

Diseño de un filtro de Kalman para la detección exacta de la ubicación de un robot diferencial rastreado con un GPS

Projeto de um filtro de Kalman para a detecção exata da localização de um robô diferencial rastreado com GPS

DOI:10.38152/bjtv5n1-001

Recebimento dos originais: 03/02/2022

Aceitação para publicação: 14/03/2022

Ismael Elías Erazo Velasco

Master en Energía Eléctrica y Electrotecnia en Astrakhan State Technical University

Institución : Universidade Técnica do Estado de Astrakhan

E-mail: erazoismael@yahoo.com

Nakira Pamela Valencia Ortiz

Master Universitario en Ingeniería Matemáticas y Computación

Institución : Universidad Técnica Luis Vargas Torres de Esmeraldas (UTELVT), Ecuador

E-mail: nakira.valencia@utelvt.edu.ec

Alan Eduardo Leyva Méndez

Magister en Sistemas de Información

Institución : Universidad Técnica Luis Vargas Torres (UTELVT Sede Santo Domingo de los Tsáchilas)

E-mail: alan.leyva@utelvt.edu.ec

Gissela Cruz Medina Preciado

Master Universitario en Ingeniería Matemática y Computación

Institución : Universidad Técnica Luis Vargas Torres de Esmeraldas (UTELVT), Ecuador

E-mail: gissella.medina@utelvt.edu.ec

Byron Fernando Chere Quiñónez

Mención Sistemas Eléctricos de Potencia

Institución : Universidad Técnica de Manabí, Ecuador

E-mail: bchere8077@utm.edu.ec

Víctor Hugo Piguave Perea

Egresado de la Carrera de Tecnologías de la Información de la Facultad de Ingenierías (FACI)

Institución : Universidad Técnica Luis Vargas Torres de Esmeraldas (UTELVT), Ecuador

E-mail: victor.piguave@utelvt.edu.ec

RESUMEN

En presente trabajo tiene como objetivo diseñar de un filtro de Kalman para la detección exacta de la ubicación de un robot diferencial rastreado con un GPS, a través de la modelación de las ecuaciones en variables de estados que integran la medición de la posición, así como la caracterización del error del sensor GPS, para luego realizar la implantación de un filtro de Kalman el cual eliminara las señales de ruido blanco y perturbaciones generadas por el entono en que se mueve el robot y que filtran en las señales que entregaran los sensores a radar o dispositivo de medición. El desarrolló de modelo matemático tanto de del robot y de filtro de Kalman se modelarán y se simularán con el programa MATLAB/Simulink por la facilidad de manejo de matrices, posteriormente

analizar los resultados obtenidos de la simulación. La simulación se realiza implementando ecuaciones de filtro de Kalman para sus diferentes periodos, utilizando valores típicos y verdaderos para comparar su comportamiento. Finalmente, a medida que pasa el tiempo las estimaciones del error en las mediciones son cada vez más pequeñas y si almacenamos todos los datos de las mediciones que son filtradas por el filtro de Kalman podemos reproducir la trayectoria real de robot diferencial, concluimos diciendo que el filtro de Kalman nos permitió eliminar el ruido y las perturbaciones externas no deseadas.

Palabras clave: filtro de kalman, detección exacta, ubicación, robot diferencial, GPS.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é projetar um filtro de Kalman para a detecção exata da localização de um robô diferencial rastreado com um GPS, através da modelagem das equações em variáveis de estado que integram a medição de posição, bem como a caracterização do erro do sensor GPS, para então realizar a implementação de um filtro de Kalman que eliminará os sinais de ruído branco e as perturbações geradas pelo ambiente em que o robô se move e que filtram os sinais entregues pelos sensores ao radar ou dispositivo de medição. O desenvolvimento do modelo matemático tanto do robô quanto do filtro de Kalman será modelado e simulado com o programa MATLAB/Simulink para facilitar o manuseio das matrizes, para então analisar os resultados obtidos com a simulação. A simulação é realizada implementando equações de filtro de Kalman para seus diferentes períodos, utilizando valores típicos e verdadeiros para comparar seu comportamento. Finalmente, com o passar do tempo, as estimativas do erro nas medições são cada vez menores e se armazenarmos todos os dados das medições que são filtradas pelo filtro de Kalman podemos reproduzir a trajetória real do robô diferencial, concluimos dizendo que o filtro de Kalman nos permitiu remover ruídos e distúrbios externos indesejados.

Palavras-chave: filtro de kalman, detecção exata, localização, robô diferencial, GPS.

1 INTRODUCCIÓN

La robótica móvil es un campo rico y en crecimiento en la tecnología moderna, recientemente ha estado logrando enormes avances técnicos y al mismo tiempo encontrando varias aplicaciones interesantes desde escenarios militares hasta domésticos. Un elemento clave en el campo de la robótica es el seguimiento del movimiento y la estimación del estado de los agentes robot en todo el ambiente.

Los filtros Kalman se han convertido en un enfoque estándar para reducir los errores en el sentido de los mínimos cuadrados y en el uso de mediciones de diferentes fuentes. Entre sus muchas aplicaciones, el filtro de Kalman es esencialmente una parte del desarrollo de la visión en robots. El propósito del filtro es utilizar mediciones visuales que contengan ruidos e incertidumbres captadas por cámaras de video a lo largo del tiempo. El uso de un filtro de Kalman puede producir valores que tienden a estar más cerca de las medidas espaciales reales de los robots y los objetivos, es decir, la autolocalización del robot y la estimación de objetos (Chen, 2011).

En los sistemas de navegación de robots móviles, se utilizan ampliamente sensores

de navegación a bordo basados en navegación a estima. Este tipo de sensores incluye codificadores y unidades de medida inercial (IMU). Estos sensores miden la velocidad lineal y angular del robot junto con su aceleración. Al integrar las mediciones de los sensores, se estiman la posición y la orientación de los robots móviles. Esto se conoce como navegación a estima (Al Khatib, Jaradat, Abdel-Hafez, & Roigari, 2015).

Como puede verse en algunos robots sofisticados recientes, estas tareas juegan un papel esencial papel en el desarrollo de la autonomía avanzadas máquinas, una clase particular de robots móviles es el robot de accionamiento diferencial, que se pueden ver ampliamente en varias aplicaciones debido a su simplicidad y versatilidad de hardware (Narváez Tipantaxi & Yandún Narváez, 2013).

La navegación más básica de un robot móvil se basa en el modelo cinético del sistema de propulsión, este sistema el que permite que el robot se mueva en un entorno determinado.

Uno de los sistemas más populares asado en el uso de ruedas con tracción diferencial es el sistema el cual es sencillo y adecuado para navegar en ciertos ambientes de desarrollo que son característicos de la actividad humana por ejemplo oficinas almacenes y otros.

En este documento, presentamos un diseño de un filtro de Kalman para la detección exacta de la ubicación de un robot diferencial rastreado con un GPS, donde principalmente los algoritmos de localización y navegación utilizando el filtro de Kalman, además de ello se propone el modelo y simulación del filtro de Kalman para la detección exacta de la ubicación de un robot diferencial y el código de programación.

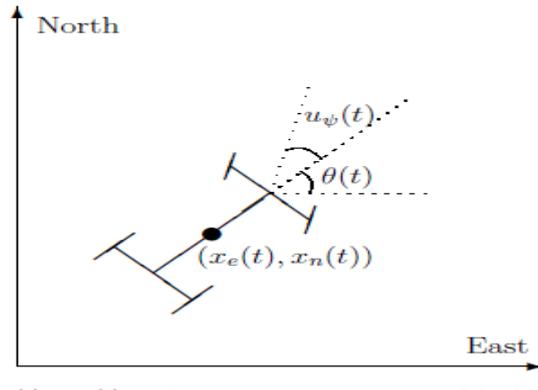
2 DESARROLLO

2.1 MODELADO CINEMÁTICO DE ROBOTS DIFERENCIALES

Normalmente un carro diferencial tiene dos pares de ruedas; dos ruedas motrices a las que se acoplan dos motores de CC y dos ruedas estales para mantener el equilibrio del vehículo.

La traslación y rotación de este tipo de plataformas diferenciales se determinan por el movimiento independiente de cada una de las ruedas de tracción.

Figura1. Esquema básico de robot diferencial.



Las ecuaciones cinemáticas del punto medio del eje entre las ruedas activas, referidas a un sistema de referencia global son:

$$\frac{dX}{dt} = V \cos (\theta) \quad [1]$$

$$\frac{dY}{dt} = V \sin (\theta) \quad [2]$$

$$\frac{dV}{dt} = (P \frac{U}{V} - A C_d V^2) / m \quad [3]$$

$$\frac{d\theta}{dt} = V \tan (\psi) / L \quad [4]$$

Donde los estados del vehículo son:

X: Posición del vehículo en eje x

Y: Posición del vehículo en eje y

V: Velocidad del vehículo

Θ: Angulo de orientación e vehículo

Los parámetros o constantes arbitrarias del sistema en espacio de estados

P: Potencia del motor del vehículo

A: Area frontal de vehículo

C_d: Coeficiente de arrastre

m: Masa de vehículo

L: Distancia entre los ejes del motor

Variables de entrada

U: Posición de acelerador en arranque

Ψ: Angulo de dirección

La dinámica longitudinal del modelo ignora la resistencia a la rodadura del neumático y la dinámica lateral del modelo significa que el ángulo de inclinación deseado

se puede lograr instantáneamente y se puede despreciar el momento angular de inercia.

Filtro de Kalman

La mayoría de los sistemas modernos están equipados con múltiples sensores que rindan estimaciones de variables ocultas (desconocidas) asadas en una serie de mediciones. Por ejemplo, un receptor GPS proporciona estimaciones de ubicación y velocidad donde la posición y la velocidad son variables ocultas y la hora de llegada de una señal de satélite diferente es la medida (de Oliveira Neto & Toledo, 2021).

Uno de los mayores desafíos de los sistemas de monitoreo y control es proporcionar estimaciones precisas y precisas de variables ocultas cuando existe incertidumbre. En el receptor GPS la incertidumbre de la medición depende de muchos factores externos como el ruido térmico los efectos atmosféricos la ligera variación de la posición del satélite la precisión del reloj del receptor etc.

El filtro de Kalman es uno de los algoritmos de estimación más importantes y populares, ya genera estimaciones de variables ocultas asadas en mediciones imprecisas e inciertas, ya que además proporciona predicciones sobre el estado futuro del sistema basándose en estimaciones anteriores (Méndez Mejía).

El filtro de Kalman resuelve el problema general de tratar de estimar el estado de un proceso controlado en tiempo discreto gobernado por una ecuación de diferencia lineal aleatoria.

$$X_k = A X_{k-1} + B U_k + W_{k-1} \quad [5]$$

Con una medición $Z \in \mathbb{R}^m$ C que es:

$$Z_k = H X_k + B V_k \quad [6]$$

Las variables aleatorias W_k y V_k representan respectivamente el ruido del proceso y de la medición, donde se asumen que son independientes una de la otra, blancas y con distribución normal de probabilidad.

$$P(W_k) \sim N(0, Q) \quad [7]$$

$$P(V_k) \sim N(0, R) \quad [8]$$

En la práctica la covarianza del ruido del proceso Q y la covarianza del ruido de la medición R son matrices que pueden cambiar con cada paso en el tiempo o medición sin embargo se asumen que son constantes.

La matriz A de nxn en la ecuación en diferente, donde relaciona el estado en el paso anterior k1 con el estado actual en ausencia de función de conducción o ruido del proceso. Nótese que, en la práctica, A puede cambiar con cada paso del tiempo, pero aquí se asume constante. La matriz B de nx1 se relaciona con la entrada opcional de control $\mu \in \mathbb{R}$

El estado x. La matriz H de mxm en la ecuación diferencial de la medida relaciona el estado con la medida.

En la práctica la matriz H puede cambiar en cada paso de tiempo, pero aquí se supone que es constante.

Algoritmos computacionales del filtro de Kalman

Se define $\epsilon \in \mathbb{R}$ Cuando el estado se estima a priori en el paso k en ase al conocimiento del paso anterior del método y $X_k \in \mathbb{R}$ va a ser el estado estimado a posterior dada la medición:

$$e_k^- = X_k - X_k^{\wedge} \quad [9]$$

$$e_k = X_k - X_k^{\wedge} \quad [10]$$

$$\lim_{k \rightarrow 0} K_k = H^{-1}$$

La covarianza del error a priori es entonces:

$$P_k^- = E [e_k e_k^{-T}] \quad [11]$$

De donde se puede deducir que el valor esperado para el error es lo siguiente:

$$P_k = E [e_k e_k^t] \quad [12]$$

En las posteriores ecuaciones de Kalman, se inicia con el objetivo de encontrar una ecuación que computa una estimación de estado a posteriori X_k^{\wedge} como una combinación lineal de un estimado a priori X_k , y la diferencia ponderada entre la medición real y su predicción HX_k^{\wedge} como se muestra en la siguiente ecuación:

$$X_k^{\wedge} = X_{k-1}^{\wedge} + H (Z_k - HX_{k-1}^{\wedge}) \quad [13]$$

La diferencia en la ecuación anterior es llamada la innovación de la medida o el residuo, refleja la discrepancia entre la medida predicción HX_{k-1}^{\wedge} y la medida real Z_k , donde un residuo de cero significa que ambos están en completa concordancia.

La matriz nxm en la ecuación se elige como el factor de ganancia o el siguiente factor de minimización de la covarianza del error. Esta minimización se puede lograr sustituyendo

ecuaciones en la otra y resolviendo tomando la derivada de la expresión con respecto a y luego estableciéndola en 0.

$$K = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1} \quad [14]$$

Al observar la ecuación anterior, vemos que a medida que la covarianza de la medida R se acerca a cero, el aumento de K agrega peso al residuo.

Orígenes probabilísticos del filtro

La justificación del filtro está arraigada en la probabilidad del estimado a priori condicionado en todas las mediciones anteriores B (regla de Baye). Por ahora el tópico más importante es que el filtro de Kalman mantiene los dos momentos de distribución de estados:

$$E[x] = \hat{x} \quad (15)$$

$$P = E[(x - \hat{x})(x - \hat{x})^T] \quad (16)$$

El filtro de Kalman estima un proceso utilizando una forma de retroalimentación y control; el filtro estima el estado del proceso en un momento dado y luego obtiene la respuesta en forma de mediciones (ruido).

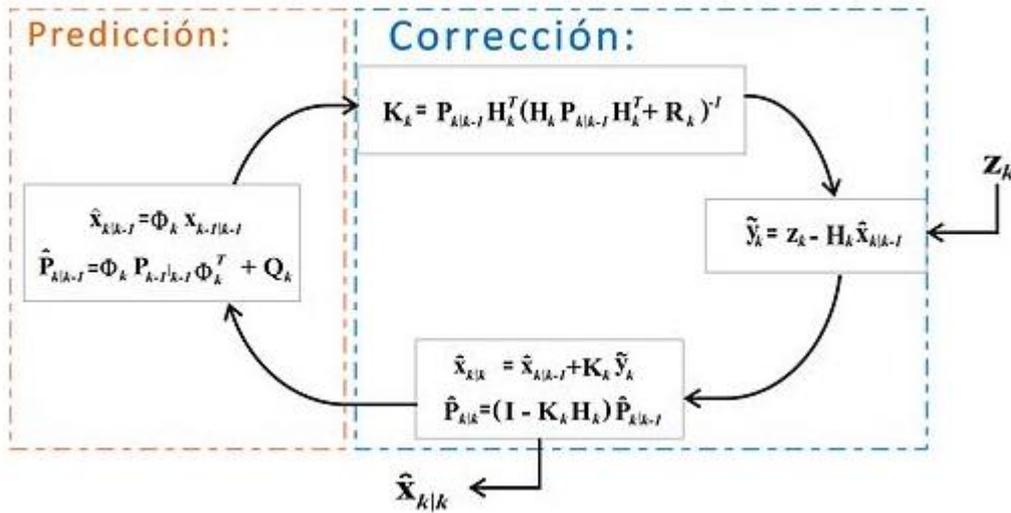
Todo lo anterior dicho se puede resumir las siguientes ecuaciones:

$$\hat{X}_k = A \hat{X}_{k-1} + B U_k$$

$$P_k = A P_{k-1} A^T + Q$$

Observe nuevamente cómo se actualiza el tiempo en las señales de muestreo del estado estimado y la covarianza en el tiempo desde el paso $k-1$ hasta el paso k . A y B son la matriz del modelo de estado mientras que Q la varianza del ruido del proceso.

Figura 2. Algoritmo computacional de filtro de Kalman.

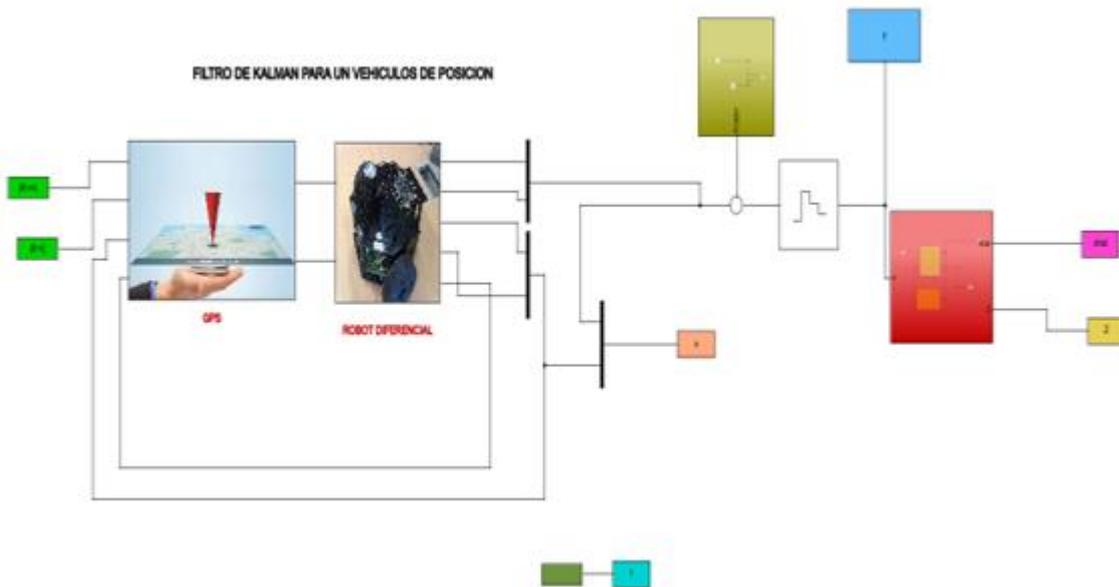


3 METODOLOGÍA

3.1 MODELO Y SIMULACIÓN DEL FILTRO DE KALMAN PARA LA DETECCIÓN EXACTA DE LA UBICACIÓN DE UN ROBOT DIFERENCIAL

En el esquema de la Figura 3 representa el diagrama de bloques del filtro de Kalman para el robot diferencial en Simulink.

Figura 3. Esquema en Matlab/Simulink.



Código de Programación

```
clc
clear
close all

% 1) Tiempo
ts=0.1;
t=0:ts:60;

% 2) Condiciones iniciales
xc(1)=0.6;      %Posicion del centro de eje de las ruedas en X[m]
yc(1)=1;       %Posicion del centro de eje de las ruedas en Y[m]
phi(1)=pi;     %orientacion inicial con respecto al eje x [rad]

% 3) Referencias deseadas
% Trayectoria de un circulo
xrd = 4*cos(0.2*t);
yrd= 4*sin(0.2*t);
%
%

% % Trayectoria de 5 puntas
div=10;

% % a=1/div; b=1/div; c=1/div; d=1/div; j=3; k=2.5;
% % xrd = cos(a*t)-cos(b*t).^j;
% % yrd= sin(c*t)-sin(d*t).^k;

xrdp= diff([0 xrd]); %Posición x1
yrdp= diff([0 yrd]); %Posición y1

a=0.2;

xr(1)=xc(1)+a*cos(phi(1));
yr(1)=yc(1)+a*sin(phi(1));

for k=1:length(t)

% 4) Control

%a) Errores de control
xre(k) = xrd(k) - xr(k);
yre(k) = yrd(k) - yr(k);
e = [xre(k);yre(k)];

%b) Matriz Jacobiana
J=[cos(phi(k)) -a*sin(phi(k));...
   sin(phi(k))  a*cos(phi(k))];

%c) Matriz de ganancia
K = [1 0;...
     0 1];

%d) Ley de control
hdp=[xrdp(k);yrdp(k)];

v = inv(J) * (hdp+K*tanh(e));

u(k)=v(1);      %Velocidad lineal de entrada al robot
```

```

w(k)=v(2); % Velocidad angular de entrada al robot
% 5) Aplicar acciones de control al robot

xrp(k)=u(k)*cos(phi(k))-a*w(k)*sin(phi(k));
yrp(k)=u(k)*sin(phi(k))+a*w(k)*cos(phi(k));

% Hallar posiciones
xr(k+1)=xr(k)+ts*xrp(k);
yr(k+1)=yr(k)+ts*yrp(k);
phi(k+1)=phi(k)+ts*w(k);

xc(k+1)=xr(k+1)-a*cos(phi(k+1));
yc(k+1)=yr(k+1)-a*sin(phi(k+1));

end

% Simulacion

pasos=10; fig=figure('Name','Simulacion');

set(fig,'position',[60 60 980 600]);
axis square; cameratoolbar
axis([-6 6 -6 6 0 1]);
grid on
MobileRobot;
M1=MobilePlot(xr(1),yr(1),phi(1));hold on
M2=plot(xr(1),yr(1),'b','LineWidth',2);
plot(xrd,yrd,'r','LineWidth',2);

for i=1:pasos:length(t)

    delete (M1)
    delete (M2)
    M1=MobilePlot(xc(i),yc(i),phi(i)); hold on
    M2=plot(xr(1:i),yr(1:i),'b','LineWidth',2);

    pause(ts)

end

% Graficas
figure('Name','Errores')
subplot(211)
plot(t,xre,'linewidth',2), grid on
legend('Error en x')
xlabel('Tiempo'), ylabel('Error [m]')
subplot(212)
plot(t,yre,'g','linewidth',2), grid on
legend('Error en y')
xlabel('Tiempo'), ylabel('Error [m]')

figure('Name','Acciones de control')
subplot(211)
plot(t,u,'linewidth',2), grid on
legend('Velocidad lineal u')
xlabel('Tiempo'), ylabel('Velocidad [m/s]')
subplot(212)
plot(t,w,'g','linewidth',2), grid on
legend('Velocidad angular w')
xlabel('Tiempo'), ylabel('Velocidad [rad/s]')

% Graficas de los resultados

```

```

figure
plot(x(:,1),x(:,2),'bx',...
     y(:,1),y(:,2),'gd',...
     xhat(:,1),xhat(:,2),'ro',...
     'LineStyle','-');
title('Posicion');
xlabel('X [m]');
ylabel('Y [m]');
legend('Actual','Mediciones','Estimacion del filtro del Kalman',
      'Localizacion','Mejor senal');
axis tight;

%Errores de medicion en la posicion X [m]
n_xe = y(:,1)-x(:,1);
% Errores de medicion en la posicion [m]
n_xn = y(:,2)-x(:,2);

% Error de posición en X del filtro de Kalman [m]

e_xe = xhat(:,1)-x(:,1);

% Error de posición en Y del filtro de Kalman [m]

e_xn = xhat(:,2)-x(:,2);

figure;
% Errores de posición X
subplot(2,1,1);
plot(t,n_xe,'b',t,e_xe,'g');
ylabel('Error de posicion - X [m]');
xlabel('Tiempo [s]');
legend(sprintf('Medicon: %.3f',norm(n_xe,1)/numel(n_xe)),sprintf('filtro
Kalman.: %.3f',norm(e_xe,1)/numel(e_xe)));
axis tight;
% Errores de posición Y
subplot(2,1,2);
plot(t,y(:,2)-x(:,2),'g',t,xhat(:,2)-x(:,2),'r');
ylabel('Error de posicion - Y [m]');
xlabel('Tiempo [s]');
legend(sprintf('Medicon: %.3f',norm(n_xn,1)/numel(n_xn)),sprintf('filtro
Kalman: %.3f',norm(e_xn,1)/numel(e_xn)));
axis tight;

%GRAFICAS DE LAS VELOCIDADES
e_ve = xhat(:,3)-x(:,3); % [m/s] Error de velocidad en X del filtro de
Kalman
e_vn = xhat(:,4)-x(:,4); % [m/s] Error de velocidad en Y del filtro de
Kalman
figure;

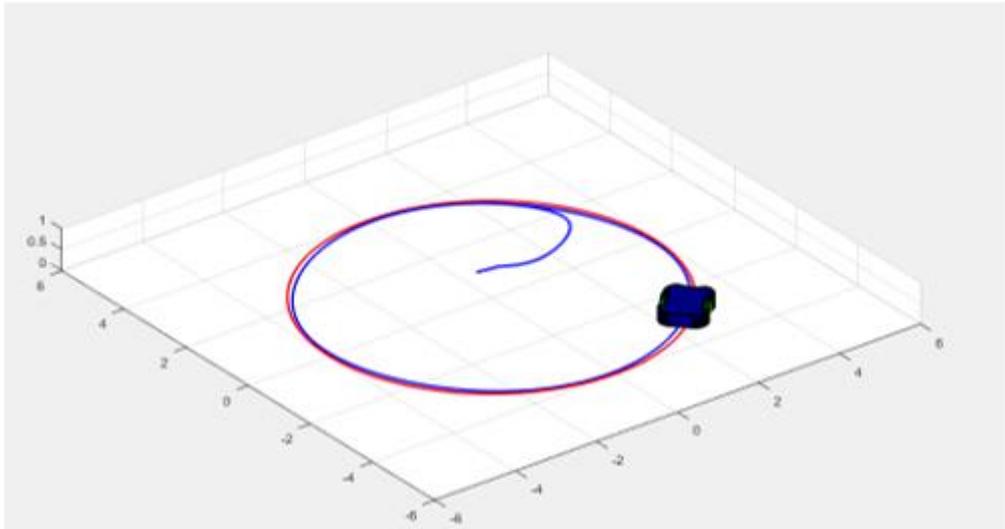
% velocidad en dirección en X y su estimación
subplot(2,1,1);
plot(t,x(:,3),'b',t,xhat(:,3),'g');
ylabel('Velocidad - X [m]');
xlabel('Tiempo [s]');
legend('Actual','Filtro de Kalman','Localizacion','Mejor senal');
axis tight;
subplot(2,1,2);
% Estimacion de error
plot(t,e_ve,'r');
ylabel('Velocidad del Error - X [m]');
xlabel('Tiempo [s]');
legend(sprintf('Filtro de Kalman: %.3f',norm(e_ve,1)/numel(e_ve)));
    
```

axis tight;

4 RESULTADOS

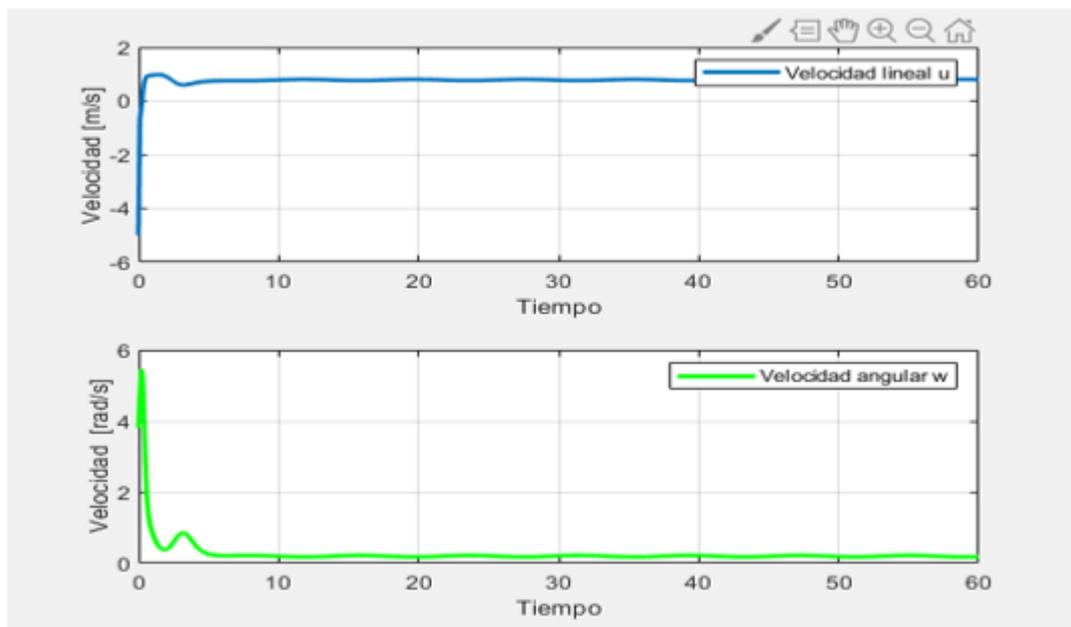
Una vez cargado todos los datos en simulink y ploteando las gráficas en Worksapce de Matlab obtuvimos las siguientes respuestas, en donde la Figura 4 nos muestra la trayectoria del vehículo.

Figura 4. Trayectoria real de robot diferencial.



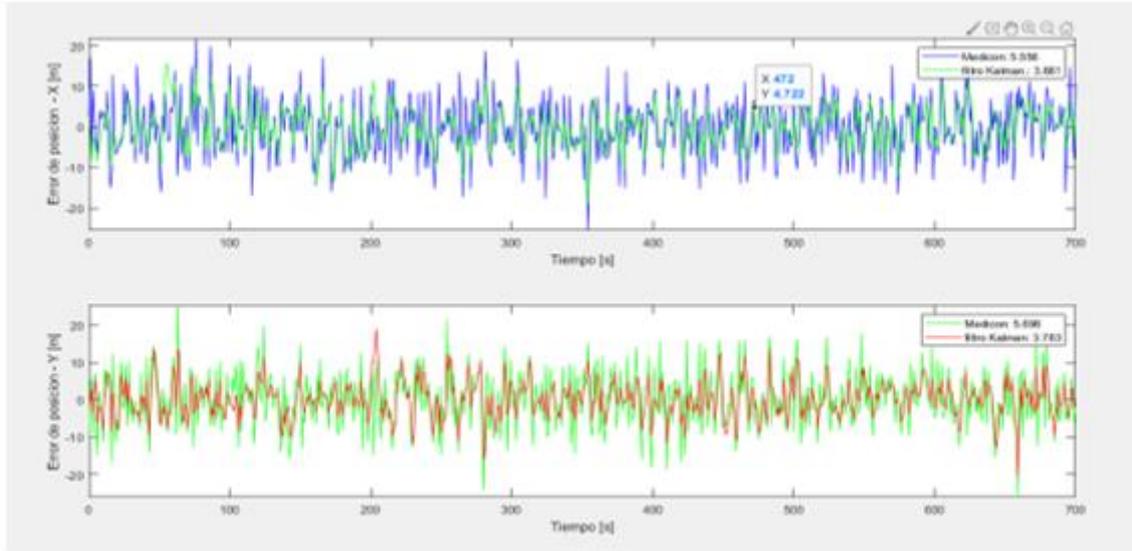
En las graficas de la Figura 5 representa las velocidades tangencial y angular de robot a medida que se desplaza a lo largo de trayectoria desea.

Figura 5. Velocidad lineal m/s y velocidad angular rad/s del vehículo.



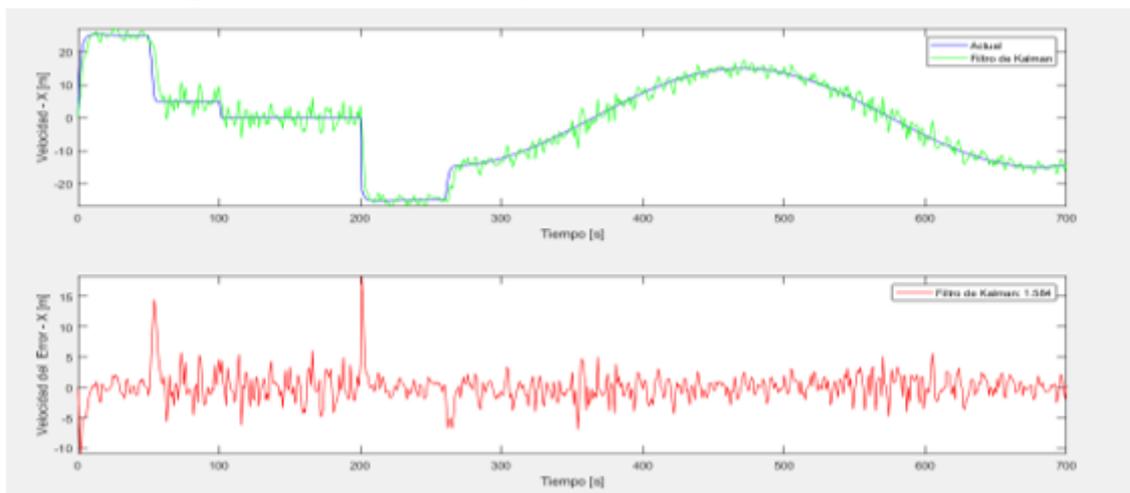
En la grafica de la Figura 6 nos muestra la lectura de los GPS o sensores de medición tanto en la posición del eje X como en el eje Y, así como también el sistema de coordenadas del robot a medida que se va moviendo alrededor de su entorno.

Figura 6. Errores en la medición de las señales que nos entregan los sensores del robot diferencial.



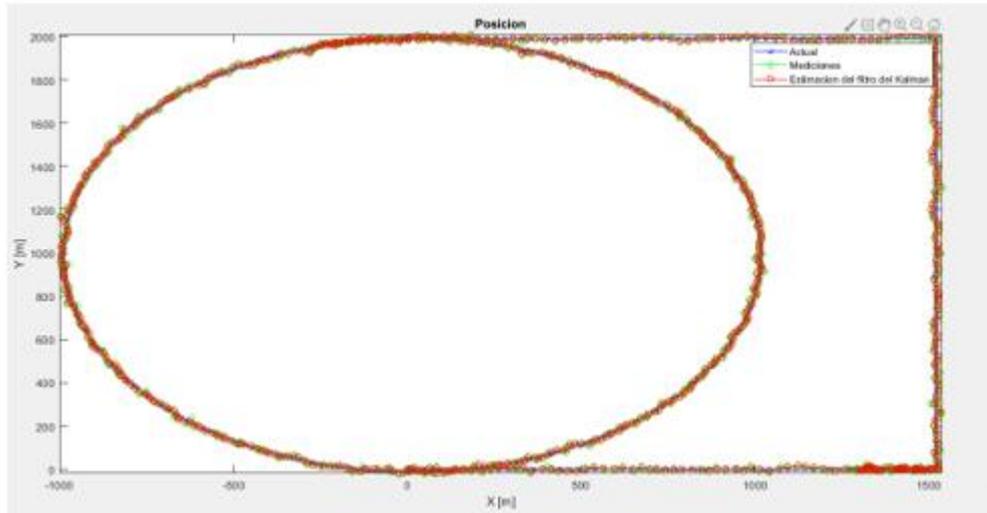
Errores en la estimación del filtro de Kalman para la velocidad de robot diferencial, si observamos la curva podemos ver que la estimación del error del filtro es muy buena es decir que casi no hay distorsión en precesión de señal que nos entrega los sensores del robot.

Figura 7. de estimación del filtro para la medida de velocidad del vehículo.



Y por último si tomamos todas las señales recibidas por los sensores que tiene el robot y haciendo pasar por el filtro de Kalman nos reproduce la trayectoria real que toma el vehículo a medida que se desplaza por su entorno que coincide en una circunferencia.

Figura 8. Estimacion de la trayectoria del vehiculo.



5 CONCLUSIONES

A medida que pasa el tiempo las estimaciones del error en las mediciones son cada vez más pequeñas y si almacenamos todos los datos de las mediciones que son filtradas por el filtro de Kalman podemos reproducir la trayectoria real de robot diferencial, con concluimos diciendo que el filtro de Kalman nos permitió eliminar el ruido y las perturbaciones externas no deseadas.

REFERENCIAS

Al Khatib, E. I., Jaradat, M. A., Abdel-Hafez, M., & Roigari, M. (2015). *Multiple sensor fusion for mobile robot localization and navigation using the Extended Kalman Filter*. Paper presented at the 2015 10th international symposium on mechatronics and its applications (ISMA).

Chen, S. J. I. T. o. i. e. (2011). Kalman filter for robot vision: a survey. *59*(11), 4409-4420.
de Oliveira Neto, M., & Toledo, L. F. R. B. J. B. J. o. T. (2021). Estudo da Aplicação dos Filtros de Partículas e Filtro de Kalman Estendido em Dados de Sensores RADAR e LIDAR. *4*(4), 145-154.

Méndez Mejía, M. Integración del filtro de Kalman a un Sistema de Posicionamiento Global (GPS) para aplicación en vehículos autónomos.

Narváez Tipantaxi, V. J., & Yandún Narváez, F. J. (2013). *Diseño e Implementación de un Sistema de Localización y Mapeo Simultáneos (SLAM) para la Plataforma Robótica Robotino®*. QUITO/EPN/2013,