



AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Aalborg Universitet

Notat vedr. beregning af statisk ubestemte kabelbetonbjælker og -plader

Holm, K. Lykke

Publication date:
1997

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):

Holm, K. L. (1997). *Notat vedr. beregning af statisk ubestemte kabelbetonbjælker og -plader*. Institut for Bygningsteknik, Aalborg Universitet. U/ Nr. U9701

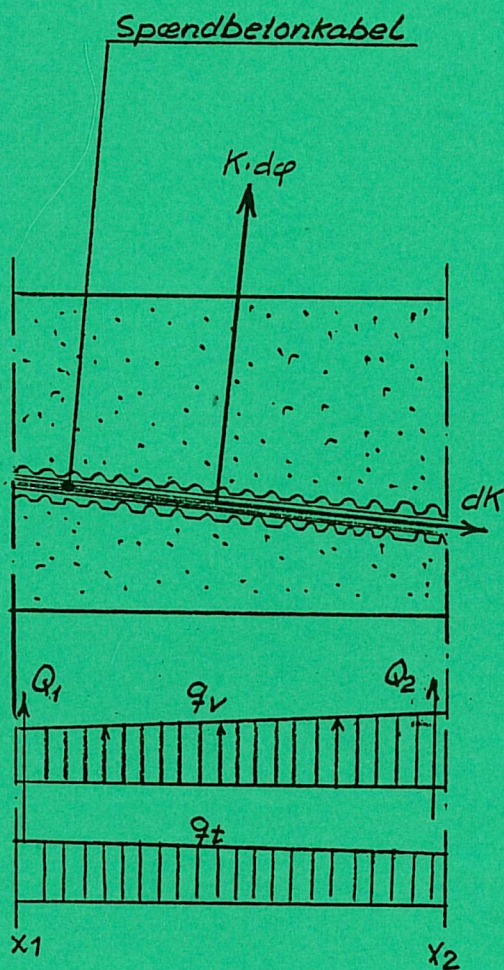
General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- ? Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- ? You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- ? You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.



Ækvivalente kræfter.

SYNOPSIS

Notatets målgruppe er alle, der interesserer sig for beregning af kabelbeton, herunder specielt AAU-studerende, der ønsker at udføre beregning af kontinuerlige kabelbetonbjælker/plader ved hjælp af AAU's brugerprogram "RAMPROG", version august 1995.

Notatet omhandler bestemmelse af indvirkningen af de opspændte kabler før tab fra relaxation, svind og krybning.

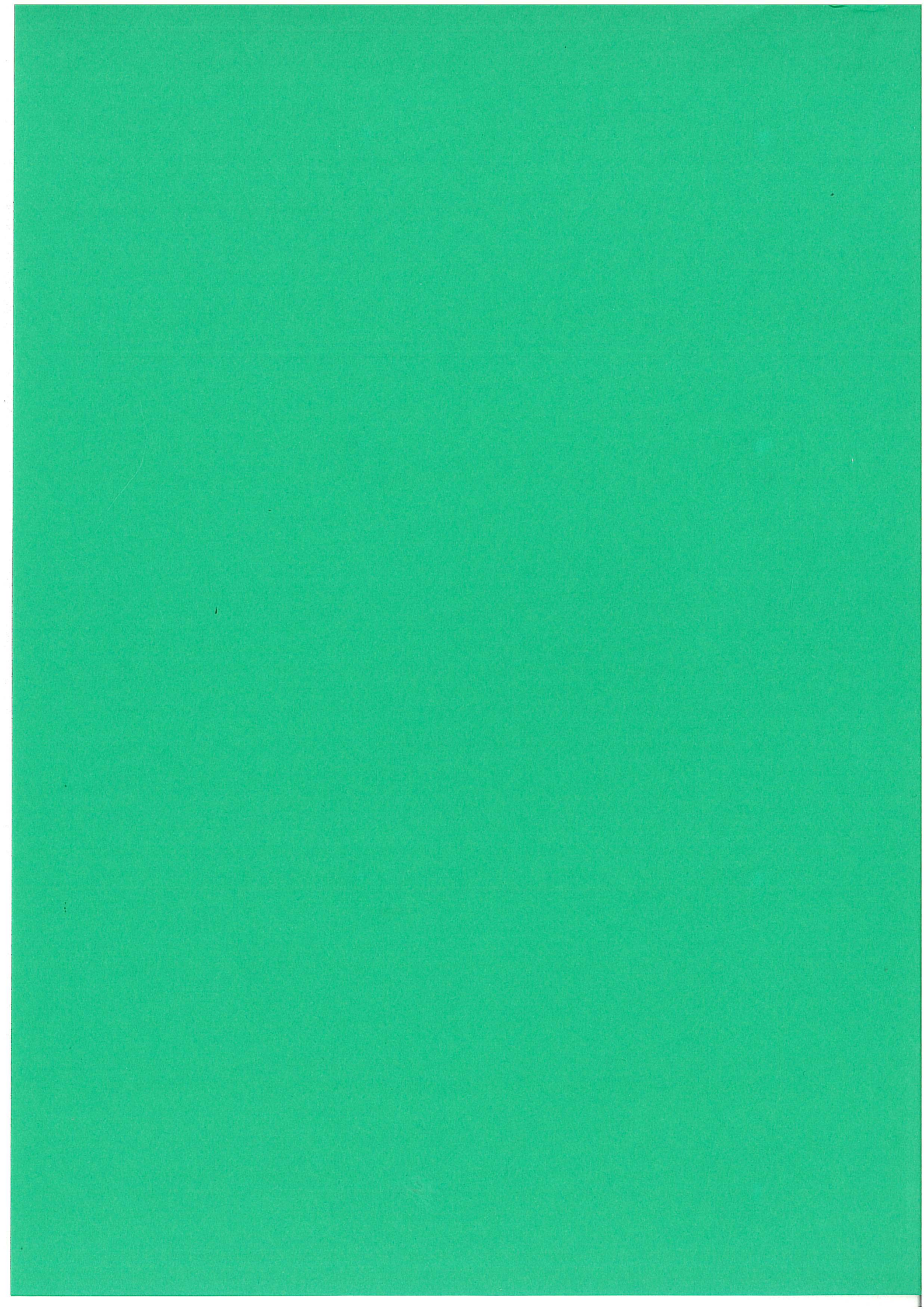
Der udledes formler for et ækvivalent kraftsystem, der simulerer indvirkningen af kabelkræfterne og som kan bruges direkte som input.

K. LYKKE HOLM

NOTAT VEDR. BEREGNING AF STATISK UBESTEMTE KABEL-
BETONBJÆLKER OG -PLADER

JANUAR 1997

ISSN 1395-8232 U9701



Forord

Dette notat har som primær målgruppe studerende ved Aalborg Universitets ingeniøruddannelser, men også andre, der interesserer sig for beregning af spændbeton, kan måske være interesserede, idet de udledte ækvivalente kræfter kan bruges generelt som input til edb-programmer af samme type som RAMPROG, der er et program, der beregner snitkræfter i plane rammesystemer.

Jeg takker mine kolleger Søren Kloch og Arne Rathkjen for kritisk gennemgang af notatet.

Endvidere en tak til Ulla Pedersen for renskrift af notatet.

Aalborg Universitet, januar 1997

Kjeld Lykke Holm



INDHOLDSFORTEGNELSE

1. Indledning	1
2. Ækvivalente kræfter for plane bjælker	1
3. Eksempler	5
3.1 Simpelt understøttet bjælke med konstant tværsnit	6
3.2 Kontinuerlig bjælke over to fag med konstant tværsnit	10
3.3 Simpelt understøttet bjælke med variabelt tværsnit	12
3.4 Kontinuerlig bjælke over to fag med variabelt tværsnit	15
4. Bjælker med krumning	16
5. Forenklet beregning	16
Appendix 1 RAMPROG udskrift, eksempel 3.1	
Appendix 2 RAMPROG udskrift, eksempel 3.2	
Appendix 3 RAMPROG udskrift, eksempel 3.3	
Appendix 4 RAMPROG udskrift, eksempel 3.4	



1. Indledning

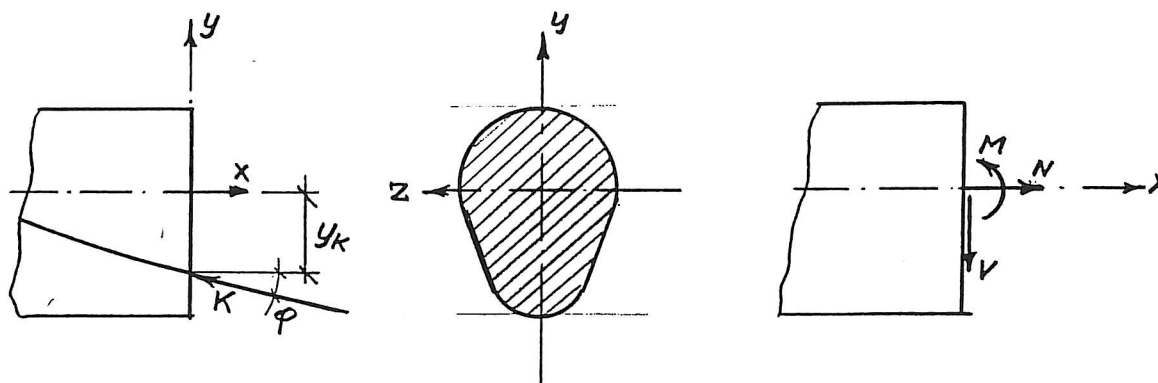
Ideen med dette notat er at indføre "ækvivalente kræfter", som repræsenterer indvirkningen af den opspændte kabelarmering før tab fra relaxation, svind og krybning.

Beregningerne tænkes udført med edb-programmet RAMPROG, som er udarbejdet af Søren Kloch, AAU, men andre tilsvarende programmer kan naturligvis også anvendes.

Metoden er kun aktuel for statisk ubestemte konstruktioner.

For statisk bestemte konstruktioner vil alle ydre reaktioner være nul, og indvirkningen af den opspændte kabelarmering kan bestemmes direkte:

$$\begin{aligned}\text{Snitkræfterne bliver } N &= -\Sigma (K \cdot \cos\varphi) \\ M &= + \Sigma (K \cdot \cos\varphi \cdot y_K) \\ V &= -\Sigma (K \cdot \sin\varphi)\end{aligned}$$



Figur 1.1

For statisk ubestemte konstruktioner vil der kunne opstå ydre reaktioner, som vil give anledning til snitkræfter, der skal superponeres med snitkræfterne bestemt ovenfor. Dette kan ske ved at påføre den statisk ubestemte bjælkekonstruktion kontaktkræfter, der er ækvivalente med påvirkningen, der opstår mellem kabel og beton.

I afsnit 2 bestemmes "ækvivalente kræfter" for plane bjælker, hvor kablerne ligger i planer, som er parallelle med x-y planen (se figur 1.1).

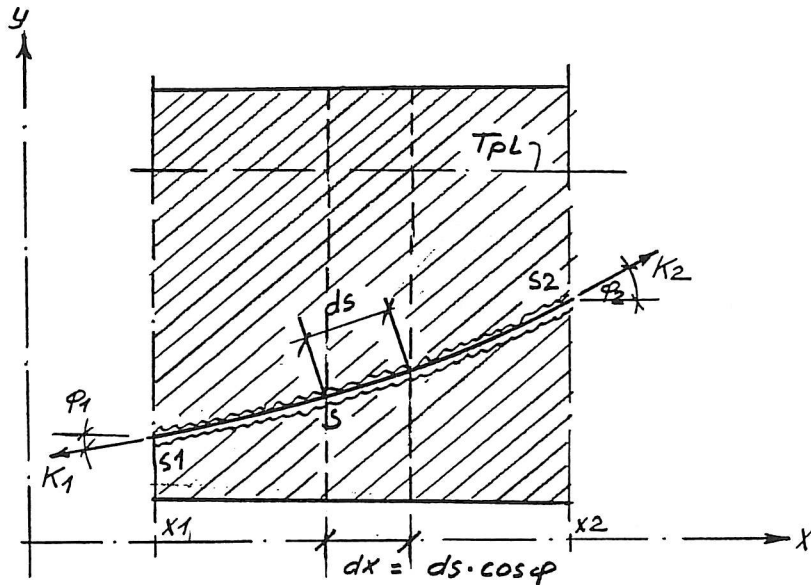
2. Ækvivalente kræfter for plane bjælker

I dette notat gøres følgende forudsætninger:

1. Bjælkerne skal være plane og kunne beregnes efter den almindelige tekniske elasticitetsteori.
2. Bjælkerne skal være retliniede og med konstant tværsnit, inertimoment og E-modul.
3. Kablerne skal placeres symmetrisk om y-aksen (se figur 1.1), og hvert kabel skal ligge i en plan parallel med x-y planen.

4. Kablernes tyngdepunktslinier er plane kurver bestående af rette linier og cirkelbuer. Der er fællestangent i alle overgangspunkter.
5. Kabelkraften antages at variere efter Cooley's formel $K = K_0 \cdot e^{-\mu \cdot \Sigma \varphi - k \cdot s}$
6. Alle kabler opspændes samtidigt, således at der ikke opstår tab fra successiv elastisk forkortelse af betonen ved opspænding i flere etaper.

Der studeres et stykke af en bjælke, se figur 2.1



Figur 2.1

K_1 og K_2 er kabelkræfter. Kabelkraften K er enten voksende eller aftagende mellem x_1 og x_2 . Kablets krumning κ (regnes med fortegn!) er konstant mellem x_1 og x_2 .

Af geometrien i figur 2.1 fremgår:

$$\frac{ds}{dx} = \frac{1}{\cos \varphi}$$

$$\varphi = \varphi_1 + \kappa(s - s_1) \Rightarrow \frac{d\varphi}{dx} = \kappa \cdot \frac{ds}{dx} = \kappa \cdot \frac{1}{\cos \varphi}$$

Kabelkraften i snit x er

$$K = K_1 \cdot e^{c(s-s_1)}$$

c bestemmes af

$$K_2 = K_1 \cdot e^{c(s_2-s_1)} \Rightarrow c = \frac{-1}{s_2 - s_1} \ln \frac{K_1}{K_2}$$

(Af Cooley's formel fremgår, at $|c| = \mu \cdot |\kappa| + k$, og at c er negativ, hvis $K_2 < K_1$ og positiv, hvis $K_2 > K_1$)

Ved diff: $\frac{dK}{dx} = K \cdot c \cdot \frac{ds}{dx} = K \cdot c \cdot \frac{1}{\cos \varphi}$

$x-y$ er et referencekoordinatsystem, hvor x -aksen er parallel med tyngdepunktslinien, og y regnes positiv - som vist - for at være i overensstemmelse med notationen i RAM-PROG.

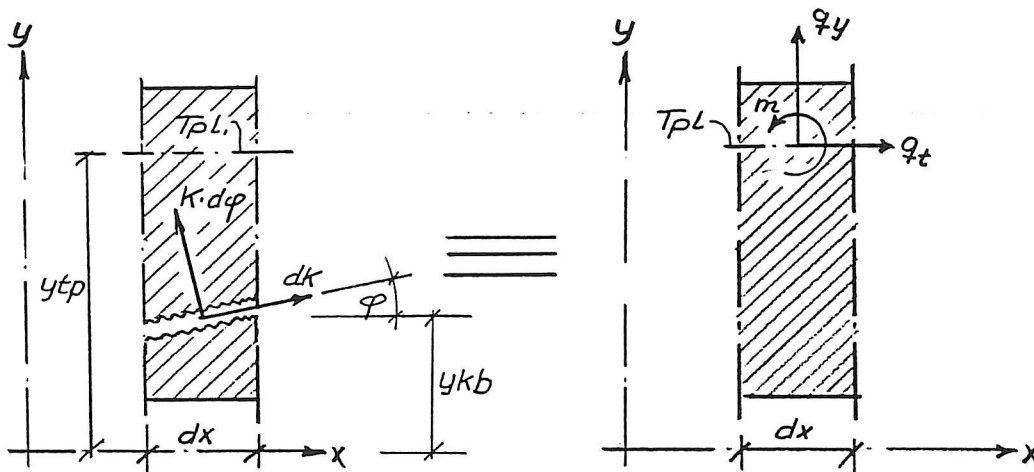
s er buelængde målt langs kablet.

φ er tangentvinkel.

y_{Kb} er kablets y -koordinat.

y_{tp} er tyngdepunktsaksens y -koordinat.

Der studeres nu bjælkeelementet dx , se figur 2.2.



Figur 2.2.

Til venstre i figuren er vist de kræfter, hvormed kablet påvirker betonen. Kabelrøret er antydnet. På grund af krumningen opstår der en normalkraft $K \cdot d\varphi$. På grund af friktionen opstår der en tangentialkraft dK .

Til højre i figuren er vist de ækvivalente kræfter q_y , q_t og m . De bestemmes ved projektion på y-aksen, x-aksen og ved moment om pkt. 0.

Projektion på y:

$$K \cdot d\varphi \cdot \cos\varphi + dK \cdot \sin\varphi \equiv q_y \cdot dx \Rightarrow q_y = K \cdot \kappa + K \cdot c \cdot \tan\varphi \quad (1)$$

Projektion på x:

$$-K \cdot d\varphi \cdot \sin\varphi + dK \cdot \cos\varphi \equiv q_t \cdot dx \Rightarrow q_t = -K \cdot \kappa \cdot \tan\varphi + K \cdot c \quad (2)$$

Både q_y og q_t varierer praktisk taget retliniet mellem x_1 og x_2 og kan anvendes som input til RAMPROG.

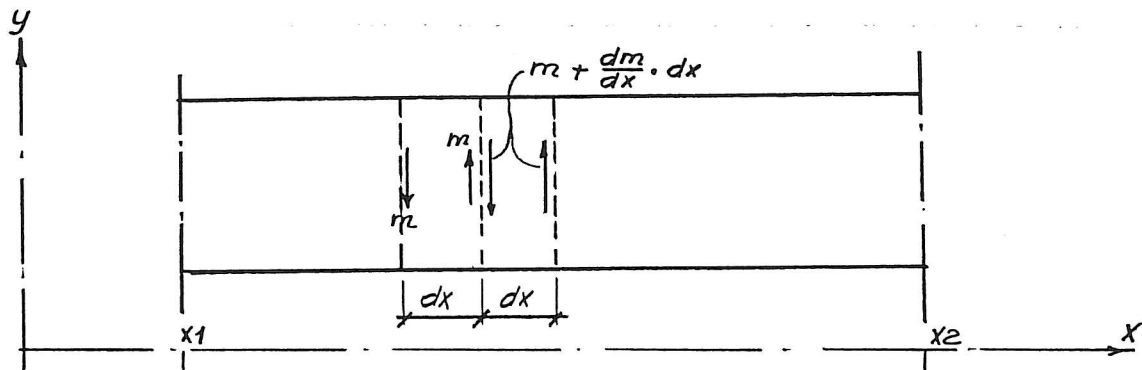
Moment om 0:

$$q_t \cdot dx \cdot (y_{tp} - y_{kb}) \equiv m \cdot dx \Rightarrow m = q_t \cdot (y_{tp} - y_{kb}) \quad (3)$$

m varierer ikke retliniet og kan ikke anvendes i RAMPROG.

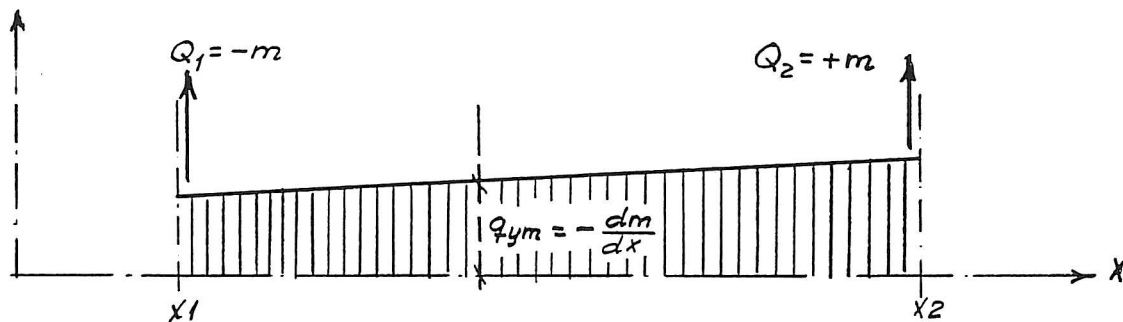
Hvis m derimod ækvivaleres analogt med Kirchhoffs randbetingelse, bliver resultatet to punktlaster - en ved x_1 og en ved x_2 - samt en linielast q_{ym} , som varierer næsten retliniet.

Det antages, at momentet på strækningen dx , dvs. $m \cdot dx$, kan repræsenteres ved et kraftpar med kraft m og arm dx , se figur 2.3 (Kirchhoffs randbetingelse). I naboelementet er kraften $m + \frac{dm}{dx} \cdot dx$, og armen dx . Resultatet bliver åbenbart en nedadrettet linielast $= \frac{dm}{dx}$. I enderne virker de to enkeltkræfter m_1 og m_2 som vist.



Figur 2.3.

m er herved omdannet til det ækvivalente system vist i figur 2.4.



Figur 2.4.

Q_1 og Q_2 bestemmes af (3).

q_{ym} findes ved diff. af (3):

$$q_{ym} = -\frac{dm}{dx} = \frac{K}{\cos\varphi} \left[c \cdot \kappa \cdot \tan\varphi + \frac{\kappa^2}{\cos^2\varphi} - c^2 \right] \cdot [y_{tp} - y_{Kb}] + q_t \cdot \left[\tan\varphi - \frac{dy_{tp}}{dx} \right] \quad (4)$$

og i tilfældet $y_{tp} = \text{konstant}$ er $\frac{dy_{tp}}{dx} = 0$

Den last, der skal anvendes i RAMPROG, bliver således

$$q_v = q_y + q_{ym} \quad (5)$$

Ved forankringer påføres den kraft, hvormed forankringen påvirker betonen, som en ydre kraft.

Kabelkraftens indvirkning kan herefter simuleres ved at påføre forankringskræfterne og de ækvivalente kræfter som ydre laster. Det er vigtigt at bemærke, at snitkræfterne skal bestemmes efter 1. ordens teori - dvs. i udeformeret tilstand, således som det sker med RAMPROG. Programmer, der anvender højere ordens teori, giver forkerte resultater! Dette skyldes, at kabelkræfterne "følger med", når der kommer flytninger, således at højere ordens effekter udebliver. Med hensyn til svagt krumme bjælker henvises til afsnit 4.

Sammenfatning

1. Bjælken opdeles i intervaller med samme krumning. Krumningen regnes med fortegn.
2. Ved evt. låsetab indføres også et intervalpunkt, da c skifter fortegn.
3. q_t , q_v , Q_1 og Q_2 beregnes i intervallernes endepunkter, og knudelasten $R_y =$ summen af Q_1 og Q_2 , der støder op til intervalpunktet, bestemmes. Ved "små" intervaller kan der regnes med middelværdien af q_t og q_v .
4. q_t , q_v og R_y påføres som ydre laster sammen med reaktionerne ved forankringer (dvs. de kræfter, hvormed forankringen påvirker betonen). De herved fremkomne snitkræfter er da indvirkningen af kabelkræfterne.

Formler

$$q_t = -K \cdot \kappa \cdot \tan\varphi + K \cdot c$$

$$q_v = K \cdot \kappa + K \cdot c \cdot \tan\varphi + \frac{K}{\cos\varphi} \left[c \cdot \kappa \cdot \tan\varphi + \frac{\kappa^2}{\cos^2\varphi} - c^2 \right] \cdot [y_{tp} - y_{Kb}] + q_t \cdot \left[\tan\varphi - \frac{dy_{tp}}{dx} \right]$$

$$m = q_t [y_{tp} - y_{Kb}]$$

$$Q_1 = -m \qquad Q_2 = m$$

3. Eksempler

I de følgende fire eksempler (eksempel 3.1, 3.2, 3.3 og 3.4) demonstreres metodens anvendelse i praksis. Der er valgt samme kabelføring i alle eksempler af bekvemmelighedsgrunde. Der ligger ingen dybere overvejelser over kabelføringen, som er valgt med henblik på demonstrationen af metoden.

Alle beregningerne er udført med en lommecomputer, fabrikat HP48SX. Alle benyttede formler er indkodet sammen med alle øvrige nødvendige data. Der er medtaget fire decimaler ved udskrift af resultater.

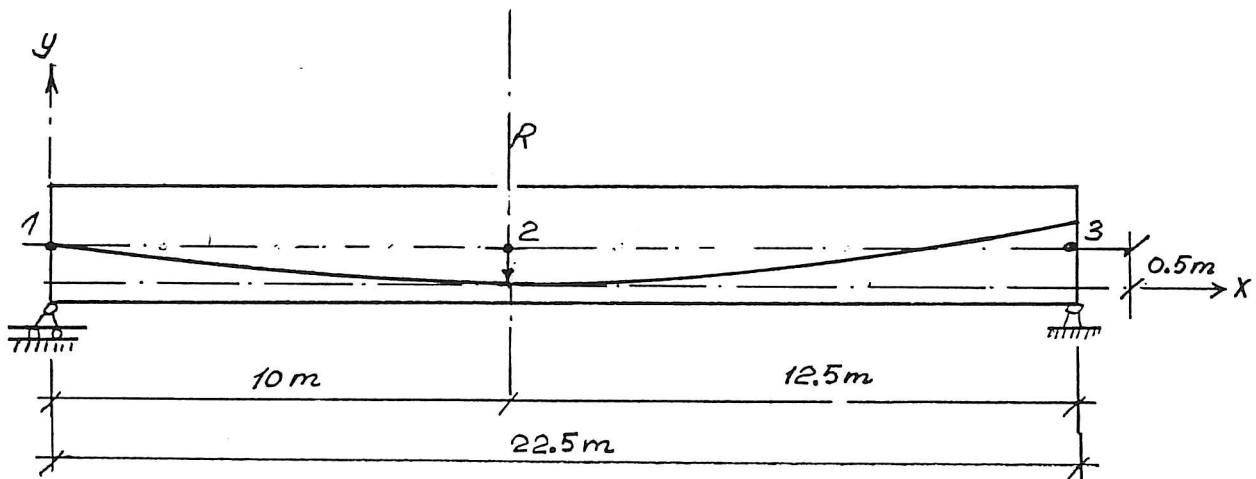
En vigtig kontrol af det færdige resultat er, at summen af alle ydre kræfter på konstruktionen skal være nul! Dette er en følge af, at opspændingskræfterne er indre kræfter.

Kontrollen stemmer i eksempel 3.1 og 3.3. I eksempel 3.2 og 3.4 studeres imidlertid kun halvdelen af konstruktionen, som her er en kontinuerlig bjælke over to fag, hvor kun faget til venstre studeres. Her skal snitkræfterne i indspændingssnittet tilføjes, for at kontrollen kan stemme. I tilfældet eksempel 3.2 og 3.4 ses iøvrigt, at de af opspændingen forårsagede bjælkereaktioner ophæver hinanden.

Eksempel 3.1

For at demonstrere metoden vælges en statisk bestemt konstruktion, som giver mulighed for en nem kontrol af resultatet. Kabelføringen udføres med kun en krumningsradius for ikke at gøre beregningerne unødvendigt omfattende. Der vælges en simpelt understøttet bjælke.

Mål og kabelføring fremgår af figur E1.1.



Figur E1.1.

Kablet føres i en cirkelbue med radius R . Der er vandret tangent i 2. Koordinatsystemet $x - y$ fremgår af figuren. Cirkelns radius bliver $R = 100,25$ m. Ligningen for kablets tyngdepunktsakse bliver

$$y_{Kb} = R - \sqrt{R^2 - (x - 10)^2}$$

Kabelhældning

$$\frac{d(y_{Kb})}{dx} = \frac{x - 10}{(R^2 - (x - 10)^2)^{\frac{1}{2}}}$$

Tangentvinkel

$$\varphi = \arctan\left(\frac{dy_{Kb}}{dx}\right)$$

Buelængde regnet fra 1:

$$s = \int_0^x \sqrt{1 + \left(\frac{dy_{Kb}}{dx}\right)^2} dx$$

Der opspændes med 1000 kN i pkt. 1, og der er passiv forankring ved pkt. 3.

Før låsetab er kabelkraften $K = 1000 \cdot e^{-\mu \cdot \frac{\mu}{R} - k \cdot s}$

Der regnes med $\mu = 0.3$ og $k = 0,005 \text{ m}^{-1}$, dvs. $K = 1000 e^{-c \cdot s}$, hvor $c = \frac{\mu}{R} + k = \frac{0.3}{100,25} + 0,005$

For at undgå ekstra delepunkter antages låsetabet at gå ind til pkt. 2.

Kabelkraften bliver da

$0 \leq x \leq 10 \text{ m}$ $K = K_{10} \cdot e^{c \cdot s}$, $K_{10} = 1000 \cdot e^{-2 \cdot c \cdot s(2)}$, hvor $s(2)$ er buelængden til pkt. 2.

$10 \leq x \leq 22.5 \text{ m}$ $K = 1000 \cdot e^{c \cdot s}$

Da krumningen er ens i hele bjælken, er det kun c , der bestemmer det nødvendige antal delepunkter. Da C er positiv i intervallet 1-2 og negativ i intervallet 2-3, kan vi forsøge med kun to intervaller, et fra 1-2 og et fra 2-3. Vi beregner de ækvivalente kræfter i intervallerne endepunkter.

Der skal beregnes de ækvivalente kræfter

$$q_t = K \cdot [c - \kappa \cdot \tan\varphi]$$

$$q_v = K \cdot \left[\kappa + c \cdot \tan\varphi + \frac{1}{\cos\varphi} \left(c \cdot \kappa \cdot \tan\varphi + \frac{k^2}{\cos^2\varphi} - c^2 \right) (y_{tp} - y_{Kb}) \right] + q_t \cdot \tan\varphi$$

$$Q = -/ + q_t \cdot [y_{tp} - y_{Kb}]$$

Interval fra 1-2: $\kappa = + 1/100.25$ $c = + \left(\frac{\mu}{R} + k \right)$

$$q_{t1} = + 7.6620 \dots \text{ kN/m}$$

$$q_{t2} = + 7.3776 \dots \text{ kN/m} \quad (\alpha = 0,96288)$$

$$q_{v1} = + 7.0484 \dots \text{ kN/m}$$

$$q_{v2} = + 9.2240 \dots \text{ kN/m} \quad (\alpha = 1.30867)$$

$$Q_1 = 0$$

$$Q_2 = + 3.6887 \dots \text{ kN}$$

Interval fra 2-3: $\kappa = + 1/100.25$ $c = - (\frac{\mu}{R} + k)$

$$q_{t2} = - 7.3776 \dots \text{ kN/m}$$

$$q_{t3} = - 7.7212 \dots \text{ kN/m} \quad (\alpha = 1.04657)$$

$$q_{v2} = + 9.2240 \dots \text{ kN/m}$$

$$q_{v3} = + 6.5145 \dots \text{ kN/m} \quad (\alpha = 0,70626)$$

$$Q_2 = + 3.6887 \dots \text{ kN}$$

$$Q_3 = + 2.1801 \dots \text{ kN}$$

For at kontrollere afvigelsen fra en retliniet variation beregnes de korrekte værdier i intervallernes midtpunkt til sammenligning med middelværdien af værdierne i interval-endepunkterne

			middelværdi	afvigelse Δ
$q_t, x = 5 \text{ m}$	$= + 7.5302 \dots$	kN/m	$+ 7.5198 \dots$	$- 0.0104$
$q_v, x = 5 \text{ m}$	$= + 8.1273 \dots$	kN/m	$+ 8.1362 \dots$	$+ 0.0089$
$q_t, x = 16,25 \text{ m}$	$= - 7.5650 \dots$	kN/m	$- 7.5494 \dots$	$+ 0.0156$
$q_v, x = 16,25 \text{ m}$	$= + 7.8560 \dots$	kN/m	$+ 7.8692 \dots$	$+ 0.0132$

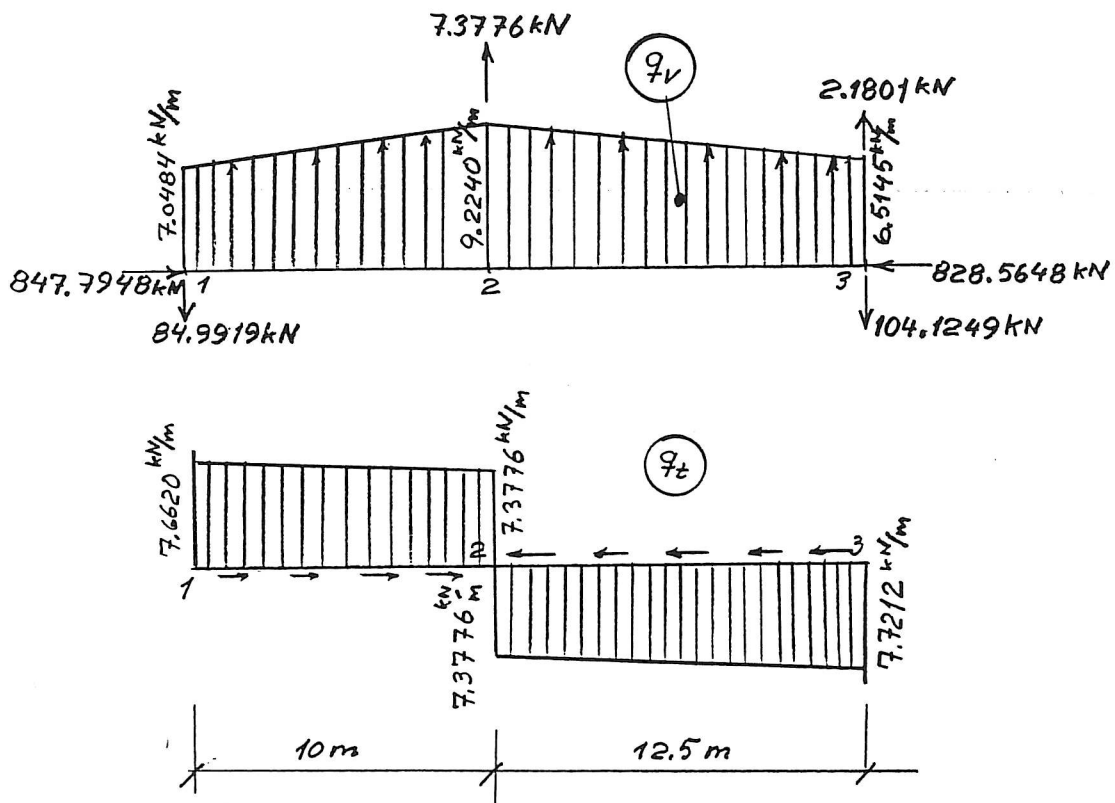
Som det fremgår af tabellen, er afvigelsen - selv ved denne grove inddeling - under 0,2%!

Udover de ovenfor beregnede ækvivalente kræfter skal vi påføre kabelkræfterne ved forankringerne

Knude 1: $R_{1x} = + 847.7948 \dots \text{ kN}$
 $R_{1y} = - 84.9919 \dots \text{ kN}$
 $M_1 = 0 \text{ kN/m}$

Knude 3: $R_{x3} = - 828.5648 \dots \text{ kN}$
 $R_{y3} = - 104.1249 \dots \text{ kN}$
 $M_{z3} = + 233.9490 \dots \text{ kN/m}$

De samlede ækvivalente laster bliver



Figur E1.2

Kontrol af den vandrette ligevægt

$$\Sigma \text{ kræfter mod højre} = 922.9929 \quad (k_5 = 923.0625)$$

$$\Sigma \text{ kræfter mod venstre} = 922.9323$$

$$\text{Ubalance} = 0.0606 \quad \text{mod højre}$$

Korr. jvf. tabel side 8

$$\sim \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot 0,0104 - \frac{2}{3} \cdot 12,5 \cdot 0,0156 = -0,0606 \quad (\text{mod venstre})$$

Efter korrektion er ligevægten ok! Ubalancen er uden praktisk betydning.

Kontrol af den lodrette ligevægt

$$\Sigma \text{ kræfter opad} = 189.2853$$

$$\Sigma \text{ kræfter nedad} = 189.1168$$

$$\text{Ubalance} = 0.1685 \quad (\text{opad})$$

Korr. jvf. tabel side 8

$$\sim -\frac{2}{3} \cdot 10 \cdot 0,0089 - \frac{2}{3} \cdot 12,5 \cdot 0,0132 = -0,1693 \quad (\text{nedad})$$

$$0,0008 \sim 0 \text{ ok!}$$

Efter korrektion er ligevægten ok! Ubalancen er uden praktisk betydning.

En håndberegning af reaktionerne R_1 og R_3 (positive opad!) samt snitmomentet i 2, når bjælken er belastet med de samlede ækvivalente laster, giver som resultat:

$$R_1 = -0,0766 \text{ kN} \quad R_3 = -0,0919 \text{ kN} \quad (\Sigma R = 0,1685 \text{ nedad!})$$

(ok!)

$$M_2 = -462,0050 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Kontrol: I snit 2 er $-K \cdot \cos\varphi(y_{tp} - y_{Kb}) = -461,5313 \text{ kN}\cdot\text{m}$. M_2 bestemt ved ækvivalentmetoden afviger $-0,4732 \text{ kN}\cdot\text{m} \sim 0,1\%$ fra den korrekte værdi! Afvigelsen er uden praktisk betydning.

Konklusionen på eksempel 1 må være, at "ækvivalent metoden" giver - selv ved valg af "store" intervaller - normalkræfter og momenter, der afviger meget lidt fra de teoretisk korrekte. Afvigelsen er af størrelsesorden 0,1%!

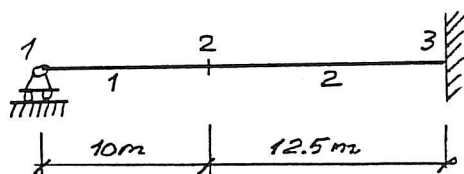
I Appendix 1 er vist en RAMPROG beregning af eksempel 3.1.

Eksempel 3.2

Der studeres nu en bjælke kontinuert over to fag á 22,5 m. Venstre fag er som bjælken i Eksempel 1, og højre fag er symmetrisk om mellemunderstøtningen. Kablet tænkes at være gennemgående men med et skarpt knæk ved mellemunderstøtningen.

Vi anvender RAMPROG.

Statisk system:



Figur E2.1.

Knudepunkter 1, 2, 3

Elementer 1, 2

Knudekoordinater 1:(0, 0) 2:(10, 0) 3:(22.5, 0)

Da RAMPROG skal have A , E og I værdier, sætter vi

$$A = 1,2 \text{ m}^2, \quad I = 0,144 \text{ m}^2 \quad E = 0,3 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$$

Knudelaster:

$$\text{kN1: } R_X = 847,7948 \text{ kN}$$

$$R_Y = -84,9919 - 0,0766 = -85,0685 \text{ kN}$$

$$\text{kN2: } R_Y = 7,3776 \text{ kN}$$

$$\text{kN3: } R_Y = -104,1249 + 2,1801 - 0,0919 = -102,0367 \text{ kN}$$

Elementlaster:

element 1 $q_t = 7.6620$ kN/m

$$\alpha = 0.96288$$

$q_v = 7.0484$ kN/m

$$\alpha = 1.30867$$

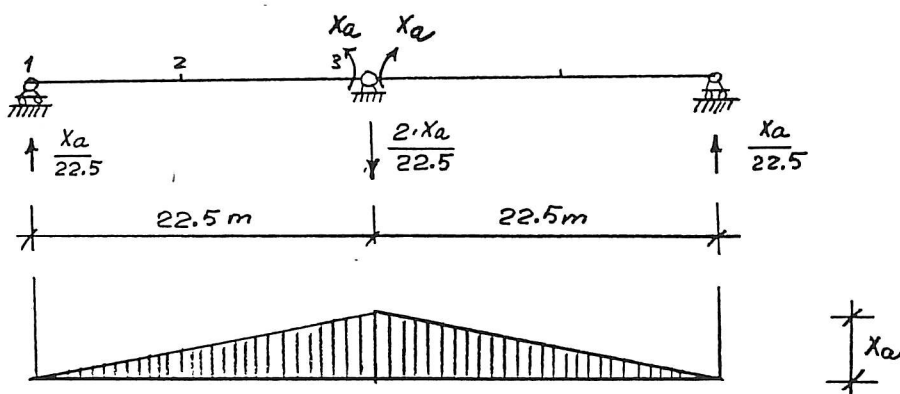
element 2 $q_t = -7.3776$ kN/m

$$\alpha = 1.04657$$

Udskrift af resultat af RAMPROG for eksempel 3.2 er vist i Appendix 2.

RAMPROG beregner momentet over understøtningen til $m_{10} = 551.8358$.

Det statisk bestemte moment er $M_{10}^0 = K_{10} \cdot \cos\varphi \cdot (y_{tp} - y_{Kb}) = 233.9490$. Dvs, der er opstået et moment $x_a = 317.8868$ over understøtningen som følge af opspændingen af kablerne. Momentfordelingen bliver som vist. Endvidere opstår der ydre reaktioner som følge af x_a .



Figur E2.2.

Læsere, der er bekendt med kraftmetoden, kan bemærke, at i Appendix 1 er vinkeldrejningen ved knude 3 for bjælke 1-2-3 simpelt understøttet ved 1 og 3 beregnet til $-5.519 \cdot 10^{-4}$ rad = δ_{a0} . Da $\delta_{aa} = \frac{1}{3} \cdot 22,5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{EI} = \frac{7,5}{EI}$, og $E = 0,3 \cdot 10^8$ kN/m², $I = 0,144 \cdot \text{m}^4$ bliver $x_a = \frac{\delta_{a0}}{\delta_{aa}} = 317.89$ kN · m, hvilket netop svarer til den ovenfor fundne værdi af x_a .

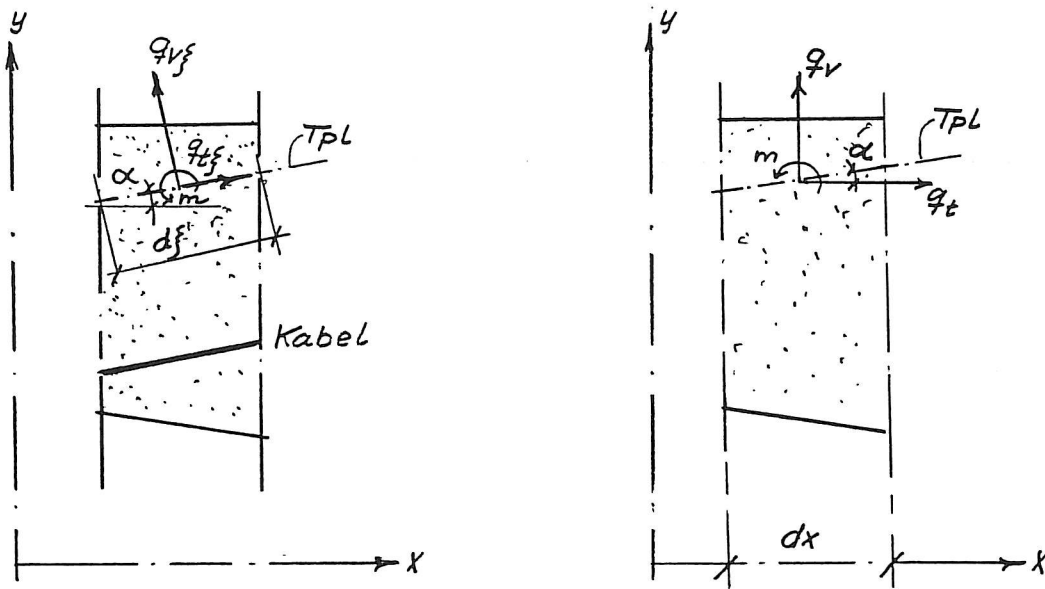
Når x_a er kendt, kan de øvrige momenter bestemmes som $M_x = -K \cdot \cos\varphi \cdot (y_{tp} - y_{Kb}) + \frac{x_a}{22,5} \cdot x$

For $x = 10$ m bliver $M_x = -923.0625 \cdot 1,0 \cdot 0,5 + \frac{317.89}{22,5} \cdot 10$
 $= -320.25$ kN·m

RAMPROG giver $M_x = -320.7311$ kN·m

Der er god overensstemmelse.

Eksempel 3.3



Figur E3.1.

De udledte formler gælder også for variabelt tværsnit.

$$q_t = K(c - \kappa \tan \varphi) \quad (1)$$

$$q_v = K \left[\kappa + c \cdot \tan \varphi + \frac{1}{\cos \varphi} \left\{ c \cdot \kappa \cdot \tan \varphi + \frac{\kappa^2}{\cos^2 \varphi} \cdot y_{tp} - y_{Kb} \right\} \right] + q_t \cdot [\tan \varphi - \tan \alpha] \quad (2)$$

$$Q = -/ + q_t \cdot (y_{tp} - y_{Kb}) \quad (3)$$

Formlerne er anvendt i eksempel 1 og 2, hvor $y_{tp} = \text{konst.}$

Hvis y_{tp} varierer, opdeles bjælken i passende ikke for lange intervaller, således at der tages tilbørligt hensyn til tværsnitsvariationen.

Der skal anvendes elementlasterne $q_{v\xi}$ og $q_{t\xi}$ som vist i figur E3.1.

Der gælder

Proj. på tyngdepunktslinien:

$$q_{t\xi} \cdot d\xi = q_v \cdot dx \cdot \sin \alpha + q_t \cdot dx \cdot \cos \alpha$$

Heraf findes

$$q_{t\xi} = (q_v \cdot \sin \alpha + q_t \cdot \cos \alpha) \cdot \frac{dx}{d\xi} \quad (1a)$$

Proj. på retning vinkelret på tyngdepunktslinien:

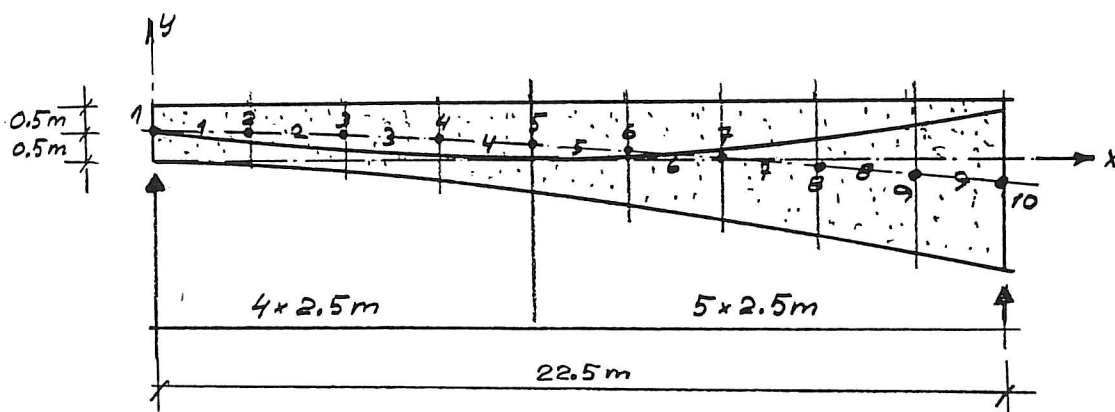
$$q_v \xi \cdot d\xi = q_v \cdot dx \cdot \cos\alpha - q_t \cdot dx \cdot \sin\alpha$$

Heraf findes

$$q_v \xi = (q_v \cdot \cos\alpha - q_t \cdot \sin\alpha) \cdot \cos\alpha \quad (2a)$$

De Kirchof'ske kræfter R_y regnes stadig i det globale $x - y$ system ligesom reaktionerne ved forankringerne.

Vi studerer nu et simpelt tilfælde, hvor det er nemt at kontrollere resultatet. Vi vælger bjælken i eksempel 1 men lader nu tværsnittet variere som vist på figur E3.2.



Figur E3.2.

For enkeltheds skyld antages bjælken at være massiv med rektangulært tværsnit med bredden 1. Tyngdepunktslinien går midt mellem over- og undersiden, og inertimomentet sættes til $1/12 \cdot 1 \cdot h^3$, hvor h er højden af bjælkeelementet målt i bjælkeelementets midte. Arealet sættes til $h \cdot 1$. E-modul regnes til $0,3 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$.

Der vælges samme kabelføring som i eksempel 1.

Bjælkens underside følger parablen $y_u = \frac{-2}{22.5^2} x^2$. Oversiden er $y_o = 1.0$. Følgelig bliver $y_{tp} = \frac{1}{2} (y_u + y_o) = 0.5 - \frac{x^2}{22.5^2}$ og $\alpha = \arctan \frac{dy_{tp}}{dx}$.

Input til RAMPROG:

Geometri: Der er 10 knudepunkter og 9 elementer

Knudepkt.nr.	x	$y = y_{tp}$		elem.nr.	I m^4	A m^2
1	0	0,5		1	0,0849	1,0062
2	2,5	0,4877		2	0,0980	1,0556
3	5,0	0,4506		3	0,1282	1,1543
4	7,5	0,3889		4	0,1841	1,3025
5	10,0	0,3025		5	0,2813	1,5
6	12,5	0,1914		6	0,4443	1,7469
7	15,0	0,0556		7	0,7108	2,0432
8	17,5	-0,1049		8	1,1361	2,3889
9	20,0	-0,2901		9	1,7981	2,7840
10	22,5	-0,5				

Understøtninger: Simpel understøtning ved knude 1

Fast simpel understøtning ved knude 10

Elementlast

Der regnes med værdierne i midten af elementerne.

Element 1	$x = 1,25$	$q_{t\xi} = 7,5943$ kN/m	$q_{v\xi} = 7,3917$ kN/m
Element 2	$x = 3,75$	$q_{t\xi} = 7,4453$ kN/m	$q_{v\xi} = 8,0777$ kN/m
Element 3	$x = 6,25$	$q_{t\xi} = 7,2778$ kN/m	$q_{v\xi} = 8,7622$ kN/m
Element 4	$x = 8,75$	$q_{t\xi} = 7,0914$ kN/m	$q_{v\xi} = 9,4448$ kN/m
Element 5	$x = 11,25$	$q_{t\xi} = -7,7852$ kN/m	$q_{v\xi} = 8,2645$ kN/m
Element 6	$x = 13,75$	$q_{t\xi} = -7,9044$ kN/m	$q_{v\xi} = 7,5523$ kN/m
Element 7	$x = 16,25$	$q_{t\xi} = -8,0043$ kN/m	$q_{v\xi} = 6,8423$ kN/m
Element 8	$x = 18,75$	$q_{t\xi} = -8,0825$ kN/m	$q_{v\xi} = 6,1348$ kN/m
Element 9	$x = 21,25$	$q_{t\xi} = -8,1480$ kN/m	$q_{v\xi} = 5,4300$ kN/m

Knude 1: $R_{1x} = 847.7948$ kN

$R_{1y} = -84.9919$ kN

Knude 5: $R_{5y} = (q_t(tv) - q_t(th)) \cdot (y_{tp} - y_{Kb}) = 4.4630$ kN

Knude 10: $R_{10x} = -828.5648$ kN

$R_{10y} = -104.1249 + q_t(y_{tp} - y_{Kb}) = -94.2235$ kN

$M_z = R_{10x} \cdot (y_{Kb} - y_{tp}) = 1062.5138$ kN·m

I Appendix 3 er vist en RAMPROG beregning af eksempel 3.3.

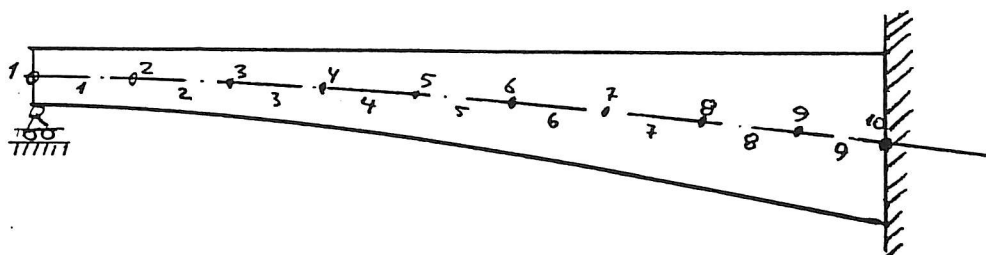
De korrekte momenter er $M^0 = -K \cdot \cos\varphi \cdot (y_{tp} - y_{Kb})$

x	Pkt.	$-K \cdot \cos\varphi (y_{tp} - y_{Kb})$		RAMPROG
0	1	0	kN·m	0
2,5	2	-179.1928	kN·m	-178.9141
5	3	-288.6337	kN·m	-287.9817
7,5	4	-323.5570	kN·m	-322.6121
10	5	-279.1979	kN·m	-277.9521
12,5	6	-144.8867	kN·m	-143.9071
15	7	+ 61.3054	kN·m	62.0277
17,5	8	+334.5088	kN·m	334.9822
20	9	+669.8625	kN·m	670.0953
22,5	10	+1062.5139	kN·m	1062.5138

Som det fremgår af tabellen, er der god overensstemmelse mellem de korrekte momenter og momenterne bestemt med de ækvivalente laster.

Eksempel 3.4

Dette eksempel er en fortsættelse af eksempel 3. Bjælken i eksempel 3 antages nu at være venstre fag i en kontinuerlig drager over 2 fag á 22,5 m. Højre fag er symmetrisk, se figur E4.1.



Figur E4.1.

Vi kan bruge RAMPROG fra eksempel 3 blot med en enkelt ændring: Knude 10 gøres fast indspændt, og knude 1 skal stadig være simpelt understøttet i y-retningen.

I Appendix 4 er vist en RAMPROG beregning af eksempel 3.4.

Ligesom i eksempel 3.2 fremkommer der et moment over mellemunderstøtningen.

Snit-moment over understøtning er $1291.2552 \text{ kN}\cdot\text{m}$

Statisk bestemt moment er $-K \cdot \cos\varphi (y_{tp} - y_{Kb}) = 1062.5138 \text{ kN}\cdot\text{m}$

Tvangs-moment over understøtningen er $x_a = 228.7414 \text{ kN}\cdot\text{m}$

Reaktionerne er $\frac{x_a}{22,5} = 10,17$ kN, som stemmer godt med de af RAMPROG bestemte reaktioner.

Det kan her nævnes, at de forskydningskræfter, der bestemmes med de ækvivalente laster, kan visse steder "sløres" af de Kirchhof'ske knudekræfter. Ønskes en bedre bestemmelse, kan det ske via reaktionerne fra tvangsmomenterne over mellemunderstøtningerne kombineret med den statisk bestemte forskydningskraft $V^0 = \Sigma(K \sin \varphi)$.

Momenterne kan bestemmes af $M_x = M^0 + \frac{x_a}{22,5} \cdot x$ (jvf. eksempel 3.3).

x	M_x	RAMPROG
2,5	-153.7770	-153.4983
5	-237.8023	-237.1503
7,5	-247.3099	-246.3650
10	-177.5351	-176.2893
12,5	- 17.8081	- 16.8285
15	+213.7997	+214.5220
17,5	+512.4188	+512.8922
20	+873.1882	+873.4210
22,5	+1291.2552	+1291.2552

Som det fremgår af tabellen, er der god overensstemmelse mellem M_x og RAMPROG momenterne.

4. Bjælker med krumning

Det skal bemærkes, at metoden strengt taget kun kan anvendes på konstruktioner, der ikke har global vertikalkrumning. En sådan vertikalkrumning vil specielt bevirke, at de ækvivalente kræfter, der påføres retningsbestemt ved forankringer, vil give helt misvisende resultater. Ved moderate vertikalkrumninger, hvor krumningen er meget mindre end kablernes krumning, kan dette problem klares ved simpelthen at "rette konstruktionen ud" og derved fjerne de globale vertikalkrumninger og derefter anvende metoden som her beskrevet. Fejlen vil da være helt forsvindende.

5. Forenklet beregning

Der henvises til brugervejledningen til RAMPROG, version august 1995, eksempel 2, Forspændt pladebro. Her medtages kun bidraget $q_y = K \cdot \kappa$.

For at få en ide om nøjagtigheden ved den tilnærmede beregning kan nævnes, at i eksempel 3.2 side 10 i dette notat bliver resultatet:

$M_2 = -320.7 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ved tilnærmet beregning og $-308.7 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ved korrekt beregning.
Fejl $\sim 4\%$.

For M_3 bliver resultatet $551.8 \text{ kN}\cdot\text{m}$ og $562.7 \text{ kN}\cdot\text{m}$. Fejl $\sim 2\%$.


```

*****
*
*   R A M P R O G   version aug. 1995   *
*
*****

```

Eksempel 3.1

OVERSIGT OVER ELEMENTDATA

ELEM NR.	KNUDEPKT (1)	KNUDEPKT (2)	LENGDE (M)	VINKEL (RADIANER)	INERTIMOM (M**4)	E-MODUL (KN/M**2)	AREAL (M**2)	CHARNIER V. KNUDE
1	1	2	10.0000	0.0000	0.1440	3.000E 7	1.2000	-
2	2	3	12.5000	0.0000	0.1440	3.000E 7	1.2000	-

UNDERSTØTNINGSBETINGELSER (IALT R= 3)

FASTHOLDT I X-RETNINGEN: 3
 FASTHOLDT I Y-RETNINGEN: 1 3
 FASTHOLDT MOD ROTATION:

BEREGNET BAANDBREDDE: 6

KOEFFICIENTER I BAANDMATRIX: 39

KOORDINAT-TABEL

KNUDE	X-KOORDINAT	Y-KOORDINAT
1	0.0000	0.0000
2	10.0000	0.0000
3	22.5000	0.0000

DELLASTER I LASTKOMBINATION

(FOR: kbt1 eks 1)

TYPE	KNUDE/ELEMENT	STØRRELSE	EVT. FAKTOR
RX	1	847.7948 (KN)	-
RY	1	-84.9919 (KN)	-
RY	2	7.3776 (KN)	-
RX	3	-828.5648 (KN)	-
RY	3	-101.9448 (KN)	-
qt	1	7.6620 (KN/M)	alfa= 0.963
qv	1	7.0484 (KN/M)	alfa= 1.309
qt	2	-7.3776 (KN/M)	alfa= 1.047
qv	2	9.2240 (KN/M)	alfa= 0.706
MZ	3	233.9490 (KNM)	-

KNUDEFLYTNINGER (globalt system)

(FOR: kbt1 eks 1)

KNUDE NR.	X-RETNING (M)	Y-RETNING (M)	ROTATION (RAD)
1	5.502E-4	0.0000	7.662E-4
2	3.042E-4	5.102E-3	7.456E-5
3	0.0000	0.0000	-5.519E-4

UNDERSTØTNINGSREAKTIONER (globalt system)

(FOR: kbt1 eks 1)

KNUDE NR.	X-RETNING (KN)	Y-RETNING (KN)	MOMENT (KNM)
1	0.0000	-7.792E-2	0.0000
3	-5.997E-2	-9.438E-2	0.0000
SUM	-5.997E-2	-0.1723	0.0000

SNITKRÆFTER I ELEMENTER (lokalt system)

(FOR: kbt1 eks 1)

ELEM NR.	LOKALKNUDE 1			LOKALKNUDE 2		
	NORMALKRAFT (KN)	TVÆRKRAFT (KN)	MOMENT (KNM)	NORMALKRAFT (KN)	TVÆRKRAFT (KN)	MOMENT (KNM)
1	-847.7948	-85.0698	-3.32E-11	-922.9935	-3.7066	-462.0142
2	-922.9935	3.6710	-462.0142	-828.6248	102.0392	233.9490

```

*****
*
*   R A M P R O G   version aug. 1995   *
*
*****

```

Eksempel 3.2

OVERSIGT OVER ELEMENTDATA

ELEM NR.	KNUDEPKT (1) (2)	LENGDE (M)	VINKEL (RADIANER)	INERTIMOM (M**4)	E-MODUL (KN/M**2)	AREAL (M**2)	CHARNIER V. KNUDE
1	1 2	10.0000	0.0000	0.1440	3.000E 7	1.2000	-
2	2 3	12.5000	0.0000	0.1440	3.000E 7	1.2000	-

UNDERSTØTNINGSBETINGELSER (IALT R= 4)

```

FASTHOLDT I X-RETNINGEN: 3
FASTHOLDT I Y-RETNINGEN: 1 3
FASTHOLDT MOD ROTATION: 3

```

BEREGNET BAANDBREDDE: 6

KOEFFICIENTER I BAANDMATRIX: 39

KOORDINAT-TABEL

KNUDE	X-KOORDINAT	Y-KOORDINAT
1	0.0000	0.0000
2	10.0000	0.0000
3	22.5000	0.0000

DELLASTER I LASTKOMBINATION

(FOR: kbt1 eks 1)

TYPE	KNUDE/ELEMENT	STØRRELSE	EVT. FAKTOR
RX	1	847.7948 (KN)	-
RY	1	-84.9919 (KN)	-
RY	2	7.3776 (KN)	-
RY	3	-101.9448 (KN)	-
qt	1	7.6620 (KN/M)	alfa= 0.963
qv	1	7.0484 (KN/M)	alfa= 1.309
qt	2	-7.3776 (KN/M)	alfa= 1.047
qv	2	9.2240 (KN/M)	alfa= 0.706

KNUDEFLYTNINGER (globalt system)

(FOR: kbt1 eks 1)

KNUDE NR.	X-RETNING (M)	Y-RETNING (M)	ROTATION (RAD)
1	5.502E-4	0.0000	4.903E-4
2	3.042E-4	2.888E-3	-3.786E-5
3	0.0000	0.0000	0.0000

UNDERSTØTNINGSREAKTIONER (globalt system)

(FOR: kbt1 eks 1)

KNUDE NR.	X-RETNING (KN)	Y-RETNING (KN)	MOMENT (KNM)
1	0.0000	14.0504	0.0000
3	-828.6248	-14.2227	551.8358
SUM	-828.6248	-0.1723	551.8358

SNITKRÆFTER I ELEMENTER (lokalt system)

(FOR: kbt1 eks 1)

ELEM NR.	LOKALKNUDE 1			LOKALKNUDE 2		
	NORMALKRAFT (KN)	TVÆRKRAFT (KN)	MOMENT (KNM)	NORMALKRAFT (KN)	TVÆRKRAFT (KN)	MOMENT (KNM)
1	-847.7948	-70.9415	-3.33E-11	-922.9935	10.4217	-320.7311
2	-922.9935	17.7993	-320.7311	-828.6248	116.1675	551.8358

```

*****
*
*  R A M P R O G   version aug. 1995  *
*
*****

```

Eksempel 3.3

OVERSIGT OVER ELEMENTDATA

ELEM NR.	KNUDEPKT (1) (2)	LENGDE (M)	VINKEL (RADIANER)	INERTIMOM (M**4)	E-MODUL (KN/M**2)	AREAL (M**2)	CHARNIER V. KNUDE
1	1 2	2.5000	-4.920E-3	8.490E-2	3.000E 7	1.0062	-
2	2 3	2.5003	-1.484E-2	9.800E-2	3.000E 7	1.0556	-
3	3 4	2.5008	-2.467E-2	0.1282	3.000E 7	1.1543	-
4	4 5	2.5015	-3.455E-2	0.1841	3.000E 7	1.3025	-
5	5 6	2.5025	-4.441E-2	0.2813	3.000E 7	1.5000	-
6	6 7	2.5037	-5.427E-2	0.4443	3.000E 7	1.7469	-
7	7 8	2.5051	-6.411E-2	0.7108	3.000E 7	2.0432	-
8	8 9	2.5069	-7.394E-2	1.1361	3.000E 7	2.3889	-
9	9 10	2.5088	-8.376E-2	1.7981	3.000E 7	2.7840	-

UNDERSTØTNINGSBETINGELSER (IALT R= 3)

FASTHOLDT I X-RETNINGEN: 10
 FASTHOLDT I Y-RETNINGEN: 1 10
 FASTHOLDT MOD ROTATION:

BEREGNET BAANDBREDDE: 6

KOEFFICIENTER I BAANDMATRIX: 165

KOORDINAT-TABEL

KNUDE	X-KOORDINAT	Y-KOORDINAT
1	0.0000	0.5000
2	2.5000	0.4877
3	5.0000	0.4506
4	7.5000	0.3889
5	10.0000	0.3025
6	12.5000	0.1914
7	15.0000	5.560E-2
8	17.5000	-0.1049
9	20.0000	-0.2901
10	22.5000	-0.5000

DELLASTER I LASTKOMBINATION

(FOR: eks 3.3)

TYPE	KNUDE/ELEMENT	STØRRELSE	EVT. FAKTOR
RX	1	847.7948 (KN)	-
RY	1	-84.9919 (KN)	-
RY	5	4.4630 (KN)	-
RX	10	-828.5648 (KN)	-
RY	10	-94.2235 (KN)	-
MZ	10	1062.5138 (KNM)	-
qt	1	7.5943 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	1	7.3917 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	2	7.4453 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	2	8.0777 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	3	7.2778 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	3	8.7622 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	4	7.0914 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	4	9.4448 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	5	-7.7852 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	5	8.2645 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	6	-7.9044 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	7	-8.0043 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	7	6.8423 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	8	-8.0825 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	8	6.1348 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	9	-8.1480 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	9	5.4300 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	6	7.5523 (KN/M)	alfa= 1.000

KNUDEFLYTNINGER (globalt system)

(FOR: eks 3.3)

KNUDE NR.	X-RETNING (M)	Y-RETNING (M)	ROTATION (RAD)
1	5.603E-4	0.0000	5.036E-4
2	4.951E-4	1.181E-3	4.120E-4
3	4.377E-4	1.979E-3	2.099E-4
4	3.799E-4	2.258E-3	8.414E-6
5	3.160E-4	2.104E-3	-1.298E-4
6	2.470E-4	1.694E-3	-1.936E-4
7	1.772E-4	1.194E-3	-2.021E-4
8	1.106E-4	7.126E-4	-1.792E-4
9	5.079E-5	3.077E-4	-1.425E-4
10	0.0000	0.0000	-1.023E-4

UNDERSTØTNINGSREAKTIONER (globalt system)

(FOR: eks 3.3)

KNUDE NR.	X-RETNING (KN)	Y-RETNING (KN)	MOMENT (KNM)
1	0.0000	1.528E-2	0.0000
10	-6.158E-3	-1.245E-2	0.0000
SUM	-6.158E-3	2.830E-3	0.0000

SNITKRÆFTER I ELEMENTER (lokalt system)

(FOR: eks 3.3)

ELEM NR.	LOKALKNUDE 1			LOKALKNUDE 2		
	NORMALKRAFT (KN)	TVÆRKRAFT (KN)	MOMENT (KNM)	NORMALKRAFT (KN)	TVÆRKRAFT (KN)	MOMENT (KNM)
1	-848.2026	-80.8045	-1.62E-12	-867.1886	-62.3250	-178.9141
2	-867.7641	-53.7205	-178.9141	-886.3794	-33.5240	-287.9817
3	-886.6663	-24.8040	-287.9817	-904.8663	-2.8919	-322.6121
4	-904.8508	6.0403	-322.6121	-922.5899	29.6664	-277.9521
5	-922.0542	43.2243	-277.9521	-902.5720	63.9060	-143.9071
6	-901.8983	72.7984	-143.9071	-882.1082	91.7069	62.0277
7	-881.1626	100.3870	62.0277	-861.1106	117.5280	334.9822
8	-859.9134	125.9894	334.9822	-839.6517	141.3684	670.0953
9	-838.2233	149.6057	670.0953	-817.7816	163.2285	1062.5138


```

*****
*
*   R A M P R O G   version aug. 1995   *
*
*****

```

Eksempel 3.4

OVERSIGT OVER ELEMENTDATA

ELEM NR.	KNUDEPKT (1) (2)		LENGDE (M)	VINKEL (RADIANER)	INERTIMOM (M**4)	E-MODUL (KN/M**2)	AREAL (M**2)	CHARNIER V. KNUDE
1	1	2	2.5000	-4.920E-3	8.490E-2	3.000E 7	1.0062	-
2	2	3	2.5003	-1.484E-2	9.800E-2	3.000E 7	1.0556	-
3	3	4	2.5008	-2.467E-2	0.1282	3.000E 7	1.1543	-
4	4	5	2.5015	-3.455E-2	0.1841	3.000E 7	1.3025	-
5	5	6	2.5025	-4.441E-2	0.2813	3.000E 7	1.5000	-
6	6	7	2.5037	-5.427E-2	0.4443	3.000E 7	1.7469	-
7	7	8	2.5051	-6.411E-2	0.7108	3.000E 7	2.0432	-
8	8	9	2.5069	-7.394E-2	1.1361	3.000E 7	2.3889	-
9	9	10	2.5088	-8.376E-2	1.7981	3.000E 7	2.7840	-

UNDERSTØTNINGSBETINGELSER (IALT R= 4)

FASTHOLDT I X-RETNINGEN: 10
 FASTHOLDT I Y-RETNINGEN: 1 10
 FASTHOLDT MOD ROTATION: 10

BEREGNET BAANDBREDDE: 6

KOEFFICIENTER I BAANDMATRIX: 165

KOORDINAT-TABEL

KNUDE	X-KOORDINAT	Y-KOORDINAT
1	0.0000	0.5000
2	2.5000	0.4877
3	5.0000	0.4506
4	7.5000	0.3889
5	10.0000	0.3025
6	12.5000	0.1914
7	15.0000	5.560E-2
8	17.5000	-0.1049
9	20.0000	-0.2901
10	22.5000	-0.5000

DELLASTER I LASTKOMBINATION

(FOR: eks 3.3)

TYPE	KNUDE/ELEMENT	STØRRELSE	EVT. FAKTOR
RX	1	847.7948 (KN)	-
RY	1	-84.9919 (KN)	-
RY	5	4.4630 (KN)	-
RY	10	-94.2235 (KN)	-
qt	1	7.5943 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	1	7.3917 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	2	7.4453 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	2	8.0777 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	3	7.2778 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	3	8.7622 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	4	7.0914 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	4	9.4448 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	5	-7.7852 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	5	8.2645 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	6	-7.9044 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	7	-8.0043 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	7	6.8423 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	8	-8.0825 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	8	6.1348 (KN/M)	alfa= 1.000
qt	9	-8.1480 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	9	5.4300 (KN/M)	alfa= 1.000
qv	6	7.5523 (KN/M)	alfa= 1.000

KNUDEFLYTNINGER (globalt system)

(FOR: eks 3.3)

KNUDE NR.	X-RETNING (M)	Y-RETNING (M)	ROTATION (RAD)
1	5.164E-4	0.0000	3.757E-4
2	4.496E-4	8.722E-4	2.966E-4
3	3.885E-4	1.418E-3	1.269E-4
4	3.267E-4	1.537E-3	-3.323E-5
5	2.610E-4	1.327E-3	-1.312E-4
6	1.936E-4	9.545E-4	-1.611E-4
7	1.300E-4	5.673E-4	-1.433E-4
8	7.439E-5	2.570E-4	-1.010E-4
9	3.037E-5	6.473E-5	-5.021E-5
10	0.0000	0.0000	0.0000

UNDERSTØTNINGSREAKTIONER (globalt system)

(FOR: eks 3.3)

KNUDE NR.	X-RETNING (KN)	Y-RETNING (KN)	MOMENT (KNM)
1	0.0000	10.1816	0.0000
10	-828.5710	-10.1787	1291.2552
SUM	-828.5710	2.830E-3	1291.2552

SNITKRÆFTER I ELEMENTER (lokalt system)

(FOR: eks 3.3)

ELEM NR.	LOKALKNUDE 1			LOKALKNUDE 2		
	NORMALKRAFT (KN)	TVÆRKRAFT (KN)	MOMENT (KNM)	NORMALKRAFT (KN)	TVÆRKRAFT (KN)	MOMENT (KNM)
1	-848.1526	-70.6383	-1.50E-12	-867.1386	-52.1589	-153.4983
2	-867.6133	-43.5553	-153.4983	-886.2286	-23.3589	-237.1503
3	-886.4155	-14.6408	-237.1503	-904.6155	7.2713	-246.3650
4	-904.4997	16.2005	-246.3650	-922.2387	39.8266	-176.2893
5	-921.6029	53.3806	-176.2893	-902.1207	74.0622	-16.8285
6	-901.3469	82.9497	-16.8285	-881.5568	101.8583	214.5220
7	-880.5112	110.5324	214.5220	-860.4593	127.6734	512.8922
8	-859.1623	136.1279	512.8922	-838.9007	151.5069	873.4210
9	-837.3727	159.7363	873.4210	-816.9310	173.3591	1291.2552

