierto momento, Jaime tiene la siguiente cantidad de monedas:

Moneda (S/)	Cantidad
0,50	8
1,00	12
2,00	9
5,00	11

Con la información dada, responde las preguntas 5; 6; 7 y 8.

5. Si Jaime extrae sin ver dos monedas de su bolsillo izquierdo, ¿cuál es la probabilidad de que extraiga exactamente S/7?

a)  $\frac{99}{380}$

b)  $\frac{1}{10}$

c)  $\frac{99}{190}$

d)  $\frac{19}{20}$

6. Si Jaime extrae una moneda del bolsillo derecho y otra moneda del izquierdo, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de las cantidades de las monedas supere los S/3,00?

a)  $\frac{11}{50}$

b)  $\frac{11}{20}$

c)  $\frac{33}{100}$

d)  $\frac{9}{20}$

7. Si Jaime extrae sin ver tres monedas de su bolsillo derecho, ¿cuál sería el espacio muestral para dicho experimento compuesto?

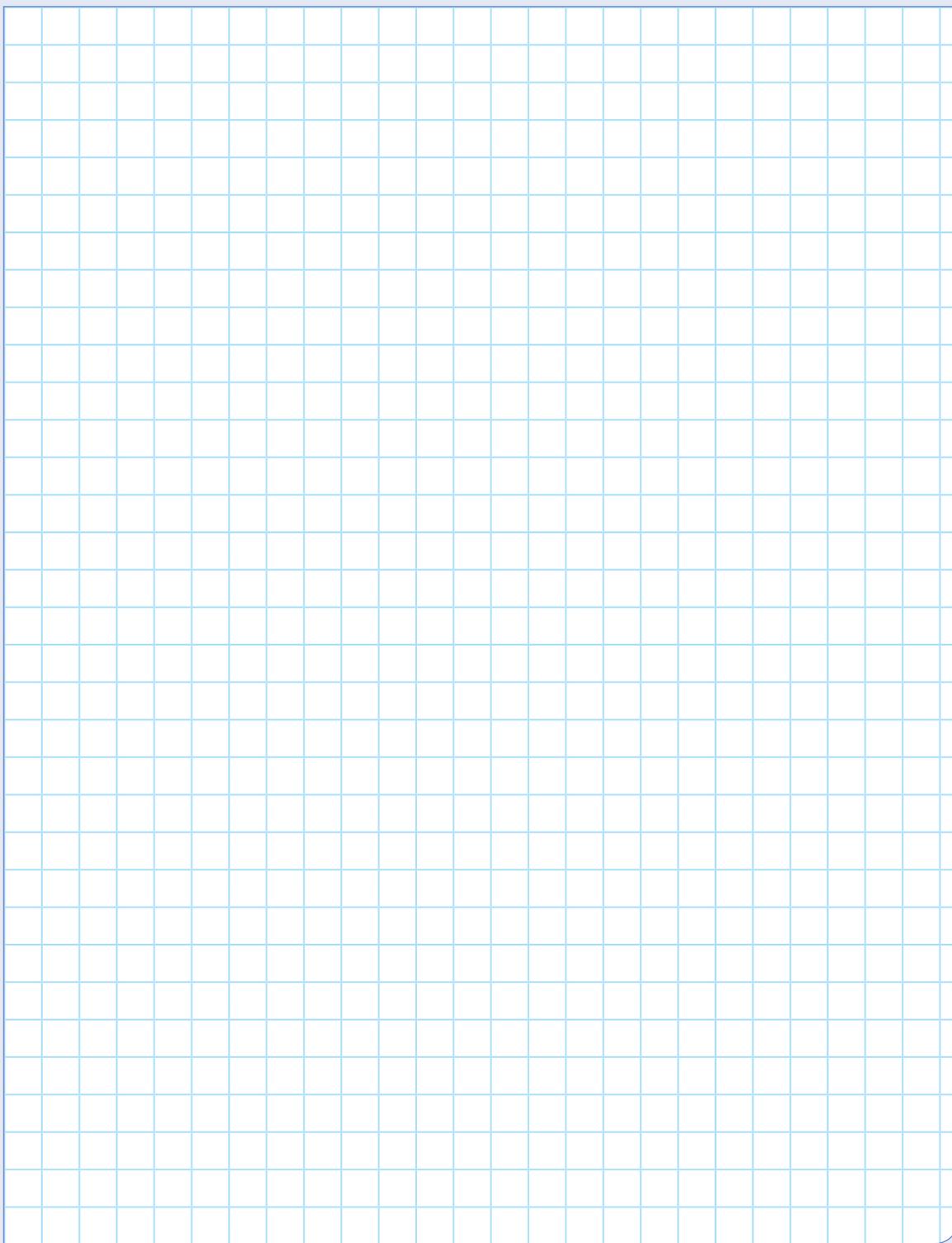
8. Si Jaime extrae sin reposición dos monedas, una después de otra, de su bolsillo derecho, ¿cuál es la probabilidad de que extraiga dos monedas idénticas en las dos extracciones?

a)  $\frac{47}{95}$

b)  $\frac{67}{380}$

c)  $\frac{77}{90}$

d)  $\frac{14}{95}$



## JUEGO DE BINGO

El juego de bingo consiste en 75 fichas o bolillas en la siguiente distribución:

B	I	N	G	O
1	16	31	46	61
2	17	32	47	62
3	18	33	48	63
4	19	34	49	64
5	20	35	50	65
6	21	36	51	66
7	22	37	52	67
8	23	38	53	68
9	24	39	54	69
10	25	40	55	70
11	26	41	56	71
12	27	42	57	72
13	28	43	58	73
14	29	44	59	74
15	30	45	60	75

Cada participante recibe una cartilla de la siguiente forma:

<b>B I N G O</b>				
<b>12</b>	<b>18</b>	<b>41</b>	<b>47</b>	<b>61</b>
<b>7</b>	<b>26</b>	<b>39</b>	<b>54</b>	<b>70</b>
<b>4</b>	<b>27</b>	FREE 4785 SPACE	<b>49</b>	<b>63</b>
<b>5</b>	<b>23</b>	<b>35</b>	<b>58</b>	<b>73</b>
<b>3</b>	<b>30</b>	<b>32</b>	<b>52</b>	<b>75</b>

En los juegos se pueden formar una fila, una columna o una letra.

<b>B I N G O</b>				
<b>12</b>	<b>18</b>	<b>41</b>	<b>47</b>	<b>61</b>
<b>7</b>	<b>26</b>	<b>39</b>	<b>54</b>	<b>70</b>
<b>4</b>	<b>27</b>	FREE 4785 SPACE	<b>49</b>	<b>63</b>
<b>5</b>	<b>23</b>	<b>35</b>	<b>58</b>	<b>73</b>
<b>3</b>	<b>30</b>	<b>32</b>	<b>52</b>	<b>75</b>

Columna

<b>B I N G O</b>				
<b>12</b>	<b>18</b>	<b>41</b>	<b>47</b>	<b>61</b>
<b>7</b>	<b>26</b>	<b>39</b>	<b>54</b>	<b>70</b>
<b>4</b>	<b>27</b>	FREE 4785 SPACE	<b>49</b>	<b>63</b>
<b>5</b>	<b>23</b>	<b>35</b>	<b>58</b>	<b>73</b>
<b>3</b>	<b>30</b>	<b>32</b>	<b>52</b>	<b>75</b>

Fila

<b>B I N G O</b>				
<b>12</b>	<b>18</b>	<b>41</b>	<b>47</b>	<b>61</b>
<b>7</b>	<b>26</b>	<b>39</b>	<b>54</b>	<b>70</b>
<b>4</b>	<b>27</b>	FREE 4785 SPACE	<b>49</b>	<b>63</b>
<b>5</b>	<b>23</b>	<b>35</b>	<b>58</b>	<b>73</b>
<b>3</b>	<b>30</b>	<b>32</b>	<b>52</b>	<b>75</b>

Letra "N"

<b>B I N G O</b>				
<b>12</b>	<b>18</b>	<b>41</b>	<b>47</b>	<b>61</b>
<b>7</b>	<b>26</b>	<b>39</b>	<b>54</b>	<b>70</b>
<b>4</b>	<b>27</b>	FREE 4785 SPACE	<b>49</b>	<b>63</b>
<b>5</b>	<b>23</b>	<b>35</b>	<b>58</b>	<b>73</b>
<b>3</b>	<b>30</b>	<b>32</b>	<b>52</b>	<b>75</b>

Letra "O"

En un juego de bingo se va a jugar la columna B. Para esto, se colocan en una urna las 15 bolillas correspondientes a la letra B y se extraen, sin reposición, una a una.

Con la información dada, responde las preguntas 9 y 10.

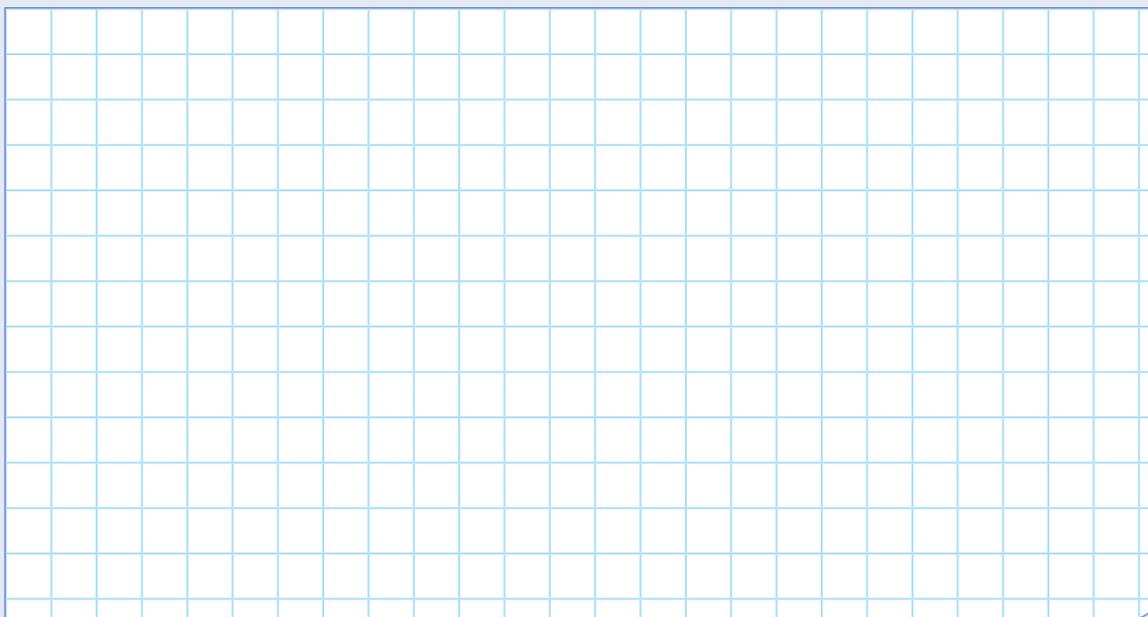
9. Si ya salieron las bolillas B10, B1, B7, B9, B11 y B12, ¿cuál es la probabilidad de que la siguiente bolilla extraída corresponda al cartón mostrado en la figura?

a)  $\frac{1}{3}$

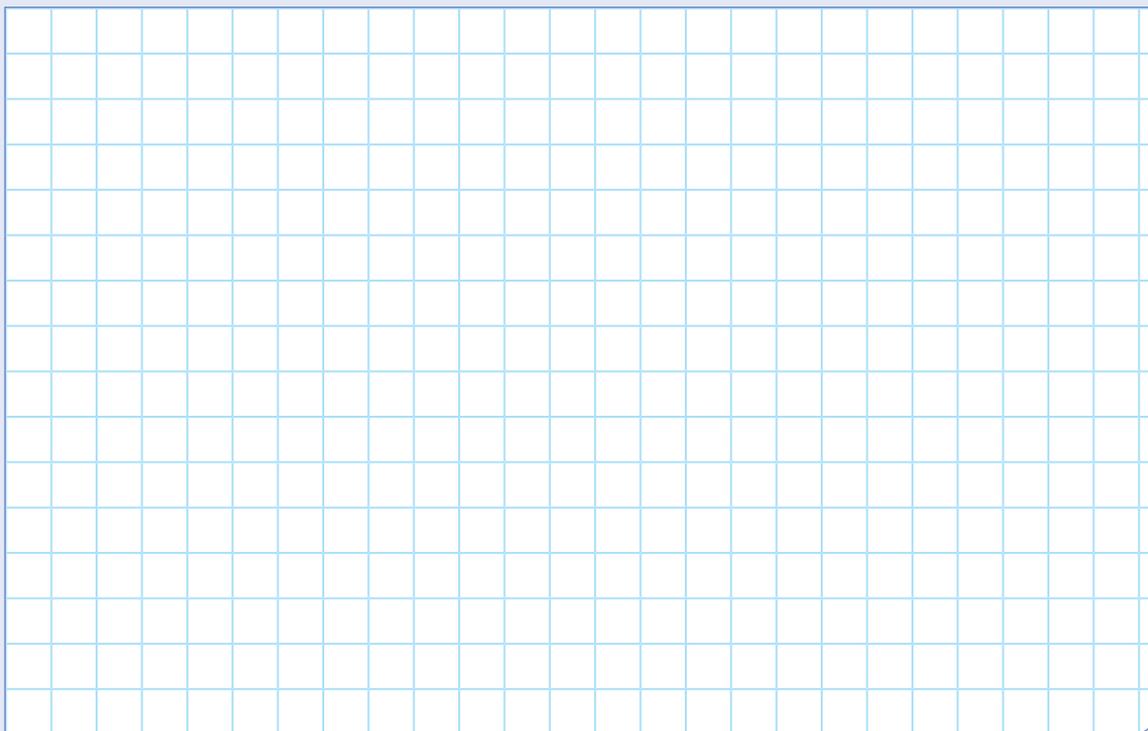
b)  $\frac{1}{9}$

c)  $\frac{5}{9}$

d)  $\frac{2}{3}$



10. Jorge es dueño del cartón de bingo mostrado y ya han salido B2, B7, B1, B10. La probabilidad de que en la siguiente extracción salga una de las que Jorge tiene en su cartón, ¿corresponde a una probabilidad condicionada o a una de sucesos independientes? Fundamenta tu respuesta.



COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Describe las transformaciones de objetos mediante la combinación de ampliaciones, traslaciones, rotaciones o reflexiones.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, con dibujos, material concreto y lenguaje geométrico, su comprensión sobre la equivalencia entre dos secuencias de transformaciones geométricas de una figura, para interpretar un problema según su contexto y establecer relaciones entre representaciones.



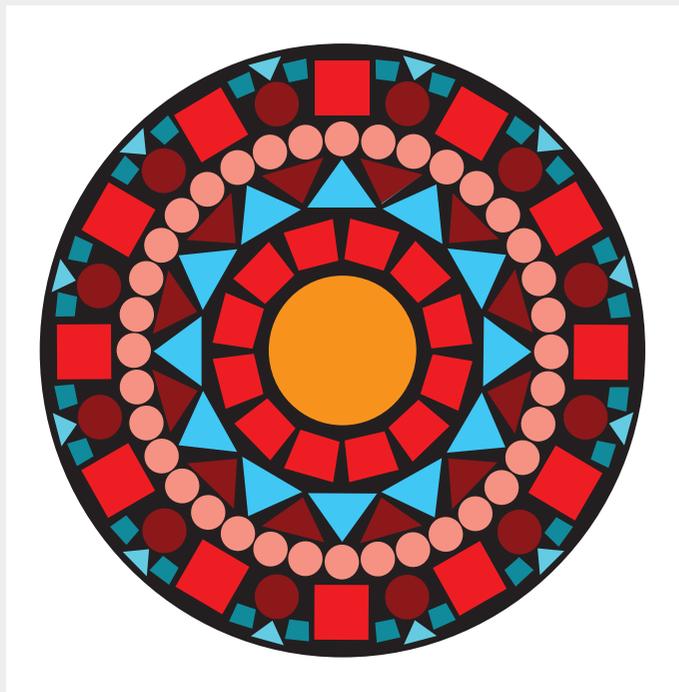
## Aprendemos

El mandala es una tradición de la cultura oriental a través del cual se intenta configurar de forma iconográfica y simbólica la esencia de la vida y del pensamiento humano.

Su nombre en sánscrito significa 'círculo' o 'rueda', por lo cual suele ser un diseño complejo circular, aunque puede incorporar todas las figuras geométricas. Un mandala también puede contener imágenes con significado particular para la persona que la ha creado.

El mandala es un instrumento de pensamiento y una forma de arteterapia. Sus virtudes terapéuticas permiten recobrar el equilibrio, el conocimiento de uno mismo, el sosiego y la calma interna (concentración y olvido de los problemas), necesarios para vivir en armonía. En esencia, el mandala representa la conexión entre nuestro mundo interior y la realidad.

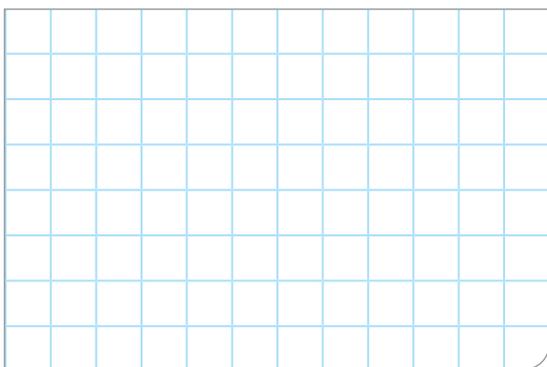
Adaptado de <https://goo.gl/gqker1>



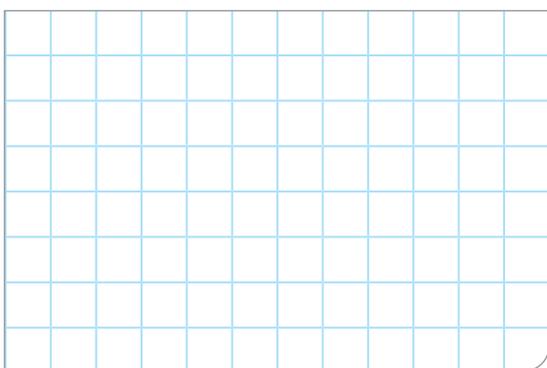
1. ¿Qué figuras observas en el mandala?
2. ¿Qué patrón o regularidad se siguió para elaborar el mandala?
3. ¿Es posible construir el mandala con solo una parte de él? ¿Por qué?

## Comprendemos el problema

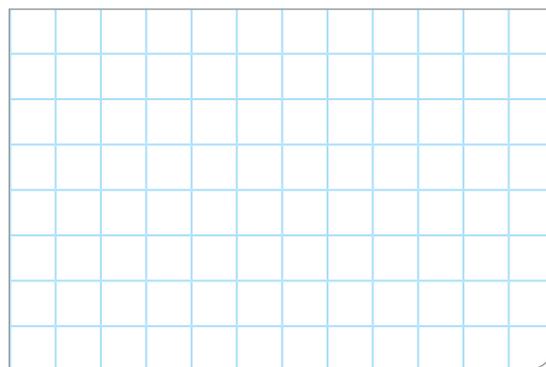
1. ¿Qué forma tienen los mandalas?



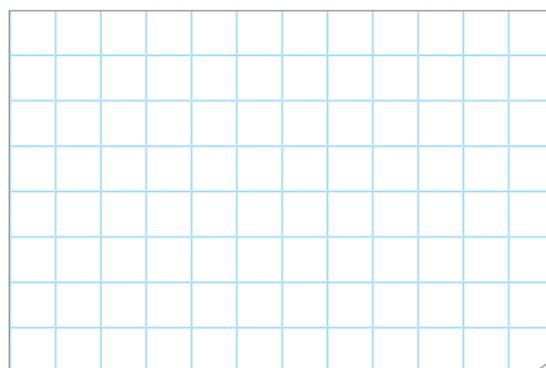
2. ¿Cómo están organizadas estas figuras geométricas?



3. ¿Qué figuras geométricas forman el mandala?



4. ¿Se observan algunos patrones?

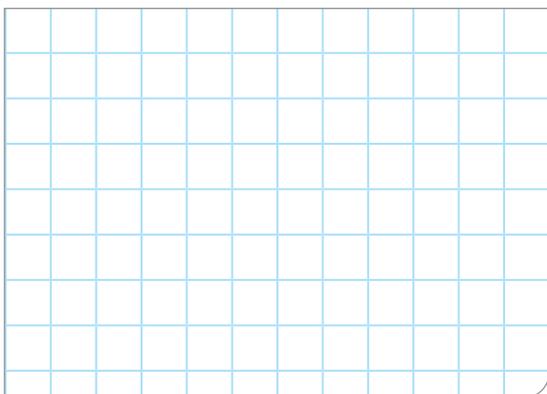


5. ¿Qué transformaciones geométricas observas?

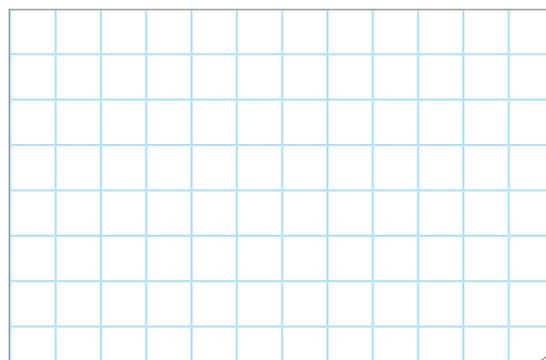


## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia utilizarás para determinar la simetría en la imagen presentada?

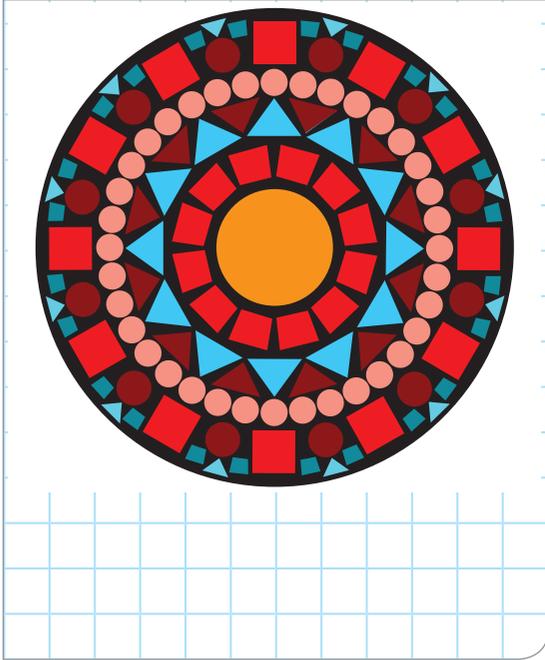


2. ¿Qué debes tener en cuenta para determinar si en el mandala se observan traslaciones de las figuras geométricas que presenta?



## Ejecutamos la estrategia o plan

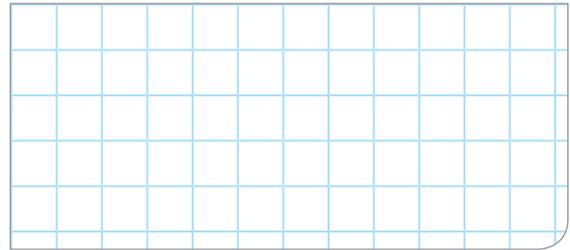
1. Traza dos ejes de simetría en la figura de la situación inicial.



2. ¿Solo se pueden trazar dos ejes de simetría?

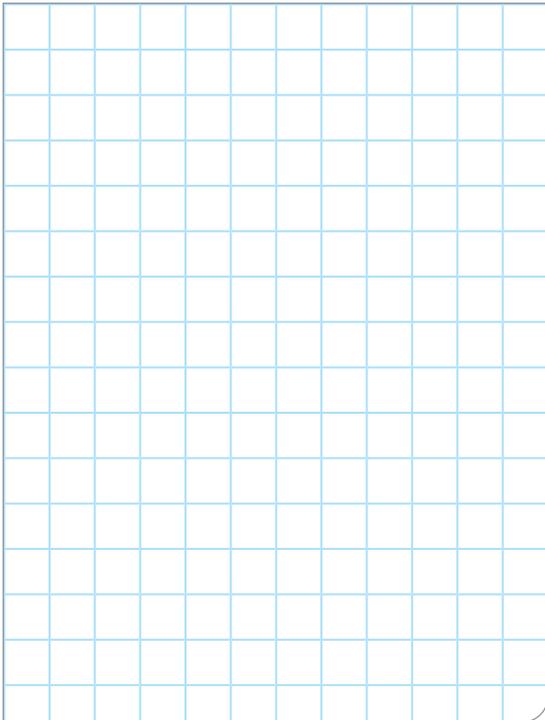


3. ¿Qué otras transformaciones geométricas observas en el mandala?

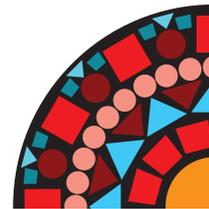


## Reflexionamos sobre el desarrollo

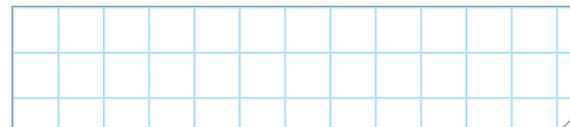
1. Describe los movimientos necesarios para componer el mandala a partir del motivo mínimo.



2. ¿Existen traslaciones en el siguiente gráfico? Explica.



3. ¿Qué transformaciones geométricas conoces?

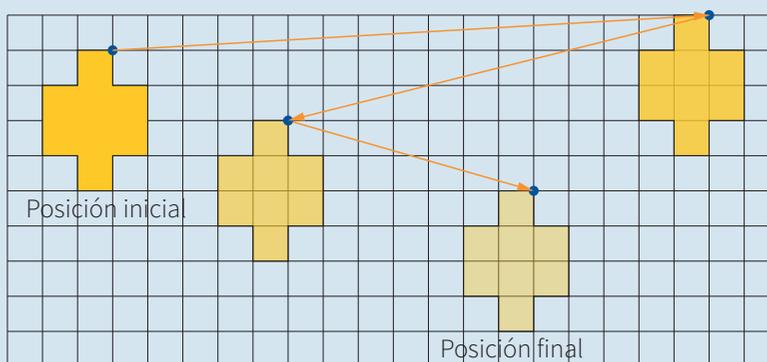




## Analizamos

### Situación A

Describe la transformación de la figura inicial para llegar a la figura final pasando por todas las demás posiciones.

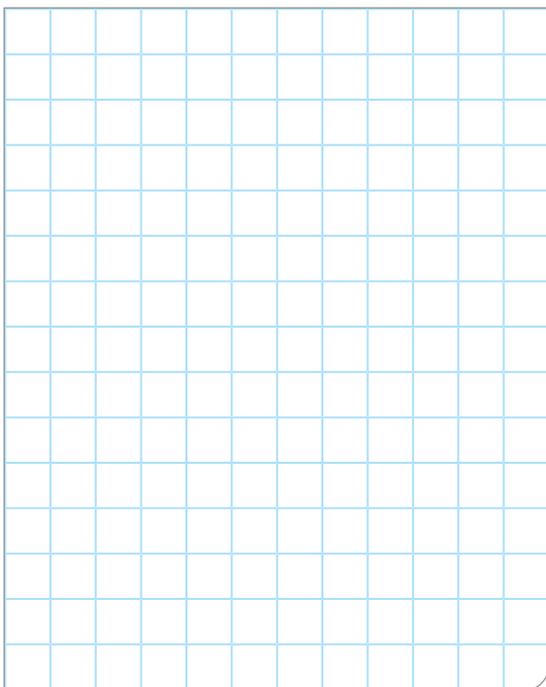


### Resolución

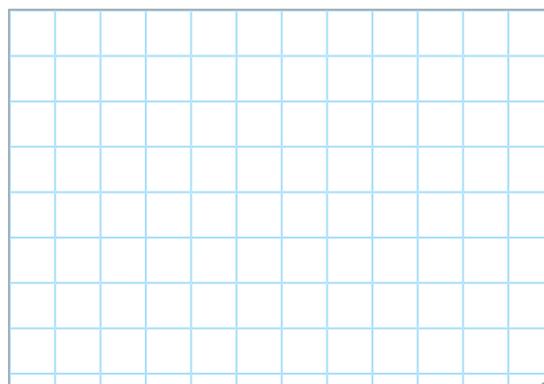
#### Respuesta:

Siguiendo la trayectoria de las flechas, la primera transformación es el resultado de la traslación de  $\vec{v}(17; 1)$ ; la segunda, el resultado de la traslación de  $\vec{u}(-12; -3)$ , y la tercera, el resultado de la traslación de  $\vec{p}(7; -2)$ .

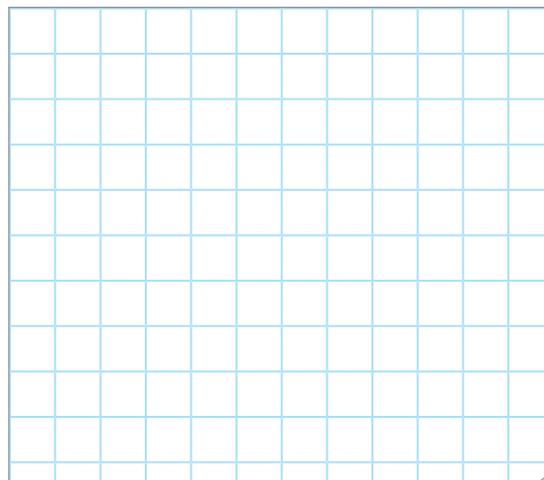
1. ¿Qué estrategia permite identificar las transformaciones geométricas en la imagen?



2. ¿Qué transformación se ha realizado con la imagen?



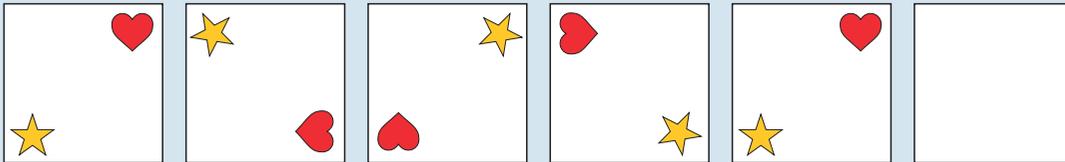
3. ¿Qué otras transformaciones se observan en la imagen?



### Situación B

Observa la secuencia de losetas.

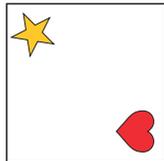
Dibuja la loseta que completa la secuencia.



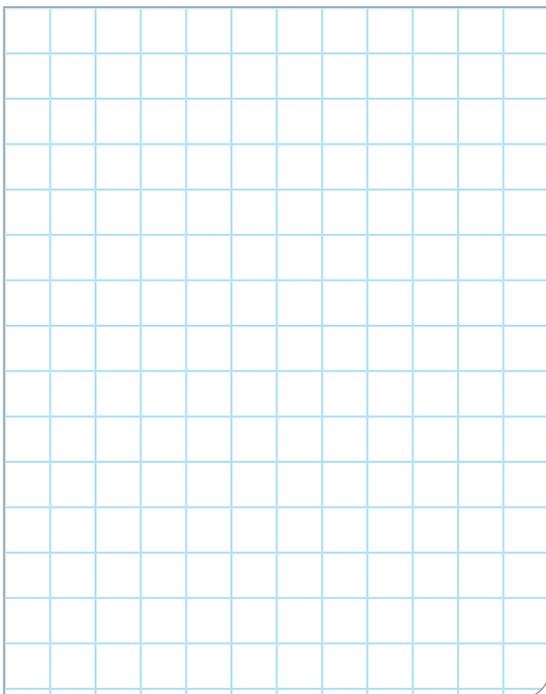
### Resolución

#### Respuesta:

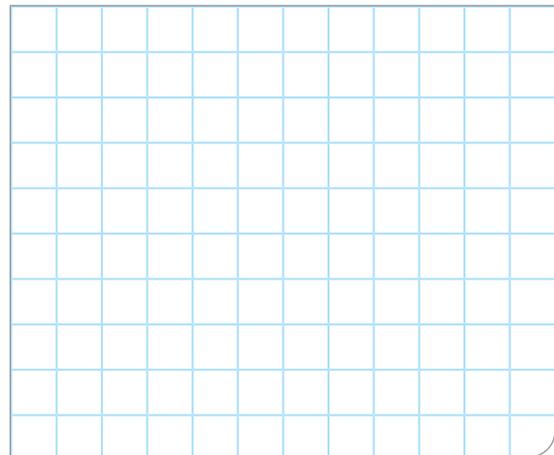
Si observamos la secuencia, notamos que cada loseta, a partir de la segunda, es la rotación de  $90^\circ$  de la anterior. En la posición 5, nuevamente se tiene la loseta en su posición original; por tal motivo, la que sigue será:



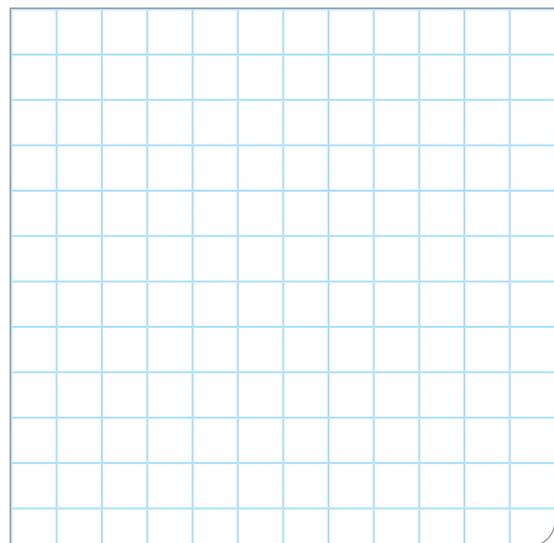
1. ¿Qué estrategia permite identificar las transformaciones geométricas en la imagen?



2. ¿Qué transformación se ha realizado con el corazón y la estrella?

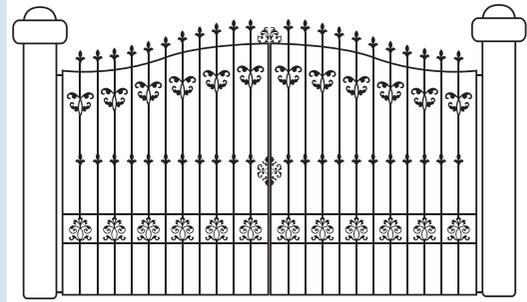


3. ¿Qué otras transformaciones se observan en las imágenes?



### Situación C

Describe las transformaciones geométricas que se observan en la reja.



### Resolución

(Encuentra el error)

Respuesta:

- La puerta se abre por el centro, lo cual nos da la idea del eje de simetría.
- Los adornos tipo corazón dan la idea de traslaciones y giros.
- Además, cada uno de los adornos son simétricos.

1. ¿Qué características tiene una simetría central?

2. ¿Qué características tiene una traslación?

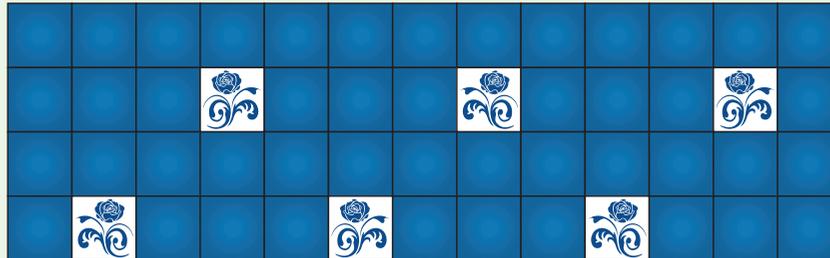
3. ¿Qué características tiene una rotación?

4. De acuerdo con las características sobre simetría, traslación y giro, ¿existe giro en los adornos de tipo corazón? Explica.



## Practicamos

Braulio está enchapando con mayólica la pared del baño de su casa. En la figura se muestran las cuatro primeras filas que colocó.



1. Considerando las filas de abajo hacia arriba y las columnas de izquierda a derecha, y siguiendo el mismo patrón, ¿cuál es la mayólica que iría en la intersección de la fila 9 y la columna 6?

- a)  b)  c)  d) 

### Una chompa para Mateo

Se acerca el cumpleaños de Mateo, y su mamá le regalará una linda chompa que ella misma tejerá. Como a Mateo le gusta la matemática, su mamá hará el tejido con un diseño que siga una secuencia.

Observa el avance del tejido:



Con la información dada, responde las preguntas 2 y 3.

2. ¿Cuál de las franjas continuará en el tejido?

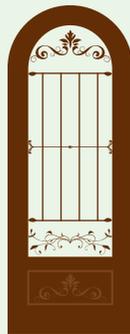
- a)  b)  c)  d) 

3. ¿Cuál de las franjas se encontraría cuatro franjas más arriba?

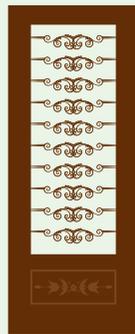


4. Marina desea cambiar las rejas de su ventana y se dirige a la carpintería metálica. Le menciona al encargado que quiere sus rejas con diseños basados en simetrías, rotaciones o traslaciones.

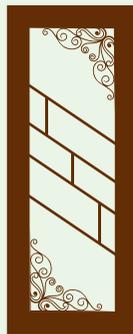
El encargado le muestra los siguientes diseños. ¿Cuál o cuáles de ellos no cumplen con los requerimientos de Marina?



Modelo 1



Modelo 2



Modelo 3



Modelo 4

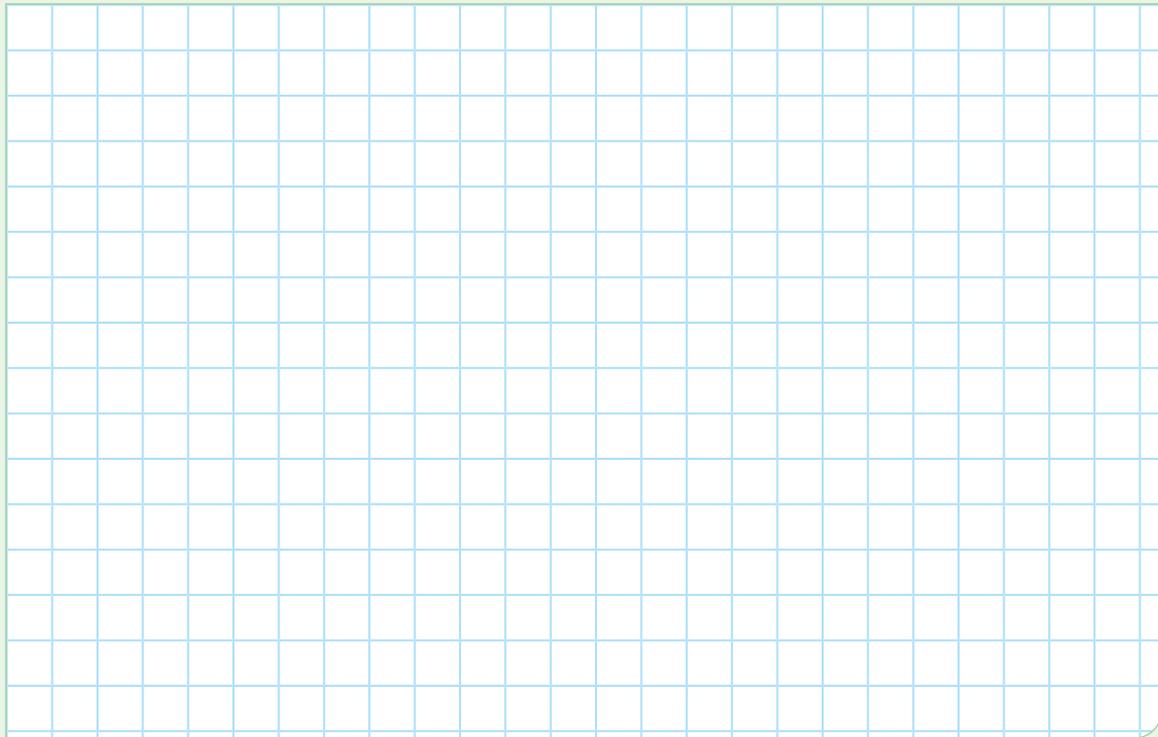


Modelo 5



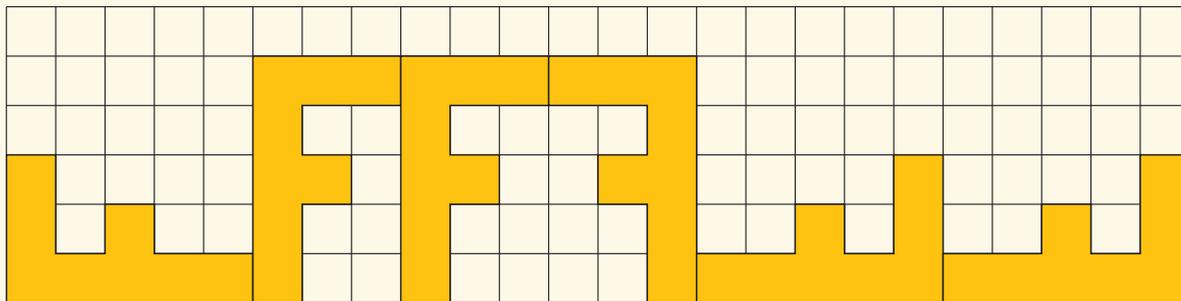
Modelo 6

Fuente: <https://www.pinterest.com/alfaiacordero/puertas-de-hierro/>



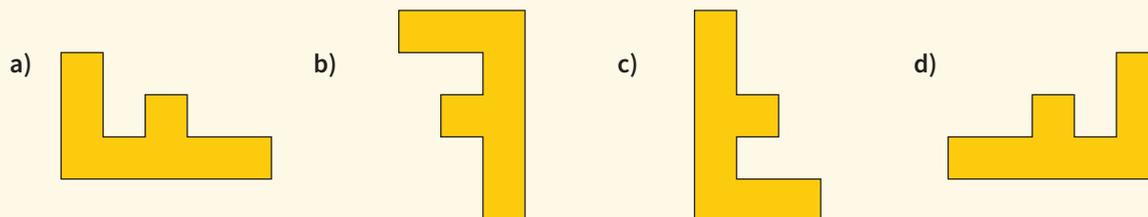
### La letra F

Observa la secuencia de la letra F y encuentra el patrón de cómo fue generada.

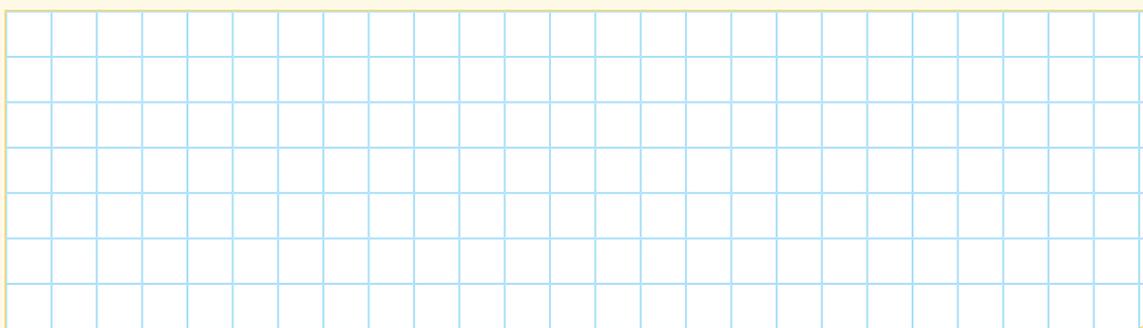
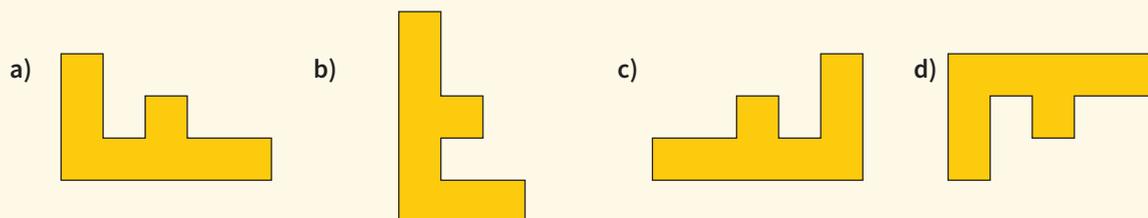


Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

5. De acuerdo con la secuencia de figuras mostradas de la letra F, dibuja la figura que ocupará la séptima posición.



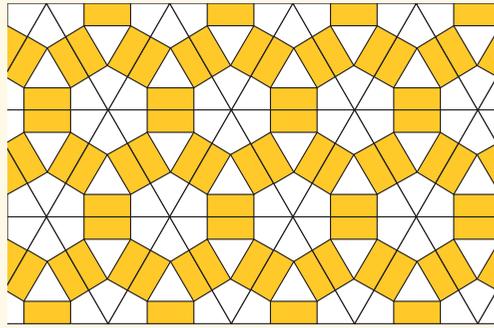
6. Si a la cuarta figura de la serie se aplica una rotación de  $180^\circ$ , ¿la figura volverá a su posición original? Explica.



## El mosaico

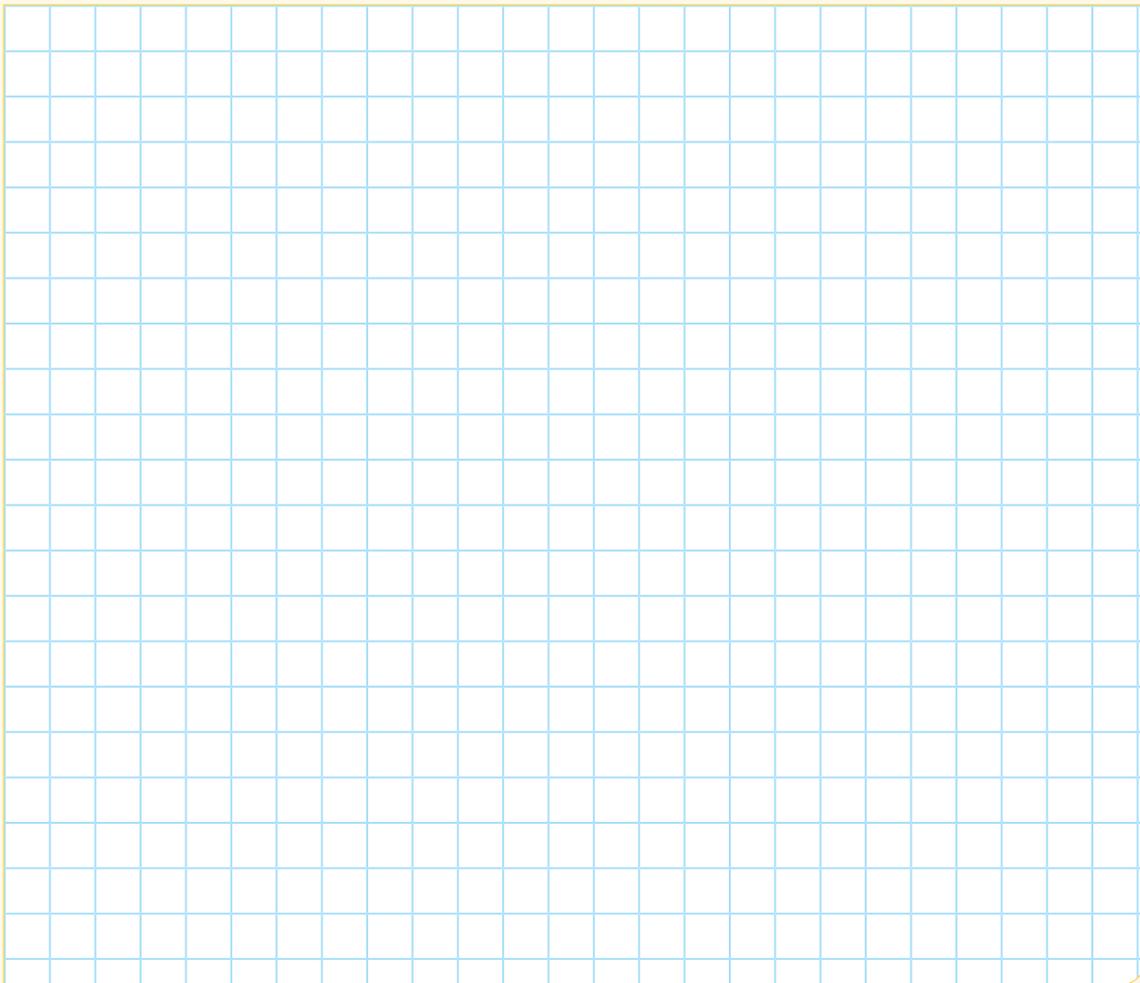
En matemática un mosaico es un recubrimiento de todo el plano mediante figuras planas, llamadas teselas, que no se solapan ni dejan hueco entre ellas.

La idea de mosaico viene asociada a la decoración hecha con piezas. Todas las culturas han utilizado traslaciones, giros y simetrías en sus manifestaciones artísticas. Con sorprendentes resultados estéticos, han jugado casi siempre con los movimientos del plano.



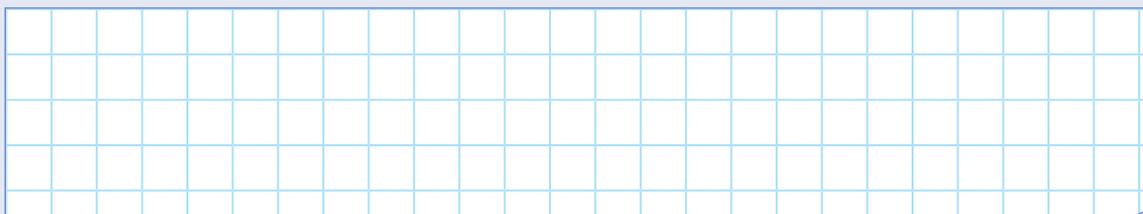
Con la información dada, responde las preguntas 7 y 8.

7. Dibuja dos teselas que permitan formar el mosaico.



8. ¿Cuál de las siguientes figuras podría por sí sola ser una tesela para formar un mosaico? ¿Por qué?

- a) Hexágono                      b) Dodecaedro                      c) Triángulo escaleno                      d) Pentágono regular



### Los mosaicos de la Alhambra

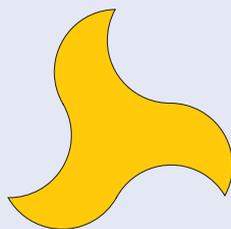
La Alhambra de Granada es el nombre de la residencia real de la dinastía nazarí, rodeada de arboleda y jardines. Se comenzó a construir en 1238 y todo el conjunto se terminó en la segunda mitad del siglo XIV. En muchas de sus salas se encuentran mosaicos de extraordinaria belleza.

En los mosaicos y las celosías de la Alhambra de Granada aparecen las diecisiete formas posibles de teselar el plano. Lo realmente importante es que los árabes descubrieron esto antes del siglo XIII y no se sabe de ningún otro muestrario completo de estas posibles teselaciones hasta el siglo XX.

Uno de los geómetras más importantes del siglo XX, el inglés H. S. M. Coxeter, quien desde 1936 trabajó en la Universidad de Toronto (Canadá), al visitar la Alhambra quedó fascinado y acerca de los mosaicos dijo lo siguiente: “El arte de llenar el plano por repetición de un motivo alcanzó su cenit en la España del siglo XIII, época en que los árabes utilizaron todo tipo de desplazamientos en su intrincada decoración de la Alhambra. Su gusto por los motivos abstractos y geométricos se debía a la estricta observancia del Segundo Mandamiento de su religión que dice no grabarás ninguna imagen [...]”.

Muchos mosaicos de la Alhambra están contruidos con los llamados “polígonos nazaríes”: el avión, el hueso, la pajarita, el pétalo y el huso. Estos polígonos se obtienen a partir del cuadrado, el triángulo equilátero y el rombo, mediante el principio de conservación de la superficie pero no de la forma.

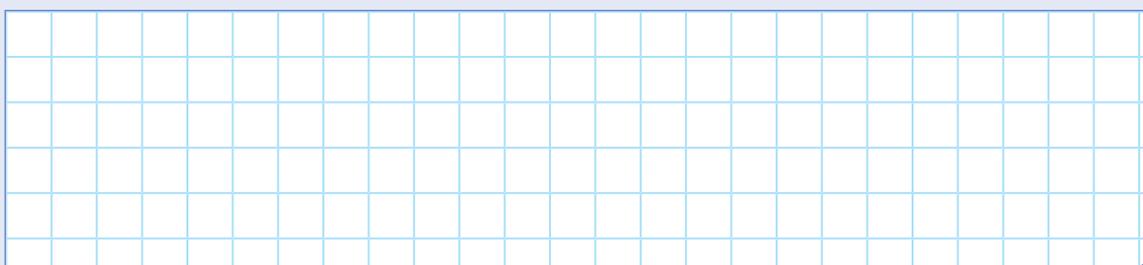
Adaptado de <https://goo.gl/UYGfdy>



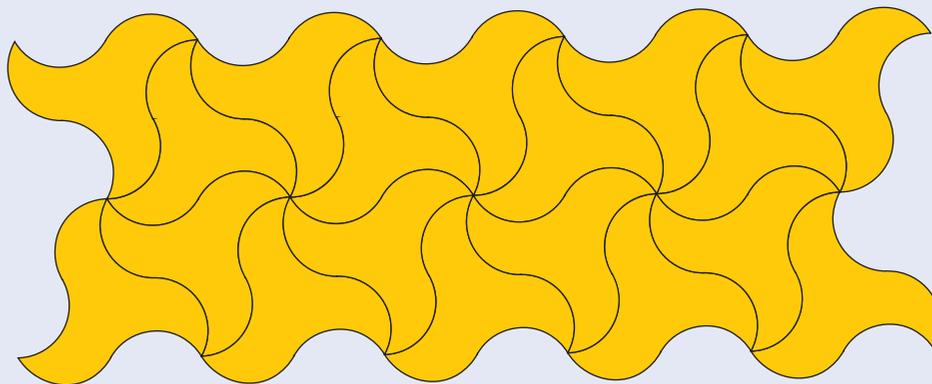
9. ¿Que transformación se aplicó en el triángulo equilátero para obtener este polígono nazarí?

- a) Rotación de arco                      c) Traslación de un arco  
b) Rotación de una semicircunferencia                      d) Traslación de una semicircunferencia

Realiza los trazos y muestra los movimientos necesarios que se deben efectuar para lograrlo.



10. Observa el mosaico formado por la tesela “la pajarita”. Describe el movimiento que se aplicó a la tesela para formar el mosaico.

A large grid for writing, consisting of 20 columns and 20 rows of small squares. The grid is empty and intended for the student to describe the movement used to create the mosaic.

# Propagación de la microalga *Chlorella*

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen la regla de formación de una progresión geométrica.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la regla de formación de una progresión geométrica para interpretar un problema en su contexto.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para determinar términos desconocidos y la suma de términos de una progresión geométrica.

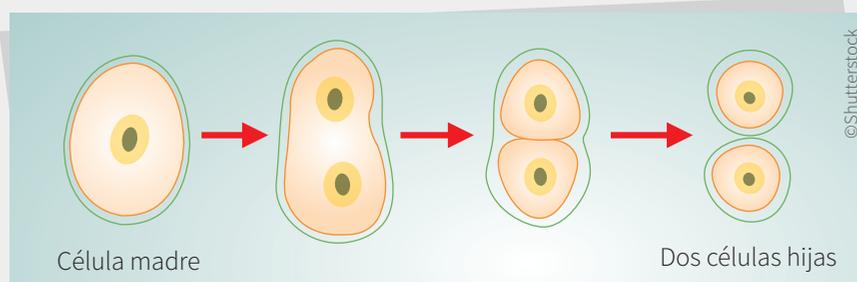


## Aprendemos

*Chlorella* es un alga verde de forma elipsoidal, la cual crece en forma de células simples y pertenece a la división Chlorophyta.

Se ha cultivado de forma intensiva con fines de alimentación y obtención de metabolitos. El sistema por lote es el más utilizado a gran escala por su bajo riesgo de contaminación y fácil implementación.

Este género ha sido aplicado al tratamiento biológico de aguas residuales, probando su efectividad en la remoción de nitrógeno, fósforo, demanda química de oxígeno y metales.



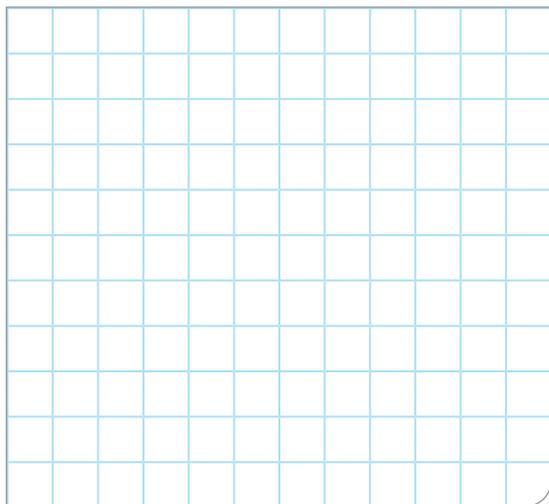
Se reproduce doblando su cantidad cada dos horas y media. Al cabo de otras dos horas y media vuelve a doblar su cantidad, y así sucesivamente.

Adaptado de <https://goo.gl/4YDK8V>

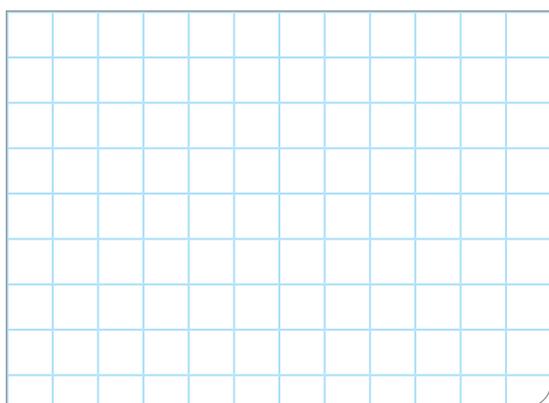
1. ¿Luego de cuántas divisiones se obtienen 126 células?
2. ¿Cómo expresarías el número de algas que habrá en un tiempo determinado?
3. ¿Cuántas células habrá, en total, al término de 40 periodos?

## Comprendemos el problema

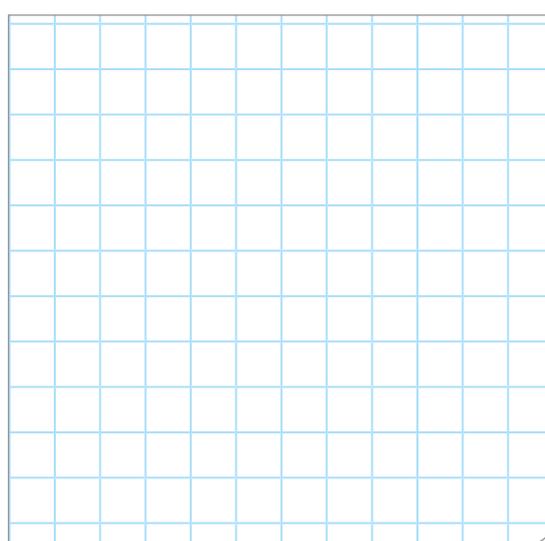
1. ¿De qué trata la situación inicial?



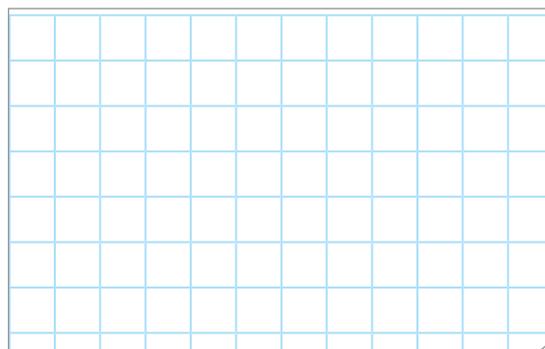
2. ¿En cuántas partes se divide cada célula?



3. Después de la primera división, ¿cuántas células hay?



4. ¿Qué te piden averiguar las preguntas de la situación inicial?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver la situación inicial?

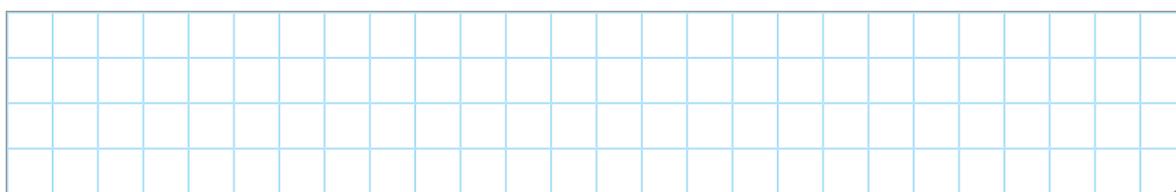
a) Realizar el conteo

b) Buscar un patrón

c) Hacer un diagrama de árbol

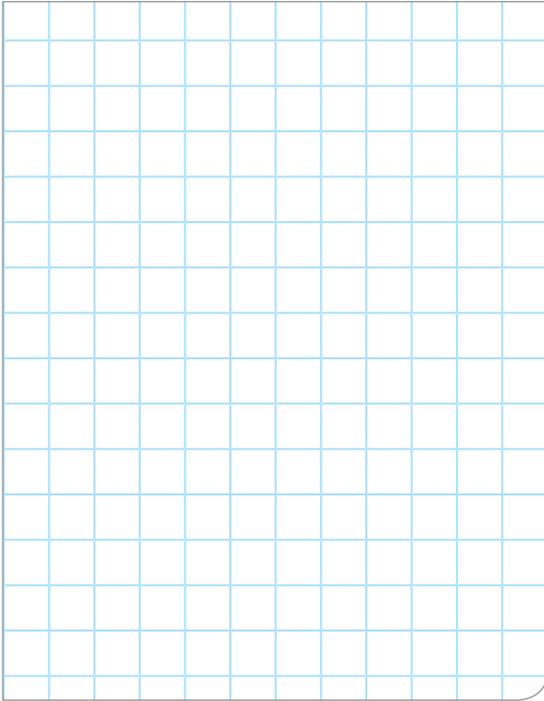


2. ¿Qué estrategia te permitirá organizar los datos de las divisiones por cada periodo?



## Ejecutamos la estrategia o plan

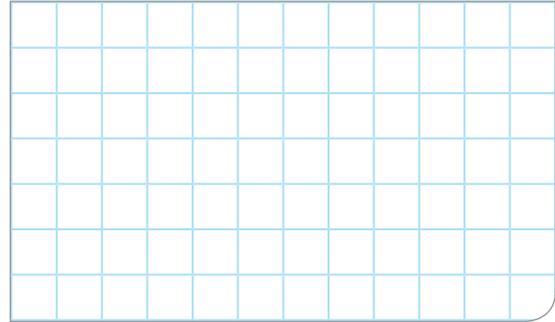
1. Realiza un gráfico que te permita observar la reproducción del alga.



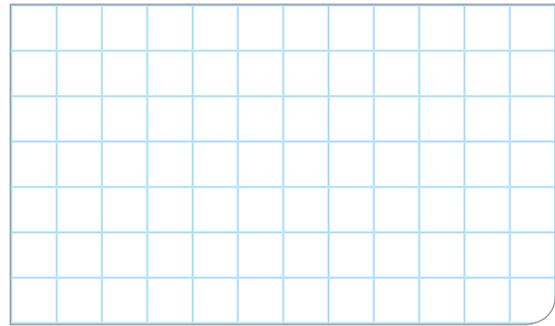
2. Completa la tabla con información sobre las células que se producen en cada división y el total de ellas.

División	Cantidad de células	Total
1. <sup>a</sup>		
2. <sup>a</sup>		
3. <sup>a</sup>		
4. <sup>a</sup>		
5. <sup>a</sup>		

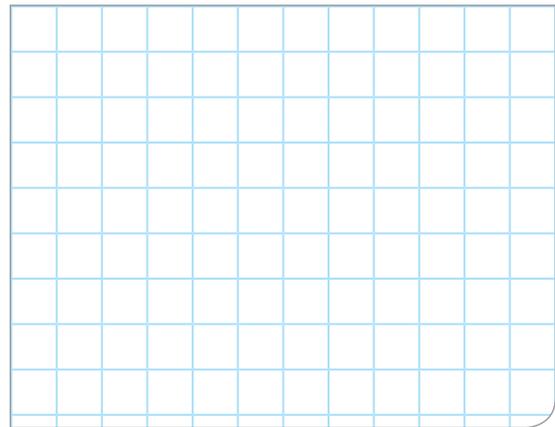
3. A partir de la tabla, generaliza el patrón para hallar el total de células para  $n$  divisiones.



4. ¿Después de cuántas divisiones se obtienen 126 células?

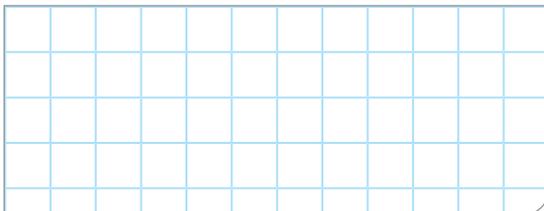


5. ¿Cuántas células habrá en total después de 40 divisiones?

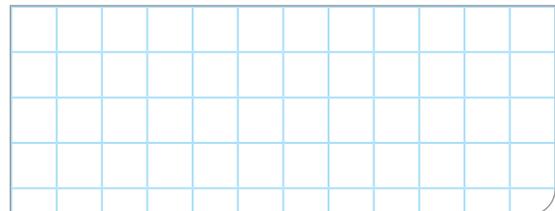


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Necesitaste dividir para conocer la respuesta a la situación inicial?



2. Explica qué estrategia utilizaste para resolver la situación inicial.





## Analizamos

### Situación A

El día 1 de cierto mes, un banquero le propuso a otro el siguiente trato: "Cada día de este mes te daré 100 000 soles con la condición de que dupliques el dinero que haya en esta caja en la que ahora solo hay un céntimo. Al final de mes te quedarás con lo que te haya ido dando día a día y yo me quedaré con lo que finalmente haya en la caja". El otro banquero, después de pensar un rato y echar cuentas con la calculadora, contestó riendo: "¿Por qué no me haces esta propuesta dentro de un año exactamente?". Esta conversación ocurrió entre el 1 de marzo de 2008 y el 1 de setiembre de 2015. ¿En qué fecha se produjo?

### Resolución

En un año bisiesto, es decir, con 29 días en febrero, las cuentas saldrían como sigue:

- Una aportación de 100 000 soles al día supone  $100\,000 \cdot 29 = 2\,900\,000$  soles.
- Doblando cada día una cantidad inicial de 0,01 soles, se obtiene:  $0,01 \cdot 2^{29} = 5\,368\,709$  soles, cantidad muy superior a la anterior.

Sin embargo, febrero en un año normal tendría un día menos: 28. En este caso, las cuentas serían así:

- Una aportación de 100 000 soles al día supone  $100\,000 \cdot 28 = 2\,800\,000$  soles.
- Doblando cada día una cantidad inicial de 0,01 soles, se obtiene:  $0,01 \cdot 2^{28} = 2\,684\,354,56$  soles, cantidad inferior a la primera.

#### Respuesta:

La conversación se produjo el 1 de febrero del año 2012 (bisiesto).

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación A ¿son los adecuados? Explica.

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación A.



### Situación C

La bacteria productora de las anginas se reproduce proporcionalmente cada media hora. Un científico depositó una bacteria en un medio de cultivo a las 12 del mediodía, y cuando hizo el recuento a las 5 de la tarde, ya había 1024 bacterias. ¿En qué proporción fue aumentando su número?

### Resolución

#### (Encuentra el error)

Al hecho de intercalar un número  $m$  de términos entre dos conocidos, de modo que todos ellos formen una progresión geométrica, se llama INTERPOLAR; y a los  $m$  términos interpolados se denominan "medios proporcionales".

- Interpolarse  $m$  medios geométricos entre los números  $a$  y  $b$  es formar una progresión geométrica cuyo primer término es  $a$  y el último,  $b$ , y el número de términos es  $m + 2$ . Para poder interpolar, se debe calcular la **razón de interpolación**.

Así, del esquema:

$$\underbrace{a : \dots : b}_{m \text{ medios geométricos}}$$

se obtiene la razón de interpolación:  $q = \sqrt[m+1]{\frac{b}{a}}$

- Reemplazando en la fórmula  $q = \sqrt[11+1]{\frac{1024}{1}} = 2$

y completando la siguiente tabla, se obtienen los siguientes resultados:

Hora	12	12,30	13	13,30	14	14,30	15	15,30	16	16,30	17
N.º de bacterias	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

**Respuesta:** Es una progresión geométrica y su razón es 2.

- Los pasos realizados en la resolución de la situación C ¿son los adecuados? Explica.

- En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?



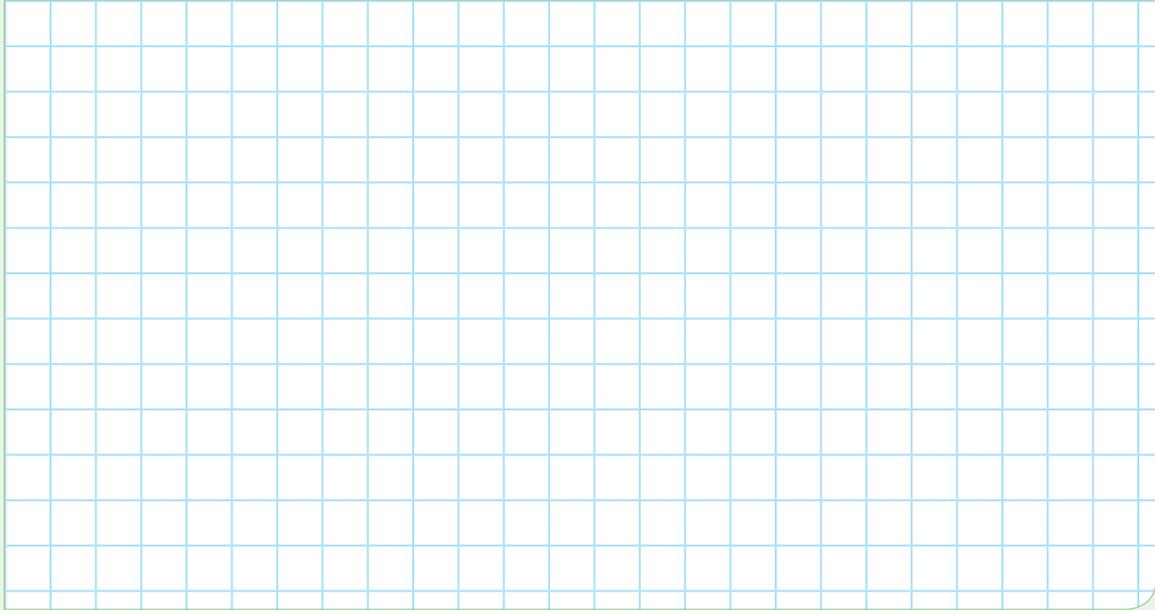
3. Teresa ha comprado un caballo y quiere herrarlo. Para ello, tiene que ponerle 20 clavos. El primero cuesta un céntimo y cada uno de los restantes vale un céntimo más que el anterior. ¿Cuánto paga en total por herrarlo?

a) 2,10 soles

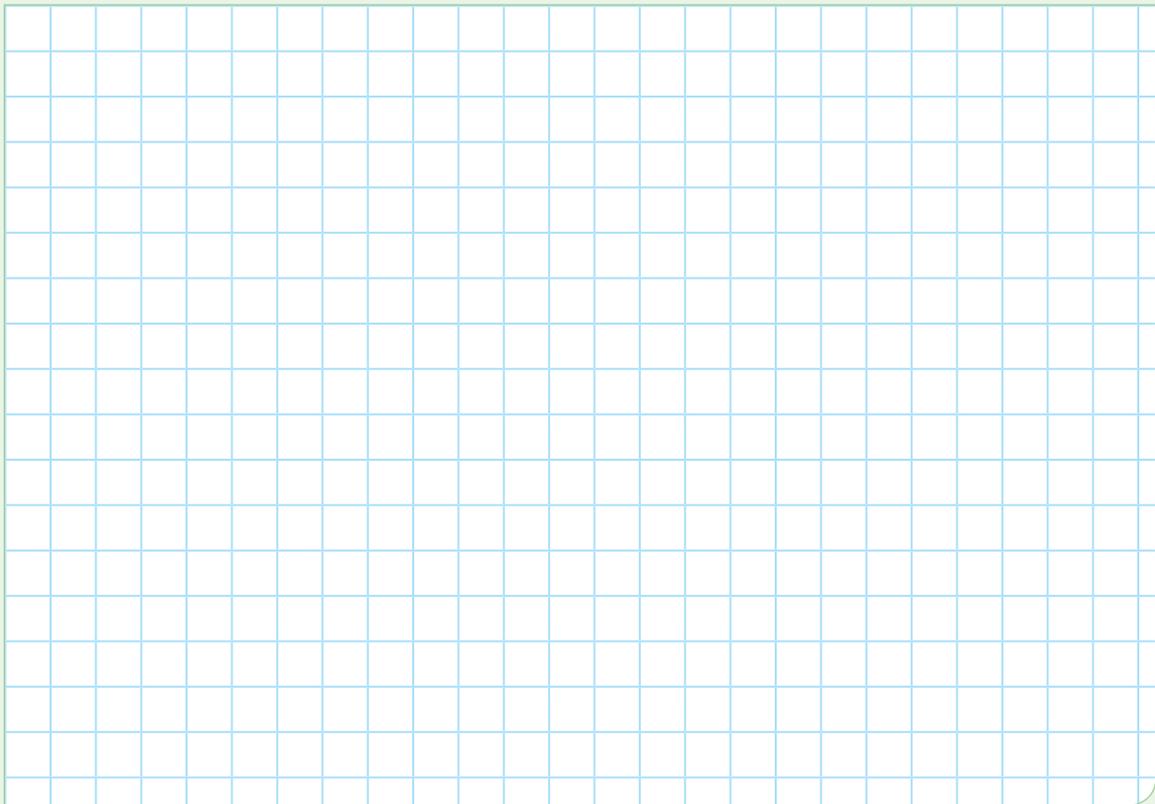
b) 10,5 soles

c) 19 soles

d) 1,2 soles



4. Un tipo de bacterias se reproduce por bipartición cada cuarto de hora. ¿Cuántas bacterias habrá después de seis horas?



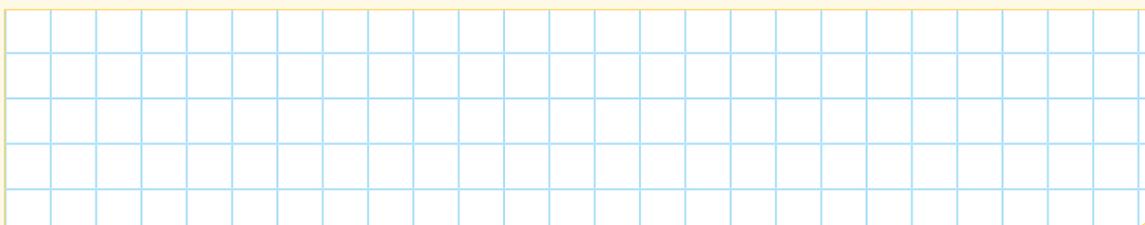
5. A Maritza y Estela les han contado un secreto a las ocho de la mañana, con la advertencia de que no lo cuenten a nadie. Pero cada una de ellas, a la media hora, se lo ha contado a tres amigos de toda su confianza, y media hora después, dichos amigos lo contaron a otros tres cada uno, y así sucesivamente. ¿Cuánta gente lo sabrá al mediodía?

- a) 19 680 personas      b) 19 600 personas      c) 19 682 personas      d) 19 602 personas

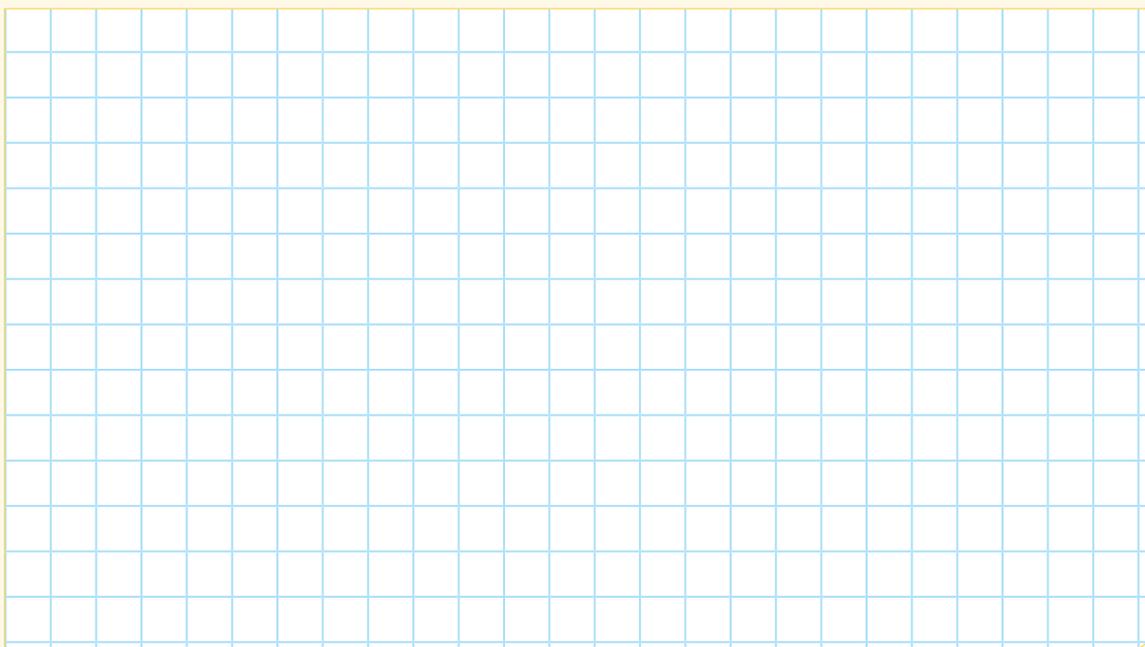


6. Una hoja de papel tiene 0,14 mm de grosor. Al cortar la hoja por la mitad y superponer las partes, se duplica su grosor, y si se vuelve a cortar cada parte por la mitad y superponerlas, nuevamente aumenta su grosor. Imagina que pudieras repetir la operación diez veces. ¿Cuál sería el grosor?

- a) 14,336 cm      b) 12,336 cm      c) 14,556 cm      d) 12,556 cm.

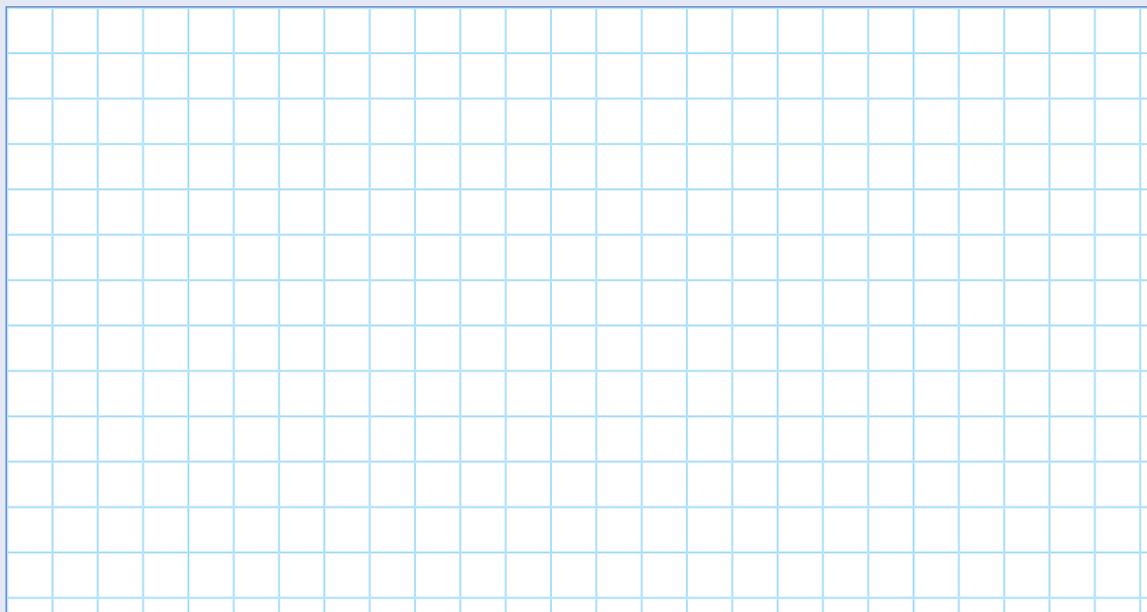


7. Una pelota cae desde cierta altura y rebota ascendiendo los  $\frac{3}{4}$  de la altura anterior. Después de dar en el suelo por tercera vez, alcanza 54 cm. ¿Desde qué altura se dejó caer? Calcula la distancia recorrida hasta que se detiene.



8. Un cultivo de bacterias se incrementa 20 % cada hora. Si el cultivo original tenía 10 000 de ellas, obtén una fórmula para determinar el número de bacterias que hay después de  $t$  horas. Luego calcula cuántos microorganismos habrá en el cultivo al cabo de 10 horas.

- a) 60 000 bacterias      b) 51 597 bacterias      c) 61 917 bacterias      d) 64 000 bacterias

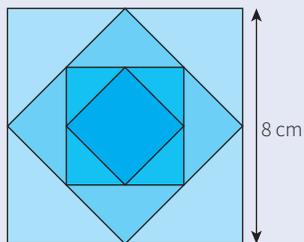


9. Un insecto es capaz de reproducirse una sola vez en su vida, teniendo exactamente dos crías; a su vez, las crías también pueden reproducirse únicamente una vez en su vida, teniendo dos crías, y así sucesivamente. Si se reproducen cada semana, ¿cuántos insectos habrá al cabo de diez semanas, suponiendo que ninguno hubiera muerto?

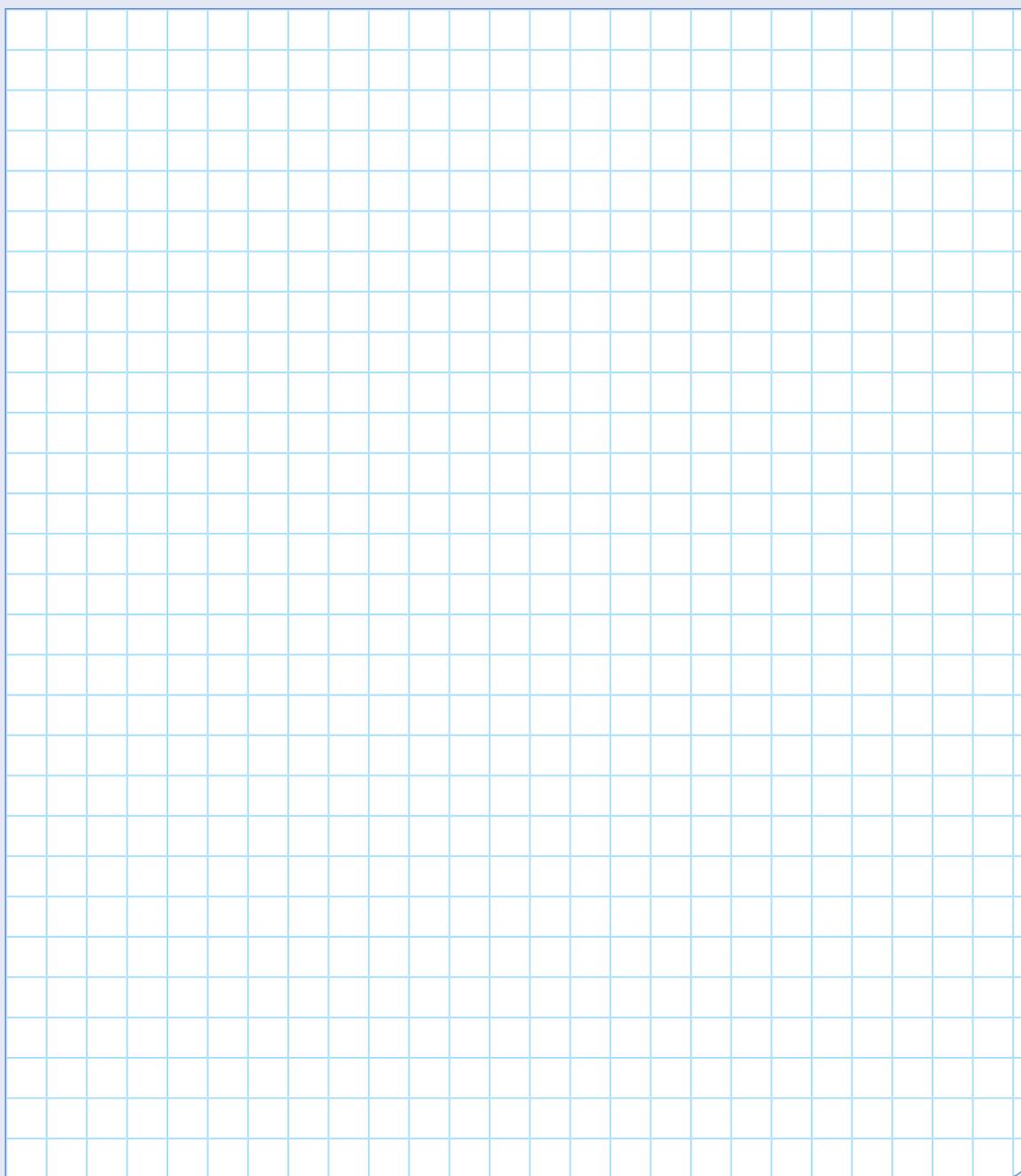
- a) 2047      b) 1023      c) 1024      d) 2048



10. Estos cuadrados se han obtenido uniendo los puntos medios de dos lados contiguos:



Halla las áreas de los seis primeros cuadrados de esta sucesión. ¿Cuál será su término general?



# CARTA DEMOCRÁTICA INTERAMERICANA

## I La democracia y el sistema interamericano

### Artículo 1

Los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla.

La democracia es esencial para el desarrollo social, político y económico de los pueblos de las Américas.

### Artículo 2

El ejercicio efectivo de la democracia representativa es la base de estado de derecho y los regímenes constitucionales de los Estados Miembros de la Organización de los Estados Americanos. La democracia representativa se refuerza y profundiza con la participación permanente, ética y responsable de la ciudadanía en un marco de legalidad conforme al respectivo orden constitucional.

### Artículo 3

Son elementos esenciales de la democracia representativa, entre otros, el respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales; el acceso al poder y su ejercicio con sujeción al estado de derecho; la celebración de elecciones periódicas, libres, justas y basadas en el sufragio universal y secreto como expresión de la soberanía del pueblo; el régimen plural de partidos y organizaciones políticas; y la separación e independencia de los poderes públicos.

### Artículo 4

Son componentes fundamentales del ejercicio de la democracia la transparencia de las actividades gubernamentales, la probidad, la responsabilidad de los gobiernos en la gestión pública, el respeto por los derechos sociales y la libertad de expresión y de prensa.

La subordinación constitucional de todas las instituciones del Estado a la autoridad civil legalmente constituida y el respeto al estado de derecho de todas las entidades y sectores de la sociedad son igualmente fundamentales para la democracia.

### Artículo 5

El fortalecimiento de los partidos y de otras organizaciones políticas es prioritario para la democracia. Se deberá prestar atención especial a la problemática derivada de los altos costos de las campañas electorales y al establecimiento de un régimen equilibrado y transparente de financiación de sus actividades.

### Artículo 6

La participación de la ciudadanía en las decisiones relativas a su propio desarrollo es un derecho y una responsabilidad. Es también una condición necesaria para el pleno y efectivo ejercicio de la democracia. Promover y fomentar diversas formas de participación fortalece la democracia.

## II

### La democracia y los derechos humanos

### Artículo 7

La democracia es indispensable para el ejercicio efectivo de las libertades fundamentales y los derechos humanos, en su carácter universal, indivisible e interdependiente, consagrados en las respectivas constituciones de los Estados y en los instrumentos interamericanos e internacionales de derechos humanos.

### Artículo 8

Cualquier persona o grupo de personas que consideren que sus derechos humanos han sido violados pueden interponer denuncias o peticiones ante el sistema interamericano de promoción y protección de los derechos humanos conforme a los procedimientos establecidos en el mismo.

Los Estados Miembros reafirman su intención de fortalecer el sistema interamericano de protección de los derechos humanos para la consolidación de la democracia en el Hemisferio.

### Artículo 9

La eliminación de toda forma de discriminación, especialmente la discriminación de género, étnica y racial, y de las diversas formas de intolerancia, así como la promoción y protección de los derechos humanos de los pueblos indígenas y los migrantes y el respeto a la diversidad étnica, cultural y religiosa en las Américas, contribuyen al fortalecimiento de la democracia y la participación ciudadana.

### Artículo 10

La promoción y el fortalecimiento de la democracia requieren el ejercicio pleno y eficaz de los derechos de los trabajadores y la aplicación de normas laborales básicas, tal como están consagradas en la Declaración de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) relativa a los Principios y Derechos Fundamentales en el Trabajo y su Seguimiento, adoptada en 1998, así como en otras convenciones básicas afines de la OIT. La democracia se fortalece con el mejoramiento de las condiciones laborales y la calidad de vida de los trabajadores del Hemisferio.

## III

### Democracia, desarrollo integral y combate a la pobreza

### Artículo 11

La democracia y el desarrollo económico y social son interdependientes y se refuerzan mutuamente.

### Artículo 12

La pobreza, el analfabetismo y los bajos niveles de desarrollo humano son factores que inciden negativamente en la consolidación de la democracia. Los Estados Miembros de la OEA se comprometen a adoptar y ejecutar todas las acciones necesarias para la creación de empleo productivo, la reducción de la pobreza y la erradicación de la pobreza extrema, teniendo en cuenta las diferentes realidades y condiciones económicas de los países del Hemisferio. Este compromiso común frente a los problemas del desarrollo y la pobreza también destaca la importancia de mantener los equilibrios macroeconómicos y el imperativo de fortalecer la cohesión social y la democracia.

### Artículo 13

La promoción y observancia de los derechos económicos, sociales y culturales son consustanciales al desarrollo integral, al crecimiento económico con equidad y a la consolidación de la democracia en los Estados del Hemisferio.

### Artículo 14

Los Estados Miembros acuerdan examinar periódicamente las acciones adoptadas y ejecutadas por la Organización encaminadas a fomentar el diálogo, la cooperación para el desarrollo integral y el combate a la pobreza en el Hemisferio, y tomar las medidas oportunas para promover estos objetivos.

### Artículo 15

El ejercicio de la democracia facilita la preservación y el manejo adecuado del medio ambiente. Es esencial que los Estados del Hemisferio implementen políticas y estrategias de protección del medio ambiente, respetando los diversos tratados y convenciones, para lograr un desarrollo sostenible en beneficio de las futuras generaciones.

### Artículo 16

La educación es clave para fortalecer las instituciones democráticas, promover el desarrollo del potencial humano y el alivio de la pobreza y fomentar un mayor entendimiento entre los pueblos. Para lograr estas metas, es esencial que una educación de calidad esté al alcance de todos, incluyendo a las niñas y las mujeres, los habitantes de las zonas rurales y las personas que pertenecen a las minorías.

## IV

### Fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática

### Artículo 17

Cuando el gobierno de un Estado Miembro considere que está en riesgo su proceso político institucional

democrático o su legítimo ejercicio del poder, podrá recurrir al Secretario General o al Consejo Permanente a fin de solicitar asistencia para el fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática.

### Artículo 18

Cuando en un Estado Miembro se produzcan situaciones que pudieran afectar el desarrollo del proceso político institucional democrático o el legítimo ejercicio del poder, el Secretario General o el Consejo Permanente podrá, con el consentimiento previo del gobierno afectado, disponer visitas y otras gestiones con la finalidad de hacer un análisis de la situación. El Secretario General elevará un informe al Consejo Permanente, y éste realizará una apreciación colectiva de la situación y, en caso necesario, podrá adoptar decisiones dirigidas a la preservación de la institucionalidad democrática y su fortalecimiento.

### Artículo 19

Basado en los principios de la Carta de la OEA y con sujeción a sus normas, y en concordancia con la cláusula democrática contenida en la Declaración de la ciudad de Quebec, la ruptura del orden democrático o una alteración del orden constitucional que afecte gravemente el orden democrático en un Estado Miembro constituye, mientras persista, un obstáculo insuperable para la participación de su gobierno en las sesiones de la Asamblea General, de la Reunión de Consulta, de los Consejos de la Organización y de las conferencias especializadas, de las comisiones, grupos de trabajo y demás órganos de la Organización.

### Artículo 20

En caso de que en un Estado Miembro se produzca una alteración del orden constitucional que afecte gravemente su orden democrático, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá solicitar la convocatoria inmediata del Consejo Permanente para realizar una apreciación colectiva de la situación y adoptar las decisiones que estime conveniente.

El Consejo Permanente, según la situación, podrá disponer la realización de las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Si las gestiones diplomáticas resultaren infructuosas o si la urgencia del caso lo aconsejare, el Consejo Permanente convocará de inmediato un período extraordinario de sesiones de la Asamblea General para que ésta adopte las decisiones que estime apropiadas, incluyendo gestiones diplomáticas, conforme a la Carta de la Organización, el derecho internacional y las disposiciones de la presente Carta Democrática.

Durante el proceso se realizarán las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

### Artículo 21

Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constate que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.

El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos.

Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

### Artículo 22

Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

## V

### La democracia y las misiones de observación electoral

### Artículo 23

Los Estados Miembros son los responsables de organizar, llevar a cabo y garantizar procesos electorales libres y justos.

Los Estados Miembros, en ejercicio de su soberanía, podrán solicitar a la OEA asesoramiento o asistencia para el fortalecimiento y desarrollo de sus instituciones y procesos electorales, incluido el envío de misiones preliminares para ese propósito.

### Artículo 24

Las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el Secretario General celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate. El Estado Miembro deberá garantizar las condiciones de seguridad, libre acceso a la información y amplia cooperación con la misión de observación electoral.

Las misiones de observación electoral se realizarán de conformidad con los principios y normas de la OEA. La Organización deberá asegurar la eficacia e independencia de estas misiones, para lo cual se las dotará de los recursos necesarios. Las mismas se realizarán de forma objetiva, imparcial y transparente, y con la capacidad técnica apropiada.

Las misiones de observación electoral presentarán oportunamente al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, los informes sobre sus actividades.

### Artículo 25

Las misiones de observación electoral deberán informar al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, si no existiesen las condiciones necesarias para la realización de elecciones libres y justas.

La OEA podrá enviar, con el acuerdo del Estado interesado, misiones especiales a fin de contribuir a crear o mejorar dichas condiciones.

## VI

### Promoción de la cultura democrática

### Artículo 26

La OEA continuará desarrollando programas y actividades dirigidos a promover los principios y prácticas democráticas y fortalecer la cultura democrática en el Hemisferio, considerando que la democracia es un sistema de vida fundado en la libertad y el mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. La OEA mantendrá consultas y cooperación continua con los Estados Miembros, tomando en cuenta los aportes de organizaciones de la sociedad civil que trabajen en esos ámbitos.

### Artículo 27

Los programas y actividades se dirigirán a promover la gobernabilidad, la buena gestión, los valores democráticos y el fortalecimiento de la institucionalidad política y de las organizaciones de la sociedad civil. Se prestará atención especial al desarrollo de programas y actividades para la educación de la niñez y la juventud como forma de asegurar la permanencia de los valores democráticos, incluidas la libertad y la justicia social.

### Artículo 28

Los Estados promoverán la plena e igualitaria participación de la mujer en las estructuras políticas de sus respectivos países como elemento fundamental para la promoción y ejercicio de la cultura democrática.

## EL ACUERDO NACIONAL

El 22 de julio de 2002, los representantes de las organizaciones políticas, religiosas, del Gobierno y de la sociedad civil firmaron el compromiso de trabajar, todos, para conseguir el bienestar y desarrollo del país. Este compromiso es el Acuerdo Nacional.

El acuerdo persigue cuatro objetivos fundamentales. Para alcanzarlos, todos los peruanos de buena voluntad tenemos, desde el lugar que ocupemos o el rol que desempeñemos, el deber y la responsabilidad de decidir, ejecutar, vigilar o defender los compromisos asumidos. Estos son tan importantes que serán respetados como políticas permanentes para el futuro.

Por esta razón, como niños, niñas, adolescentes o adultos, ya sea como estudiantes o trabajadores, debemos promover y fortalecer acciones que garanticen el cumplimiento de esos cuatro objetivos que son los siguientes:

### **1. Democracia y Estado de Derecho**

La justicia, la paz y el desarrollo que necesitamos los peruanos sólo se pueden dar si conseguimos una verdadera democracia. El compromiso del Acuerdo Nacional es garantizar una sociedad en la que los derechos son respetados y los ciudadanos viven seguros y expresan con libertad sus opiniones a partir del diálogo abierto y enriquecedor; decidiendo lo mejor para el país.

### **2. Equidad y Justicia Social**

Para poder construir nuestra democracia, es necesario que cada una de las personas que conformamos esta socie-

dad, nos sintamos parte de ella. Con este fin, el Acuerdo promoverá el acceso a las oportunidades económicas, sociales, culturales y políticas. Todos los peruanos tenemos derecho a un empleo digno, a una educación de calidad, a una salud integral, a un lugar para vivir. Así, alcanzaremos el desarrollo pleno.

### **3. Competitividad del País**

Para afianzar la economía, el Acuerdo se compromete a fomentar el espíritu de competitividad en las empresas, es decir, mejorar la calidad de los productos y servicios, asegurar el acceso a la formalización de las pequeñas empresas y sumar esfuerzos para fomentar la colocación de nuestros productos en los mercados internacionales.

### **4. Estado Eficiente, Transparente y Descentralizado**

Es de vital importancia que el Estado cumpla con sus obligaciones de manera eficiente y transparente para ponerse al servicio de todos los peruanos. El Acuerdo se compromete a modernizar la administración pública, desarrollar instrumentos que eliminen la corrupción o el uso indebido del poder. Asimismo, descentralizar el poder y la economía para asegurar que el Estado sirva a todos los peruanos sin excepción.

Mediante el Acuerdo Nacional nos comprometemos a desarrollar maneras de controlar el cumplimiento de estas políticas de Estado, a brindar apoyo y difundir constantemente sus acciones a la sociedad en general.

## SÍMBOLOS DE LA PATRIA



**Bandera Nacional**



**Himno Nacional**



**Escudo Nacional**

## DECLARACIÓN UNIVERSAL DE LOS DERECHOS HUMANOS

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

### Artículo 1

Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.

### Artículo 2

Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).

### Artículo 3

Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.

### Artículo 4

Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.

### Artículo 5

Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.

### Artículo 6

Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.

### Artículo 7

Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).

### Artículo 8

Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).

### Artículo 9

Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.

### Artículo 10

Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.

### Artículo 11

1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.

### Artículo 12

Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.

### Artículo 13

1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.

### Artículo 14

1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

### Artículo 15

1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.

### Artículo 16

1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.

### Artículo 17

1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.

### Artículo 18

Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).

### Artículo 19

Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).

### Artículo 20

1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.

### Artículo 21

1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.

### Artículo 22

Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.

### Artículo 23

1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.

### Artículo 24

Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.

### Artículo 25

1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.

### Artículo 26

1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.

### Artículo 27

1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.

### Artículo 28

Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.

### Artículo 29

1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad (...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

### Artículo 30

Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.