

## **Escolha de carteira de investimento: aplicação no mercado financeiro brasileiro**

### **Choice of investment portfolio: application in the Brazilian financial Market**

DOI:10.34115/basrv5n1-036

Recebimento dos originais: 22/01/2021

Aceitação para publicação: 22/02/2021

**Daiane Rodrigues dos Santos**

Universidade Cândido Mendes - UCAM

E-mail: economista.daiane@gmail.com

**Tuany Esthefany Barcellos de Carvalho Silva**

Universidade Federal Fluminense - UFF

E-mail: tuanybarcellos@id.uff.br

**Campos Elias Suárez Villagrán**

Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA

E-mail: complise@gmail.com

**Tiago Costa Ribeiro**

IBMEC RJ

E-mail: tcr86@gmail.com

**Marco Aurélio Sanfins**

Universidade Federal Fluminense - UFF

E-mail: marcosanfins@id.uff.br

#### **RESUMO**

Tomar decisões de alocação de recursos financeiros e gerir portfólios de investimentos são tarefas desafiadoras, principalmente devido à incerteza no mercado e vieses no comportamento humano relacionado a investimento e tomada de decisões. Risco é um fator intrínseco aos investimentos financeiros, o mesmo pode ser mitigado quando o gestor da carteira de investimentos escolhe ativos diferentes entre si em relação a um determinado prisma sobre os próprios ativos. O presente artigo aborda em seu cerne o binômio risco retorno e as escolhas ótimas dos agentes frente a estas variáveis. Neste estudo são apresentadas cinco carteiras compostas pela combinação dos 70 ativos, sendo elas carteira com pesos iguais, portfólio de tangência, de variância mínima e o portfólio de turnover (2,0). Para a comparação das performances das carteiras utilizamos como benchmark o Ibovespa. Como parte da análise, consideramos modelos de avaliação de risco/retorno com distorções comportamentais como as feitas na Teoria do Prospecto para o qual é utilizada a uma medida conhecida como “Prospect ratio”. Como resultado, no período analisado, a carteira de Markowitz apresentou o melhor desempenho e a carteira de variância mínima o menor retorno acumulado.

**Palavras-chaves:** Fronteira eficiente, carteira de investimento, risco, retorno financeiro

## ABSTRACT

Making financial decisions related to allocation of financial resources and managing investment portfolios are challenging tasks, mainly due to uncertainty in the market and cognitive bias in the human behavior related to investment and decision-making. Risk is an intrinsic factor to financial investments, but it can be mitigated when the investment portfolio manager diversify the Portfolio assets in relation to a certain perspective on own assets. This paper brings the risk/return binomial of the optional of the agents front of these variables. In this study there are presented five portfolios each of them composed by the combination of 70 assets. These portfolios are respectively the portfolio with equal weights, tangency portfolio, minimum variance portfolio and the turnover portfolio (2.0). For comparison of portfolio performances, we use Ibovespa as benchmark. As part of the analysis, we consider models of risk /return performance with behavioral distortions such as those made in the Prospect Theory for which it is used to a measure known as "Prospect ratio". As a result, in the period analyzed, Markowitz's portfolio presented the best performance and the minimum accumulated return portfolio.

**Keywords:** efficient frontier, investment portfolio, risk, financial feedback

## 1 INTRODUÇÃO

Tomar decisões de alocação de recursos financeiros e gerir portfólios de maneira satisfatória são tarefas fatigantes, principalmente devido à aleatoriedade no mercado e vieses frequentemente vistos no comportamento humano relacionado a investimento e tomada de decisões ilógicas. Alcançar retornos elevados com baixo risco é ideal, mas aparentemente impossível. A teoria do portfólio afirma que a diversificação de ativos é a maneira mais eficaz de diminuir relações risco-retorno. Na teoria de seleção de portfólio de Markowitz, risco é sinônimo de volatilidade - quanto maior a volatilidade do portfólio, maior o risco. Volatilidade refere-se à quantidade de risco ou incerteza relacionada ao tamanho das alterações no valor de um título.

De acordo com Ferreira (2010), os agentes são capazes de definir as carteiras ótimas, em relação ao binômio risco retorno e formar a fronteira eficiente, que reflete a melhor combinação de um conjunto de ativos dado os retornos passados e dado um nível de risco ou com menor risco para um determinado retorno. A eficiência do binômio risco retorno é considerado um critério escolha para definir a estrutura ideal do portfólio e para racionalizar o valor da diversificação.

O risco é mitigado quando o gestor da carteira de investimentos escolhe ativos diferentes entre si em relação a um determinado prisma sobre os próprios ativos. Esse prisma pode estar relacionado ao setor ou país. A diversificação geralmente é feita investindo em uma variedade de ativos. Se os preços dos ativos não se movem juntos

(todos geram retornos negativos no mesmo período), então uma carteira diversificada contendo esses ativos terá uma variação (risco) menor do que a variação (risco) média ponderada dos ativos.

O trabalho abordará em seu cerne o binômio risco retorno e as escolhas ótimas dos agentes frente a estas variáveis. Adicionalmente nós consideramos distorções devidas a vieses comportamentais como os descritos por Kahneman Tversky (1979,1991) e denominado como Teoria do Prospecto. Com uso do fenômeno conhecido como aversão as perdas, é considerado uma medida de risco/retorno mais realista com as decisões dos investidores a qual é conhecida como Prospect ratio, esta medida está relacionada com a medida de Sharpe contudo considerando os possíveis vieses dos agentes.

Este trabalho está dividido em cinco seções, a primeira introduz o tema ao leitor, a segunda que sucede aborda os aspectos essenciais na otimização do binômio risco retorno. A seção 3 apresenta o Modelo de Markowitz e a Fronteira Eficiente. Os resultados para o mercado de ações brasileiro é apresentado na penúltima seção (seção 4) e por fim, a última seção contendo as considerações finais da pesquisa.

## **2 ASPECTOS ESSENCIAIS NA OTIMIZAÇÃO DO BINÔMIO RISCO RETORNO**

Uma carteira de investimentos é uma combinação de ativos que tem como finalidade reduzir o risco por meio da diversificação. É razoável considerar que um investimento ou ativo com risco é preferível pelo agente decisor frente a outro ativo quando para o mesmo nível de retorno esperado, apresenta risco menor ou quando para o mesmo nível de risco, apresenta retorno esperado maior. Uma das medidas de risco mais usada é a variância, porém o uso desta medida implica que os agentes são homogêneos e não tem avaliações particulares dos ativos, como no caso da função de utilidade de Von Neumann-Morgenstern onde cada agente tem sua própria função de utilidade, e medidas de risco como as de Arrow-Pratt podem ser calculadas (MAS-COLELL).

De acordo com o anterior, para avaliar um portfólio de investimento um agente tem em conta as estimativas dos retornos esperados, as variações ou desvios-padrão, e as correlações dos ativos financeiros que tem à disposição. No que segue, vamos adotar a notação usual de média e variância. O mercado disponibiliza  $n$  ativos financeiros, cada um de eles tem média  $\mu_i$  e variância  $\sigma_i^2$ , além disso as correlações entre os diferentes ativos estão dadas pela matriz de covariâncias  $\Sigma = [\sigma_{ij}]_{ij}$ . O retorno esperado do

portfólio é representado por  $\mu$ , e corresponde a o retorno esperado ponderado da carteira, a variância da carteira e denotada por  $\sigma^2$ . Este depende dos pesos dos ativos ( $w_i$ ) que compõem a carteira, do desvio padrão dos ativos e da correlação entre os pares de ativos. O desvio padrão  $V$  pode ser considerado uma alternativa útil para descrever o risco da carteira. Uma razão para preferir o desvio padrão à variação é que ele está nas mesmas unidades de retorno que a média.

No que tange a otimização do portfólio, algumas restrições lineares geralmente são incluídas. Por exemplo, as otimizações normalmente assumem que os pesos do portfólio somam 1 (restrição referente a limitação do volume de capital) e não são negativos (restrição de não venda a descoberto). A condição dos pesos supramencionada é uma restrição de igualdade linear na otimização. A condição de não venda a descoberto é um conjunto de desigualdades lineares (uma para cada ativo na otimização) e reflete o fato de que geralmente instituições não podem vender direitos sobre o ativo no qual ela não possui.

### 3 MODELO DE MARKOWITZ

Na área financeira os investidores buscam obter o maior rendimento dos seus investimentos e ao mesmo tempo querem minimizar o risco. De acordo com Silva *et. al* (2019), a principal contribuição aos modelos financeiros no que diz respeito aos desenhos dos fundamentos da teoria de composição de carteiras deve-se aos trabalhos de Harry Markowitz na década de 1950.

Na teoria do portfólio de Markowitz, os retornos dos ativos são modelados como variáveis aleatórias. O objetivo da métrica é escolher os fatores de ponderação do portfólio (pesos de cada ativo na carteira) de maneira ideal. No contexto da teoria de Markowitz, um conjunto ótimo de pesos é aquele que resolve um dos seguintes problemas de seleção de portfólio:

1. Minimizar a variância do portfólio dado um nível mínimo de retorno esperado.
2. Maximizar o retorno esperado dado um nível máximo de variância do portfólio.

O segundo problema é o dual do primeiro, assim basta considerar unicamente a solução de um de eles. Para prever retornos futuros (retorno esperado) para um ativo ou portfólio, o desempenho histórico dos retornos é frequentemente examinado. O retorno esperado, de acordo com Mangram (2013), pode ser definido como "a média de uma distribuição de probabilidade de possíveis retornos".

Suponhamos que um agente faz a escolha do portfólio  $w = (w_i)_i$ , se denotamos

por  $E$  o retorno esperado do portfólio e por  $V$  sua variância então as seguintes equações são validas:

$$E = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i \quad (1)$$

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (3)$$

$$w_i \geq 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

De (3) temos (3'):

$$w_n = 1 - (w_1 + w_2 + \dots + w_{n-1}) \quad (3')$$

Substituindo (3') nas equações (1) e (2) obtém-se  $E$  e  $V$  como funções de  $w_1, w_2, \dots, w_{n-1}$ . Para  $n = 3$  ativos tem-se, por exemplo:

$$E = \mu_3 + w_1(\mu_1 - \mu_3) + w_2(\mu_2 - \mu_3) \quad (1')$$

Podemos simplesmente escrever:

$$E = E(w_1, w_2) \quad (5)$$

$$V = V(w_1, w_2) \quad (6)$$

$$w_1 \geq 0, w_2 \geq 0, (1 - w_1 - w_2) \geq 0 \quad (7)$$

De acordo com Markowitz (1952), o conjunto atingível de carteiras consiste em todas as carteiras que satisfazer as restrições (7) e (3') (ou equivalentemente (3) e (4)).

Seja  $r_i$  a variável aleatória associada à taxa de retorno do ativo  $i$ , para  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ , o vetor  $z$  é definido como o vetor aleatório

$$z = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{pmatrix} \quad (8)$$

O qual contém toda a informação dos ativos no mercado financeiro. Como já foi dito anteriormente  $\mu_i = E[r_i]$ , e  $cov(z) = \Sigma$ . O vetor de medias do mercado e definido como  $m = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)^T$ . Se  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$  é o conjunto de pesos associado a um portfólio, então a taxa de retorno desse portfólio  $E = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i$  também é uma variável aleatória com média  $m^T \Sigma w$  e variância  $w^T \Sigma w$ . Se  $\mu_b$  é a taxa de retorno esperada aceitável, na teoria de Markowitz, um portfólio ideal satisfaz:

$$\mathcal{M} \text{ ArgMin } \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w} \quad (9)$$

$$\text{Sujeito a } \mathbf{m}^T \Sigma \mathbf{w} \geq \mu_b, \text{ e } \mathbf{e}^T \mathbf{w} = 1$$

No qual  $\mathbf{e}$  (equação 9) denota o vetor contendo números 1. As condições KKT (Karush-Kuhn-Tucker) para esta otimização são:

$$\mathbf{0} = \Sigma \mathbf{w} - \lambda \mathbf{m} - \gamma \mathbf{e} \quad (10)$$

$$\mu_b \leq \mathbf{m}^T \mathbf{w}, \mathbf{e}^T \mathbf{w} = 1, \mathbf{0} \leq \lambda \quad (11)$$

$$\lambda^T (\mathbf{m}^T \mathbf{w} - \mu_b) = 0 \quad (12)$$

para alguns  $\lambda, \gamma \in \mathbb{R}$ . Como a matriz de covariância é simétrica e positiva definida, sabemos que se  $(\mathbf{w}, \lambda, \gamma)$  é satisfaz as condições de KKT, então  $\mathbf{w}$  é necessariamente uma solução para  $\mathcal{M}$ .

### 3.1 FRONTEIRA EFICIENTE E O TRADEOFF RISCO RETORNO

Em 1958, o economista James Tobin, em seu ensaio, "Preferência de liquidez como comportamento em relação a riscos", derivou os conceitos de 'Efficient Frontier' com base nos trabalhos de Markowitz. O modelo de Tobin sugeriu, de acordo com Mangram (2013), que os investidores de mercado, independentemente de seus níveis de tolerância ao risco, manterão as carteiras de ações nas mesmas proporções, desde que "mantenham expectativas idênticas em relação ao futuro", conseqüentemente, suas carteiras de investimentos diferirão apenas em suas proporções relativas de ações e títulos.

O conceito de fronteira eficiente trata-se da combinação de um determinado grupo de ações formando infinitas e diferentes carteiras. Segundo Silva *et. al* (2019), as carteiras da fronteira são chamadas de carteiras ótimas, ou seja, pela definição de Markowitz, fronteira eficiente é a linha das carteiras que apresentam o máximo retorno para um determinado nível de risco. De acordo com Mangram e Switzerland (2013) no conceito de Fronteira eficiente, existe um conjunto de portfólios que oferecem o maior retorno esperado para um determinado nível de volatilidade e a menor volatilidade para um determinado nível de retorno esperado. A escolha dos investimentos no portfólio deve ser feita de forma que o retorno seja maximizado e o risco minimizado (equação 9). Os investidores podem escolher um portfólio adequado ao longo do Fronteira eficiente para atingir esse objetivo, dependendo de suas preferências individuais (Utilidade Esperada) e capacidade.

O conceito de "compensação de risco e retorno" se refere ao princípio básico de Markowitz de que quanto mais arriscado o investimento, maior o retorno potencial necessário. Para Mangram e Switzerland (2013), de um modo geral, os investidores manterão um risco segurança somente se o retorno esperado for suficientemente alto para

compensá-los por assumir o risco.

Todas as carteiras situadas ao longo da fronteira eficiente são carteiras ótimas e demonstram o melhor desempenho para o menor risco. Caldeira *et al.* (2014), um portfólio ideal pode ser descrito em duas partes, a saber: (i) Para um determinado nível de volatilidade, a carteira que oferece o maior retorno e (ii) para um dado retorno esperado, a carteira que apresenta a menor volatilidade. Este é, para o mesmo nível de risco, o retorno de uma carteira na fronteira eficiente é maior que o retorno de um portfólio que se afasta da fronteira eficiente. Da mesma forma, pelo mesmo nível de retorno esperado, o risco de uma carteira na fronteira eficiente é menor que o risco de um portfólio que está longe da fronteira eficiente. Logicamente, as carteiras que estão à direita da fronteira eficiente ou abaixo dela são de natureza subótima, pois possuem maior risco ou um retorno mais baixo, respectivamente, para um determinado nível de retorno ou risco.

Segundo Roma *et al.* (2014), investidor busca papéis que possam lhe render um retorno aceitável considerando o nível de risco que está disposto a assumir. Uma regra básica dentro desse trade-off e que existe não somente na área de investimentos é que quanto maior o retorno exigido, mais risco terá que ser incorrido ao longo da fronteira eficiente, há um trade-off entre risco e retorno, e, de acordo com Silveira (2017), a escolha do portfólio ótimo dependerá das preferências do indivíduo, representadas graficamente pela curva de indiferença.

#### **4 PROSPECT THEORY - PROSPECT RATIO**

A teoria supracitada considera que o indivíduo reage de maneira semelhante mediante a perda e o ganho no mercado financeiro. Diversos estudos vêm, ao longo dos últimos 40 anos, pesquisando e questionando esta hipótese. Atualmente esta discussão está inserida em um contexto conhecido com finanças comportamentais.

Economia e finanças comportamentais são temas de extrema relevância, ainda que os estudos não sejam tão recentes já foi premiado diversas vezes com o Prêmio de Ciências Económicas em Memória de Alfred Nobel, como em 2017 que Richard Thaler teve a honra de recebê-lo por suas contribuições à economia comportamental. O assunto é diretamente estudado por diversas áreas, como a Economia, Administração, Ciências Contábeis e Psicologia que estudam o comportamento humano e seus reflexos, no entanto outros campos do saber o estudam, ainda que indiretamente, como as Ciências Exatas, dentre elas a Matemática e Estatística, através de escolhas probabilísticas e da maximização. Assim sendo uma área vindoura dessa mistura permite uma enorme

variedade de abordagens para trabalhos e estudos. (GALLO, 2016). Diante do exposto, questiona-se a veracidade da total racionalidade humana, e da possibilidade de os agentes econômicos serem induzido a erros cognitivos e como isso é capaz de afetá-los, ainda que em sua formação e percepção do risco em investimentos.

A Teoria do Prospecto (Prospect Theory) pertence ao subgrupo da economia e finanças comportamentais, a teoria em questão descreve como os indivíduos fazem uma escolha entre alternativas probabilísticas onde se tem risco e a probabilidade de resultados (ganhos e perdas) é desconhecida. Esta teoria foi formulada em 1979 e posteriormente desenvolvida em 1992 por Amos Tversky e Daniel Kahneman. A Tabela 1 apresenta as principais características da Teoria do Prospecto.

Tabela 1: Principais características da Teoria do Prospecto

I) Os ganhos e perdas são avaliados relativamente às variações e não a um nível de riqueza particular;
II) Os resultados são expressos em relação ao ponto neutro de referência, e são expressos em termos de ganho quando excedem este ponto e perdas quando são menores que este ponto;
III) As escolhas são regidas por uma função de valor em forma de “S”, de formato côncavo (aversão a risco) no “Domínio dos Ganhos” e convexo (propensão ao risco) no “Domínio das Perdas”;
IV) A maneira como o problema é apresentado perda/ganho (perspectiva), pode alterar o ponto neutro de referência;
V) O sentimento associado à perda de um determinado valor é maior que o sentimento associado ao ganho desse mesmo valor. Existe uma tendência de super-avaliar eventos de pequena probabilidade.

Dentro da literatura existe um fenômeno bem conhecido como aversão as perdas (*loss aversion*) o qual descreve como as pessoas tendem a sentir com maior intensidade as perdas do que os ganhos. Este comportamento foi descrito pela primeira vez na teoria do prospecto (*Prospect Theory*) (Kahneman e Tversky, 1979). Usando esta ideia Watanabe (2006) sugere considerar uma medida de risco/retorno diferente da medida conhecida como “Sharpe ratio” o mais utilizado na literatura.

$$Prospect\ ratio = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Max(r_t; 0) - \lambda(-Min((r_t; 0))) - r_{Target}}{\sigma_D}} \quad (13)$$

No qual,  $n$  é o número de observações de toda a série,  $r_{Target}$  é o mínimo retorno aceitável,  $\lambda$  o coeficiente de aversão as perdas e  $\sigma_D$  o risco. A diferença entre esta medida e a medida do Sharpe e que ele tem em conta que o agente percebe os retornos positivos e negativos de forma diferente, dando um peso maior para as perdas. Esta medida de risco/retorno está mais de acordo com os comportamentos reais dos investidores, os quais



no momento de considerar o retorno de um ativo dão uma importância significativamente maior as perdas. De acordo com Sortino e Price (1994), todas as métricas que utilizam o  $r_{Target}$  são mais sensíveis a riscos negativos ou extremos do que as medidas que usam volatilidade (desvio padrão dos retornos) como medida de risco. A escolha cuidadosa do  $r_{Target}$  (nomeada por alguns autores como *minimum acceptable return* – MAR) é muito importante, principalmente na escolha de ativos para investimentos. Se o MAR for muito baixo, ele não capturará adequadamente os riscos que dizem respeito ao investidor, e se o MAR for muito alto, retratará desfavoravelmente o que poderia ser um investimento sólido. Quando se compara vários investimentos, o mais usual é a utilização da taxa livre de risco como MAR ( $r_{Target}$ ).

A *Prospect Ratio* pode ser interpretada como uma taxa de risco baseada em preferências, esta foi utilizada como ferramenta de análise nos artigos de Cogneau e Hübner (2014), Cibulskienė et al. (2016), Waelchli (2015), Cogneau e Hübner (2015) e Merten (2017).

## 5 APLICAÇÕES

Para as análises e elaboração dos portfólios a fim de apresentar a Fronteira Eficiente, foram coletados através da base de dados da B3 e ANBIMA, 70 ativos em um período diário de 02 de janeiro de 2019 à 31 de janeiro de 2020. Na Tabela 2 pode-se observar quais os ativos selecionados.

Tabela 2 - Ativos selecionados

Ativos
AZUL4, BPAC11, CYRE3, GOLL4, MRVE3, SMLS3, ELET3, ELET6, BRML3, CCRO3, CMIG4, HGTX3, COGN3, CVCB3, ECOR3, NTCO3, IGTA3, RENT3, LREN3, MULT3, PETR3, PETR4, QUAL3, SBSP3, UGPA3, YDUQ3 BTOW3, LAME4, MGLU3, VVAR3, ABEV3, B3SA3, BBSE3, BBDC3, BBDC4, BBAS3, BRKM5, CRFB3, CSAN3, EMBR3, ENBR3, EGIE3, EQTL3, FLRY3, HYPE3, IRBR3, ITSA4, ITUB4, KLBN11, BRDT3, BRFS3, JBSS3, MRFG3, BRAP4, GOAU4, GGBR4, CSNA3, USIM5, VALE3, CIEL3

Fonte: Elaboração própria

Na Tabela 3 são apresentadas as estatísticas descritivas dos cinco ativos mais significativos, ou seja, aqueles que mais se destacaram dentre os 70 selecionados para análise. Nota-se que o ativo com maior variabilidade no período analisado é o VVAR3, já o ativo com maior retorno médio é o QUAL3, apresentando um rendimento de 0,49% ao dia, com um desvio padrão de 2,8%. Alguns ativos apresentaram retorno médio negativo dentro do período analisado, como o CVCB3 com – 0,18%.

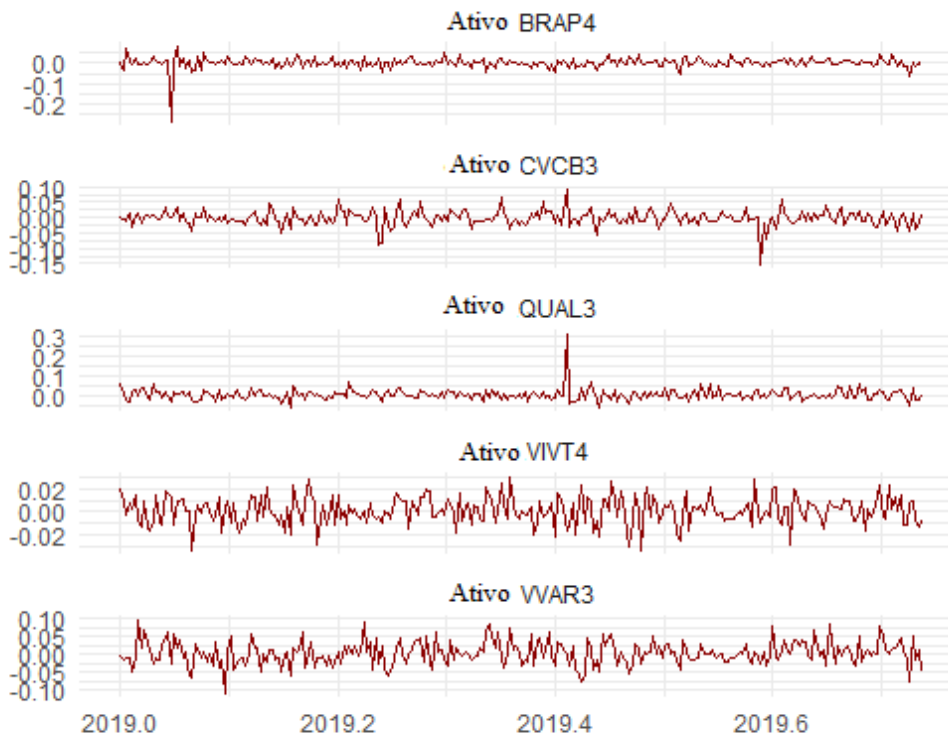
Tabela 3: Estatísticas descritivas

Ativos	Mín	Média	Máx	Var	Desv Padrão
VVAR3	-0,1094207	0,0042952	0,0973484	0,0010554	0,03248742
VIVT4	-0,0334534	0,0012036	0,0304400	0,0001367	0,01168989
QUAL3	-0,0599380	0,0049772	0,3121529	0,0008262	0,02874282
CVCB3	-0,1525117	-0,0018755	0,0886188	0,0005844	0,02417428
BRAP4	-0,2813501	0,00079689	0,0759309	0,0006596	0,02568305

Fonte: Elaboração própria

Para melhor visualização a Figura 1 apresenta as séries contendo os retornos de cada ativo, assim como na tabela 3, pode-se observar os pontos de mínimo e máximo, nota-se que as séries são estáveis em torno da média, o ativo BRAP4 apresenta baixa volatilidade, após o período do seu ponto mínimo em janeiro de 2019, QUAL3 apesar de ser uma série com volatilidade relativamente baixa dentre as 70 abordadas, atinge um ponto máximo em 9 de agosto de 2019, após este período se manteve estável, mostrando o melhor rendimento médio.

Figura 1 – Séries dos ativos observados



Fonte: Elaboração própria com base nos dados coletados

Para iniciar a otimização e a elaboração da Fronteira Eficiente de Markowitz, o primeiro portfólio gerado foi o de tangência, ele apresenta a maior relação risco/retorno

na Fronteira. O portfólio tangente é o portfólio de ativos arriscados ótimos em uma carteira com ativos arriscados e livre de risco, este ocorre na tangência entre a Fronteira Eficiente e a linha de transformação. Para encontrar o ponto tangente na Fronteira Eficiente a relação risco/retorno é calculada a partir do retorno desejado e do risco alvo.

O outro portfólio gerado é o de variância mínima (CMV), o mesmo objetiva minimizar o risco alvo. O processo a fim de obter a CMV se resume em encontrar o portfólio ótimo através do ponto de mínimo, ou seja, a derivada. Após aplicar o princípio da dominância para todas as combinações possíveis de ativos, obteve-se a carteira de variância mínima. Este será o portfólio com menor desvio-padrão dentre todas as combinações possíveis entre os ativos selecionados. Pode-se observar na tabela 4 o retorno e o risco dos portfólios, o tangente apresenta um retorno de 0,35% ao dia com risco de 1,13%, está é melhor relação risco/retorno dentre os ativos analisados, onde existe um equilíbrio entre o risco e o retorno esperado. Já o portfólio de variância mínima apresenta um retorno de 0,13% a um risco de 0,8%, nota-se que o risco observado na CMV é bem menor do que o apresentado pelo portfólio tangente e os ativos individuais, assim como esperado.

Tabela 4: Portfólio de tangência e CMV

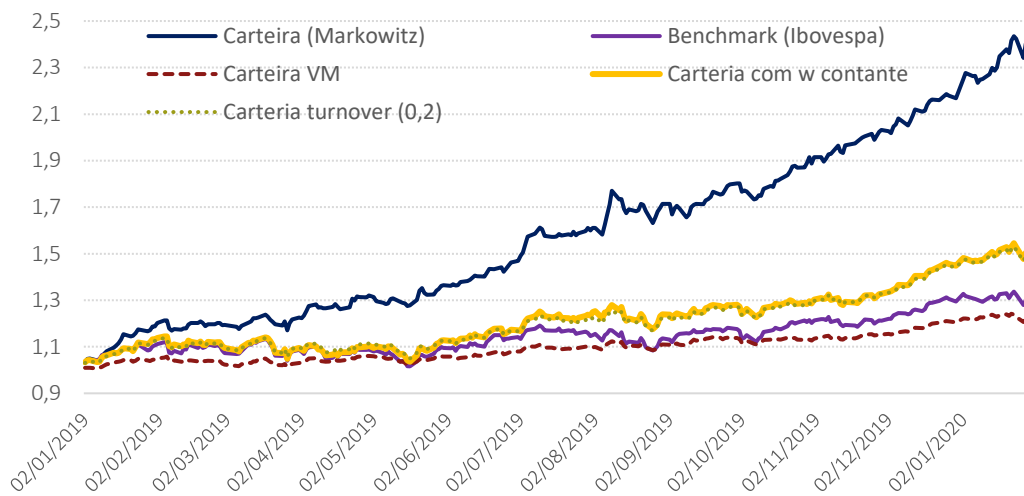
Portfólio	Retorno	Cov	VaR
Tangência	0,0035	0,0113	0,0156
Variância mínima	0,0013	0,0080	0,0127

Fonte: Elaboração própria

A fim de verificar a eficiência dos portfólios de Tangência e Variância Mínima, foi gerado um portfólio Turnover (2,0), este portfólio consiste na medida de frequência com que os ativos são comprados e vendidos. Para calcular a rotatividade da carteira é considerado a quantidade dos novos títulos adquiridos ou vendidos, optando pelo que for menor, durante um período específico, sempre dividindo pelo valor patrimonial líquido total. Objetivando avaliar o desempenho dos portfólios, utilizou-se o Benchmark (Ibovespa). Benchmark é um Índice de referência, que atua como um parâmetro de comparação, o mesmo é de grande utilidade para se analisar o desempenho de um ativo, assim como de uma carteira de investimentos.

A Figura 2 apresenta o retorno acumulado do Portfólio de Tangência, de Variância Mínima, Turnover (2,0), com pesos constantes e o Benchmark (Ibovespa). Podemos observar que no período analisado a Carteira de Markowitz apresentou o maior retorno acumulado e a Carteira de variância mínima o menor retorno cumulado.

Figura 2 - Retornos das carteiras (acumulado)

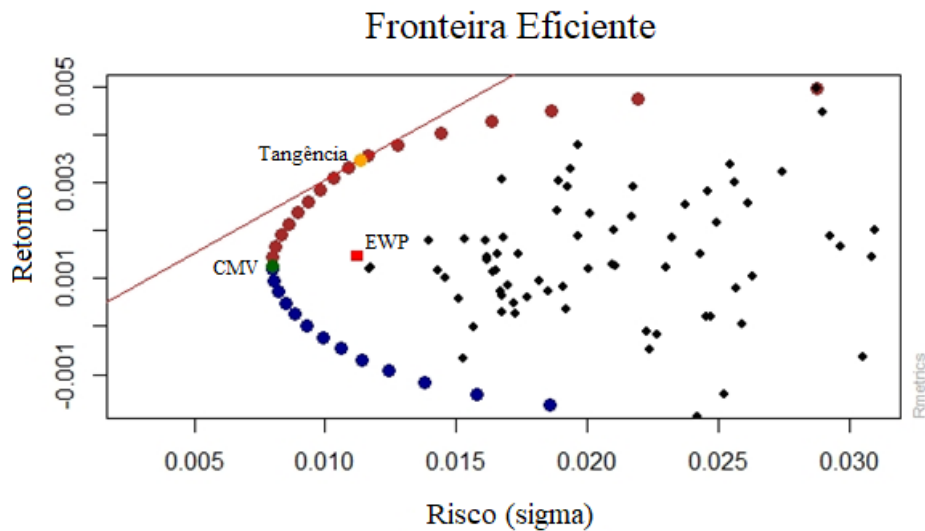


Fonte: Elaboração própria com base nos dados analisados.

Buscando a melhor otimização, onde os portfólios ofereçam o maior retorno possível para um determinado nível de risco, aplicou-se o modelo de otimização de Markowitz, obtendo as carteiras de tangência e de variância mínima, o que possibilitou a determinação da Fronteira Eficiente (Figura 3). Na Fronteira pode-se observar as carteiras ótimas de Markowitz, ou seja, os portfólios que apresentam a melhor relação risco/retorno. Nota-se que a partir da CMV, são apresentadas as carteiras que possuem o menor nível de risco para qualquer retorno superior ao da CMV. De acordo com a Teoria de Markowitz, os investimentos em portfólios abaixo da CMV não são indicados, pois apresentam rentabilidade baixa com níveis altos de risco, ao observar o gráfico da Fronteira é possível notar que com o mesmo nível de risco pode-se investir nos portfólios acima da CMV, obtendo maior retorno. No geral o gráfico inclui a Fronteira Eficiente, a linha de tangência e o portfólio de tangência para uma taxa livre de risco, este portfólio apresenta a melhor relação risco/retorno dentre os portfólios contidos na Fronteira, o portfólio nomeado como EWP é o que contém todos os 70 ativos com pesos igualmente distribuídos entre eles.

Após a análise gráfica é possível notar que a diversificação melhora significativamente a eficiência do portfólio, na medida em que novos ativos são adicionados o risco total do portfólio é reduzido, quando favorecidos por correlações negativas, já o retorno da carteira será determinado pela ponderação dos retornos dos ativos individuais.

Figura 3– Fronteira Eficiente



Fonte: Elaboração própria com base nos dados publicados.

A Tabela 5 apresenta as *Prospect Ratios* para o Portfólio de Tangência, a carteira de variância mínima, o Portfólio com pesos iguais, o Turnover e o Ibovespa. Estas taxas são medidas mais sensíveis a riscos negativos ou extremos do que as medidas que usam volatilidade (desvio padrão dos retornos) como medida de risco. Neste experimento calculamos o *Prospect Ratio* com MAR - *minimum acceptable return* - variando este valor de 0,05 a 0,00014227. Lembramos que o *Prospect ratio* dá um peso maior aos retornos negativos sendo consistente com o fenômeno de aversão as perdas descritas por Amos Tversky e Daniel Kahneman, portfolios considerados.

Tabela 5: Prospect Ratio com MAR - *minimum acceptable return* distintos.

Prospect Ratio	Portfólio de Tangência	benchmark (Ibovespa)	Carteira de variância mín	Portfólio com pesos iguais	Turnover
MAR (0,05)	-1,2%	-8,4%	-3,5%	-6,6%	-5,7%
MAR (0,04)	-1,4%	-10,3%	-4,2%	-8,0%	-7,1%
MAR (0,03)	-1,8%	-13,2%	-5,5%	-6,6%	-9,2%
MAR (0,02)	-2,4%	-18,5%	-8,0%	-14,6%	-13,0%
MAR (0,01)	-3,6%	-28,7%	-14,6%	-22,8%	-20,9%
MAR (0,00014227)	-0,06%	-49,6%	-40,6%	-39,7%	-38,0%

Fonte: Elaboração própria com base nos dados publicados.

Da Tabela 5 fica clara a relação direta entre o MAR, e os *Prospect ratios* para cada um dos cinco tipos de portfolios. Esta relação pode ser explicada como segue, se o retorno mínimo aceitável é menor, então a diferença com a parte negativa do ativo

diminui, e assim MAR e *Prospect ratio* tem uma relação direta. Além disso podemos ver como a variação do *Prospect ratio* e menor para o portfólio de tangencia e bastante maior para os outros quatro, isto é, o portfólio de tangencia e o menos sensível para mudanças nos pontos de referência, dados pelo retorno mínimo aceitável.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo auxiliar investidores na tomada de decisão com relação a alocação de recursos financeiros. O ferramental apresentado pode ser usado pelos investidores como auxílio na identificação das carteiras ótimas (melhores combinações de ativos), em relação ao binômio risco retornos passados. As escolhas com base nesta metodologia reflete a melhor combinação de um conjunto de ativos dado os retornos passados e dado um nível de risco ou com menor risco para um determinado retorno.

O conceito de "compensação de risco e retorno" se refere ao princípio básico de Markowitz de que quanto mais arriscado o investimento for maior o retorno potencial exigido pelo investidor para que o mesmo adquira o ativo e tome o risco para si.

Como versado anteriormente, o risco pode ser mitigado quando o gestor da carteira de investimentos, ou investidor, escolhe ativos distintos entre si em relação a uma determinada ótica sobre os próprios ativos. Essa ótica pode estar relacionado ao setor ou país, por exemplo.

Para as análises e elaboração desta pesquisa foram analisados 70 ativos em um período diário de 02 de janeiro de 2019 à 31 de janeiro de 2020. O presente artigo calculou cinco carteira composta pela combinação dos 70 ativos, a carteira com pesos iguais, a Fronteira Eficiente de Markowitz, o portfólio de Variância Mínima e o portfólio de Turnover (2,0), este portfólio consiste na medida de frequência com que os ativos são comprados e vendidos. Para calcular a rotatividade da carteira é considerado a quantidade dos novos títulos adquiridos ou vendidos, optando pelo que for menor, durante um período específico, sempre dividindo pelo valor patrimonial líquido total. Objetivando avaliar o desempenho dos portfólios, utilizou-se o *Benchmark* (Ibovespa). Como resultado, no período analisado, a Carteira de Markowitz apresentou o maior retorno acumulado e a Carteira de variância mínima o menor retorno acumulado.

## REFERÊNCIAS

AZEVEDO, Dermi. Sarney Convida Igrejas Cristãs para Diálogo sobre o Pacto. **Folha de São Paulo**, São Paulo, 22 out. 1985. Caderno econômico, p. 13.

CIBULSKIENĖ, Diana; BRAZAUSKAS, Martynas. **A theoretical approach to quantitative downside risk measurement methods**, Šiauliai University, Lithuania, 2016.

COGNEAU, Philippe; HÜBNER, Georges. **The Prediction of Fund Failure through Performance Diagnostics\*** This version: June 15, 2014.

COGNEAU, Philippe; HÜBNER, Georges. **The prediction of fund failure through performance diagnostics**. Journal of Banking & Finance Volume 50, Pages 224-241, 2015.

FERREIRA, Rodrigo Andrade Ramos. **Análise de Eficiência de Fundos de Investimento no Brasil: uma abordagem usando DEA e medida Ômega** *Dissertação de Mestrado*, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2010.

LINDEN, Ricardo. **Técnicas de Agrupamento**. Revista de Sistemas de Informação da FSMA, n. 4 (2009) pp. 18-36.

MANGRAM, Myles E. **A simplified perspective of the Markowitz portfolio theory**, Global Journal of Business Research, SMC University, Switzerland, 2013.

MELLO, Luiz Antonio. **A Onda Maldita: como nasceu a Fluminense FM**. Niterói: Arte & Ofício, 1992. Disponível em: <<http://www.actech.com.br/aondamaldita/creditos.html>> Acesso em: 13 out. 1997.

MERTEN, Daniel C. **Extension of the Markowitz Portfolio Optimization to include diversification measures such as the Herfindahl Index and other means**, Master Thesis, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 2017.

MINGOTI, S. A. **Análise de Dados Através de Métodos de Estatística Multivariada: uma abordagem aplicada**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2005.

NEVES, Roberta Braga; PEREIRA; Valdecy and COSTA; GOMES. **Auxílio multicritério à decisão aplicado ao planejamento e gestão na indústria de petróleo e gás**. Produção. 2015, vol.25, n.1, pp.43-53. Epub Sep 03, 2013.

OTT, Margot Bertolucci. **Tendências Ideológicas no Ensino de Primeiro Grau**. Porto Alegre: UFRGS, 1983. 214 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1983.

ROMA, Carolina Magda da Silva; IQUIAPAZA, Robert Aldo; FERREIRA, Bruno Pérez. **Aplicação da Fronteira Eficiente por Meio das Técnicas de Bootstrapping e Monte Carlo: Uma Paralelização entre BM&FBovespa e Nyse a partir das principais ADRs Brasileira**, Race Joaçaba, 2015.

SAVIANI, Demerval. A Universidade e a Problemática da Educação e Cultura. **Educação Brasileira**, Brasília, v. 1, n. 3, p. 35-58, maio/ago. 1979.

SCHWARTZMAN, Simon. **Como a Universidade Está se Pensando? In: PEREIRA, Antonio Gomes (Org.). Para Onde Vai a Universidade Brasileira?** Fortaleza: UFC, 1983. P. 29-45.

SILVEIRA, Thiago dos Santos. **Uma Análise de Risco e Retorno: O Caso dos Fundos de Investimento Administrados pelo Banco Cooperativo Sicredi entre 2013 e 2017**, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2018.

WAECHLI, Boris. **A Random Forests based Performance Ratio for Regulatory Asset Portfolio Management and Optimization**, 2015.

WATANABE, Yasuaki. "Style Analyses of Desirable Hedge Fund Strategies for Actual Investors." (2009).