

Estrategia didáctica apoyada en Geogebra para el aprendizaje de geometría en estudiantes de noveno grado en zona rural del Catatumbo.

Pedagogical Strategy Supported by GeoGebra for Geometry Learning in Ninth-Grade Students in the Rural Area of Catatumbo.

Ronald Alexander Moreno-Moyano¹

¹Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta - Colombia

ORCID: [10009-0001-4570-1092](https://orcid.org/0009-0001-4570-1092)

Recibido: 13 de octubre de 2023.

Aceptado: 12 de diciembre de 2023.

Publicado: 01 de enero de 2024.

Resumen- En esta investigación de naturaleza cuantitativa, se abordó un estudio centrado en la mejora del aprendizaje de geometría en estudiantes de noveno grado en una zona rural del Catatumbo, utilizando la herramienta GeoGebra. En este sentido, la investigación se dividió en tres objetivos clave: El primer objetivo consistió en la realización de un pre test inicial, que reveló un bajo nivel de desempeño en geometría entre los estudiantes, con una puntuación promedio de 2.0 y un predominio de estudiantes en niveles bajos. Por su parte, el segundo objetivo se enfocó en el diseño y la implementación de una estrategia didáctica basada en Geogebra para mejorar el aprendizaje de geometría. Esta estrategia se implementó en el aula de clase y se aplicó a lo largo de un período académico. Entre tanto, el tercer objetivo tuvo como propósito determinar la eficacia de la estrategia pedagógica. Para ello, se llevó a cabo un pos test, que demostró un progreso sustancial en el desempeño de los estudiantes. La puntuación promedio aumentó de 2.0 en la pre test a 3.3 en el post test, lo que reflejó una mejora en el nivel de desempeño promedio de los estudiantes, pasando de un nivel bajo a un nivel básico. Además, se observó una distribución más equitativa en los niveles de desempeño, con mayor cantidad de estudiantes en el nivel alto y superior. Finalmente, aunque persisten áreas de mejora, estos resultados indican que la estrategia didáctica basada en Geogebra ha tenido un impacto positivo en el aprendizaje de geometría en el entorno rural del Catatumbo. Por lo tanto, la adaptación continua de la estrategia pedagógica es esencial para abordar las necesidades cambiantes del grupo estudiantil y seguir mejorando su desempeño en matemáticas.

Palabras clave: estrategia didáctica, enseñanza de la geometría, herramientas TICs, innovación educativa.

Abstract— In this quantitative research, a study focused on improving geometry learning among ninth-grade students in a rural area of Catatumbo was undertaken, employing the GeoGebra tool. The research comprised three key objectives: The first objective involved conducting an initial pre-test, revealing a low level of geometry proficiency among students, with an average score of 2.0 and a predominance of students in lower proficiency levels. The second objective centered on designing and implementing a didactic strategy based on GeoGebra to enhance geometry learning. This strategy was deployed in the classroom and applied over an academic period. Meanwhile, the third objective aimed to determine the effectiveness of the pedagogical strategy. To assess this, a post-test was administered, demonstrating substantial progress in students' performance. The average score increased from 2.0 in the pre-test to 3.3 in the post-test, indicating an improvement in the average performance level, shifting from a low to a basic proficiency level. Additionally, a more equitable distribution in proficiency levels was observed, with a greater number of students reaching high and upper levels. Ultimately, while areas for improvement persist, these results suggest that the GeoGebra-based didactic strategy has had a positive impact on geometry learning in the rural environment of Catatumbo. Therefore, ongoing adaptation of the pedagogical strategy is essential to address the evolving needs of the student group and further enhance their performance in mathematics.

Keywords: pedagogical strategy, teaching geometry, ICT tools, educational innovation.

*Autor para correspondencia.

Correo electrónico: ronaldalexandermm@ufps.edu.co (Ronald Alexander Moreno Moyano).

La revisión por pares es responsabilidad de la Universidad de Santander.

Este es un artículo bajo la licencia CC BY (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Como citar este artículo: R. A. Moreno-Moyano, "Estrategia didáctica apoyada en Geogebra para el aprendizaje de geometría en estudiantes de noveno grado en zona rural del Catatumbo", *Aibi revista de investigación, administración e ingeniería*, vol. 12, no. 1, pp. 29-40 2024, doi: [10.15649/2346030X.3671](https://doi.org/10.15649/2346030X.3671)

I. INTRODUCCIÓN

Entre las diferentes ramas de la matemática, la geometría es la que tiene características más relacionadas con la intuición, el análisis espacial y la realidad, por lo que tiene una conexión con la vida diaria y debe aprenderse adecuadamente para que se obtengan las habilidades necesarias para la vida. No obstante, este es precisamente uno de los mayores retos de los docentes, debido a que diferentes estudios indican que el uso de métodos tradicionales de enseñanza genera cierto rechazo de los estudiantes hacia la geometría porque se adopta una filosofía absolutista, más no el enfoque de visión humanista de las matemáticas en la vida de las personas [1].

En relación a lo mencionado previamente, es crucial enfatizar la comprensión del espacio físico dentro del campo de las matemáticas, de manera que los estudiantes puedan definir su propio entendimiento lógico-matemático del espacio a través de sus experiencias en la vida cotidiana. Frecuentemente, surgen dificultades al analizar las propiedades y características de las figuras geométricas en distintas dimensiones (una, dos o tres) y en la forma en que argumentan y representan la ubicación en el espacio. Como resultado, les resulta difícil proponer transformaciones, realizar razonamientos espaciales y desarrollar modelos geométricos para abordar problemas y fenómenos del mundo real [2].

Esta problemática se evidencia en las dificultades de los estudiantes de secundaria en matemáticas. Según los resultados de las pruebas PISA 2018 a nivel internacional, el desempeño de los estudiantes colombianos en matemáticas fue inferior al promedio de los países de la OCDE (391 frente a 489) y apenas superó a algunos países no pertenecientes a la OCDE [3]. Por su parte, a nivel nacional, el desempeño de los estudiantes de noveno grado en matemáticas se ha mantenido en el promedio desde 2012 (302) hasta 2017 (306), sin mejoras significativas. En 2017, las cifras fueron inferiores a las de 2016 y ligeramente por encima de la media histórica [4].

Así mismo, a nivel regional, el problema también se ha extendido, específicamente en la zona rural del Catatumbo, ya que, en la institución educativa Conde San Germán, los resultados de las pruebas Saber 9° en 2015 mostraron que el 68% de los estudiantes se ubicó en el nivel mínimo, el 10% en el nivel insuficiente, el 20% en el nivel satisfactorio y solo el 2% en el nivel avanzado. En 2016, hubo un aumento en el nivel insuficiente al 14%, el nivel mínimo se redujo al 59%, el satisfactorio llegó al 27%, pero no hubo estudiantes en el nivel avanzado. El desempeño general de la institución fue de 307 sobre 500, representando el 61.4% de lo esperado para niveles satisfactorios de aprendizaje matemático [5].

Al hacer un análisis de esta preocupante situación se tiene que las causas radican en factores metodológicos [6] y didácticos [7] que se aplican en el aula de clase entre el docente y los estudiantes para desarrollar el aprendizaje de forma significativa. En lo primero se debe a la persistencia de enfoques pedagógicos tradicionales y mecanicistas que siguen dejando al estudiante en una posición pasiva dentro del proceso de enseñanza aprendizaje, lo que se relaciona también con la falta de interés y motivación para participar en las actividades y adquirir nuevos conocimientos [8]. En lo segundo se analiza que las instituciones educativas rurales no cuentan con los recursos didácticos apropiados para el aprendizaje geométrico-matemático [9], sumado al bajo acceso que tienen los jóvenes a recursos educativos digitales que ayudan a apreciar mejor la relación de las formas y figuras con la vida cotidiana.

Teniendo en cuenta esta problemática educativa, se formula la pregunta de investigación sobre ¿Cómo se puede desarrollar una estrategia didáctica apoyada en Geogebra que permita mejorar el aprendizaje de geometría en estudiantes de noveno grado en zona rural del Catatumbo?

Complementariamente, para el desarrollo de la investigación y en específico para la propuesta educativa se tuvo en cuenta que el aprendizaje matemático debe avanzar en diferentes niveles de complejidad, por lo que estará sustentado en el enfoque constructivista, lo cual permite seguir el modelo de Van Hiele, que a su vez permite analizar el uso de la didáctica para el mejoramiento del aprendizaje matemático como una disciplina que debe entrenar la mente y que facilita el desarrollo cognitivo del educando [10]. Igualmente, es un modelo de enseñanza-aprendizaje que facilita la integración tecnológica para innovar en estrategias didácticas que tengan como objetivo mejorar las habilidades de análisis geométrico, ya que tiene un efecto positivo en la conformación de estructuras mentales más complejas en los estudiantes [11].

Por último, esta investigación tiene una relevancia investigativa, considerando que aborda una problemática educativa poco estudiada, ya que las matemáticas y en específico la geometría, son áreas con alta complejidad para la comprensión de los estudiantes y que en zonas rurales carecen de herramientas didácticas apropiadas que favorezcan el interés, la motivación y la estimulación del razonamiento [12]. En particular, este proyecto resulta relevante para el área de conocimiento y para el contexto de la zona del Catatumbo, debido a que se podrán determinar las diferentes situaciones que limitan o favorecen la interacción que los estudiantes tienen con los objetos concretos del espacio físico y la manera como estas interacciones pueden ser representadas esquemáticamente como aprendizajes geométricos.

II. MARCO TEÓRICO

a. *La geometría*

El estudio de la geometría fue recogido en un sistema lógico coherente por Euclides en el 300 a. C. El objetivo principal de estudiar la geometría euclidiana clásica, como su sistema de axioma deductivo lógico, se considera que proporciona entrenamiento en lógica y razonamiento al estudiante. El sistema euclidiano proporcionó un modelo para crear varios axiomas y sistemas en el siglo XIX, como el conjunto de números enteros positivos en la década de 1880; y a la cual Dedekind contribuyó a una definición precisa de la idea de un número real en el mismo período [13].

b. *Teorías del aprendizaje de geometría*

La teoría de Pierre y Dina van Hiele, desarrollada a finales de la década de 1950, les permite a los alumnos progresar a través de niveles de pensamiento en geometría. Su modelo proporciona un marco para comprender el razonamiento geométrico. La teoría se basa en varios supuestos: que el aprendizaje es un proceso discontinuo, caracterizado por niveles de pensamiento cualitativamente diferentes; que los niveles son:

secuencial, invariante y jerárquica, no dependiente de la edad; que los conceptos, implícitamente entendido en un nivel, llegan a ser comprendido explícitamente en el siguiente nivel; y que cada nivel tiene su propio lenguaje y forma de pensar [14].

En el modelo de Van Hiele, el nivel 1 es el nivel visual, donde los alumnos pueden reconocer formas, pero no pueden formar imágenes mentales de ellos. En el nivel 2, el descriptivo, nivel analítico, los alumnos reconocen y caracterizan las formas por sus propiedades. En el nivel 3, el nivel abstracto / relacional, los estudiantes pueden formar definiciones abstractas, distinguiendo entre conjuntos de condiciones necesarios y suficientes para un concepto, comprender e incluso proporcionan argumentos lógicos en el dominio geométrico, mientras; en el nivel 4, los estudiantes pueden establecer teoremas dentro de un sistema axiomático [15].

c. La geometría en el contexto educativo

La utilización del enfoque de Van Hiele permite progresar en el nivel de pensamiento geométrico (incluyendo visualización, análisis y clasificación), confirmando que existe una distinción significativa entre las medias de las competencias en el razonamiento geométrico de triángulos antes y después de aplicar el modelo de Van Hiele [16]. En este sentido, se involucran muchas discusiones didácticas, sobre las matemáticas como una disciplina exclusivamente para entrenar la mente. El mismo, declara que su primer objetivo es satisfacer las necesidades inmediatas de conocimientos prácticos de los jóvenes. Donde, se pudiera conjeturar que no debe imponerse a los jóvenes con carencias educativas [17].

d. Principios básicos y elementos de la geometría

En los elementos básicos y principios, se destacan las líneas como pistas de puntos, planos como pistas de líneas y cuerpos como la pista de planos, pero no mencionó que las líneas no estaban compuestas de puntos. Sin embargo, un plano geométrico no se puede separar del cuerpo del que es una frontera, excepto en la mente por abstracción; ni una línea geométrica podría separarse del plano del que es un borde, o un punto geométrico se separa de la línea del cual es una frontera, excepto en la mente por abstracción [18].

Otro factor que incluye el estudio de la geometría se refiere a áreas de paralelogramos, cuadrados, rombos y triángulos, con explicaciones plausibles con la ayuda de los diagramas. De esta forma, se establece que las áreas de un trapecioide y polígonos son deducidas del área de un triángulo. En ese aspecto, se introduce la regla de Herón, como es: el Teorema de Pitágoras, cuya prueba se dice que es demasiado difícil para los lectores. Por su parte, el diagrama del triángulo, se presenta como una ilustración de la regla. De allí, que, en un círculo, se dice que el perímetro es 113 veces el radio, mientras que más tarde este y otros se sustituye con los valores de π , el cual son aproximaciones al valor verdadero, que puede alcanzarse exactamente como se desee. El círculo se concibe como compuesto por muchos triángulos pequeños, cuyos ángulos superiores se encuentran en el centro del círculo, a partir del cual el área de un círculo es deducida. Esto continúa con áreas de sectores, anillos y finalmente de una elipse [19].

e. El GeoGebra como estrategia didáctica

El beneficio intelectual de GeoGebra y su campo científico es intentar lograr los siguientes objetivos: La identificación de una agenda de requisitos críticos de investigación y desarrollo en la disciplina geométrica; exploración colectiva cuestiones que rodean los procesos de investigación con respecto a esta área y tipos similares de software. Además, permite la creación de sinergias entre desarrolladores, expertos en matemáticas, educadores y profesores, como también profesionales que afectan la investigación sobre cómo la tecnología apoya la educación. Finalmente, busca investigar métodos para llegar e interactuar con una variedad de aspectos educativos para promover las matemáticas, así como desarrollar un recurso disponible públicamente de métodos y materiales de enseñanza de calidad para facilitar la integración de la geometría en la educación matemática [20].

Beneficios del GeoGebra. Un aspecto que se puede estudiar en esta área, son las coordenadas cruciales para estudiar cálculo, números complejos y modelar todos los sistemas que incorporan simetría radial o movimiento alrededor de un punto central. Aspectos estos, que tienen una importancia significativa en las escuelas secundarias, las investigaciones actuales [21] indican que la comprensión de los estudiantes de estos elementos sigue siendo limitada, en particular los problemas relacionados con el sistema de coordenadas cartesianas (CCS).

En ese contexto, las instituciones educativas están desarrollando estándares para la tecnología con el objetivo de promover la integración en los procesos de enseñanza y aprendizaje [22]. Por ejemplo, uno de los seis principios para las matemáticas escolares estipulados por los DBA, establece que la tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la misma, influye en las áreas que se enseñan y mejora el aprendizaje de los estudiantes [23]. El uso de GeoGebra fomenta la comprensión significativa y conceptual de los estudiantes de las asignaturas de matemáticas específicas, la cual facilita el proceso de describir regiones complejas en el plano [24].

f. Constructivismo como pedagogía activa

El abordaje del modelo de Van Hiele implica progresar en distintos niveles de complejidad, siendo el constructivismo una corriente pedagógica que favorece el desarrollo cognitivo del estudiante y facilita la enseñanza de la geometría. La discusión sobre el modelo de desarrollo intelectual de Piaget ha centrado la atención de los matemáticos en la transición entre las etapas operativas concretas y operativas formales, así como en la adaptación de la instrucción a diferentes áreas, especialmente desde la perspectiva geométrica. Además, el modelo de Van Hiele ofrece una explicación potencial para las dificultades de aprendizaje en geometría, proponiendo métodos de evaluación como la separación en clasificaciones concretas y formales. En este contexto, se destaca la importancia de los conceptos constructivistas para comprender completamente el modelo de Van Hiele a lo largo del desarrollo intelectual [25].

La metodología aplicada dentro del enfoque educativo se basa en el trabajo del psicólogo ruso Vygotsky y el educador estadounidense psicólogo Bruner. En este sentido, la teoría de Vygotsky se centra en la idea de que el potencial de desarrollo cognitivo se limita a un cierto lapso de tiempo que él llama la "zona próxima de desarrollo" misma que se refiere a la brecha entre lo que un alumno determinado puede lograr solo y su "desarrollo potencial" según lo determinado por la resolución de problemas independiente y lo que pueden lograr, mediante la resolución de problemas bajo la guía de un adulto o en colaboración con pares más capaces [26].

Por su parte, en el ejercicio diario en el aula, el maestro apoya a los estudiantes para que se muevan a través de la zona de proximidad y desarrollen su potencial de rendimiento. Por lo tanto, el aprendizaje real y el progreso son posible. El modelo también sugiere que el lenguaje es solo la entrada, pero por sí sola no es suficiente para que los estudiantes alcancen su potencial y así, según Vygotsky propone: el aprendizaje es la colaboración entre el maestro y el estudiante, en el cual el maestro asume un papel de autoridad similar al de un experto apoyando a un aprendiz [27].

Por lo tanto, el modelo constructivista se perfila como una base pedagógica que favorece el desarrollo cognitivo necesario a nivel comunicativo para el aprendizaje de las áreas geométricas, sobre todo, es necesario para ir avanzando en cada uno de los niveles que involucra la enseñanza de los campos geométricos [28] y los niveles de comprensión necesarios que vinculan el Modelo de Van Hiele en cada uno de los grados presentados anteriormente [29]. Para lo cual, es importante en la práctica didáctica tomar en cuenta el desarrollo de una pedagogía que abanique, es decir, todos los espectros que involucra la enseñanza de la geometría, sobre todo en el campo abstracto y espacial, así como conceptual y práctico.

g. Niveles de aprendizaje de la geometría

Los estudiantes, en el modelo de Van Hiele, pasan por varias etapas en el aprendizaje de geometría:

- Visualización: Perciben el espacio como algo que les rodea. Reconocen figuras por su forma total, no por partes o propiedades.
- Análisis: Comienzan a discernir características y conceptualizar clases de formas a través de observación y experimentación.
- Deducción informal: Establecen interrelaciones de propiedades dentro y entre figuras. Pueden deducir propiedades y reconocer clases de figuras.
- Deducción: Se enfatiza la deducción en un sistema axiomático. Pueden construir formas, desarrollar pruebas y distinguir enunciados.
- Rigor: Trabajan en sistemas axiomáticos avanzados, explorando geometrías no euclidianas. Este nivel es abstracto y menos desarrollado, aunque se enseña el nivel 3 en la escuela secundaria, el nivel 4 está subdesarrollado [30].

h. Enseñanza de las matemáticas y las nuevas tecnologías

En la enseñanza de matemáticas, el aula se convierte en un espacio de construcción de conocimiento que debe adaptarse a los cambios constantes en la sociedad. Se busca despertar el interés de los estudiantes mediante estrategias que aprovechan los recursos disponibles en la institución. Sin embargo, estos recursos a menudo son limitados en comparación con la dinámica actual del mundo, marcada por la revolución científica-tecnológica y la globalización. El desafío para el docente es reconocer que el conocimiento ahora es más accesible de diversas maneras, y las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) se consideran una propuesta didáctica para construir socialmente el conocimiento. El uso de TIC en la enseñanza de matemáticas motiva a los estudiantes a aprender de manera no tradicional, rompiendo con el conocimiento estático y permitiendo un enfoque dinámico. Esto implica que los docentes deben estar dispuestos a reaprender y capacitarse para integrar efectivamente las TIC en su práctica educativa [31].

i. Aspectos claves para la enseñanza de las matemáticas

Las estrategias deben ser desarrolladas de acuerdo con el plan establecido, siguiendo los estándares de competencia matemática. Por ejemplo, en los grados de educación primaria, es esencial emplear métodos de cálculo y evaluación mental para abordar problemas de suma y multiplicación [32]. En este contexto, el papel del educador es crucial, ya que es el encargado de transmitir conocimientos. Por ende, debe evolucionar desde enfoques convencionales hacia un enfoque más innovador, demostrando aceptación y capacidad para superar los desafíos contemporáneos. Esta nueva perspectiva debe comunicarse de manera efectiva a los estudiantes [33].

j. La escuela rural

La escuela rural, se estableció con la intención de llevar cultura y conocimiento a comunidades distantes que enfrentan dificultades para acceder a estos aspectos en áreas caracterizadas por numerosas desventajas y limitaciones. A pesar de esta misión, las escuelas rurales han sido objeto de críticas y malentendidos por parte de diversas disciplinas, ya que a menudo se las compara con los estándares de las escuelas urbanas sin considerar los contextos diversos que representan [34], minimizando su función como instrumento para construir la paz y poner fin al conflicto social [35]. Adicionalmente, las diferencias en la extensión y calidad de la educación entre áreas rurales y urbanas, la influencia de la situación socioeconómica, así como los efectos del conflicto armado, junto con obstáculos como la distancia, la pobreza y la carencia de desarrollo cultural, impactan la labor educativa de los docentes que imparten clases en diversos niveles en entornos rurales [36]. Como resultado, es crucial reevaluar las experiencias educativas para abordar este nivel de instrucción, considerando la situación específica que se enfrenta. Se requiere realizar inversiones en la formación de profesionales con habilidades apropiadas y fomentar colaboraciones productivas que, en última instancia, contribuyan a mejorar la economía, el crecimiento y el desarrollo de los países. Este enfoque puede resultar en beneficios ampliados y una productividad superior, proporcionando oportunidades adicionales para la población rural [37].

k. El docente rural

Los maestros rurales no solo se limitan a enseñar en el salón de clases. La realidad es muy diferente, ya que desempeñan un papel crucial interactuando con la comunidad en su entorno, sirviendo como guías en áreas remotas con escasa comunicación con la ciudad. Por ejemplo, el Educador Rural asume el rol de gestor del cambio en estas áreas, no solo transfiriendo conocimientos, sino también esforzándose por mejorar la calidad de vida de la comunidad en la que opera [38]. Asimismo, un educador rural comprometido, consciente de su conexión con el entorno rural, se convierte en un modelo y ejemplo de vida comunitaria. Esto propicia que los más jóvenes lo vean como una inspiración para creer en sus sueños, ya que les enseña a superar la pobreza y a convertirse en un asesor que promueva mejores condiciones de vida a través de la educación [39]. Por otro lado, las dificultades de aprendizaje de los estudiantes se ven influidas por la formación de los docentes. Se han identificado obstáculos en la adquisición de conocimientos matemáticos, lo que los deja incompetentes para liderar en este campo. Esto destaca

la necesidad de contextualizar la formación de los docentes, orientándola hacia la resolución de problemas y la transferencia a situaciones reales. De esta manera, los estudiantes pueden abordar integralmente los conocimientos y los docentes, en su práctica profesional, pueden dirigir las clases de manera competente, eficiente y responsable [40].

III. METODOLOGÍA

a. Paradigma

El enfoque principal de esta investigación fue el paradigma empírico-analítico. En esta, los investigadores mantienen una postura imparcial con respecto al sujeto y objeto de estudio en el contexto educativo, y de manera objetiva, describen los hechos observados. La teoría científica sostiene que el positivismo se caracteriza por afirmar que el único conocimiento válido es aquel generado por la ciencia, particularmente a través del uso de sus métodos. En consecuencia, el positivismo postula que solamente las disciplinas científicas empíricas constituyen una fuente aceptable de conocimiento [41]. Complementariamente, el positivismo se describe como un conjunto de normas que guían el conocimiento humano y busca designar el término "ciencia" únicamente a las acciones observables en el desarrollo de las ciencias naturales modernas [42].

b. Tipo de investigación

La presente investigación, se enmarcó en un tipo cuasiexperimental, ya que se basa en la administración de un test (pre y post test) y la implementación de la intervención. Este diseño implica la manipulación de una variable independiente (en este caso, la intervención con GeoGebra) y la medición de su efecto en una variable dependiente (el pensamiento geométrico de los estudiantes), pero no necesariamente en un entorno experimental altamente controlado.

A raíz de lo anterior, la investigación se centró en un enfoque de tipo cuantitativo, basada en el proceso que se desencadena a través de la recopilación de datos obtenidos mediante la administración del test (pre y post test) y la implementación de la intervención.

El enfoque cuantitativo se distingue por dar prioridad a la lógica empírica-deductiva, empleando enfoques rigurosos, métodos experimentales y la aplicación de técnicas de recopilación de datos estadísticos, con el propósito de examinar hipótesis a través de mediciones numéricas y el análisis estadístico. Este proceso se lleva a cabo con el objetivo de identificar patrones de conducta y validar teorías [43].

Además, esta investigación tiene un enfoque descriptivo, ya que se centra en revelar en detalle las diferentes características y propiedades esenciales del problema bajo estudio [44]. Su objetivo principal es recopilar información tanto de manera conjunta como independiente, con el fin de describir las ventajas del uso de GeoGebra como una herramienta que facilita el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes.

c. Técnicas para la recopilación de información

Pre test. A través de una encuesta inicial, se podrá tener un panorama con mayor claridad sobre el ámbito académico de los estudiantes. En este sentido, es fundamental para la investigación la identificación de fortalezas, errores conceptuales y dificultades matemáticas que los estudiantes tienen sobre los temas objetos de estudio y sobre algunos conceptos básicos necesarios.

En este sentido, para el pre test se aplicó un cuestionario de 12 preguntas de selección múltiple con única opción de respuesta donde se evaluó el dominio en las competencias de comunicación, razonamiento, y resolución de problemas del componente espacial métrico del área de matemáticas asociando los estándares, DBA y evidencias de los lineamientos curriculares estipulados por el MEN.

Guía didáctica. De acuerdo con lo evidenciado con el pre test, se ha de desarrollar una guía basada en el uso de Geogebra, la cual permita abordar las temáticas de interés. Esta guía se construyó siguiendo los cinco momentos de la planeación (exploración, estructuración, práctica, transferencia y valoración); para lo cual se construyó un plan de aula detallando cada uno de estos momentos y su contextualización en torno a la herramienta GeoGebra.

Pos test. Al finalizar el proceso, se ha de aplicar un ejercicio que permita verificar los avances logrados con la aplicación de la estrategia didáctica, así como retos identificados. Esta prueba se realizó de la misma forma en que se construyó el pre-test, es decir siguiendo los criterios emanados por los lineamientos curriculares del MEN.

d. Análisis de la información

En la presente investigación, la información se obtuvo a través de dos instrumentos principales como lo fue el pre test en la fase diagnóstica y el pos test en la fase de evaluación de impacto.

En este sentido, la información recopilada fue organizada en tablas, desde donde se determinó mediante fórmulas estadísticas, la moda, promedio, valor máximo y valor mínimo de preguntas contestadas acertadamente, con lo cual se construyó una primera impresión del nivel de desempeño que tenía la muestra objeto de estudio; determinando con esta información si los estudiantes se encontraban en nivel bajo, básico, alto y/o superior. Así mismo, se profundizó el análisis en las preguntas que gran parte de los estudiantes no respondieron adecuadamente, identificando el tema y la competencia que esta abordaba, de manera que se determinara así los retos a hacer frente con la guía didáctica.

Por otra parte, luego de la aplicación de la guía didáctica mediante el desarrollo de los cinco momentos de la planeación, se valoró el proceso mediante un post test, el cual reunía en síntesis las mismas preguntas del pre test. Con la información recopilada se repitió el mismo procedimiento estadístico descrito anteriormente para el pre test, donde, adicionalmente, con los hallazgos identificados se generó una comparativa que permitió establecer avances en el desarrollo de la competencia y por ende el avance en el nivel de desempeño.

e. *Muestra*

Para la investigación llevada a cabo, se optó por una muestra por conveniencia compuesta por 14 estudiantes de noveno grado, fundamentando esta elección en consideraciones prácticas y logísticas. La accesibilidad y disponibilidad de los estudiantes en el entorno cercano del investigador se consideraron elementos clave para facilitar la eficiencia en la recopilación de datos [45]. Además, la relevancia del grupo de edad seleccionado permitió abordar de manera específica los objetivos de la investigación. Esta estrategia también demostró ser económicamente viable, al reducir los costos asociados con el desplazamiento y otras logísticas. La participación voluntaria se vio facilitada al trabajar con estudiantes de la misma institución educativa, aprovechando la familiaridad del entorno y la relación existente entre los participantes y el investigador. En conjunto, la elección de una muestra por conveniencia se tradujo en una ejecución eficiente de la investigación, maximizando la participación y la calidad de los datos obtenidos.

f. *Procedimiento de la investigación*

Fase 1. En este primer momento de la investigación se ha de determinar los factores que inciden en la enseñanza de la geometría en los estudiantes objeto de estudio. Para esto, se ha de diseñar un pre test, basado en situaciones relacionadas con los EBC y DBA propios del grado noveno y su correspondiente ciclo. Con los resultados obtenidos de este pre test, se ha de identificar los factores significativos que incidencia en la enseñanza y aprendizaje de la geometría en el contexto en que se enfoca la presente investigación:

Única sesión: Duración de 1 hora y número de estudiantes 14

- Saludo: 5 min
- Socialización de los objetivos de la investigación: 10 min
- Socialización de la pre test (pre test): 5 min
- Aplicación de la pre test (pre test): 40 min

Fase 2. Obtenidos los resultados se ha de diseñar una estrategia didáctica ajustada a las necesidades encontradas en la fase uno, adaptando el desarrollo de esta por medio de la herramienta Geogebra. Posterior al diseño, se ha de ejecutar la misma en varias sesiones de geometría con el grado noveno, tomando evidencias del avance de esta estrategia en estas clases. Se realizó siguiendo lo planteado en el plan de aula enviado.

Duración 14 horas, número de estudiantes 14

- Exploración: 1 hora (única sesión)
- Estructuración: 7 horas divididas en 4 sesiones de aproximadamente 105 min.
- Práctica: 3 horas divididas en 2 sesiones de 90 min.
- Transferencia: 3 horas divididas en 2 sesiones de 90 min

Fase 3. Una vez que el proceso de intervención en el aula haya concluido, se ha de aplicar nuevamente el test que inicialmente se empleó al inicio de la intervención. Esta administración se llevará a cabo en condiciones idénticas tanto para el grupo de control como para el grupo experimental. El propósito de esta acción será demostrar el grado de influencia que tiene el aprendizaje de la geometría mediante el uso del software Geogebra como herramienta didáctica, en contraposición al grupo de control que trabajó en la geometría utilizando únicamente papel y lápiz.

La información obtenida a partir del test final se ha de tabular y someter a pruebas estadísticas para comparar el promedio de rendimiento obtenido por los estudiantes en el grupo experimental con el promedio de resultados del grupo de control.

Única sesión: Duración 50 min, número de estudiantes 14

- Saludo: 5 min
- Socialización de la prueba de valoración final (post test): 5 min
- Aplicación de la prueba de valoración final (post test): 40 min.

IV. RESULTADOS

a. *Factores que inciden en el aprendizaje de la geometría en estudiantes de noveno grado*

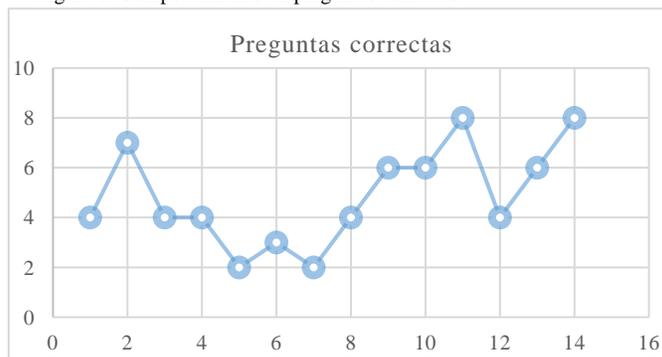
A continuación, se expone un cuadro resumen con datos básicos de los participantes y su desempeño durante el pre test:

Tabla 1: Cuadro resumen del pre test.

Estudiante	Edad	Genero	Estrato	Promedio en el área	P. correctas	Nota
1	15	M	2	3.2	4	1.7
2	14	M	1	3.5	7	2.9
3	14	F	1	3.3	4	1.7
4	16	F	2	3.4	4	1.7
5	15	F	1	3.1	2	0.8
6	15	F	1	3.2	3	1.3
7	15	M	1	3.3	2	0.8
8	18	F	1	3.7	4	1.7
9	15	M	2	3.6	6	2.5
10	15	F	1	3.5	6	2.5
11	14	M	3	4	8	3.3
12	14	M	1	3.4	4	1.7
13	15	M	2	3.5	6	2.5
14	15	M	2	3.8	8	3.3

Fuente: Elaboración propia.

Figura 1: Comportamiento en preguntas correctas.



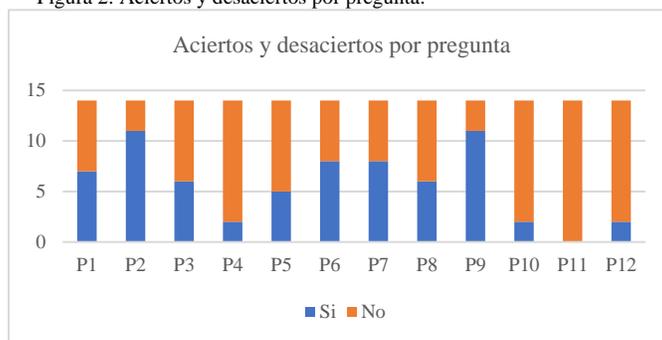
Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con los datos expuestos en la tabla 1 y, concretamente los referentes a preguntas correctas por estudiante separados en la figura 1, permite apreciar una variación significativa en el número de preguntas correctas por estudiante, dónde, de acuerdo con la moda de los datos la cantidad de 4 preguntas contestadas correctamente es el valor más repetitivo, con mínimos de 2 preguntas y un máximo de 8 preguntas; cuyo promedio respectivo es 4,8. Ahora bien, teniendo en cuenta que son 12 preguntas en total en la pre test, una primera señal de alerta es el hecho que ningún estudiante logró superar el 100% de la prueba; es decir que al estudiante con mayor desempeño en el pre test sólo alcanzó un 66,67% de éxito, lo que traduciéndolo a una escala de valoración representaría un 3,3, propio de un nivel de desempeño básico.

En este sentido, si se observa el nivel de desempeño obtenido en la prueba se muestra que 12 de los 14 estudiantes obtuvieron un nivel bajo, y tan sólo dos estudiantes un nivel básico. Lo anterior, permite inferir que el grupo de estudiantes objeto de estudio no han desarrollados las competencias en el área de geometría propias de noveno grado, teorizando que, haya alguna probabilidad que traigan rezagos significativos de los grados anteriores.

Ahora bien, para entrar a detalle, a continuación, se exponen aquellas preguntas con mayor nivel de desacierto y acierto por parte de los estudiantes:

Figura 2: Aciertos y desaciertos por pregunta.



Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con la figura 2, las preguntas 4, 10 y 12 sólo dos estudiantes lograron acertar y 12 no lograron desarrollar en forma correcta estas preguntas, lo cual es algo de prestar atención. Sin embargo, la pregunta once ningún estudiante logró resolver, siendo esta un problema relacionado con el cálculo de volumen de un cilindro, en el cual los valores estaban plasmados en el esquema y también se acuñaba la fórmula para volumen de un círculo, por lo que, posiblemente halla rezagos importantes en uso de ecuaciones y manejo de variables, así como la distinción entre diámetro y radio.

Por su parte, la pregunta 4 (P4) estaba relacionada con propiedades geométricas, concretamente con la perpendicularidad entre caras de un cubo. Por su parte, la pregunta 10 (P10) estaba orientada hacia el cálculo de altura de un triángulo a través de distancias entre puntos y ángulos, y la pregunta 12 (P12) suma de ángulos internos en un cuadrilátero. Por su parte, las preguntas 2 y 8 (P2 y P8) fueron donde hubo mayor acierto, donde ambas están relacionadas a determinación de medidas como base y altura; por lo que esto se traduce como fortalezas de los estudiantes en el ámbito de la geometría.

Así pues, a continuación, se presenta un resumen sobre los aspectos de mejora fruto del pretest:

Tabla 2: Aspectos de mejora.

Aspectos de mejora a tener en cuenta	
•	Volumen de figuras geométricas (Prioritario)
•	Propiedades geométricas
•	Medidas de un triángulo con ángulos
•	Ángulos internos de una figura geométrica, suma de ángulos internos

Fuente: Elaboración propia.

b. Estrategia didáctica apoyada en el software educativo Geogebra que fortalezca el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de noveno grado

La estrategia didáctica que se describe tuvo como objetivo principal facilitar el aprendizaje de la geometría en estudiantes de noveno grado de básica secundaria, aprovechando las potencialidades de la herramienta GeoGebra. La estructura de la estrategia se fundamentó en los cinco momentos de la planeación, integrando criterios pedagógicos, didácticos y de tecnologías de la información y comunicación (TIC) para garantizar una experiencia de aprendizaje efectiva y significativa.

Introducción. La estrategia se contextualizó considerando las características específicas del grupo de noveno grado, reconociendo sus niveles de competencia matemática y sus intereses. Se justificó la elección de GeoGebra como herramienta, destacando su versatilidad para explorar conceptos geométricos de manera dinámica y visual.

Marco Teórico. Se basó en teorías pedagógicas que resaltan la importancia de la participación activa del estudiante en el proceso de aprendizaje y la construcción de conocimiento. Además, se exploró la literatura que respalda el uso de GeoGebra como medio para potenciar la comprensión conceptual en geometría.

Diseño de la Estrategia. La estructura se dividió en cinco momentos de la planeación:

Pretest Inicial. Se aplicaron pruebas diagnósticas para identificar las fortalezas y debilidades de los estudiantes en geometría. GeoGebra se utilizó para evaluar visualmente su comprensión de conceptos clave.

Establecimiento de objetivos. Los objetivos de aprendizaje se definieron de manera clara, relacionando los contenidos geométricos con competencias específicas. GeoGebra se incorporó como medio para alcanzar estos objetivos.

Selección y secuenciación de contenidos. Se eligieron temas geométricos relevantes para el currículo y se estableció una secuencia lógica. GeoGebra se integró en actividades que permitieron la exploración y manipulación de figuras y propiedades geométricas.

Desarrollo de actividades. Se diseñaron actividades interactivas que fomentaron la participación activa de los estudiantes con GeoGebra. El profesor actuó como facilitador, proporcionando orientación y apoyo cuando fue necesario.

Evaluación y retroalimentación. Se implementaron evaluaciones formativas utilizando GeoGebra como medio para recopilar datos sobre el desempeño de los estudiantes. La retroalimentación se brindó de manera oportuna, destacando el uso de la tecnología para mejorar la comprensión.

Criterios Pedagógicos

Adaptación al Nivel de los Estudiantes. Se consideró el nivel de competencia matemática de los estudiantes al seleccionar actividades y ajustar el nivel de complejidad en GeoGebra.

Promoción de la participación activa. GeoGebra se utilizó como una herramienta interactiva que involucró a los estudiantes en la exploración activa de conceptos geométricos.

Evaluación formativa. Se implementó una evaluación continua utilizando GeoGebra como medio para monitorear el progreso de los estudiantes y proporcionar retroalimentación específica.

Criterios Didácticos

Relación con el currículo. La estrategia se alineó con los estándares del currículo, asegurando que los contenidos de geometría abordados estuvieran en consonancia con los objetivos educativos.

Integración de habilidades matemáticas. GeoGebra se utilizó para integrar habilidades matemáticas como la resolución de problemas, el razonamiento y la comunicación matemática.

Conexión con situaciones de la vida real. Se diseñaron actividades en GeoGebra que vincularon los conceptos geométricos con situaciones cotidianas, facilitando la transferencia de conocimientos a la vida real.

Fomento del pensamiento crítico. GeoGebra se empleó como una herramienta que estimuló el pensamiento crítico al permitir a los estudiantes investigar y justificar sus hallazgos.

Criterios TIC

Accesibilidad y equidad. Se implementaron estrategias para asegurar que todos los estudiantes tuvieran acceso a las tecnologías necesarias, promoviendo la equidad en el uso de GeoGebra.

Resultados y Discusión. Los resultados obtenidos a través de la implementación de la estrategia se analizaron en términos de logro de objetivos, participación de los estudiantes y mejora en el rendimiento académico. La discusión se centró en cómo los criterios pedagógicos, didácticos y de TIC contribuyeron al éxito o áreas de mejora.

c. Eficacia de la estrategia didáctica apoyada en Geogebra frente al mejoramiento del aprendizaje de la geometría que presentan los estudiantes de noveno grado

Con el fin de determinar la eficacia que tuvo la estrategia didáctica aplicada, se realizó un pos test, el cual contó al igual que el pretest con 12 preguntas. A continuación, se presenta la relación de las preguntas con las evidencias de aprendizaje:

Tabla 3: Relación pregunta/evidencia de aprendizaje.

Evidencias de aprendizaje (matriz de referencia)	# De pregunta relacionada
Describe y justifica procesos de medición de longitudes.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8,9, 11, 12
Explica propiedades de figuras geométricas que se involucran en los procesos de medición.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12
Justifica procedimientos de medición a partir del Teorema de Thales, Teorema de Pitágoras y relaciones intra e interfigurales.	1, 2
Compara figuras geométricas y conjetura sobre posibles regularidades.	3, 4, 5, 6, 8, 10, 12
Reconoce regularidades en formas bidimensionales y tridimensionales.	2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
Explica criterios de semejanza y congruencia a partir del teorema de Thales.	10

Fuente: Elaboración propia.

Con base en esto, se presenta a continuación los resultados obtenidos en el pos test realizada:

Tabla 4: Cuadro resumen pos test.

Estudiante	Edad	Genero	Estrato	Promedio en el área	Preguntas correctas	Nota
1	15	M	2	3.2	8	3.3
2	14	M	1	3.5	10	4.2
3	14	F	1	3.3	5	2.1
4	16	F	2	3.4	7	2.9
5	15	F	1	3.1	6	2.5
6	15	F	1	3.2	6	2.5
7	15	M	1	3.3	5	2.1
8	18	F	1	3.7	8	3.3
9	15	M	2	3.6	9	3.8
10	15	F	1	3.5	9	3.8
11	14	M	3	4	11	4.6
12	14	M	1	3.4	7	2.9
13	15	M	2	3.5	9	3.8
14	15	M	2	3.8	11	4.6

Fuente: Elaboración propia.

Figura 3: Comportamiento de respuestas correctas en el post test.

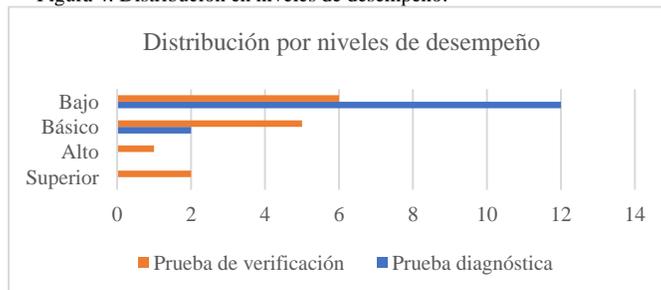


Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con la figura 3, se refleja un mejor comportamiento referente a preguntas contestadas correctamente por cada estudiante. En la figura 2 la cantidad de preguntas contestadas correctamente que se repitieron entre los estudiantes fue de 4, mientras que, en el post test ascendió a 9. Así mismo, El mínimo de preguntas contestadas correctamente en la pre test fue de 2 y el máximo de 8, mientras que en el post test el mínimo se sitúa sobre 5 preguntas acertadas y un máximo de 11; dando así en la pre test un promedio de 4,8 preguntas acertadas, mientras que en el post test el promedio logra ascender a 7,9 preguntas contestadas correctamente.

Por otra parte, en la pre test se evidenció que el estudiante con mayor número de preguntas contestadas en forma correcta sólo alcanzó un 66,7% de cumplimiento exitoso, mientras que en el post test hay dos estudiantes con un 92% del éxito, seguido de un estudiante con un 83% de éxito; alcanzando nivel superior y alto respectivamente, niveles no apreciados en la pre test. Así pues, en el pre test los estudiantes se situaron en el nivel bajo y básico, mientras que en el post test se aprecia un mejor panorama, tal y como se muestra a continuación:

Figura 4: Distribución en niveles de desempeño.



Fuente: Elaboración propia.

Bajo el contexto ofrecido por la figura 4, es posible apreciar con mayor claridad cómo en el post test hubo mayor distribución, ya que hay estudiantes en los cuatro niveles de desempeño, resaltando que aún se encuentran en 6 estudiantes un nivel bajo, es decir, aún con la estrategia pedagógica basada en GeoGebra no alcanzan a desarrollar en forma elemental la competencia relacionada con las preguntas aplicadas. No obstante, del nivel bajo mencionado en el pre test habían 12 estudiantes allí, por lo que debe ser resaltado el hecho que seis de estos estudiantes presentaron avances en el desarrollo de las respectivas competencias, añadiendo a los tres estudiantes que sobresalen en el nivel alto y superior.

Entre tanto, al analizar la cantidad de respuestas correctas por pregunta, se evidencia que en el post test hay un porcentaje de desaciertos del 57% en las preguntas 1, 2 y 5, además de un 50% en la pregunta 10; el resto de preguntas presentan porcentajes de desaciertos bajos, en promedio del 21%. Esto deja ver que, estas preguntas citadas hacen parte en mayor o menor medida de las evidencias de aprendizaje esperadas, por lo que, aún hay retos significativos que deben ser abordados.

Finalmente, para determinar la eficacia de la estrategia didáctica, se ha de tomar la variable nivel de desempeño promedio, lo cual refleja lo siguiente:

Tabla 5: Eficacia de la estrategia didáctica.

	Pre test	Pos test
Nota	2,0	3,3
Nivel de desempeño	Bajo	Básico

Fuente: Elaboración propia.

Con base en la figura 5, es posible determinar que la estrategia si tuvo impacto positivo ya que pasó de un nivel promedio bajo a un nivel promedio básico, entiendo que el grupo de estudiantes estudiado ya han desarrollado en forma elemental las competencias relacionadas con los temas geométricos abordados. Sin embargo, es preciso dejar claro que hay puntos de mejora importantes que deben seguirse fortaleciendo, a través del ajuste de la estrategia de acuerdo con las necesidades que el grupo va reflejando.

V. CONCLUSIONES

En concordancia con el objetivo general, específicos y resultados obtenidos, es preciso concluir lo siguiente:

En cumplimiento del primer objetivo, basado en establecer los factores que inciden en el aprendizaje de la geometría en estudiantes de noveno grado, se identificaron desafíos significativos, como el bajo nivel de competencia general y áreas específicas de debilidad, incluyendo el cálculo de volumen, el manejo de propiedades geométricas y ángulos. Sin embargo, se destacaron fortalezas en la determinación de medidas. Para mejorar este proceso, resulta imperativo abordar estas áreas prioritarias mediante la revisión de conceptos previos y la implementación de estrategias pedagógicas efectivas. La adaptación a estilos de aprendizaje individuales, la evaluación formativa continua y la conexión entre las áreas débiles y las fortalezas se perfilan como enfoques clave para potenciar el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de noveno grado.

Por su parte, en cumplimiento del segundo objetivo, basado en el diseño de una estrategia didáctica entorno a la herramienta GeoGebra, destacó la viabilidad de la adaptación del plan de aula mediante el uso de la herramienta GeoGebra, se diseñó una estrategia didáctica integral que apoyó el aprendizaje de la geometría en estudiantes de noveno grado. La estrategia se estructuró siguiendo los cinco momentos establecidos por el Ministerio de Educación Nacional, garantizando una implementación coherente con los lineamientos curriculares. Se focalizó en abordar las áreas de debilidad identificadas previamente, como el cálculo de volumen, propiedades geométricas y el manejo de ángulos. La utilización de GeoGebra permitió la visualización interactiva de conceptos, facilitando la comprensión mediante la manipulación directa de objetos geométricos. Además, se hizo hincapié en la personalización de la enseñanza para adaptarse a diversos estilos de aprendizaje. La estrategia didáctica no solo promovió la mejora de habilidades específicas, sino que también fomentó la innovación y la flexibilidad en el microcurrículo, respondiendo así de manera práctica a los desafíos identificados en el proceso de aprendizaje de la geometría.

Así mismo, en cumplimiento del tercer objetivo, basado en determinar la eficacia de la estrategia didáctica, se pudo concluir que la implementación de esta estrategia ha generado un avance significativo. El post test posterior a la pre test reflejó una mejora sustancial, elevando el nivel de desempeño de los estudiantes de un nivel bajo a un nivel básico en promedio. Aunque se logró una distribución más equitativa en los niveles de desempeño, la identificación de desafíos persistentes en ciertas preguntas sugiere la necesidad de ajustes en la estrategia pedagógica para abordar áreas específicas que aún requieren mejoras continuas en el aprendizaje de la geometría. Estos resultados respaldan la efectividad general de la estrategia, pero también destacan la importancia de un enfoque adaptativo y de mejora continua para maximizar su impacto positivo en el desempeño geométrico de los estudiantes de noveno grado.

Finalmente, con estos hallazgos, es posible dar respuesta a la pregunta de investigación planteada al inicio:

¿Cómo se puede desarrollar una estrategia didáctica apoyada en Geogebra que permita mejorar el aprendizaje de geometría en estudiantes de noveno grado en zona rural del Catatumbo?

Para desarrollar una estrategia didáctica efectiva respaldada en GeoGebra con el objetivo de mejorar el aprendizaje de geometría en estudiantes de noveno grado en la zona rural del Catatumbo, se puede seguir un enfoque integral basado en tres objetivos clave identificados a través de hallazgos específicos. Primero, se debe abordar el bajo nivel de competencia general, así como las áreas específicas de debilidad, como el cálculo de volumen, propiedades geométricas y el manejo de ángulos. Para lograr esto, la estrategia debe incluir sesiones dedicadas a la revisión de conceptos previos mediante la utilización de GeoGebra para visualizar y comprender estos conceptos de manera interactiva.

En segundo lugar, la estrategia debe capitalizar las fortalezas identificadas, como la determinación de medidas, mediante la incorporación de GeoGebra de manera creativa para fortalecer estas habilidades y relacionarlas con los temas más desafiantes. La adaptación a estilos de aprendizaje individuales debe ser un aspecto central, utilizando la herramienta para personalizar la enseñanza y promover la participación activa de los estudiantes.

Finalmente, la efectividad de la estrategia debe evaluarse de manera continua, considerando la aplicación de GeoGebra como una herramienta integral para la enseñanza y la verificación del progreso de los estudiantes. La retroalimentación obtenida a través de pruebas de evaluación, similar al pre test y de verificación mencionadas, permitirá ajustar la estrategia pedagógica según las necesidades específicas de los estudiantes en la zona rural del Catatumbo.

- [26] Alegre, F., Moliner, L., Maroto, A. & Lorenzo, G. (2019). Peer tutoring and mathematics in secondary education: literature review, effect sizes, moderators, and implications for practice. *Heliyon*, 5(4), 2491-3001. doi: 10.1016/j.heliyon.2019.e02491.
- [27] Jacobson, E. (2017a). Field Experience and Prospective Teachers' Mathematical Knowledge and Beliefs. *J. Res. Mathemat educative*, 48(5), 148–190. doi: 10.5951/jresmetheduc.48.2.0148
- [28] Koponen, M., Asikainen, M., Viholainen, A. & Hirvonen, P. (2016). Teachers and their Educators - Views on Contents and their Development Needs in Mathematics Teacher Education. *Mathemat Enthusiaste*, 13(4), 149–170.
- [29] Jacobson, E. (2017b). Field Experience and Prospective Teachers' Mathematical Knowledge and Beliefs. *J. Res. Mathemat educative*, 48(5), 148–190. doi: 10.5951/jresmetheduc.48.2.0148.
- [30] Fischer, U., Suggate, S. & Stoeger, H. (2020). The implicit contribution of fine motor skills to mathematical insight in early childhood. *Frontier Psychologist*, 11(26):1143-1210. doi: 10.3389/fpsyg.2020.01143.
- [31] Giraldo, H. (2012). Diseño e implementación de una estrategia didáctica para la enseñanza aprendizaje del concepto de función lineal en el grado noveno mediada en las nuevas tecnologías: Estudio de caso en el Colegio Marymount grupo 9° B del municipio de Medellín [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/10911/71376387.2012.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.
- [32] Suárez, D.C, Liz, A.P. & Parra, C.F. (2015). Construyendo tejido social desde la Escuela Nueva en Colombia. Un estudio de caso. *Revista Científica General José María Córdova*, 13(15), 195- 229. <http://www.scielo.org.co/pdf/recig/v13n15/v13n15a08.pdf>.
- [33] Pradilla, J.L. (2014). Escuela y ruralidad: Educación y praxis en el actual contexto educativo. *Perspectivas educativas*, 7(1), 135-147. <http://revistas.ut.edu.co/index.php/perspectivasedu/article/download/673/518>.
- [34] Hernández Sampieri, R.; Fernández Collado, C. & Baptista Lucio, P. (2014). Metodología de la investigación (6ª Ed). Editorial Mc Graw Hill. México. <https://trabajosocialudocpno.files.wordpress.com/2017/07/metodolog3a3c2ada-de-la-investigac3a3c2b3n-sampieri-6ta-edicion1.pdf>.
- [35] Ruiz, M. (2011). Políticas públicas en salud y su impacto en el seguro popular en Culiacán, Sinaloa, México. México [Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Sinaloa]. Repositorio institucional. http://s2.medicina.uady.mx/observatorio/docs/ss/li/SS2011_Li_Ruiz.pdf.
- [36] Ardila, O.I. (2018). Factores familiares que inciden en el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de la sede educativa Jerusalén (Huila) bajo el modelo de Escuela Nueva (Tesis de postgrado, Universidad Nacional Abierta y a Distancia. Repositorio UNAD. <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/17703>.
- [37] Lastre, K., López, L. & Alcázar, C. (2018). Relación entre apoyo familiar y el rendimiento académico en estudiantes colombianos de educación primaria. *Psicogente*, 21(39), 102-115. <http://doi.org/10.17081/psico.21.39.2825>.
- [38] Blanco, R., Umayahara, M. & Reveco, O. (2004). Participación de las familias en la educación infantil latinoamericana. Chile: Editorial Trineo S.A.
- [39] Mondragón Albarrán, C.M.; Cardoso Jiménez, D. y Bobadilla Beltrán, S. (2016). Hábitos de estudio y rendimiento académico. Caso de estudiantes de la licenciatura en Administración de la Unidad Académica Profesional Tejupilco. *RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 8(15). <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=498154006024>.
- [40] Chang-Mata, R.O. (2016). Relación entre el desempeño académico y las horas de estudio invertidas en un Colegio de Bachilleres (Tesis de maestría, Tecnológico de Monterrey). Repositorio institucional. <https://repositorio.tec.mx/bitstream/handle/11285/629801/Roberto%20Octavio%20Chang%20Mata.pdf?sequence=6&isAllowed=y>.
- [41] Dobles, C., Zúñiga, M. y García, J. (1998). Investigación en educación: procesos, interacciones y construcciones. San José: EUNED.
- [42] Kolakowski, L. (1966). La filosofía positiva. Madrid: Ediciones Catedra.
- [43] Mata, L.D. (21 de mayo, 2019). El enfoque cuantitativo de investigación. *Investigalia*. <https://investigaliacr.com/investigacion/el-enfoque-cuantitativo-de-investigacion/>.
- [44] Guevara, G.P.; Verdesoto, A.E. & Castro, N.E. (2020). Metodologías de investigación educativa (descriptivas, experimentales, participativas, y de investigación-acción). *RECIMUNDO*, 4(3), 163-173. <https://recimundo.com/index.php/es/article/view/860>.
- [45] Otzen, Tamara, & Manterola, Carlos. (2017). Técnicas de Muestreo sobre una Población a Estudio. *International Journal of Morphology*, 35(1), 227-232. <https://dx.doi.org/10.4067/S0717-95022017000100037>.