СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ І ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

SYSTEM ANALYSIS AND DECISION-MAKING THEORY

DOI: 10.20998/2079-0023.2023.02.01
УДК 519.24

О. А. ПАВЛОВ, доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна, професор кафедри інформатики та програмної інженерії; e-mail: pavlov.fiot@gmail.com; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6524-6410
М. Є. КИСЕЛЬОВ, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна, бакалавр кафедри інформатики та програмної інженерії; e-mail: zeusmobilenick@gmail.com; ORCID: https://orcid.org/0009-0005-3686-3419

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ УЗГОДЖЕНОГО ПЛАНУВАННЯ

Сучасні процеси глобалізації, економічної конкуренції потребують суттєвого підвищення вимог до професійного рівня менеджерів вищої ланки, що керують діяльністю міжнародних корпорацій, регіональних економік, галузевих міністерств тощо. Їх ефективна діяльність неможлива без використання основних наукових доробок та відповідного програмного забезпечення, що реалізують основний якісний закон управління складними організаційно-виробничими системами – закон узгодженого управління (планування), коли управлінські рішення на верхньому рівні враховують інтереси, що можуть не збігатися, або бути навіть антагоністичними у організаційно-виробничих підсистемах, зв'язаних певною структурою взаємних відносин в межах єдиної організаційно-виробничої складної системи. В даній роботі розглядається дворівнева організаційно-виробнича система, яка в термінах загально відомої теорії активних систем задається як "центр прийняття рішень → елементи (організаційно-виробничої підсистеми)". Формальні моделі елементів розглядаються двох класів – лінійні неперервні та дискретні – агреговані моделі виробництва, що належать до одного класу NP-складних одноетапних задач календарного планування. Для обох типів моделей елементів приводяться компромісні критерії і відповідні їм методи побудови компромісних рішень, що основані на результатах проф. Павлова О. А. для багатоцільового лінійного програмування, як наслідок його теоретичних досліджень для задач дискретної оптимізації в умовах невизначеності, та створеної їм та його учнями теорії ПДС-алгоритмів, тобто алгоритмів, що містять поліноміальні підалгоритми побудови допустимих розв'язків, що задовольняють теоретично обгрунтованим достатнім ознакам оптимальності. В цій роботі використовується ПДС-алгоритм для NP-складної задачі теорії розкладів – "Мінімізація зваженого сумарного моменту завершення виконання робіт на одному пристрої з обмеженням на послідовність виконання робіт, заданим орієнтованим ациклічним графом".

Ключові слова: узгоджене управління, активна система, багатоцільове лінійне програмування, теорія ПДС-алгоритмів, комбінаторна оптимізація, компромісний критерій.

Вступ. Проблема ефективного управління складними організаційно-виробничими системами, тобто системами з багаторівневою структурою, в яких об'єктом управління є люди, завжди існувала, існує і буде існувати [1, 2]. Зусилля вчених, що працюють в різних напрямках (філософії, соціології, економіки, прикладної математики) привели до загальноприйнятного висновку, що необхідною умовою ефективного функціювання таких систем є реалізація в якості основного закону планування роботи таких систем закону узгодженого планування, а необхідним допоміжним законом повинен бути закон контролю та штрафування (покарання) [3, 4].

Необхідною умовою реалізації закону узгодженого планування є парадигма, що інтереси організаційно-виробничих підсистем можуть не узгоджуватись між собою і системою в цілому та протидіяти в певних межах ефективному функціюванню складної організаційно-виробничої системи. Закон узгодженого планування на якісному рівні та в рамках строгої формалізації повинен розв'язати дві задачі [3–6]:

1. Структурними змінами, підбором ефективного менеджменту вищого рівня максимально можливо узгодити інтереси різних організаційно-виробничих підсистем, що складають ефективну складну організаційно-виробничу систему.
2. На строго формалізованому рівні реалізувати такий закон планування роботи кожної підсистеми, який би відповідав компромісу між ефективністю функціювання системи в цілому і локальними егоїстичними інтересами її підсистем.

Широко визнаною конструктивною математичною теорією, що дозволяє формалізувати розв'язок другої задачі є теорія активних систем проф. Буркова В. М, його учнів та послідовників [3–9].

Основною концепцією теорії активних систем є реалізація в якості основного закону узгодженого планування закону оптимального планування з прогнозом $\Sigma^{\text{ОПП}}$, який вводить такі штрафи для підсистем за невиконання планів, призначених центром, які дозволяють підсистемам в певних межах не виконувати план, реалізуючи свої власні інтереси. Основним конструктивним математичним результатом теорії активних систем є строге обґрунтування умов, що накладаються на функції штрафів елементів, при виконанні яких ефективність законів $\Sigma^{\text{ОПП}}$ та $\Sigma^{\text{ОЦУ}}$ (цілком узгодженого планування) є однаковими.

Закон планування $\Sigma^{\text{ОЦУ}}$ – це закон планування, в якому при заданих центром функціях штрафів елементам за невиконання планів центр вибирає плани, які вигідно виконувати елементам відповідно до інтегрального критерія – значення безумовного критерія ефективності функціювання елемента мінус штраф за невиконання плану. Значення цих результатів полягає в тому, що існують логічні з точки зору практичного використання класи функцій штрафів, що задовольняють цим теоретичним умовам.

Основна складність практичного використання математичної теорії активних систем полягає в необхідності розв'язання задачі, яку в спрощеному вигляді в термінах теорії активних систем можна сформулювати наступним чином.

$$\max_{\pi} \Phi(\pi),$$

$$\forall \pi_i \in Y_i,\ i = \overline{1,k}, \tag{1}$$

що задовольняють умовам

$$h_i(\pi_i) \ge \max_{y_i \in Y_i,} \{ h_i(y_i) - \chi_i(\pi_i, y_i) \}, \tag{2}$$

де $\pi = \pi_1 \oplus \cdots \oplus \pi_k$;

k – загальна кількість елементів складної організаційно-виробничої системи;

π_i – вектор плану, що повинен реалізувати i-й елемент;

$y_i \in Y_i$ – вектор, що може реалізувати i-й елемент замість плану π_i;

$\chi_i(\pi_i, y_i) \ge 0$ – штраф для i-го елемента за невиконання плану π_i;

$\Phi(\pi)$ – функціонал, що задає ефективність функціювання складної організаційно-виробничої системи.

Таким чином, компроміс між ефективністю функціювання складної організаційно-виробничої системи та інтересами її елементів досягається на основі заданих аналітичних виразів функцій штрафів $\chi_i(\pi_i, y_i)$, що може викликати певні незручності, не кажучи про нетривіальність розв'язання задачі (1)–(2), яка лише в деяких випадках зводиться до стандартної задачі математичного програмування.

В даній роботі пропонується математичний апарат, що реалізує методологічну парадигму теорії активних систем, що дозволяє в явному вигляді враховувати інтереси елементів, знаходячи конструктивний компроміс між інтересами організаційно-виробничої системи та її елементів. Механізм покарання за невиконання планів, що є допоміжним в теорії узгодженого планування, в формальному аспекті реалізується за допомогою зміни значень додатних коефіцієнтів, від яких в явному вигляді залежить кількісна характеристика ступені врахування інтересів елементів організаційно-виробничої системи. На якісному рівні реакція центру на невиконання планів може реалізовуватись через заміну менеджерів – управлінців вищого рівня. Найбільш важлива і складна проблема – знаходження таких організаційних заходів, які б максимально узгоджували інтереси елементів і системи в цілому, – в даній роботі не розглядається.

1. Постановка задачі дворівневої організаційно-виробничої системи з повною інформованістю центра. На якісному рівні постановка задачі формально є частковим випадком постановки задачі теорії активних систем. Частковий випадок полягає в тому, що у дворівневу модель штрафи за невиконання планів елементами не вводяться. Тобто, центр має всі формальні оптимізаційні моделі з відповідними обмеженнями елементів, формалізований скалярний критерій ефективності організаційно-виробничої системи в цілому і повинен запропонувати елементам плани до виконання, які б реалізовували сформульований в явному вигляді компроміс інтересів – одне з множини запропонованих авторами таких компромісних рішень.

2. Лінійна модель дворівневої організаційно-виробничої системи з повною інформованістю центра. *2.1. Перша лінійна модель організаційно-виробничої системи.* Модель l-го, $l = \overline{1,m}$, елемента організаційно-виробничої системи:

$$\min c_l^{\mathrm{T}} y_l, \tag{3}$$

$$A^l y_l \le b_l,\ 0 \le b_{lj}^1 \le y_{lj} \le b_{lj}^2,\ j = \overline{1,n_l},$$

$$y_l = (y_{l1}, \dots, y_{ln_l})^{\mathrm{T}},\ l = \overline{1,m}, \tag{4}$$

де y_{lj} – компонента вектору плану y_l, який центр задає l-му елементу;

c_l – вектор коефіцієнтів лінійного функціоналу (3), що формалізує відношення l-го елемента до плану y_l, заданого центром;

$b_l \ge \bar{0}$ – ресурсні обмеження.

Матриця A^l задається технологією виробництва. Якщо компоненти вектору $b_{lj}^1 > 0$, то вони можуть трактуватись, як технологічне обмеження (на даному виробничому циклі виробництво одиниці продукту не може бути менше b_{lj}^1 чи обмеження, що випливає з умови входження l-го елемента в організаційно-виробничу систему. Таким чином, вектор плану y_l, що повністю відповідає інтересам l-го елемента, є оптимальним розв'язком задачі лінійного програмування (ЛП) (3)–(4), в якій змінними є компоненти плану y_l.

Примітка 1. В задачах ЛП

$$\max_x c^{\mathrm{T}} x,\ Ax \le b = \min_x (-c)^{\mathrm{T}} x,\ Ax \le b.$$

Критерій якості функціювання організаційно-виробничої системи на даному виробничому циклі задається як

$$\min_{\forall y_l} \sum_{l=1}^{m} d_l^{\mathrm{T}} y_l \,, \tag{5}$$

де фіксовані значення компонент вектору $d_l, l = \overline{1, m}$, задаються центром.

Таким чином, перша лінійна модель організаційно-виробничої системи при знаходженні центром компромісного рішення (знаходження планів y_l, що враховують інтереси всіх елементів) декомпозується на m окремих підзадач.

2.2. Друга лінійна модель організаційно-виробничої системи. Лінійна модель l-го елемента, $l = \overline{1, m}$, має вигляд:

$$\min c_l^{\mathrm{T}} y_l^* \,, \tag{6}$$

$$A^l \left(y_l + y_l^* \right) \le b_l \,, 0 \le b_{lj}^1 \le y_{lj} \; y_{lj}^* \ge 0, \, y_{lj} + y_{lj}^* \le b_{lj}^2 \,,$$

$$j = \overline{1, n_l} \,, l = \overline{1, m} \,, \tag{7}$$

Компоненти матриці A^l, вектори b_l, b_l^1 мають те саме трактування, як і в першій лінійній моделі l-го елемента. Компоненти вектору y_l^* є приватною власністю l-го елемента, і саме значення його компонент однозначно задають значення критерія (6), що виражає інтерес l-го елемента в виконанні плану y_l, заданого центром. Критерій якості організаційно-виробничої системи задається виразом (5).

Як і перша лінійна модель, друга при знаходженні центром планів $y_l, l = \overline{1, m}$, що враховують інтереси елементів, декомпозується на m окремих підзадач.

2.3. Третя лінійна модель організаційно-виробничої системи є узагальненням першої та другої лінійної моделі та полягає в тому, що модель l-го елемента, $l = \overline{1, m}$, може бути першою чи другою лінійною моделлю. Третя лінійна модель організаційно-виробничої системи при знаходженні центром компромісного рішення також декомпозується на m окремих підзадач.

3. Комбінаторна модель організаційно-виробничої системи. Виробнича модель k-го елемента, $k = \overline{1, m}$, агрегується в один пристрій. Множина можливих планів виробництва інтерпретується як множина всіх допустимих розкладів робіт $\sigma_k \in \{i_1, \ldots, i_{n_k}\}$, $j = \overline{1, n_k}, k = \overline{1, m}$, де i_j – номер роботи, що займає в розкладі σ_k j-ту позицію, l_{kj} – час виконання j-ї роботи на пристрої. При цьому j-та робота інтерпретується як j-та серія однотипних виробів, а l_{kj} однозначно задає величину j-ї серії. Кожна j-та серія розбивається на дві множини. Перша множина виробів належить системі в цілому, друга – k-му елементу. Тобто, $l_{kj} = l_{kj}^1 + l_{kj}^2$, $l_{kj}^1 = \alpha \, l_{kj}$, $l_{kj}^2 = (1 - \alpha) l_{kj}$, $0 \le \alpha \le 1$. Пропорцію α задає центр, α враховує інтерес k-го елемента. Роботи виконуються на пристрої без переривань. На порядок виконання робіт в довільному розкладі σ_k накладається технологічне обмеження, що задається орієнтованим ациклічним графом. Нехай $t = 0$ – умовний момент початку роботи пристрою. Тоді, відповідно до [10], задаємо

$$T_k > \sum_{j=1}^{n_k} l_{kj} \,.$$

Безумовний критерій ефективності роботи k-го виробництва має вигляд

$$\max_{\sigma_k} \sum_{j=1}^{n_k} \omega_{kj}^{\text{ел}} \left(T_k \right) \left(T_k - C_{kj} \left(\sigma_k \right) \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \min_{\sigma_k} \sum_{j=1}^{n_k} \omega_{kj}^{\text{ел}} \left(T_k \right) C_{kj} \left(\sigma_k \right) , \tag{8}$$

де $\omega_{kj}^{\text{ел}} \left(T_k \right) > 0$ – вагові коефіцієнти;

$C_{kj}(\sigma_k)$ – момент завершення виконання k-м пристроєм j-ї роботи.

Значення вагових коефіцієнтів $\omega_{kj}^{\text{ел}} \left(T_k \right)$ задаються експертами k-го елемента. Сформульована модель k-го елемента є NP-складною задачею комбінаторної оптимізації. Її ефективний розв'язок (ПДС-алгоритм) наведений в [10]. Критерій організаційно-виробничої системи в цілому має вигляд

$$\sum_{k=1}^{m} \max_{\sigma_k} \sum_{j=1}^{n_k} \omega_{kj}^{\text{ц}} \left(T_k \right) \left(T_k - C_{kj} \left(\sigma_k \right) \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^{m} \min_{\sigma_k} \sum_{j=1}^{n_k} \omega_{kj}^{\text{ц}} \left(T_k \right) C_{kj} \left(\sigma_k \right) , \tag{9}$$

де $\omega_{kj}^{\text{ц}} \left(T_k \right) > 0$ – вагові коефіцієнти, що задаються центром.

Задача знаходження компромісного рішення для наведеної моделі очевидним чином декомпозується на m незалежних підзадач.

4. Загальна декомпозиційна дворівнева модель організаційно-виробничої системи. Узагальнення декомпозиційної моделі полягає в тому, що модель кожного елемента системи може бути однією з трьох розглянутих вище моделей елемента – першою, другою, п'ятою. Критерій ефективності центра – це сума відповідних критеріїв, кожен з яких задається вибраною моделлю кожного елемента. Всі наведені нижче результати є наслідком наукових положень, викладених в [10–12].

5. Компромісні критерії та відповідні ним алгоритми узгодженого планування для дворівневої декомпозиційної моделі організаційно-виробничої системи. *5.1. Перша лінійна модель елемента. Компромісні критерії узгодженого планування та відповідні ним задачі ЛП. Перший компромісний критерій.* Центр задає l-му елементу план y_l^1, що задовольняє наступній умові:

$$y_l^1 = \arg\min_{y_l} d_l^{\mathrm{T}} y_l,\ A^l y_l \le b_l\ , \tag{10}$$

$$0 \le b_{lj}^1 \le y_{lj} \le b_{lj}^2,\ j = \overline{1, n_l}\ ,$$

$$y_l = \left(y_{l1}, \ldots, y_{ln_l}\right)^{\mathrm{T}},\ y_l^1 = \arg\min_{y_l \in \left\{y_l^1\right\}} c_l^{\mathrm{T}} y_l\ , \tag{11}$$

де $\left\{y_l^1\right\}$ – множина всіх оптимальних розв'язків задачі ЛП (10). Нехай

$$f_{\mathrm{opt}l}^{ц} = \min_{y_l} d_l^{\mathrm{T}} y_l,\ A^l y_l \le b_l\ ,$$

$$0 \le b_{lj}^1 \le y_{lj} \le b_{lj}^2,\ j = \overline{1, n_l}\ . \tag{12}$$

Тоді y_l^1 є розв'язком довільної з двох наступних задач ЛП.

Перша задача ЛП:

$$y_l^1 = \arg\min_{y_l} c_l^{\mathrm{T}} y_l,\ A^l y_l \le b_l,\ 0 \le b_{lj}^1 \le y_{lj} \le b_{lj}^2\ ,$$

$$d_l^{\mathrm{T}} y_l = f_{\mathrm{opt}l}^{ц},\ j = \overline{1, n_l},\ l = \overline{1, m}\ . \tag{13}$$

Друга задача ЛП:

$$y_l^1 = \arg\min_{y_l} \left\{a\left(d_l^{\mathrm{T}} y_l\right) + c_l^{\mathrm{T}} y_l\right\},\ A^l y_l \le b_l\ ,$$

$$0 \le b_{lj}^1 \le y_{lj} \le b_{lj}^2,\ j = \overline{1, n_l}\ . \tag{14}$$

Примітка 2. В [11] показано, що таке велике, але обмежене число $a > 0$ завжди існує.

Примітка 3. Перша задача ЛП містить додаткове обмеження $d_l^{\mathrm{T}} y_l = f_{\mathrm{opt}l}^{ц}$, в другій задачі ЛП число a треба вибирати надлишково великим.

Другий компромісний критерій і відповідна йому задача ЛП. Центр задає l-му елементу, $l = \overline{1, m}$, план y_l^2, що задовольняє умові:

$$y_l^2 = \arg\min_{y_l} d_l^{\mathrm{T}} y_l,\ A^l y_l \le b_l,\ 0 \le b_{lj}^1 \le y_{lj} \le b_{lj}^2\ ,$$

$$j = \overline{1, n_l},\ c_l^{\mathrm{T}} y_l - f_{\mathrm{opt}l}^{ел} \le \Delta_l > 0\ , \tag{15}$$

де

$$f_{\mathrm{opt}l}^{ел} = \min_{y_l} c_l^{\mathrm{T}} y_l,\ A^l y_l \le b_l\ ,$$

$$0 \le b_{lj}^1 \le y_{lj} \le b_{lj}^2,\ j = \overline{1, n_l}\ .$$

Експертне обмеження Δ_l, $l = \overline{1, m}$, є кількісною мірою врахування центром інтересів l-го елемента, а саме,

$$c_l^{\mathrm{T}} y_l - f_{\mathrm{opt}l}^{ел} \le \Delta_l\ . \tag{16}$$

Третій компромісний критерій, що реалізується ітераційною процедурою:

$$y_l^3 = \arg\min_{y_l} \left\{d_l^{\mathrm{T}} y_l\, f_{\mathrm{opt}l}^{ц} + \omega\left(c_l^{\mathrm{T}} y_l - f_{\mathrm{opt}l}^{ел}\right)\right\},$$

$$A^l y_l \le b_l,\ 0 \le b_{lj}^1 \le y_{lj} \le b_{lj}^2,\ j = \overline{1, n_l},\ l = \overline{1, m}\ , \tag{17}$$

де $\omega > 0$ – ваговий коефіцієнт, що враховує інтереси l-го елемента.

В силу [11] y_l^3 є розв'язком задачі ЛП

$$y_l^3 = \arg\min_{y_l} \left\{\left(d_l^{\mathrm{T}} + \omega c_l^{\mathrm{T}}\right) y_l\right\},$$

$$A^l y_l \le b_l,\ 0 \le b_{lj}^1 \le y_{lj} \le b_{lj}^2,\ j = \overline{1, n_l}\ .$$

Якщо $d_l^{\mathrm{T}} y_l^3 \ne f_{\mathrm{opt}l}^{ц},\ c_l^{\mathrm{T}} y_l^3 \ne f_{\mathrm{opt}l}^{ел}$, то для $\Delta\omega > 0$ виконується

$$d_l^{\mathrm{T}} y_l^{3,\omega} < d_l^{\mathrm{T}} y_l^{3,\omega+\Delta\omega},\ c_l^{\mathrm{T}} y_l^{3,\omega} > c_l^{\mathrm{T}} y_l^{3,\omega+\Delta\omega}\ , \tag{18}$$

для $\Delta\omega < 0$:

$$d_l^{\mathrm{T}} y_l^{3,\omega} > d_l^{\mathrm{T}} y_l^{3,\omega+\Delta\omega},\ c_l^{\mathrm{T}} y_l^{3,\omega} < c_l^{\mathrm{T}} y_l^{3,\omega+\Delta\omega}\ . \tag{19}$$

Для третього компромісного критерія умови (18)–(19) дозволяють реалізувати ітераційну процедуру для знаходження остаточного компромісного рішення.

5.2. Друга лінійна модель елемента. Для другої лінійної моделі центр може реалізовувати довільний з трьох компромісних критеріїв, розглянутих в п. 4.1 з наступними змінами:

1. Обмеження (4) всюди замінюються на обмеження (7).
2. Всюди $c_k^{\mathrm{T}} y_k$ замінюються на $c_k^{\mathrm{T}} y_k^*$ та

$$f_{\mathrm{opt}k}^{ел} = \min_{y_k} c_k^{\mathrm{T}} y_k^*,\ A^k\left(y_k + y_k^*\right) \le b_k\ ,$$

$$0 \le b_{k_j}^1 \le y_{k_j} \le b_{k_j}^2,\ y_{k_j} + y_{k_j}^* \le b_{k_j}^2,\ y_{k_j}^* \ge 0,\ j = \overline{1, n_k}\ .$$

5.3. Компромісний критерій для комбінаторної моделі елемента організаційно-виробничої системи. Модель п. 3 є дискретною NP-складною задачею комбінаторної оптимізації, і додавання к її обмеженням на послідовність виконання робіт у вигляді орієнтованого ациклічного графа будь-якого іншого обмеження перетворює її розв'язання в повний перебір всіх можливих розкладів. Таким чином, компромісні критерії та алгоритми знаходження компромісного рішення повинні враховувати це обмеження.

Перший компромісний критерій для l-го елемента задається наступними вимогами.

$$\sigma_l^1 = \arg\min_{\sigma_l} \sum_{j=1}^{n_l} \omega_{lj}^{ц}\left(T_l\right) C_{lj}\left(\sigma_l\right), \tag{20}$$

$$\sigma_l^1 = \arg\min_{\sigma_l \in \left\{\sigma_l^1\right\}} \sum_{j=1}^{n_l} \omega_{lj}^{ел}\left(T_l\right) C_{lj}\left(\sigma_l\right), \tag{21}$$

де $\left\{\sigma_l^1\right\}$ – множина розв'язків задачі (20).

Алгоритм знаходження σ_l^1 полягає в наступному. Знаходиться

$$f_{\mathrm{opt}l}^{ц} = \min_{\sigma_l} \sum_{j=1}^{n_l} \omega_{lj}^{ц}\left(T_l\right) C_{lj}\left(\sigma_l\right) \tag{22}$$

ПДС-алгоритмом [10]. Далі тим же ПДС-алгоритмом розв'язується задача з функціоналом

$$\min_{\sigma_l} \sum_{j=1}^{n_e} \left(a \cdot \omega_{lj}^{\text{ц}}\left(T_l\right) + \omega_{lj}^{\text{ел}}\left(T_l\right) \right) C_{lj}\left(\sigma_l\right), \qquad (23)$$

де $a > 0$ – достатньо велике число таке, що оптимальний розв'язок задачі (24) є одночасно оптимальним розв'язком задачі (23). В силу [12] таке обмежене число $a > 0$ завжди існує.

Другий компромісний критерій. На першому кроці знаходяться

$$f_{\text{opt}l}^{\text{ц}} = \min_{\sigma_l} \sum_{j=1}^{n_l} \omega_{lj}^{\text{ц}}\left(T_l\right) C_{lj}\left(\sigma_l\right),$$

$$f_{\text{opt}l}^{\text{ел}} = \min_{\sigma_l} \sum_{j=1}^{n_l} \omega_{lj}^{\text{ел}}\left(T_l\right) C_{lj}\left(\sigma_l\right). \qquad (24)$$

Другий компромісний критерій має вигляд

$$\sigma_l^2 = \arg\min_{\sigma_l} \left\{ a_1 \left[\sum_{j=1}^{n_l} \omega_{lj}^{\text{ц}}\left(T_l\right) C_{lj}\left(\sigma_l\right) - f_{\text{opt}l}^{\text{ц}} \right] + \right.$$

$$\left. + a_2 \left[\sum_{j=1}^{n_l} \omega_{lj}^{\text{ел}}\left(T_l\right) C_{lj}\left(\sigma_l\right) - f_{\text{opt}l}^{\text{ел}} \right] \right\}, \qquad (25)$$

де $a_1 \ge 0, a_2 > 0$ – змінні коефіцієнти.

Відповідна задача комбінаторної оптимізації має вигляд

$$\min_{\sigma_l} \sum_{j=1}^{n_l} \left[a_1 \omega_{lj}^{\text{ц}}\left(T_l\right) + a_2 \omega_{lj}^{\text{ел}}\left(T_l\right) \right] C_{lj}\left(\sigma_l\right).$$

Рекурентна процедура полягає в тому, що фіксуючи значення $a_1 \vee a_2$ і змінюючи значення відповідного коефіцієнта, відповідно до [12] можна управляти зміною значень різниць

$$\sum_{j=1}^{n_l} \omega_{lj}^{\text{ц}}\left(T_l\right) C_{lj}\left(\sigma_l^2\right) - f_{\text{opt}l}^{\text{ц}} \qquad (26)$$

чи

$$\sum_{j=1}^{n_l} \omega_{lj}^{\text{ел}}\left(T_l\right) C_{lj}\left(\sigma_l^2\right) - f_{\text{opt}l}^{\text{ел}}, \qquad (27)$$

відповідно.

5.4. Компромісне рішення для дворівневої зв'язної моделі (перша лінійна модель елемента). В цій дворівневій моделі компоненти невід'ємних векторів b_l є змінними, на які накладається обмеження $\sum_{l=1}^{m} b_l \le b$. Пропонується наступне компромісне рішення:

$$y^1 = \left(y_1, \ldots, y_l\right)^{\text{T}} = \arg\max_{y_l, b_l, l=\overline{1,m}} \sum_{l=1}^{m} \left(-d_l\right)^{\text{T}} y_l,$$

$$A^l y_l \le b_l, \sum_{l=1}^{m} b_l \le b, 0 \le b_{lj}^1 \le y_{lj} \le b_{lj}^2,$$

$$j = \overline{1, n_l}, \left(-c_l\right)^{\text{T}} y_l \ge f_l, l = \overline{1, m}, \qquad (28)$$

де значення $f_l, l = \overline{1, m}$, задається центром.

Примітка 4. Це компромісне рішення очевидно узагальнюється на другу лінійну модель l-го елемента, $l = \overline{1, m}$.

Примітка 5. Запропонований критерій може бути узагальнений [11] на випадок, коли в допустимому розв'язку дозволяється порушувати обмеження

$$\left(-c_l\right)^{\text{T}} y_l \ge f_l, l = \overline{1, m}. \qquad (29)$$

Висновки. 1. Розглянута в якісному та формальному аспектах проблематика реалізації узгодженого планування та його часткового випадку – формальних методів теорії активних систем.

2. Введені оригінальні формальні моделі дворівневої організаційно-виробничої системи.

3. Для кожного типу моделі запропоновані нові компромісні критерії, що реалізують парадигму узгодженого планування та конструктивні алгоритми їх реалізації.

4. Відмінність запропонованого рішення від існуючих полягає в тому, що воно дозволяє в явному вигляді враховувати при плануванні роботи елементам, що складають дворівневу організаційно-виробничу систему, їх власні інтереси.

Список використаної літератури

1. Hu Y., Guan Y., Han J., Wen J. Joint optimization of production planning and capacity adjustment for assembly system. *Procedia CIRP*. 2017. Vol. 62. P. 193–198. DOI: 10.1016/j.procir.2016.06.029
2. Dhungana D., Haselböck A., Meixner S., Schall D., Schmid J., Trabesinger S., Wallner S. Multi-factory production planning using edge computing and IIoT platforms. *Journal of Systems and Software*. 2021. Vol. 182, No. 111083. DOI: 10.1016/j.jss.2021.111083
3. Burkov V. N., Tsyganov V. V. Stochastic mechanisms of the active systems functioning. *IFAC Proceedings Volumes*. 1986. Vol. 19, Iss. 5. P. 323–327. DOI: 10.1016/s1474-6670(17)59817-1
4. Burkov V. N. Active systems theory and organizational mechanisms design. *IFAC Proceedings Volumes*. 1989. Vol. 22, Iss. 10. P. 17–22. DOI: 10.1016/s1474-6670(17)53140-7
5. Avdeev V. P., Burkov V. N., Enaleev A. K., Kiseliova T. V. Adaptive identification in multichannel active systems. *IFAC Proceedings Volumes*. 1989. Vol. 22, Iss. 16. P. 337–339. DOI: 10.1016/s1474-6670(17)53035-9
6. Burkov V. N., Enaleev A. K. Stimulation and decision-making in the active system theory: Review of problems and new results. *Mathematical Social Sciences*. 1994. Vol. 27, Iss. 3. P. 271–291. DOI: 10.1016/0165-4896(93)00739-h
7. Arslanov M. Z. Multiobjective optimisation and binary relations in active system theory. *IFAC Proceedings Volumes*. 1999. Vol. 32, Iss. 2. P. 6282–6285. DOI: 10.1016/s1474-6670(17)57072-x
8. Arslanov M. Z. Scalarization of the problem of constructing a set of Slater-optimal solutions. *Автоматика и телемеханика*. 1997. Вып. 8. С. 138–144.
9. Sagyngaliev K. S., Pachin S. T., Sanbayev Kh. Kh. Optimization of coordinated control of active systems. *Proceedings of the IEEE International Workshop on Intelligent Motion Control*. 1990. Vol. 2, No. 687436. P. 867–869. DOI: 10.1109/IMC.1990.687436
10. Zgurovsky M. Z., Pavlov A. A. Algorithms and software of the four-level model of planning and decision making. *Studies in Systems, Decision and Control*. 2019. Vol. 173. P. 407–518. DOI: 10.1007/978-3-319-98977-8_9
11. Pavlov A. A. Models and algorithms of multipurpose linear programming. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2020. Vol. 52, Iss. 11. P. 48–59. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v52.i11.40

12. Pavlov A. A. Optimization for one class of combinatorial problems under uncertainty. *Адаптивні системи автоматичного управління: міжвідомчий наук.-техн. Збірник*. 2019. Том 1, № 34. С. 81–89. DOI: 10.20535/1560-8956.1.2019.178233

References (transliterated)

1. Hu Y., Guan Y., Han J., Wen J. Joint optimization of production planning and capacity adjustment for assembly system. *Procedia CIRP*. 2017, vol. 62, pp. 193–198. DOI: 10.1016/j.procir.2016.06.029
2. Dhungana D., Haselböck A., Meixner S., Schall D., Schmid J., Trabesinger S., Wallner S. Multi-factory production planning using edge computing and IIoT platforms. *Journal of Systems and Software*. 2021, vol. 182, no. 111083. DOI: 10.1016/j.jss.2021.111083
3. Burkov V. N., Tsyganov V. V. Stochastic mechanisms of the active systems functioning. *IFAC Proceedings Volumes*. 1986, vol. 19, iss. 5, pp. 323–327. DOI: 10.1016/s1474-6670(17)59817-1
4. Burkov V. N. Active systems theory and organizational mechanisms design. *IFAC Proceedings Volumes*. 1989, vol. 22, iss. 10, pp. 17–22. DOI: 10.1016/s1474-6670(17)53140-7
5. Avdeev V. P., Burkov V. N., Enaleev A. K., Kiseliova T. V. Adaptive identification in multichannel active systems. *IFAC Proceedings Volumes*. 1989, vol. 22, iss. 16, pp. 337–339. DOI: 10.1016/s1474-6670(17)53035-9
6. Burkov V. N., Enaleev A. K. Stimulation and decision-making in the active system theory: Review of problems and new results. *Mathematical Social Sciences*. 1994, vol. 27, iss. 3, pp. 271–291. DOI: 10.1016/0165-4896(93)00739-h
7. Arslanov M. Z. Multiobjective Optimisation and binary relations in active system theory. *IFAC Proceedings Volumes*. 1999, vol. 32, iss. 2, pp. 6282–6285. DOI: 10.1016/s1474-6670(17)57072-x
8. Arslanov M. Z. Scalarization of the problem of constructing a set of Slater-optimal solutions. *Avtomatika i Telemekhanika*. 1997, iss. 8, pp. 138–144.
9. Sagyngaliev K. S., Pachin S. T., Sanbayev Kh. Kh. Optimization of coordinated control of active systems. *Proceedings of the IEEE International Workshop on Intelligent Motion Control*. 1990, vol. 2, no. 687436, pp. 867–869. DOI: 10.1109/IMC.1990.687436
10. Zgurovsky M. Z., Pavlov A. A. Algorithms and software of the four-level model of planning and decision making. *Studies in Systems, Decision and Control*. 2019, vol. 173, pp. 407–518. DOI: 10.1007/978-3-319-98977-8_9
11. Pavlov A. A. Models and algorithms of multipurpose linear programming. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2020, vol. 52, iss. 11, pp. 48–59. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v52.i11.40
12. Pavlov A. A. Optimization for one class of combinatorial problems under uncertainty. *Adaptyvni systemy avtomatychnoho upravlinnya: mizhvidomchyy nauk.-tekhn. zbirnyk*, 2019. Том 1, № 34, С. 81–89. DOI: 10.20535/1560-8956.1.2019.178233

Надійшла (received) 05.11.2023

UDC 519.24

A. A. PAVLOV, Doctor of Technical Sciences, Full Professor, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Kyiv, Ukraine, Professor of Informatics and Software Engineering Department; e-mail: pavlov.fiot@gmail.com; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6524-6410

M. Y. KYSELOV, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Bachelor of Informatics and Software Engineering Department, Kyiv, Ukraine, e-mail: zeusmobilenick@gmail.com, ORCID: https://orcid.org/0009-0005-3686-3419

MATHEMATICAL MODELS AND METHODS OF COORDINATED PLANNING

Modern processes of globalization and economic competition require a significant increase in the requirements for the professional degree of top-level managers who manage the activities of international corporations, regional economies, branch ministries, etc. Their efficient operation is impossible without the use of basic scientific developments and appropriate software which implement the main qualitative law of complex organizational and production systems management: the law of coordinated management (planning), when management decisions at the top level take into account interests that may not coincide, or even be antagonistic in organizational and production subsystems connected by a certain structure of mutual relations within a single organizational and production complex system. In this work, we consider a two-level organizational and production system, which in terms of the generally known theory of active systems is defined as “decision-making center → elements (of an organizational and production subsystem)”. We consider formal models of elements of two classes, linear continuous and discrete, aggregated production models which belong to the same class of NP-hard single-stage scheduling problems. For both types of element models, we give compromise criteria and corresponding methods of constructing compromise solutions based on the results of Prof. A. A. Pavlov for multi-objective linear programming, as a result of his theoretical research for discrete optimization problems under uncertainty, and the theory of PSC-algorithms created by him and his students, that is, algorithms containing polynomial complexity subalgorithms for constructing feasible solutions that satisfy theoretically substantiated sufficient signs of optimality. In this work, we use the PSC-algorithm for the NP-hard scheduling problem “Minimization of the total weighted completion time of jobs on a single machine with precedence relations given by a directed acyclic graph”.

Keywords: coordinated management, active system, multi-objective linear programming, theory of PSC-algorithms, combinatorial optimization, compromise criterion.

Повні імена авторів / Author's full names

Автор 1 / Author 1: Павлов Олександр Анатолійович, Pavlov Alexander Anatolievich
Автор 2 / Author 2: Кисельов Микита Євгенович, Kyselov Mykyta Yevhenovych