



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

УДК 532.542

DOI: <https://doi.org/10.30932/1992-3252-2023-21-4-1>

Численный метод расчета плоских течений вязкого газа в цилиндре



Аскар ЗАКИРОВ



Фаррух НАЗАРОВ

Аскар Халилович Закиров ¹,
Фаррух Холиёрович Назаров ²

^{1,2} Национальный университет Узбекистана
имени Мирзо Улугбека (НУУЗ), Ташкент,
Республика Узбекистан.

✉ 1asqar_z@mail.ru.

¹ ORCID ID 0000-0003-1354-1546.

² ORCID ID 0000-0002-5305-629X.

АННОТАЦИЯ

Для решения научных, технологических и экологических проблем в сфере автомобильного транспорта необходимо разработать новые математические модели. На данном этапе развития двигателей внутреннего сгорания и их частей необходимо моделирование сложных гидродинамических технологий. Это требует выявления различных форм течений жидкости и газа с произвольными начальными и граничными условиями для рассматриваемой области.

Данная работа посвящена моделированию турбулентного потока, обтекающего пластину, расположенную в цилиндре. В качестве математической модели течения ис-

пользовались осреднённые по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса. Турбулентная вязкость рассчитывалась с помощью однопараметрической турбулентной модели Спаларта-Альмараса. Для решения системы уравнений гидродинамики применялся метод конечных разностей. Представлен численный метод расчёта плоских течений вязкого газа в цилиндре с использованием моделей турбулентности. Подходящие варианты выбирались на основе физических предположений, использованных при разработке моделей.

Разработаны рекомендации о возможности использования рассмотренных моделей турбулентности.

Ключевые слова: автомобильный транспорт, моделирование турбулентного течения, газораспределительный механизм, несжимаемый газ, турбулентная вязкость, однопараметрическая модель, метод конечных разностей, метод Мак-Кормака.

Для цитирования: Закиров А. Х., Назаров Ф. Х. Численный метод расчета плоских течений вязкого газа в цилиндре // Мир транспорта. 2023. Т. 21. № 4 (107). С. 6–11. DOI: <https://doi.org/10.30932/1992-3252-2023-21-4-1>.

Полный текст статьи на английском языке публикуется во второй части данного выпуска.
The full text of the article in English is published in the second part of the issue.

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях развития автомобильного транспорта, гидротехнических сооружений и ряда других отраслей промышленности возникла необходимость проведения исследований по более широкому классу различных вопросов, связанных с двигателями и отличающихся друг от друга по своим особенностям. Проектирование двигателя является длительным и дорогостоящим процессом из-за большого количества переменных, которые влияют на его конструкцию. Моделирование помогает анализировать различные конфигурации двигателя без его реального создания и, таким образом, снизить стоимость и время при разработке. В моделировании двигателя есть две части: моделирование потока жидкости и моделирование горения и опорожнения.

Развитие современного двигателестроения связано с совершенствованием конструкции и принципа действия двигателя. Основной энергетической установкой транспортных средств пока является двигатель внутреннего сгорания (ДВС). С целью улучшения экономических и экологических показателей ДВС нужно совершенствовать существующие двигатели и процессы их работы [1–3].

В работе [4] представлено моделирование для исследования характеристик движения газа в цилиндре и теплопередачи в свободнопоршневом двигателе-генераторе с воспламенением от сжатия. Был проведён эксперимент для получения точного движения поршня для моделирования теплопередачи и потока газа, а также представлены результаты моделирования, которые показали хорошее сходство с экспериментальными данными. В [5] рассматриваются проблемы современного поршневого двигателестроения, теория рабочих процессов и методы моделирования процессов в двигателях внутреннего сгорания.

В статье [6] обобщён метод искусственной сжимаемости для расчета стационарных течений вязкого газа, который подходит для произвольных значений числа Маха. В работе [7] описывается современное состояние и представлены области применимости различных подходов к моделированию турбулентности. Приводится анализ и содержание наиболее распространенных полуэмпирических моделей турбулентности. Рассматрива-

ются примеры применения этих моделей для расчета установившегося течения в плоском канале.

Известно, что принцип работы классических двигателей внутреннего сгорания основан на преобразовании тепловой энергии сгорания топлива в механическую энергию. Все автомобильные двигатели работают на одном принципе: топливовоздушная смесь поступает в цилиндры, поршни сжимают смесь, и она взрывается. Образуется давление газа, которое толкает поршни, а за наполнение цилиндров рабочей смесью и выпуск отработанных газов отвечает газораспределительный механизм (ГРМ). ГРМ открывает и закрывает впускные и выпускные клапаны в соответствии с тактами работы двигателя. За счёт увеличения среднего эффективного давления и быстроходности поршней современное двигателестроение развивается быстрыми темпами. Высокая надёжность, ресурс, топливная экономичность и экологические показатели являются основными критериями, определяющими качество работы ДВС [8].

Основными недостатками всех существующих двигателей внутреннего сгорания с механизмами газораспределения клапанного типа является повышенное аэродинамическое сопротивление входного и выходного кольцеобразных сечений, образующее вертикальные осевые перемешивания тарелок головки клапанов относительно газообменных окон. Кроме того, как правило, конструкции ГРМ достаточно сложны, имеют низкий коэффициент полезного действия теплообмена, пониженные коэффициенты наполнения цилиндров свежим зарядом и очищения их от продуктов сгорания.

Двигатель внутреннего сгорания содержит цилиндр с верхними впускным и выпускным окнами, газораспределительный вал с эксцентриками, кинематически связанный с коленчатым валом, отличается тем, что каждое окно снабжено планчатой заслонкой. Создание высокоэффективного двигателя с ГРМ заслончатого типа связано с решением ряда вопросов, прежде всего с обеспечением соответствия современным экологическим требованиям.

Процесс газообмена в газораспределительных механизмах двигателя, обладающих наименьшим гидравлическим сопротивлением, приводится к задаче теории струй сжимаемого газа [9–11].



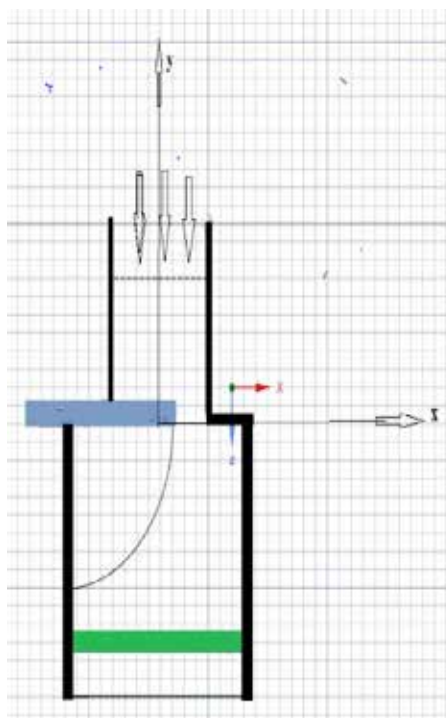


Рис. 1. Течение в цилиндрической трубе
[выполнено авторами].

Таким образом, оптимизация параметров впускной и выпускной систем в двигателях внутреннего сгорания считается основной задачей изучения газодинамических явлений и определяется следующими критериями: показателем процесса газообмена (расход воздуха, свежей смеси) и показателем процесса сгорания [3].

Для теоретического исследования газодинамических процессов в двигателях внутреннего сгорания используются различные модели течения газа. Учитывая возможности вычислительной технологии, выбор соответствующей математической модели определяется в зависимости от поставленных задач исследования.

Интерес к явлению турбулентности обусловлен его практической значимостью. Это привело к появлению множества теорий, гипотез и исследований, направленных на решение проблем, связанных с турбулентными потоками. Поскольку общих подходов к описанию такого движения жидкости и газа до сих пор не существует, в течение длительного времени разрабатывались различные подходы к описанию явления турбулентности.

В [12] приводится краткий обзор гипотез А. Н. Колмогорова по теории турбулентности

и их следствий. Для получения полной системы уравнений Рейнольдса используются современные полуэмпирические модели турбулентности. Для нестационарного течения замкнутая система уравнений вязкой несжимаемой жидкости в переменных скорость-давление решалась численным методом конечных разностей [13]. Для выполнения практических расчётов были разработаны разные модели турбулентности на основе различных предположений и подходов.

Актуальным является развитие численных методов решения систем уравнений нестационарного турбулентного течения на основе конечно-разностных схем с высокой точностью.

Целью данной работы является исследование применимости и точности результатов, полученных с использованием полуэмпирических моделей RANS-метода, на основе осреднённого по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Постановка задачи

Рассматривается турбулентное струйное обтекание пластины, установленной в цилиндр с турбулентным потоком несжимаемого газа с дозвуковой скоростью (рис. 1). Течение – изотермическое, внешние и поверхностные силы не учитываются. На бесконечности скорость газа параллельна оси Oy . Предполагается, что источник расположен в точке A . В такой же постановке получено аналитическое решение течения идеального газа в цилиндре [14].

С использованием метода сеток для рассматриваемой задачи могут быть получены аппроксимации для функции тока и вычислены компоненты вектора скорости [15].

Основные уравнения движения газа

В качестве математической модели течения используются нестационарные уравнения Навье-Стокса, осреднённые по Рейнольдсу, в декартовых координатах. Для вычисления турбулентной вязкости использована однопараметрическая модель турбулентности Spalart-Allmaras (SA) [16]. Система гидродинамических уравнений для несжимаемой среды в декартовых координатах имеет вид¹:

¹ Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа: Учебник. 7-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с. ISBN 5-7107-6327-6.

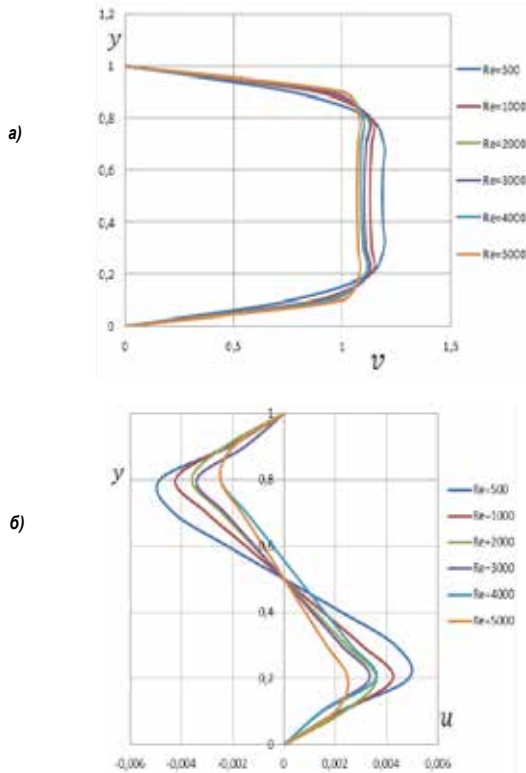


Рис. 2. Распределение профилей скорости для значений $x = 5$: а) v – продольная составляющая; б) u – поперечная составляющая.

$$\begin{cases}
 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = 0, \\
 \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \vartheta \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left((v + \tilde{v}) \frac{\partial u}{\partial y} \right), \\
 \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + u \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \vartheta \frac{\partial \vartheta}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left((v + \tilde{v}) \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right), \\
 \frac{d\tilde{v}}{dt} = P\tilde{v} - Dv + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left((v + \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right) \right] + \frac{C_{b2}}{\sigma} \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right)^2, \\
 P\tilde{v} = C_{b1} (1 - f_{r2}) \tilde{S}\tilde{v}, \quad Dv = \left[C_{w1} f_w - \frac{C_{b1}}{k^2} f_{r2} \right] \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2.
 \end{cases} \quad (1)$$

Здесь u , ϑ – соответственно продольная и вертикальная составляющие вектора скорости потока, p – гидростатическое давление, Re – число Рейнольдса, \tilde{v} – линейная вихревая вязкость.

Турбулентная вихревая вязкость рассчитывается по формуле: $\nu_t = \tilde{v} f_{v1}$. Остальные величины остаются такими же, как для «стандартной» модели, представленной в [16].

На всех неподвижных твердых границах для продольной и поперечной составляющих скорости имеем

$$u|_{\Gamma} = 0 \quad \text{и} \quad \vartheta|_{\Gamma} = 0, \quad (2)$$

где Γ – твёрдые границы.

Для удобства систему уравнений (1) перепишем в следующем виде:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + U \frac{\partial \Phi}{\partial x} + V \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(q \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + w.$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} U \\ V \\ \tilde{v} \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} (v + v_t) \\ (v + \tilde{v}) \end{bmatrix},$$

$$w = \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \\ P\tilde{v} - Dv + \frac{C_{b2}}{\sigma} \left(\left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right)^2 \right) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Для решения системы нестационарных уравнений гидродинамики (1) применим метод конечных разностей. Согласование полей скорости и давления является сложным процессом и представляет собой ряд проблем. По этой причине была использована сетка с разнесённой структурой расположения. Это означает, что компоненты скорости и давления определены в разных узловых точках. Такой подход даёт определённые преимущества при расчёте поля давления. Схема расположения ячеек и узлов аналогична схеме метода SIMPLE [17].



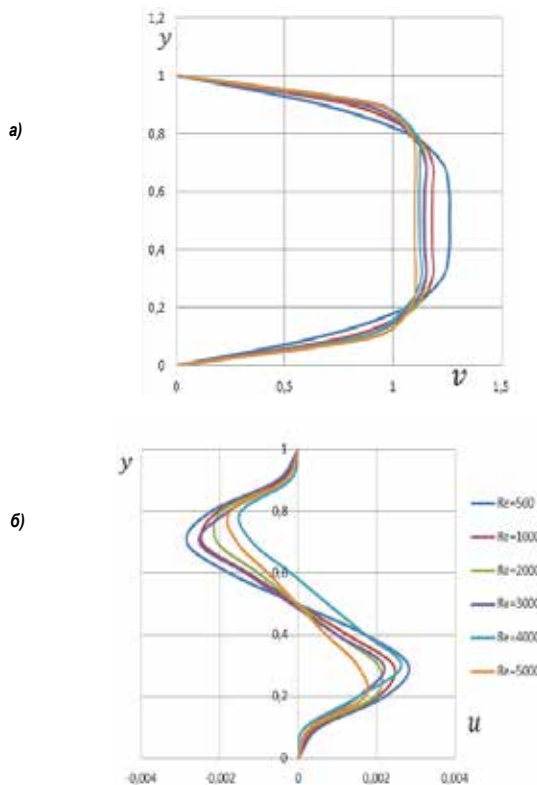


Рис. 3. Распределение профилей скорости для значений $x = 9,5$: а) v – продольная составляющая; б) u – поперечная составляющая.

Для численного решения задачи воспользуемся следующими граничными условиями:

- нормальный градиент давления равен нулю;
- на вертикальной плоскости относительно оси y использовались условия симметрии;
- на свободной границе давление постоянно.

Для численного решения данной схемы расчёта мы используем двухэтапный (предиктор-корректор) метод Мак-Кормака. Эта схема имеет второй порядок точности по времени и длине $O((\Delta t)^2, (\Delta x)^2, (\Delta y)^2)$. Условием

устойчивости является $\frac{\Delta t}{\min(\Delta x, \Delta y)} \leq 1^2$. Этот

метод является одним из вариантов двухэтапной схемы Лакса-Вендрофа, не требующих численного расчета значений искомой функции в точках $j + 1/2$ и $j - 1/2$ [18, 19]. Для решения вышеприведённых нелинейных уравнений в частных производных также удобно использовать метод Мак-Кормака.

² Самарский А. А. Теория разностных схем: Учеб. пособие. – М.: Наука, 1983. – 616 с.

Для поставленной задачи уравнения гидродинамики в дискретной форме можно представить в виде:

предиктор –

$$\Phi_{i,j}^{n+1} = \Phi_{i,j}^n - U^n \frac{\Phi_{i+1,j}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta x} \Delta t - V^n \frac{\Phi_{i,j+1}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta y} \Delta t + 0,5 \Delta t \cdot \left[(q_{j+1}^n + q_j^n)(\Phi_{i,j+1}^n - \Phi_{i,j}^n) - (q_j^n + q_{j-1}^n)(\Phi_{i,j}^n - \Phi_{i,j-1}^n) \right] - w_{i,j}^n.$$

корректор –

$$\Phi_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2} \left[\Phi_{i,j}^n + \overline{\Phi_{i,j}^{n+1}} - U^{n+1} \frac{\overline{\Phi_{i+1,j}^{n+1}} - \overline{\Phi_{i,j}^{n+1}}}{\Delta x} \Delta t - \overline{V^{n+1}} \frac{\overline{\Phi_{i,j+1}^{n+1}} - \overline{\Phi_{i,j}^{n+1}}}{\Delta y} \Delta t + 0,5 \Delta t \left[\frac{(q_{j+1}^{n+1} + q_j^{n+1})(\overline{\Phi_{i,j+1}^{n+1}} - \overline{\Phi_{i,j}^{n+1}})}{-(q_j^{n+1} + q_{j-1}^{n+1})(\overline{\Phi_{i,j}^{n+1}} - \overline{\Phi_{i,j-1}^{n+1}})} \right] - \overline{w_{i,j}^{n+1}} \right].$$

Результаты расчётов

Расчёты проводились при следующих значениях основных параметров течения: кинематическая вязкость воздуха $\nu = 0,133 \text{ см}^2/\text{с}$, плотность $\rho_0 = 1,209 \text{ кг}/\text{м}^3$, давление $p_0 = 0,1 \text{ Мпа}$. На рис. 2, 3 приведены результаты расчёта (профили скорости) задачи

о течения газа в цилиндре, полученные по неявной схеме, для различных значений числа Рейнольдса.

ВЫВОДЫ

В этой статье представлены способы получения движения турбулентного потока в цилиндре. Определение профиля турбулентного движения в цилиндре требует длительного расчёта. Профиль турбулентного движения удобно получать с помощью метода, предложенного П. Спалартом и С. Аллмарасом.

Из вышеизложенного можно сделать вывод, что с увеличением числа Рейнольдса профиль скорости v меняется с ламинарного на турбулентный. При этом для ламинарного течения $v_{max} = 2v_{cp}$, а для турбулентного течения $v_{max} = 1,23v_{cp}$. Как видно из графиков на рис. 2 и 3, скорость увеличивается при ламинарном течении и уменьшается при переходе к турбулентному.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Петриченко Р. М. Физические основы внутрицилиндровых процессов в двигателях внутреннего сгорания. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1983. – 244 с.
- Машкур Махмуд А. Математическая модель процессов газодинамики и теплообмена во впускной и выпускной системах ДВС // Дисс. канд. техн. наук. – СПб., СПбГПУ, 2005. – 189 с.
- Хмельев Р. Н. Исследование влияния газодинамических процессов на функционирование ДВС // Дисс. канд. техн. наук. – Тула: ТГУ, 2002. – 144 с.
- Yuan, C., Xu, J., Feng, H. In-cylinder heat transfer and gas motion of a free-piston diesel engine generator. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy, 2017, Vol. 231, Iss. 8, pp. 739–752. DOI:10.1177/0957650917717627 [ограниченный доступ].
- Шароглазов Б. А., Фарафонов М. Ф., Клементьев В. В. Двигатели внутреннего сгорания: теория, моделирование и расчёт процессов. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2005. – 403 с. [Электронный ресурс]: https://lib.susu.ru/ftd?base=SUSU_METHOD&key=000305263&dtype=F&etype=.pdf. Доступ 17.05.2023.
- Стрелец М. Х., Шур М. Л. Метод масштабирования вязкости для расчёта ламинарных течений вязкого газа при произвольных числах Маха // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1988. – Т. 28. – № 2. – С. 254–266. DOI: [https://doi.org/10.1016/0041-5553\(88\)90237-6](https://doi.org/10.1016/0041-5553(88)90237-6).
- Гарбарук А. В., Стрелец М. Х., Шур М. Л. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений. – СПб: Изд-во Политехн. Ун-та, 2012. – 88 с. ISBN: 978-5-7422-3349-7.
- Кавтарадзе Р. З., Онищенко Д. О., Зеленцов А. А., Кадыров С. М., Арипджанов М. М. Расчётно-экспериментальное исследование влияния теплоизоляции поршня и гильзы на образование оксидов азота в продуктах сгорания быстроходного дизеля // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. «Машиностроение». – 2011. – № 4 (85). – С. 83–102. [Электронный ресурс]: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17228197&ysclid=ln47dt9l8p367078437>. Доступ 17.05.2023.
- Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. – М.: Наука, 1980. – 448 с.
- Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. – М.: Наука, 1979. – 536 с.
- Хамидов А. А. Плоские и осесимметричные задачи о струйном течении идеальной сжимаемой жидкости. – Ташкент: «Фан», 1978. – 140 с.
- Мазо А. Б. Моделирование турбулентных течений несжимаемой жидкости. – Казань, КГУ, 2007. – 106 с. [Электронный ресурс]: https://www.researchgate.net/publication/320466159_MODELIROVANIE_TURBULENTNYH_TECENIJ_NESZIMAEMOJ_ZIDKOSTI. Доступ 17.05.2023.
- Бруязкий Е. В., Костин А. Г., Никифорович Е. И., Розумнюк Н. В. Метод численного решения уравнений Навье-Стокса в переменных скорость–давление // Прикладная гидромеханика. – 2008. – Том 10. – № 2. – С. 13–23.
- Закиров А. Х. Изучение течения сжимаемого газа со свободной струей в цилиндре // Труды Международной конференции «Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика». – Новосибирск, 2011. [Электронный ресурс]: <http://conf.nsc.ru/files/conferences/niknik-90/fulltext/40557/49562/Zakirov%20A.pdf>. Доступ 17.05.2023.
- Закиров А. Х. Численное моделирование отрывного течения жидкости в цилиндре // XXVI Всероссийский семинар с международным участием по струйным, отрывным и нестационарным течениям: Материалы докладов. Санкт-Петербург, 27 июня-1 июля 2022 года. – СПб.: Балт. гос. техн. ун-т, 2022. – С. 89–90. [Электронный ресурс]: <https://elibrary.ru/item.asp?id=49818567&pf=1>. Доступ 17.05.2023.
- Spalart, P. R., Allmaras, S. R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. AIAA 1992-439. 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. January 1992. Published online 17.08.2012. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1992-439>.
- Patankar, S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Taylor and Francis, 1980, 214 p. ISBN: 9780070487406.
- MacCormack, R. W. The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering. Journal of Spacecraft and Rockets, 2003, Vol. 40, Iss. 5, pp. 757–763. [Reprinted from AIAA paper 69–354, 1969]. Published online 23.05.2012. DOI: <https://doi.org/10.2514/2.6901>.
- Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. В 2-х т. – Т. 1: Пер с англ. – М.: Мир, 1990. – 382 с. ISBN: 5-03-001927-8. ●

Информация об авторах:

Закиров Аскар Халилович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры механики и математического моделирования Национального университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека (НУУз), Ташкент, Узбекистан, asqar_z@mail.ru.

Назаров Фарух Холиёрович – кандидат физико-математических наук (PhD), старший научный сотрудник института механики и сейсмостойкости сооружений, старший преподаватель кафедры механики и математического моделирования Национального университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека (НУУз), Ташкент, Узбекистан, farruknazar@mail.ru.

Статья поступила в редакцию 05.10.2022, актуализирована 12.08.2023, одобрена после рецензирования 17.10.2023, принята к публикации 09.11.2023.

