



AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Aalborg Universitet

Stålkonstruktioner

eksempler

Ehlers, P.; Kloch, Søren

Publication date:
1999

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):

Ehlers, P., & Kloch, S. (1999). *Stålkonstruktioner: eksempler*. (2. udgave udg.) Institut for Bygningsteknik, Aalborg Universitet. U/ Nr. U9907

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- ? Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- ? You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- ? You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

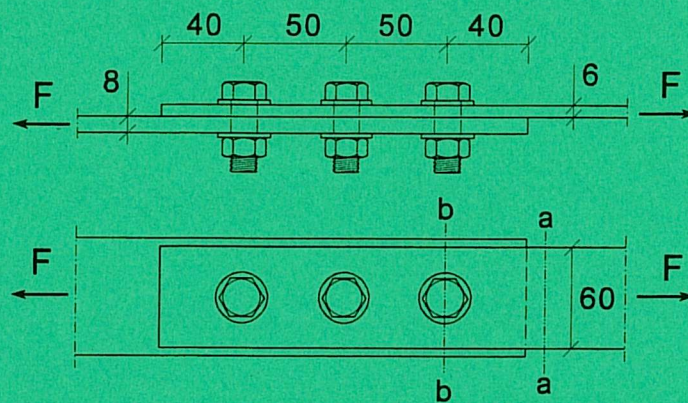
Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.



STÅLKONSTRUKTIONER EKSEMPLER

2. reviderede udgave



Pkt. 6.6.3: Hulrandsbæreevne:

Hulafstandene er optimale, jf. DS 412 pkt. 6.6.9. Derfor er $c_1 = c_2 = 1$.

$$F_{b,R} = 2,5 c_1 c_2 d t f_{ud} = 2,5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 238 \cdot 10^{-3} = 43,8 \text{ kN} \quad F \leq 3 F_{b,R} = \underline{128,4 \text{ kN}}$$

Pkt. 6.6.4: Overklipningsbæreevne:

For bolte i styrkeklasse 8.8 er $c_3 = 0,6$. Spændingsarealet for M12 er: $A_s = 86,3 \text{ mm}^2$.

Forskydningsplanet går gennem gevindet; derfor er $A = A_s$ i denne formel.

$$F_{v,R} = c_3 A f_{ub,d} = 0,6 \cdot 86,3 \cdot 559 \cdot 10^{-3} = 29,0 \text{ kN} \quad F \leq 3 F_{v,R} = \underline{86,9 \text{ kN}}$$

3.7: Trækstyrke af fladstål:

(bruttoareal):

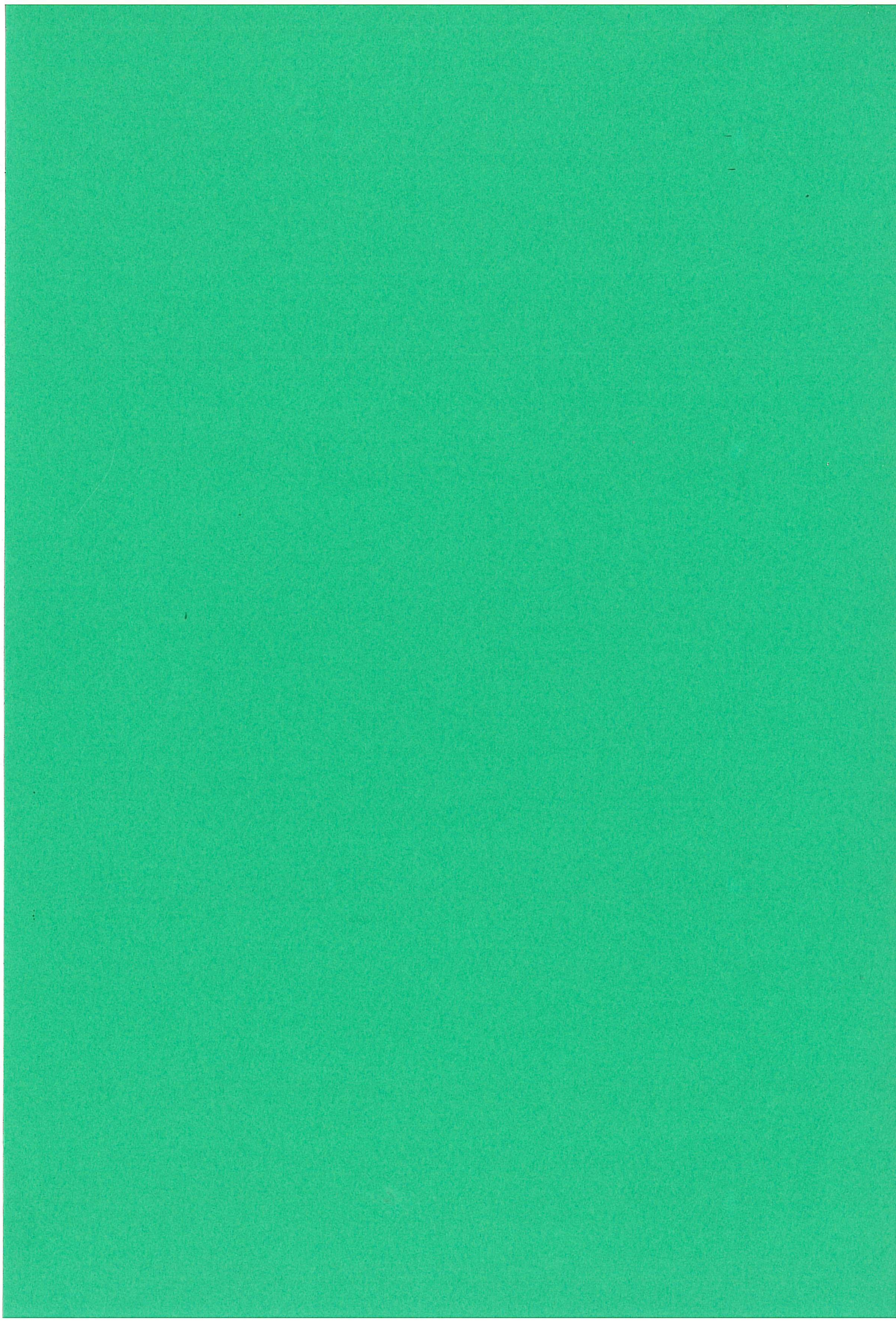
$$= 6 \cdot 60 \cdot 201 \cdot 10^{-3} = 60,3 \text{ kN}$$

$$F \leq F_{t,R} = \underline{60,3 \text{ kN}}$$

(nettoareal):

$$= 6 \cdot (60 - 13) \cdot 238 \cdot 10^{-3} = 60,4 \text{ kN}$$

$$F \leq F_{t,R} = \underline{\quad}$$



FORORD

Denne eksempelsamling henvender sig først og fremmest til studerende på Ingeniørhøjskolen i Århus (Bygningsteknisk afdeling) og Aalborg Universitet (B-sektoren). Eksemplerne vedrører både stålnormen, DS 412:1998, og det fælleseuropæiske ESDEP-undervisningsmateriale udarbejdet under projektet European Steel Design Education Programme [1].

Formålet med eksemplerne er dels at vise, hvorledes dimensionering af stålkonstruktioner gennemføres efter den nye danske stålnorm DS 412:1998, dels at uddybe ESDEP-lektionernes gennemgang af teorier og metoder. Eksemplerne er derfor forsynet med henvisninger til de aktuelle punkter i DS 412 og til de relevante ESDEP-lektioner. Endvidere er der udarbejdet et samlet oversigt (Index) over, hvor de forskellige punkter i normen behandles.

De fleste eksempler består af taleeksempler med dimensionering af konkrete konstruktions-elementer og -samlinger efter DS 412, men i nogle eksempler er hovedvægten dog lagt på at demonstrere beregningsprincipper for hele konstruktioner.

Generelt benyttes symbolerne fra DS 412 i eksemplerne, og desuden benyttes en række forkortelserne for normens begreber, således SIK for sikkerhedsklasse, MAK for materialekontrolklasse og LAK for lastkombination.

Det bemærkes, at en del af eksemplerne er reviderede udgaver af eksempler der tidligere har været benyttet i samlingen A. Albertsen & S. Kloch: STÅLKONSTRUKTIONER. Eksempelsamling, 3. udgave august 1995, U9510)

Forord til 2. reviderede udgave, august 1999

En del af eksemplerne er rettet eller omarbejdet og der er tilføjet enkelte nye. Desuden er alle eksempler revideret i overensstemmelse med den endelige udgave af DS 412:1998.

Genoptrykt med mindre rettelser januar 2002.

[1] Kursusmaterialet omfatter en række udvalgte lektioner fra ESDEP-materialet som er oversat og bearbejdet af A. Albertsen, P. Ehlers, S. Kloch, I. Larsen og udgivet under titlen

STÅLKONSTRUKTIONER: ELEMENTER, december 1997 ISSN 1395-8232 U9712

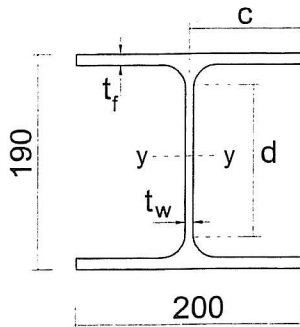
STÅLKONSTRUKTIONER: SAMLINGER, december 1997 ISSN 1395-8232 U9713

INDHOLDSFORTEGNELSE

Eksempel	Emne	Side
1	Tværsnitsklassifikation	3
2	Overkritisk bæreevne	4
3	Dimensionering af bjælke	7
4	Tværsnitsundersøgelse ved samtidig N, V og M	8
5	Kritisk moment med hensyn til kipning	10
6	Bjælke med tværlast i kroppens plan	13
7	Tværbelastet trækstang	15
8	Centralt påvirkede trykstang	17
9	Momentpåvirket trykstang	19
10	Fastlæggelse af teoretisk knæklængde	22
11	Fastholdelse af trykkede dele	24
12	Dimensionering af kantsømme	26
13	Bæreevne af momentpåvirket kantsøm	28
14	Boltesamling - kategori A	30
15	Boltesamling - kategori B	32
16	Boltesamling - kategori C	34
17	Tværpladestød - plastisk beregning	36
18	Boltet bjælke-søjlesamling	38
19	Bæreevne af boltet tværpladestød	42
20	Ekscentrisk belastet boltegruppe	45
21	Dimensionering af rammehjørne	48
22	Boltet knudesamling i gitterkonstruktion	54
23	Vindgitter i bygning med saddeltag	57
	Indeks	61

Tværsnitsklassifikation

1)



HE 200 A, momentpåvirket om y-aksen.

a)

Stål: S235 $\Rightarrow \epsilon = 1$

Flange: $\frac{c}{t_f} = \frac{100}{10} = 10 \leq 10 \epsilon = 10$: klasse 1

Krop: $\frac{d}{t_w} = \frac{190 - 2(10 + 18)}{6,5} = 20,6 < 72 \epsilon = 72$: klasse 1

Tværsnitsklasse: 1

b)

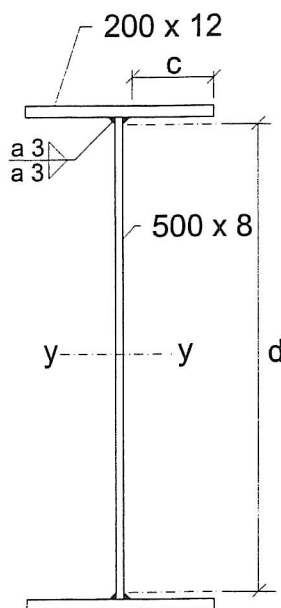
Stål: S355 $\Rightarrow \epsilon = (235/355)^{0,5} = 0,81$

Flange: $\frac{c}{t_f} = \frac{100}{10} = 10 < 15 \epsilon = 12,2$: klasse 3

Krop: $\frac{d}{t_w} = \frac{190 - 2(10 + 18)}{6,5} = 20,6 < 72 \epsilon = 58,3$: klasse 1

Tværsnitsklasse: 3

2)



Opsvejst I-profil af S275 $\Rightarrow \epsilon = (235/275)^{0,5} = 0,92$

a)

Momentpåvirket om y-aksen:

Flange: $\frac{c}{t_f} = \frac{100 - 4 - 3\sqrt{2}}{12} = 7,65 < 9 \epsilon = 8,3$: klasse 1

Krop: $\frac{d}{t_w} = \frac{500 - 2 \cdot 3\sqrt{2}}{8} = 61,4 < 72 \epsilon = 66,2$: klasse 1

Tværsnitsklasse: 1

b)

Påvirket af tryknormalkraft:

Flange: $\frac{c}{t_f} = \frac{100 - 4 - 3\sqrt{2}}{12} = 7,65 < 9 \epsilon = 8,3$: klasse 1

Krop: $\frac{d}{t_w} = \frac{500 - 2 \cdot 3\sqrt{2}}{8} = 61,4 > 42 \epsilon = 38,6$: NB!

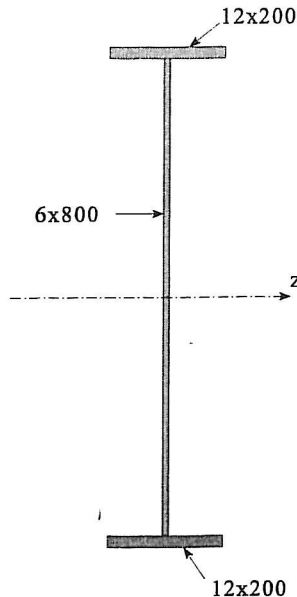
Kroppen overholder ikke tværsnitsklasse 3.

Tværsnitsklasse: 4

Overkritisk bæreevne

I det viste opsvejste I-profil ønskes den kritiske spænding svarende til begyndende foldning og overkritisk bæreevne for kroppladen bestemt når denne påvirkes med normal- eller forskydningskraft. Desuden bestemmes bøjningsbæreevnen for det samlede tværsnit.

Kroppladen regnes simpelt understøttet langs flangepladerne og da der ikke er afstivninger betragtes den som værende lang i forhold til højden.



SIK & MAK: Normal

$\gamma_m = 1.17$ for flydespænding og E-modul

Stål S235: $f_{yk} = 235$ MPa

$E = 0.21 \cdot 10^6$ MPa

$\nu = 0.3$

Den kritiske spænding efter elasticitetsteorien, se fx. lektion 7.2, beregnes af

$$\sigma_{cr} = k_{\sigma} \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

Formlen til beregning af den kritiske spænding er udledt for en perfekt plade af liniærelastisk materiale. Foldningsfaktoren k_{σ} , der afhænger af pladens form, understøtningsbetingelser og spændingstilstanden, kan fx. aflæses i tabel i Ståbien. For tværsnit i klasse 4 (se eksempel 1), hvor der sker foldning i trykkede tværsnitsdele før spændingen når op på flydespændingen, tillader DS 412, at den overkritiske bæreevne udnyttes ved at basere beregningen på flydning i de randzoner, der udgør det *effektive tværsnit*.

1) Normalkraft

For normalkraft bliver den regningsmæssige kritiske spænding efter elasticitetsteorien

$$\sigma_{cr} = 4.0 \frac{\pi^2 \cdot 0.21 \cdot 10^6 / 1.17}{12(1-0.3^2)} \left(\frac{6}{800}\right)^2 = 36.5 \text{ MPa}$$

og det relative slankhedsforhold $\lambda = \sqrt{\frac{f_{yd}}{\sigma_{cr}}} = \sqrt{\frac{235/1.17}{36.5}} = 2.35$

DS 412 angiver også λ ved et udtryk der indeholder foldningsfaktoren k_{σ} og en materialeparameter $\epsilon = (235/f_{yk})^{0.5}$ idet ovenstående udtryk for σ_{cr} er indsat sammen med E og ν for stål.

Da $\lambda > 1.25$ beregnes normalspændingen svarende til begyndende foldning af

$$\sigma_b = f_{yd} / \lambda^2 = 36.5 \text{ MPa}$$

svarende til den elasticitetsteoretiske værdi og en normalkraft i kroppladen på 175 kN.

Bemærk, at med samme partialkoefficient på flydespænding og E-modul bliver λ uafhængig af om det er anvendelses- eller brudgrænsetilstanden.

Ved beregning af den overkritiske bæreevne indføres den effektive bredde, og da $\lambda > 0.673$ benyttes Winters formel (jvf. også lektion 7.3)

$$b_{\text{eff}} = \rho \cdot b = (\lambda - 0.22)/\lambda^2 \cdot 800 = 309 \text{ mm}$$

Den overkritiske bæreevnen af kroppladen beregnes herefter som $N_{\text{c.R}} = t \cdot b_{\text{eff}} \cdot f_{\text{yd}} = 372 \text{ kN}$

og er således betydelig større end værdien svarende til begyndende foldning (175 kN), men langt mindre end pladens regningsmæssige flydebæreevne, som er 964 kN.

2) Forskydning

Den regningsmæssige kritiske forskydningspænding efter elasticitetsteorien bliver

$$\tau_{\text{cr}} = 5.35 \frac{\pi^2 \cdot 0.21 \cdot 10^6 / 1.17}{12(1 - 0.3^2)} \left(\frac{6}{800}\right)^2 = 48.8 \text{ MPa}$$

og det relative slankhedsforhold $\lambda = \sqrt{\frac{f_{\text{yd}}/\sqrt{3}}{\tau_{\text{cr}}}} = \sqrt{\frac{235/\sqrt{3}/1.17}{48.8}} = 1.54$

DS 412 giver ingen anvisning på, hvordan begyndende forskydningsfoldning opstår, men benyttes samme udtryk som for normalspændingen fås, idet $\lambda > 1.25$

$$\tau_b = (f_{\text{yd}}/\sqrt{3})/\lambda^2 = 48.8 \text{ MPa}$$

svarende til den elasticitetsteoretiske værdi. For kroppladen i et opsvejt I-profil regnes forskydningsarealet til $A_v = t \cdot d$ og forskydningskraften under hensyntagen til begyndende foldningen bliver dermed $V = A_v \cdot \tau_b = 234 \text{ kN}$.

Ved beregning af den overkritiske forskydningsbæreevne benyttes følgende udtryk idet $\lambda > 1.2$

$$\tau_b = [0.9/\lambda] (f_{\text{yd}}/\sqrt{3}) = 67.8 \text{ MPa}$$

svarende til en forskydningskraft på $V_R = A_v \cdot \tau_b = 325 \text{ kN}$

Også her er det en fordel at basere dimensioneringen på den overkritiske bæreevne.

3) Bøjning

Ved undersøgelse af bøjningspåvirkninger er det nødvendigt at betragte det samlede I-profil der har følgende tværsnitskonstanter (se figur):

$$A = 2 \cdot 200 \cdot 12 + 6 \cdot 800 = 9600 \text{ mm}^2$$

$$I_{\text{el}} = 2 \cdot 200 \cdot 12 \cdot (400 + 12/2)^2 + 6 \cdot 800^3/12 = 1047 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$W_{\text{el}} = I_{\text{el}}/(400+12) = 2.54 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

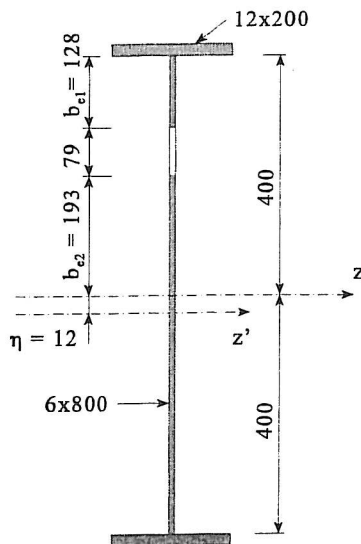
Ved ren momentpåvirkning af kroppladen er $k_o = 23.9$ der indsat i ovenstående udtryk giver en regningsmæssig kritisk spænding efter elasticitetsteorien på $\sigma_{\text{cr}} = 218 \text{ MPa}$ og et relative slankhedsforhold

$$\lambda = \sqrt{\frac{f_{\text{yd}}}{\sigma_{\text{cr}}}} = 0.96$$

Da $0.8 < \lambda < 1.25$ beregnes normalspændingen svarende til begyndende foldning af

$$\sigma_b = f_{\text{yd}} (1 - 0.8(\lambda - 0.8)) = 175.1 \text{ MPa}$$

og det tilsvarende moment bliver $M = 175.1(412/400)W_{\text{el}} = 458 \text{ kNm}$



Da $\lambda > 0.673$ benyttes Winters formel bestemmelse af den effektive bredde (højde) af trykzonen

$$b_{\text{eff}} = (\lambda - 0.22)/\lambda^2 \cdot 800 / (1 - \psi) = 321 \text{ mm}$$

idet $\psi = -1$ ved ren bøjning.

Den effektive bredde fordeles som angivet i Tabel V 6.3.3 med $b_{e1} = 0.4 \cdot b_{\text{eff}} = 128 \text{ mm}$ og $b_{e2} = 0.6 \cdot b_{\text{eff}} = 193 \text{ mm}$, se figur.

Placeringen af det effektive tværsnits tyngdepunktsakse z' bestemmes af:

$$\eta = (6 \cdot 79)(193 + 79/2) / (A - 6 \cdot 79) = 12 \text{ mm}$$

Herefter beregnes tværsnitskonstanterne for det effektive areal

$$I_{\text{eff}} = I_{e1} + A \cdot 12^2 - (6 \cdot 79^3 / 12 + 6 \cdot 79(205 + 79/2)) = 1020 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$W_{\text{eff}} = I_{\text{eff}} / (412 + \eta) = 2.41 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

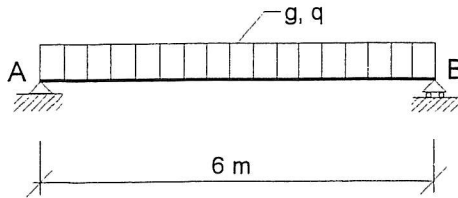
Den overkritisk bøjningsbæreevne $M_{c,R} = f_{yd} \cdot W_{\text{eff}} = 483 \text{ kNm}$

I dette tilfælde er forøgelsen i forhold til bæreevnen ved begyndende foldning (458 kNm) beskeden, men ved anvendelsen af en bedre stål kvalitet kan fordelen ved at dimensionere på grundlag af den overkritiske bæreevne dog være betydelig.

Dimensionering af bjælke

ESDEP-lektion 7.8.1

Den viste simpelt understøttede bjælke indgår i en etageadskillelse. Bjælkens overkant er fastholdt sideværts, så der ikke er fare for kipning. Der skal vælges et passende standardprofil.



SIK & MAK: Normal

Stål: S235: $f_{yd} = 235/1,17 = 201 \text{ MPa}$ Last: egenlast: $g = 3 \text{ kN/m}$ nyttelast: $q = 7 \text{ kN/m}$

I LAK 1 (anvendelsesgrænsetilstand) findes det nødvendige inertimoment I_{nodv} .

I LAK 2.1 (brudgrænsetilstand) findes det nødvendige modstandsmoment W_{nodv} og det nødvendige forskydningsareal $A_{v,nodv}$.

LAK 1

Den største acceptable udbøjning vælges jf. normens vejledning pkt. 5.1(3) :

For den variable last (= nyttelasten) vælges $u_{max} = \ell/400$, hvor ℓ er bjælkens spændvidde.

Ved hjælp af ståbiens udbøjningsformel fås: $u = \frac{5 q \ell^4}{384 E I} \leq u_{max} = \ell/400 = 15 \text{ mm}$

Formlen omskrives lidt: $I_{nodv} = \frac{5 q \ell^4}{384 E u_{max}} = \frac{5 \cdot 7 \cdot 6000^4}{384 \cdot 210000 \cdot 15} = \underline{37,5 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}$

LAK 2.1

Regningsmæssig last: $p_d = g + 1,3 q = 3 + 1,3 \cdot 7 = 12,1 \text{ kN/m}$

Største snitkræfter: $M_S = \frac{1}{8} p_d \ell^2 = \frac{1}{8} \cdot 12,1 \cdot 6^2 = 54,5 \text{ kNm}$

$V_S = \frac{1}{2} p_d \ell = \frac{1}{2} \cdot 12,1 \cdot 6 = 36,3 \text{ kN}$

Bøjning: $M_S \leq M_{c,R} = W f_{yd}$
 $\Rightarrow W_{nodv} = M_S / f_{yd} = 54,5 \cdot 10^6 / 201 = \underline{271 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}$

Forskydning: $V_S \leq V_R = A_v f_{yd} / \sqrt{3}$
 $\Rightarrow A_{v,nodv} = V_S \sqrt{3} / f_{yd} = 36,3 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3} / 201 = \underline{313 \text{ mm}^2}$

Profiler

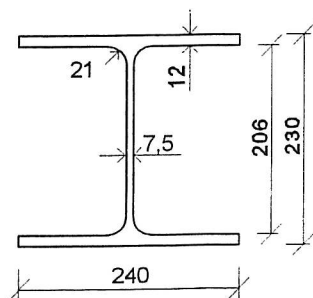
Tabellen viser tre eksempler på profiler, som kan bruges. IPE-profilet er det letteste og billigste. Men hvis der er fx. er behov for en større flangebredde eller en fladere bjælke, kan valget i stedet falde på HE-profilet. Firkanttrøret er det dyreste profil, fordi kiloprisen er ret høj.

Profilerne tilhører alle tværsnitsklasse 1, derfor benyttes det plastiske modstandsmoment W_{pl} .

Profil	I [mm ⁴]	W _{pl} [mm ³]	A _v [mm ²]	Vægt [kg/m]
IPE 240	38,9 · 10 ⁶	366 · 10 ³	1872	30,7
HE 180 B	38,3 · 10 ⁶	482 · 10 ³	1591	51,2
RHS 220x220x6,3	39,8 · 10 ⁶	418 · 10 ³	2772	41,5

Tværsnitsundersøgelse ved samtidig N, V og M

Der betragtes en kort udkraget bjælke med profil HE 240 A.



Tværsnitskonstanter: $A = 7680 \text{ mm}^2$
 $W_{pl} = 744 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$

Forudsætninger: SIK & MAK: normal
 Stål: S235
 $f_{yd} = 235/1,17 = 201 \text{ MPa}$
 Tværsnitsklasse: 1

Tværsnittets bæreevne:

$$N_{t,R} = A f_{yd} = 7680 \cdot 201 \cdot 10^{-3} = 1544 \text{ kN}$$

$$N_{t,R,krop} = A_{krop} f_{yd} = (A - 2 b t_f) f_{yd}$$

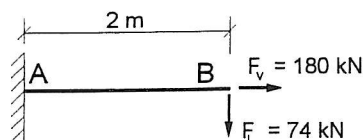
$$= (7680 - 2 \cdot 240 \cdot 12) \cdot 201 \cdot 10^{-3} = 386 \text{ kN}$$

$$V_R = A_v f_{yd} / \sqrt{3} = (1,04 h t_w) f_{yd} / \sqrt{3}$$

$$= 1,04 \cdot 230 \cdot 7,5 \cdot 201 \cdot 10^{-3} / \sqrt{3} = 208 \text{ kN}$$

$$M_{c,R} = W_{pl} f_{yd} = 744 \cdot 10^3 \cdot 201 \cdot 10^{-6} = 149 \text{ kNm}$$

a) Momentbæreevnen reduceres ikke.



Snitkræfter i punkt A: $N_S = F_v = 180 \text{ kN}$
 $V_S = F_1 = 74 \text{ kN}$
 $M_S = F_1 \cdot 2 \text{ m} = 148 \text{ kNm}$

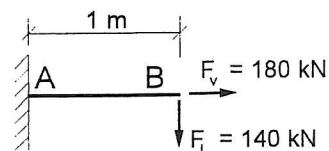
Det undersøges, om $M_{c,R}$ skal reduceres p.g.a. N og V:

Pkt. 6.3.11(1): $N_S < \frac{1}{2} N_{t,R,krop} = \frac{1}{2} \cdot 386 = 193 \text{ kN}$
 og $N_S < \frac{1}{4} N_{t,R} = \frac{1}{4} \cdot 1544 = 386 \text{ kN}$
 \Rightarrow ingen reduktion for N.

Pkt. 6.3.12(3): $V_S < 0,5 V_R = 0,5 \cdot 208 = 104 \text{ kN}$
 \Rightarrow ingen reduktion for V.

Altså: $M_{c,R} = \underline{149 \text{ kNm} > 148 \text{ kNm}}: \text{OK}$

b) Momentbæreevnen reduceres p.g.a. V.



Snitkræfter i punkt A: $N_S = F_v = 180 \text{ kN}$
 $V_S = F_1 = 140 \text{ kN}$
 $M_S = F_1 \cdot 1 \text{ m} = 140 \text{ kNm}$

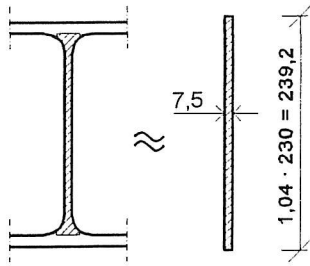
Ingen reduktion for N (jf. eksempel a).

Men: $V_S > 0,5 V_R$: Momentbæreevnen reduceres for V.

Pkt. 6.3.12(3): $m \leq 1 - \rho \alpha$

hvor: $m = M_S / M_R = M_S / M_{c,R} = 140 / 149 = 0,94$

og $\rho = (2 v - 1)^2 = (2 V_S / V_R - 1)^2$
 $= (2 \cdot 140 / 208 - 1)^2 = 0,12$



Så er der α :

α angiver, hvor stor en del af $M_{c,R}$ der hidrører fra forskydningsarealet A_v . A_v har en lidt besværlig facon, som det ses på venstre halvdel af figuren her, men α kan på den sikre side bestemmes for et ækvivalent rektangulært forskydningsareal med bredden $t_w = 7,5$ mm og højden $1,04 h = 239,2$ mm:

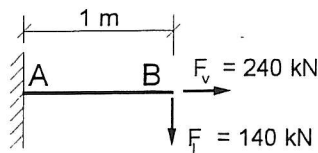
$$\alpha = W_{\text{forskydningsareal}} / W_{pl} = \frac{1}{4} \cdot 7,5 \cdot 239,2^2 / (744 \cdot 10^3) = 0,144$$

Bæreevnen kontrolleres:

$$m \leq 1 - \rho \alpha$$

$$0,94 < 1 - 0,12 \cdot 0,144 = 0,98 \quad \text{OK}$$

c) Momentbæreevnen reduceres p.g.a. N og V.



Snitkræfter i punkt A:

$$\begin{aligned} N_S &= F_v = 240 \text{ kN} \\ V_S &= F_f = 140 \text{ kN} \\ M_S &= F_f \cdot 1 \text{ m} = 140 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Her er $N > \frac{1}{2} N_{t,R,krop}$ (se eksempel a):
Momentbæreevnen reduceres.

Beregningen udføres v.h.j.a. formlen:

$$n_{pl} + m_{pl}(1 - 0,5 a) \leq 1 \quad \Leftrightarrow \quad m_{pl} \leq \frac{1 - n_{pl}}{1 - 0,5 a}$$

$$\text{idet: } m_{pl} = M_S / M_{c,R} \quad \text{og} \quad n_{pl} = N_S / N_{t,R}$$

$$\text{fås: } M_S / M_{c,R} \leq \frac{1 - N_S / N_{t,R}}{1 - 0,5 a} \quad \Leftrightarrow \quad M_S \leq \frac{1 - N_S / N_{t,R}}{1 - 0,5 a} \cdot M_{c,R}$$

a angiver kroppens andel af det samlede tværsnitsareal, idet hjørnerundingen medregnes i kroparealet:

$$a = (A - 2 b t_f) / A = (7680 - 2 \cdot 240 \cdot 12) / 7680 = 0,25 (< 0,5)$$

Den reducerede momentbæreevne m.h.t. N beregnes:

$$M_S \leq \frac{1 - 240 / 1544}{1 - 0,5 \cdot 0,25} \cdot 149 = 0,965 \cdot 149 = 144 \text{ kNm}$$

Før evt. reduktion for V er $M_{S,max} = 144 \text{ kNm} (< 149 \text{ kNm OK})$

Herefter reduceres for V, jf. eksempel b, idet

$$M_R = M_{S,max} = 144 \text{ kNm som beregnet herover.}$$

$$m = M_S / M_R = 140 / 144 = 0,97$$

ρ og α er uændrede. Se eksempel b.

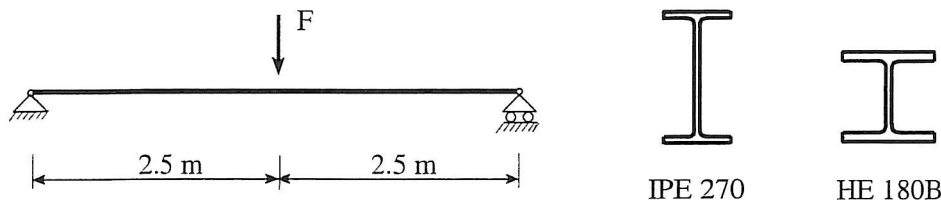
Bæreevnen kontrolleres:

$$m \leq 1 - \rho \alpha$$

$$0,97 < 1 - 0,12 \cdot 0,144 = 0,98 \quad \text{OK}$$

Kritisk moment med hensyn til kipning

Bæreevnen for den på figuren viste simpelt understøttede bjælke med en enkeltkraft på midten ønskes bestemt. Valget står mellem 2 forskellige tværsnit, som har samme bæreevne, så længe der ikke tages hensyn til kipning.



SIK & MAK: Normal

Stål (S355): $f_{yd} = 355/1.17 = 303 \text{ MPa}$
 $E = 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ $G = 0.81 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

Tværsnitsdata:	IPE 270	HE 180B
Bøjningsinertimoment om svage akse I_z (mm^4)	$4.20 \cdot 10^6$	$13.6 \cdot 10^6$
Vridningsinertimoment I_t (I_v) (mm^4)	$160 \cdot 10^3$	$423 \cdot 10^3$
Hvælningsinertimoment I_w (mm^6)	$70.6 \cdot 10^9$	$93.7 \cdot 10^9$
Elastisk modstandsmoment $W_{el,y}$ (W_y) (mm^3)	$429 \cdot 10^3$	$429 \cdot 10^3$
Plastisk modstandsmoment $W_{pl,y}$ ($2 \cdot S_y$) (mm^3)	$484 \cdot 10^3$	$482 \cdot 10^3$

Data fås fx. fra tabeller i Teknisk Ståbi, betegnelserne heri afviger i nogle tilfælde fra betegnelserne anvendt i lektion 7.9.2 og er derfor medtaget i parantes.

Tværsnittenes regningsmæssig bæreevne for bøjning om stærke akse (y) beregnet uden hensyntagen til kipning:

	IPE 270	HE 180B
Ved begyndende flydning $M_{el} = W_{el,y} f_{yd}$	130.0 kNm	130.0 kNm
Ved fuld flydning $M_{pl} = W_{pl,y} f_{yd}$	146.7 kNm	146.0 kNm

Elasticitetsteoretisk beregning

Ved dimensionering af bjælker under hensyntagen til kipning tages der udgangspunkt i den elasticitetsteoretiske værdi af det kritiske moment med hensyn til kipning som angivet i figur 9, lektion 7.9.2

$$M_{cr} = \frac{1}{C_1} \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_z GI_t} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}}$$

I det følgende antages det at der er "gaffellejring" ved bjælkeenderne, og at kraften F angriber i bjælkens tyngdepunkt.

Med trekantformet momentkurve haves $C_1 = 0.74$ (tabel figur 9), og indsættes E og \bar{G} samt tværskonstanterne og for de 2 tværnit i formlen ovenfor, fås følgende karakteristiske værdier af de kritiske momenter efter elasticitetsteorien

$$\text{IPE 270:} \quad M_{cr} = 109.5 \text{ kNm}$$

$$\text{HE 180B:} \quad M_{cr} = 294.4 \text{ kNm}$$

I lektion 7.9.2 er korrektionsfaktoren C_1 angivet for nogle typiske tilfælde, og desuden er der diagrammer, der viser betydningen af forskellige faktorer indflydelse på kipningsstabiliteten. Alternativt kan anvisningerne i Teknisk Ståbi benyttes, se appendix nedenfor.

Dimensionering efter DS 412

På grund af geometriske og materialemæssige imperfektioner må det kritiske moment, dvs. det moment der rent faktisk vil fremkalde kipning, i praksis sættes lavere end resultatet fra den lineærelastiske beregning ovenfor. I DS 412 angives det kritiske moment med hensyn til kipning på formen

$$M_{b,R} = \chi_{LT} W_{f_{yd}}$$

hvor kipningsreduktionsfaktoren χ_{LT} beregnes på samme måde som for trykstænger.

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}}$$

hvor

$$\phi = 0,5 [1 + \alpha (\lambda - 0,2) + \lambda^2] \quad \text{og} \quad \lambda = 1,05 \sqrt{\frac{W_{f_{yd}}}{M_{cr}}}$$

For tværskonklasse 1 og 2 benyttes det plastiske modstandsmoment W_{pl} og for valsede profiler er imperfektionsfaktoren $\alpha = 0.21$

IPE 270

Det kritiske moment efter elasticitetsteorien blev fundet til $M_{cr} = 109.5 \text{ kNm}$ (karakteristisk værdi) og tværskonittets bæreevne uden hensyntagen til kipning er $M_{pl} = 146.7 \text{ kNm}$; indsat giver det

$$\lambda = 1,05 \sqrt{\frac{146,7}{109,5 \cdot 10^6 / 1,17}} = 1,32$$

og dermed $\phi = 1.489$ og $\chi_{LT} = 0.459$

$$M_{b,R} = \chi_{LT} W_{pl} f_{yd} = 0.459 \cdot 146.7 = 68.2 \text{ kNm}$$

Bjælkens bæreevne, under hensyntagen til kipning, er således markant mindre end tværskonittets

plastiske bøjningsbæreevne. Også i tilfælde af at man vælger at basere bjælkens dimensionering på elasticitetsteorien, er reduktionen betydelig, idet momentet svarende til begyndende flydning i tværsnittet er $M_{el} = 130 \text{ kNm}$.

Det bemærkes, at hvis det er muligt, at etablere en fastholdelse af overflangen mod vandret udknækning midt på bjælken, opnås en betydelig forbedring af bæreevnen til $M_{b,R} = 117.8 \text{ kNm}$.

HE 180B

Beregningen forløber som ovenfor, idet $M_{cr} = 294.4 \text{ kNm}$, og tværsnittets bæreevne uden hensyntagen til kipning er $M_{pl} = 146.0 \text{ kNm}$; indsat giver det

$$\lambda = 0.80, \quad \phi = 0.883 \quad \text{og} \quad \chi_{LT} = 0.796$$

$$M_{b,R} = \chi_{LT} W_{pl} f_{yd} = 0.796 \cdot 146.0 = 116.2 \text{ kNm}$$

Resultaterne viser, at når der tages hensyn til kipning har bjælken af HE 180B betydelig større bæreevne end bjælken af IPE 270, selvom de 2 tværsnit har samme momentkapacitet. Det skal dog bemærkes at tværsnitsarealet, og dermed vægten, er ca. 40% større for HE 180B.

Appendix

I stedet for ESDEP-lektion 7.9.2 kan den elasticitetsteoretiske værdi af det kritiske moment bestemmes ved hjælp af Teknisk Ståbi. Heri findes en række tabeller som dækker de fleste praktisk forekommende tilfælde. Der benyttes lidt andre betegnelser, men de teorien er den samme hvilket indses ved at betragte grundtilfældet med konstant moment:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_z GI_t} \cdot \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}} \quad (17)$$

der kan omskrives til

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_z GI_t \cdot \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}} \cdot \sqrt{\frac{L^2 GI_t}{\pi^2 EI_w} + 1}$$

Benyttes tilnærmelsen $I_w \approx 1/4 I_z \cdot h_t^2$ der gælder for dobbeltsymmetriske I-formede tværsnit, idet h_t er afstanden mellem midten af flangerne, samt den i Teknisk Ståbi benyttede faktor

$$kL = \sqrt{\frac{GI_t L^2}{EI_w}} \quad \text{fås}$$

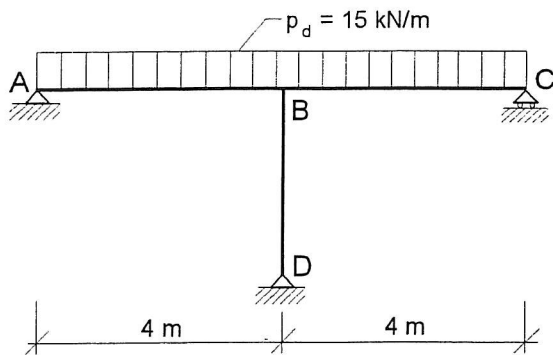
$$M_{cr} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \sqrt{EI_z \cdot EI_z \cdot h_t^2 / 4} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{kL}{\pi}\right)^2} = 4.93 \cdot \frac{EI_z}{L^2} \cdot h_t \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{kL}{\pi}\right)^2} = m_1 \cdot \frac{EI_z}{L^2} \cdot h_t$$

der ses at være identisk med udtrykket i Ståbien for bjælker med konstant moment og "gaffellejring".

Bjælke med tværlast i kroppens plan

(ESDEP-lektion 11.4.4)

En kontinuert bjælke ABC har mellemunderstøtning på søjlen BD. Det skal undersøges, om bjælken kan udføres uden kropafstivning i pkt B.



SIK: Lav

MAK: Normal

Stål: S235

$$f_{yd} = 235 / (1,17 \cdot 0,9) = 223 \text{ MPa}$$

$$E_d = 210 \cdot 10^3 / (1,17 \cdot 0,9) = 199 \cdot 10^3 \text{ MPa}$$

Bjælke: He 120 B

$$M_{c,R} = W_{pl} f_{yd} = 165 \cdot 10^3 \cdot 223 \cdot 10^{-6} = 36,8 \text{ kNm}$$

Søjle: RHS 60 x 60 x 5

Bjælken tilhører tværsnitsklasse 1: Det er tilladt at regne med plastisk snitkraftfordeling og plastisk spændingsfordeling.

Men: Bjælkens bæreevne er så stor, at snitkraftfordelingen i praksis bliver elastisk. Det er altså på den usikre side at regne med plastisk snitkraftfordeling, fordi lasten på søjlen BD derved bliver undervurderet.

Ved plastisk snitkraftfordeling:

$$M_{s,B} = -0,086 p_d \ell^2 = -0,086 \cdot 15 \cdot 4^2 = -20,6 \text{ kNm}$$

$$M_{s,AB} = M_{s,BC} = -M_{s,B} = 20,6 \text{ kNm}$$

$$R_B = p_d \ell - 2 M_{s,B} / \ell = 15 \cdot 4 + 2 \cdot 20,6 / 4 = 70 \text{ kN}$$

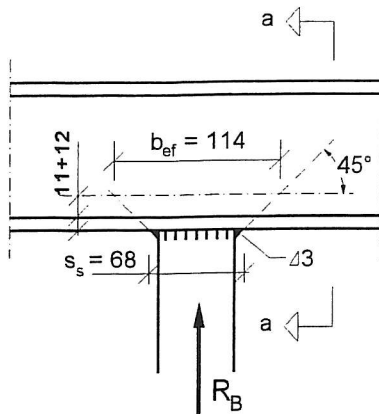
Ved elastisk snitkraftfordeling (jf. Ståbi):

$$M_{s,B} = -0,125 p_d \ell^2 = -0,125 \cdot 15 \cdot 4^2 = -30 \text{ kNm}$$

$$M_{s,AB} = M_{s,BC} = 0,070 \cdot 15 \cdot 4^2 = 16,8 \text{ kNm}$$

$$R_B = 1,25 p_d \ell = 1,25 \cdot 15 \cdot 4 = 75 \text{ kN}$$

Der dimensioneres for $R_B = 75 \text{ kN}$, se næste side.



R_B påføres bjælken over strækningen s_s :

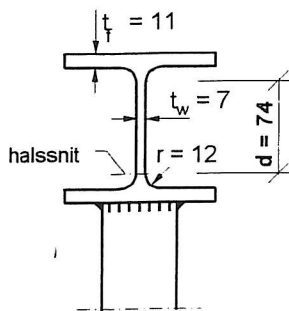
$$s_s = 60 + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = 68 \text{ mm}$$

Pkt. 6.4.5(2): Flydning i halssnit:

$$b_{ef} = s_s + 2(t_f + r) = 68 + 2(11 + 12) = 114 \text{ mm}$$

$$\sigma = R_B / (t_w b_{ef}) = 75 \cdot 10^3 / (7 \cdot 114)$$

$$= \underline{94 \text{ MPa} < 223 \text{ MPa}: \text{OK}}$$



Snit a-a

Pkt. 6.4.5(3): Indtrykning under tværlast:

$$\text{Bæreevne: } R_{s,R} = 0,5 t_w^2 \sqrt{E_d f_{yd}} \left(\sqrt{\frac{t_f}{t_w}} + 3 \frac{t_w}{t_f} \frac{s_s}{d} \right)$$

$$s_s/d = 68/74 > 0,2 \Rightarrow \text{der skal regnes med } s_s/d = 0,2$$

$$R_{s,R} = 0,5 \cdot 7^2 \sqrt{199 \cdot 10^3 \cdot 223} \left(\sqrt{\frac{11}{7}} + 3 \frac{7}{11} \cdot 0,2 \right) 10^{-3}$$

$$= \underline{267 \text{ kN} > 75 \text{ kN}: \text{OK}}$$

Pkt. 6.4.5(4): Samtidig tværlast og moment:

$$F_S/R_{s,R} + M_S/M_{c,R} = 75/267 + 30/36,8 = \underline{1,1 < 1,5}: \text{OK}$$

Eksempel 7

Tværbelastet trækstang

(ESDEP lektion 7.4.2)

I en bøjningsstiv trækstang med tværbelastning vil normalkraften reducere udbøjningen og dermed momentet. Ved løsning af udbøjningskurvens differentiallyingning kan man bestemme det reducerede moment for forskellige former for tværlaster, se fx. [1]. For en simpelt understøttet trækstang med længden L , jævnt fordelt tværlast q og træknormalkraften F fås således

$$M_{\max} = \frac{qL^2}{4} \frac{\cosh U - 1}{U^2 \cosh U} \quad \text{hvor } U = \frac{1}{2} kL \quad \text{og } k = \sqrt{\frac{F}{EI}}$$

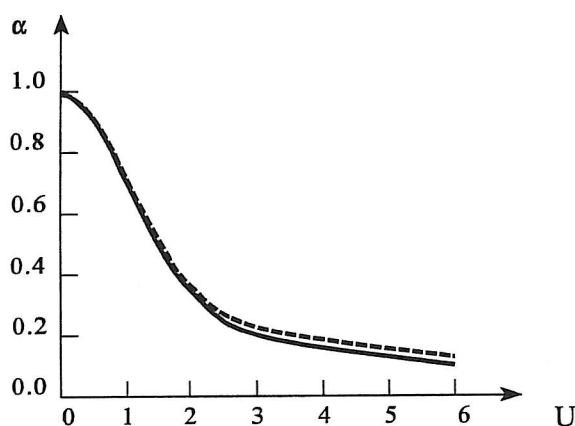
For den jævnt fordelte tværlast q er momentet midt på stangen $qL^2/8$, og det resulterende moment kan derfor skrives på formen

$$M_{\max} = \alpha \cdot M_{qm} \quad \text{hvor } \alpha = 2 \frac{\cosh U - 1}{U^2 \cosh U}$$

Ofte benyttes en tilnærmelse, hvor udbøjningskurven antages at være sinusformet og løsningen af differentiallyingningen giver

$$M_{\max} = \frac{1}{1 + F/F_{cr}} M_{qm} \quad \text{hvor Eulerlasten } F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2}{4U^2} F$$

Det svarende til den tilnærmelse, som benyttes for tværbelastede trykstænger, se fx. lektion 7.5.2, blot er "momentforøgselsfaktoren" ændret til en "momentreduktionsfaktor". Afvigelsen fra den korrekte løsning er meget beskednen, som det fremgår af figuren, idet den tilnærmede løsning er angivet punkteret.

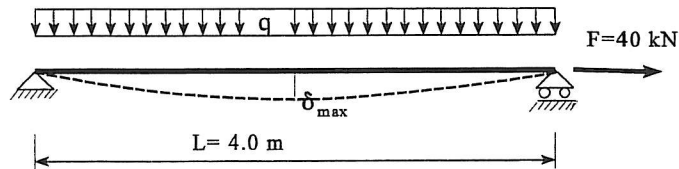


I det følgende betragtes en trækstang hvor der, ud over trækraften F , kun optræder stangens egenlast q . Der foretages en sammenligning mellem 2 forskellige profiler, der har nogenlunde samme tværsnitsareal, men meget forskellig bøjningsstivhed.

Profil	A (mm ²)	I (mm ⁴)	W (mm ³)	q (N/m)	M _{qm} (Nm)	N _{cr} (kN)
Ø22	380	11499	1045	29.3	58.6	1.49
RHS 40·40·2.6	386	89400	4470	29.8	59.6	11.58

Stangens E-modul er $E = 2.1 \cdot 10^5$ Mpa

[1] M.P. Nielsen, mfl. Mekanik 3.2, s. 104-106



Faktoren α beregnes af det teoretiske udtryk ovenfor, og i parentes er den tilsvarende værdi beregnet for det tilnærmede udtryk. Spændingsbidrag fra normalkraft (σ_t) og moment (σ_m) beregnes ved hjælp af Navier, og desuden beregnes den resulterende udbøjning midt på stangen. Betragtes ovenstående figur ses det, at δ_{\max} kan beregnes af momentligningen for den udbøjede situation

$$M_{\max} = qL/8 - F \cdot \delta_{\max}$$

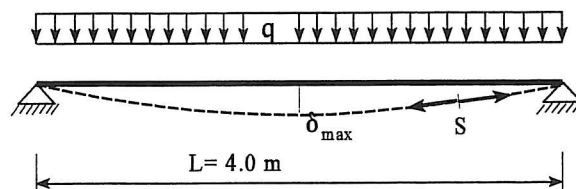
Profil	α	M_{\max} (Nm)	σ_t (MPa)	σ_m (MPa)	δ_{\max} (mm)
Ø22	0.030 (0.036)	1.76	105.3	± 1.7	1.42
RHS 40·40·2.6	0.209 (0.225)	12.46	103.6	± 2.8	1.18

Resultaterne viser, at momentet fra tværlasten i begge tilfælde reduceres kraftigt, således at bøjningsspændingerne bliver betydningsløse. Dette gælder dog kun i tilfælde som disse med slanke trækstænger og en relativ stor træknormalkraft.

For $F \Rightarrow 0$ vil $\alpha \Rightarrow 1$ og stængerne virke som bjælker. Specielt for stangen af Ø22 vil det give anledning til en uacceptabel stor udbøjning

$$\delta_{mq} = \frac{5}{48} \frac{M_{qm} L^2}{EI} = 40.4 \text{ mm}$$

Stænger af denne type indgår ofte i vindgitre, hvor de ved enderne fastholdes mod aksialflytninger af nabokonstruktionselementer, der i praksis er meget stivere end stængerne. Det betyder, at en udbøjning på grund af egenlaste q kun kan ske ved, at stangen forlænges, hvorved der opstår en træknormalkraft i stangen, uden at der i øvrigt optræder ydre laster. Det statiske system for en sådan stang er vist på nedenstående figur.



For en sådan bøjningsslapp trækstang fastholdt i begge ender kan udbøjning med god tilnærmelse beregnes af følgende udtryk

$$\delta_{\max} = 3 \sqrt{\frac{3qL^4}{64EA}} \quad (\delta_{\max} \ll L)$$

og idet momenter er 0 i en bøjningsslapp stang bliver den tilhørende aksialkraft

$$S = \frac{qL^2}{8\delta_{\max}}$$

For Ø22 stangen ovenfor giver dette $\delta_{\max} = 1.03 \text{ mm}$ og $S = 56.9 \text{ kN}$.

Centralt påvirket trykstang (søjle)

I DS 412 defineres bæreevnen af en centralt belastet trykstang ved hjælp af søjlereduktionsfaktoren χ , der angiver forholdet mellem den kritiske bæreevne og tværsnittets flydebæreevne.

$$N_{b,R} = \chi \cdot A \cdot f_{yd}$$

hvor

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}} \quad \text{for } \chi \leq 1$$

$$\phi = 0,5 [1 + \alpha (\lambda - 0,2) + \lambda^2] \quad \text{og} \quad \lambda = 1,05 \sqrt{\frac{A \cdot f_{yd}}{N_{cr}}}$$

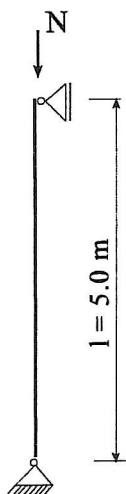
$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E_d I}{l_s^2} \quad \text{er den kritiske søjlekraft efter elasticitetsteorien, også kaldet Eulerkraften.}$$

Ovenstående er baseret på Ayrton-Perry's søjleformel der udledes i lektion 7.5.1 (og 7.5.2) og angiver bæreevnen for en centralt belastet søjlen med en sinusformet forhåndsudbøjning, idet bæreevnen defineres svarende til, at der netop optræder trykflydning i den yderste fiber midt på søjlen. I stedet for betegnelsen det normaliserede slankhedsforhold $\bar{\lambda}$ benytter DS 412 det *relative slankhedsforhold* λ . I DS 412 er desuden korrigeret med faktoren 1.05 af hensyn til ønsket større sikkerhed for slanke søjler. Bemærk i øvrigt, at i lektion 7.5.1 benyttes betegnelsen λ om det geometriske slankhedsforhold l_s / i .

I den teoretiske udledning af søjlens bæreevne indføres *imperfektionsfaktoren* $\eta = e_0 A / W$, hvor e_0 er pilhøjden i den sinusformede forhåndsudbøjning. For at kunne tage hensyn til andre former for imperfektioner end den geometriske (fx. egenspændinger) indføres i stedet et empirisk udtryk for imperfektionsfaktoren

$$\eta = e_0 A / W = \alpha (\lambda - 0,2)$$

hvor faktoren α afhænger af den valgte profiltype. Ved hjælp af dette udtryk kan man beregne hvor stor en ækvivalent geometrisk imperfektion den pågældende trykstang er dimensioneret for efter DS 412.



Som eksempel bestemmes bæreevnen for den viste centralt belastede søjle med knæklængden 5.0 m.

SIK & MAK: normal

Stål S235: $f_{yd} = 235/1.17 = 201 \text{ Mpa}$

$E_d = 0.21 \cdot 10^6 / 1.17 = 0.18 \cdot 10^6 \text{ Mpa}$

2 forskellige tværsnit undersøges, dels et rørprofil 100·100·5 mm og dels et HE120B-profil.

1) Rørprofil 100·100·5 mm

Da tværsnittet er dobbeltsymmetrisk og knæklængden den samme er bæreevnen ens for udknækning om de 2 hovedakser. Følgende tværsnitsdata benyttes:

$$A = 1.88 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 \quad I = 2.81 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad W = 56.3 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

Tværsnittes flydebæreevne er $A \cdot f_{yd} = 377.9 \text{ kN}$ og den kritiske søjlekraft efter elasticitetsteorien

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 0.180 \cdot 10^6 \cdot 2.81 \cdot 10^6}{5000^2} 10^{-3} = 199.7 \text{ kN}$$

$$\lambda = 1.05 \sqrt{\frac{377.9}{199.7}} = 1.44$$

Rørprofiler af denne type henføres til søjlekurve a, hvor $\alpha = 0.21$

$$\phi = 0.5 [1 + 0.21 (1.44 - 0.2) + 1.44^2] = 1.67$$

$$\chi = \frac{1}{1.67 + \sqrt{1.67^2 - 1.44^2}} = 0.397$$

$$N_{b,R} = 0.397 \cdot 377.9 \text{ kN} = \mathbf{150.2 \text{ kN}}$$

2) HE 120B-profil

Da knæklængden antages at være den samme for begge retninger, dimensioneres kun for udknækning om den svage akse med følgende tværsnitsdata:

$$A = 3.40 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 \quad I_z = 3.18 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad W_z = 52.9 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

Beregningerne forløber som ovenfor:

$$A \cdot f_{yd} = 683.4 \text{ kN} \text{ og } N_{cr} = 226.0 \text{ kN} \text{ giver } \lambda = 1.83$$

For udknækning om den svage akse skal et HE 120B-profil dimensioneres svarende til søjlekurve c, hvor $\alpha = 0.49$, der giver

$$\phi = 2.57 \text{ og } \chi = 0.229$$

$$N_{b,R} = 0.229 \cdot 683.4 \text{ kN} = \mathbf{156.5 \text{ kN}}$$

Som nævnt ovenfor baseres dimensioneringen på den ækvivalente geometriske imperfektion, der kan beregnes af

$$e_0 = \alpha (\lambda - 0.2) W_z / A = 0.49 (1.83 - 0.2) 52.9 \cdot 10^3 / 3.40 \cdot 10^3 = 12.4 \text{ mm}$$

Normalt kan denne beregning udelades, men DS 412 forudsætter at den geometriske imperfektion alene kun udgør $l_s / 1000$. Såfremt den geometriske imperfektion $e > l_s / 1000 = 5 \text{ mm}$ skal søjlen beregnes som tværbelastet trykstang med et moment på

$$M_s = N_s (e - l_s / 1000)$$

hvor N_s er den aktuelle normalkraft.

Momentpåvirket trykstang

ESDEP-lektion 7.10.1

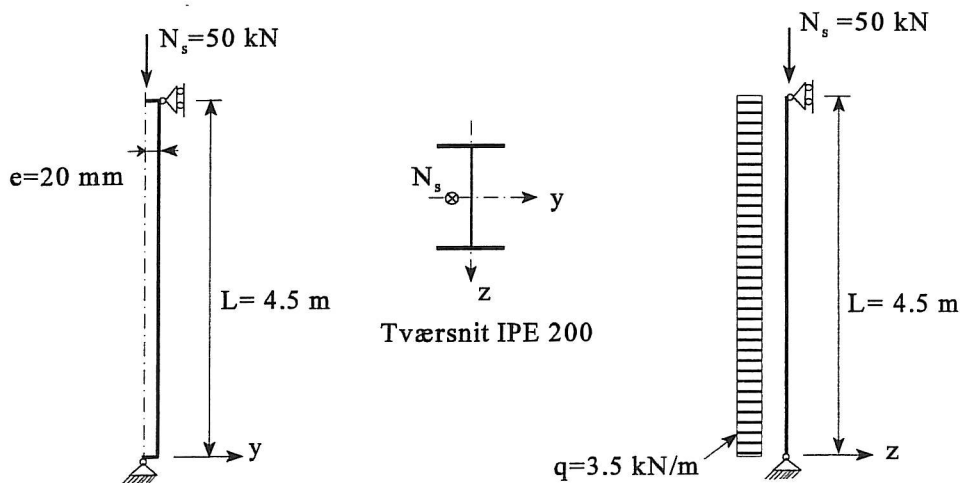
Bæreevnen af den på figuren viste søjle skal kontrolleres for den kombinerede virkning af en ekscentrisk virkende normalkraft for udknækning om den svage akse (z) og en samtidig virkende jævnt fordelt tværlast vinkelret på stærke akse (y).

SIK & MAK: Normal

Stål (S235): $f_{yd} = 235/1.17 = 201 \text{ MPa}$
 $E = 0.21 \cdot 10^6 \text{ MPa}$

Søjlen udføres af et IPE 200 med følgende tværsnitsdata

$$\begin{aligned} \text{Areal } A &= 2850 \text{ mm}^2 & I_y &= 19.4 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 & I_z &= 1.42 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \\ W_{el.y} &= 194 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 & W_{el.z} &= 28.5 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 & & \text{(elastiske modstandsmomenter)} \\ W_{pl.y} &= 220 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 & W_{pl.z} &= 42.5 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 & & \text{(plastiske modstandsmomenter)} \end{aligned}$$



Beregningen gennemføres først for hver af de 2 på figuren viste lasttilfælde og dernæst for den samlede lastkombination.

LAK 2.1a: Ekscentrisk virkende normalkraft (figur til venstre)

$$N_s = 50 \text{ kN} \quad M_z = N \cdot e = 1.00 \text{ kNm}$$

For udknækning om z-aksen bestemmes Eulerlasten

$$N_{cr.z} = \frac{\pi^2 E I_z}{L^2} = \frac{\pi^2 \cdot 0.21 \cdot 10^6 / 1.17 \cdot 1.42 \cdot 10^6}{4500^2} 10^{-3} = 124.2 \text{ kN}$$

og det relative slankhedsforhold

$$\lambda_z = 1.05 \sqrt{\frac{A \cdot f_{yd}}{N_{cr}}} = 1.05 \sqrt{\frac{2850 \cdot 201}{124.2 \cdot 10^3}} = 2.25$$

Søjlereduktionsfaktoren χ bestemmes som for centralt påvirkede trykstænger idet søjlekurve b med $\alpha = 0.34$ (figur V 6.4.2)

$$\phi = 0.5(1 + \alpha(\lambda - 0.2) + \lambda^2) = 3.38$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}} = \frac{1}{3.38 + \sqrt{3.38^2 - 2.25^2}} = 0.169$$

Regningsmæssig kritiske last som centralt påvirket trykstang ved udknækning om z-aksen bliver

$$N_{b,Rz} = \chi \cdot A f_{yd} = 0.169 \cdot 2850 \cdot 201 \cdot 10^{-3} = 97.1 \text{ kN}$$

Den relative normalkraft- og momentudnyttelse er

$$n_z = N_s / N_{b,Rz} = 50 / 97.1 = 0.515 \quad m_z = M_z / W_{pl,z} f_{yd} = 1.00 / 8.54 = 0.117$$

Beregning af momentkorrektionsfaktoren k_z

$$\beta_{Mz} = 1.8 - 0.7\psi = 1.1 \text{ idet } \psi = 1.0 \text{ ved konstant moment (tabel V 6.4.4)}$$

$$\delta_z = (W_{pl,z} - W_{el,z}) / W_{el,z} = (42.5 - 28.5) / 28.5 = 0.49$$

$$\mu_z' = \lambda_z (2\beta_{Mz} - 4) + \delta_z = 2.25(2 \cdot 1.1 - 4) + 0.49 = -3.56$$

$$k_z = 1 - \mu_z \cdot n_z = 1 - (-3.56) \cdot 0.515 = 2.83, \text{ men kravet } k_z \leq 1.5 \text{ giver dog } k_z = 1.5$$

Kontrol af bæreevne i LAK 2.1a

$$n_z + k_z m_z = 0.515 + 1.5 \cdot 0.117 = 0.691 < 1 \text{ ok}$$

LAK 2.1.b: Normalkraft + tværlast (figur til højre)

$$N_s = 50 \text{ kN} \quad M_y = 3.5 \cdot 4.5^2 / 8 = 8.86 \text{ kNm}$$

For udknækning om y-aksen beregnes $N_{cr,y}$ og λ_y som vist ovenfor

$$N_{cr,y} = 1697 \text{ kN og } \lambda_y = 0.610$$

Søjlekurve a ($\alpha = 0.21$) giver $\chi = 0.886$ (aflæst eller beregnet) og dermed

$$N_{b,Ry} = \chi \cdot A f_{yd} = 507.7 \text{ kN}$$

Den relative normalkraft- og momentudnyttelse for udbøjning om y-aksen er

$$n_y = N_s / N_{b,Ry} = 50 / 507.7 = 0.0985 \quad m_y = M_y / W_{pl,y} f_{yd} = 8.86 / 44.2 = 0.200$$

Beregning af momentkorrektionsfaktoren k_y

$$\beta_{My} = 1.3 \text{ (ækvivalent konstant momentfaktor for parabelformet moment)}$$

$$\delta_y = (W_{pl,y} - W_{el,y}) / W_{el,y} = (220 - 194) / 194 = 0.13$$

$$\mu_y = \lambda_y (2\beta_{My} - 4) + \delta_y = 0.610(2 \cdot 1.3 - 4) + 0.13 = -0.724$$

$$k_y = 1 - \mu_y \cdot n_y = 1 - (-0.724) \cdot 0.0985 = 1.071$$

Kontrol af bæreevne for LAK 2.1b

$$n_y + k_y m_y = 0.0985 + 1.071 \cdot 0.200 = 0.313 < 1 \text{ ok}$$

Bemærk: det er her forudsat, at der ikke sker udknækning om z-aksen.

LAK 2.1c: Ekscentrisk virkende normalkraft + tværlast.

$$N_s = 50 \text{ kN} \quad M_y = 8.86 \text{ kNm} \quad M_z = 1.00 \text{ kNm}$$

Kontrol af bæreevnen for den kombinerede påvirkning gennemføres ved hjælp af de under LAK 2.1a og LAK 2.1b beregnede størrelser

$$n_z + k_z m_z + k_y m_y = 0.515 + 1.5 \cdot 0.117 + 1.071 \cdot 0.200 = 0.905 < 1 \text{ ok}$$

Bæreevnen er således tilstrækkelig for denne lastkombination, men da der er mulighed for kipning skal det yderligere undersøges, om ovenstående betingelse er opfyldt når leddet $k_y m_y$ erstattes med $k_{LT} m_y / \chi_{LT}$ som angivet under pkt. 6.4.4(3) i DS412.

LAK 2.1c: Supplerende undersøgelse for kipning.

Beregningen af kipningsreduktionsfaktoren χ_{LT} gennemføres som angivet i afsnit 6.4.3 (se også eksempel 5). Momentkurven er parabelformet og det forudsættes, at trykstangen er fastholdt ved enderne mod vridning med "gaffellejringer", og at tværlasten angriber i IPE-profilets forskydnings-center.

$$M_{cr} = 30.6 \text{ kNm (mellemregninger udeladt)}$$

$$\lambda = 1.05(W_{pl,y} f_{yd} / M_{cr})^{0.5} = 1.05(44.2/30.6)^{0.5} = 1.26$$

Kipningsreduktionsfaktoren for valsede profiler bestemmes som for søjletilfælde a ($\alpha = 0.21$), og med $\lambda = 1.26$ fås $\chi_{LT} = 0.494$

Herefter bestemmes

$$k_{LT} = 1 - \mu_{LT} n_z = 1 - 0.289 \cdot 0.515 = 0.851$$

idet

$$\mu_{LT} = 0.15 \lambda_z \beta_{M,LT} - 0.15 = 0.15 \cdot 2.25 \cdot 1.3 - 0.15 = 0.289$$

Kontrol af bæreevnen i LAK 2.1c incl. kipning:

$$n_z + k_z m_z + k_{LT} m_y / \chi_{LT} = 0.515 + 1.5 \cdot 0.117 + 0.851 \cdot 0.200 / 0.494 = 1.04 > 1$$

Bæreevnen er ikke tilstrækkelig !

Fastlæggelse af teoretisk knæklængde

For trykpåvirkede konstruktionselementer, der er forbundet med andre bygningsdele, fx. i rammekonstruktioner, kan den teoretiske knæklængde ikke umiddelbart forbindes med en geometrisk størrelse, sådan som det er tilfældet for de simple søjletilfælde, hvor understøtningsbetingelserne er vel definerede, se fx. tabel 1 i lektion 7.7.

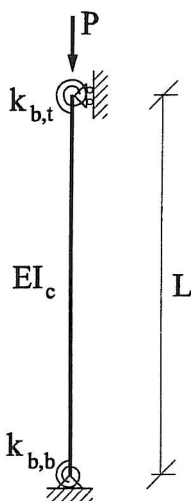
Såfremt størrelsen af den elastiske modstand, som nabokonstruktionen yder mod en rotation eller flytning af det trykpåvirkede elements endepunkter kendes, kan man bestemme den elasticitetsteoretiske bæreevne (Eulerlasten) og dermed en formel knæklængde.

For overskuelighedens skyld kan man ækvivalere nabokonstruktionerne med fiktive bjælker der repræsenterer den elastiske modstand mod rotation eller flytning af det pågældende punkt af konstruktionen.

Der skelnes mellem 2 tilfælde

- fastholdt knudepunktsfigur (no-sway), hvor det trykpåvirkede element er fastholdt mod flytning vinkelret på længderetningen, således at der kun kan optræde rotationer ved endepunkterne
- bevægelig knudepunktsfigur (sway), hvor der både kan optræde flytninger og rotationer ved endepunkterne

For en søjle med fastholdt knudepunktsfigur kan det statiske system beskrives som vist nedenfor (jf. fig. 6 i lektion 7.7)



$k_{b,t}$ og $k_{b,b}$ angiver nabokonstruktionens samlede elastiske modstand (moment) mod rotation i top og bund af det trykpåvirkede element, og svarer til fjederkonstanten for en rotationsfjeder.

Ækvivaleres med en indspændt bjælke med længden L_b og bøjningsinertimomentet I_b skal der påføres et moment på $k_b = 4EI_b/L_b$ for at fremtvinge rotationen $\gamma = 1$. For en simpelt understøttet bjælke haves tilsvarende momentet $k_b = 3EI_b/L_b$.

Indføres søjlens stivhed $K_c = I_c/L$ som referenceværdi fås en effektiv stivhed på $K_t = 1,0 \cdot I_b/L_b$ og $K_b = 0,75 \cdot I_b/L_b$ når nabokonstruktionen ækvivaleres med en indspændt henholdsvis en simpelt understøttet bjælke (faktoren $4E$ er bortforkortet).

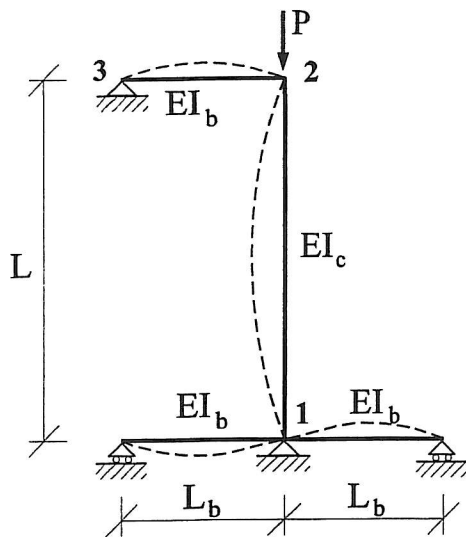
Søjlens indspænding ved top og bund kan herefter udtrykkes ved indspændingskoefficienterne

$$\eta_t = \frac{K_c}{K_c + K_{b,t}} \quad \text{og} \quad \eta_b = \frac{K_c}{K_c + K_{b,b}} \quad (0 \leq \eta \leq 1)$$

I det følgende betragtes 2 eksempler på bestemmelse af den teoretiske knæklængde for søjler der er stift forbundet til nabokonstruktioner idet K -værdierne tages fra tabel 2 i lektion 7.7.

Eksempel 1, rammeben

Rammebenet er fast simpelt understøttet og den resterende del af rammen ækvivaleres med en simpelt understøttet bjælke (2-3).



$$K_c = I_c/L$$

$$K_{b2} = 0,75 \frac{I_b}{L_b}$$

$$K_{b1} = 2 \cdot 0,75 \frac{I_b}{L_b} = 1,5 \frac{I_b}{L_b}$$

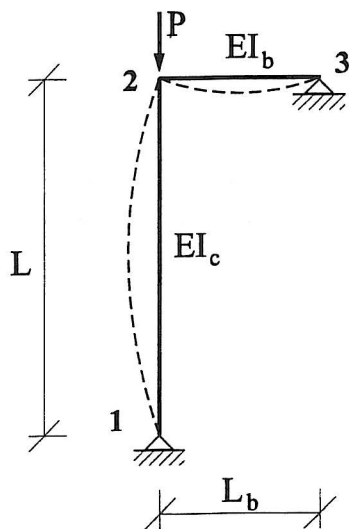
Antages fx. $I_b/L_b = 2 \cdot I_c/L$ haves

$$\eta_2 = \frac{1}{1+1,5} = 0,40 \quad \text{og} \quad \eta_1 = \frac{1}{1+3,0} = 0,25$$

Diagram figur 9 giver $L_E = 0,61 \cdot L$. Hvis understøtningen i pkt. 3 i stedet gøres bevægelig i vandret retning fås tilsvarende af diagram figur 11 $L_E = 1,25 \cdot L$.

Eksempel 2, søjle indspændt i etagebjælker

Søjlen fastholdes ved begge ender mod rotationer af etagebjælker der her ækvivaleres med de viste simpelt understøttede bjælker.



$$K_c = I_c/L$$

$$K_{b2} = 0,75 \frac{I_b}{L_b}$$

$$K_{b1} = 0$$

Antages som ovenfor at $I_b/L_b = 2 \cdot I_c/L$ haves

$$\eta_2 = \frac{1}{1+1,5} = 0,40 \quad \text{og} \quad \eta_1 = \frac{1}{1+0} = 1,0$$

Diagram figur 9 giver $L_E = 0,78 \cdot L$. Hvis understøtningen i pkt. 3 gøres bevægelig i vandret retning fås tilsvarende af diagram figur 11 $L_E = 2,3 \cdot L$.

I begge tilfælde er der således stor forskel på den teoretiske knæklængde, og dermed den kritiske last, når man regner med fastholdt hhv. bevægelig knudepunktsfigur.

Metoden ovenfor kan være besværlig at gennemføre i praksis, selv for enkle rammekonstruktioner, idet man først skal bestemme nabokonstruktionens elastiske modstand (k_b) og dernæst modellere en fiktiv bjælke med L_b og I_b der giver samme stivhed. "Fjederkonstanten" k_b er det moment der svarer til, at nabokonstruktionen i punktet påtvinges rotationen $\gamma = 1$ (radian), og kan fx. bestemmes ved hjælp af et edb-program.

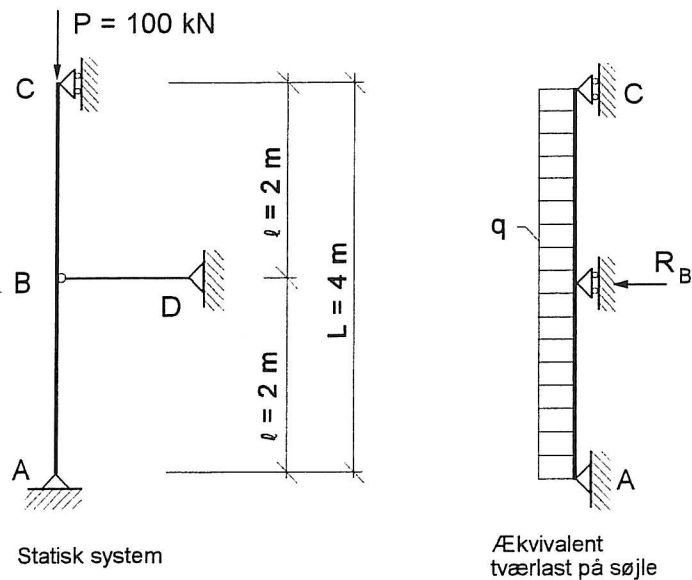
For konstruktioner med bevægelig knudepunktsfigur kan der også være en vis elastiske modstand mod translationer der tilsvarende kan beregnes ved at påtvinge flytningen 1, men denne problemstilling behandles ikke i lektion 7.7.

Alternativt kan et avanceret edb-program beregne den kritiske last for konstruktionen som helhed uden at skulle opstille modeller for de enkelte konstruktionselementer.

Fastholdelse af trykkede dele

Nedenstående to eksempler viser, hvordan man i h.t. pkt. 6.4.8(2) finder den kraft, som det afstivende system skal optage.

a)



Søjlen ABC fastholdes mod udknækning i punkt B ved hjælp af træk/trykstangen BD.

Det forudsættes, at

$$\delta_q \leq L/2500 = 4000/2500 = 1,6 \text{ mm}$$

hvor δ_q er stang BD's deformation for den ækvivalente tværlast q .

Normalkraften i ABC:

$$N = P = 100 \text{ kN}$$

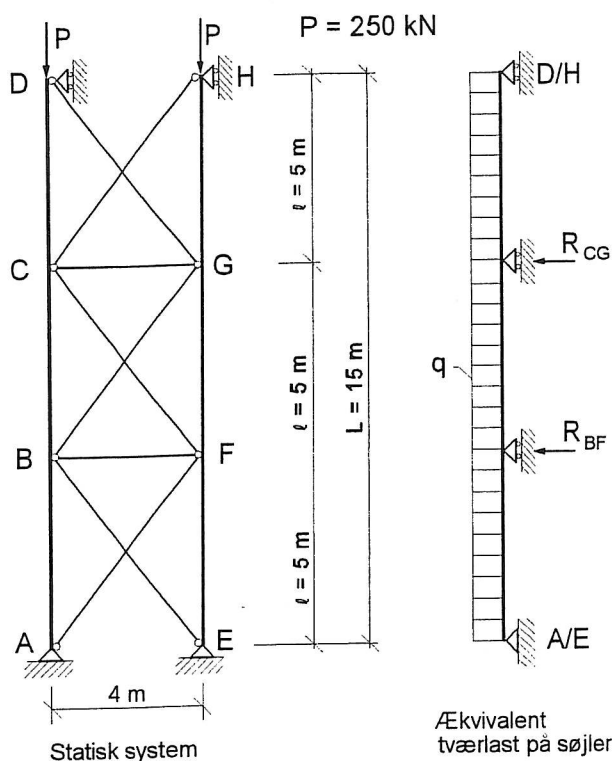
regnes at medføre en ækvivalent jævnt fordelt tværlast på søjlen:

$$q = N/(50 L) = 100/(50 \cdot 4) = 0,5 \text{ kN/m}$$

Reaktionen i punkt B for lasten q findes i Ståbien:

$$R_B = 1,25 q \ell = 1,25 \cdot 0,5 \cdot 2 = \underline{1,25 \text{ kN}}$$

b)



Søjlerne ABCD og EFGH udføres af IPE 300.

Søjlerne fastholdes i $1/3$ -delspunkterne mod udknækning om den svage akse ved hjælp af et afstivende system, som består af vandrette RHS 60x60x4 trykstænger og $\varnothing 16$ diagonaltrækstænger.

Antal fastholdte stænger:

$$\begin{aligned}
 n_r &= 2 \\
 &\downarrow \\
 k_r &= (0,2 + 1/n_r)^{0,5} \\
 &= (0,2 + 1/2)^{0,5} = 0,84
 \end{aligned}$$

Det forudsættes, at

$$\delta_q \leq L/2500 = 15000/2500 = 6 \text{ mm}$$

hvor δ_q er systemets deformation i punkt B/F og C/G for den ækvivalente tværlast q .

Den samlede normalkraft:

$$\Sigma N = 2P = 500 \text{ kN}$$

regnes at medføre en ækvivalent jævnt fordelt tværlast på søjlerne:

$$q = \Sigma N(k_r + 0,2)/(60 \cdot L) = 500(0,84 + 0,2)/(60 \cdot 15) = 0,58 \text{ kN/m}$$

Lasten på stang BF og CG for q findes v.h.j.a Ståbien:

$$R_{BF} = R_{CG} = 1,1q \ell = 1,1 \cdot 0,58 \cdot 5 = \underline{3,2 \text{ kN}}$$

R_{BF} og R_{CG} optages af diagonaltrækstængerne. Dette medfører et træk/tryk i søjlerne på ca. 4 kN, som skal tages i regning ved dimensioneringen.

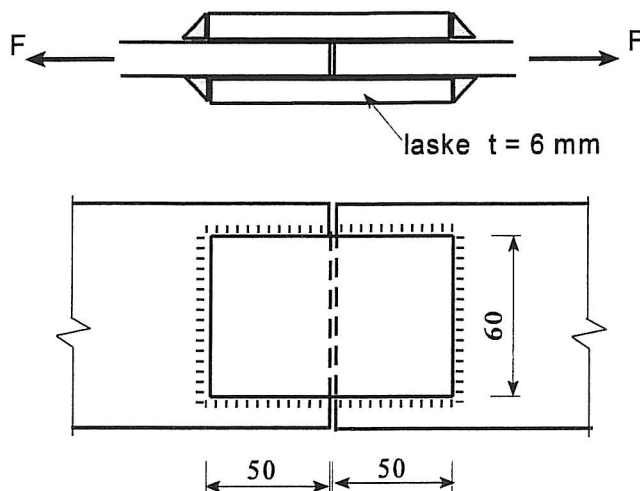
En deformationsberegning giver en vandret flytning af stang BF og CG for tværlasten q

$$\delta_q \approx 1,5 \text{ mm} < 6 \text{ mm: OK}$$

I begge de viste eksempler er $\delta_q \leq L/2500$. Hvis δ_q bliver større, indgår den i beregningen af q . Det letteste vil i så fald være at skønne en (lidt for stor) værdi af δ_q , bestemme q på basis af denne værdi og derefter kontrollere, at $\delta_{q, \text{beregnet}} \leq \delta_{q, \text{skøn}}$.

Dimensionering af kantsømme

Bæreevnen af den viste dobbelte laskepladesamling ønskes bestemt. Den U-formede kantsøm kontrolleres dels med den grundlæggende metode, hvor spændingskomponenterne i sømsnittet beregnes og indsættes i von Mises' betingelse, og dels med en simplere alternativ metode.



SIK & MAK: Normal

Stål (S235): $f_{ud} = 340/1.43 = 238 \text{ Mpa}$

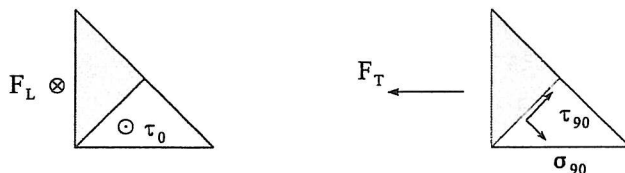
$f_{yd} = 235/1.17 = 201 \text{ Mpa}$

styrkereduktionsfaktor $c_0 = 0.7$

korrelationsfaktor $\beta_w = 0.8$

Det forudsættes endvidere at konstruktionen er fågangspåvirket og at kantsømmene udføres med et a-mål på 3 mm i sømklasse III.

Bæreevnen af svejsesamlingen udregnes som summen af bæreevner for længde- henholdsvis tværsømme idet kraften opløses i komponenter parallelt med og vinkelret på sømretningen.



Spændingskomponenter i sømsnit i længde- og tværsømme

Bæreevne af længdesømme

Den samlede effektive længde af længdesømmene er $l_{eff} = 2 \cdot 2 \cdot (50 - a) = 188 \text{ mm}$ idet der regnes med 1 endekrater pr. længdesøm.

I dette tilfælde optræder kun spændingskomponenten τ_0 og von Mises' udtryk reduceres derfor til følgende betingelse

$$\tau_0 = \frac{F_L}{a \cdot l_{\text{eff}}} \leq c_0 \frac{f_{\text{ud}}/\sqrt{3}}{\beta_w} = 0.7 \frac{238/\sqrt{3}}{0.8} = 208.3/\sqrt{3} = 120.2 \text{ MPa}$$

og dermed $F_L = 67.8 \text{ kN}$ eller 0.361 kN/mm

Bæreevne af tværsømme

Den samlede effektive længde af tværsømme er $l_{\text{eff}} = 2 \cdot 60 = 120 \text{ mm}$ idet det forudsættes, at tvær- og længdesømme overlapper hinanden uden endekraterer.

Som det fremgår af ovenstående figur optræder der 2 spændingskomponenter i dette tilfælde og da kantsømmen er symmetrisk (45°) fås

$$\tau_{90} = \sigma_{90} = \frac{F_T}{\sqrt{2} a \cdot l_{\text{eff}}}$$

der indsat i von Mises' giver

$$\sqrt{\sigma_{90}^2 + 3\tau_{90}^2} = \sqrt{2} \frac{F_T}{a \cdot l_{\text{eff}}} \leq c_0 \frac{f_{\text{ud}}}{\beta_w} = 208.3 \text{ MPa}$$

og dermed $F_T = 53.0 \text{ kN}$ eller 0.442 kN/mm

DS 412 kræver yderligere betingelsen $\sigma_{90} \leq c_0 f_{\text{ud}}$ opfyldt, men dette er kun relevant for usymmetriske kantsømme der er så "flade", at $\sigma_{90} \gg \tau_{90}$ og når samtidig $\beta_w < 1$. I det aktuelle tilfælde med $\beta_w = 0.8$ går grænsen ved en vinkel på 23.4° .

Svejsesamlingens bæreevne bliver herefter

$$F_S = F_L + F_T = 67.8 + 53.0 = \mathbf{120.8 \text{ kN}}$$

Alternativ beregning

Metoden, der i lektion 11.2.2 benævnes middelspændingsmetoden, forudsætter, at kraften uanset retning regnes optages som forskydning fordelt over det samlede sømarealet, og derfor kræves det blot at

$$\frac{F_S}{a \cdot l_{\text{eff}}} \leq c_0 \frac{f_{\text{ud}}}{\beta_w \sqrt{3}} = 120.2 \text{ MPa}$$

l_{eff} her er den samlede effektive længde af tværsømme (120 mm) og længdesømme (188 mm) som beregnet ovenfor. Indsat giver det en bæreevne på

$$F_S = \mathbf{111.1 \text{ kN}}$$

Resultatet er på den sikre side set i forhold til bæreevnen beregnet med den mere forfinede metode anvendt ovenfor. Da forskellen ikke er markant og beregningen simplere at udføre, kan denne metode med fordel benyttes til kontrol af bæreevne i de mange situationer hvor sømarealet er valgt ud fra andre hensyn end det rent styrkemæssige.

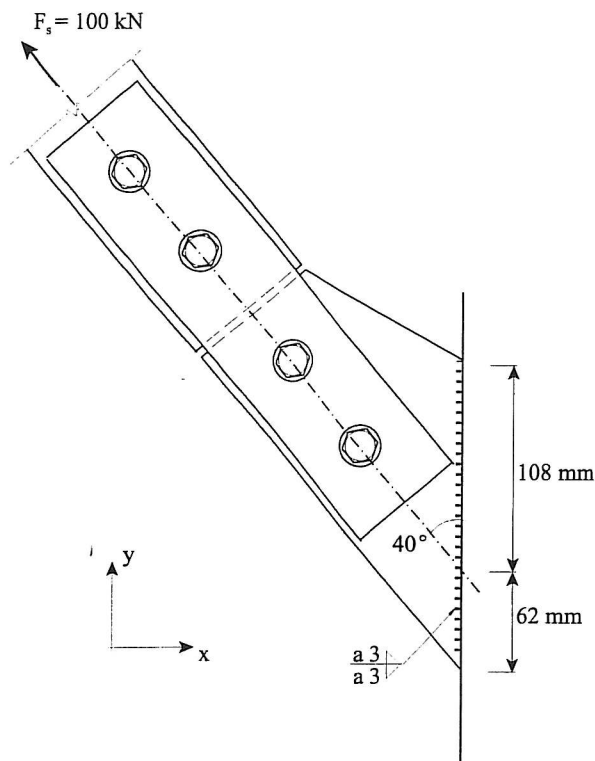
Afslutningsvis kontrolleres laskepladernes bæreevne:

$$N_{t,R} = A \cdot f_{yd} = 2 \cdot 60 \cdot 201 \cdot 10^{-3} = \mathbf{144.7 \text{ kN}} \quad (> F_S = 120.8 \text{ kN} !)$$

Momentpåvirket kantsøm

ESDEP lektion 11.2.1, 11.2.2

Det ønskes kontrolleret om den på figuren viste svejsesamling har tilstrækkelig styrke til at overføre en regningsmæssig kraft $F_s = 100$ kN fra trækstangen. Det forudsættes at konstruktionen er fågangspåvirket og at svejsningen udføres som dobbelte kantsømmene med et a -mål på 3 mm i sømklasse III. Dimensionering af bolte og plader gennemføres ikke i dette eksempel.



SIK & MAK: Normal

Stål (S275): $f_{ud} = 410/1.43 = 287$ MPastyrkereduktionsfaktor $c_0 = 0.7$ korrelationsfaktor $\beta_w = 0.85$

Svejsesømmens tværsnitskonstanter beregnes under forudsætning af at de 2 kantsømme hver har en effektive længde på 170 mm som vist på figuren:

$$A_w = 2 \cdot 3 \cdot 170 = 1020 \text{ mm}^2$$

$$W_{el} = 2 \cdot 3 \cdot 170^2 / 6 = 28900 \text{ mm}^3$$

$$W_{pl} = 2 \cdot 3 \cdot 170^2 / 4 = 43350 \text{ mm}^3$$

Kraften F_s henføres til svejsesømsarealets tyngdepunkt og opløses efter akseretningerne. Det giver følgende snitkræfterne:

$$F_{sx} = 100 \cdot \sin 40 = 64.3 \text{ kN}$$

$$F_{sy} = 100 \cdot \cos 40 = 76.6 \text{ kN}$$

$$M_s = 64.3(170/2 - 62)10^{-3} = 1.48 \text{ kNm}$$

Elastisk spændingsfordeling

Spændingstilstanden i svejsesømsarealet undersøges idet både normal- og forskydningspændinger regnes elastisk fordelt:

$$\sigma_x = \frac{F_{sx}}{A_w} \mp \frac{M_s}{W_{el}} = 63.0 \mp 51.2 = \begin{cases} 11.8 \text{ MPa (os)} \\ 114.2 \text{ MPa (us)} \end{cases}$$

$$\tau_y = \frac{3}{2} \frac{F_{sy}}{A_w} = 112.7 \text{ MPa}$$

Kontrollen gennemføres dels ved underkanten (us) hvor den maximale værdi af σ_x optræder alene, og dels i tyngdepunktet hvor den maximale værdi af τ_y optræder sammen med en mindre

værdi af σ_x . Ved beregning af spændingskomponenterne i sømsnit forudsættes kantsømmene udført under 45° .

Kontrol ved underkant:

$$\sigma_{90} = \tau_{90} = \sigma_x / \sqrt{2} = 114.2 / \sqrt{2} = 80.8 \text{ MPa} \quad \text{og} \quad \tau_0 = 0$$

$$\sqrt{\sigma_{90}^2 + 3(\tau_{90}^2 + \tau_0^2)} = \sqrt{80.8^2 + 3(80.8^2 + 0^2)} = 161.6 \text{ MPa} < c_0 \frac{f_{ud}}{\beta_w} = 236.4 \text{ MPa}$$

Kontrol ved tyngdepunkt:

$$\sigma_{90} = \tau_{90} = \sigma_x / \sqrt{2} = 63.0 / \sqrt{2} = 44.5 \text{ MPa} \quad \text{og} \quad \tau_0 = \tau_y = 112.7 \text{ MPa}$$

$$\sqrt{44.5^2 + 3(44.5^2 + 112.7^2)} = 214.5 \text{ MPa} < 236.4 \text{ MPa}$$

Svejsesømmens bæreevne er således tilstrækkelig: $F_{w,R} = 100 \cdot (236.4 / 214.5) = 110.2 \text{ kN}$

Plastisk spændingsfordeling

I henhold til pkt. 6.5.1 er det tilladt at regne snitkræfterne optage på "gunstigste måde", dog med den begrænsning i pkt. 6.5.1 at forskydningspåvirkede sømme kun må regnes fuldt udnyttet over en sømlængde på $150 \cdot a$, hvilket er opfyldt her. Derfor kan bæreevnen baseres på plastisk fordeling af både normal- og forskydningsspændinger.

$$\sigma_x = \frac{F_{sx}}{A_w} \mp \frac{M_s}{W_{pl}} = 63.0 \mp 34.1 = \begin{cases} 28.9 \text{ MPa (os)} \\ 97.1 \text{ MPa (us)} \end{cases}$$

$$\tau_y = \frac{F_{sy}}{A_w} = 75.1 \text{ MPa}$$

I dette tilfælde er det tilstrækkeligt at udføre spændingskontrollen ved underkanten hvor den maximale værdi af σ_x optræder:

$$\sigma_{90} = \tau_{90} = \sigma_x / \sqrt{2} = 97.1 / \sqrt{2} = 68.7 \text{ MPa} \quad \text{og} \quad \tau_0 = \tau_y = 75.1 \text{ MPa}$$

$$\sqrt{68.7^2 + 3(68.7^2 + 75.1^2)} = 189.2 \text{ MPa} < 236.4 \text{ MPa}$$

Svejsesømmens bæreevne bliver dermed

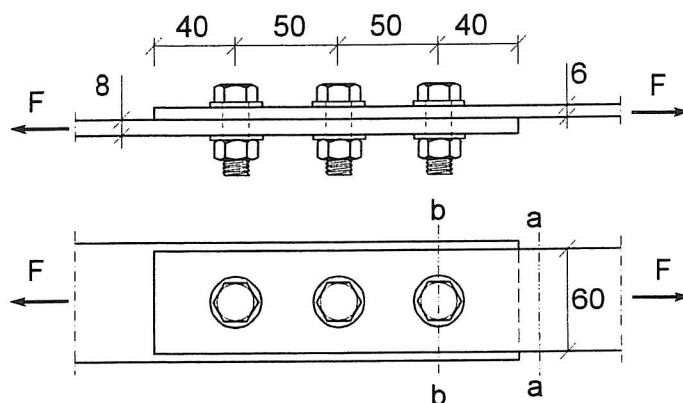
$$F_{w,R} = 100 \cdot (236.4 / 189.2) = 124.9 \text{ kN}$$

Som ventet fås en noget større bæreevne end med elastiske spændingsfordeling.

Bæreevnen ved plastisk spændingsfordeling kan faktisk vises at være endnu større hvis man lader τ_0 optage alene af en del af svejsesømsarealet tæt ved den neutrale akse, og udnytter det resterende areal fuldt ud til træk/trykflydning ved optagelsen af moment og normalkraft.

Boltesamling - kategori A

Boltesamlingen herunder er udført med 3 bolte M12 i styrkeklasse 8.8. Boltehullerne er $\varnothing 13$ mm, og stålpladerne er af S235.



SIK & MAK: Normal

$$\text{Stål: } f_{y,d} = 235/1,17 = 201 \text{ MPa}$$

$$f_{u,d} = 340/1,43 = 238 \text{ MPa}$$

$$\text{Bolte: } f_{ub,d} = 800/1,43 = 559 \text{ MPa}$$

Det forudsættes, at boltene er gevindskåret i fuld længde, således at forskydningsplanet går gennem gevindet.

Det er en etsnits-samling, da der kun er ét forskydningsplan pr. bolt.

Pkt. 6.6.3: Hulrandsbæreevne:

Hulafstandene er optimale, jf. DS 412 pkt. 6.6.9. Derfor er $c_1 = c_2 = 1$.

Hulrandsbæreevnen pr. bolt er

$$F_{b,R} = 2,5 c_1 c_2 d t f_{ud} = 2,5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 238 \cdot 10^{-3} = 43,8 \text{ kN}$$

Med 3 bolte i samlingen fås

$$F \leq 3 F_{b,R} = 128,4 \text{ kN}$$

Pkt. 6.6.4: Overklipningsbæreevne:

For bolte i styrkeklasse 8.8 er $c_3 = 0,6$.

Spændingsarealet for M12 er: $A_s = 86,3 \text{ mm}^2$.

Forskydningsplanet går gennem gevindet; derfor er $A = A_s$ i denne formel.

$$F_{v,R} = c_3 A f_{ub,d} = 0,6 \cdot 86,3 \cdot 559 \cdot 10^{-3} = 29,0 \text{ kN.} \quad \Rightarrow \quad F \leq 3 F_{v,R} = 86,9 \text{ kN}$$

Pkt. 6.3.7: Trækstyrke af fladstål:

Snit a-a (bruttoareal):

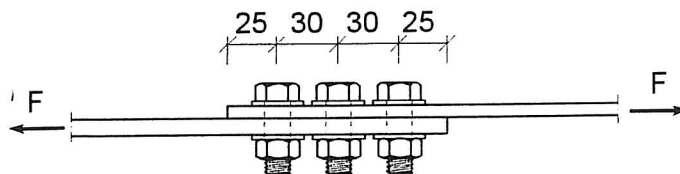
$$N_{t,R} = A f_{yd} = 6 \cdot 60 \cdot 201 \cdot 10^{-3} = 60,3 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad F \leq N_{t,R} = \underline{72,4 \text{ kN}}$$

Snit b-b (nettoareal):

$$N_{t,R} = 0,9 A_{\text{net}} f_{ud} = 0,9 \cdot 6 \cdot (60 - 13) \cdot 238 \cdot 10^{-3} = 60,4 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad F \leq N_{t,R} = 60,4 \text{ kN}$$

Samlingens bæreevne er **60,3 kN**

Alternativ udførelse:



Hvis bolteafstandene reduceres som angivet på figuren herover, skal der regnes med en reduceret hulrandsbæreevne.

Pkt. 6.6.3: Hulrandsbæreevne:

Der er to formler for beregning af c_1 :

$$c_1 = e_1 / (3 d_0) = 25 / (3 \cdot 13) = 0,64$$

og

$$c_1 = p_1 / (3 d_0) - 0,25 = 30 / (3 \cdot 13) - 0,25 = 0,52$$

Den mindste værdi skal benyttes: $c_1 = 0,52$

På tværs af kraftens retning er der ingen ændringer: $c_2 = 1$

$$F_{b,R} = 2,5 c_1 c_2 d t f_{ud} = 2,5 \cdot 0,52 \cdot 1 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 238 \cdot 10^{-3} = 22,3 \text{ kN}$$

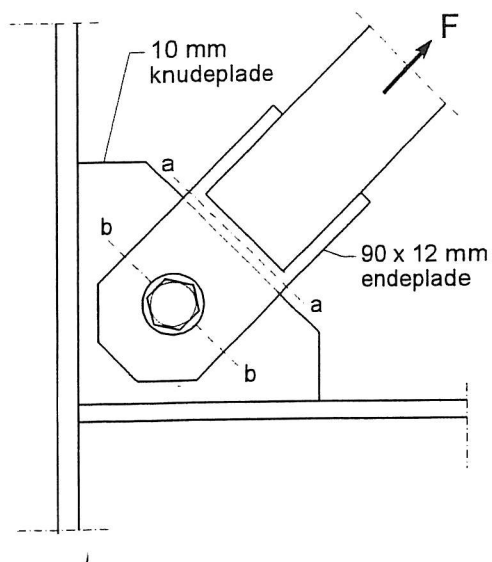
$$\Rightarrow \quad F \leq 3 F_{b,R} = 66,8 \text{ kN}$$

De øvrige bæreevner ændres ikke.

Samlingens bæreevne er uændret **60,3 kN**

Boltesamling - kategori B

Samlingen på figuren herunder indgår i det stabiliserende system i en bygning. Samlingen skal dimensioneres til at optage kraften F , som stammer fra vindlast.



SIK & MAK: Normal

Stål: S235: $f_{y,d} = 235/1,17 = 201 \text{ MPa}$

$f_{u,d} = 340/1,43 = 238 \text{ MPa}$

Bolte: kv. 8.8: $f_{ub,d} = 800/1,43 = 559 \text{ MPa}$

Last: $F_k = \pm 50 \text{ kN}$

$F_d = \pm F_k \cdot \gamma_f = \pm 50 \cdot 1,5$

$= \pm 75 \text{ kN}$

I LAK 1 (lastkombination 1) dimensioneres samlingens friktionsbæreevne for F_k .

I LAK 2.1 dimensioneres hulrands- og overlappingsbæreevnen for F_d , og endepladens styrke kontrolleres.

LAK 1: $F = \pm 50 \text{ kN}$

Knudepladen og endepladen er sandblæst og malet med alkali-zinksilikatmaling.

I normens tabel 7.4.4 aflæses, at kontaktfladerne tilhører klasse B, og i pkt. 6.6.15 findes den tilhørende karakteristiske friktionskoefficient:

$\mu_k = 0,4$.

Der gættes på en boltedimension: M20 (\Rightarrow hulstørrelse $\varnothing 22 \text{ mm}$)

Regningsmæssig friktionskoefficient: $\mu_d = \mu_k = 0,4$ (idet $\gamma_m = 1$)

Boltens forspændingskraft:

$$F_{p,C} = 0,7 f_{ub} A_s = 0,7 \cdot 800 \cdot 250 \cdot 10^{-3} = 140 \text{ kN}$$

Friktionsbæreevne:

$$F_{s,R,ser} = c_4 n \mu_d F_{p,C} = 1 \cdot 1 \cdot 0,4 \cdot 140 = \underline{56 \text{ kN} > 50 \text{ kN}: \text{OK}}$$

LAK 2.1: $F = \pm 75 \text{ kN}$

(beregnes på samme måde som en kategori A-samling)

Hulrandsbæreevne:

Hulafstandene er optimale: $c_1 = c_2 = 1$.

Men da det er en overlapsamling med kun 1 bolt, bliver formelen i pkt. 6.6.3(2) afgørende.

$$F_{b,R} = 1,5 d t f_{ud} = 1,5 \cdot 20 \cdot 10 \cdot 238 \cdot 10^{-3} = 71,4 \text{ kN} < 75 \text{ kN: NB!}$$

Bolten øges til M 22:

$$F_{b,R} = 1,5 \cdot 22 \cdot 10 \cdot 238 \cdot 10^{-3} = \underline{78,5 \text{ kN} > 75 \text{ kN: OK}}$$

Overklipningsbæreevne:

For bolte i styrkeklasse 8.8 er $c_3 = 0,6$.

Spændingsarealet for M22 er $A_s = 309 \text{ mm}^2$.

Forskydningsplanet går gennem gevindet; derfor er $A = A_s$ i denne formel.

$$F_{v,R} = c_3 A f_{ub,d} = 0,6 \cdot 309 \cdot 559 \cdot 10^{-3} = \underline{104 \text{ kN} > 75 \text{ kN: OK}}$$

Trækstyrke af endeplade: (for tryk kræves en nøjere undersøgelse; se kategori C-samling)

Snit a-a (bruttoareal):

$$N_{t,R} = A f_{yd} = 12 \cdot 90 \cdot 201 \cdot 10^{-3} = \underline{217 \text{ kN} > 75 \text{ kN: OK}}$$

Snit b-b (nettoareal. Boltehullet er nu $\varnothing 24 \text{ mm}$):

$$F_{t,R} = F_{c,R} = 0,9 A_{\text{net}} f_{ud} = 0,9 \cdot 12 \cdot (90 - 24) \cdot 238 \cdot 10^{-3} = \underline{170 \text{ kN} > 75 \text{ kN: OK}}$$

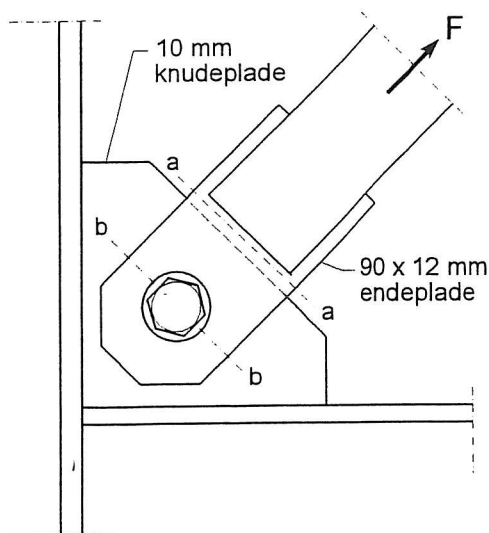
Boltedimension: M22 Huller: $\varnothing 24 \text{ mm}$.

Bolten tilspændes med moment. Beregning af tilspændingsmomentet ligger uden for dette eksempel.

Boltesamling - kategori C

Samlingen på figuren herunder indgår i det stabiliserende system i en bygning. Samlingen skal dimensioneres til at optage kraften F , som stammer fra vindlast.

Eksemplet er identisk med det foregående, bortset fra at kategorien er ændret fra B til C.



SIK & MAK: Normal

Stål: S235: $f_{yd} = 235/1,17 = 201 \text{ MPa}$

Bolte: kv. 8.8: $f_{ub} = 800 \text{ MPa}$

Last: $F_k = \pm 50 \text{ kN}$

$F_d = \pm F_k \cdot \gamma_f = \pm 50 \cdot 1,5$
 $= \pm 75 \text{ kN}$

Beregningen adskiller sig fra kategori B-samlingen derved, at hele den regningsmæssige last nu skal optages ved friktion, og friktionskoefficienten skal reduceres med partialkoefficienten $\gamma_m = 1,17$.

Knudepladen og endepladen er sandblæst og malet med alkali-zinksilikatmaling. I normens tabel 7.4.4 aflæses, at kontaktfladerne dermed tilhører klasse B, og i pkt. 6.6.15 findes den tilhørende karakteristiske friktionskoefficient: $\mu_k = 0,4$.

I kategori C er det tilladt at bruge større boltehuller. For at få lidt ekstra tolerance i samlingen udføres den med overstørrelses huller i h.t. tabel 7.4.2. Dermed bliver faktoren $c_4 = 0,85$.

Der gættes på en boltedimension: M27 (\Rightarrow hulstørrelse $\varnothing 35 \text{ mm}$)

Regningsmæssig friktionskoefficient: $\mu_d = \mu_k/\gamma_m = 0,4/1,17 = 0,34$

Boltens forspændingskraft:

$$F_{p,C} = 0,7 f_{ub} A_s = 0,7 \cdot 800 \cdot 468 \cdot 10^{-3} = 262 \text{ kN}$$

Friktionsbæreevne:

$$F_{s,R} = c_4 n \mu_d F_{p,C} = 0,85 \cdot 1 \cdot 0,34 \cdot 262 = \underline{75,7 \text{ kN} > 75 \text{ kN: OK}}$$

Endeplade:

Snit a-a (bruttoareal):

Der opstår et moment i endepladen, fordi samlingen er ekscentrisk. Bæreevnen eftervises for tryk (endepladen er så kort, at der ikke opstår nogen væsentlig søjlevirkning) :

$$M_S \approx 0,006 \text{ m} \cdot 75 \text{ kN} = 0,45 \text{ kNm}$$

og

$$M_{c,R} = W_{pl} f_{yd} = \frac{1}{4} \cdot 90 \cdot 12^2 \cdot 201 \cdot 10^{-6} = 0,65 \text{ kNm}$$

$$N_S = 75 \text{ kN}$$

og

$$N_{c,R} = A f_{yd} = 12 \cdot 90 \cdot 201 \cdot 10^{-3} = 217 \text{ kN}$$

Pkt. 6.3.11(4):

$$n_{pl}^2 + m_{pl} = (N_S/N_{c,R})^2 + M_S/M_{c,R} = (75/217)^2 + 0,45/0,65 = \underline{0,81 < 1: OK}$$

Snit b-b (nettoareal):

Træk:

I h.t. pkt. 6.3.7(2) forudsættes det, at 30% af trækkræften er overført ved friktion inden snittet gennem boltehullet. Nettoarealet skal derfor kun overføre kraften $0,7 \cdot 75 \text{ kN}$.

$$N_{t,R} = A_{net} f_{yd} = 12 \cdot (90 - 35) \cdot 201 \cdot 10^{-3} = \underline{133 \text{ kN} > 0,7 \cdot 75 \text{ kN}: OK}$$

Tryk:

På den sikre side ses der her bort fra, at en del af kraften er overført ved friktion før snittet.

$$N_{c,R} = 0,9 A_{net} f_{ud} = 0,9 \cdot 12 \cdot (90 - 35) \cdot 238 \cdot 10^{-3} = \underline{141 \text{ kN} > 75 \text{ kN}: OK}$$

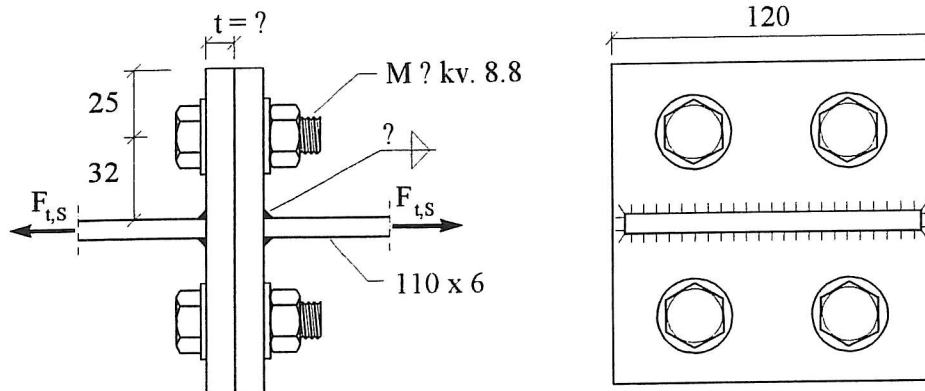
Boltdimension: M27 Huller: ø35 mm.

Bolten tilspændes med moment. Beregning af tilspændingsmomentet ligger uden for dette eksempel.

Tværpladestød - plastisk beregning

Tværpladestødet herunder skal dimensioneres for en regningsmæssig kraft $F_{t,s} = 90$ kN.

Tværplader og bolte dimensioneres for brudform 1 - svage plader.



SIK & MAK: Normal

Stål: S275 $f_{yd} = 275/1,17 = 235$ MPa
 $f_{ud} = 410/1,43 = 287$ MPa

Bolte: kv. 8.8 $f_{ub,d} = 800/1,43 = 559$ MPa

Svejsninger: Sømklasse III

Svejsninger

Da der er tale om 45° kantsømme, hvor $\sigma_{90} = \tau_{90}$, kan normens bæreevneudtryk omformes til:

$$F \leq \frac{c_0 A_w f_{ud}}{\beta_w \sqrt{2}}$$

Formlen omskrives, så det nødvendige svejseareal $A_{w,nodv}$ beregnes:

$$A_{w,nodv} = \frac{F_{t,s} \beta_w \sqrt{2}}{c_0 f_{ud}} = \frac{90 \cdot 10^3 \cdot 0,85 \cdot \sqrt{2}}{0,7 \cdot 287} = 539 \text{ mm}^2$$

På den sikre side ses der bort fra svejsningen for enden af fladstålet ved beregningen af A_w :

$$A_w = 2 a l = 2 \cdot a \cdot 110$$

$$a \geq \frac{A_{w,nodv}}{2 \cdot 110} = \frac{539}{2 \cdot 110} = 2,45 \text{ mm}$$

Der vælges : $a = 3$ mm

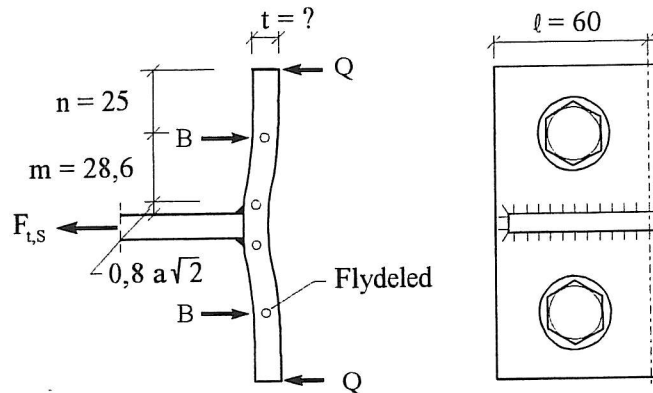
Tværplader

Målet m fra svejdesømmen til bolten bestemmes:

$$m = 32 - 0,8 a \sqrt{2} = 32 - 0,8 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = 28,6 \text{ mm}$$

Den effektive længde ℓ for hver bolterække er: $\ell = \frac{1}{2} \cdot 120 = 60 \text{ mm}$

Den regningsmæssige trækraft pr. bolterække er: $F_{t,S} = \frac{1}{2} \cdot 90 = 45 \text{ kN}$



Figuren herover viser den ene tværplade, belastet med en regningsmæssig last $F_{t,S} \leq F_{t,R}$.

I de markerede flydeled er det maksimale moment: $M_{c,R} = W_{pl} f_{yd}$.

Når det maksimale moment $M_{c,R}$ nås, er tværpladens bæreevne udtømt.

Tværpladens bæreevne for én bolterække kan bestemmes af formlen: $F_{t,R} = \frac{\ell t^2}{m} f_{yd}$

Den nødvendige tykkelse af tværpladen kan nu bestemmes:

$$F_{t,R} = \frac{\ell t^2}{m} f_{yd} \geq F_{t,S} \Rightarrow t \geq \sqrt{\frac{F_{t,S} m}{\ell f_{yd}}} = \sqrt{\frac{45 \cdot 10^3 \cdot 28,6}{60 \cdot 235}} = 9,6 \text{ mm} \Rightarrow \underline{t = 10 \text{ mm}}$$

Bolte

Hver bolt skal bære dels $\frac{1}{2} F_{t,S}$, dels modholdskraften Q for enden af tværpladen.

$$Q = \frac{M_{c,R}}{h} = \frac{f_{yd} W_{pl}}{h} = \frac{f_{yd} \ell t^2}{4 h} = \frac{235 \cdot 60 \cdot 9,6^2}{4 \cdot 25} \cdot 10^{-3} = 12,9 \text{ kN}$$

Kraften pr. bolt kan bestemmes af formlen:

$$B = \frac{1}{2} F_{t,S} + Q = F_{t,S} \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{4 n} \right) = 45 \left(\frac{1}{2} + \frac{28,6}{4 \cdot 25} \right) = 35,4 \text{ kN}$$

Trækbæreevne pr. bolt: $F_{t,R} = 0,9 f_{ub,d} A_s \geq F_{t,S,bolt} = B$

Spændingsarealet bestemmes:

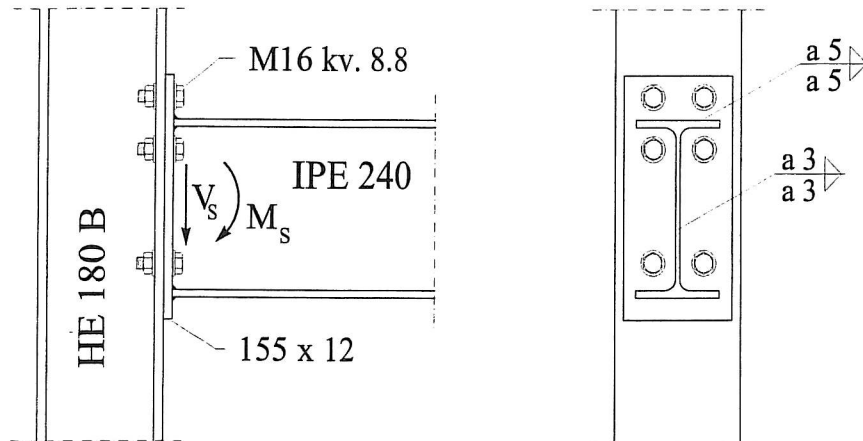
$$A_s \geq \frac{F_{t,S,bolt}}{0,9 f_{ub,d}} = \frac{35,4 \cdot 10^3}{0,9 \cdot 559} = 70,4 \text{ mm}^2$$

Valg: M12 $A_s = 88,3 \text{ mm}^2 > 70,4 \text{ mm}^2$ OK

Boltet bjælke-søjlesamling

Dette eksempel bygger videre på de grundlæggende beregningsprincipper fra eksempel 17. En del af beregningen er udført ved hjælp af metoden *ækvivalent tværpladestød* i h.t. Eurocode 3.

En momentpåvirket samling mellem en HEB-søjle og en IPE-bjælke udføres som vist på figuren.

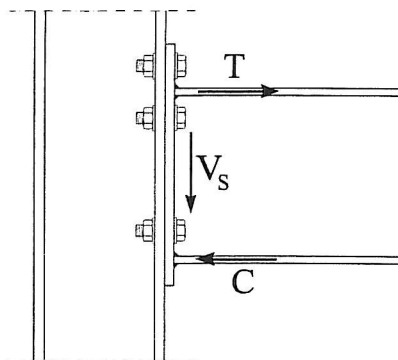


SIK & MAK:	Normal	
Stål:	S235	$f_{yd} = 235/1,17 = 201 \text{ MPa}$
		$f_{ud} = 340/1,43 = 238 \text{ MPa}$
		$E_d = 210 \cdot 10^3/1,17 = 179 \cdot 10^3 \text{ MPa}$
Bolte:	kv. 8.8	$f_{ub,d} = 800/1,43 = 559 \text{ MPa}$

Snitkræfter:

$$M_s = 41 \text{ kNm}$$

$$V_s = 30 \text{ kN}$$



Momentet regnes optaget af flangerne alene:

$$T = C = \frac{M_s}{h_t} = \frac{41}{(240 - 9,8) \cdot 10^{-3}} = 178 \text{ kN}$$

Tryksiden

Bæreevnen eftervises i h.t. DS 412 pkt. 6.4.5.

Kraften C påføres søjlen over strækningen s_s :

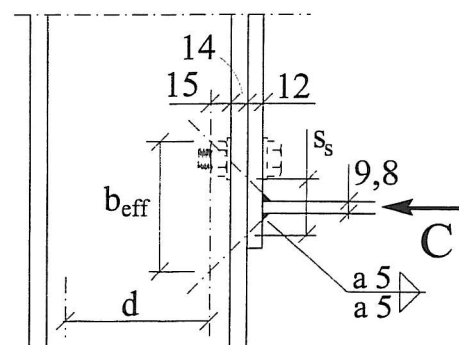
$$s_s = 9,8 + 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot 12 = 48 \text{ mm}$$

Pkt. 6.4.5(2): Flydning i halssnit:

$$b_{eff} = s_s + 2(t_f + r) = 48 + 2(14 + 15) = 106 \text{ mm}$$

$$\sigma = C / (t_w b_{eff}) = 178 \cdot 10^3 / (8,5 \cdot 106)$$

$$= \underline{197 \text{ MPa} < 201 \text{ MPa}: \text{OK}}$$



Pkt. 6.4.5(3): Indtrykning under tværlast:

$$s_s/d = 48/(180 - 2(14 + 15)) = 0,39 > 0,2 \Rightarrow \text{der skal regnes med } s_s/d = 0,2$$

$$R_{s,R} = 0,5 t_w^2 \sqrt{E_d f_{yd}} \left(\sqrt{\frac{t_f}{t_w}} + 3 \frac{t_w}{t_f} \frac{s_s}{d} \right) = 0,5 \cdot 8,5^2 \sqrt{179 \cdot 10^3 \cdot 201} \left(\sqrt{\frac{14}{8,5}} + 3 \frac{8,5}{14} \cdot 0,2 \right) 10^{-3}$$

$$= \underline{357 \text{ kN} > 178 \text{ kN}: \text{OK}}$$

Forskydningszonen

$$V_S \leq C = T = 178 \text{ kN}$$

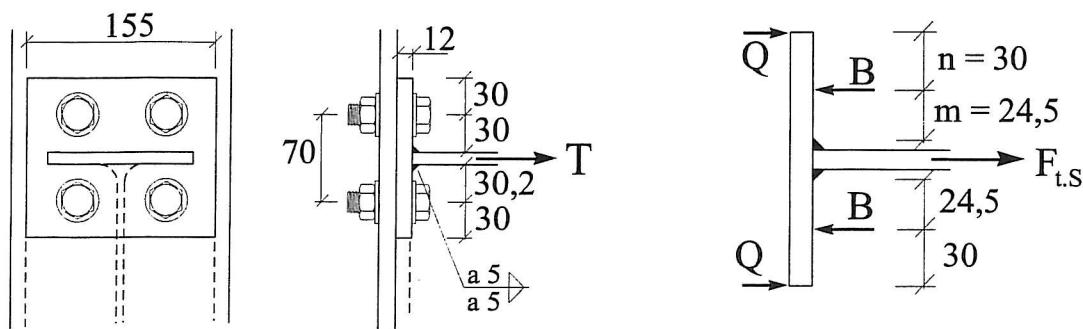
$$V_R = A_v f_{yd} / \sqrt{3} = (1,04 h t_w) f_{yd} / \sqrt{3} = 1,04 \cdot 180 \cdot 8,5 \cdot 201 \cdot 10^{-3} / \sqrt{3}$$

$$= \underline{185 \text{ kN} > 178 \text{ kN}: \text{OK}}$$

Træksiden

I træksiden består samlingen af et tværpladestød, hvor de to halvdele er drejet 90° i forhold til hinanden. Trækket kommer fra den vandretliggende bjælkeflange og skal - via bjælkens endeplade og søjlens flange - overføres til den lodrette søjlekrop. Beregningen gennemføres ved, at de to halvdele af tværpladestødet beregnes hver for sig.

Bjælkens endeplade



Den øverste del af endepladen betragtes som et simpelt symmetrisk tværpladestød. Der ses på den sikre side bort fra svejsningen mellem krop og endeplade og fra virkningen af den resterende del af tværpladen.

Der er to bolterækker, én på hver side af kroppen.

$$\text{Afstand fra svejsning til bolt: } m = 30,2 - 0,8 a \sqrt{2} = 30,2 - 0,8 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} = 24,5 \text{ mm}$$

$$\text{Længde af tværpladestød pr. bolterække: } \ell = \frac{1}{2} \cdot 155 = 77,5 \text{ mm}$$

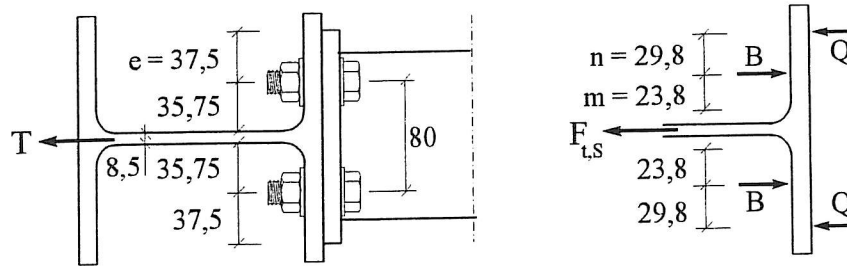
$$\text{Regningsmæssig trækraft pr. bolterække: } F_{t,S} = \frac{1}{2} \cdot T = \frac{1}{2} \cdot 178 = 89 \text{ kN}$$

$$\text{Bæreevne: } F_{t,R} = \frac{\ell t^2}{m} f_{yd} = \frac{77,5 \cdot 12^2}{24,5} 201 \cdot 10^{-3} = \underline{91,6 \text{ kN} > 89 \text{ kN}: \text{OK}}$$

Hver bolt skal optage trækraften:

$$B = \frac{1}{2} F_{t,S} + Q = F_{t,S} \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{4n} \right) = 89 \left(\frac{1}{2} + \frac{24,5}{4 \cdot 25} \right) = 66,3 \text{ kN}$$

Søjleflangen



Der er to bolterækker, én over og én under bjælkens overflange.
 For at beregne bæreevnen af denne del af tværpladestødet bestemmes først målene m og n .
 Derefter bestemmes den effektive længde l_{eff} for hver bolterække.

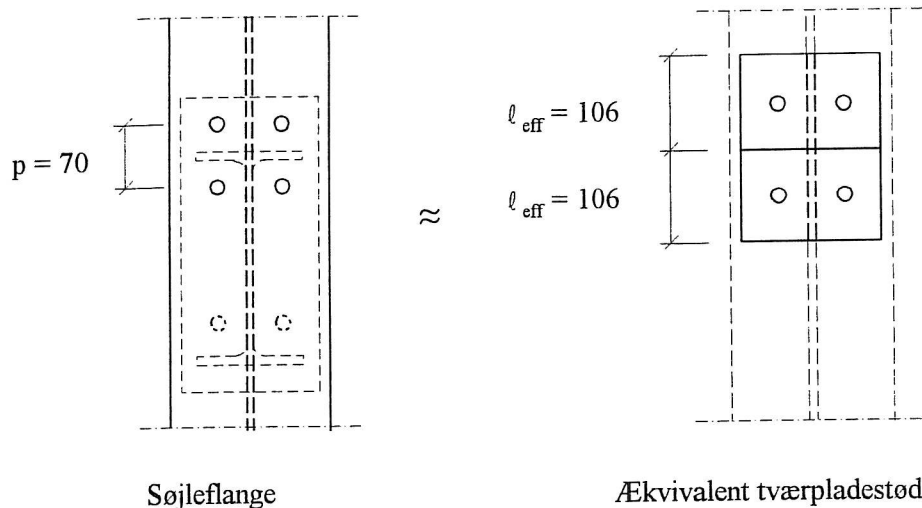
Regningsmæssig trækraft pr. bolterække: $F_{t,s} = \frac{1}{2} \cdot T = \frac{1}{2} \cdot 178 = 89 \text{ kN}$

Afstand fra hjørnerundingen til bolten: $m = 35,75 - 0,8 r = 35,75 - 0,8 \cdot 15 = 23,8 \text{ mm}$

Afstand fra bolten til modholdskraften Q : $n \leq \begin{cases} e = 37,5 \text{ mm} \\ 1,25 m = 1,25 \cdot 23,8 = \underline{29,8 \text{ mm}} \end{cases}$

Effektiv længde pr. bolterække:

$$l_{\text{eff}} \leq \begin{cases} 2 \pi m = 2 \cdot \pi \cdot 23,8 = 150 \text{ mm} \\ 4 m + 1,25 e = 4 \cdot 23,8 + 1,25 \cdot 37,5 = 142 \text{ mm} \\ 0,5 p + 2 m + 0,625 e = 0,5 \cdot 70 + 2 \cdot 23,8 + 0,625 \cdot 37,5 = \underline{106 \text{ mm}} \end{cases}$$



Der forudsættes brudform 1: ¹⁾

$$F_{t,R} = \frac{l_{\text{eff}} t^2}{m} f_{yd} = \frac{106 \cdot 14^2}{23,8} 201 \cdot 10^{-3} = \underline{175 \text{ kN} > 89 \text{ kN: OK}}$$

$$B = \frac{1}{2} F_{t,s} + Q = F_{t,s} \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{4 n} \right) = 89 \left(\frac{1}{2} + \frac{23,8}{4 \cdot 29,8} \right) = 62,3 \text{ kN}$$

Bolte - samtidig træk og forskydning (pkt. 6.6.4 - 6.6.7)

Bæreevnen af de øverste 4 bolte kontrolleres.

V regnes ligeligt fordelt på alle 6 bolte, og som boltetrækraft benyttes den største beregnede værdi fra de to tværpladeberegninger - for hhv. endeplade og søjleflange.

Kræfter og bæreevner for boltene benævnes her B for at undgå sammenblanding med $F_{t,S}$ og $F_{t,R}$ for hele tværpladestødet.

$$B_{v,S} = 30/6 = 5 \text{ kN} \quad B_{v,R} = 0,6 A_s f_{ub,d} = 0,6 \cdot 160 \cdot 559 \cdot 10^{-3} = 48,9 \text{ kN}$$

$$B_{t,S} = 66,3 \text{ kN} \quad B_{t,R} = 0,9 A_s f_{ub,d} = 0,9 \cdot 160 \cdot 559 \cdot 10^{-3} = 80,5 \text{ kN}$$

$$(B_{v,S}/B_{v,R})^2 + (B_{t,S}/B_{t,R})^2 = (5/48,9)^2 + (66,3/80,5)^2 = \underline{0,69 < 1 \text{ OK}}$$

1)

Der er 3 mulige brudformer for et tværpladestød, afhængig af boltenes og pladernes indbyrdes styrkeforhold, se figur 7 - 9 i ESDEP-lektion 11.4.4. Men som regel behøver man ikke at overveje alle 3 brudformer.

Hvis tværpladestødet i dette eksempel blev belastet helt op til tværpladens (søjleflangens) bærevne på 175 kN, ville kraften pr. bolt ved brudform 1 blive:

$$B = \frac{1}{2} F_{t,R} + Q = F_{t,R} \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{4n} \right) = 175 \left(\frac{1}{2} + \frac{23,8}{4 \cdot 29,8} \right) = 122 \text{ kN} > B_{t,R} = 80,5 \text{ kN NB!}$$

Når boltene som her giver efter, før alle 4 flydeled i tværpladen er udviklet, kan brudform 1 ikke opnås. Man får i stedet brudform 2, eller måske brudform 3.

Ved brudform 2 er bæreevnen:

$$F_{t,R} = \frac{2 M_{c,R} + n \Sigma B_{t,R}}{m + n}$$

$$\text{hvor } M_{c,R} = W_{pl} f_{yd} = \frac{1}{4} l_{eff} t^2 f_{yd} = \frac{1}{4} \cdot 106 \cdot 14^2 \cdot 201 \cdot 10^{-6} = 1,04 \text{ kNm}$$

$$\Sigma B_{t,R} = 2 B_{t,R}, \text{ idet bæreevnen beregnes for én bolterække.}$$

$$F_{t,R} = \frac{2 \cdot 1,04 + 29,8 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 80,5}{(23,8 + 29,8) \cdot 10^{-3}} = 128 \text{ kN} < \Sigma B_{t,R} = 2 \cdot 80,5 = 161 \text{ kN OK}$$

Hvis en beregning af brudform 2 giver en bærevne $F_{t,R} > \Sigma B_{t,R}$, er den ugyldig.

Så er der i stedet tale om brudform 3, og bæreevnen er: $F_{t,R} = \Sigma B_{t,R} = 2 \cdot 80,5 = 161 \text{ kN}$.

Konklusion:

Når et tværpladestøds bærevne ikke udnyttes fuldt ud, er det tilstrækkeligt - og lidt på den sikre side - at forudsætte brudform 1. Hvis boltenes bærevne kan eftervises for den boltkraft, der beregnes ved brudform 1, er det ikke nødvendigt at overveje brudform 2 eller 3.

Bæreevne af boltet tværpladestød

Den på figuren viste stødsamling i en bjælke af IPE 300-profil udføres med påsvejste tværplader og 2×3 stk. M20 bolte. Samlingens bæreevne for kombineret moment og forskydningspåvirkning undersøges, idet følgende materialedata benyttes

SIK MAK: Normal

IPE-profil (S275): $f_{yd} = 275/1.17 = 235 \text{ MPa}$
 $W = 0.557 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$

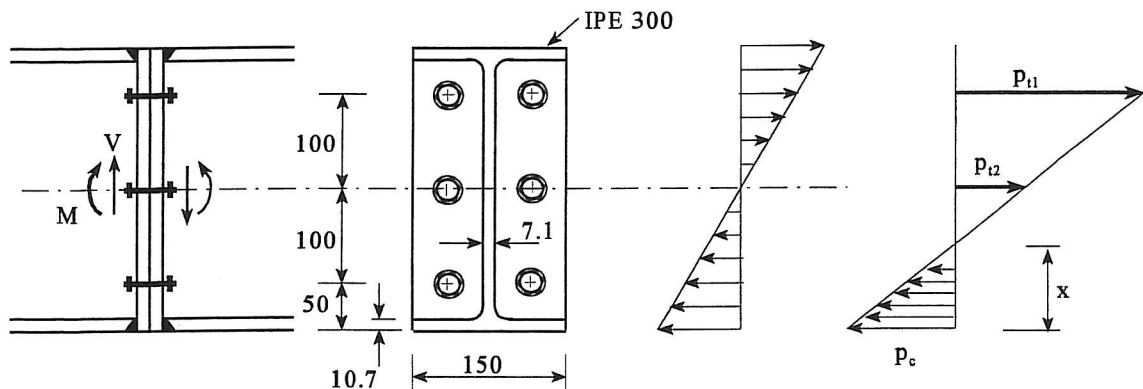
Bolte klasse 8.8: $f_{yb,d} = 8 \cdot 8 \cdot 10 / 1.17 = 547 \text{ MPa}$ $f_{ub,d} = 8 \cdot 100 / 1.43 = 559 \text{ MPa}$
 $A_s = 250 \text{ mm}^2$ (spændingsareal)

For rullet gevind er boltens trækstyrke $0.9 \cdot f_{ub,d} \cdot A_s$ og da denne værdi er mindre end flydestyrken $f_{yb,d} \cdot A_s$ vælges det at basere dimensioneringen på træk bæreevnen, også når den lineærelastiske spændingsfordeling benyttes.

Træk- og forskydningsbæreevnen for en M20 bolt er

$$F_{t,R} = 0.9 \cdot f_{ub,d} \cdot A_s = 125.8 \text{ kN} \quad \text{og} \quad F_{v,R} = 0.6 \cdot f_{ub,d} \cdot A_s = 83.9 \text{ kN}$$

Som beregningsmodel benyttes først den på figuren viste lineærelastiske spændingsfordeling, hvor det øverste boltepar udnyttes fuldt ud til træk, det midterste boltepar optager en kombination af træk og forskydning, og det nederste boltepar påvirkes udelukkende til forskydning på grund af 0-liniens beliggenhed (skønnet).



Spændingsfordelingen fra momentet kan bestemmes ved projektion på vandret. Trykzonens areal udgøres af underflangen samt den nederste del af kroppen idet der for nemheds skyld ses bort fra afrundinger mellem krop og flange.

$$2 \cdot A_s (p_{t1} + p_{t2}) = \frac{1}{2} (x - 10.7) \cdot 7.1 \cdot p_c \left(\frac{x - 10.7}{x} \right) + 150 \cdot 10.7 \left(1 + \frac{x - 10.7}{x} \right) \frac{p_c}{2}$$

heri indsættes

$$p_{t1} = \frac{250 - x}{x} p_c \quad \text{og} \quad p_{t2} = \frac{150 - x}{x} p_c$$

og efter nogen regning findes $x = 74.5 \text{ mm}$ og dermed

$$p_{t1} = 2.356 \cdot p_c \quad \text{og} \quad p_{t2} = 1.013 \cdot p_c$$

Da $50 < x < 150$, er antagelsen om 0-liniens placering korrekt, og indsættes $p_{t1} = 0.9 \cdot f_{ub,d}$ fås

$$p_{t1} = 503.1 \text{ MPa}, \quad p_{t2} = 216.3 \text{ MPa} \quad \text{og} \quad p_c = 213.5 \text{ MPa} (< f_{yd})$$

Samlingens momentbæreevne, under de givne forudsætninger, kan herefter bestemmes ved momentligningen der giver (beregninger udeladt)

$$M_{c,R} = 76.1 \text{ kN}$$

I det midterste boltepar optræder en trækraft på $F_{t,S} = p_{t2} \cdot A_s = 54.1 \text{ kN}$ i hver bolt, og den resterende forskydningsbæreevne udregnes ved hjælp af interaktionsudtrykket

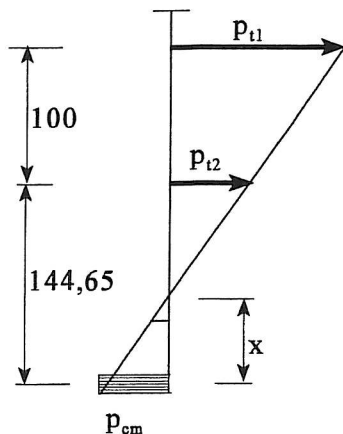
$$(F_{v,S}/F_{v,R})^2 + (F_{t,S}/F_{t,R})^2 \leq 1$$

der giver $F_{v,S} = 68.4 \text{ kN}$, og den boltesamlingens forskydningsbæreevne samtidig med momentet $M_{c,R}$ bliver dermed

$$F_v = 2(68.4 + 83.9) = 304.6 \text{ kN}$$

Bemærk, at det benyttede interaktionsudtryk, som er angivet i DS 412 pkt. 6.6.7, afviger noget fra det der angives i ESDEP-lektion 11.3.1, og som stammer fra Eurocode 3.

Som alternativ til ovenstående beregning kan man benytte en simpel tilnærmelse, hvor der ses bort fra trykspændingerne i den nederste del af kroparealet og i stedet regner med en konstant trykspænding p_{cm} i flangearealet.



$$p_{t1} = \frac{244,65 - x}{x} p_{cm}$$

$$p_{t2} = \frac{114,65 - x}{x} p_{cm}$$

Projektion på vandret giver $x = 74.7 \text{ mm}$ og indsættes $p_{t1} = 0.9 \cdot f_{ub,d}$ fås

$$p_{t1} = 503.1 \text{ MPa}, \quad p_{t2} = 207.1 \text{ MPa} \quad \text{og} \quad p_c = 221.1 \text{ MPa} (< f_{yd})$$

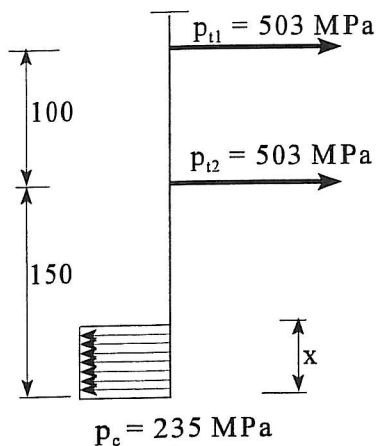
og boltesamlingens bæreevne kan herefter findes som ovenfor (beregninger udeladt)

$$M_{c,R} = 76.5 \text{ kN} \quad \text{og} \quad F_v = 320.7 \text{ kN}$$

Resultatet afviger således kun lidt fra den "korrekte" beregning ovenfor.

En forudsætning for den elastiske beregningsmodel med lineær spændingsfordeling er at tværpladerne har tilstrækkelig stivhed.

Samlingens momentbæreevne er imidlertid først udtømt, når der er træk/tryk-flydning i hele det aktive areal. I det foreliggende tilfælde, hvor afstanden mellem de 2 øverste boltepar er stor og dermed også forskellen i tøjning, er det dog tvivlsomt, om det midterste boltepar kan udnyttes fuldt ud til trækbrud før brudtøjningen indtræder i det øverste boltepar.



x bestemmes af ligevægtsbetingelsen

$$4A_s \cdot 503 = 150 \cdot 10.7 \cdot 235 + (x - 10.7) \cdot 7.1 \cdot 235$$

$$x = 86.2 \text{ mm.}$$

Trykresultantens angrebspunkt kan bestemmes som trykarealets tyngdepunkt. Beregningen er ikke vist, men resultatet bliver 16.1 mm over fra underkanten af flangen. Herefter kan momentbæreevnen beregnes

$$M_y^d = 2A_s \cdot 503(250 - 16.1 + 150 - 16.1) = 92.5 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

I nedenstående skema er resultaterne fra de forskellige beregningsmodeller samlet:

	Bjælkteværsnit (elastisk)	Boltesamling		
		Elastisk	Tilnærmet	Plastisk
Moment (kNm)	130.9	76.1	76.5	92.5
Samtidig forskydning (kN)	255	304.6	320.7	167.8
Indre momentarm (mm)	266.0	211.6	215.5	180.5

Det bemærkes, at nogle af talværdierne i skemaet ikke er beregnet i det foregående.

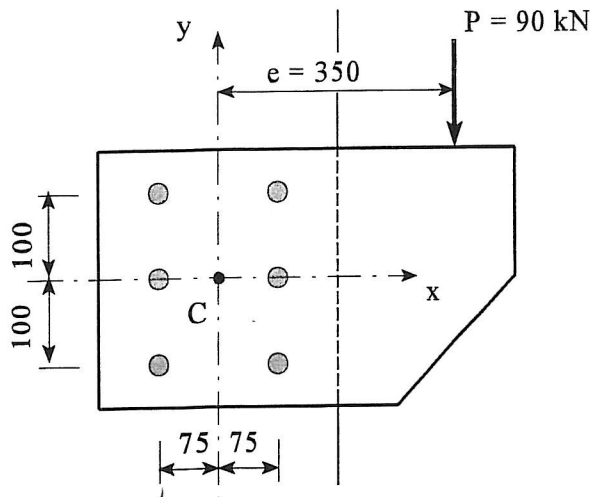
Den valgte udformning af boltesamlingen har en væsentlig mindre bæreevne end bjælkteværssnittet, og samlingen forudsættes derfor placeret på en strækning, hvor dette ikke er fuldt udnyttet. Boltesamlingens bæreevne kan øges ved at benytte flere og/eller større bolte (hvis der er plads) eller bolte med en højere styrke.

Som det fremgår af oversigten, er den indre momentarm mindre i boltesamlingen end i det tilstødende bjælkteværsnit, derfor vil en forstærkning være mere effektiv, hvis det er muligt at forlænge tværpladerne og placere det øverste boltepar oven over trækflangen som vist på figur 15 i lektion 11.4.1.

En fuldstændig dimensionering af samlingen forudsætter yderligere en række detailundersøgelser som ikke er medtaget her. Det drejer sig om kontrol af boltens hulrandsbæreevne, svejse sømmenes bæreevne og tværpladens bøjningsstyrke og -stivhed, se fx. eksempel 18.

Ekscentrisk belastet boltegruppe

Den på figuren viste boltegruppe med 6 stk. 1-snits dornbolte (Kategori A) dimensioneres for en ekscentrisk virkende regningsmæssig kraft $P = 90 \text{ kN}$. Boltens dimension beregnes på grundlag af en elastisk kraftfordeling, og til sammenligning bestemmes desuden boltegruppens bæreevne når kraften fordeles på gunstigste måde. Der benyttes følgende materialeparametre



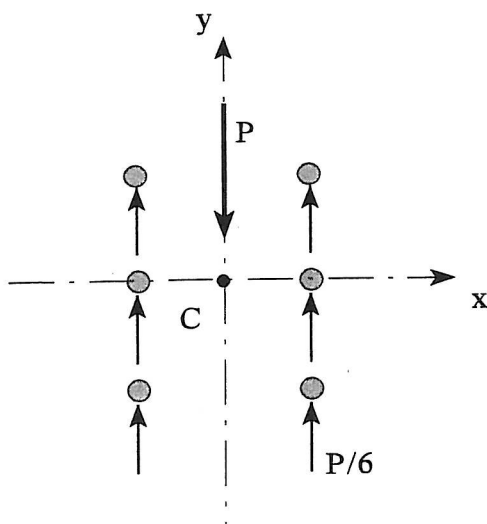
SIK & MAK: Normal

Stål (S235): $f_{ud} = 340/1.43 = 238 \text{ MPa}$

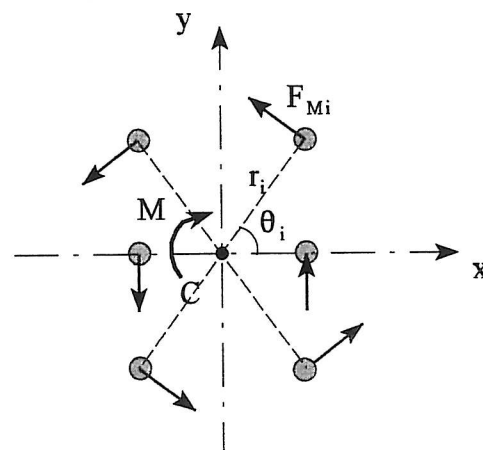
Bolte (8.8): $f_{y,d,b} = 640/1.17 = 547 \text{ MPa}$
 $f_{u,d,b} = 800/1.43 = 559 \text{ MPa}$

Beregningen gennemføres efter elasticitetsteorien (lektion 11.4.1, figur 11-13), hvor det forudsættes, at konsolpladen bevæger sig som et stift legeme, og at reaktionskræfterne fra boltene er proportionale med flytningens størrelse, og virker i modsat retning af denne. Kræfterne på den enkelte bolt er således proportional med afstanden til rotationscenteret.

Kraften P henføres til boltegruppens tyngdepunkt C , og reaktionen fra den enkelte bolt beregnes som summen af bidrag fra en forskydende kraft P (translation) og et moment $P \cdot e$ (rotation), som vist på nedenstående figurer.



Reaktioner fra forskydning



Reaktioner fra moment

De 2 bidrag adderes vektorielt idet momentbidraget først opløses efter akseretningerne.

$$F_{yF} = P/6 = 15.0 \text{ kN} \quad (F_{xF} = 0)$$

$$F_M = P \cdot e/W$$

$$W = \sum r_i^2 / r_j = (4 \cdot 125^2 + 2 \cdot 75^2) / r_j = 73750 / r_j$$

hvor r_j er afstanden fra tyngdepunktet til den betragtede bolt. Da alle bolte i gruppen har samme dimension, er det kun nødvendigt at bestemme reaktionen fra de hårdest påvirkede bolte, som her er de 2 yderste i højre række. Idet $r_{\max} = (75^2 + 100^2)^{1/2} = 125 \text{ mm}$ fås $W = 590 \text{ mm}$ og

$$F_M = 90 \cdot 350 / 590 = 53.4 \text{ kN}$$

$$\theta = \arctan(100/75) = 53.1^\circ$$

$$F_{xM} = 53.4 \cdot \sin\theta = 42.7 \text{ kN} \quad \text{og} \quad F_{yM} = 53.4 \cdot \cos\theta = 32.1 \text{ kN}$$

$$R_{\max} = \sqrt{(F_{xM})^2 + (F_{yF} + F_{yM})^2} = 63.5 \text{ kN}$$

Dimensioneringen af samlingen baseres på den regningsmæssige brudspænding $f_{ub,d}$ selv om forudsætningen om proportionalitet mellem boltekraft og afstand til rotationscenteret ikke længere er opfyldt. For bolte i klasse 8.8 er de regningsmæssige flyde- og brudspændinger dog næsten identiske. Boltene påvirkes til overlappning, og det nødvendige bolteareal bestemmes af (pkt. 6.6.4)

$$A_{\text{nødv}} = \frac{R_{\max}}{c_3 f_{ud,b}} = \frac{63500}{0.6 \cdot 559} = 189 \text{ mm}^2$$

Idet det forudsættes, at overlappningen sker gennem et snit i boltens gevind, vælges M20 bolte med $A_s = 250 \text{ mm}^2$. (Hvis det sikres, at overlappningen sker i bolteskaftet, kan man nøjes med M16 bolte, der har et skaftareal $A = 201 \text{ mm}^2$).

$$F_{v,R} = 0.6 \cdot 250 \cdot 559 \cdot 10^{-3} = 83.9 \text{ kN}$$

Konsolpladens tykkelse vælges til 8 mm, og hulrandsbæreevnen bestemmes af (pkt. 6.6.3)

$$F_{b,R} = 2.5 c_1 c_2 d t f_{ud} = 2.5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 238 \cdot 10^{-3} = 76.2 \text{ kN} \quad (> 63.5 \text{ kN})$$

$c_1 = c_2 = 1$ idet kravene i pkt. 6.6.9 til optimale minimale bolteafstande er overholdt.

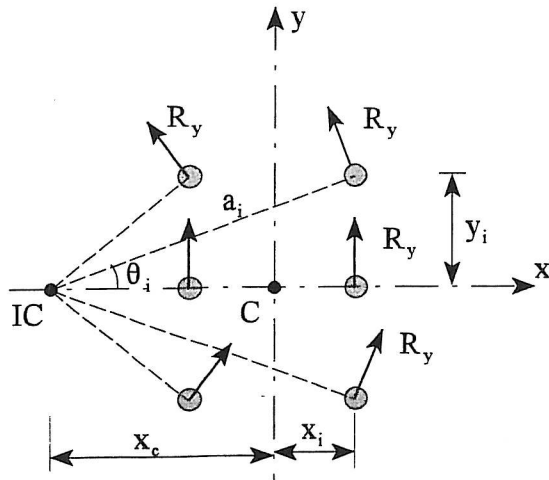
Med valget af M20 bolte er der tale om en vis overdimensionering, idet både boltens bæreevne og hulrandstyrken er $> 63.5 \text{ kN}$. Under forudsætning af elastiske fordeling er samlingens bæreevne derfor først udtømt, når den hårdest belastede hulrand påvirkes med 76.2 kN , svarende til en kraft

$$P_y = P \frac{F_{v,R}}{R_{\max}} = 90 \frac{76.2}{63.5} = 108.0 \text{ kN}$$

I det foreliggende tilfælde, hvor overlappingsbæreevnen (83.9 kN) er større end hulrandsbæreevnen (76.2 kN), er det tilladt at lade boltegruppen overføre kraften på gunstigste vis (jf. DS

412 pkt. 6.6.8). Det sker ved at lade alle 6 bolte optage den maximale kraft R_y , som her er lig med hulrandstyrken.

En manuel beregning af den plastiske bæreevne er besværlig; derfor gengives kun hovedpunkterne. Rotationscenterets placering kan bestemmes ved hjælp af de 3 ligevægts-betingelser, idet alle reaktionskræfter har samme værdi R_y og står vinkelret på retningen til rotationscenteret, som vist på nedenstående figur.



$$R_y \sum \cos\theta_i = P \quad (1)$$

$$R_y \sum \sin\theta_i = 0 \quad (2)$$

$$R_y \sum a_i = M = P(e + x_c) \quad (3)$$

hvor

$$\cos\theta_i = (x_i + x_c)/a_i$$

$$\sin\theta_i = (y_i + x_c)/a_i$$

$$a_i = \sqrt{(y_i)^2 + (x_i + x_c)^2}$$

Plastisk kraftfordeling

En symmetribetragtning viser, at rotationscenteret er beliggende på x-aksen, og afstanden x_c kan bestemmes gennem en iterationsproces med (1) og (3).

Resultatet bliver i dette tilfælde $x_c = 75.0$ mm, og med boltens bæreevne (hulrand) $R_y = 76.2$ kN beregnes boltegruppens bæreevne af (1) til

$$P_y = 135.2 \text{ kN}$$

Det er ikke nødvendigt at fastlægge afstanden x_c særlig nøjagtigt, idet en afvigelse kun påvirker resultatet lidt når bæreevnen P_y beregnes af (1). Det skal dog bemærkes, at resultatet er på den usikre side da der er tale om en øvre værdiløsning.

Af ligningerne (1) - (3) kan man også udlede et generelt udtryk til bestemmelse af den **elastiske kraftfordeling** på boltene ved at bestemme placeringen af den samlede bevægelses rotationscenter.

Indføres proportionalitetsfaktoren k , boltegruppens polære inertimoment $I_p = \sum (x_i^2 + y_i^2)$ og antal bolte n , fås følgende udtryk

$$x_c = \frac{I_p}{n \cdot e} \quad \text{og} \quad k = \frac{P \cdot e}{I_p}$$

hvorefter kræfterne på den enkelte bolt bestemmes af $R_i = k \cdot a_i$.

For den aktuelle samling med $n = 6$ findes $x_c = 35.12$ mm, $a_{\max} = 148.75$ mm og $k = 0.427$ kN/m, og dermed $R_{\max} = 63.5$ kN, altså samme resultat som den elastiske beregning ovenfor !

Dimensionering af rammehjørne

ESDEP-lektion 11.4.4

Kraftoverføringen i en samling kan antages at ske ved at fordele snitkræfterne på "gunstigste måde", og dimensioneringen af et rammehjørne afhænger derfor af detailudformningen.

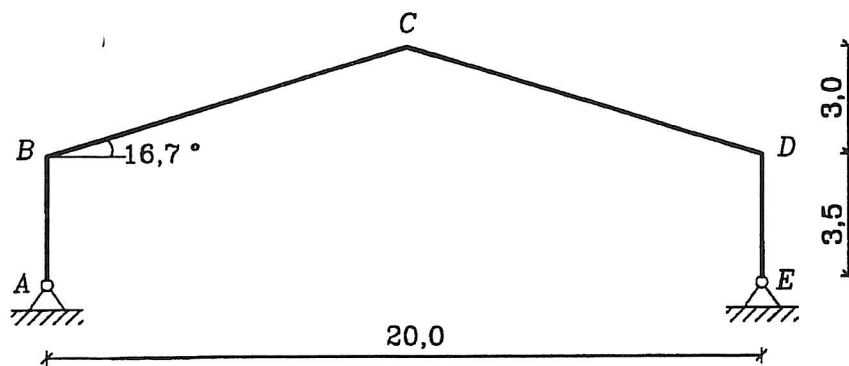
I det følgende vises, hvorledes dimensioneringen kan gennemføres på 2 forskellige rammehjørner, type 1 og type 2, udsat for samme påvirkning.

Selve rammekonstruktionen udføres af profil HE 300 A, og det er forudsat, at dette profil er dimensioneret for de viste snitkraftkombinationer uden for samlingen. Ved dimensionering af elementer i rammehjørnet benyttes følgende forudsætninger

SIK & MAK: Normal

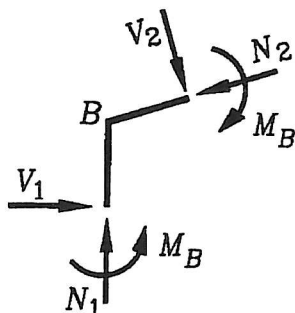
Stål (S235): $f_{yd} = 235/1.17 = 201 \text{ MPa}$

Beregningerne i dette eksempel baseres på en række tilnærmelser, der er anvendelige til fågangspåvirkede konstruktioner. De virkelige spændingsforhold i rammehjørner er betydelig mere komplicerede.



Systemfigur for ramme. Mål i meter.

Rammehjørne B (og D) i den viste symmetriske ramme skal dimensioneres for de snitkræfter, der er vist på nedenstående figur. 20Snitkræfterne er beregnet svarende til systemliniernes skæringspunkt (B), se figur til type 1 og 2.



$$M_B = 194.2 \text{ kNm}$$

$$N_1 = 84.0 \text{ kN}$$

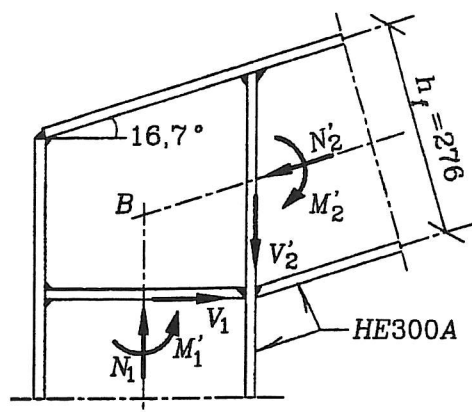
$$N_2 = 77.3 \text{ kN}$$

$$V_1 = 55.5 \text{ kN}$$

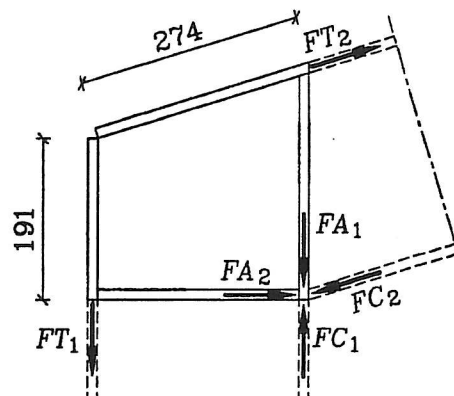
$$V_2 = 64.5 \text{ kN}$$

Snitkræfter i rammehjørne.

Type 1



Detail af rammehjørne.
Mål i mm.



Kræfter i flanger og afstivninger.
Mål i mm.

Tilfælde a. Moment og normalkraft regnes optaget alene af flangerne.

I snittet, hvor rammebjælken møder rammehjørnet, opløses snitkræfterne N_2 og V_2 i N_2' og V_2' (se figuren):

$$V_2' = V_2 \cdot \cos 16.7^\circ = 67.3 \text{ kN} \quad \text{og}$$

$$N_2' = N_2 - V_2 \cdot \tan 16.7^\circ = 58.0 \text{ kN}$$

Idet momenterne M_1' og M_2' for nemheds skyld sættes lig med M_B , også i de snitflader hvor flangekræfterne beregnes, fås herefter

$$FT_1 = -\frac{1}{2}N_1 + M_B : h_f = 662 \text{ kN}$$

$$FC_1 = \frac{1}{2}N_1 + M_B : h_f = 746 \text{ kN}$$

$$FT_2 = -\frac{1}{2}N_2 + M_B : h_f = 674 \text{ kN}$$

$$FC_2 = \frac{1}{2}N_2 + M_B : h_f = 733 \text{ kN}$$

Tilladeligheden heraf kontrolleres, idet flangekræfterne regnes jævnt fordelt over flangearealet:

$$\sigma_{\max} = 746000 / (14 \cdot 300) = 179 \text{ MPa} < 201 \text{ MPa} : \text{OK}$$

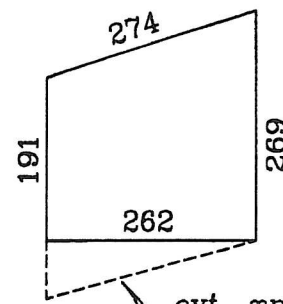
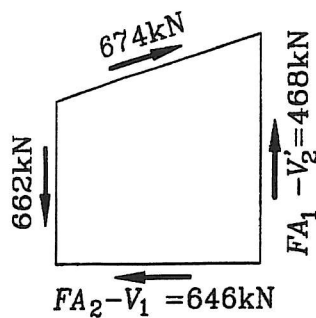
Kræfterne FA_1 i den lodrette afstivning (her blot en forlængelse af rammebenets inderflange) og FA_2 i den vandrette afstivning bliver:

$$FA_1 = FC_1 - FC_2 \cdot \sin 16.7^\circ = 535 \text{ kN} < FC_1 \quad \text{altså OK}$$

$$FA_2 = FC_2 \cdot \cos 16.7^\circ = 702 \text{ kN}$$

Den vandrette afstivning skal altså dimensioneres for kraften 702 kN.

Kræfterne FT_1 , FT_2 , FA_1 og FA_2 skal overføres til kroppladen i det trapezformede felt:



Påvirkninger på hjørnefelt.

Mål på hjørnefelt (mm).

Bemærk, at ligevægten er ok.

Den største forskydningsspænding fås til

$$\tau_{\max} = 662000 / (191 \cdot 8.5) = 408 \text{ MPa} > 201 / \sqrt{3}$$

Hjørnefeltet skal altså forstærkes ($t_{\text{nødv}} = 30 \text{ mm!}$)

En noget mindre tykkelse kan vælges, hvis den vandrette afstivning ændres som vist på figuren ovenfor, dvs. så den danner fortsættelse af rammebjælkens underflange med hældning 16.7° . I så fald fås $FA_2 = 733 \text{ kN}$ og dermed $FA_2 - V_1 \cos 16.7^\circ = 675 \text{ kN}$.

$$\tau_{\max} = 675000 / (274 \cdot 8.5) = 290 \text{ MPa} > 201 / \sqrt{3} \quad (t_{\text{nødv}} = 21 \text{ mm})$$

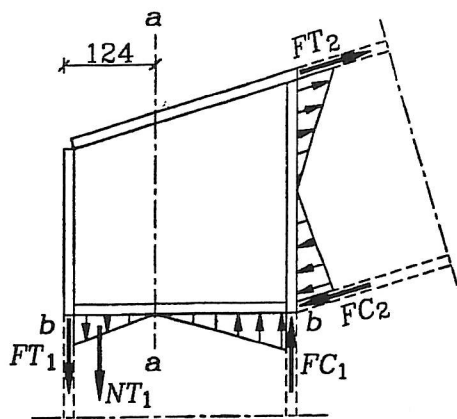
Altså er der stadig behov for en kraftig forstærkning af hjørnepladen.

Hvis man ønsker at undgå en sådan forstærkning, kan det ske ved, at bjælkehøjden forøges lokalt med en såkaldt voute (udfligning) samt ved at bruge et mere fordelagtigt profil med mindre flangebredde og større profilhøjde, f.eks. Et IPE-profil.

Tilfælde b. $M + N$ optages af hele profilet.

I forhold til situation a giver dette lidt mindre flangekræfter og dermed lidt mindre krav til afstivningerne.

For hjørnepladen, der jo er en fortsættelse af profilernes kropplader, kommer der ekstra spændinger, som ialt giver større forskydningsspændinger end før. Dette indses ved at betragte denne figur:



Flangekræfterne er lidt mindre end på figuren i afsnit 1a.

Normalspændinger i kropplader ved rammehjørner. Mål i mm.

I snittet a-a skal optages en forskydende kraft lig med FT_1 (som er lidt mindre end før) plus resultanten NT_1 af trækspændingerne i kroppen til venstre for a-a. Da den indre momentarm er mindre, når kroppen medregnes, vil den forskydningskraft, som kroppen skal beregnes for, blive større end før.

I den talmæssige undersøgelse negligeres det materiale, der afgrænses af rundingen mellem krop og flanger, for at få en relevant sammenligning. Der fås

$$A = 10630 \text{ mm}^2 \quad \text{og} \quad W = 1192 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\sigma = -84000/10630 \pm 194.2 \cdot 10^6 / (1192 \cdot 10^3) = \begin{cases} 155 \text{ MPa} \\ -171 \text{ MPa} \end{cases}$$

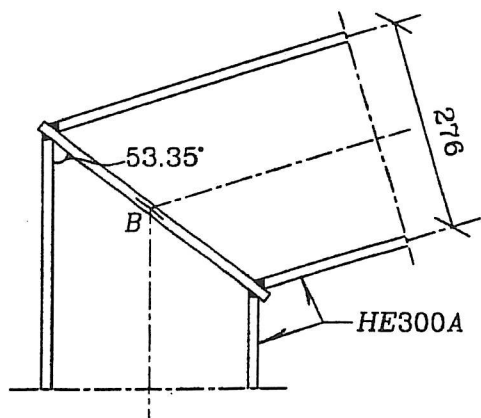
$$\sigma_{\text{flange}}^{\text{mid}} = 146 \text{ MPa} \quad \text{og} \quad \sigma_{\text{krop}}^{\text{max}} = 138 \text{ MPa}$$

Herefter fås

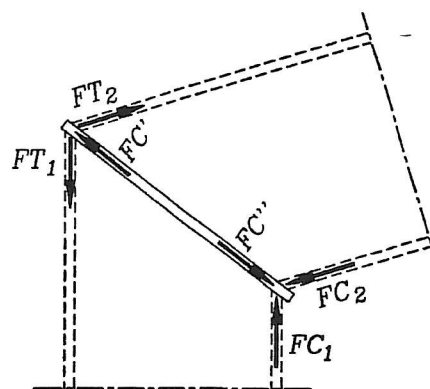
$$\left. \begin{aligned} FT_1 &= 146 \cdot 14 \cdot 300 \cdot 10^{-3} = 613 \text{ kN} \\ NT_1 &= \frac{1}{2} \cdot 138 \cdot 8.5 \cdot (124 - 14) \cdot 10^{-3} = 65 \text{ kN} \end{aligned} \right\} = \text{Sum } 678 \text{ kN} > 662 \text{ kN}$$

Idet længden af snit a-a beregnes til 224 mm bliver $t_{\text{nødv}} = 26 \text{ mm}$.

Type 2

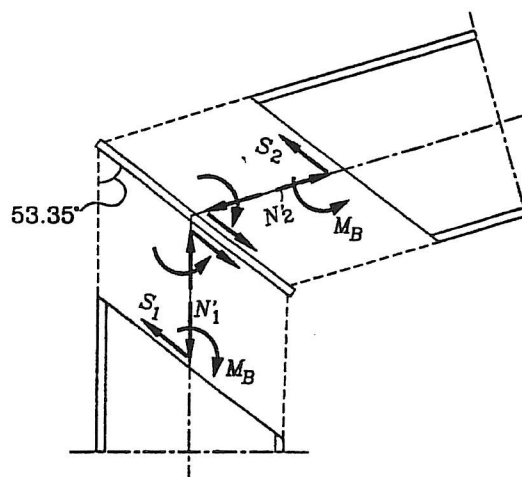
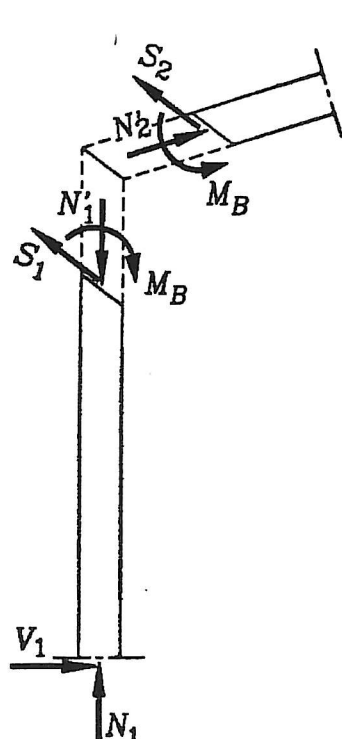


Detail af rammehjørne.
Mål i mm.



Kræfter i flanger og afstivninger.
Mål i mm.

Problemet med de store forskydningsspændinger i hjørnet kan også løses ved at vælge et rammehjørne, hvor flangekræfterne i ben og rammebjælke udlignes gennem en skråplade, se ovenstående figur. Nedenfor er vist snitkræfterne i snit ved skråpladens sider. Disse fås ved at opløse snitkræfterne N_1 og V_1 , hhv. N_2 og V_2 i de angivne retninger.



$$S_1 = 55.5 / \sin 53.35^\circ = 69.2 \text{ kN}$$

$$N_1' = 84.0 + 55.5 / \tan 53.35^\circ = 125.3 \text{ kN}$$

$$S_2 = 64.5 / \sin 53.35^\circ = 80.4 \text{ kN}$$

$$N_2' = 77.3 + 64.5 / \tan 53.35^\circ = 125.3 \text{ kN}$$

Snitkræfter ved rammehjørne.

Tilfælde a. Moment og normalkraft regnes optaget alene af flangerne.

$$FT_1 = FT_2 = -\frac{1}{2} \cdot 125.3 + 194.2/0.276 = 641 \text{ kN}$$

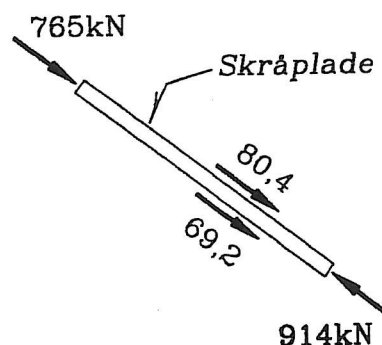
$$FC_1 = FC_2 = \frac{1}{2} \cdot 125.3 + 194.2/0.276 = 766 \text{ kN}$$

$$\sigma_{\max} = 766000/(14 \cdot 300) = 182 \text{ MPa} < 201 \text{ MPa}$$

Kræfterne i skråpladen fra flangerne bliver:

$$FC' = 2 \cdot 641 \cdot \cos 53.25^\circ = 765 \text{ kN}$$

$$FC'' = 2 \cdot 766 \cdot \cos 53.25^\circ = 914 \text{ kN}$$



Idet $FC'' - FC' = 149 \text{ kN} = S_1 + S_2$ ses skråpladen at være i ligevægt. (Se hosstående figur.) Skråpladens bredde vælges til 320 mm, så der er plads til at få en god afslutning på svejsesømmene. Den nødvendige tykkelse bliver

$$t_s = 914000/(320 \cdot 201) = 14 \text{ mm}$$

Desuden skal det kontrolleres, at foldningskriteriet er overholdt. (Eftervisning er udeladt her, men kan regnes eftervist, da $t_s = 14 \text{ mm} = t_f$ i profilet.)

Bemærk, at max. forskydningsspænding i kroppen for denne type ikke er dimensionerende, idet

$$\tau \approx S_2 / (l \cdot d) = 80400 / (327 \cdot 8.5) = 29 \text{ MPa} < 201/\sqrt{3} \text{ MPa} : \text{OK}$$

Kontrol af tværtrækspændinger: (DS 412, punkt 6.1.3)

Ved rammens yderside fås et træk på $641 \cdot \cos 36.65^\circ = 514 \text{ kN}$ vinkelret på skråpladens overflade, fordelt på bredden $14/\cos 36.65^\circ = 17.4 \text{ mm}$. Ved plademidten giver dette (forudsat fordeling under 45°) en tværtrækspænding på

$$\sigma_t = \frac{514000}{320 \cdot (17.4 + 14)} = 51 \text{ MPa} < \frac{1}{2} f_{yd} = 101 \text{ MPa}$$

Bemærk: Ved lamineringsfejl i skråpladen kan denne flække pga. trækpåvirkninger. Der tilrådes derfor forsigtighed på dette punkt, f.eks. udmøntet i krav om eftervisning af materialets mekaniske egenskaber i tykkelsesretningen.

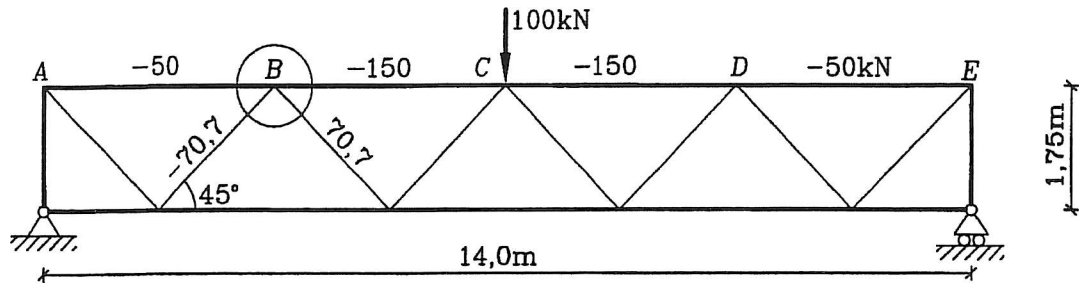
Tilfælde b. M + N optages af hele profilet.

I lighed med, hvad der var tilfældet for type 1, bliver flangekræfterne mindre end før, men da den indre momentarm mindskes, bliver den maksimale trykkraft i skråpladen lidt større. Denne beregningsmodel er kun nødvendig, når flangerne ikke kan tage hele virkningen af moment plus normalkraft, og er altså ikke påkrævet her.

En grundig behandling af emnet rammehjørner findes i N.J. Gimsings "Pladedragere" (Lyngby, 1984).

Boltet knudesamling i gitterkonstruktion

Knudepunktet B i den viste gitterdrager skal dimensioneres for en lastkombination der resulterer i de anførte regningsmæssige stangkræfter. Ved beregningen af stangkræfterne er der benyttet en forenklet model med charnier i alle knudepunkter selvom flangerne udføres af et gennemgående HE 120A profil og der i praksis er ekscentriciteter i knudepunkterne.



Systemskitse af gitterdrager med udvalgte stangkræfter påskrevet (kN, tryk negativt).

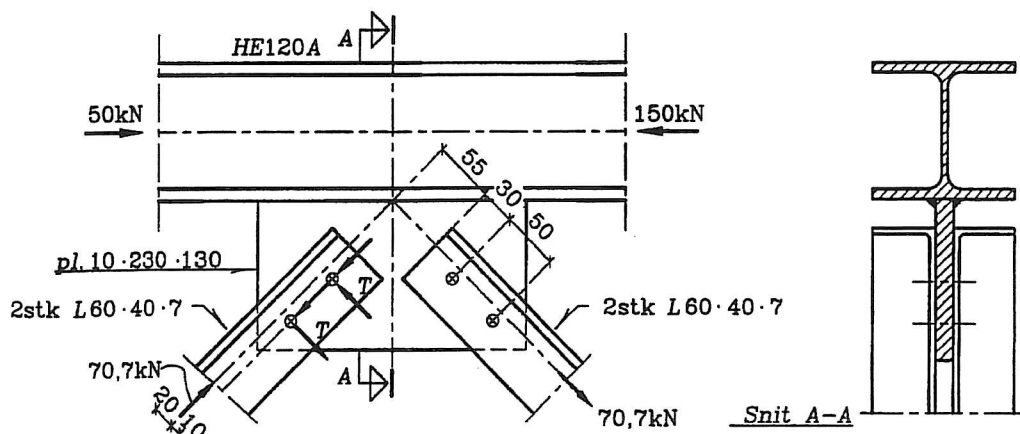
Alle gitterstænger udføres af dobbelte vinkelprofiler 60·40·7 der forbindes med 2 stk. M14 bolte til en knudeplade (t=10 mm), der svejses til flangeprofilerne, se detail figuren nedenfor.

SIK & MAK: Normal

Stål (S235): $f_{y,d} = 235/1.17 = 201 \text{ MPa}$ $f_{u,d} = 340/1.43 = 238 \text{ MPa}$
 $E = 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ $\epsilon = 1$

L60·40·7: $A = 665 \text{ mm}^2$ $i_y = 18.7 \text{ mm}$ $W_y = 5.79 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$

Bolte (4.6): $f_{ub,d} = 400/1.43 = 280 \text{ MPa}$
 Spændingsareal M14: $A_s = 118 \text{ mm}^2$



Detail af samling ved knude B

Bæreevne af M14 bolte

$$F_{v,R} = 2 \cdot c_3 \cdot A_s \cdot f_{ub,d} = 2 \cdot 0.6 \cdot 118 \cdot 280 = 39.6 \text{ kN} \quad (\text{overklipningsbæreevne, 2-snit})$$

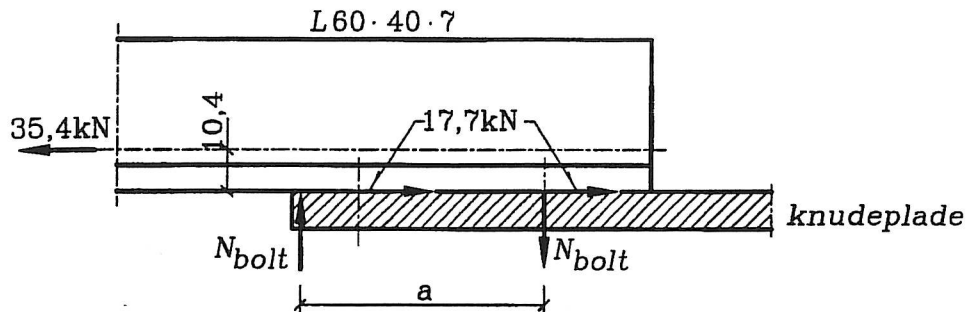
$$F_{b,R} = 2.5 \cdot c_1 \cdot c_2 \cdot d \cdot t \cdot f_{ud} = 2.5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 14 \cdot 10 \cdot 238 = 83.3 \text{ kN} \quad (\text{hulrandsbæreevne})$$

$$F_{t,R} = 0.9 \cdot f_{ub,d} \cdot A_s = 0.9 \cdot 280 \cdot 118 = 29.7 \text{ kN} \quad (\text{trækbæreevne, rullet gevind})$$

De 2 bolte i samlingen mellem gitterstænger og knudeplade skal overføre kraften 70.7 kN, men på grund af placeringen i forhold til stangens systemlinie opstår der et ekscentricitetsmoment som optages af det viste kraftpar. Det betyder, at hver af de 2 bolte skal dimensioneres for en samlet forskydningskraft

$$F_v = \sqrt{(\frac{1}{2} \cdot 70.7)^2 + (70.7 \cdot 10/50)^2} = 38.1 \text{ kN}$$

Der skal også tages hensyn til ekscentriciteten vinkelret på konstruktionens midterplan, idet boltene sidder i den ene flig. Momentet kan optages af et kraftpar som vist på nedenstående figur, hvor kun det ene af de 2 vinkelprofiler er medtaget.



De 2 kræfter optages dels som en trækraft i den ene bolt og dels som kontaktryk mellem flig og knudeplade. Sættes momentarmen skønsomt til $a = 65 \text{ mm}$, fås en trækraft

$$N_t = N_{\text{bolt}} = \frac{1}{2} \cdot 70.7 \cdot 10.4 / 65 = 5.66 \text{ kN}$$

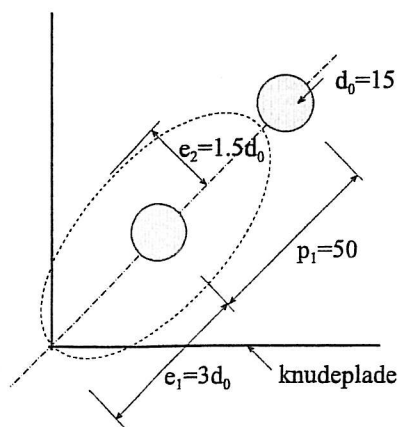
Herefter kontrolleres boltens bæreevne ved kombineret træk- og forskydningspåvirkning og samlingens hulrandsbæreevne

$$(F_v / F_{v,R})^2 + (N_t / F_{t,R})^2 = (38.1 / 39.6)^2 + (5.66 / 29.7)^2 = 0.96 < 1$$

$$F_v = 38.1 \text{ kN} < F_{b,R} = 83.3 \text{ kN}$$

Kontrol af knudeplade

I beregningen af hulrandsbæreevnen ovenfor blev benyttet $c_1 = c_2 = 1$ hvilket forudsætter, at boltene er placeret i knudepladen (og vinkeljern) så de overholder de i DS 412 anførte optimale minimumsafstande, ellers skal faktorerne reduceres.



Boltehullerne udføres med en diameter på $d_0 = 15 \text{ mm}$ svarende til 1 mm frigang, og afstandskravene er

$$p_1 = 3.75d_0 = 56.3 \text{ mm} (> 50 \text{ mm!})$$

$$e_1 = 3d_0 = 45 \text{ mm} \text{ og } e_2 = 1.5d_0 = 22.5 \text{ mm}$$

Afstandskravene til pladekanter vinkelret på kraftretningen (e_1) og parallelt hermed (e_2), kan ved skrå pladekanter regnes opfyldt, hvis kanterne tangerer en elipse med halvakslerne e_1 og e_2 . En nøjagtig geometrisk optegning på grundlag af oplysningerne på detailfiguren af samling B viser, at dette ikke er opfyldt som antydnet på hosstående figur.

Ingen af afstandskravene er således opfyldt i dette tilfælde, og både c_1 og c_2 skal derfor reduceres, men da den ovenfor beregnede hulrandsbæreevne er langt større end behovet, foretages der ikke yderligere. Det bemærkes at de optimale minimumsafstande heller ikke overholdes i vinkel-

jernets flige, men da den samlede tykkelse (2·7 mm) er større end knudepladen (10 mm) anses det heller ikke for kritisk her.

Dimensionering af gitterstænger

Ved beregning af stangkræfter blev der benyttet en forenklet model hvor stængerne regnes centralt belastede, men ved dimensioneringen skal der tages hensyn til ekscentriciteter og indspændinger ved knudesamlinger. Stængerne ved knude B skal derfor kontrolleres for kombineret normalkraft og momenterpåvirkning, og trykstangen desuden for udknækning under hensyntagen til ekscentriciteterne.

Ekscentriciteten vinkelret på konstruktionens midterplan virker symmetrisk på de 2 vinkelprofiler og påvirker derfor ikke dimensioneringen af gitterstængerne, og det sammensatte stangtværsnit skal derfor dimensioneres for snitkræfterne

$$N = 70.7 \text{ kN} \quad M_y = 0.01 \cdot 70.7 = 0.707 \text{ kNm}$$

Som kontrol beregnes den maximale spænding der optræder ved spidsen af den lange flig i det usymmetriske tværsnit

$$70700/(2 \cdot 665) + 0.707 \cdot 10^6 / (2 \cdot 5.79 \cdot 10^3) = 114.2 \text{ MPa} < f_{yd}$$

Det skønnes ikke nødvendigt at tage hensyn til fra hulsvækkelsen i dette tilfælde.

Til vurdering af bæreevnen af trykstænger af vinkelprofiler overfor udknækning i gitterdragerens plan kan der tages hensyn til ekscentriciteter og indspændinger ved at benytte en fiktiv slankhed

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda_0 + 0.7\lambda$$

hvor $\lambda_0 = 0.50$ for udknækning om y-aksen. Trykstangens længde målt som knudeafstanden er $1.75 \cdot \sqrt{2} = 2.48 \text{ m}$ og det relative slankhedsforhold bliver

$$\lambda = \frac{l_s/i_y}{89.4\epsilon} = \frac{2480/18.7}{89.4 \cdot 1} = 1.48$$

$$\lambda_{\text{eff}} = 0.5 + 0.7 \cdot 1.48 = 1.54$$

for søjletilfælde c er $\alpha = 0.49$ der giver $\phi = 2.014$ og $\chi = 0.302$ og dermed

$$N_{b,R} = \chi \cdot A f_{yd} = 0.302(2 \cdot 665)201 \cdot 10^{-3} = 80.7 \text{ kN} > 70.7 \text{ kN}$$

Trykstangens bæreevne ved udknækning vinkelret på gitterdragerens plan skal naturligvis også kontrolleres. I det foreliggende tilfælde er det sammensatte tværsnits bøjningsstivhed for denne udbøjningsretning dog større end bøjningsstivheden om y-aksen ($2I_y$), fordi den fri afstand mellem de 2 vinkelprofiler er 10 mm og dermed $> 9.2 \text{ mm}$ som angivet i Teknisk Ståbi, tabel 6.3.1.9. Det er en forudsætning at de 2 vinkeljern er forbundet med tværforbindelser med en afstand, der sikrer mod lokal udknækning af det enkelte vinkeljern.

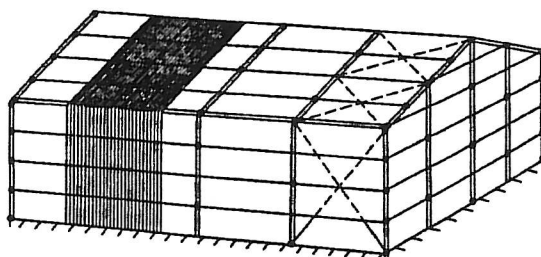
Øvrige undersøgelser

En fuldstændig dimensionering af gitterknudepunkt B omfatter også kontrol af svejsesømmen mellem knudeplade og flange der ligger i systemliniernes skæringspunkt, og derfor påvirkes til ren forskydning med kraften 100 kN, som uden problemer overføres af 2 kantsømme a 3 mm. Dimensioneringen af overflangen er udeladt, men det bemærkes, at momentet der opstår på grund af ekscentriciteten i knudepunkt B, $M = 100(h/2) = 100 \cdot 0.057 = 5.7 \text{ kNm}$, skal fordeles til de 2 stænger i overflangen afhængig af stivheden i den tilgrænsende konstruktion.

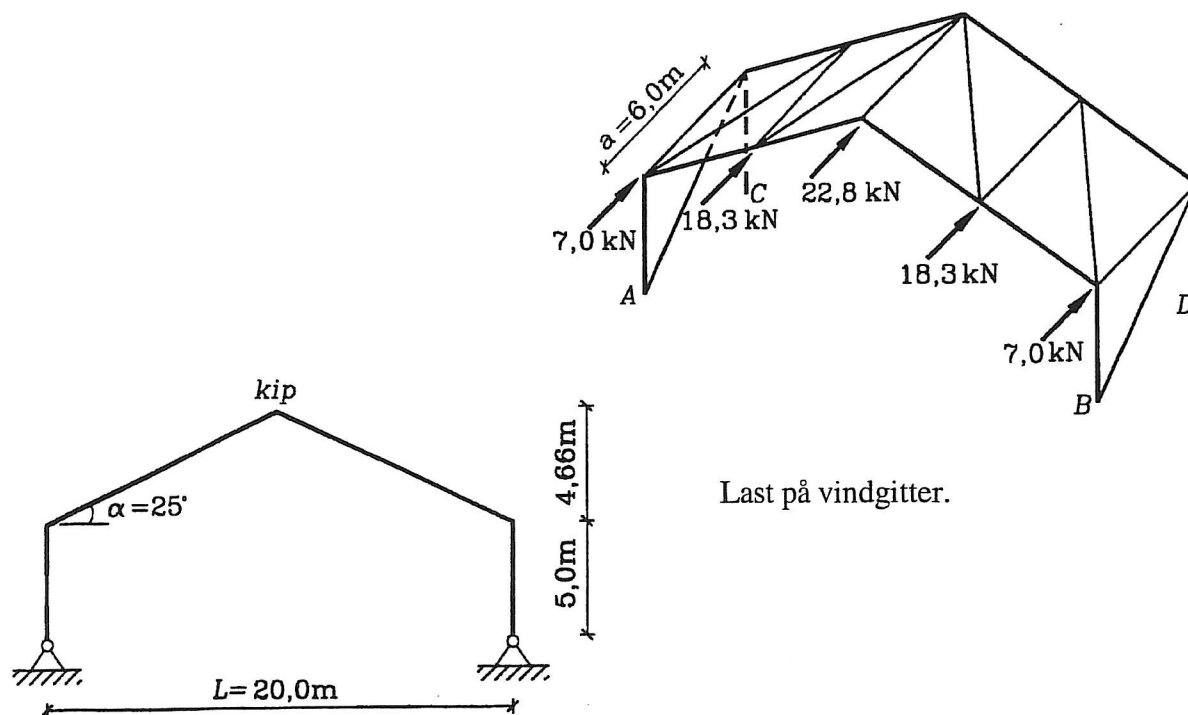
Vindgitter i bygning med saddeltag

Figuren nedenfor viser et eksempel på, hvorledes en bygnings rumlige stabilitet kan sikres ved hjælp af et gitter med krydsende diagonaler.

Afstivningsgitteret er placeret i facader og tagflader mellem de 2 yderste rammekonstruktioner, der udgør flangerne i de 4 plane gitre, der tilsammen danner en rumligt stabil gitterkonstruktion. Ved bygninger af denne type vil stangkræfterne ofte være relativt små, og afstanden mellem rammekonstruktionerne medfører, at diagonalerne bliver meget lange. Derfor kan man med fordel benytte princippet "slappe diagonaler", hvor de diagonalstænger, der får tryk, regnes inaktive. Da vindretningen skifter, er det nødvendigt med 2 sæt diagonaler.



I det følgende dimensioneres et vindgitter med de på figuren viste mål for en symmetrisk virkende regningsmæssig last. Kun de diagonalstænger, der er aktive for den betragtede lastkombination, er vist. Det antages, at dimensionerne for rammekonstruktionen på forhånd er fastlagt, og at funktionen som flanger i vindgitteret kun giver anledning til mindre ekstrapåvirkninger, der ikke ændrer de allerede valgte dimensioner.

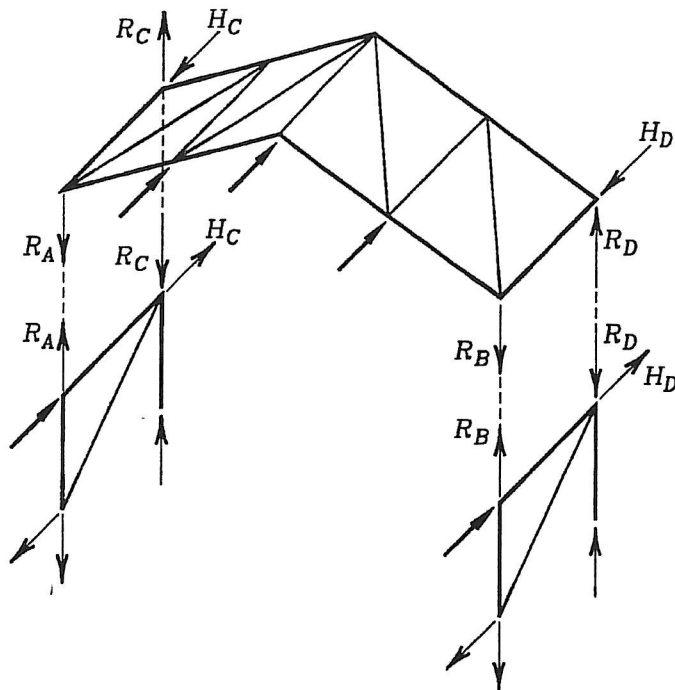


Last på vindgitter.

Statisk system for ramme.

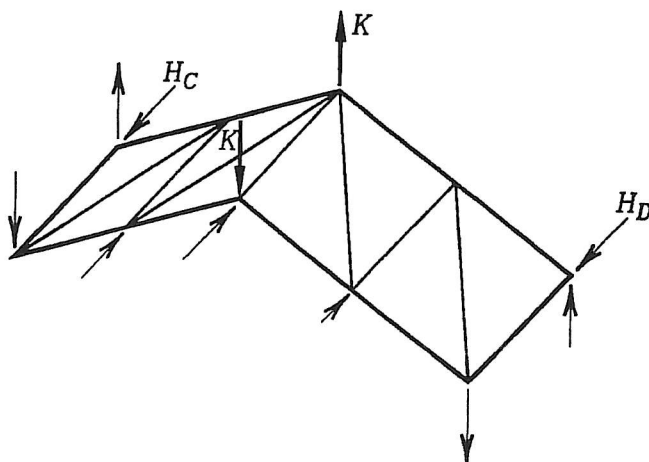
Beregning af stangkræfter

Det samlede afstivende system udgør en rumlig statisk ubestemt konstruktion, som det normalt vil være uoverkommeligt at beregne manuelt. Som tilnærmelse indlægges derfor charnierer i alle knudepunkter, og gitre i facader og tagflade beregnes hver for sig.

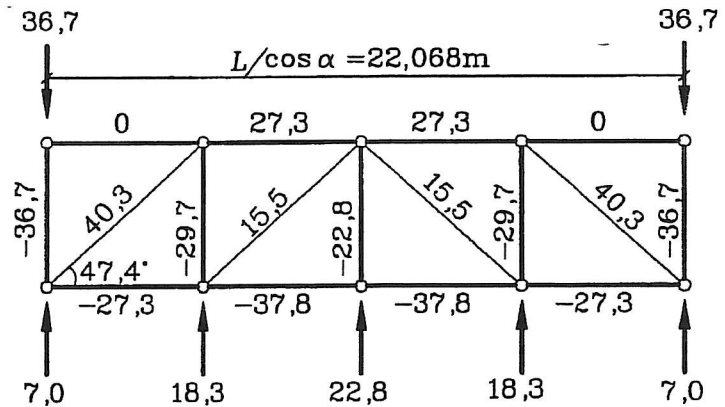
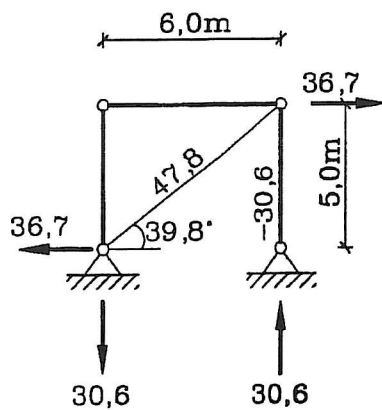


Taggitteret regnes således understøttet på de 2 facadegitre, men da rammerne er meget stive i egen plan (lodret), vil de hindre det tagformede gitter i at "knække igennem" ved kippen, og dette kan derfor foldes ud og beregnes som et plant gitter.

Ligevægten sikres ved, at de knækkkræfter K , der opstår, fordi stangkræfterne ved kippen i de to taggitre ikke ligger i samme plan, påføres som reaktioner fra rammekonstruktionerne som vist.



Beregning af stangkræfter i de plane gitre gennemføres herefter på sædvanlig vis ved løsskæring af knudepunkter og/eller ved Ritter-snit. Resultaterne for henholdsvis facade- og taggitter er vist på nedenstående figur.



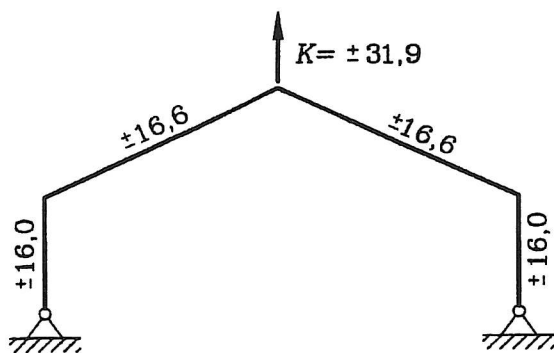
Som nævnt ovenfor skal beregningen justeres for at tage hensyn til, at gitteret i tagfladen ikke er plant. K beregnes ud fra de fundne stangkræfter, og for den ramme, der fungerer som trykflange, fås

$$K = 2 \cdot 37.8 \cdot \sin(25^\circ) = 31.9 \text{ kN (nedad)}$$

og tilsvarende for rammen, der fungerer som trækflangen

$$K = 2 \cdot (27.3 + 15.5 \cdot \cos(47.4^\circ)) \cdot \sin(25^\circ) = 31.9 \text{ kN (opad)}$$

Knækkræften K skal optages af de rammer, der indgår i vindgitteret og giver anledning til såvel momenter som normal- og forskydningskræfter. På figuren nedenfor ses normalbidragene fra K , som sammen med stangkræfterne beregnet i det plane gitter udgør de resulterende normalkræfter i rammen. Ved eftervisning af rammernes bæreevne skal moment- og forskydningsbidragene naturligvis også medtages, men - som nævnt ovenfor - vil virkningen fra rammens sekundære funktion som flange i vindgitteret ofte være marginal.

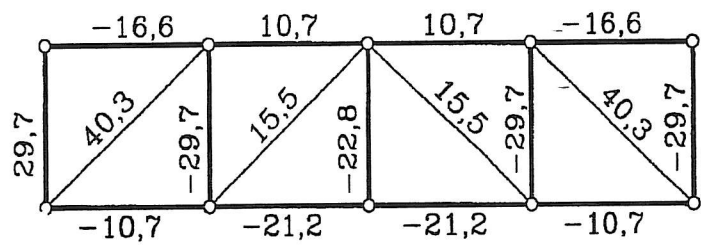
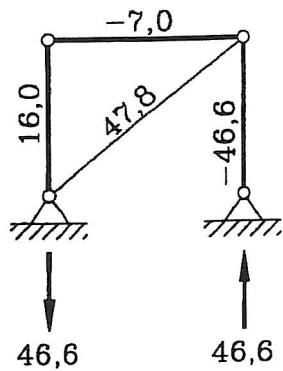


Normalkræfter [kN] i ramme fra K .

De resulterende stangkræfter findes herefter ved at addere bidragene fra knækkræfterne til de oven for fundne stangkræfter i det plane gitter.

Som det fremgår, sker der betydelige ændringer af stangkræfterne i flangerne på grund af knækkræfterne, medens der, som ventet, ikke sker nogen ændring i de øvrige stangkræfter. De

trækpåvirkede diagonalstænger og trykpåvirkede vertikallstænger kan således dimensioneres på grundlag af de stangkræfter, der blev beregnet for det plane taggitter.



Resultierende stangkræfter i facade- og taggitter.

Valg af gitterstænger

Dimensioneringen udføres under forudsætning af

SIK & MAK: Normal

Stål: S275: $f_{yd} = 275/1.17 = 235 \text{ MPa}$ $\epsilon = \sqrt{235/275} = 0.924$

Beregningerne ovenfor viser, at den hårdest belastede diagonal (i facaden) skal dimensioneres for en regningsmæssig trækraft på 47.8 kN svarende til et nødvendigt tværsnitsareal på 203 mm². Det kan f.eks. være

$$\text{Ø18 (A} = 254 \text{ mm}^2, I = 5.15 \cdot 10^3 \text{ mm}^4)$$

$$F_{t,R} = A \cdot f_{yd} = 59.7 \text{ kN}$$

eller

$$\text{RHS } 30 \cdot 30 \cdot 2.0 \text{ (A} = 222 \text{ mm}^2, I = 28.8 \cdot 10^3 \text{ mm}^4)$$

$$F_{t,R} = A \cdot f_{yd} = 52.2 \text{ kN}$$

Øvrige trækstænger dimensioneres ikke, idet man ofte vælger samme profil til alle diagonaler i et gitter af denne type. Som det ses, er RHS-profilen betydeligt stivere end Ø18 og derfor nemmere at montere uden nedhæng på grund af egenvægten, men valget mellem forskellige profiltyper afhænger også af hensynet til udformningen af samlingsdetaljer.

Den hårdest belastede vertikal indgår både i facade- og taggitter og skal derfor dimensioneres for en regningsmæssig trykkraft på $29.7 + 7.0 = 36.7 \text{ kN}$. Den antages at være centralt belastet med knæklængden 6 m, og vælges et RHS-profil 80·80·4 med $A = 1210 \text{ mm}^2$, $i = 31.0 \text{ mm}$ kan bæreevnen eftervises således:

$$\lambda = \frac{l_s/i}{89.4\epsilon} = \frac{6000/31.0}{89.4 \cdot 0.924} = 2.34$$

For søjletilfælde a) haves $\alpha = 0.21$, og dermed $\phi = 3.46$ og $\chi = 0.166$ (Figur V 6.4.2 giver for usikker en aflæsning i dette tilfælde, derfor er søjlereduktionsfaktoren beregnet.)

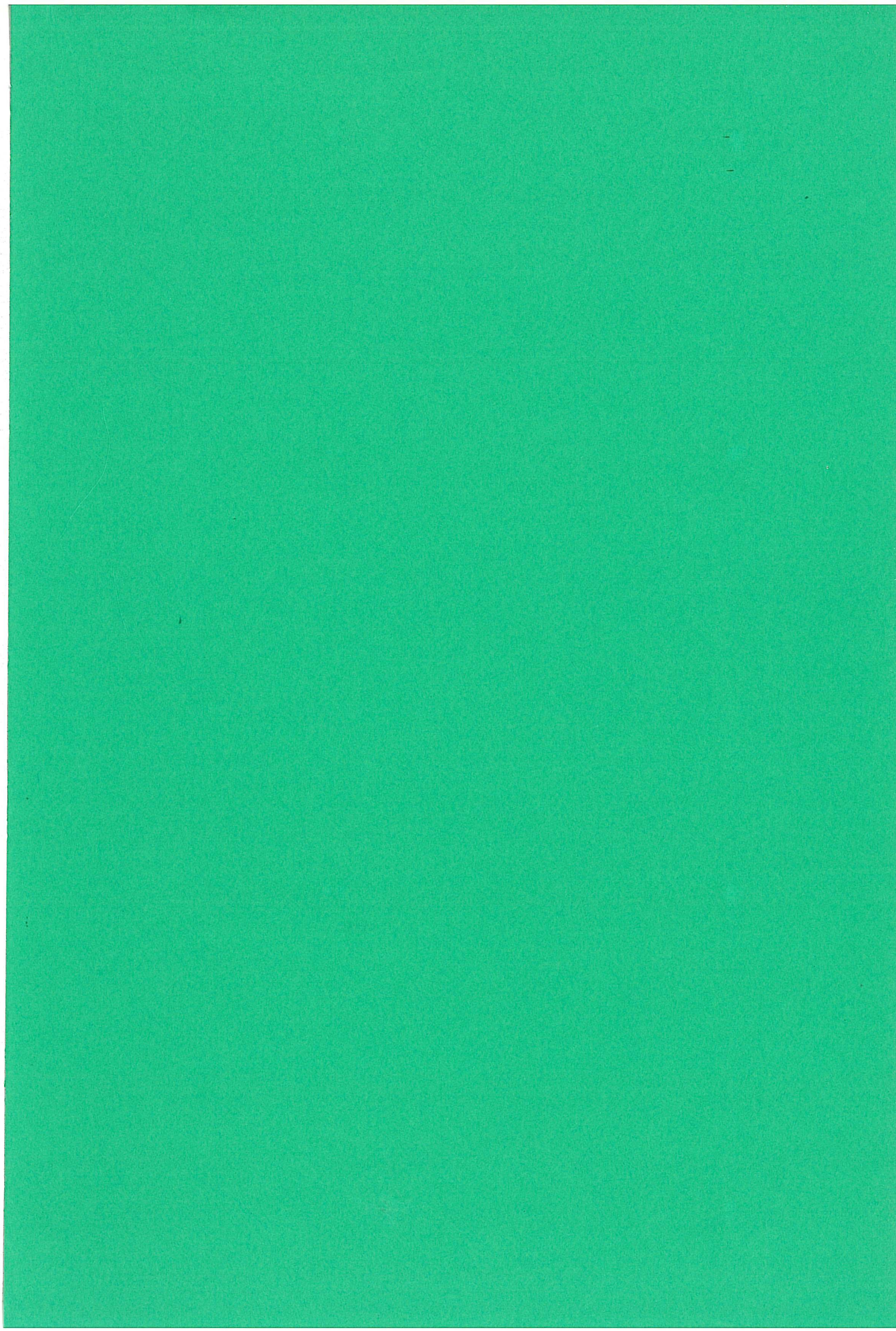
$$N_{b,R} = \chi \cdot A \cdot f_{yd} = 47.3 \text{ kN (>36.7 kN)}$$

Oftentimes can one take advantage of the rafters as verticals in the roof truss, but since the rafters are placed above the frame, there will be eccentricities, which must be taken into account. It should be noted, that in the above dimensioning of diagonals and verticals not the effect of self-weight and possibly other transverse loads is taken into account.

Indeks

til eksempler på anvendelse af DS 412 - beregningsregler.

Punkt:	Side:
5.1(3) Grænsetilstande for bjælker	7
6.1.3 Træk vinkelret på overflade	53
6.1.4 Fordeling af kræfter i samlinger	48 - 53
6.3.2 Kapacitet af tværsnit (tværsnitklassifikation)	3
6.3.3 Overkritisk bæreevne af tværsnit	4 - 6
6.3.7 Trækpåvirkning	8, 27, 31, 33, 35, 60
6.3.8 Trykpåvirkning	35
6.3.9 Bøjningspåvirkning	7, 8 - 9
6.3.10 Forskydningspåvirkning	7, 8 - 9, 39
6.3.11 Påvirkning fra moment og normalkraft	8 - 9
6.3.12 Påvirkning fra moment, normalkraft og forskydningskraft	8 - 9
6.4.2 Centralt påvirkede trykstænger	17 - 18, 56, 60
6.4.3 Kipping	(10), 11 - 12
6.4.4 Momentpåvirkede trykstænger	19 - 21
6.4.5 Bjælker med tværlast i kroppens plan	14, 38 - 39
6.4.7 Særlige forhold for stænger i gitterkonstruktioner	56
6.4.8 Fastholdelse af trykkede dele	24 - 25
6.5.2 Beregning af svejsetsømme	26 - 29, 36
6.6.3 Hulrandsbæreevne	30 - 31, 32, 46, 54
6.6.4 Overklipningsbæreevne	30, 32, 42, 46, 54
6.6.5 Friktionsmodstand og -bæreevne	32, 34
6.6.6 Trækbæreevne	37, 42, 54
6.6.7 Træk- og forskydningspåvirkede dornbolte	41, 43
6.6.8 Fordeling af kræfter i boltesamlinger	42, 45 - 46
6.6.9 Minimale bolteafstande	30 - 31, 55
6.6.13 Modholdskræfter i trækpåvirkede samlinger	37, 39



1437 -05

KR 61.75