

# Influência da escolha do critério de informação na proporção de não rejeição da hipótese nula do teste ADF considerando a presença de raiz unitária<sup>☆</sup>

## Influence of information criteria choice on the proportion of non-rejection of the null hypothesis of the ADF test considering the presence of unit roots

Anderson Garcia Silveira<sup>1,†</sup>, Mariane Coelho Amaral<sup>2</sup>, Viviane Leite Dias de Mattos<sup>2</sup>, Luiz Ricardo Nakamura<sup>3</sup>, Andréa Cristina Konrath<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal do Rio Grande/Instituto Federal do Rio Grande do Sul - Rio Grande, RS, Brasil

<sup>2</sup>Universidade Federal do Rio Grande - Rio Grande, RS, Brasil

<sup>3</sup>Universidade Federal de Santa Catarina - Florianópolis, SC, Brasil

<sup>†</sup>**Autor correspondente:** a.garcia.ee@gmail.com

### Resumo

Dentre as diversas técnicas utilizadas para a análise de séries temporais está a análise econométrica, onde em muitos casos é necessário verificar a estacionariedade da série. Uma série não estacionária possui uma característica conhecida como raiz unitária, o que faz com que não seja adequada para realizar previsões. Nesse contexto, surgiram os denominados testes de raiz unitária, dentre os quais cabe destacar o teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF). Uma das etapas de grande importância na aplicação do teste ADF é a seleção de defasagens. Para selecionar as defasagens a serem aplicadas no teste, é necessário definir um número máximo, a partir do qual será selecionado o número ideal que será utilizado na aplicação do ADF. Este número ideal pode ser determinado com o auxílio dos critérios de informação, como por exemplo os tradicionais AIC (Critério de Informação de Akaike), BIC (Critério de Informação Bayesiano) e HQC (Critério de Informação de Hannan-Quinn). Este trabalho avaliou a influência da escolha do critério de informação no resultado do teste, considerando a presença de raiz unitária. Após a construção dos cenários, aplicação dos testes, e realização de análise de variância, não foram encontrados indícios que a escolha do critério de informação possa interferir na taxa de não rejeição da hipótese nula no teste ADF.

### Palavras-chave

Teste de raiz unitária • Critério de informação • ADF

### Abstract

One of the various techniques used for time series analysis is the econometric analysis, where in many cases it is necessary to verify the stationarity of the series. A non-stationary series exhibits a characteristic known as unit root, which makes it unsuitable for making forecasts. In this context, the so-called unit root tests have emerged, among which the Augmented Dickey-Fuller (ADF) test stands out. One of the crucial steps in applying the ADF test is the selection of lags. To select the lags to be applied in the test, it is necessary to define a maximum number from which the ideal number to be used in the ADF application will be selected. This ideal number can be determined with the

---

<sup>☆</sup> Este artigo é uma versão estendida do trabalho apresentado no XXV ENMC Encontro Nacional de Modelagem Computacional, XIII ECTM Encontro de Ciência e Tecnologia de Materiais, 9a MCSul Conferência Sul em Modelagem Computacional e IX SEMENGO Seminário e Workshop em Engenharia Oceânica, ocorrido em modo *webinar*, de 19 a 21 de outubro de 2022.

aid of information criteria, such as the traditional AIC (Akaike Information Criterion), BIC (Bayesian Information Criterion), and HQC (Hannan–Quinn Information Criterion). This study evaluated the influence of the choice of information criteria on the test result, considering the presence of unit roots. After the construction of scenarios, application of tests, and analysis of variance, no evidence was found that the choice of information criteria may interfere with the rate of non-rejection of the null hypothesis in the ADF test.

## Keywords

Unit root test • Information criterion • ADF

## 1 Introdução

Segundo [1], uma série temporal pode ser definida como um conjunto de variáveis ordenadas em função do tempo. Estudar e modelar séries temporais é fundamental para compreender o comportamento de determinada variável e até mesmo realizar previsões. Dentre os principais meios de realizar a análise de séries temporais, está a análise econométrica.

Na análise econométrica é importante verificar se existe a presença de raiz unitária na série estudada, uma vez que a presença de raiz unitária, ou tendência estocástica, torna as previsões imprecisas conforme se afastam do último ponto da amostra. Quando uma série não apresenta raiz unitária, diz-se que ela é estacionária. É possível avaliar se uma série apresenta raiz unitária através de análise a gráfica, porém este método exige experiência do profissional, além de ser um procedimento de difícil padronização [2].

Diante disso, nos últimos anos se popularizaram os chamados testes de raiz unitária. Com estes testes é possível padronizar o procedimento para a avaliação da estacionariedade da série, de modo que qualquer analista, independente de sua experiência, possa chegar ao mesmo resultado. Nesse contexto, o teste de de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) [3] vêm sendo amplamente utilizado na literatura, sendo um dos testes de raiz unitária mais tradicionais.

Para a aplicação do teste ADF é preciso avaliar a necessidade de inclusão de termos determinísticos no modelo, além de definir o número de defasagens a serem incluídas no teste. Em [4], é demonstrado que o número de defasagens incluídas no modelo pode alterar a decisão tomada com base no resultado do teste.

Uma das maneiras mais utilizadas para definir o número de defasagens a serem incluídas no modelo é selecionar um número elevado de defasagens, com base no comprimento da série e utilizar critérios de informação para selecionar o modelo mais parcimonioso. Dentre os critérios de informação mais encontrados na literatura, estão: o Critério de Informação de Akaike, proposto por [5], o Critério de Informação Bayesano (BIC), apresentado em [6], e o Critério de Informação de Hannan-Quinn (HQC), mostrado em [7].

Este trabalho busca avaliar a influência da escolha de cada critério de informação na tomada de decisão com base no resultado do teste de hipóteses do ADF, na presença de raiz unitária. Para isso serão construídos cenários com séries temporais de diferentes características, tais como comprimento da série e inclusão ou não de termos determinísticos. Após a realização dos experimentos, será tomada a proporção de não rejeição da hipótese nula em cada caso para que seja feita a avaliação proposta.

## 2 Materiais e Métodos

### 2.1 Teste de Dickey-Fuller Aumentado

O trabalho de [8] apresenta o teste DF, que considera um modelo AR(1) apresentado na Eq. (1), que pode considerar a presença de um intercepto - Eq.(2), ou de um intercepto e uma tendência determinística - Eq. (3)

$$y_t = \phi y_{t-1} + u_t, \quad (1)$$

$$y_t = \beta_1 + \phi y_{t-1} + u_t, \quad (2)$$

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \phi y_{t-1} + u_t, \quad (3)$$

em que  $\phi$  é um parâmetro a ser estimado,  $u_t$  é um processo de ruído branco, que se caracteriza como uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (iid), com média zero e variância constante ( $u_t \sim RB(0, \sigma^2)$ ),  $\beta_1$  é uma constante que representa o intercepto e  $\beta_2$  é um efeito de tendência.

O teste considera como hipótese nula,  $H_0 : \phi = 1$ , a presença de raiz unitária e como hipótese alternativa,  $H_1 : \phi < |1|$ , a série sendo estacionária.

Em [8] é mostrado que a estatística de teste não segue uma distribuição t, mas a distribuição  $\tau$  em que os autores tabelaram os valores desta estatística, que tende a ter maior poder se comparada à estatísticas t de Student. Para

tomar uma decisão sobre a rejeição ou não da hipótese nula, compara-se o valor calculado da estatística com os valores tabelados.

Para os casos em que existe correlação entre os resíduos, pode haver distorção no poder do teste, assim em [3] foi proposto o chamado teste ADF, que considera valores defasados da variável dependente até que o ruído do modelo possa ser considerado um ruído branco. A Equação (3) é então estimada na forma das diferenças e são consideradas as defasagens, de modo que resulta na Eq. (4):

$$\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \lambda_i \Delta y_{t-i} + u_t \quad (4)$$

Segundo [9] a aplicação do teste ADF também pode ser realizada em modelos ARIMA(m,1,n) visto que se pode transformar um modelo MA(q) em um AR( $\infty$ ). Em [3], é mostrado que modelo ARIMA(m,1,n) pode ser aproximado por um modelo ARIMA(k,1,0) sem que a distribuição assintótica da estatística de teste do ADF seja alterada, desde que  $k \leq T^{1/3}$ .

Para que seja possível estimar a Eq. (4) a fim aplicar o teste ADF, é preciso definir o valor de k, tarefa para qual não há um consenso na literatura. Dentre as abordagens mais utilizadas, está a utilização de critérios de informação, que serão detalhados na Seção 2.2, a fim de selecionar o melhor modelo. Para isso é necessário inicialmente considerar um número máximo de defasagens, conforme a Eq. (5), proposta por [10]:

$$l_{12} = \text{int}[12(t/100)^{1/4}] \quad (5)$$

onde *int* retorna a parte inteira do número. Modelagens sucessivas são realizadas, considerando todos os valores possíveis de k entre 0 e  $l_{12}$ , sendo escolhido o modelo mais parcimonioso, ou seja, aquele que apresenta o menor critério de informação.

## 2.2 Critérios de Informação

Segundo [11], ao estimar um modelo, mesmo que se utilize o maior número de informações possível, não há garantias de que este se comportará bem na predição de dados, por exemplo. Considerar somente o erro médio quadrático ou o valor da verossimilhança tenderá a selecionar modelos mais complexos, sem significar que isso trará mais informações e que o modelo se comportará bem ao descrever novos eventos do mesmo sistema [11]. É nesse contexto que foram desenvolvidos ao longo do tempo os critérios de informação, de modo que penalizam a verossimilhança a fim de encontrar o modelo mais parcimonioso. Nesta seção serão apresentados os três critérios de informação que serão utilizados na realização deste trabalho: AIC, BIC e HQC.

O critério de informação de Akaike busca selecionar o melhor modelo com base na Eq. (6). Já o critério de informação Bayesano se baseia na Eq. (7) para realizar a seleção do modelo. Por fim, o critério de Informação de Hannan-Quinn é determinado pela Eq. (8):

$$AIC(k) = \ln(\hat{\sigma}_u^2(k)) + 2k/T \quad (6)$$

$$BIC(k) = \ln(\hat{\sigma}_u^2(k)) + k \ln(T)/T \quad (7)$$

$$HQC(k) = \ln(\hat{\sigma}_u^2(k)) + 2k \ln(\ln(T))/T \quad (8)$$

onde T é o comprimento da série,  $\hat{\sigma}_u^2(k)$  é a estimativa do erro da variância ao utilizar k defasagens.

## 2.3 Metodologia

Para avaliar o efeito da escolha do critério de informação no resultado do teste ADF na presença de raiz unitária, serão construídos modelos autorregressivos de primeira ordem - AR(1) considerando séries não estacionárias ( $\phi = 1$ ). Quando incluídos no modelo, os valores de  $\beta_1$  e  $\beta_2$  são, respectivamente, 10 e 1. Além disso,  $u_t$  é considerado um ruído branco, isto é  $u_t \sim N(1, 0)$  e as séries apresentam tamanhos de T= 40, 50 e 100.

Em relação à seleção de defasagens na aplicação do teste, o valor máximo é definido na Eq. (5) e a seleção do número ideal de lags a ser aplicado no modelo se dará pelos critérios apresentados nas equações (6), (7) e (8). Deste modo, são geradas 1000 séries temporais para cada condição experimental e é tomada a proporção de não rejeição da hipótese nula ( $\hat{p}$ ) para cada combinação. A Tabela 1 apresenta um resumo da construção do experimento.

Todos os procedimentos são realizados com o auxílio do software R [12], através da utilização dos pacote nativo stats e do pacote lmtest [13], sendo que para a tomada de decisão, é considerado o nível de significância de 0,05.

Tabela 1: Experimentos considerando a presença de raiz unitária

Fator	Atribui�es
Estrutura do modelo	$\beta_1 = \beta_2 = 0, \beta_1 \neq 0 \text{ e } \beta_2 = 0$ e $\beta_1 \neq 0 \text{ e } \beta_2 \neq 0$
Amplitude da série	40, 50 e 100
Coefficiente $\phi$	1,0
Nível de significância	5%
Lag máximo ( $k_{max}$ )	Eq. (5)
Lag �timo (k)	AIC, BIC e HQC
Interpreta�o	Propor�o de não Rejei�o de $H_0$

### 3 Resultados

Uma vez que  $\phi = 1$ , é esperado que a rejei o da hipótese nula seja inferior a 5%, para o nível de significância adotado. A Tabela 2 apresenta as medidas de resumo para cada critério de informa o.   possível observar que para os casos dos critérios AIC e HCQ   encontrada a mesma média, com valor levemente inferior da apresentada para o caso BIC, que apresentou a menor variabilidade.

Tabela 2: Média (e desvio padrão) da propor o de casos em que a hipótese nula não é rejeitada, considerando  $\phi = 1$

Critério	Média	Desvio Padrão
AIC	0,930	0,047
BIC	0,942	0,034
HCQ	0,930	0,043

A Figura 1 representa o gráfico de caixa para cada um dos três critérios, onde é possível observar que os critérios AIC e HCQ apresentam dispersão e simetria semelhantes e o valor da mediana no caso do BIC é levemente superior ao dos demais.

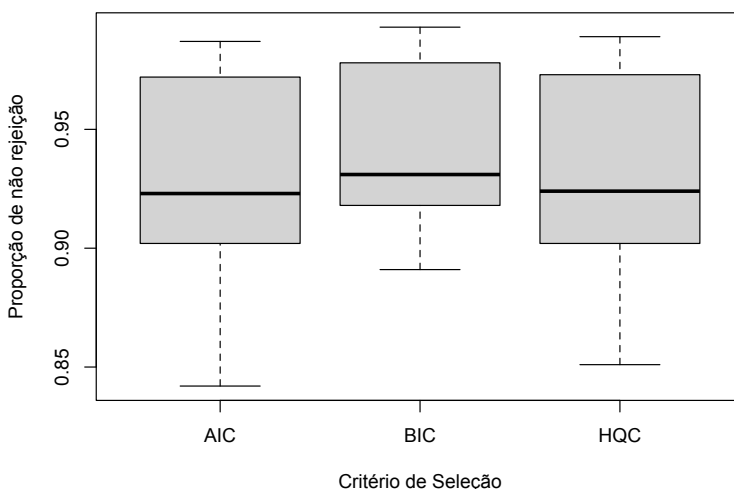


Figura 1: Gráficos de caixa de acordo com o critério de informa o adotado, considerando  $\phi = 1$ .

Na Tabela 3 são apresentados os resultados da análise de variância, em que gl representa o número de graus de liberdade associados a cada fonte, SQ representa a soma dos quadrados das diferenças observadas e F é a estatística calculada. Na tabela é possível notar que o critério de seleção não apresenta diferença significativa na proporção de não rejeição da hipótese nula na presença de raiz unitária.

Tabela 3: Resultados da análise de variância considerando  $\phi = 1$ 

Fonte de Variação	gl	SQ	F	p-valor
critério	2	0,00079	0,197	0,823
resíduos	24	0,04794		

A fim de avaliar a qualidade do modelo, é realizada a análise dos resíduos. Para isso, são aplicados os testes de Shapiro-Wilk, para verificar a normalidade, de Levene [14] para avaliar a homoscedasticidade e de Durbin-Watson para testar a autocorrelação. Os resultados dos testes são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4: Análise dos resíduos do modelo

Teste	p-valor
Shapiro-Wilk	0,0513
Levene	0,6072
Durbin-Watson	0,868

Ao analisar a Tabela 4 verifica-se que, considerando o nível de significância de 0,05, há indícios de que não se pode rejeitar a hipótese nula do teste Shapiro-Wilk de que o modelo apresenta distribuição normal, também de que não se pode rejeitar a hipótese nula de igualdade das variâncias no teste de Levene e, por fim, não se pode rejeitar a hipótese de que há ausência de autocorrelação nos resíduos, segundo o teste de Durbin-Watson.

## 4 Discussões

Neste trabalho foi analisada a influência da escolha do critério de informação na rejeição de não rejeição da hipótese nula na aplicação do teste ADF. Foram realizados experimentos considerando séries de comprimento 40, 50 e 100, com e sem a presença de termos determinísticos. Este estudo, nas condições citadas, não encontrou evidências de que a escolha do critério de informação possa alterar a proporção de não rejeição da hipótese nula. Os achados deste trabalho concordam em partes com os encontrados em [15] onde para modelos AR(1) o autor recomenda a utilização dos critérios BIC e HCQ, enquanto para ARIMA(p,1,0) pode ser utilizado qualquer um dos critérios. Entretanto cabe salientar, que no trabalho [15] foram utilizadas séries de comprimento 100 e 250.

Para dar continuidade nos estudos, sugere-se que sejam testadas séries de maior comprimento, além de testar cenários em que não exista a presença de raiz unitária  $\phi < 1$  e verificar se a escolha do critério de informação pode alterar as proporções de rejeição e não rejeição da hipótese nula, conforme o caso.

## Referências

- [1] F. M. Bayer e A. M. Souza, “Wavelets e modelos tradicionais de previsão: Um estudo comparativo,” *Revista Brasileira de Biometria*, vol. 28, no. 2, pp. 40–61, 2010. Disponível em: [http://jaguar.fcav.unesp.br/RME/fasciculos/v28/v28\\_n2/A3\\_Fabio\\_Adriano.pdf](http://jaguar.fcav.unesp.br/RME/fasciculos/v28/v28_n2/A3_Fabio_Adriano.pdf)
- [2] D. N. Gujarati e D. C. Porter, *Econometria básica-5*. Amgh Editora, 2011.
- [3] S. E. Said e D. A. Dickey, “Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order,” *Biometrika*, vol. 71, no. 3, pp. 599–607, 1984. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/biomet/71.3.599>
- [4] A. Silveira, V. Mattos, L. Nakamura, M. Amaral, A. Konrath, e A. Bornia, “Análise do valor-p determinado pela estatística  $\tau$  na aplicação do teste de dickey-fuller aumentado,” *Trends in Computational and Applied Mathematics*, vol. 23, pp. 283–298, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.5540/tcam.2022.023.02.00283>

- [5] H. Akaike, "Maximum likelihood identification of gaussian autoregressive moving average models," *Biometrika*, vol. 60, no. 2, pp. 255–265, 1973. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/biomet/60.2.255>
- [6] G. Schwarz, "Estimating the dimension of a model," *The Annals of Statistics*, pp. 461–464, 1978. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2958889>
- [7] E. J. Hannan e B. G. Quinn, "The determination of the order of an autoregression," *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, vol. 41, no. 2, pp. 190–195, 1979. Disponível em: <https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1979.tb01072.x>
- [8] D. A. Dickey e W. A. Fuller, "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root," *Journal of the American Statistical Association*, vol. 74, no. 366a, pp. 427–431, 1979. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/01621459.1979.10482531>
- [9] R. L. S. Bueno, *Econometria de séries temporais*. Cengage Learning, 2018.
- [10] G. W. Schwert, "Why does stock market volatility change over time?" *The Journal of Finance*, vol. 44, no. 5, pp. 1115–1153, 1989. Disponível em: <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1989.tb02647.x>
- [11] T. L. Sobral e G. Barreto, "Utilização dos critérios de informação na seleção de modelos de regressão linear," *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, vol. 4, no. 1, 2016. Disponível em: <https://proceedings.sbmac.org.br/sbmac/article/download/1144/1157>
- [12] R. D. C. Team, "A language and environment for statistical computing," <http://www.R-project.org>, 2009.
- [13] A. Zeileis e T. Hothorn, "Diagnostic checking in regression relationships," *R News*, vol. 2, no. 3, pp. 7–10, 2002. Disponível em: <https://journal.r-project.org/articles/RN-2002-018/RN-2002-018.pdf>
- [14] H. Levene, "Robust tests for equality of variances," *Contributions to probability and statistics*, pp. 278–292, 1960. Disponível em: <https://doi.org/10.2307/2285659>
- [15] A. Hall, "Testing for a unit root in time series with pretest data-based model selection," *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 12, no. 4, pp. 461–470, 1994. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/07350015.1994.10524568>