

Aplicación del modelo ARCH y GARCH para el Cálculo de la Volatilidad en Riesgo de Mercado

Sandra Milena Díaz Figueroa

Ingeniera Financiera UNAB

Asesores:

Gloria Inés Macías Villalba

Docente UNAB. Programa de Ingeniería Financiera

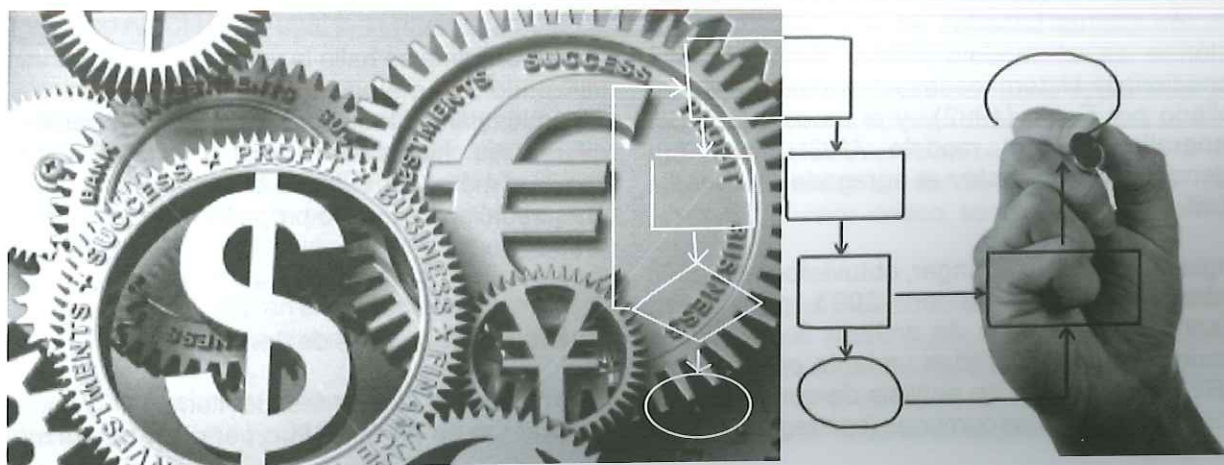
Jhon Alexis Díaz Contreras

Docente UNAB. Programa de Economía

Resumen

El propósito de este artículo es analizar una serie de tiempo para un factor de riesgo de mercado como el precio de una acción y determinar las características de la serie para aplicar el modelo ARCH y GARCH. El análisis de la serie permite obtener un diagnóstico y determinar su comportamiento; para ello se realiza la aplicación de pruebas de estacionariedad como la prueba gráfica, la prueba de normalidad, la prueba de raíz unitaria y el análisis del correlograma.

Con base en el correlograma, se identifican los órdenes AR (p) y MA (q) y se aplican las pruebas de heteroscedasticidad con el propósito de definir si las variables pueden ser explicadas por el rezago de los residuos al cuadrado, comprobando la existencia de un proceso ARCH en donde la varianza cambia con el tiempo.



Con la obtención del modelo que se ajusta a las características heterocedásticas se aplica la modelación ARCH y GARCH, la cual recoge la no estacionariedad de la serie permitiendo obtener los parámetros w , α y β para calcular el valor de la varianza del modelo.

Luego se halla la volatilidad para la serie por medio de las metodologías Histórica-Clásica y Dinámica para establecer posteriormente de manera comparativa diferencias entre la forma de calcular la volatilidad según el método ARCH y GARCH y las metodologías tradicionales, con el fin de identificar el más eficiente.

Palabras Clave: Riesgo de Mercado, Series de Tiempo, ARCH y GARCH.

Introducción

En el mercado financiero es fácil obtener el precio de una acción, el precio de un activo subyacente, el precio de ejercicio del activo subyacente, el tiempo de expiración de una opción, las tasas de interés, pero la volatilidad debe ser pronosticada ya que no existe un marco de referencia para consultarla.

La volatilidad juega un papel muy importante en el momento de evaluar el riesgo de un determinado activo; por tanto, su estimación es necesaria para todas las personas involucradas en los mercados financieros (emisores, inversores, administradores de portafolios, de productos derivados y de riesgos).

Una metodología muy aplicada para el cálculo de la volatilidad y que permite predecir comportamientos futuros basados en el comportamiento histórico es el modelo ARCH (Autoregressive Conditionally Heteroscedastic) el cual fue desarrollado por Engle (1982) y el modelo GARCH (generalización del modelo ARCH) que fue extendido por Bollerslev al agregarle una media móvil.

Engle junto a Clive Granger, obtuvieron el premio Nobel de economía en 2003 por haber desarrollado métodos de análisis de las series temporales con volatilidad variante en el tiempo (ARCH) y métodos de análisis de series temporales con tendencias comunes (cointegración).

La volatilidad es uno de los indicadores más utilizados para la cuantificación de riesgos de mercado, ya que representa una medida de dispersión de los rendimientos. El mercado financiero presenta una creciente competitividad; por tanto, contar con instrumentos de análisis capaces de señalar el posible curso del comportamiento de los factores de riesgo es un punto clave para construir herramientas que permitan mejor anticipación de los resultados.

Existen modelos muy sencillos para predecir la volatilidad futura basados en las variaciones que presenta la rentabilidad en el pasado; sin embargo, asumen que la volatilidad es estable en el tiempo fenómeno conocido como homocedasticidad, subestimando el riesgo asociado. Para el caso de las series económicas y financieras esta condición no se cumple ya que su varianza es cambiante en el tiempo, fenómeno conocido como heteroscedasticidad.

Los modelos ARCH y GARCH están diseñados para modelar y pronosticar la volatilidad variable en una serie de tiempo; con el análisis de estos modelos se puede llegar a fijar el precio de un activo, así como crear dinámicas de cobertura y de esta forma apoyar en los requerimientos de las situaciones de planificación y toma decisiones acordes, logrando un cubrimiento seguro del riesgo e incrementando la confianza en los resultados obtenidos estimando el riesgo de mercado.

A partir del análisis de las series de tiempo para el precio de una acción se determinan las características de las series para aplicar el modelo ARCH y GARCH con el fin de obtener los parámetros necesarios para el cálculo de la volatilidad por medio de este modelo.

Posteriormente se halla la volatilidad para la serie utilizando las metodologías Histórica-Clásica y Dinámica para establecer de manera comparativa diferencias entre la forma de calcular la volatilidad según el método ARCH y GARCH y las metodologías tradicionales, cuyo propósito es identificar el más eficiente.

Análisis de las series de tiempo

El análisis de las series de tiempo implica la realización de pruebas que permiten determinar

su comportamiento y de esta manera llegar hasta la aplicación del modelo ARCH y GARCH. A partir de la aplicación de las Pruebas de Estacionariedad, se puede obtener un diagnóstico de la serie y determinar el comportamiento de la misma. Entre las pruebas, se encuentran la gráfica, que abarca la normalidad de la serie y el histograma de la misma, la prueba de raíz unitaria para verificar si la serie sigue un proceso de caminata aleatoria y corroborar si el término error está correlacionado con su pasado lo cual determina si es o no estacionaria y la elaboración y análisis del correlograma para determinar la existencia de Autocorrelación entre los datos.

Con base en el correlograma de la serie se estima la mayor cantidad de modelos posibles para identificar correctamente los órdenes AR (p) y MA (q). En este sentido, se obtienen los residuos y se realiza una regresión con su retardo como variable explicativa con el propósito de establecer si su varianza o dispersión permanecen constantes en el tiempo; por tanto, se aplica la prueba del Q estadístico para determinar si los residuos están correlacionados.

Teniendo la identificación del modelo ARMA, se aplican las pruebas de heteroscedasticidad con el propósito de definir si las variables pueden ser explicadas por sus valores pasados y por los términos estocásticos de error; para ello se aplica el test LM, que indica que los residuos pueden ser explicados en función del mismo residuo rezagado un periodo.

Para evidenciar la presencia de comportamientos heteroscedásticos, se recurre a la determinación del rezago de los residuos al cuadrado. Con esta prueba se puede comprobar la existencia de un proceso ARCH en el cual la varianza cambia con el tiempo.

Ahora, con la obtención del modelo que reúne con las características de heteroscedasticidad se aplica el modelo ARCH y GARCH, el cual recoge la no estacionariedad de la serie. Con base en este modelo se obtienen los parámetros w , γ y se calcula la volatilidad reemplazando estos coeficientes en el modelo propuesto en excel con el fin de aplicar la ecuación que permita obtener la varianza.

Con el propósito de contrastar la aplicación de la metodología ARCH y GARCH para el cálculo de la

volatilidad, se estiman la metodología Histórica-Clásica y la Metodología Dinámica con el objetivo de evaluar los resultados obtenidos y determinar cuál de las metodologías se acerca al pronóstico de la volatilidad real, para decidir cuál es la herramienta más confiable para aplicar en el momento de la toma de decisiones cuando se evalúan factores de riesgo de mercado.

Análisis del Precio de la Acción Suramericana

A partir de la serie histórica de la acción Suramericana, representada por el valor del precio de cierre diario se realizará el respectivo análisis de comportamiento para luego calcular la volatilidad mediante tres metodologías y así evaluar la más efectiva.

El análisis se inicia desde la observación del comportamiento de la serie donde se pretende determinar si la serie presenta estacionariedad, lo que implica que tanto su media como su varianza no cambian con el tiempo. La importancia de esta observación radica en que permite saber si la tendencia en la serie de tiempo es predecible y no variable, proceso conocido como tendencia determinista, o si la tendencia no es predecible, el proceso se denota tendencia estocástica.

Con base en el análisis gráfico se puede dar una aproximación sobre el comportamiento de la serie estudiada, mediante la cual se pueden encontrar características de tendencia, ciclo o estacionalidad y residuo.

Una de las pruebas más eficientes es la prueba de raíz unitaria. Para aplicar esta prueba se plantea la hipótesis nula: H_0 = la serie presenta raíz unitaria y H_1 : la serie no presenta raíz unitaria. Por tanto, se toma el valor de (τ) estadístico y se compara con los valores críticos estimados de los parámetros de interés en cada uno de los niveles de significancia, en donde si el valor de (τ) excede al valor crítico se rechaza la hipótesis nula.

De acuerdo al modelo desarrollado, representado en la Tabla 1, el valor absoluto de τ (τ) es igual a 21,55569 el cual excede a los valores críticos en 1%, 5% y 10%, es decir, se rechaza la hipótesis nula; por tanto la serie es estacionaria.

Null Hypothesis: REND_SURAMERICANA has a unit root		
Exogenous: Constant, Linear Trend		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=19)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-21.55569	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.970708
	5% level	-3.416001
	10% level	-3.130278

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Tabla 1. Prueba de Raíz Unitaria - Rendimientos Suramericana. Fuente: Elaboración propia

Ahora se procede a utilizar la metodología de Box-Jenkins (BJ) con el objetivo de identificar y estimar un modelo estadístico que pueda ser interpretado como generador de la información, ya que se supone que sus características son constantes a través del tiempo y particularmente, en periodos de tiempo futuro, logrando de esta forma obtener una base válida para realizar la respectiva predicción.

Dentro de las herramientas importantes para encontrar los valores apropiados de p, q y d están la Función de Autocorrelación Simple (FAS) y la Función de Autocorrelación Parcial (FAP) por medio del correlograma resultante.

Por tanto, en la tabla que representa los rendimientos de la Acción Suramericana se puede observar que la FAP en los rezagos 1, 6, 9, 11 muestran ser estadísticamente diferentes de cero.

A partir de esta información se realizó la estimación de varios modelos para identificar correctamente los órdenes AR (p) y MA (q).

Para ello se tuvo en cuenta en cada modelo que los coeficientes estimados fueran significativos, que los residuos presentaran una distribución normal, que en el correlograma de los residuos los coeficientes de autocorrelación simple y autocorrelación parcial se encontraran dentro del intervalo de confianza y que los criterios de información como son el Akaike y Schwarz, presentaran los menores valores.

Date: 07/31/08 Time: 14:05						
Sample: 1 730						
Included observations: 729						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.220	0.220	35.508	0.000
		2	-0.022	-0.074	35.853	0.000
		3	0.004	0.026	35.862	0.000
		4	0.081	0.076	40.627	0.000
		5	-0.047	-0.087	42.232	0.000
		6	-0.138	-0.107	56.361	0.000
		7	0.008	0.064	56.406	0.000
		8	-0.012	-0.050	56.512	0.000
		9	0.097	0.133	63.464	0.000
		10	0.077	0.045	67.816	0.000
		11	-0.048	-0.100	69.516	0.000
		12	0.011	0.051	69.613	0.000
		13	0.106	0.085	77.964	0.000

Tabla 2. Correlograma para los Rendimientos de Suramericana. Fuente: Elaboración Propia

La siguiente tabla representa la estimación del modelo escogido:

Dependent Variable: REND_SURAMERICANA				
Method: Least Squares				
Date: 08/27/08 Time: 02:42				
Sample (adjusted): 8 730				
Included observations: 723 after adjustments				
Convergence achieved after 6 iterations				
Backcast: 7				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(6)	-0.139855	0.036948	-3.785240	0.0002
MA(1)	0.241750	0.036195	6.679170	0.0000

Tabla 3. Modelo ARMA para los Rendimientos de Suramericana Fuente: Elaboración Propia

A partir del modelo ARMA, (6, 1) se realiza una regresión de los residuos en función de su retardo como variable explicativa, con el objeto de definir si las variables pueden ser explicadas por el rezago de los residuos al cuadrado y de esta manera comprobar la existencia de un proceso ARCH en el cual la varianza cambia con el tiempo, permitiendo obtener los parámetros w , y para calcular el valor de la varianza del modelo.

Para ello se aplica la prueba conocida como el TestARCHLM:

ARCH Test:				
F-statistic	160.8598	Prob. F(2,718)	0.000000	
Obs*R-squared	223.0984	Prob. Chi-Square(2)	0.000000	
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000217	7.33E-05	2.954374	0.0032
RESID^2(-1)	0.137355	0.032267	4.256829	0.0000
RESID^2(-2)	0.502459	0.032267	15.57195	0.0000

Tabla 4. Test ARCH LM Residuos Suramericana.
Fuente: Elaboración Propia

La prueba plantea como hipótesis nula que no hay presencia de heteroscedasticidad, contraste en el que se utiliza el Test de White. Para evaluar este test se toma el valor de $(n * R^2)$, si es mayor que el valor obtenido en la tabla de distribución X^2 , se rechaza la hipótesis confirmando la existencia de Heteroscedasticidad.

En este sentido, el valor de $(n * R^2)$ corresponde a 223,0984 lo que supera el valor de la tabla de

distribución con 2 grados de libertad igual a 5,9914, comprobando que la serie sigue un proceso ARCH en donde la varianza del error cambia con el tiempo.

Estimación del Modelo ARCH - Acción Suramericana

Luego de la identificación, selección y estimación del modelo que se ajusta a las características de comportamiento heteroscedástico, se procede a aplicar el proceso ARCH y GARCH para obtener los parámetros necesarios que describen el comportamiento de la varianza en la serie desarrollada. Con la estimación de estos parámetros, se pretende obtener la volatilidad de la serie aplicando la metodología ARCH y GARCH.

AR(6)	-0.005922	0.031813	-0.186147	0.8523
MA(1)	0.180800	0.046388	3.897556	0.0001
Variance Equation				
C	4.71E-05	6.92E-06	6.799327	0.0000
RESID(-1)^2	0.247628	0.035976	6.883063	0.0000
GARCH(-1)	0.651294	0.043200	15.07641	0.0000

Tabla 5. Modelo ARCH y GARCH - Acción Suramericana.
Fuente: Elaboración propia

Calculo de las Volatilidades: Metodología ARCH y GARCH

A partir del modelo ARCH y GARCH se obtienen los parámetros para calcular la volatilidad ARCH-GARCH:

PRUEBA.CHI.INV <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> =CONSTANTE/(1-ARCH-GARCH)						
	A	B	C	D	E	F
1						
2		CONSTANTE	0,0000471			
3		ARCH	0,247628		Varianza Periodo	Desviación
4		GARCH	0,651294		=CONSTANTE/(1-AR	2,1586%
5		Persistencia	0,8989			
6						
7		Fecha	Suramericana	Rendimiento	Varianza Modelo	Volatilidad
729		17/12/2007	20.120	-1,8711%	2,1334723936E-04	1,4606%
730		18/12/2007	19.700	-2,1096%	2,7274246217E-04	1,6515%
736		27/12/2007	20.000	0,0000%	2,4298436363E-04	1,5588%
737		28/12/2007	19.960	-0,2002%	2,0535425812E-04	1,4330%
738					1,8183849285E-04	1,3485%

Tabla 6. Volatilidad ARCH y GARCH Acción Suramericana.
Fuente: Elaboración Propia

Cálculo de Volatilidades: Metodología Histórica - Acción Suramericana

Determinados los rendimientos de la serie bajo la variación continua, se halla la desviación de las tasas de variación respecto a su media; para ello se utiliza la siguiente fórmula:

Donde: σ = desviación estándar
 r_i = rendimientos
 n = número de observaciones

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_i)^2}{n}}$$

Bajo esta metodología se supone que la distribución de los rendimientos diarios es normal de media 0 y varianza σ^2 , y la condición de independencia de los rendimientos entre sí, simplifica el cálculo de su desviación.

F735						=RAIZ(SUMA(F5:F733)/B733)					
	A	B	C	D	E	F					
1											
2											
3	DATOS		FECHA	SURAMERICANA	Ri (LN)	Ri^2					
720	716		10/12/2007	20100	-0,002980628	8,88414E-06					
721	717		11/12/2007	20500	0,019705071	0,00038829					
733	729		28/12/2007	19960	-0,002002003	4,00801E-06					
734											
735	2,5327%										

7. Metodología Histórica - Acción Suramericana. Fuente: Elaboración Propia

Cálculo de Volatilidades: Metodología Dinámica - Acción Suramericana

La metodología dinámica como su nombre lo indica, permite capturar la volatilidad día a día de los rendimientos en el periodo analizado logrando

obtener buenos pronósticos; así mismo permite predecir el comportamiento futuro de los rendimientos dada la inestabilidad del mercado.

PRUEBA.CHI.INV										X ✓ ✗ =RAIZ(SUMA(G9:G737)*(1-\$D\$3))									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J									
2	Datos		729																
3	Lambda		0,998043																
4	RMSE		0,0027																
5																			
6																			
7	Datos	Precio	R(LI)	Ri^2	Lambda^(i-1)	(Lambda^(i-1))*(Ri^2)	Varianza	Varianza*lambda	(Ri^2-(var*lambda))^2										
726	12	20.240	- 0,01276	2E-04	0,978681222	0,000159447	0,000433	0,00043217	7,24951E-08										
727	11	20.320	0,00394	2E-05	0,980600365	1,52594E-05	0,000433	0,0004322	1,73588E-07										
736	2	20.000	-	0E+00	0,99804289	0	0,000436	0,000434806	1,89056E-07										
737	1	19.960	- 0,00200	4E-06	1	4,00801E-06	0,000436	0,000434814	1,85593E-07										
738										0,005410153									
739																			
740	SUMATORIA		0,222607																
741	VARIANZA		0,000436																
742	Desviación t		2,0873% =RAIZ(SUMA(G9:G																
743	Desviación t+1		2,0852%																

Tabla 8. Metodología Dinámica - Acción Suramericana Fuente: Elaboración Propia

Comparación de las Volatilidades - Acción Suramericana

Para hacer la comparación entre las tres metodologías se basó en el cálculo obtenido en el último día del periodo en estudio.

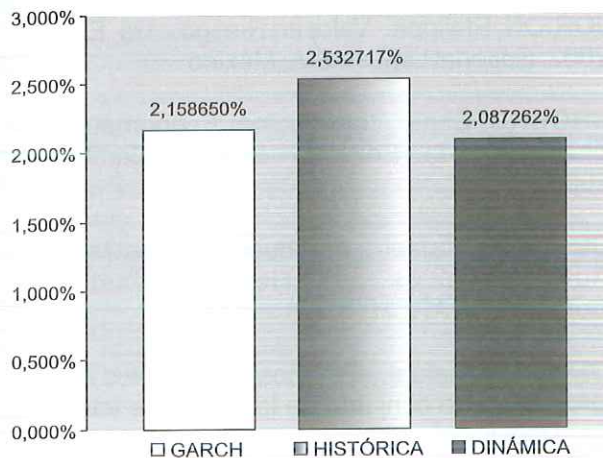


Gráfico 1. Metodologías GARCH, Histórica y Dinámica - Suramericana. Fuente: Elaboración Propia

La gráfica anterior señala el comportamiento de la volatilidad para los rendimientos de la serie de Suramericana, calculada bajo las tres metodologías ya mencionadas.

Dada la representación gráfica de la volatilidad se pueden apreciar las diferencias que se encuentran entre uno y otro método.

La metodología histórica es la que muestra mayor estimación de la volatilidad para los rendimientos de la acción dado que asigna iguales pesos para todos los datos, ahora la metodología dinámica ofrece un mejor acercamiento de la volatilidad estimada frente al comportamiento real de los rendimientos, pero la metodología GARCH ajusta eficientemente las estimaciones de los parámetros para el periodo.

Ahora se realiza el cuadro comparativo para observar el comportamiento de los rendimientos reales frente a las volatilidades calculadas bajo las dos metodologías: metodología Arch y Garch y la metodología Dinámica ya que para la metodología Histórica la volatilidad obtenida corresponde a la volatilidad diaria, pero del conjunto de datos analizados.

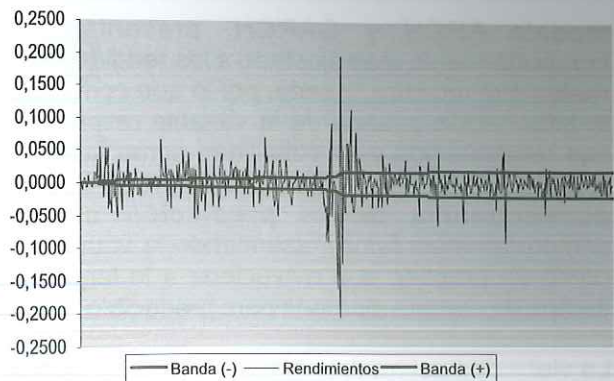


Gráfico 2. Volatilidad Dinámica vs. Rendimientos - Suramericana. Fuente: Elaboración Propia

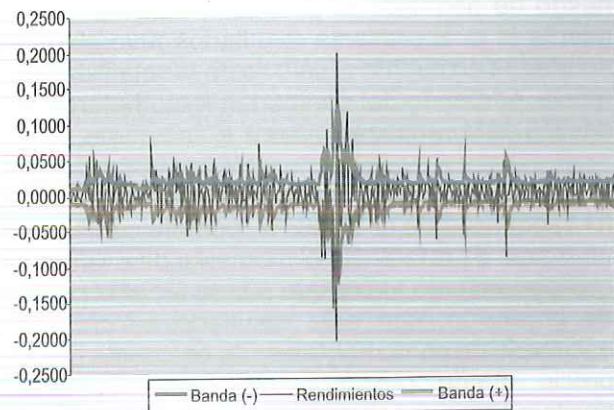


Gráfico 3. Volatilidad ARCH y GARCH vs. Rendimientos - Suramericana. Fuente: Elaboración Propia

Al comparar las dos metodologías se puede observar que el modelo ARCH y GARCH satisface el comportamiento de los rendimientos reales frente a la volatilidad pronosticada, permitiendo obtener unas bandas mucho más efectivas comparada con las registradas por la metodología dinámica que calcula la volatilidad teniendo en cuenta el comportamiento de la volatilidad del día anterior formando unas bandas de confianza mucho más estáticas y dejando por fuera los áperiodos de altas fluctuaciones.

Conclusiones

De acuerdo con los resultados, la metodología ARCH y GARCH estima mejor el comportamiento de la serie permitiendo obtener datos más confiables y seguros pese a las turbulencias que puedan presentarse diariamente. En este sentido, las volatilidades obtenidas a partir del

modelo ARCH y GARCH, presentan un comportamiento más ajustado a los rendimientos reales que muestra la serie, por lo que considera la información pasada de la variable respecto a sus rendimientos y su volatilidad como factores explicativos de su comportamiento presente y en consecuencia de la predicción de su comportamiento futuro, asumiendo la volatilidad como un proceso que evoluciona a lo largo del tiempo de manera aleatoria pero predecible.

La viabilidad del modelo ARCH y GARCH, radica de la relación existente entre la varianza y el riesgo permitiendo capturar rápidamente la dinámica del mercado. La incertidumbre acerca del comportamiento futuro de los factores de riesgo ha permitido el desarrollo de esta herramienta la cual presenta resultados favorables y acertados en cuanto al cálculo de la volatilidad se refiere partiendo del comportamiento heteroscedástico de la varianza.

El pronóstico logrado de la volatilidad para el día $(t+1)$ equivalente al 1,3485%, permite contar con un marco de referencia al momento de evaluar el comportamiento futuro que puede tener el precio de la acción; con este resultado se crea un escenario de confianza teniendo en cuenta que el precio puede presentar una variación tanto positiva como negativa, logrando de esta manera crear estrategias de cobertura frente a la toma de decisiones acordes con el resultado obtenido. De igual forma se logra de esta manera fijar límites de riesgo y obtener un mayor beneficio por el conocimiento del comportamiento anticipado del factor de riesgo en estudio.

Bibliografía

GUJARATI, Damodar N. *Econometría*. Cuarta Edición. México: Editorial Mc Graw Hill, 2003.

De LARA HARO, Alfonso. *Medición y Control de Riesgos Financieros*. Segunda Edición. México: Editorial Limusa, 2002.

VILARIÑO SANZ, Ángel. *Turbulencias Financieras y riesgos de mercado*. Primera Edición. Madrid: Editorial Prentice Hall, 2001.

KNOP Roberto- ORDOVÁS Ronald. *Medición de riesgos de Mercado y Crédito*. Editorial Ariel S.A. Barcelona 2004.

GÓMEZ Cáceres, Diego. *Riesgos Financieros y Operaciones Internacionales*. Editorial Esic. Madrid. 2002.

MADURA, Jeff. *Mercados e instituciones Financieras Edición 5ª*. 2001. Editorial Thomson. México.

JORION, Philippe. *Valor en Riesgo*. 1ra. Edición. 2002. Editorial Limusa S.A. México.

BROOKS, Chris. *Introductory Econometrics for Finance*. 2da. Edición. Editorial Cambridge. 2008.

DE ARCE, Rafael. *Introducción a los Modelos Autorregresivos con Heteroscedasticidad Condicional (ARCH)*. 1998.

DE ARCE, Rafael. *20 años de modelos ARCH: Una visión de conjunto de las distintas variantes de la familia*. Madrid.

JOHNSON, Cristian. *Métodos de evaluación del riesgo de portafolios de inversión*. Banco Central de Chile. 2000.

ESCRIBANO SOTOS, Francisco. *La gestión del riesgo de interés en carteras de renta fija arriesgada. Aplicación de la Volatilidad Condicional*. España.

MAHÍA, Ramón. *Revisión de los procedimientos de análisis de la Estacionariedad de las series Temporales*. Febrero 1999.

CAMPA, Nancy, GARCIA Héctor. *Pronóstico de la volatilidad en México*. Junio de 2002.

ARMANDO AGUIRRE, Jaime. *Introducción al tratamiento de las series temporales*. Web site: <http://books.google.com.co>.