



# 基于直觉模糊知识量的图像噪声检测与去除

郭凯红,周永志,吴 峥<sup>+</sup>,张 蕾

辽宁大学 信息学院,沈阳 110036

+ 通信作者 E-mail: 948346733@qq.com

**摘要:**针对现有依赖于有缺陷的直觉模糊熵(IFE)理论的图像噪声检测算法的不足,引入最新知识测度(KM)理论及模型,提出一种基于直觉模糊知识量(IFAK)的图像噪声检测与去除方法。噪声检测阶段,基于直觉模糊最大知识量确定噪声图前景、背景最佳平均灰度值,据此构建噪声检测参数化模型,实现噪点及疑似噪点的概率标记,表现出优良的噪声检测能力。噪声去除阶段,利用噪声概率矩阵提出一种基于直觉模糊知识量及概率噪声的去噪模型,在有效去噪的同时,更好地保护图像边缘及非噪声极值像素的特征。对比实验针对标准数据集及经典测试图分别进行,实验结果表明,所提方法能够准确识别图像脉冲噪声,有效实现图像去噪,整体性能及表现优于同类其他算法,关键指标值PSNR提升14.81%,SSIM提升11.35%。将知识测度新理论应用于图像去噪中,取得优良的评价指标与视觉效果,同时也实现该理论在其他相关领域的创新应用。

**关键词:**知识测度;直觉模糊集;知识量;脉冲噪声;图像去噪

**文献标志码:**A **中图分类号:**TP391.41

## Detection and Removal of Noise in Images Based on Amount of Knowledge Associated with Intuitionistic Fuzzy Sets

GUO Kaihong, ZHOU Yongzhi, WU Zheng<sup>+</sup>, ZHANG Lei

School of Information, Liaoning University, Shenyang 110036, China

**Abstract:** In response to the shortcomings of existing image noise detection algorithms that rely on the flawed intuitionistic fuzzy entropy (IFE) theory, a method of image noise detection and removal based on intuitionistic fuzzy amount of knowledge (IFAK) is proposed by introducing the latest knowledge measure (KM) theory and model. In the noise detection stage, the optimal average intensity of the noisy image foreground and background is determined based on the maximum IFAK, and the parametric model of noise detection is constructed accordingly to mark the probability of noise pixels and suspected noise pixels, showing excellent performance of noise detection. In the noise removal stage, a denoising model based on IFAK and probability of noise pixels is proposed by using the noise probability matrix, which can not only effectively denoise, but also better protect the characteristics of image edges and non-noise extreme pixels. Comparative experiments are carried out on standard datasets and classical test images, respectively. Experimental results show that the proposed method can accurately identify the image impulse noise and effectively realize image denoising. The overall performance outperforms other similar algorithms. The key metrics PSNR and SSIM are increased by 14.81% and 11.35%, respectively. In this paper, the latest KM theory is applied to image denoising, and excellent evaluation metrics and visual effects are obtained, while innovative applications of this theory in other related fields are also achieved.

**Key words:** knowledge measure; intuitionistic fuzzy sets; amount of knowledge; impulse noise; image denoising

**基金项目:**国家自然科学基金(71771110)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (71771110).

**收稿日期:**2022-09-06 **修回日期:**2022-10-28

图像在采集和传输过程中容易受到各种噪声的污染,包括高斯噪声、脉冲噪声和斑点噪声<sup>[1]</sup>。其中,脉冲噪声是一种典型的图像噪声,具体表现为图像中随机出现的黑白点,也称椒盐噪声(salt & pepper noise, SPN)<sup>[2]</sup>。SPN的特点是某些像素受到影响,而其他像素保持不变,通常一幅8 bit的原始灰度图像某些像素被替换成灰度最小值“0”或最大值“255”后就变为SPN图。SPN的成因有很多种,如相机传感器缺陷、通信信道传输干扰等<sup>[3-4]</sup>。受到SPN污染的像素会破坏图像结构、模糊图像边缘细节等特征,影响图像的分辨率,对后续图像分割、压缩、边缘检测、特征提取等其他图像处理任务造成严重影响。本文将针对灰度图的SPN问题,引入最新相关理论及模型,探索噪声检测与去除的新方法。

解决SPN问题的常用方法是利用改进的非线性滤波器,典型如基于决策的非对称修剪中值滤波器(modified decision based unsymmetric trimmed median filter, MDBUTMF)<sup>[5]</sup>、基于像素密度滤波器(based on pixel density filter, BPDF)<sup>[6]</sup>、差分应用中值滤波器(different applied median filter, DAMF)<sup>[7]</sup>等。MDBUTMF使用固定滤波窗口不能有效去除图像的高密度SPN。BPDF、DAMF使用自适应滤波窗口处理高密度SPN时,图像会出现“雨滴”“伪影”等现象,破坏图像原有结构。文献[8]提出一种基于自适应窗口的噪声检测方法,随之出现很多基于该方法的去噪算法,如自适应频率中值滤波器(adaptive frequency median filter, AFMF)<sup>[9]</sup>、差分自适应修正Riesz均值滤波器(different adaptive modified Riesz mean filter, DAMRmF)<sup>[10]</sup>等。AFMF设计一种频率中值函数,通过计算噪声像素位置的新灰度值实现去噪,但在高密度SPN下,由于其频率中值函数计算出的新灰度值与图像原始灰度值相差较大,导致处理效果较差;DAMRmF利用基于像素相似性的Riesz均值计算噪声点的新灰度值,在高密度SPN下新灰度值更接近图像的原始灰度值,但噪声检测算法过于简单导致不能有效检测到高密度噪声。

鉴于模糊集(fuzzy sets, FSs)<sup>[11]</sup>在处理非精确、不确定性数据时具有的极大灵活性,近年来有学者提出基于模糊理论的去噪两阶段法,大致可分为两类:基于模糊规则库的方法<sup>[12-13]</sup>、基于直觉模糊熵(intuitionistic fuzzy entropy, IFE)<sup>[14]</sup>的方法<sup>[15-16]</sup>。前者通过建立庞大的模糊规则库,对噪声环境下大多数情况进行有针对性的处理,其中噪声自适应模糊开关中值滤波器(noise adaptive fuzzy switching median filter, NAFSMF)<sup>[12]</sup>计算噪声点的新灰度值与图像原始

灰度值相差较大,而区域自适应模糊滤波器(region adaptive fuzzy filter, RAFF)<sup>[13]</sup>根据局部噪声密度确定自适应窗口大小,计算复杂度较高。后者基于IFE对噪声环境下不确定性信息建模,其中文献[15]通过比较邻域像素灰度值实现噪声检测,而文献[16]的噪声检测模型存在明显缺陷,这是由于该模型标记出的噪点矩阵会出现“越界”现象;在去噪阶段,二者使用的中值滤波器仅在低密度SPN下才能有效工作。显然,基于IFE的方法在噪声检测与去噪效果上总体表现均十分有限。

事实上,IFE由经典模糊熵推广得到,理论及应用上仍存在一定程度的缺陷与不足<sup>[17]</sup>。直觉模糊知识测度(intuitionistic fuzzy knowledge measure, IFKM)<sup>[18]</sup>是针对IFE缺陷提出的最新理论,在信息量理论计算特别是实际应用方面,相比IFE具有更加显著的优势,目前已取得较好的结果<sup>[19-21]</sup>。本文引入最新IFKM理论及模型,提出一种基于直觉模糊知识量(intuitionistic fuzzy amount of knowledge, IFAK)的模糊图像去噪两阶段方法。在噪声检测阶段,提出一种基于最大IFAK的噪声检测模型,可对噪点及疑似噪点进行概率标记,表现出优良的噪声检测性能。在去噪阶段,提出一种基于IFAK及概率噪声的去噪模型,在有效去噪基础上,进一步保护图像边缘及非噪声极值像素的特征。实验及对比分析结果表明,本文提出的图像噪声检测与去除方法具有优良的性能指标和去噪效果,同时也实现IFKM理论在其他相关领域的创新应用。

## 1 IFKM相关工作

针对Zadeh提出的经典FSs<sup>[11]</sup>,Atanassov进一步推广至直觉模糊集(intuitionistic fuzzy sets, IFSs)<sup>[28]</sup>。IFSs理论因在处理不确定性信息时所表现出的极大灵活性而备受关注,而针对IFE的探索,始终是模糊领域的研究热点。IFE大致分三种类型,即直觉型<sup>[14]</sup>、概率型<sup>[29]</sup>、非概率型<sup>[30]</sup>,其中非概率型IFE受到最广泛关注。如前所述,此类型IFE由经典模糊熵推广得到,度量熵时较难处理未知信息这一层面,在某些特殊情况下,特别是对隶属度与非隶属度相等这类情形,无法做出有效的区分与判决<sup>[17]</sup>。

针对非概率IFE的缺陷,文献[18]开创性提出IFAK的基本思想,最终引出IFKM理论。有学者认为IFAK只是普通模糊熵的简单取反<sup>[19-21]</sup>。Guo<sup>[22]</sup>指出,直觉模糊环境中因为犹豫度的引入,某些情况下知识量与模糊熵之间已没有完全的自然逻辑关系。目前,

不同学者从各自角度考虑 IFAK 的度量问题,尚未形成共识。一些学者注重隶属度与非隶属度所传递的信息量<sup>[20-21]</sup>,另一些则强调 IFSs 固有的模糊性<sup>[19,22-23]</sup>。这方面更详尽的综述可参见文献[25-26]。值得说明的是,以上研究提出的 IFKM 公理系统及模型均依赖 IFE,对知识量的度量都存在不同程度的片面性。在最新研究成果中,Guo 和 Xu<sup>[24]</sup>提出并证实知识量的两个重要方面,即信息量与信息清晰度,据此开创性建立了非依赖熵的 IFKM 公理系统,并提出一种基于态度的单参 IFKM 模型。Guo 和 Xu<sup>[25]</sup>进一步放松中性态度假设,提出一种更加灵活的双参 IFKM 模型并应用于复杂不确定性决策中,所涉参数既可描述主体对未知信息的态度,又充分考虑主体对知识量两个重要方面的偏好。另一方面,Guo 和 Xu<sup>[26]</sup>提出一种从经典 FSs 到区间 IFSs 的非参知识测度统一建模方法。郭凯红和王紫晴<sup>[27]</sup>改进了 Hamming-Hausdorff 距离,提出一种非参区间 IFKM 模型。利用所得模型,他们首次将 IFKM 理论引入图像处理领域并成功实现模糊图像分割<sup>[26-27]</sup>,取得了优良效果。这充分显示出知识测度新理论在实际应用中蕴藏的巨大潜力与优势。受此启发,本文首次将最新的 IFKM 理论及模型应用于图像去噪中,提出一种基于 IFAK 的模糊图像去噪两阶段方法,为 IFKM 理论寻求典型应用的同时,进一步充实模糊图像去噪理论与方法。

## 2 理论基础

### 2.1 IFSs 与 IFKM 公理系统

Zadeh<sup>[11]</sup>定义 FSs 的概念如下:

**定义 1<sup>[11]</sup>** 设论域  $X$  是一个非空集合,则  $X$  上的一个 FS  $F$  可以表示为:

$$F = \{ \langle x, \mu_F(x) \rangle | x \in X \}$$

其中,  $\mu_F: X \rightarrow [0, 1]$  表示  $x \in F$  的隶属度。

Atanassov<sup>[28]</sup>进一步将 FSs 推广至 IFSs。

**定义 2<sup>[28]</sup>** 设论域  $X$  是一个非空集合,则  $X$  上的一个 IFS  $A$  可以表示为:

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle | x \in X \}$$

其中,  $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$ ,  $\nu_A: X \rightarrow [0, 1]$  分别表示  $x \in A$  的隶属度与非隶属度,满足条件  $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1, \forall x \in X$ 。进一步定义  $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$  为  $x \in A$  的犹豫度,显然有  $0 \leq \pi_A(x) \leq 1, \forall x \in X$ 。

令  $X = \{x_i | i = 1, 2, \dots, n\}$  为有限论域,  $IFS(X)$  表示  $X$  上定义的所有 IFSs,  $A_i = \langle x_i, \mu_A(x_i), \nu_A(x_i) \rangle$  表示  $A \in IFS(X)$  的第  $i$  个元素,  $i = 1, 2, \dots, n$ 。Guo 和 Xu<sup>[24]</sup>提出

并证实  $A_i \in A$  所蕴含知识量的两个重要方面,即信息量与信息清晰度,分别记为  $\mu_A(x_i) + \nu_A(x_i), \mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)$ 。显然,  $A_i$  的信息量越大并且信息越清晰,它所包含的知识量也越多。基于这种理解,Guo 和 Xu<sup>[24]</sup>开创性提出与熵无关的 IFKM 公理化定义。

**定义 3<sup>[24]</sup>** 令  $A, B \in IFS(X)$ 。函数  $K: IFS(X) \rightarrow [0, 1]$  为  $IFS(X)$  上的 IFKM,如果  $K$  应满足以下性质:

( $KP_{IFS}1$ )  $K(A) = 1$ , 当且仅当  $A$  是明确集。

( $KP_{IFS}2$ )  $K(A) = 0$ , 当且仅当  $\pi_A(x_i) = 1, \forall x_i \in X$ 。

( $KP_{IFS}3$ )  $K(A) \geq K(B)$ , 如果  $A$  相对  $B$  包含更多的信息量且更高的信息清晰度,即

$$\mu_A(x_i) + \nu_A(x_i) \geq \mu_B(x_i) + \nu_B(x_i)$$

$$|\mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)| \geq |\mu_B(x_i) - \nu_B(x_i)|, \forall x_i \in X$$

( $KP_{IFS}4$ )  $K(A) = K(A^c)$ , 其中  $A^c$  为  $A$  的补集。

由定义 3 可知,知识量的两个重要方面在 IFKM 公理系统中发挥重要作用。显然,测度  $K$  是关于信息量与信息清晰度的单调非减函数。

在定义 3 的公理系统约束下,Guo 和 Xu<sup>[26]</sup>提出一种非参 IFKM 模型  $K_{IFS}$ , 即对  $\forall A \in IFS(X)$ ,

$$K_{IFS}(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_{IFS}(A_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i) + \nu_A(x_i)}{1 + \min\{\mu_A(x_i), \nu_A(x_i)\}} \quad (1)$$

本文将基于式(1)计算噪声图的模糊知识量,据此分别提出对应模型,逐步实现 IFKM 下噪声检测与去除。

### 2.2 限制等价函数

**定义 4<sup>[31]</sup>** 连续函数  $\varphi: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  称为单位区间自同构函数,如果  $\varphi$  严格单调递增且满足边界条件  $\varphi(0) = 0, \varphi(1) = 1$ 。

**定义 5<sup>[31]</sup>** 函数  $\psi: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$  称为限制等价函数 (restricted equivalent function, REF), 如果  $\psi$  满足以下性质:

(1)  $\psi(x, y) = \psi(y, x), \forall x, y \in [0, 1]$ 。

(2)  $\psi(x, y) = 1$ , 当且仅当  $x = y$ 。

(3)  $\psi(x, y) = 0$ , 当且仅当  $x = 1, y = 0$  或  $x = 0, y = 1$ 。

(4)  $\psi(x, y) = \psi(c(x), c(y)), \forall x, y \in [0, 1]$ , 其中  $c$  是强否定 (strong negation) 函数。

(5)  $\psi(x, z) \leq \psi(x, y), \psi(x, z) \leq \psi(y, z)$ , 如果  $x \leq y \leq z, \forall x, y, z \in [0, 1]$ 。

**命题 1<sup>[31]</sup>**  $\psi$  是 REF,  $\varphi$  是单位区间自同构函数, 则  $F = \varphi \circ \psi$  也是 REF。

## 3 基于最大 IFAK 的噪声检测模型

### 3.1 图像直觉模糊化与最佳平均灰度值

噪声检测是模糊图像去噪两阶段法的第一阶

段。这里引入图像分割的思想, 首先将噪声图按各个灰度值直觉模糊化, 再基于最大 IFAK 原则确定最佳分割阈值, 得到该阈值下噪声图背景、前景的平均灰度值, 称为最佳平均灰度值, 据此建立可标记概率的噪声检测模型。Guo 和 Xu<sup>[26]</sup> 基于知识量最大化思想提出一种高效的图像直觉模糊化方法, 本文使用该方法实现噪声图模糊化。

设 8 bit 含噪灰度图  $P$  具有像素维度  $m \times n$ , 像素  $p_{ij} = 0, 1, \dots, L-1, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$ , 其中  $L$  为噪声图  $P$  的灰度级,  $L-1$  为最大灰度值。为简便起见, 这里用  $p$  代替  $p_{ij}$ 。为实现噪声图  $P$  的直觉模糊化, 令  $P_l = \{ \langle p, \mu_{p_l}(p), \nu_{p_l}(p) \rangle | p \in P \}$  表示噪声图  $P$  在阈值  $l$  下对应的 IFSs,  $l = 0, 1, \dots, L-1$ 。根据 IFSs 的结构特点, 这里规定  $\mu_{p_l}(p)$ 、 $\nu_{p_l}(p)$  分别表示像素  $p$  在阈值  $l$  下属于图像  $P$  的背景与前景的程度,  $\pi_{p_l}(p) = 1 - \mu_{p_l}(p) - \nu_{p_l}(p)$  则表示无法判定像素  $p$  在阈值  $l$  下属于  $P$  的背景或前景的犹豫程度。

为计算  $\mu_{p_l}(p)$ 、 $\nu_{p_l}(p)$  的值, 首先在命题 1 条件下, 利用 REF 计算  $\mu_{p_l}(p)$ 、 $\nu_{p_l}(p)$  的参考值, 分别记作  $\hat{\mu}_{p_l}(p)$ 、 $\hat{\nu}_{p_l}(p)$ , 令:

$$\begin{cases} \hat{\mu}_{p_l}(p) = F\left(\frac{p}{L-1}, \frac{m_b(l)}{L-1}\right) = \varphi\left(\psi\left(\frac{p}{L-1}, \frac{m_b(l)}{L-1}\right)\right) \\ \hat{\nu}_{p_l}(p) = F\left(\frac{p}{L-1}, \frac{m_o(l)}{L-1}\right) = \varphi\left(\psi\left(\frac{p}{L-1}, \frac{m_o(l)}{L-1}\right)\right) \end{cases}, \quad l = 0, 1, \dots, L-1, p \in P \quad (2)$$

其中,  $m_b(l)$ 、 $m_o(l)$  分别表示在阈值  $l$  下, 噪声图  $P$  的背景平均灰度值和前景平均灰度值, 具体表示为<sup>[31]</sup>:

$$m_b(l) = \frac{\sum_{q=0}^l qh(q)}{\sum_{q=0}^l h(q)}, \quad m_o(l) = \frac{\sum_{q=l+1}^{L-1} qh(q)}{\sum_{q=l+1}^{L-1} h(q)} \quad (3)$$

这里  $h(q)$  表示噪声图  $P$  中灰度值为  $q$  的像素数量。进一步推导发现:

$$\begin{aligned} 0 \leq m_b(l) &= \frac{\sum_{q=0}^l qh(q)}{\sum_{q=0}^l h(q)} \leq \frac{\sum_{q=0}^l lh(q)}{\sum_{q=0}^l h(q)} = l < l+1 = \\ &= \frac{\sum_{q=l+1}^{L-1} (l+1)h(q)}{\sum_{q=l+1}^{L-1} h(q)} \leq \frac{\sum_{q=l+1}^{L-1} qh(q)}{\sum_{q=l+1}^{L-1} h(q)} = m_o(l) \leq L-1 \end{aligned} \quad (4)$$

这说明利用式(3)的定义, 噪声图  $P$  的背景与前景总是可以被区分, 并恒有  $m_b(l) < m_o(l)$ 。根据定义 5 中 REF 的性质, 像素  $p$  的值越接近  $m_b(l)$  (或  $m_o(l)$ ), 则  $\hat{\mu}_{p_l}(p)$  (或  $\hat{\nu}_{p_l}(p)$ ) 的值就越大。当  $p = m_b(l)$  (或  $p = m_o(l)$ ) 时, 则  $\hat{\mu}_{p_l}(p) = 1$  (或  $\hat{\nu}_{p_l}(p) = 1$ ), 表示可明确判定像素  $p$  属于背景 (或前景)。本文选取  $\varphi(x) = 0.5(1+x)$ ,  $\psi(x, y) = 1 - |x-y|^2$ ,  $0 \leq x, y \leq 1$ 。式(2)则具体表示为:

$$\begin{cases} \hat{\mu}_{p_l}(p) = 1 - \frac{1}{2} \left| \frac{p}{L-1} - \frac{m_b(l)}{L-1} \right|^2 \\ \hat{\nu}_{p_l}(p) = 1 - \frac{1}{2} \left| \frac{p}{L-1} - \frac{m_o(l)}{L-1} \right|^2 \end{cases}, \quad l = 0, 1, \dots, L-1, p \in P \quad (5)$$

其中,  $m_b(l)$ 、 $m_o(l)$  由式(3)定义,  $\varphi: [0, 1] \rightarrow [0.5, 1.0]$  是定义 4 的推广, 目的是后续增大  $\mu_{p_l}(p)$  与  $\nu_{p_l}(p)$  的值间距<sup>[26]</sup>, 保证噪声图模糊化后具有较大的知识量。

现利用式(5)所得的参照值计算  $\mu_{p_l}(p)$ 、 $\nu_{p_l}(p)$ 、 $\pi_{p_l}(p)$ , 以获得阈值  $l$  下直觉模糊化噪声图  $P_l, l = 0, 1, \dots, L-1$ 。首先确定  $P_l$  的犹豫度  $\pi_{p_l}(p)$ , 这里令:

$$\pi_{p_l}(p) = \begin{cases} 1 - \max\{\hat{\mu}_{p_l}(p), \hat{\nu}_{p_l}(p)\}, \text{or} \\ (1 - \hat{\mu}_{p_l}(p))(1 - \hat{\nu}_{p_l}(p)) \end{cases}, \quad l = 0, 1, \dots, L-1, p \in P \quad (6)$$

如前所述,  $\pi_{p_l}(p)$  表示无法判定像素  $p$  在阈值  $l$  下属于  $P$  的背景或前景的犹豫程度。接下来确定  $P_l$  的隶属度  $\mu_{p_l}(p)$  与非隶属度  $\nu_{p_l}(p)$ 。为保证  $P_l$  具有较大的知识量, 应使  $\mu_{p_l}(p)$ 、 $\nu_{p_l}(p)$  之间具有较大的值间距。这里考虑两种情况:

(1)  $\hat{\mu}_{p_l}(p) \geq \hat{\nu}_{p_l}(p)$ , 此时令  $\mu_{p_l}(p) = \hat{\mu}_{p_l}(p)$ ,  $\nu_{p_l}(p) = 1 - \mu_{p_l}(p) - \pi_{p_l}(p)$  表示在灰度值  $l$  下, 参考值  $\hat{\mu}_{p_l}(p)$  较大, 像素  $p$  应尽可能分类到背景。

(2)  $\hat{\mu}_{p_l}(p) < \hat{\nu}_{p_l}(p)$ , 此时令  $\nu_{p_l}(p) = \hat{\nu}_{p_l}(p)$ ,  $\mu_{p_l}(p) = 1 - \nu_{p_l}(p) - \pi_{p_l}(p)$  表示在灰度值  $l$  下, 参考值  $\hat{\nu}_{p_l}(p)$  较大, 像素  $p$  应尽可能分类到前景。

综上, 可建立  $P_l = \{ \langle p, \mu_{p_l}(p), \nu_{p_l}(p) \rangle | p \in P \}$ , 实现阈值  $l$  下噪声图  $P$  的直觉模糊化, 其中:

$$\langle p, \mu_{p_l}(p), \nu_{p_l}(p) \rangle = \begin{cases} \langle p, \hat{\mu}_{p_l}(p), 1 - \hat{\mu}_{p_l}(p) - \pi_{p_l}(p) \rangle, \hat{\mu}_{p_l}(p) \geq \hat{\nu}_{p_l}(p) \\ \langle p, 1 - \hat{\nu}_{p_l}(p) - \pi_{p_l}(p), \hat{\nu}_{p_l}(p) \rangle, \hat{\mu}_{p_l}(p) < \hat{\nu}_{p_l}(p) \end{cases}, \quad l = 0, 1, \dots, L-1, p \in P \quad (7)$$

显然, 这类  $P_l$  的特点是每个元素的隶属度与非隶属度之间具有较大的值间距, 保证像素  $p$  以尽可能大的概率分类到背景或前景。至此已实现噪声图  $P$  的

直觉模糊化,它在每个阈值  $l$  下对应一个 IFS,即  $P_l$ ,每个  $P_l$  有  $m \times n$  个元素,  $l=0,1,\dots,L-1$ ,其示意图见图 1。

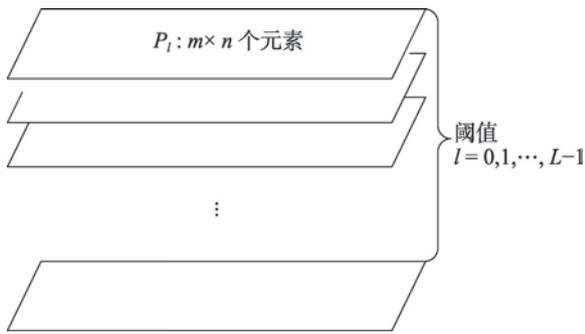


图 1 噪声图直觉模糊化示意

Fig.1 Illustration of intuitionistic fuzzification of noisy image

现在确定最佳平均灰度值。利用式(1)计算前述每一个  $P_l$  的 IFAK,  $l=0,1,\dots,L-1$ ,选取 IFAK 最大值所对应的阈值作为最佳分割阈值  $l^*$ ,即:

$$l^* = \arg_{l=0,1,\dots,L-1} \max \{K_{IFS}(P_l)\} \quad (8)$$

这是因为  $P_l$  的 IFAK 越大,噪声图  $P$  中各像素在阈值  $l$  下被分类到对应的背景/前景就越正确。显然,阈值  $l^*$  对应像素分类最正确的情形,  $l^*$  下的背景、前景平均灰度值即为最佳平均灰度值,记为  $m_b(l^*)$ 、 $m_o(l^*)$ 。利用  $m_b(l^*)$ 、 $m_o(l^*)$  可最大程度地正确判断噪声图  $P$  中各像素与背景、前景的关系,为接下来建立高效的噪声检测模型提供事实依据。

### 3.2 噪声检测原型模型的提出

设  $A=(\alpha_{ij})_{m \times n}$  为噪声图  $P$  对应的噪声概率矩阵,  $\alpha_{ij} \in [0,1]$ 。为使后续的描述与建模过程简洁方便,这里对像素及最佳平均灰度值做标准化处理,对像素  $p_{ij} \in P$  做标准化处理  $p_{ij}/(L-1)$ ,标准化像素仍记为  $p_{ij}$ ,  $i=1,2,\dots,m$ ,  $j=1,2,\dots,n$ 。对背景、前景最佳平均灰度值做标准化处理,并令:

$$a = \frac{m_b(l^*)}{L-1}, \quad b = \frac{m_o(l^*)}{L-1} \quad (9)$$

其中,  $m_b(\cdot)$ 、 $m_o(\cdot)$  由式(3)定义,  $l^*$  由式(8)确定。再由推导式(4),显然有  $0 \leq a < b \leq 1$ 。根据噪声图背景、前景像素的分布特征,通常有  $a < 0.5$ 。注意到图像边缘区域的像素特征,即边缘像素灰度值的突然变化,这与 SPN 的变化特征有较大相似性。基于这种理解,这里做如下界定:

(1)  $0 < p_{ij} < 2a$  的像素均认定为正常无噪声像素,对应噪声概率矩阵  $A$  中,令  $\alpha_{ij} = 0$ ,如果  $0 < p_{ij} <$

$2a, \forall p_{ij} \in P$ 。

(2)  $p_{ij} \geq 2b$  的像素均认定为噪声像素,对应噪声概率矩阵  $A$  中,令  $\alpha_{ij} = 1$ ,如果  $p_{ij} \geq 2b, \forall p_{ij} \in P$ 。

以上分析可进一步解析成一种线性的几何表示,如图 2 所示。

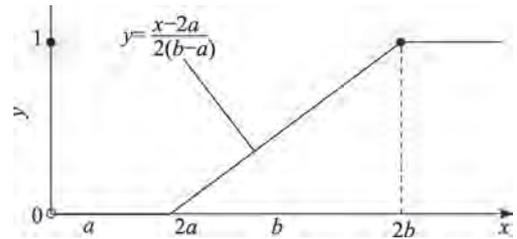


图 2 像素界定的几何表示

Fig.2 Geometrical representation for discrimination of pixels

图 2 中,  $x$  轴可对应噪声图标准化像素  $p_{ij}$ ,  $y$  轴可对应像素的噪声概率  $\alpha_{ij}$ ,介于  $2a$ 、 $2b$  之间的斜线可保证像素检测的连续性,同时对疑似噪声像素进行概率标记。据此分析,可使用如下分段线性函数实现噪声检测:

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} 0, & 0 < p_{ij} < 2a \\ \frac{p_{ij} - 2a}{2(b-a)}, & 2a \leq p_{ij} < 2b \\ 1, & p_{ij} \geq 2b \end{cases} \quad (10)$$

考虑到  $p_{ij} = 0$  是噪声,故将上式等价改写为:

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} 0, & |p_{ij} - a| < a \\ \frac{p_{ij} - 2a}{2(b-a)}, & 2a \leq p_{ij} < 2b \\ 1, & |p_{ij} - b| \geq b \end{cases} \quad (11)$$

显然  $\alpha_{ij} \in [0,1]$ 。这里称式(11)为噪声检测原型模型。为检验该模型性能,设计如下噪声检测实验。

**噪声检测实验 1** 检测对象是 3 幅经典测试图,分别添加 10%、30%、50%、70%、90%密度的 SPN,使用原型模型式(11)检测上述噪声,结果如表 1 所示。

表 1 原型模型对经典测试图噪声检测率  
Table 1 Noise detection rate of classical testing images by prototype model

经典测试图像	噪声密度					Mean
	10%	30%	50%	70%	90%	
Lena	0.050 4	0.149 2	0.250 5	0.349 5	0.450 5	0.250 0
Peppers	0.050 4	0.149 3	0.251 4	0.351 1	0.448 9	0.250 2
House	0.050 6	0.149 4	0.251 2	0.349 3	0.450 3	0.250 2

由表1可知,在所列噪声密度下原型模型式(11)仅能检测到大约一半的噪声,检测效果相当不理想。为找出噪声检测失败的原因,截取标准化Peppers图像在90%噪声密度下某个3×3窗口(图3(a)),以及对应的噪声概率矩阵3×3窗口(图3(b))。

0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	0.501 2	0.501 2
1.000 0	0.502 0	1.000 0	0.501 2	0.235 2	0.501 2
0	1.000 0	0.525 5	1.000 0	0.501 2	0.247 8

(a) 标准化噪声图3×3窗口  
(a) Standardized noisy image 3 × 3 window

(b) 噪声概率矩阵对应窗口  
(b) Noise probability matrix corresponding window

图3 原型模型噪声检测结果

Fig.3 Noise detection results by prototype model

对比观察图3中(a)、(b)两个窗口可以看到,原型模型式(11)将 $p_{11}=0$ 、 $p_{31}=0$ 标记为 $\alpha_{11}=1$ 、 $\alpha_{31}=1$ ,可正确判定 $p_{11}$ 、 $p_{31}$ 是噪声像素;也可将 $p_{22}=0.5020$ 、 $p_{33}=0.5255$ 标记为 $\alpha_{22}=0.2352$ 、 $\alpha_{33}=0.2478$ ,即判定 $p_{22}$ 、 $p_{33}$ 为疑似噪声像素;却无法将 $p_{ij}=1$ 标记为 $\alpha_{ij}=1$ ,即不能正确判定 $p_{ij}=1$ 是噪声像素,而事实上 $p_{ij}=1$ 的确是噪点。反观原型模型式(11), $p_{ij}=0$ 时,恒有 $\alpha_{ij}=1$ ,噪点判定无误。 $p_{ij}=1$ 时,观察 $\alpha_{ij}$ 的取值,只有当 $b \leq 0.5$ 时才有 $\alpha_{ij}=1$ ,可正确判定 $p_{ij}=1$ 是噪点;当 $b > 0.5$ 时则 $\alpha_{ij} \in (0, 1)$ ,即不能正确判定 $p_{ij}=1$ 是噪点。而式(3)、式(4)、式(9)无法保证任意图像中 $b \leq 0.5$ 恒成立。事实上,图像直觉模糊化实验表明,大量存在 $b > 0.5$ 的灰度图。就本实验测试图Peppers而言,其最佳分割阈值 $l^* = 127$ ,由式(9)得 $a = 0.0312 < 0.5$ , $b = 0.9672 > 0.5$ 。显然,问题出在原型模型式(11)本身,即对部分噪声 $p_{ij}=1$ 不能有效标记,无法做出正确判断,噪声检测效果事倍功半。

本质上,原型模型式(11)是通过图2的直观几何表示建模得到。实验结果及相关分析发现,该模型在 $b \leq 0.5$ 的情况下能够正常工作, $b > 0.5$ 时部分噪点识别失败。这意味着图2默认考虑了 $2b \leq 1$ 的情况,却忽略了 $2b > 1$ 的情形。基于上述理解,以下将细化图2为 $2b \leq 1$ 、 $2b > 1$ 两种情况分别讨论,据此建立新的噪声检测模型。

### 3.3 噪声检测参数模型

首先考虑 $2b \leq 1$ 的情形。噪声图中像素界定的几何表示如图4所示。

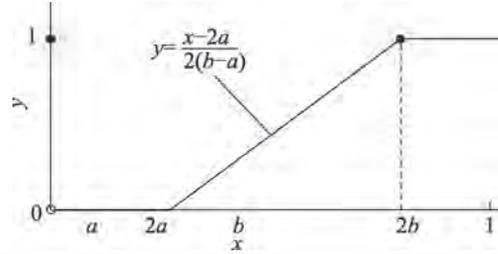


图4  $2b \leq 1$ 情形下的几何表示

Fig.4 Geometrical representation for case of  $2b \leq 1$

显然图4即为图2的默认情形,对应的检测模型为:

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} 0, & |p_{ij} - a| < a \\ \frac{p_{ij} - 2a}{2(b-a)}, & 2a \leq p_{ij} < 2b, b \leq 0.5 \\ 1, & |p_{ij} - b| \geq b \end{cases} \quad (12)$$

再考虑 $2b > 1$ 的情形。几何表示如图5所示。

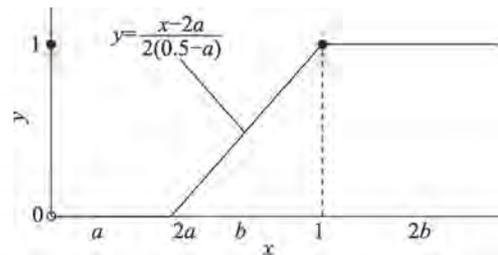


图5  $2b > 1$ 情形下的几何表示

Fig.5 Geometrical representation for case of  $2b > 1$

由于 $p_{ij} \in [0, 1]$ , $2b > 1$ 时对应的检测模型为:

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} 0, & |p_{ij} - a| < a \\ \frac{p_{ij} - 2a}{2(0.5-a)}, & 2a \leq p_{ij} < 1, b > 0.5 \\ 1, & |p_{ij} - 0.5| \geq 0.5 \end{cases} \quad (13)$$

显然式(12)、式(13)是式(11)区分 $b \leq 0.5$ 、 $b > 0.5$ 两种不同情况所得的具体函数。进一步观察可知,式(12)、式(13)的分段形式、条件基本一致,差异仅在0.5与 $b$ 的使用上。这里引入参数 $t$ ,实现对式(12)、式(13)的统一表示,即:

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} 0, & |p_{ij} - a| < a \\ \frac{p_{ij} - 2a}{2(t-a)}, & 2a \leq p_{ij} < t, t = \min\{b, 0.5\} \\ 1, & |p_{ij} - t| \geq t \end{cases} \quad (14)$$

其中, $a$ 、 $b$ 由式(9)定义。显然, $b \leq 0.5$ 时, $t = b$ ,式(14)具体化为式(12); $b > 0.5$ 时, $t = 0.5$ ,式(14)具体化为式(13)。这里称式(14)为噪声检测参数模型。

在实验检验参数模型式(14)的性能之前,先在

理论上分析它对噪点  $p_{ij} \in \{0, 1\}$  的检测能力。  $p_{ij} = 0$  时, 显然有  $\alpha_{ij} = 1$ 。  $p_{ij} = 1$  时, 分情况考察  $\alpha_{ij}$  的取值:

(1)  $b \leq 0.5$  时,  $t = b \leq 0.5$ , 由于  $a < 0.5$ , 此时只有第三个分段条件  $|1 - b| \geq b$  成立, 故有  $\alpha_{ij} = 1$ 。

(2)  $b > 0.5$  时,  $t = 0.5$ , 同样只有第三个分段条件  $|1 - 0.5| \geq 0.5$  成立, 仍有  $\alpha_{ij} = 1$ 。

综上, 对任意噪点  $p_{ij} \in \{0, 1\}$ , 参数模型式(14)均可标记  $\alpha_{ij} = 1$ , 噪点判定无误。

现设计如下实验检验参数模型式(14)的性能。

**噪声检测实验2** 检测对象仍是表1中3幅经典测试图, 分别添加10%、30%、50%、70%、90%密度的SPN, 使用参数模型式(14)检测上述噪声, 结果如表2所示。

表2 参数模型对经典测试图噪声检测率

Table 2 Noise detection rate of classical testing images by parametric model

经典测试图像	噪声密度					Mean
	10%	30%	50%	70%	90%	
Lena	0.099 9	0.299 6	0.500 8	0.699 3	0.900 4	0.500 0
Peppers	0.101 3	0.299 8	0.500 7	0.699 7	0.900 2	0.500 4
House	0.100 5	0.300 4	0.500 1	0.699 1	0.900 0	0.500 0

表2清楚显示, 在所列噪声密度下参数模型式(14)均能检测到所有噪声, 检测效果十分理想。为进一步检验该模型性能, 再次截取标准化Peppers图像在90%噪声密度下某个 $3 \times 3$ 窗口(图6(a)), 以及对应的噪声概率矩阵 $3 \times 3$ 窗口(图6(b))。

1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0
0	0.058 8	1.000 0	1.000 0	0	1.000 0
0.090 2	0	0	0.031 1	1.000 0	1.000 0

(a) 标准化噪声图 $3 \times 3$ 窗口  
(a) Standardized noisy image  $3 \times 3$  window

(b) 噪声概率矩阵对应窗口  
(b) Noise probability matrix corresponding window

图6 参数模型噪声检测结果

Fig.6 Noise detection results by parametric model

对比观察图6中(a)、(b)两个窗口可以看到, 参数模型式(14)将  $p_{ij} \in \{0, 1\}$  均标记为  $\alpha_{ij} = 1$ , 即正确判定出全部噪声像素。另外, 还将  $p_{31} = 0.090 2$  标记为  $\alpha_{31} = 0.031 1$ , 即判定  $p_{31}$  为疑似噪声像素; 将  $p_{22} = 0.058 8$  标记为  $\alpha_{22} = 0$ , 即判定  $p_{22}$  为正常无污染像素。显然, 参数模型式(14)能够对噪声、疑似噪声、正常无污染像素等  $\forall p_{ij} \in [0, 1]$  正确识别并进行概

率标记, 表现出优良的噪声检测性能。

至此, 模糊图像去噪两阶段法的第一阶段工作, 即噪声检测工作完成, 利用式(14)即可建立得到与噪声图  $P$  相对应的噪声概率矩阵  $A = (\alpha_{ij})_{m \times n}$ , 其中,  $\alpha_{ij} = 1$  对应噪声像素,  $\alpha_{ij} \in (0, 1)$  对应疑似噪声像素,  $\alpha_{ij} = 0$  对应正常无污染像素。

## 4 基于IFAK的去噪模型

### 4.1 基于IFAK去噪的基本思想

噪声去除是模糊图像去噪两阶段法的第二阶段。根据SPN图去噪特点, 去噪对象是噪声概率矩阵  $A$  中  $\alpha_{ij} = 1$  所对应的噪声像素(普通极值像素视窗口内其他极值像素的关联情况而定), 对疑似噪声及正常无污染像素则不予处理。去噪的基本策略是, 利用自适应滤波窗口内非噪声邻域像素(即疑似噪声像素、正常无污染像素)关于噪声概率及IFAK的加权平均值, 作为噪声像素的替代值。

窗口内非噪声邻域像素的权重分配考虑了噪声概率与IFAK两方面。一方面, 考虑噪声概率是为了更合理地计算噪点替代值。窗口内中心噪点的邻域像素中, 正常无污染像素对该噪点的替代灰度值贡献理应最大, 其次是疑似噪声像素, 而窗口内其他噪点则无贡献。因此这部分权重可表示为  $1 - \alpha_{ij}$ 。另一方面, 考虑IFAK是为了更好地保持滤波图像的灰度平滑性, 特别是边缘像素的细节变化特征。根据前述图像模糊化思想, 对于窗口内非噪声邻域像素  $p_{ij} \in (0, 1)$ , 它在标准化最佳阈值  $l^*/(L-1)$  下被正确分类(前景/背景)的程度, 可通过它对应的IFAK的大小得以反映。令:

$$P_{ij}^f = \langle p_{ij} \cdot \mu_{P_r}(p_{ij}), \nu_{P_r}(p_{ij}) \rangle \in P_r \quad (15)$$

则  $K_{IFS}(P_{ij}^f)$  越大,  $p_{ij}$  的分类越明确。如果  $p_{ij}$  是非边缘像素, 它通常比较接近所在分类的最佳平均灰度值, 即  $p_{ij}$  的分类相对明确, 其对应知识量较大,  $p_{ij}$  对中心噪点替代灰度值的贡献也应较大, 以保持去噪后该区域的灰度平滑性。如果  $p_{ij}$  是边缘像素, 可进一步分为两种情况:

(1) 边缘清晰。此时  $p_{ij}$  的分类相对明确, 考虑IFAK所起作用对应上述  $p_{ij}$  是非边缘像素情况, 不再赘述。

(2) 边缘模糊。此时  $p_{ij}$  与所在分类的最佳平均灰度值的差异通常较大, 即  $p_{ij}$  的分类相对模糊, 其对

应知识量较小。在这种情况下,  $p_{ij}$  对中心噪点替代灰度值的贡献也应较小, 以保持滤波图像边缘区域像素的灰度变化特征。

以上针对  $p_{ij}$  各种情况的讨论, 根本目的是保持窗口内邻域像素的相似性特征。因此, IFAK 这部分权重可表示为  $K_{\text{IFS}}(P_{ij}^f)$ 。以上两种权重需联合使用, 同时还要考虑权重分配的归一性问题。

## 4.2 新的去噪模型

设  $W_{2k+1}(i, j)$  表示以  $(i, j)$  为中心, 大小为  $(2k+1) \times (2k+1)$  的滤波窗口, 其中,  $i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n, k$  表示边心距, 视情况取  $k=1, 2, 3$ 。基于以上去噪的基本思想, 对于噪声  $p_{ij} \in \{0, 1\}$ , 提出如下去噪模型:

$$p_{ij}^{\text{new}} = \frac{\sum_{\substack{(r,s) \in W_{2k+1}(i,j) \\ (r,s) \neq (i,j), \exists p_{rs} \in \{0,1\}}} K_{\text{IFS}}(P_{rs}^f)(1-\alpha_{rs})p_{rs}}{\sum_{\substack{(r,s) \in W_{2k+1}(i,j) \\ (r,s) \neq (i,j), \exists p_{rs} \in \{0,1\}}} K_{\text{IFS}}(P_{rs}^f)(1-\alpha_{rs})} \quad (16)$$

其中,  $p_{ij}^{\text{new}}$  为噪声  $p_{ij} \in \{0, 1\}$  的新灰度值,  $p_{rs} \in P$  为滤波窗口  $W_{2k+1}(i, j)$  内中心噪点  $p_{ij}$  的邻域像素,  $P_{rs}^f$  由式(15)定义,  $\alpha_{rs} \in A$  为邻域像素  $p_{rs}$  的对应噪声概率。如前所述,  $p_{ij}^{\text{new}}$  值为邻域像素  $p_{rs}$  关于噪声概率及 IFAK 的加权平均值, 且权重分配满足归一性。如果  $p_{rs}$  也是噪点, 即  $p_{rs} \in \{0, 1\}$ , 则  $\alpha_{rs} = 1$ , 此时  $p_{rs}$  对  $p_{ij}^{\text{new}}$  的计算无贡献。这引出两个相关问题, 即滤波窗口的自适应调整策略及普通极值像素的识别与处理。

首先讨论滤波窗口的自适应调整策略。边心距初始值设为  $k=1$ , 对应滤波窗口  $W_3$ 。如果窗口内未包含非极值像素,  $k$  将递增, 即增大滤波窗口。事实上, 滤波窗口不宜过大, 否则邻域像素与中心噪点距离过远, 它们间的灰度值关联降低, 从而影响滤波效果。本文设定边心距最大值  $k=3$ , 对应最大滤波窗口  $W_7$ 。这自然引出第二个问题: 如果滤波窗口增至最大尺寸  $7 \times 7$  时仍未包含非极值像素, 应如何处理中心噪点。

先试算下最大滤波窗口  $W_7$  内全部是极值信号的概率。假定当前噪声强度为 90%, 则  $W_7$  内非噪声自然像素大约 5 个。在 256 灰度级下, 考虑到这 5 个自然像素可能属于相同的分类(前景/背景), 它们全部是极值像素的概率为  $(2/128)^5 < 1 \times 10^{-9}$ 。这是个极小概率事件, 对自然图像的像素分布而言几乎是不可能发生的。如果真的发生, 只能对应一种情况, 就是当前滤波窗口  $W_7$  所在区域恰好对应自然图的某片

极值区域, 比如图像白天鹅的羽背等大片白色区域。这种情况下, 最大滤波窗口  $W_7$  内所有像素都是极值像素, 但某些极值像素是普通信号而非噪声信号。

如何在上述情况下实现高质量去噪始终是难以解决的问题。一个基本原则是这种情况下不宜再使用滤波窗口邻域像素的加权平均值作为窗口中心噪点的替代值, 否则将破坏原图像的极值区域而严重影响滤波效果。一种可行的做法是像素替换, 即设计一组规则或算法, 合理选择窗口内某个极值像素替代中心噪点。本文给出一种简单且实用的做法, 既然窗口  $W_7$  内邻域只有  $p_{rs} \in \{0, 1\}$  两种极值像素, 考虑到原图像极值区域的特征,  $W_7$  内哪种邻域极值像素数量占优, 就使用哪种极值像素值替代中心噪点的灰度值, 即:

$$p_{ij}^{\text{new}} = \arg \max_{\substack{(r,s) \in W_7(i,j) \\ (r,s) \neq (i,j), \forall p_{rs} \in \{0,1\}}} \{h_{W_7}(p_{rs}=0), h_{W_7}(p_{rs}=1)\} \quad (17)$$

其中,  $h_{W_7}(q)$  表示窗口  $W_7(i, j)$  内灰度值为  $q$  的像素数量。如果  $h_{W_7}(0) = h_{W_7}(1)$ , 则中心噪点的灰度值保持不变。

综合式(16)、式(17), 对于噪声  $p_{ij} \in \{0, 1\}$ , 提出如下去噪模型:

$$p_{ij}^{\text{new}} = \begin{cases} \frac{\sum_{\substack{(r,s) \in W_{2k+1}(i,j) \\ (r,s) \neq (i,j)}} K_{\text{IFS}}(P_{rs}^f)(1-\alpha_{rs})p_{rs}}{\sum_{\substack{(r,s) \in W_{2k+1}(i,j) \\ (r,s) \neq (i,j)}} K_{\text{IFS}}(P_{rs}^f)(1-\alpha_{rs})}, & \exists p_{rs} \in \{0, 1\} \\ \arg \max_{\substack{(r,s) \in W_7(i,j) \\ (r,s) \neq (i,j)}} \{h_{W_7}(p_{rs}=0), h_{W_7}(p_{rs}=1)\}, & \forall p_{rs} \in \{0, 1\} \\ p_{ij} \begin{cases} (r,s) \in W_7(i,j) \\ (r,s) \neq (i,j), \forall p_{rs} \in \{0, 1\}, h_{W_7}(0) = h_{W_7}(1) \end{cases} \end{cases} \quad (18)$$

其中,  $h_{W_7}(\cdot)$  如式(17)说明。

下面给出基于 IFAK 的图像噪声检测与去除算法的实现步骤。

### 算法 1 基于 IFAK 的噪声检测与去除算法

初始化: 输入噪声图  $P = (p_{ij})_{m \times n}$ , 滤波窗口最大边心距  $k_{\text{max}} = 3$ 。

**步骤 1** 利用式(7)实现噪声图  $P$  直觉模糊化, 建立阈值  $l$  下对应的  $P_l, l=0, 1, \dots, L-1$ 。

**步骤 2** 利用式(8)确定最佳分割阈值  $l^*$ , 利用式(9)计算背景、前景最佳平均灰度值  $a, b$ 。

**步骤 3** 利用式(14)检测噪声并进行噪声概率标记, 得到噪声概率矩阵  $A = (\alpha_{ij})_{m \times n}$ 。

**步骤 4** 设置合适的滤波窗口  $W_{2k+1}(i, j)$ , 利用式(18)并结合噪声概率矩阵  $A$ 、直觉模糊化噪声图

$P_r$ , 计算当前窗口中心噪点  $p_{ij} \in [0, 1]$  的新灰度值  $p_{ij}^{\text{new}}$ , 实现滤波。

**步骤5** 滑动窗口  $W_{2k+1}(i, j)$ , 返回步骤4, 对下一个噪点进行滤波, 直至所有噪点滤波完成。

输出: 去噪图  $O = (o_{ij})_{m \times n}$ 。

## 5 实验对比分析

### 5.1 实验设计与环境

本实验包括两部分: 第一部分针对图像数据集, 通过滤波图像关键指标的平均值比较, 对相关算法的整体性能做出客观分析与评价; 第二部分针对经典测试图, 通过滤波图像的视觉效果对比, 对所列方法做出直观感受评价。实验数据分别选自 tecnick 官网<sup>[32]</sup>SET40 (<http://testimages.tecnick.com>)、MATLAB 库 SET12 ([http://www.imageprocessingplace.com/downloads\\_V3/root\\_downloads/image\\_databases/standard\\_test\\_images.zip](http://www.imageprocessingplace.com/downloads_V3/root_downloads/image_databases/standard_test_images.zip)) 等经典数据集及测试图, 具体如表3所示。对比方法包括 MDBUTMF<sup>[5]</sup>、BPDF<sup>[6]</sup>、AFMF<sup>[9]</sup>、DAMRmF<sup>[10]</sup>、NAFSMF<sup>[12]</sup>、MinEnt2016<sup>[15]</sup>、MinEnt2018<sup>[16]</sup> 等近几年代表性去噪算法。仿真环境如表4所示。

表3 实验数据集

Table 3 Experimental datasets

数据集	来源	样本数	样本大小
SET40	tecnick 官网	40	600×600
SET12	MATLAB 库	12	512×512

表4 仿真环境

Table 4 Simulation environment

软硬件设备	版本型号
操作系统	Windows 10 专业版 64-bit (1809)
处理器	Intel® Core™ i5-7300HQ @ 2.50 GHz
内存	Samsung 8 GB DDR4-2400 MHz
仿真平台	MATLAB 2020b 64-bit

### 5.2 主要指标

图像去噪算法中性能评价的常用指标有: 峰值信噪比 (peak signal to noise ratio, PSNR)<sup>[33]</sup>、结构相似性 (structural similarity, SSIM)<sup>[33]</sup>、图像增强因子 (image enhancement factor, IEF)<sup>[34]</sup>、视觉信息保真度 (visual information fidelity, VIF)<sup>[35]</sup> 等, 部分指标定义如下。

(1) 峰值信噪比

$$PSNR(E, F) = 10 \lg \frac{255^2}{MSE(E, F)}$$

其中,  $E = (e_{ij})_{m \times n}$  为原始图像,  $F = (f_{ij})_{m \times n}$  为滤波图像, MSE 为均方误差, 定义为:

$$MSE(E, F) = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (e_{ij} - f_{ij})^2$$

(2) 结构相似性

$$SSIM(x, y) = \frac{(2\mu_x \mu_y + C_1) + (2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1) + (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)}$$

其中,  $\mu_x$ 、 $\mu_y$ 、 $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ 、 $\sigma_{xy}$  分别为图像  $x$ 、 $y$  的平均灰度、方差和协方差,  $C_1 = (K_1 L)^2$ 、 $C_2 = (K_2 L)^2$  是两个常量, 对于 8 bit 的灰度图,  $K_1 = 0.01$ ,  $K_2 = 0.03$ ,  $L = 255$ 。

(3) 图像增强因子

$$IEF(E, F, X) = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} - e_{ij})^2}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (f_{ij} - e_{ij})^2}$$

这里  $X = (x_{ij})_{m \times n}$  是噪声图像。

上述指标从不同方面度量图像质量。其中, PSNR 是关于误差敏感的性能指标, 利用像素点间的误差评估图像质量, 反映滤波图像像素的失真情况。SSIM 是一种全参考指标, 从图像亮度、对比度、结构等三方面度量图像质量, 反映去噪图像的局部结构信息保持情况。IEF 反映滤波图像整体平滑情况。PSNR、SSIM、IEF 这三种指标值越大, 去噪算法的性能越好。指标 VIF 考量主观视觉对滤波图像质量的感受, 却不能反映图像本身的结构信息。因此, 本文采用 PSNR、SSIM、IEF 三种指标评价滤波算法的整体性能, 其中指标 PSNR、SSIM 最重要, 是客观评价算法优劣的主要依据。

### 5.3 数据集实验对比分析

首先考查针对数据集 SET40 的去噪效果。所列算法在不同噪声密度下滤波图像的关键指标平均值如表5所示, 其中最佳指标值加粗显示。

观察表5可知, MDBUTMF 算法在中、低密度噪声下表现良好, 高密度噪声下 PSNR、SSIM 指标值较低, 主要原因是高密度噪声下仍使用固定滤波窗口, 去噪效果较差。BPDF 算法在中、高密度噪声下 PSNR、SSIM 的指标值较低, 而 AFMF 算法在低密度噪声下 PSNR、SSIM 的指标值较低, 二者均依赖像素的重复数量实现去噪, 不同噪声密度下表现不佳。DAMRmF 算法在高密度噪声下 PSNR、SSIM、IEF 三种指标值最高, 但在中、低密度噪声下表现并不突出, 事实上该方法在中、低噪声密度下识别噪声的错误率较高。NAFSMF 算法在中、高噪声密度下表现

表5 不同算法针对数据集SET40的去噪指标对比

Table 5 Comparison of denoising metrics by different algorithms for dataset SET40

算法	指标	噪声密度									总平均值
		10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	
MDBUTMF <sup>[5]</sup>	PSNR/dB	39.13	35.83	33.45	31.27	28.83	25.67	21.77	17.67	13.65	27.47
	SSIM	0.977 7	0.964 1	0.950 1	0.931 3	0.891 1	0.789 3	0.587 9	0.347 6	0.161 0	0.733 4
	IEF	407.22	350.26	287.15	217.20	141.50	74.79	34.00	14.86	6.60	170.40
BPDF <sup>[6]</sup>	PSNR/dB	37.59	33.94	31.21	28.70	26.25	23.67	20.51	15.81	8.78	25.16
	SSIM	0.973 5	0.952 6	0.927 0	0.892 5	0.844 2	0.775 5	0.671 3	0.490 3	0.205 9	0.748 1
	IEF	291.72	234.50	180.04	128.38	88.48	55.35	29.34	10.59	2.37	113.42
AFMF <sup>[9]</sup>	PSNR/dB	34.25	32.42	30.98	29.68	28.48	27.27	26.01	24.55	19.83	28.16
	SSIM	0.957 3	0.949 7	0.940 1	0.927 1	0.909 8	0.886 6	0.853 6	0.801 9	0.652 1	0.875 3
	IEF	130.40	174.39	185.54	180.57	168.95	148.45	123.59	99.07	29.30	137.81
DAMRmF <sup>[10]</sup>	PSNR/dB	36.74	34.73	33.43	32.65	31.84	30.88	<b>29.81</b>	<b>28.16</b>	<b>25.54</b>	31.53
	SSIM	0.977 7	0.967 5	0.958 1	0.948 1	0.935 9	0.919 6	<b>0.896 5</b>	<b>0.860 0</b>	<b>0.788 8</b>	0.916 9
	IEF	248.08	316.36	328.39	365.39	370.83	344.67	<b>311.21</b>	<b>239.00</b>	<b>142.77</b>	296.30
NAFSMF <sup>[12]</sup>	PSNR/dB	36.29	33.65	31.84	30.43	29.11	27.91	26.50	24.81	21.33	29.10
	SSIM	0.967 7	0.947 3	0.928 1	0.908 6	0.887 0	0.862 0	0.829 2	0.779 5	0.644 4	0.861 5
	IEF	244.73	256.74	246.10	229.48	204.45	177.82	140.27	100.56	43.14	182.59
MinEnt2016 <sup>[15]</sup>	PSNR/dB	24.58	21.25	19.49	18.20	16.96	15.44	13.46	10.92	7.90	16.47
	SSIM	0.674 4	0.505 0	0.423 3	0.368 1	0.313 6	0.249 8	0.175 7	0.102 0	0.041 1	0.317 0
	IEF	9.93	9.39	9.38	9.16	8.43	6.99	5.12	3.24	1.81	7.05
MinEnt2018 <sup>[16]</sup>	PSNR/dB	18.01	15.18	13.30	11.79	10.41	9.13	7.93	6.81	5.82	10.93
	SSIM	0.439 7	0.312 2	0.238 1	0.179 3	0.126 6	0.082 9	0.050 5	0.028 4	0.013 7	0.163 5
	IEF	2.18	2.33	2.25	2.09	1.88	1.66	1.45	1.27	1.13	1.81
本文方法	PSNR/dB	<b>41.04</b>	<b>37.84</b>	<b>35.75</b>	<b>34.10</b>	<b>32.42</b>	<b>30.74</b>	29.01	27.11	24.28	<b>32.48</b>
	SSIM	<b>0.990 9</b>	<b>0.982 4</b>	<b>0.972 7</b>	<b>0.960 8</b>	<b>0.945 4</b>	<b>0.924 5</b>	0.895 0	0.850 9	0.765 8	<b>0.921 0</b>
	IEF	<b>679.05</b>	<b>649.32</b>	<b>595.18</b>	<b>522.25</b>	<b>432.23</b>	<b>345.07</b>	265.85	191.23	107.90	<b>420.90</b>

较差,主要原因是模糊函数计算的替代灰度值与原始像素灰度值相差较大。MinEnt2016、MinEnt2018两种方法在各种密度噪声下的指标值都很低,这是因为二者噪声检测阶段都依赖于直觉型IFE,去噪阶段使用仅在低密度噪声下才有效工作的中值滤波器,因此去噪效果很差。相比之下,本文方法在不同噪声密度下各指标值均表现出相当的优势,且各指标总平均值保持最高,虽然在个别高密度噪声下未达到最优的指标值,但就整体性能而言,无疑是优良的方法。

表6列出不同算法针对数据集SET12的去噪指标对比,最佳指标值同样加粗显示。表6对比结果的优良性及关于不同算法的评述与表5类似,不再赘述。综合观察发现,DAMRmF算法在中、高密度噪声下PSNR指标值稍高于本文方法,而中、低噪声密度下SSIM指标值表现一般,说明该方法可能更擅长处理高密度噪声图像。反观各指标的总平均值,本文方法始终保持最高,整体性能及表现较为突出与优良。

图7显示了所列算法在上述两个数据集实验中

不同噪声密度下关键指标PSNR、SSIM的均值变化情况。观察易知,随着噪声密度的提高,各方法指标值均在下降,说明高密度噪声对所有算法的处理能力都产生较大影响。其中,算法MinEnt2016、MinEnt2018整体表现最差,算法BPDF、MDBUTMF指标值下降速度较快,显然它们在高密度噪声下性能较差。算法AFMF、NAFSMF性能相当,表现一般,指标值下降速度未有明显区别。相比之下,本文方法与DAMRmF算法的指标值始终占据高位,随着噪声密度的升高,指标值下降速度也较为缓慢,多数情况下前者指标值要高于后者,显示出所提方法整体性能的优良性。

#### 5.4 测试图实验对比分析

本节针对数据集SET12中House、Lena、Peppers等经典测试图,给出滤波图像的直观视觉效果对比,并相应给出PSNR、SSIM两个重要指标值,配合直观视觉效果,表明滤波图像质量及所涉算法性能。

首先处理60%噪声密度下House图像,截取滤波图像放大后部分区域,充分显示不同算法去噪后图

表6 不同算法针对数据集SET12的去噪指标对比

Table 6 Comparison of denoising metrics by different algorithms for dataset SET12

算法	指标	噪声密度									总平均值
		10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	
MDBUTMF <sup>[5]</sup>	PSNR/dB	38.67	36.35	34.61	32.82	30.47	27.30	23.36	19.17	15.13	28.65
	SSIM	0.972 1	0.956 9	0.941 9	0.922 8	0.884 7	0.793 3	0.604 1	0.361 0	0.165 4	0.733 6
	IEF	427.57	453.83	427.44	328.83	197.42	97.65	43.61	18.82	8.36	222.62
BPDF <sup>[6]</sup>	PSNR/dB	36.66	33.77	31.33	29.18	27.09	24.72	21.99	17.57	10.26	25.84
	SSIM	0.964 4	0.941 3	0.914 5	0.880 3	0.835 3	0.769 9	0.677 3	0.520 6	0.261 6	0.751 7
	IEF	218.16	210.68	167.85	125.68	91.09	58.61	34.42	13.53	2.84	102.54
AFMF <sup>[9]</sup>	PSNR/dB	35.64	34.55	33.33	32.05	30.81	29.48	27.98	26.29	21.08	30.14
	SSIM	0.943 1	0.937 1	0.927 6	0.913 9	0.894 8	0.869 7	0.834 1	0.781 8	0.637 4	0.860 0
	IEF	214.04	298.19	315.58	300.88	277.15	235.25	181.92	133.60	34.04	221.18
DAMRmF <sup>[10]</sup>	PSNR/dB	38.90	36.88	35.43	34.14	<b>32.87</b>	<b>31.50</b>	<b>30.04</b>	<b>28.31</b>	<b>25.90</b>	32.66
	SSIM	0.973 3	0.959 7	0.947 1	0.933 7	0.918 1	0.897 9	<b>0.871 3</b>	<b>0.830 5</b>	<b>0.757 4</b>	0.898 8
	IEF	462.19	541.27	560.52	528.10	<b>476.84</b>	<b>393.87</b>	<b>313.37</b>	<b>225.73</b>	<b>135.25</b>	404.13
NAFSMF <sup>[12]</sup>	PSNR/dB	35.76	33.34	31.79	30.54	29.50	28.45	27.28	25.85	22.51	29.45
	SSIM	0.959 3	0.935 4	0.912 8	0.888 9	0.864 3	0.835 4	0.799 5	0.748 2	0.615 5	0.839 9
	IEF	210.04	232.66	233.68	223.58	208.58	182.93	149.07	112.40	48.74	177.96
MinEnt2016 <sup>[15]</sup>	PSNR/dB	25.39	20.67	18.32	17.19	16.29	15.23	13.61	11.30	8.38	16.26
	SSIM	0.705 5	0.463 2	0.312 6	0.260 3	0.223 5	0.184 7	0.135 4	0.080 6	0.033 6	0.266 6
	IEF	11.40	7.09	6.26	6.43	6.47	5.99	4.80	3.21	1.84	5.94
MinEnt2018 <sup>[16]</sup>	PSNR/dB	18.11	15.37	13.48	11.99	10.68	9.45	8.28	7.19	6.20	11.20
	SSIM	0.387 3	0.260 7	0.188 1	0.137 2	0.096 1	0.063 6	0.039 4	0.022 4	0.011 2	0.134 0
	IEF	1.99	2.07	2.02	1.91	1.76	1.59	1.41	1.25	1.12	1.68
本文方法	PSNR/dB	<b>41.16</b>	<b>38.04</b>	<b>35.98</b>	<b>34.22</b>	32.68	31.12	29.48	27.65	25.09	<b>32.82</b>
	SSIM	<b>0.988 0</b>	<b>0.975 9</b>	<b>0.962 3</b>	<b>0.945 6</b>	<b>0.925 6</b>	<b>0.899 2</b>	0.863 5	0.813 2	0.724 7	<b>0.899 8</b>
	IEF	<b>854.65</b>	<b>753.14</b>	<b>653.33</b>	<b>540.65</b>	447.85	357.15	273.01	193.50	114.18	<b>465.27</b>

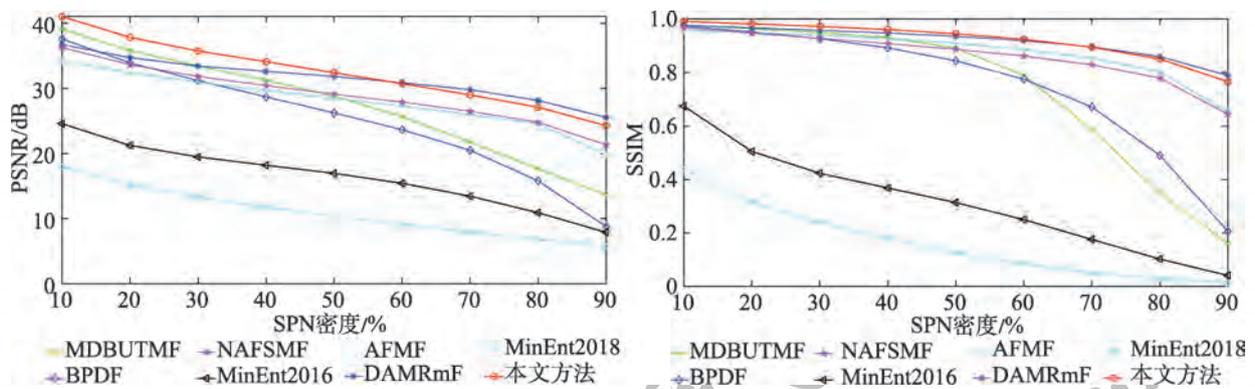


图7 不同算法在两个数据集上主要指标均值变化

Fig.7 Variation on average of key metrics by different algorithms for two datasets

像的细节保持情况,如图8所示。

由图8清晰可见, MDBUTMF、MinEnt2016、MinEnt2018等几种算法的滤波图像仍残留大量噪声,表现非常差。BPDF算法去噪后图像整体灰度值发生偏移,出现“雨滴”现象,破坏图像原有结构。AFMF算法去噪后图像的房檐及窗口边缘等特征明

显模糊。NAFSMF算法的滤波图像中房檐照灯部分失真严重,指标值也提供了印证。所列算法中,本文方法与DAMRmF算法的滤波图视觉效果较好,性能指标值对比方面,本文方法较DAMRmF算法稍高,进一步印证了所提方法在中、低噪声密度下滤波的优良性。

下面处理 90% 噪声密度下的 Lena 图像,以评价不同算法在高密度噪声下的去噪效果,如图 9 所示。观察图 9 可知,BPDF 滤波图像的“雨滴”现象更加严重,完全不能分辨出原始人物主体。注意到除本文方法外,其他算法去噪后图像或多或少都残留有噪声。值得说明的是,DAMRmF 算法在前述数据集实验中,虽在高密度噪声下有较高的指标值,但从图 9 (f)直观可视,该方法滤波图像中诸如帽子、头发等区域仍残留有少量噪声。事实上,该方法的去噪机理

确实不能完全有效检测出全部噪声。与之相比,结合前述分析评述,本文方法在高密度噪声下滤波图像的视觉效果与性能指标等方面仍具有相当的优势。

最后应用所提方法处理 10%~80% 噪声密度下的 Peppers 图像,如图 10 所示。可以看出,所提方法的滤波图在不同噪声密度下均能够很好地保持图像的细节信息,滤波图像特征明显,边缘清晰,灰度色彩平滑,直观视觉饱满,充分显示出所提方法整体去噪性能的稳定与优良。

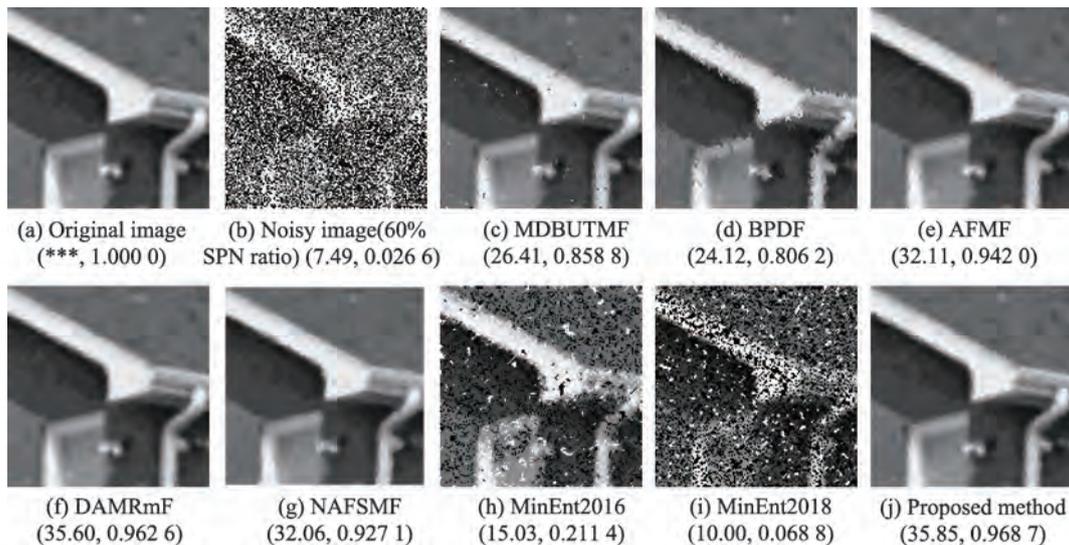


图 8 不同算法针对图像 House(60%密度)滤波效果对比

Fig.8 Comparison of filtering effects by different algorithms for image House (60% SPN ratio)

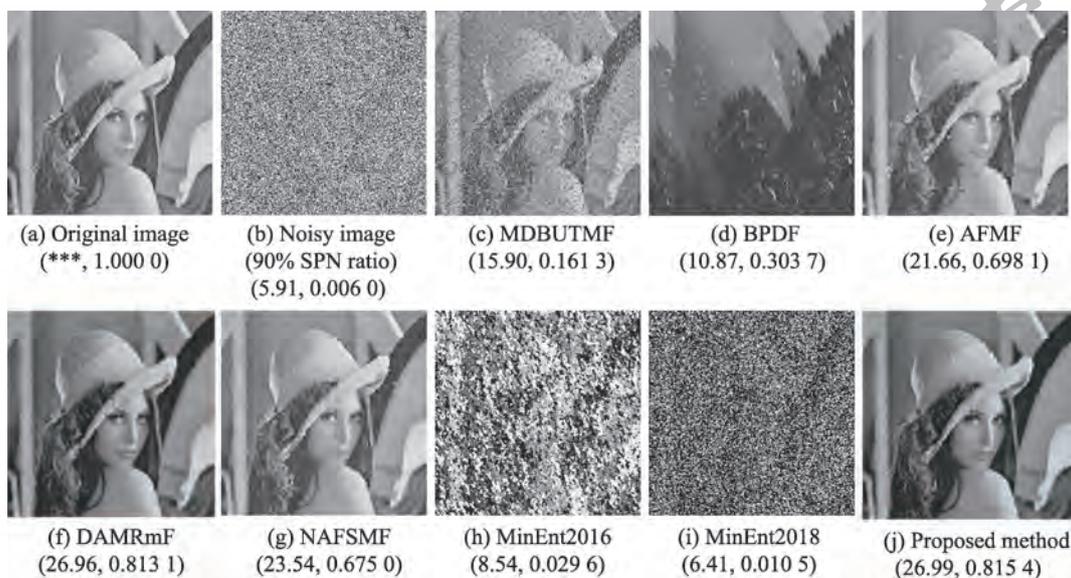


图 9 不同算法针对图像 Lena(90%密度)滤波效果对比

Fig.9 Comparison of filtering effects by different algorithms for image Lena (90% SPN ratio)

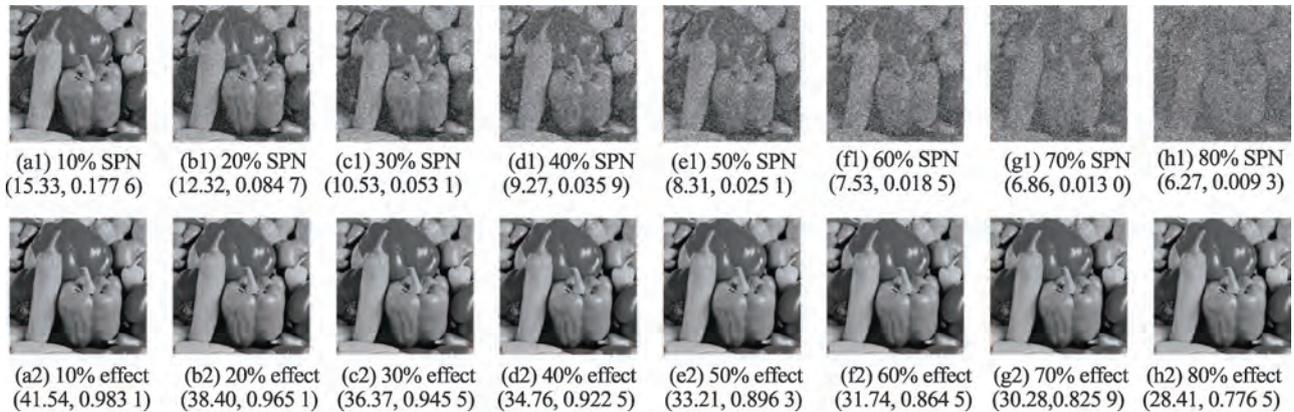


图10 本文方法针对图像Peppers在不同噪声密度下的滤波效果

Fig.10 Filtering effects by proposed method for image Peppers under various SPN ratios

## 6 结束语

本文引入最新的直觉模糊知识测度理论及模型,提出一种新的基于IFAK的直觉模糊图像去噪两阶段方法。噪声检测阶段,提出一种基于最大IFAK的噪声检测模型,对噪点及疑似噪点进行概率标记,表现出优良的噪声检测能力。噪声去除阶段,提出一种基于IFAK及概率噪声的去噪模型,在有效去噪的同时,进一步保护图像边缘及非噪声极值像素的特征。本文主要贡献包括:(1)利用数形结合方法,提出一种新的基于IFAK的噪声检测模型,实现噪点及疑似噪点的概率标记,进一步提高图像噪声检测能力及准确性;(2)利用噪声概率矩阵,提出一种新的基于IFAK与噪声概率加权均值的去噪模型,充分考虑图像边缘及非噪声极值像素的特征,取得了更好的去噪效果;(3)将知识测度新理论应用于图像去噪中,实现该理论在其他相关领域的创新应用。实验结果表明,所提方法能够准确识别图像脉冲噪声,有效实现图像去噪,更好保持图像的原始细节信息,滤波图像边缘清晰,色彩平滑,视觉饱满,在不同噪声密度环境下,所提方法运行稳定,表现优良,整体性能明显优于同类其他方法。未来创新工作包括进一步应用知识测度新理论新模型实现图像其他类型噪声的检测与去除,如垂线噪声(drop line noise)。

## 参考文献:

- [1] DENG X, MA Y, DONG M. A new adaptive filtering method for removing salt and pepper noise based on multilayered PCNN[J]. Pattern Recognition Letters, 2016, 79: 8-17.
- [2] ZHANG P, LI F. A new adaptive weighted mean filter for removing salt-and-pepper noise[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(10): 1280-1283.
- [3] TEUBER T, REMMELE S, HESSER J, et al. Denoising by second order statistics[J]. Signal Processing, 2012, 92(12): 2837-2847.
- [4] BHADOURIA V S, GHOSHAL D. A study on genetic expression programming-based approach for impulse noise reduction in images[J]. Signal Image & Video Processing, 2016, 10: 575-584.
- [5] ESAKKIRAJAN S, VEERAKUMAR T, SUBRAMANYAM A N, et al. Removal of high density salt and pepper noise through modified decision based unsymmetric trimmed median filter[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18(5): 287-290.
- [6] ERKAN U, GÖKREM L. A new method based on pixel density in salt and pepper noise removal[J]. Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, 2018, 26(1): 162-171.
- [7] ERKAN U, GÖKREM L, ENGINOGLU S. Different applied median filter in salt and pepper noise[J]. Computers & Electrical Engineering, 2018, 70: 789-798.
- [8] HWANG H, HADDAD R A. Adaptive median filters: new algorithms and results[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1995, 4(4): 499-502.
- [9] ERKAN U, ENGINOLU S, DANG N, et al. Adaptive frequency median filter for the salt and pepper denoising problem[J]. IET Image Processing, 2020, 14(7): 1291-1302.
- [10] MEMİŞ S, ERKAN U. Different adaptive modified Riesz mean filter for high-density salt-and-pepper noise removal in grayscale images[J]. European Journal of Science and Technology, 2021(23): 359-367.
- [11] ZADEH L A. Fuzzy sets[J]. Information & Control, 1965, 8(3): 338-353.
- [12] TOH K K V, ISA N A M. Noise adaptive fuzzy switching median filter for salt-and-pepper noise reduction[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(3): 281-284.
- [13] ROY A, MANAM L, LASKAR R H. Region adaptive fuzzy filter: an approach for removal of random-valued impulse noise[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(9): 7268-7278.
- [14] BURILLO P, BUSTINCE H. Entropy on intuitionistic fuzzy sets and on interval-valued fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and

- Systems, 1996, 78(3): 305-316.
- [15] ANANTHI V P, BALASUBRAMANIAM P. A new image denoising method using interval-valued intuitionistic fuzzy sets for the removal of impulse noise[J]. Signal Processing, 2016, 121: 81-93.
- [16] ANANTHI V P, BALASUBRAMANIAM P, RAVEENDRAN P. Impulse noise detection technique based on fuzzy set[J]. IET Signal Processing, 2018, 12(1): 12-21.
- [17] GUO K H, SONG Q. On the entropy for Atanassov's intuitionistic fuzzy sets: an interpretation from the perspective of amount of knowledge[J]. Applied Soft Computing, 2014, 24: 328-340.
- [18] SZMIDT E, KACPRZYK J, BUJNOWSKI P. How to measure the amount of knowledge conveyed by Atanassov's intuitionistic fuzzy sets[J]. Information Sciences, 2014, 257: 276-285.
- [19] DAS S, DUTTA B, GUHA D. Weight computation of criteria in a decision-making problem by knowledge measure with intuitionistic fuzzy set and interval-valued intuitionistic fuzzy set[J]. Soft Computing, 2016, 20(9): 3421-3442.
- [20] NGUYEN H. A new knowledge-based measure for intuitionistic fuzzy sets and its application in multiple attribute group decision making[J]. Expert Systems with Applications, 2015, 42(22): 8766-8774.
- [21] NGUYEN H. A new interval-valued knowledge measure for interval-valued intuitionistic fuzzy sets and application in decision making[J]. Expert Systems with Applications, 2016, 56: 143-155.
- [22] GUO K H. Knowledge measure for Atanassov's intuitionistic fuzzy sets[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2016, 24: 1072-1078.
- [23] GUO K H, ZANG J. Knowledge measure for interval-valued intuitionistic fuzzy sets and its application to decision making under uncertainty[J]. Soft Computing, 2019, 23(16): 6967-6978.
- [24] GUO K H, XU H. Knowledge measure for intuitionistic fuzzy sets with attitude towards non-specificity[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2019, 10(7): 1657-1669.
- [25] GUO K H, XU H. Preference and attitude in parameterized knowledge measure for decision making under uncertainty[J]. Applied Intelligence, 2021, 51(2): 7484-7493.
- [26] GUO K H, XU H. A unified framework for knowledge measure with application: from fuzzy sets through interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Applied Soft Computing, 2021, 109(1): 107539.
- [27] 郭凯红, 王紫晴. Hamming-Hausdorff 距离下区间直觉模糊知识测度及应用[J]. 软件学报, 2022, 33(11): 4251-4267. GUO K H, WANG Z Q. Interval-valued intuitionistic fuzzy knowledge measure with applications based on Hamming-Hausdorff distance[J]. Journal of Software, 2022, 33(11): 4251-4267.
- [28] ATANASSOV K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets & Systems, 1986, 20(1): 87-96.
- [29] HUNG W L, YANG M S. Fuzzy entropy on intuitionistic fuzzy sets[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2010, 21(4): 443-451.
- [30] SZMIDT E, KACPRZYK J. Entropy for intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 118(3): 467-477.
- [31] BUSTINCE H, BARRENECHEA E, PAGOLA M. Image thresholding using restricted equivalence functions and maximizing the measures of similarity[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2007, 158(5): 496-516.
- [32] ASUNI N, GIACHETTI A. TESTIMAGES: a large-scale archive for testing visual devices and basic image processing algorithms[C]//Proceedings of the Italian Chapter Conference 2014-Smart Tools and Apps in Computer Graphics, Cagliari, Sep 22-23, 2014: 63-70.
- [33] WANG Z, BOVIK A C, SHEIKH H R, et al. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(4): 600-612.
- [34] DJUROVIĆ I. Combination of the adaptive Kuwahara and BM3D filters for filtering mixed Gaussian and impulsive noise [J]. Signal, Image and Video Processing, 2017, 11(4): 753-760.
- [35] SHEIKH H R, BOVIK A C. Image information and visual quality[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(2): 430-444.



郭凯红(1973—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为不确定性建模与智能计算、信息融合、模糊图像处理。

**GUO Kaihong**, born in 1973, Ph.D., professor, Ph.D. supervisor. His research interests include uncertainty modeling and intelligent computing, information fusion and fuzzy image processing.



周永志(1995—),男,硕士研究生,主要研究方向为不确定性建模与智能计算、模糊图像处理。

**ZHOU Yongzhi**, born in 1995, M.S. candidate. His research interests include uncertainty modeling and intelligent computing, and fuzzy image processing.



吴峥(1999—),男,硕士研究生,主要研究方向为不确定性建模与智能计算、模糊聚类分析、模糊图像处理。

**WU Zheng**, born in 1999, M.S. candidate. His research interests include uncertainty modeling and intelligent computing, fuzzy clustering analysis and fuzzy image processing.



张蕾(1995—),女,硕士研究生,主要研究方向为人工智能、带钢厚度预测、图像处理。

**ZHANG Lei**, born in 1995, M.S. candidate. Her research interests include artificial intelligence, strip thickness prediction and image processing.