View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk

brought to you by CORE

provided by VBN

Aalborg Universitet

Wittgensteins indflydelse på nuværende matematikfilosofier

Ravn, Ole

Published in:
Netværk i Matematikkens Historie og Filosofi - Nyhedsbrev

Publication date:
1999

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

Link to publication from Aalborg University

Citation for published version (APA):
Christensen, O. R. (1999). Wittgensteins indflydelse på nuværende matematikfilosofier. Netværk i Matematikkens Historie og Filosofi - Nyhedsbrev, (6), 4-8.

General rights
Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

? Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
? You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
? You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

Take down policy
If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from vbn.aau.dk on: April 26, 2017

ISSN 1398-0165

Netværk i Matematikkens Historie og Filosofi

Nyhedsbrev

Statens Naturvidenskabelige Forskningsråd

Nummer 6 September 1999

Indhold

Nyhedsbrevet udgives af:
Netværk i Matematikkens Historie og Filosofi
Filosofi og Videnskabsteori, P6
Roskilde Universitetscenter
Postbox 260
DK-4000 Roskilde
Email: matnet@mmf.ruc.dk

Redaktion:
Lise Mariane Jeppesen og Stig Andur Pedersen (ansv).

Ved at rette henvendelse til ovenstående adresse kan man blive medlem af netværket og dermed få tilsendt de følgende nyhedsbreve pr. post.

Forsiden: Aristippus, en efterfølger til Sokrates, er lidt skibbrud på Rhodos' kyst. I sandet på stranden opdager han geometriske figurer og udbryder: "Der er håb forude, for jeg ser menneskelige fodspor".

Illustration fra Euklids Samlede Værker (Oxford 1703).
Annekdoten stammer fra Vetruvii: *De Archi*tectura

Fra redaktionen

Siden sidst er der sket ting og sager. Tinne Hoff Kjeldsen har forsvaret sin PhD-afhandling med et positivt resultat. Her fra redaktionen vil vi gerne sige tillykke med det. Derudover har netværket afholdt sin tredje større konference, denne gang med temaet Probability Theory: Philosophy, Recent History and Relations to Science. Desværre har vi ikke nået at få en beretning fra arrangementet med i dette nummer, men vi forventer det vil indgå i decembernummeret af nyhedsbrevet.

Til sidst, men ikke mindst, har styringsgruppen for netværket taget konsekvensen af at netværkets bevilling fra Det Naturvidenskabelige Forskningsråd udløber ved udgangen af dette år, og har derfor søgt henholdsvis NORFA og Det Naturvidenskabelige Forskningsråd om fornyet bevilling. Vi håber selvfølgelig på at en af disse ansøgninger bliver bevilliget, så netværkets aktiviteter kan fortsætte.

Dette nyhedsbrev bliver desværre ikke så omfangsrigt, men forhåbentlig vil det bidrage med lidt inspiration. Dette nummers essay er forfattet af Ole Ravn Christensen som i denne sommer er blevet kandidat i matematik fra Aalborg Universitet med specialet: *Wittgenstin's Influcence on Contemporray Philosphy of Mathematics.*

God fornøjelse.

Wittgensteins indflydelse på nutidige matematikfilosofier

Ole Ravn Christensen
Aalborg Universitet

Ludwig Wittgenstein (1889-1951) er af mange regnet for en af dette århundredes vigtigste filosoffer. Hans indflydelse har været stor inden for den analytisk filosofiske tradition siden 1920'erne, og specielt Wittgensteins senere fortolkning af sprogets natur er anset for banebrydende. Alene af den grund er det interessant at undersøge konsekvenserne af Wittgensteins sene sprogfilosofi for vores opfattelse af matematikken. Men det er ikke nødvendigt selv at udlede en matematikopfattelse af Wittgensteins værker, for disse inkluderer nemlig hundredvis af sider omhandlende matematikkens natur. Arbejdet, der ligger foran én, når det kommer til spørgsmålet om Wittgensteins indflydelse på nutidige matematikfilosofier, er derfor en klargørelse af Wittgensteins specifikke kommentarer om matematik set i lyset af hans sprogforståelse. Uden en forståelse af Wittgensteins sprogopfattelse er det efter mit skøn nærmest umuligt at gennemskue kommentarerne om matematik, og jeg vil derfor starte ud med en kort beskrivelse af det, der kaldes den senere Wittgensteins sprogopfattelse.

Emnet for dette essay var også emnet for mit nyligt afsluttede speciale, og i det følgende er det hovedsageligt hovedpunkterne heri, jeg prøver at skitsere. Alene Wittgensteins opfattelse af sprogets virkemåde er en stor mundfuld at redegøre for indenfor dette essays rammer, men jeg håber, der er stof nok til at vække interesse for emnet.

Wittgenstein om sprogets natur

Man skelner mellem den tidlige Wittgenstein og den sene Wittgensteins opfattelse af sprogets natur. Dette skyldes, at han i årene fra 1928 og frem til sin død gjorde op med flere centrale synspunkter i sin tidlige filosofi. Den tidlige Wittgensteins basale antagelse om sprogets virkemåde er, at vores begreber og sætninger får mening gennem reference til virkeligheden. Sproget består af sætninger, der udtrykker relationer mellem ord. For at sproget kan afbillede virkeligheden, må de elementære sætninger i sproget og de elementære kendsgerninger i virkeligheden stemme overens. Kun under forudsætning af, at en sådan afbildning er mulig, kan vi – ifølge den tidlige Wittgenstein – forklare, at sproget kan være meningsbærende for os i vores kommunikation. Ifølge den tidlige Wittgenstein forudsætter vores brug af sproget således, at sprogets ord og sætninger i forvejen har en mening, der stammer fra korrelationer med kendsgerninger i verden.

Den sene Wittgenstein vender sig nærmest 180 grader mod denne forståelse af sproget. Hvor den tidlige Wittgenstein holder på at vores brug af ord og sætninger er sekundær i forhold til ordenes mening og betinget af, at sproget får mening gennem afbildningen af forhold i virkeligheden, foreslår den sene Wittgenstein, at det forholder sig lige modsat. Hans motto er kort formuleret: Et ords mening er dets brug.

Hvordan skal dette nu forstås, og hvilken betydning har det for vores opfattelse af matematikken? Først og fremmest er det en ledende tanke hos den sene Wittgenstein, at både vores opfattelse af sproget og matematikken er fyldt med tankegods, som rækker helt tilbage til Platons idelære. Ifølge Platon er verden og dens objekter, som vi oplever dem blot skygger af en idealverden, hvor tingenes virkelige væsen findes. Bag hvert ord eller tal i vores sprog ligger der en ide eller essens til grund, som vores symboler i sprog og matematik refererer til. Wittgenstein vender sig mod den slags opfattelser og taler om, at sproget har forhekset os. Vi tror, at der bag vores ord og matematiske symboler ligger en mening gemt, som disse ord og symboler skal hjælpe til med at afdække. Men for Wittgenstein ligger der ikke nogen ideel mening bag hverken ord eller tal. Alt hvad matematikken drejer sig om, er således vores manipulation med symbolerne. Den mening, matematikken har, stammer udelukkende fra vores brug af symbolerne, og enhver snak om reference til en matematisk urgrund som Intuitionistens præ-lingvistiske intuition eller Platonistens ideverden forkastes af Wittgenstein.

Wittgenstein om matematik

Ifølge Wittgenstein er matematik i bund og grund et socialt foretagende. Det sociale aspekt gør sig gældende ved at det er vores overensstemmelse i brugen af de matematiske symboler der afstedkommer følelsen af at vi er tvunget til at slutte som vi gør i matematikken. Hos Wittgenstein gives der ikke nogen dybere forklaring af matematikkens grundlag og sikkerhed end netop denne sociale enighed om brugen af matematiske objekter. Det, at sociale grupper kan oparbejde regler og være enige om hvordan disse skal følges, er grundlaget for kommunikation overhovedet. Forsøger vi at spørge til en dybere mening med matematikken eller diskutere hvorvidt matematikken er absolut sikker eller ej har vi allerede ifølge Wittgensteins senere sprogopfattelse sprængt rammerne for meningsfuld sprogbrug og bevæger os ind på mytens og metafysikkens område. Det eneste filosoffen kan gøre er at klargøre hvilken brug vi gør af vores begreber og symboler. Ironisk nok er dette århundredes måske mest betydningsfulde filosof derfor blevet kaldt antifilosoffen, fordi han forkaster mange af de klassiske filosofiske spørgsmål, for eksempel hvorvidt matematikken giver os absolut sikker viden, som meningsløse spørgsmål.

Ifølge Wittgenstein fungerer matematikken som en ramme igennem hvilken vi kan beskrive vores omgivelser, og den er i en vis forstand arbitrær. Der er ikke nogen struktur i virkeligheden som tvinger os til at udvikle matematikken på en bestemt måde; derfor er der heller ikke én "rigtig" matematik. For Wittgenstein er både den intuitionistiske matematik der forbyder modstridsbeviser og den klassiske der accepterer dem, fuldt ud gyldige matematiske systemer. De udgør blot to forskellige rammer til beskrivelse af verden. Andre eksempler på fuldgode systemer kan være en matematik der ikke inkluderer de imaginære tal eller matematikken hos et naturfolk som tæller "1,2,3,4,mange". Wittgensteins pointe er at det sidstnævnte system kan synes meget begrænset, men det kan ikke kaldes mindre sandt end vores nutidige matematiske systemer. Den vestlige verdens matematik er blot en mere kompleks repræsentationsform.

Nutidige matematikfilosofier

Blandt de nutidige matematikfilosofier jeg har beskæftiget mig mest med er Paul Ernests Socialkonstruktivisme. Ernest er bedst kendt for at samle tråde op fra spændingsfeltet mellem didaktik, matematik og filosofi. I hans seneste bog *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics* er det dog, som titlen antyder, udelukkende matematikkens filosofi der er omdrejningspunktet. Det interessante ved Ernests arbejde er at han bruger Wittgenstein som en vigtig inspirationskilde og prøver at bruge dennes sprogopfattelse til at underbygge en tolkning af matematik som noget der hviler på sociale forhold (sociale konstruktioner) og ikke som noget selvstændigt eksisterende. Ifølge Ernest er matematiske objekter ikke, som for eksempel platonisten mener, abstrakte objekter der er uafhængige af menneskers gøren og laden.

Samtidig med indflydelsen fra Wittgenstein henter Ernest også argumenter fra Imre Lakatos (1922-1974), hvis teori har haft stor indflydelse på mange nutidige matematikopfattelser. Lakatos anser matematik for grundlæggende at udvikle sig gennem en dialektisk bevægelse bestående af udkastning af hypotese, beviser for hypotesen efterfulgt af modbeviser for samme, igen efterfulgt af en revideret hypotese, hvorefter processen kan starte forfra igen. Det afgørende ved dette synspunkt er, at der aldrig kan være tale om endelig argumentation for en matematisk sætning, da modbeviser principielt vil kunne dukke op med tiden og ikke engang Pythagoras' teorem kan regnes for absolut sikker viden.

Ernest formulerer i det følgende sin filosofis grundpiller, hvor betegnelsen "conventionalism" dækker over indflydelsen fra Wittgenstein:

> *"Social constructivism views mathematics as a social construction. It draws on conventionalism, in accepting that human language, rules and agreement play a key role in establishing and justifying the truths of mathematics. It takes from quasi-empiricism its fallibilist epistemology, including the view that mathematical knowledge and concepts develop and change. It also*

adopts Lakatos' philosophical thesis that mathematical knowledge grows through conjectures and refutations, utilizing a logic of mathematical discovery."

Med udgangspunkt i Wittgenstein og Lakatos søger Ernest at gennemføre en revolution i matematikkens filosofi i Poppers (og Lakatos') ånd, på linie med den der har fundet sted i videnskabsteorien i dette århundrede. Popper repræsenterer den holdning at videnskabernes teorier er principielt umulige at verificere som sande og han regner dem dermed for fejlbarlige i modsætning til mange tidligere videnskabsteoretiske opfattelser. Ernests mål er at vise at matematikken ikke adskiller sig fra naturvidenskaberne når det drejer sig om fejlbarlighed; der kan ifølge Ernest ikke være tale om absolut sandhed i forhold til matematikkens teoremer. Hans argumenter herfor hviler overvejende på inspirationen fra Lakatos. Ernest skelner derfor mellem absolutistiske og fallibilistiske matematikfilosofier. De førstnævnte postulerer at matematikken består af absolut sikker og sand viden, hvorimod fallibilisterne holder på at matematisk viden er principielt usikker og fejlbarlig.

Dette fallibilistiske synspunkt står Ernest ikke alene med. En række nutidige matematikfilosoffer støtter den opfattelse at matematik ikke bare er en foranderlig størrelse som følge af vores nye matematiske konstruktioner, men tillige at den matematiske viden vi har opbygget på grundlæggende vis er en usikker viden på lige fod med naturvidenskabernes viden. Blandt de mest fremtrædende fortalere for dette synspunkt kan Reuben Hersh og Thomas Tymoczko nævnes.

Sikker eller fejlbarlig viden

Det er klart fra det foregående at Wittgenstein ligesom Ernest ville beskrive matematikken som en social konstruktion, men dette kan betyde mere end en ting. Hvor Ernests projekt består i først og fremmest at påvise at al matematisk viden er usikker (fallible) på samme måde som fysikkens teorier er fejlbarlige er Wittgensteins opfattelse nærmest den stik modsatte. I fysik er forsøg og observationer en vigtig del af det videnskabelige arbejde, men i matematik spiller de ifølge Wittgenstein ingen rolle. Resultatet af 2+2 er uafhængigt af hvor tit vi har set et efterfølgende firetal fra beregningen. 2+2=4 er nemlig ikke noget vi har opdaget men derimod en repræsentationsform som vi er enige om brugen af, og som kun har realitet indenfor denne brug. Fordi matematikken i den forstand er uafhængig af empiriske forhold er det principielt umuligt at betvivle matematikkens sætninger på samme måde som man kan betvivle relativitetsteorien. I fysik er det, som Wittgenstein siger, en del af spillet at tvivl er tilstede. Med tiden kan der komme observationer som gør at vi må modificere en fysisk teori eller helt forkaste den. Men matematikeren er ikke en opdager, men en opfinder ifølge Wittgenstein. Forandringer kan kun ske i matematik hvis vi selv konstruerer nye matematiske strukturer og forlader brugen af de gamle. Eksempelvis vil Pythagoras' sætning aldrig kunne vises at være falsk. Den udtrykker ganske enkelt nogle af vores mest basale former til at repræsentere virkeligheden gennem og er bevist indenfor rammerne af vores nuværende matematiske system. Dermed er den ifølge Wittgenstein hævet over en sand/falsk distinktion, som rækker udover det matematiske system den er en del af.

Wittgenstein er blevet et ikon i nutidig filosofi. Hans tekster synes ofte tvetydige, og flere af dem er udgivet posthumt. Der er derfor heftig strid om tolkningen af Wittgensteins matematikopfattelse såvel som mange andre aspekter af hans filosofi, og det jeg har fremført her er blot en enkelt kortfattet udlægning. Ikke desto mindre er det en meget opfindsom tolkning af Wittgensteins opfattelse af matematik og sprog der kan sætte ham indenfor rammerne af en teori der postulerer at matematik er en lige så fejlbarlig disciplin som naturvidenskaberne. Efter min opfattelse har Ernest været for opfindsom i sin tolkning af Wittgenstein. Mine argumenter for denne opfattelse har der kun været sparsomt plads til her, så hvis man er interesseret i dette essays emne kan jeg kontaktes på kbmorc@mail1.stofanet.dk. En hundrede siders Word-fil ligger og venter…

Litteratur:

Ernest, Paul: *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*; State University of New York Press 1998, Albany.

Lakatos, Imre: *Proofs and Refutations*; Cambridge University Press 1981.

Shanker, Stuart: *Wittgenstein and the Turning-Point in the Philosophy of Mathematics*; Croom Helm Ltd. 1987, London.

Wittgenstein, Ludwig: *Filosofiske Undersøgelser*; Gyldendals Bogklubber 1994.

Wittgenstein, Ludwig: *Remarks on the Foundations of Mathematics*; Basil Blackwell 1978, Oxford, 3rd edition.

Nyt bidrag til matematikkens filosofi: Platonisme og anti-platonisme

Siavash Sharifi

Mark Balaguer, lektor i filosofi ved *California State University*, har ladet sig provokere af Paul Benacerrafs artikel *Mathematical Truth* fra 1973. Han har derfor brugt et par års forskningsstipendiater hist og her, som han nu kunne anskaffe sig, til at fremkomme med et adækvat svar på Benacerrafs udfordringer. Udfaldet er ikke en artikel, men en diskussionsmættet bog på over 200 sider, som berører de fleste af genstandsområderne inden for matematikkens filosofi.

Matematisk sandhed og matematisk viden

I den nævnte artikel tager Benacerraf udgangspunkt i, at vi mangler en tilfredsstillende redegørelse for sammenkoblingen af matematisk sandhed og matematisk viden ([Benacerraf], p. 405). En tilstrækkelig sandhedsteori skal ifølge Benacerraf behandle og redegør for sætningerne:

(**1**) Der er i det mindste tre store byer ældre end New York.

(**2**) Der er i det mindste tre perfekte tal større end 17.

på samme måde. Der er nemlig kun én redegørelse for sandhed: Tarskis semantiske definition af sandhed. Sandhedsbegrebet i matematik skal ikke være en undtagelse på den tarskiske definition ([Benacerraf], p. 408). Det grundlæggende spørgsmål for Benacerraf er nu, hvordan et sandhedsbegreb i matematik skal komme i stand på en sådan måde, at Tarskis velkendte S-, og T-skemaer ikke forbliver uden reference. Af den grund er hans foretrukne sandhedsteori kausal: Hvis personen *X* skal vide, at *S* er sand, er det påkrævet, at der er en eller anden form for kausal relation mellem *X* på den ene side og navnenes, prædikaternes og kvantorernes

referencer i *S* på den anden side ([Benacerraf], p. 412).
Lad os kigge på et eksempel, som Benacerraf drager frem som repræsentant for realistisk eller standard synspunkt. Gödel pointerer i artiklen *What is Cantor's Continuum Problem?* (1964), at vi har en direkte og umiddelbar viden (perception) om mængelærens abstrakte objekter. Gödels begrundelse er, at aksiomerne i mængdelæren påtvinger sig os som værende sande. Gödel kalder den slags perception for matematisk intuition ([Gödel], pp. 483-4).
Det anførte tager Benacerraf som belæg for eget synspunkt: En redegørelse for matematisk sandhed skal forbinde to faktorer: (**1**) Hvordan vi får viden om vores basale postulater og (**2**) hvordan vi fortolker det referentielle apparat for vores teorier. Svagheden hos Gödel er ifølge Benacerraf imidlertid den, at han ikke angiver en nærmere bestemmelse for aksiomernes 'påtvingen sig' ([Benacerraf], p. 415).[1] Omridset ovenfor er Benacerrafs udfordringer til det matematiske samfund, som Balaguer føler sig stillet over for.

Balaguers problemstilling

Det kan være et interessant metafysisk projekt at stille sig spørgsmålet, hvad matematikkens teori og praksis fortæller os om verden og især om eksistensen af abstrakte objekter forstået som entiteter uden for tid og rum. Det er Balaguers hovedspørgsmål ([Balaguer], p. 4). Han afslører sit fund med det samme: Der findes ingen overbevisende argumenter for eller imod troen på eksistensen af abstrakte objekter. Med andre ord, både platonisme og anti-platonisme er gode matematikfilosofier (*ibid.*). Balaguer har opdelt sin bog i tre dele. I del 1 forsvarer han en bestemt version af platonisme. En særlig version af anti-platonisme fastholdes i del 2. Bogens sidste del underminerer de forudgående dele med det udfald, at der ingen kendsgerninger findes, i kraft af hvilke

[1] For en mere udførlig diskussion af Gödels matematikfilosofi se Terese Nielsen: *Gödel og matematikkens filosofi* i nærværende nyhedsbrevs Nummer 3, April 1998, pp. 2-7.

man kan afgøre, om platonisme eller anti-platonsime er korrekt (p. 5). Den gennemførte og fuldblodsplatonisme (***f**ull-**b**looded **p**latonism*), som Balaguer forsvarer, er det synspunkt, at alle logisk mulige matematiske objekter eksisterer (p. 7). Den forsvarede anti-platonisme i bogens anden del er opdigtethedslæren (*fictionalism*) i matematikken: Den lære, der anser matematiske udsagn for at have samme ontologiske status som sætningen "Julemanden bor på nordpolen": en fiktion. Opdigtethedslæren tager, på linje med platonisme, matematiske udsagn og teorier for pålydende. Sætningen "3 er et primtal" handler om tallet 3 og dets egenskab, men den er bare falsk, idet den ikke refererer til nogen entiteter: Opdigtethedslæren vedkender sig ikke til eksistensen af abstrakte objekter (p. 12). Problemet med denne lære er matematikkens anvendelse, idet man kan indvende, at udsagnet "4 er et primtal" er lige så falsk som det første udsagn "3 er et primtal". Hvordan kan det lade sig gøre at anvende matematikkens falske udsagn i naturvidenskaberne, hvis uomgængelige nytte gennemsyrer det moderne liv? Balaguer forsøger hen ad vejen at løse vanskeligheden ved at ty til nominalisme (p. 14). Nominalisme skal forstås som forsøget på at adskille matematikken fra eksempelvis teorierne i fysik: Fysikken bliver således nominaliseret (p. 16). Balaguers problemstilling er således den, at de to diametralt modsatte filosofier for matematik **FBP** og opdigtethedslæren er lige gode og forsvarlige. Men vi kan aldrig nogensinde finde argumenter til at afgøre, hvilken af de to der er den rigtige. I det følgende vil jeg kigge nærmere på Balaguers centrale argumenter.

Platonisme

Balaguer omformulerer Benacerrafs epistemologiske argument imod platonisme og hans ønskede kausale erkendelsesteori på følgende måde.

(**1**) Mennesker eksisterer i tid og rum (*spacetime*).

(**2**) Hvis der er abstrakte objekter, så eksisterer de uden for tid og rum.
Af (**1**) og (**2**) v.h.a. kausal erkendelsesteori følger:
(**3**) Hvis der eksisterer abstrakte objekter, så ville mennesker ikke kunne opnå viden herom (p. 22).
Her kan man vælge forskellige løsningsforslag til at afvise, at vi ikke kan opnå matematisk viden. Man kan afvise (**1**) og lige som Gödel argumentere for, at man på en eller anden måde kan komme i kontakt med det matematiske rige (*realm*). Man kan også afvise (**2**) og argumentere for en naturalistisk epistemologi for matematik gående ud på, at man ved almen perception, som når vi perciperer fysiske objekter, kan få informationer om matematiske objekter. Balaguer nævner her Penelope Maddy som tilhænger af denne respons (p. 24), som hun senere er gået væk fra (p. 28).
Balaguers egen løsning er en accept af (**1**) og (**2**) og en afvisning af (**3**): De tidsrumlige mennesker kan opnå viden om abstrakte objekter uden for tid og rum (p. 25).

Balaguer angriber en lang række platonistiske skoler for til sidst at vise, at hans egen fuldblodsplatonisme er den eneste holdbare. Penelope Maddys naturalistiske platonisme i bogen *Realism in Mathematics* (1990) afvises derved, at når vi ser og perciperer en samling af genstande (*aggregate*), får vi ingenlunde nogen data om de uendelig mange mængder, der kan dannes ud fra samlingen. Ingen data kan fås om disse mængder, der går ud over, hvad vi i forvejen har fået ved sanseperceptionen (p. 33). Hvad angår de platonistiske skoler, der anser det for muligt at have viden om de abstrakte objekter uden en kontakt i fysisk forstand med dem (det kan være en eller anden form for abstraktion efter iagttagelse, eller anskuelser inklusiv Kants ankuelsesformer, eller introspektion og bearbejdning af bevidsthedens indtryk af genstande, og deslige), fremdrager Balaguer bl.a. det argument, at det er epistemologisk irrelevant, hvorledes vores åndsevner opererer; matematik kan endda opdigtes. Hvis vi ikke ved, at der findes matematiske kendsgerninger (*facts*), som vi kan afprøve vores viden på, så er den påståede matematiske viden upålidelig (pp. 37-9).

Der er endnu en rival til **FBP** tilbage: Strukturalismen, som Resnik og Shapiro er eksponenter for. De fremlægger ifølge Balaguer det synspunkt, at man kan opnå viden om matematiske strukturer ved at konstruere aksiomssystemer, der frembringer implicitte definitioner af matematiske strukturer (p. 45). Han gendriver den matematiske strukturalisme ved at påpege, at strukturalismen er tavs om, hvilket af de mulige aksiomssystemer, som man nu en gang kan fremsætte, der kan udvælge strukturer fra det matematiske rige (*ibid.*)

Lad os nu kigge på forsvaret for fuldblodsplatonisme. Hvordan vil vi forholde os til en lille piges tro på, at julemanden er tyk? Hendes tro handler da **om** julemanden, men på en tynd måde (*thinly*) for at bruge Balaguers nydannelse, som anser eksempelvis sætningen "RUC ligger tæt på Trekroner station" for at handle **om** RUC på en tyk måde (*thickly*) (pp. 48-9). Matematik handler hos Balaguer således om matematiske objekter på en metafysisk set tynd måde. Udtrykt på anden måde, mennesker har ikke *de re*[2] matematisk viden: Al matematisk viden er viden gennem beskrivelse (*description*). Han drager heraf den konklusion, at man i fuldblodsplatonisme ikke behøver at være forbundet (*connected*) med abstrakte objekter (p. 49), lige så lidt som den lille pige er forbundet med julemanden i sin "tynde" tro. Heri ligger bogens centrale argument: Man kan have en tynd tro om et objekt uden, at dette behøver at eksistere. Påstanden er nu i lighed med det anførte, at man kan formulere matematiske teorier, der handler om matematiske objekter på en tynd måde. Den eneste betingelse er, at matematiske teorier skal være konsistente, idet en konsistent teori i **FBP** beskriver **nogle** samlinger af matematiske objekter (p. 50). Balaguer

[2] Af latin *de* (om, vedrørende) og *res* (ting).

synes, at matematisk praksis og historie støtter ham: En matematisk teori bliver afvist, fordi den eksempelvis er nytteløs, uinteressant eller inkonsistent. Ingen teori afvises på den baggrund, at de beskrevne matematiske objekter i teorien ikke eksisterer (p. 56). Et andet kendetegn ved fuldblodsplatonisme er dens understregning af, at en konsistent matematisk teori beskriver en **del** af det matematiske rige. Hvis en lunefuld matematiker nægter eksistensen af tallet 7 i de naturlige tal, er det korrekt i **FBP**, idet den mærkværdige matematikers teori beskriver en **del** af det matematiske rige. Hvis han påstod, at hans teori er gyldig for det ganske matematiske rige, så ville hans teori være forkert (p. 67).

En fuldblodsplatonist opnår viden uden nogen som helst kontakt med abstrakte objekter. Det eneste, han har brug for, er viden om en teoris konsistens. For at vide, at ”4 er lige” og ”4 er positivt” er konsistente med hinanden, er det ikke påkrævet at have adgang til det abstrakte objekt tallet 4; og ”således er Benacerrafs mangel-på-kontakt bekymring om platonisme fuldstændigt forsvundet” (p. 73).

Anti-platonisme

Efter at have forsvaret den eneste holdbare platonisme går Balaguer i kast med at forsvare den eneste rigtige anti-platonisme. Som bekendt er det bedste forsvar et angreb: Anti-platonisme angriber platonismens hjerte. Platonismens kæphest er den fregeanske påstand, at matematik kan anvendes, fordi matematiske teorier er sande (p. 95). Balaguer vil vise, at matematiske teorier er fiktion, men til trods for dette kan matematikken anvendes (p. 96). En måde at fremføre dette synspunkt på er at nominalisere empiriske teorier, hvilket vil sige, at teorierne omformuleres således, at de kommer til ikke at indeholde nogen reference til og kvantifikation over abstrakte objekter (p. 113). Eftersom naturvidenskaberne, især fysik, er tæt forbundet med matematik, tjener nominaliseringen det formål at adskille naturvidenskabernes rent

nominalistiske indhold fra de rent platonistiske kendsgerninger, som har sneget ind i naturvidenskaberne via matematikkens anvendelse. Derfor ser Balaguer ikke noget i vejen for at erklære det nominalistiske indhold som sandt og det platonistiske indhold fiktivt og opdigtet (p. 134). Det metafysiske grundlag for denne påstand er, hvad han kalder princippet om matematiske objekters kausale uvirksomhed (*principle of causal inertness*- **PCI**), fordi de er uden for tid og rum og derfor forskellige fra fysiske objekter, der kan påvirker vores sanseapparat (p. 136). Balaguer finder det slet ikke mærkeligt og kontraintuitivt, at fiktion kan yde beskrivelseshjælp til videnskaben: Man kan sagtens drage beskrivelsesnytte af George Orwells *Animal Farm* til en historisk beskrivelse af årene omkring den russiske revolution (*ibid.*).
Alligevel virker Balaguer ikke helt tilfreds med sin forklaring på matematikkens anvendelighed. Men han trøster sig med, at han ikke har gjort ondt værre: Det er alle matematikfilosofiers problem at redegøre for matematikkens anvendelse (p. 143). Konklusionen på alt dette er den, at vi ingen gode argumenter har for eller imod eksistensen af abstrakte objekter, og aldrig kan have sådan et argument (p. 151). Eftersom de matematiske objekter er kausalt uvirksomme, gør deres eksistens og mangel på samme ingen forskel på matematisk praksis eller på hvad, der rører sig i det matematiske samfund og matematikernes hoveder; derfor er spørgsmålet metafysisk uafgørbart (p. 157).
De fremlagte synspunkter minder kraftigt om logisk positivisme. Men Balaguer påstår, at hans positivisme er mildere end logisk positivisme; den begrænser sig til spørgsmålet om eksistensen af abstrakte objekter: Spørgsmålet er kun faktuelt uafgørbart, men kontroversen herom er ikke meningsløs (p. 159). Han vil ikke som en anti-platonist sige, at der ikke eksisterer abstrakte objekter. Der er ingen gode begrundelser for denne påstand. Desuden kunne der intuitivt

eksistere sådanne objekter; vi har bare intet begreb herom (p. 167), fordi abstrakte objekter er ikke-fysiske, ikke-mentale, ikke-kausale og ikke-tidsrumlige (p. 166).

Diskussion

Balaguers bog er et galleri af positioner, argumenter og modargumenter mod både fiktive og virkelige modstandere. Det er derfor ikke så svært at finde på modeksempler mod ham hist og her i bogen, men det vil gå ud over en helhedsvurdering af bogen. Bogen er meget åbent og ærligt skrevet. Når et synspunkt fremsættes, får vi at vide, om det er et argument, et forklarende eksempel eller en vag intuition. Det, der ikke fremgår eksplicit i bogen, er forfatterens ambition om at være opsigtsvækkende. Ved første læsning er bogen også opsigtsvækkende. Med sit negative udfald er den overraskende. Den er ikke transcendental som hos Kant eller ligesom diskursanalyse i fransk filosofi, hvor man fastsætter mulighedsbetingelser for filosofisk tænkning. Derfor virker Balaguers fuldblodsplatonisme og anti-platonisme påtaget. Bogens centrale matefysiske distinktion tynd-tyk reference er både ubegrundet og *ad hoc*. Den er i bedste fald baseret på en analogi.

Skønt matematisk sprogbrug kan give indtrykket af, at matematiske objekter er abstrakte og befinder sig i et matematisk rige, udelukker matematisk praksis et sådant billede. En matematisk teori fremkomme ved (**1**) eksplicit definition, (**2**) implicit definition og (**3**) konstruktion. Herved vil jeg antyde, at matematik har et genstandsområde (*subject matter*): Den handler om noget. Dette ”noget” er altid ad konstruktionsveje og bevismetoder reproducerbart. Hvis vi tager tavlen og kridtet fra matematikeren, kan han eller hun intet udrette. En matematiker taler derfor ikke om matematiske objekter på samme måde som børn taler om julemanden.

Balaguers redegørelse for matematikkens anvendelse er ikke overbevisende. Som en fuldblodsplatonist (i del 1) ser han sig ikke nødsaget til at angive en begrundelse for matematikkens anvendelse ud over, at matematiske teorier kan anvendes, fordi de er sande. I del 2 begrunder han matematikkens anvendelse med, at der er en homomorfi mellem matematiske og fysiske objekter, når man f.eks. måler temperatur og længde. Denne begrundelse kan problematiseres, thi ud over visse homomorfier kan der være tale om visse konventioner (dvs. en del passende fortolkninger af matematiske teorier), som ikke nævnes i bogen. Desuden skal man i givet fald redegøre for relevansen af matematiske teorier for et foreliggende empirisk problem. Balaguers bog er velskrevet og fyldt med overraskende indsigter og dybsindige bemærkninger, som er af filosofisk interesse. Som et vidnesbyrd om nye tendenser i matematikkens filosofi er den absolute værd at læse.

Mark Balaguer: *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*. Oxford University Press, 1998, X + 217 pp.

Litteratur

[Benacerraf] Paul Benacerraf: *Mathematical Truth* (1973), pp. 403-20. Gengivet i *Philosophy of Mathematics*, second edition (1983), Paul Benacerraf & Hilary Putnam (eds.), Cambridge University Press.
Paul Bernays: *On Platonism in Mathematics* (1935), pp. 258-71. Benacerraf & Putnam (1983).
Jonathan Dancy: *Introduction to Contemporary Epistemology*, Blackwell Publishers, 1985. (Chapter 10) Theories of Perception, pp. 143-59.
[Gödel] Kurt Gödel: *What is Cantor's Continuum Problem*? (1964), pp. 470-85. Benacerraf & Putnam (1983).
Bertrand Russell: *The Principles of Mathematics*, 1903, 1937 (Norton paperback editon reissued 1996). (Chapter XXI) Numbers As Expressing Magnitudes: Measurement, pp. 176-83; & (Chapter XXXIII) Real Numbers, pp. 270-75.