

Avaliação do coeficiente de atrito em redes de distribuição de gás natural canalizado**Evaluation of the friction coefficient in natural gas distribution networks**

DOI:10.34115/basrv4n5-003

Recebimento dos originais:04/08/2020

Aceitação para publicação:04/09/2020

Julio César de Almeida

Doutor em Engenharia Mecânica

Instituição: Universidade Federal do Paraná - UFPR

Endereço: Pretextato Tabora Ribas, 1520 - Curitiba-PR - 80330-080

E-mail: j.cezar@ufpr.br

Guilherme de Camargo Macieski

Engenheiro Mecânico

Instituição: Universidade Federal do Paraná UFPR

Endereço: Av. João Gualberto, 1000 - Alto da Glória - Curitiba/PR

E-mail: gui_macieski@hotmail.com

RESUMO

Apresenta-se neste trabalho uma proposta para a comparação do coeficiente de atrito em escoamentos unidimensionais, compressíveis e transitórios em redes de distribuição de gás natural. No projeto de uma rede de distribuição de gás natural, diversas propriedades associadas ao fluido de trabalho devem ser identificadas e avaliadas, visando a obtenção de um modelo matemático de resolução simplificada e que melhor se adapte às condições reais e operacionais do sistema. Nesse contexto, a identificação do coeficiente de atrito poderá vir a ocasionar dificuldades matemáticas complementares quando da solução da equação do *momentum* correspondente. A determinação experimental do coeficiente de atrito nem sempre se encontra disponível, além de ser uma metodologia relativamente cara e demorada. Dessa forma, uma proposta que permita ao projetista simular situações operacionais, objetivando avaliar e comparar o equacionamento matemático que melhor se adapte às condições futuras e reais de funcionamento do sistema podem vir a ser uma excelente alternativa no momento das avaliações de projeto iniciais. Os resultados finais obtidos demonstram que a partir da rotina computacional proposta, torna-se factível e relativamente simples a obtenção do coeficiente de atrito a ser considerado, previamente, para o desenvolvimento dos cálculos gerais de uma malha de distribuição de gás natural.

Palavras-chave: Escoamento de gás, Tubulações, Condições operacionais da distribuição de gás natural, *Matlab*.

ABSTRACT

This paper presents a proposal for the determination of the coefficient of friction in one-dimensional, compressible and transient flows in natural gas distribution networks. In the design of a natural gas distribution network, several properties associated with the working fluid must be identified and evaluated in order to obtain a simplified resolution mathematical model that best adapts to the real and operational conditions of the system. In this context, the identification of the coefficient of friction may lead to additional mathematical difficulties when solving the corresponding *momentum* equation. The

experimental determination of the coefficient of friction is not always available, besides being a relatively expensive and time-consuming methodology. Thus, a proposal that allows the designer to simulate operational situations, aiming to evaluate and validate the mathematical equation that best suits the future and real conditions of system operation can be an excellent alternative at the time of the initial design evaluations. The final results show that, from the proposed computational routine, it is feasible and relatively simple to obtain the coefficient of friction to be considered, preliminary, to the development of the general calculations of a natural gas distribution network.

Keyword: Gas flow, Pipes, Operating conditions of natural gas distribution, *Matlab*.

1 INTRODUÇÃO

Na maioria dos países, os sistemas de transporte e distribuição de gás natural consistem num elevado número de redes de tubulações totalmente integradas e que operam numa vasta gama de pressões. O desenvolvimento e aplicação do gás natural nos mais variados segmentos têm contribuído para a evolução dos sistemas de transporte e de distribuição correspondentes, para as quais se necessita de um fornecimento adequado do gás aos consumidores finais envolvidos, contemplando baixos custos de operação e manutenção.

Na etapa do projeto, a simulação computacional contribui não apenas para a estrutura da rede, mas também para o futuro controle de vazões e pressões em pontos específicos e pré-determinados. Os modelos matemáticos de fluidos e fluxos de gás ao longo de tubulações são baseados em princípios fundamentais da física (mecânica e termodinâmica) do contínuo, recaindo nos princípios da conservação da massa, *momentum* e energia, além de uma equação de estado correspondente (Almeida, 2013). A equação da quantidade de movimento (*momentum*), apresenta no termo relativo à força de atrito, o parâmetro designado como coeficiente de atrito ou fator de fricção. Tal coeficiente pode ser obtido experimentalmente gerando expressões explícitas e semi-empíricas que são ajustadas a um determinado valor de rugosidade relativa dos dutos, ou ainda, ser obtido mediante a aplicação de equações tradicionais disponíveis na literatura (Abdollahi et al., 2007).

No presente artigo apresenta-se uma proposta para a formulação matemática computacional e inicial do coeficiente de atrito em projetos de redes de distribuição de gás natural. Para tanto e objetivando-se comparar os resultados obtidos, faz-se também uma análise e validação final destes valores a partir de levantamentos de campo realizados junto à malha de distribuição de gás natural da COMPAGAS, empresa localizada no Estado do Paraná - sul do Brasil e que contempla, na atualidade, uma malha de distribuição aproximada de 900 km de extensão e que opera em faixas de pressão de 4, 7, 17 e 35 bar.

Nomenclatura

d – densidade relativa

D – diâmetro interno do duto

f – fator de atrito (*Darcy*)

f_{Fan} - fator de atrito (*Fanning*)

M - massa molar do gás

p - pressão do gás

Re – número de *Reynolds*

Re_{crit} – número de *Reynolds* crítico

R_o – constante universal do gás

t - tempo

T - temperatura

v – velocidade

X - primeiro coeficiente de cálculo

Y - segundo coeficiente de cálculo

Z - fator de compressibilidade

ε – rugosidade absoluta

ρ – densidade

μ – viscosidade dinâmica

2 DESENVOLVIMENTO DO MODELO

A formulação matemática de uma malha de distribuição de gás natural por tubulações contempla equações tradicionais da conservação da massa, conservação do *momentum* e conservação da energia, além de uma equação de estado correspondente. O transporte de gás natural ao longo de uma tubulação pode, assim, ser avaliado das seguintes formas (Lurie, 2008): escoamento compressível e transitório; fluxo contínuo; fluxo unidimensional; tubulação indeformável e interação entre o fluido e tubulação supostamente insignificante.

2.1 EQUAÇÃO DO *MOMENTUM*

A equação do *momentum* corresponde, na prática, a uma aplicação da segunda lei do movimento de *Newton* a um elemento fluido. Tomando por referência um volume de controle diferencial do duto em análise pode-se demonstrar:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + |v| \frac{2f v}{D} = 0 \quad (1)$$

onde: t = tempo; p = pressão do fluido; ρ = massa específica do fluido; v = velocidade média de fluxo; D = diâmetro interno do duto; x = distância; e f = coeficiente de atrito de *Darcy*.

O coeficiente de atrito é tipicamente estimado a partir do diagrama de *Moody* (*Moody*), o qual contempla regiões específicas de avaliação e considera dois fatores adimensionais distintos: o número de *Reynolds* (Re) e a rugosidade relativa do duto (ε/D). Entenda-se por rugosidade relativa, a razão entre os tamanhos das protuberâncias das rugosidades nas paredes dos tubos (ε) e o seu diâmetro interno (D).

O número de *Reynolds* tem por objetivo principal caracterizar o tipo de escoamento correspondente a uma determinada situação operacional, quando certo fluido escoar ao longo da tubulação. O referido parâmetro corresponde, na realidade, a uma relação entre as forças de inércia e as

forças viscosas do fluido, sendo ainda dependente de propriedades do próprio fluido como densidade e viscosidade dinâmica, bem como, de propriedades específicas de operação – como velocidade média do fluxo e diâmetro interno da tubulação. Matematicamente:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (2)$$

sendo μ a viscosidade dinâmica do fluido (Pa.s).

Conceitualmente, considera-se que números de *Reynolds* inferiores a 2000-2300 correspondem a regimes de escoamento caracterizados como laminares, ou seja, fluxos com predominância de forças viscosas, enquanto que números de *Reynolds* superiores a 4000 correspondem a regimes de escoamento caracterizados como turbulentos, ou seja, fluxos com predominância de forças de inércia. Fluxos com número de *Reynolds* intermediários – entre 2300 e 4000 – correspondem, evidentemente, à condição de transição entre esses dois regimes principais.

3 A EXPERIÊNCIA DE NIKURASE

Objetivando avaliar o efeito da rugosidade relativa de dutos *Nikurase* realizou, no ano de 1933, uma experiência colando grãos de areia de tamanho uniforme nas paredes internas de tubos lisos de vidro, visando determinar a relação do fator de atrito sob condições específicas da relação (ϵ/D).

Os resultados obtidos por *Nikurase* (Nikurase, 1933) não puderam, entretanto, ser diretamente aplicados aos problemas gerais envolvendo tubos comerciais, dado o fato de estes apresentarem configurações de rugosidade totalmente diferenciadas das rugosidades experimentais levantadas por *Nikurase*. Por esse motivo, posteriormente nos anos de 1939 e 1944, *Colebrook & White* e *Moody*, respectivamente, estudaram a aplicação da experiência de *Nikurase* em tubos comerciais, propondo com isso equações semi-empíricas complementares para a identificação do coeficiente de atrito em dutos.

4 ESCOAMENTOS PARCIALMENTE TURBULENTOS E INTEIRAMENTE TURBULENTOS

Situações práticas de escoamentos de gás natural em dutos, que recaiam fora da condição de escoamentos laminares, são classificadas como escoamentos turbulentos ($Re > 4000$), os quais podem ainda ser subdivididos em duas situações de fluxos distintas: a) escoamentos parcialmente turbulentos (ou escoamentos em tubos hidraulicamente lisos) e b) escoamentos inteiramente turbulentos (ou escoamentos em tubos rugosos). Para o primeiro caso, a espessura da subcamada laminar é superior à rugosidade absoluta da parede do tubo, cobrindo assim a superfície interior do duto e ocasionando uma condição de perda de carga independente da rugosidade interna (Coelho, 2007). Das alternativas

disponíveis na literatura para a determinação do coeficiente de atrito, propõem-se para o presente trabalho a equação semi-empírica de *Prandtl-von Kármán*:

$$\frac{1}{\sqrt{f_{Fan}}} = 4 \log_{10} \left(\text{Re} \sqrt{f_{Fan}} \right) - 0,6 \quad (3)$$

ou, alternativamente:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{2,825}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (4)$$

na expressão (3), f_{Fan} corresponde ao coeficiente de atrito de *Fanning* ($f_{Fan} = f/4$).

Com o aumento do número de *Reynolds* (escoamentos em tubos rugosos) ocorre uma redução da subcamada laminar, ocasionando uma transição no regime de escoamento e, conseqüentemente, a passagem para o regime totalmente turbulento. Nessa situação, o coeficiente de atrito passa a ser totalmente dependente da rugosidade absoluta da tubulação e independente do número de *Reynolds*. Nessas circunstâncias, a equação de *Nikurase* corresponde a uma boa alternativa para a referida situação:

$$\frac{1}{\sqrt{f_{Fan}}} = 4 \log_{10} \left(3,7 \frac{D}{\varepsilon} \right) \quad (5)$$

ou, alternativamente:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} \right) \quad (6)$$

A rugosidade do tubo, presente nessas equações, não é de fácil medição ou mensuração em decorrência da sua variação com o tipo de fluido e com o próprio período de utilização da tubulação. Isso significa afirmar que a rugosidade dos tubos pode ser alterada por problemas operacionais de erosão ou corrosão, como também por precipitação de impurezas que possam vir a aderir à parede do duto. Os valores absolutos de rugosidade, normalmente medidos e utilizados em termos práticos, correspondem assim à condição de tubos comerciais novos e sem revestimento, sendo que para o caso de tubulações de aço carbono e PEAD, comumente utilizadas em redes de distribuição de gás natural, Coelho e Pinho (2007) propõem os valores de 0,0191 mm e 0,007 mm, respectivamente.

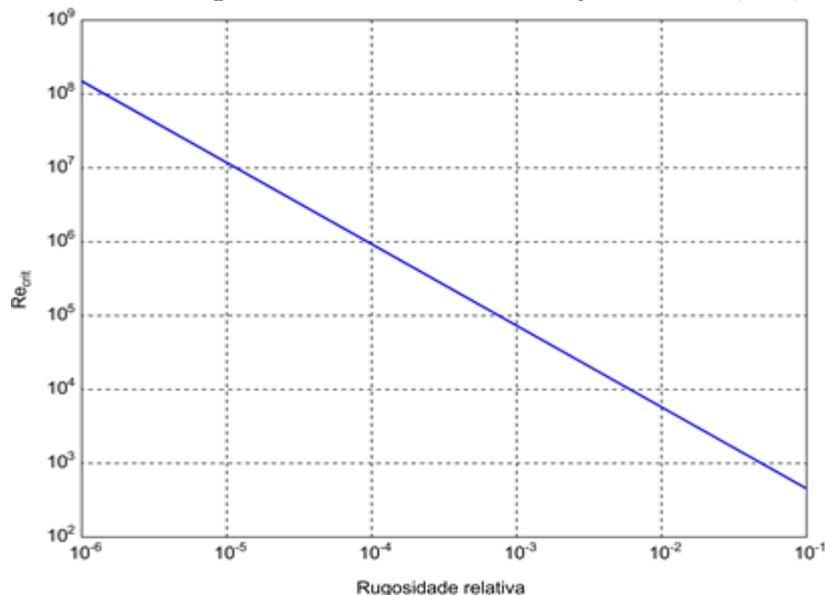
Golshan (2003) em seu trabalho para o caso de tubos comerciais não revestidos internamente, demonstrou que esses valores podem ainda serem incrementados em 0,76 μm por ano de utilização dessas tubulações.

5 O NÚMERO DE *REYNOLDS* CRÍTICO

O número de *Reynolds* crítico corresponde a um valor numérico no qual se dá a mudança abrupta entre os regimes de escoamento parcialmente turbulento para totalmente turbulento. Segundo Coelho (2007) é possível traçar uma curva, em escala log-log, que delimita as áreas de existência entre esses dois tipos de regimes, conforme ilustra esquematicamente a Figura 1 e cuja expressão matemática correspondente pode ser aproximada por:

$$Re_{crit} = 35,525 \left(\frac{\epsilon}{D} \right)^{-1,1039} \quad (7)$$

FIGURA 1 – Rugosidade relativa x Número de Reynolds crítico (Re_{crit}).



A região inferior à curva corresponde a uma combinação de valores que caracterizam o regime de escoamento parcialmente turbulento, enquanto que a região superior à curva, ao regime de escoamento totalmente turbulento. Observar que a passagem de um regime de escoamento para o outro ocorre de forma abrupta, não havendo assim uma região de transição bem definida. Face ao exposto, alguns autores recomendam a utilização da equação de *Colebrook-White* (Colebrook & White, (1937)) para situações nas quais se tenha uma proximidade com a curva correspondente a essa mudança abrupta. Assim, considerando apenas o coeficiente de atrito de *Darcy*, tem-se:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,825}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (8)$$

Resumidamente, pode-se enfim considerar:

- $Re < Re_{crit}$ – utilização da equação de *Prantl-von Kármán* (equação 4 - regime parcialmente turbulento);
- $Re \approx Re_{crit}$ – utilização da equação de *Colebrook-White* (equação 8 - região de transição entre os regimes parcialmente e totalmente turbulento); e
- $Re > Re_{crit}$ – utilização da equação de *Nikurase* (equação 6 - regime totalmente turbulento).

6 PARÂMETROS OPERACIONAIS DA REDE DE DISTRIBUIÇÃO DE GÁS NATURAL DA COMPAGAS

A COMPAGAS é a empresa responsável pelo fornecimento de gás natural por meio de tubulações aos segmentos industrial, automotivo, comercial e residencial no Estado do Paraná, sul do Brasil. A rede de distribuição da COMPAGAS tem, na atualidade, cerca de 900 km de extensão e apresenta trechos que transportam o gás nas pressões nominais relativas de 4, 7, 17 e 35 bar. O gás distribuído é proveniente de algumas poucas jazidas da Bolívia, o que confere tal estabilidade à composição química média do gás ao ponto desta ter sido especificada em contrato comercial, cujos valores médios são identificados na Tabela 1. Esta composição química média foi utilizada para calcular a massa molar do gás conforme reportado na última linha dessa mesma Tabela.

TABELA 1 – Composição química média do gás natural da COMPAGAS.

Componente	Fração Molar %	Massa molar kg/kmol
CH ₄	0.8901	16.043
C ₂ H ₆	0.0593	30.069
C ₃ H ₈	0.0185	44.096
n-C ₄ H ₁₀	0.0042	58.123
i-C ₄ H ₁₀	0.0031	58.123
n-C ₅ H ₁₂	0.0011	72.151
i-C ₅ H ₁₂	0.0008	72.151
n-C ₆ H ₁₄	0.0008	86.178
N ₂	0.0067	28.013
CO ₂	0.0154	44.010
Gás Natural	1.0000	18.374

Para caracterizar as condições de operação da rede COMPAGAS, foram considerados valores de pressão, temperatura e fator de compressibilidade provenientes de medições de campo realizadas, rotineiramente, nos equipamentos de redução de pressão espalhados ao longo da malha de distribuição

de gás. Seis pontos de medição (identificados por letras maiúsculas na Tabela 2), escolhidos de forma aleatória, foram assim selecionados de forma a abranger tanto os quatro níveis de pressão nominal, como todas as regiões geográficas em que a rede está localizada. Além disso, as medições foram feitas ao longo de um período aproximado de 8 meses, incluindo assim meses de verão e inverno, contemplando dessa forma os extremos da faixa de temperaturas em que a rede tipicamente opera (entre 275 e 320 K).

Os parâmetros massa específica e viscosidade dinâmica, segundo a API-PROJECT 65 (1965), necessários para o cálculo dos números de *Reynolds* correspondentes foram obtidos a partir de expressões matemáticas consagradas e descritas na seqüência.

$$\rho = \frac{pM}{ZR_oT} \quad (9)$$

$$\mu = 10^{-7} \left(\frac{(10,425 + 0,244d)T^{1,5}}{68,02 + 208,4d + T} \right) e^{-XpT} \quad (10)$$

$$X = 2,576 + \frac{1063,58}{T} + 0,276d \quad (11)$$

$$Y = 1,108 + 0,0404 X \quad (12)$$

Nestas expressões, p é a pressão do gás (Pa); Z é o fator de compressibilidade do gás; M é a massa molar do gás (kg.kmol^{-1}); R_o é a constante universal dos gases ($8314 \text{ J.kmol}^{-1}\text{K}^{-1}$); T é a temperatura de fluxo (K); d é a densidade do gás ($d = M/M_{AR}$); X , Y são coeficientes de cálculo; ρ é a massa específica do gás (g/cm^3).

Os resultados obtidos e calculados encontram-se tabulados nas Tabelas 2 e 3 para as condições de tubulações novas e tubulações usadas (supondo uma condição operacional de dez anos), respectivamente.

TABELA 2 – Parâmetros operacionais e resultados (tubulações novas) – Gás natural da COMPAGAS.

Parâmetros	A	B	C	D	E	F
p (bar)	3.953	3.1996	6.483	6.758	16.081	22.57
T (K)	283.65	295.65	290.65	281.15	285.15	278.15
Z	0.9897	0.9928	0.9846	0.9818	0.9591	0.9372
D (mm)	51.4	90	158.67	52.53	158.67	260.35
v (m/s)	4.636	14.51	9.614	3.523	1.717	3.224
material	PEAD	PEAD	aço	aço	aço	aço
ε (mm)	0.007	0.007	0.0191	0.0191	0.0191	0.0191
(ε/D)	0.000136	0.000078	0.00012	0.000364	0.00012	0.000074
ρ (g/cm ³)	3.112	2.409	5.007	5.411	12.995	19.135
μ (Pa.s) x 10 ⁻⁵	1.074	1.107	1.116	1.087	1.1776	1.219
Re	69059	284092	684515	92081	300646	1317596
Re _{crit}	657753	1220727	753750	222464	753750	1302073
regime	PT	PT	PT	PT	PT	TT

TABELA 3 – Parâmetros operacionais e resultados (tubulações usadas) – Gás natural da COMPAGAS.

Parâmetros	A	B	C	D	E	F
p (bar)	3.953	3.1996	6.483	6.758	16.081	22.57
T (K)	283.65	295.65	290.65	281.15	285.15	278.15
Z	0.9897	0.9928	0.9846	0.9818	0.9591	0.9372
D (mm)	51.4	90	158.67	52.53	158.67	260.35
v (m/s)	4.636	14.51	9.614	3.523	1.717	3.224
material	PEAD	PEAD	aço	aço	aço	aço
ε (mm)	0.007008	0.007008	0.019108	0.019108	0.019108	0.019108
(ε/D)	0.000136	0.000078	0.000120	0.000364	0.000120	0.000074
ρ (kg/m ³)	3.112	2.409	5.007	5.4107	12.995	19.134
μ (Pa.s) x 10 ⁻⁵	1.074	1.1074	1.1157	1.0874	1.1775	1.2189
Re	69059	284092	684515	92081	300646	1317596
Re _{crit}	656965	1219266	753420	222366	753420	1301501
regime	PT	PT	PT	PT	PT	TT

PT – parcialmente turbulento

TT – totalmente turbulento

Uma análise comparativa entre as Tabelas 2 e 3 demonstra ainda que, apesar de haver variações numéricas entre as rugosidades relativas das tubulações, os demais parâmetros de cálculo ficam praticamente inalterados. Isso decorre da pequena variação numérica obtida para as rugosidades relativas correspondentes, como também, pelo fato da maioria dos casos recaírem na equação de fluxo de *Prandtl-von Kármán*.

7 COEFICIENTES DE ATRITO DA REDE DE DISTRIBUIÇÃO DE GÁS NATURAL DA COMPAGAS

Os números de Reynolds calculados a partir dos dados operacionais levantados de forma aleatória demonstram uma forte tendência para a condição de regimes de fluxo turbulentos na totalidade dos casos

das redes de distribuição de gás natural (Sletfjerdings). Dentro do regime turbulento, existe ainda uma forte tendência para o caso de regimes parcialmente turbulentos prevalecendo com isso à equação de *Prantl-von Kármán* quanto à determinação dos coeficientes de atrito correspondentes (nesse caso, exceto apenas para os pontos C e F). A Tabela 4 traduz os valores calculados para os coeficientes de atrito em relação aos pontos de medição. Observar ainda que se obtiveram valores idênticos tanto para o caso de tubulações novas como para tubulações usadas (com 10 anos de operação).

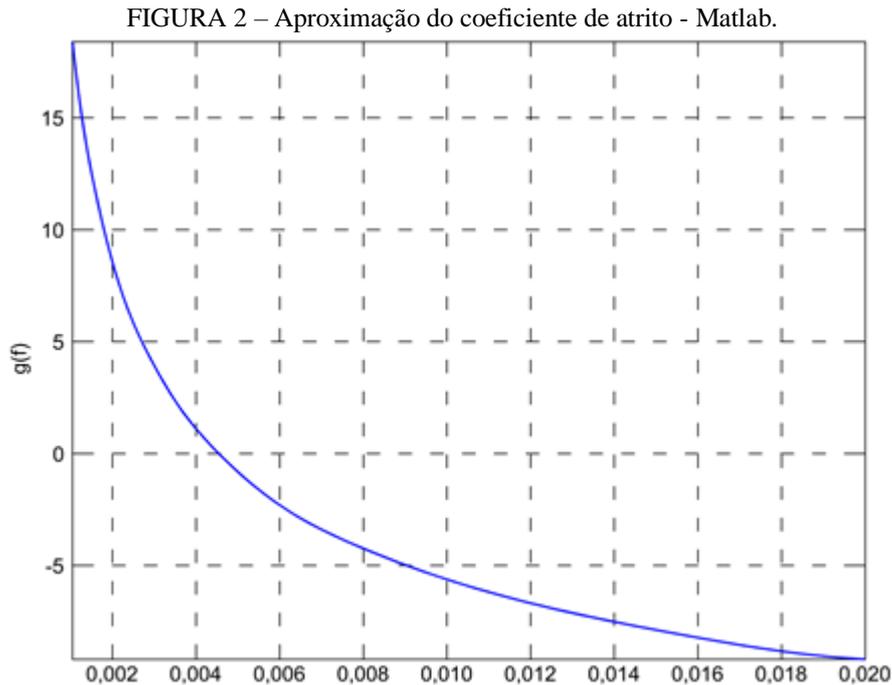
TABELA 4 – Equações e resultados dos coeficientes de atrito – Gás natural da COMPAGAS.

Parâmetros	A	B	C	D	E	F
equação	<i>Prandtl-von Kármán</i>	<i>Prandtl-von Kármán</i>	<i>Colebrook-White</i>	<i>Prandtl-von Kármán</i>	<i>Prandtl-von Kármán</i>	<i>Nikurase</i>
f	0.0046	0.0033	0.0023	0.0043	0.0033	0.0021

8 ROTINA COMPUTACIONAL – *MATLAB*

Conforme descrito originalmente e com objetivo de facilitar as avaliações a serem realizadas acerca do parâmetro coeficiente de atrito, desenvolveu-se uma rotina computacional em *Matlab*. Tal proposta permite ao usuário final, a partir de dados simplificados de entrada, obter respostas acerca do tipo de regime predominante, como também, da equação de cálculo a ser considerada (*Prantl-von Kármán*, *Colebrook-White* ou *Nikurase*) no seu projeto. De posse ainda da equação de cálculo selecionada e a partir da aplicação da função “*fzero*” do pacote *Matlab*, torna-se também possível, após uma série de aproximações de convergência, obter-se o valor final para o coeficiente de atrito a ser considerado.

A Figura 2 ilustra o gráfico resultante obtido a partir de um determinado conjunto de dados de entrada. A função $g(f) = 1$, nessas circunstâncias, fornece graficamente o valor aproximado do coeficiente de atrito correspondente. Esse valor pode assim ser adotado como uma aproximação inicial das iterações de cálculo a serem realizadas até que se obtenha a convergência desejada.



9 CONCLUSÕES

Métodos convencionais para prever o coeficiente de atrito em tubulações de gás natural foram revistos e comparados, identificando faixas pré-definidas para a escolha do método de cálculo a ser considerado numa determinada situação operacional real ou até mesmo a partir de dados iniciais estimados para fins de simulação.

Detectou-se que a idade ou tempo de uso da tubulação, apesar de interferir diretamente nos valores das rugosidades relativas, pouco influenciam os resultados finais obtidos para os coeficientes de atrito correspondentes.

Observou-se também que, dentro das condições nominais de funcionamento de uma malha de distribuição de gás natural em tubulações de aço carbono ou PEAD, ocorre à predominância do regime de escoamento turbulento, ou de forma mais específica: do regime de escoamento parcialmente turbulento, favorecendo com isso a utilização das equações de *Prantl-von Kármán* ou *Colebrook-White*.

Por fim, a partir das considerações iniciais e mediante a aplicação da rotina computacional proposta, o cálculo do coeficiente de atrito se transforma num processo fácil e de rápida resolução, mesmo com a eventual presença de equações explícitas em relação ao referido parâmetro.

REFERÊNCIAS

- ABDOLAH, F., MESBAH, A., BOOZARJOMEHRY, R.B., SVREEK, W.Y. *The effect of major parameters on simulation results of gas pipelines*. International Journal of Mechanical Sciences 49: 989-1000, 2007.
- ALMEIDA, J.C. *Estudo numérico e experimental de fluxos transientes em redes de distribuição de gás natural*, Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUC-PR, 2013.
- API PROJECT 65, *Viscosity of light hydrocarbons monograph on API Research Project 65*, American Petroleum Institute, 1965.
- COELHO, P.M., PINHO, C. *Considerations about equations for steady state flow in natural gas pipelines*. ABCM 2007, Vol. XXIX, nº 3.
- COLEBROOK, C.F., WHITE, C.M. *Experiments with fluid friction in roughened pipes*. Proceedings of the Royal Society of London, 1937.
- GOLSHAN, H. *Pipeline Design & Construction: A Practical Approach*. ASME Press, 2003.
- LURIE, M.V. *Modeling of oil product and gas pipeline transportation*, Wiley-Blackwell. 2008.
- MOODY, M.L. *An approximate formula for pipe friction factors*. Transactions of ASME 69: 1005-11.
- NIKURASE, J., *Stromangsesetze in rauhen rohren*. Ver. Dtsch. Ing. Forschungsheft 361, vol. B, Berlin: VDI Verlag, 1933.
- SLETFJERDING, E., GUDMUNDSSON, J.S. *Friction factor in high pressure natural gas pipelines from roughness measurements*. Department of Petroleum Engineering and Applied Geophysics Norwegian University of Science and Technology, Norway.