

La visualización en geometría actividades heurísticas con las figuras

Visualização em geometria atividades heurísticas com figuras

DOI:10.34117/bjdv9n5-038

Recebimento dos originais: 04/04/2023

Aceitação para publicação: 03/05/2023

Ismenia Guzmán Retamal

Doctorado en Especialidad Matemática Mención Didáctica de las Matemáticas por la
Universidad de Estrasburgo

Institución: Universidad de Los Lagos

Dirección: Avenida Alberto Fuchslocher 1305, Osorno - Chile

Correo electrónico: Ismenia.guzman@ulagos.cl

RESUMEN

La geometría es un dominio que exige la articulación cognitiva de dos registros de representación, la visualización de formas para representar el espacio y el lenguaje para enunciar propiedades y deducir nuevas. La manera de ver las figuras depende de la manera en que ella se pone en juego, hay una manera de ver icónica y otra muy diferente que es la manera no icónica. La visualización no icónica implica deconstrucción de las formas visualmente ya conocidas. Se distinguen la deconstrucción de formas, la deconstrucción dimensional de figuras y la deconstrucción heurística (puzzles). La deconstrucción dimensional es el proceso cognitivo central de la manera de ver en Geometría.

Palabras claves: acto de ver, visualización icónica, visualización no icónica, deconstrucción de formas, deconstrucción dimensional, deconstrucción heurística.

RESUMO

A geometria é um domínio que exige a articulação cognitiva de dois registros de representação, a visualização de formas para representar o espaço e a linguagem para afirmar propriedades e deduzir novas. A forma de ver as figuras depende da forma como ela se coloca em jogo, existe uma forma icônica de ver e outra muito diferente que é a forma não icônica. A visualização não icônica implica a desconstrução de formas visualmente já conhecidas. Distinguem-se a desconstrução de formas, a desconstrução dimensional de figuras e a desconstrução heurística (puzzles). A desconstrução dimensional é o processo cognitivo central do modo de ver em Geometria.

Palavras-chave: ato de ver, visualização icônica, visualização não icônica, desconstrução da forma, desconstrução dimensional, desconstrução heurística.

1 EL ACTO DE VER

El acto de ver es una actividad cognitiva que se presenta según, Duval de cuatro maneras, la manera de ver del Botanista, la del Topógrafo geométrico, del Constructor y

la del Inventor Artesano, ellas son clásicas y muy diferentes a la manera de ver en Geometría.

El Botanista reconoce formas a partir de cualidades visuales: el contorno de una forma particular (típica) sin relación con propiedades.

El Topógrafo mide los bordes de una superficie en un terreno o en un dibujo. Elige una escala y procedimientos para medir según las propiedades elige criterios de medida o fórmulas que le permita realizar cálculos.

El constructor descompone una forma en trazos para luego reconstruirla con instrumentos, y a veces recurre a trazos auxiliares (que no pertenecen a la figura final) él sigue un orden de construcción.

El inventor artesano transforma una forma inicial en otra, para ello agrega trazos reorganizadores para obtener otra, figura final. Implícitamente ella pertenece a una red de rectas en D2 (o intersección de planos en D3).

La mirada del Botanista es inmediata, él reconoce y le da nombres a las formas simples de la geometría plana: tipos de cuadriláteros, triángulos, pero su actividad no es propiamente geométrica, Piaget proponía copiar estas formas a mano alzada.

La mirada del Topógrafo es la histórica, mide longitudes en un terreno o distancias entre dos estacas, para llevarlas a un dibujo. Esta actividad no es natural, medir distancias en un terreno y medir longitudes en un dibujo. Su objetivo es pasar de una escala de tamaño a otra y luego ponerlas en correspondencia. Esta actividad si bien favorece la lectura de un plano o de un mapa geográfico, no es pertinente para la representación de figuras geométricas, pues las propiedades geométricas que se movilizan son solamente para medir.

La mirada del constructor es la que se necesitaría para estudiar las figuras geométricas euclidianas elementales, realizar configuraciones a partir de esas formas, el construirlas con instrumentos. Un instrumento permite dibujar una forma visual que tiene una propiedad geométrica, el instrumento impone una regularidad al trazado y entonces una invariancia visual. El instrumento también permite verificar una propiedad de la figura y tomar conciencia de que las propiedades de las figuras no son perceptivas, sino que estas propiedades implican restricciones para la construcción.

La mirada del inventor artesano, se centra en la transformación de una figura en otra, ella se describe en los siguientes problemas clásicos:

1. Dado un triángulo, ¿cómo dividirlo con un solo corte de tijera para transformarlo en un paralelogramo, después poder rearmar el triángulo dado?

2. ¿Cómo construir a partir de un cuadrado dado otro cuadrado dos veces más grande (que el área sea el doble?). Se sugiere utilizar papel cuadriculado para reducir las operaciones de medida a un conteo.

Estos problemas exigen una deconstrucción visual de las formas perceptivas elementales impuestas a primera vista, para lograr obtener la configuración pedida.

Estas cuatro maneras de ver las figuras son clásicas.

Existe una gran complejidad en los procesos en juego en el acto de ver, puesto que en él se realizan dos operaciones diferentes e independientes que a veces actúan en sinergia en un mismo acto de ver. Estas operaciones son el reconocimiento discriminativo de formas y la identificación de los objetos correspondientes a esas formas reconocidas.

El problema cognitivo está en cómo hacer el pasaje del reconocimiento de formas a la identificación de los objetos que hay que ver, sobre todo cuando estas operaciones son simultáneas, ya que la percepción del objeto por su forma es inmediata y permite distinguirlo. Pero la percepción no es la misma si las representaciones están construidas por segmentos. El pasaje se apoya en la semejanza entre las formas percibidas visualmente y la forma típica del objeto representado (imagen). Las representaciones icónicas se distinguen de aquellas representadas por símbolos o índices. Cuando se miran dibujos animados no se necesita saber leer para entender la historia que cuentan. Pero en otros casos es necesario recurrir a un enunciado verbal que aporte y se integre a la imagen como leyenda.

2 EL PASAJE EN LAS DIFERENTES MANERAS DE VER QUE SE EXIGE EN ACTIVIDADES GEOMÉTRICAS

Para las miradas del Botánico y Topógrafo este pasaje funciona como para cualquier representación visual fuera de la Geometría, lo que no ocurre para las miradas del Constructor e Inventor Artesano, para ellos el pasaje no está asegurado y no basta un aporte verbal de informaciones, este pasaje permite el descubrimiento de invariaciones en una secuencia de transformaciones visuales realizadas con o sin instrumentos. Por otra parte, toda figura genera otra por prolongaciones en el procedimiento de construcción o por reorganización visual de las formas inmediatamente reconocidas. La aprehensión operatoria se fundamenta en este proceso y favorece la intuición sobre las figuras.

En el aprendizaje de la geometría son actividades de iniciación, la descomposición de ellas de modo que se recupere la forma de partida. Esta descomposición se llama descomposición mereológica, el tangram es un ejemplo y los puzles (con formas

geométricas). Notar que hablamos de una geometría cuyos objetos son del mundo real, como lo son los puzles.

3 DOS MECANISMOS DE IDENTIFICACIÓN DE OBJETOS A PARTIR DE FORMAS VISUALES

VISUALIZACION ICONICA	VISUALIZACION NO ICONICA
Esta se asemeja al perfil de un objeto real o desplazamiento sobre un terreno o a un modelo tipo.	Es una <i>secuencia de operaciones</i> que <i>permite reconocer propiedades</i> geométricas en una configuración
La figura queda como un objeto independiente de las operaciones que se efectúen sobre ella.	La figura es <i>una configuración contextualmente desprendida de una red</i> u organización más compleja.
Botanista y Topógrafo	Constructor e Inventor Artesano

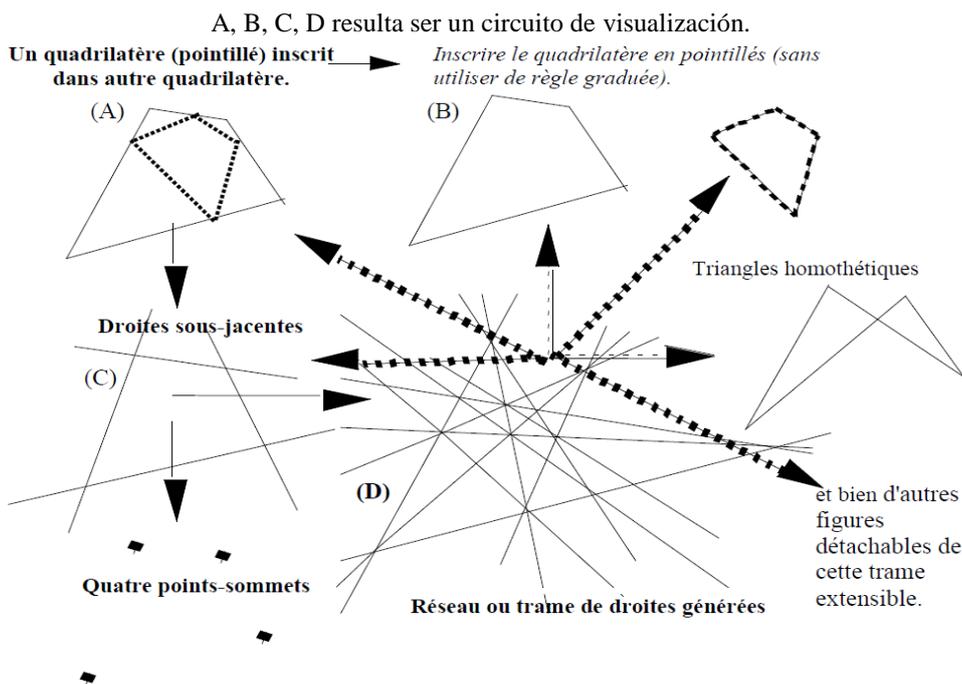
4 OBSTÁCULOS DE LA VISUALIZACIÓN ICÓNICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

La visualización icónica se apoya en la semejanza entre una forma (en un trazado) y la forma del objeto a identificar. Una representación de una forma tipo, está asociada a un nombre que la evoca y le da estatus de objeto. Pero hay restricciones, por ejemplo, la forma tipo de rectángulo (excluye diferencias entre largo y ancho) y la forma tipo de un triángulo requiere que las alturas estén al interior del triángulo.

Algunos obstáculos al acto de ver

- 1) El **reconocimiento está centrado**: una forma 2D es percibida como un perfil y centrada en su superficie así, las propiedades no relacionadas con el contorno (las diagonales de un cuadrilátero) quedan fuera del campo visual, a menos que sean explícitas. Centrarse en el contorno cerrado no favorece la idea de prolongaciones.
- 2) Las **formas aparecen como estables**, lo que no favorece la idea de transformarlas en otras formas semejantes o diferentes. Así, es difícil descubrir una superposición de paralelogramos en una red de rectas, de donde se puede también ver a primera una yuxtaposición de triángulos.

Duval representa un circuito de visualización en el esquema siguiente

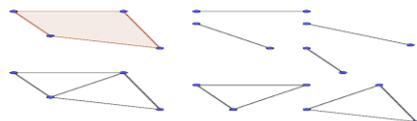


Notar que en la figura C, la base son los cuatro puntos y la figura D se obtiene de la C al unir puntos de intersección y trazando las rectas correspondientes.

3) La disociación entre las operaciones es necesaria puesto que puede ocurrir un conflicto entre el *reconocimiento* por semejanza de las formas con un ejemplo tipo y la *identificación* con el objeto al que corresponde la forma. Porque las relaciones constitutivas de los objetos no son propiedades que se perciban a simple vista.

Estas características de la visualización icónica van en contra del desarrollo característico de una actividad geométrica; esto es, descomponer cualquier forma reconocida a primera vista en un conjunto de segmentos; también cualquier figura de partida se puede descomponer en una configuración en unidades figurales de la misma dimensión o inferior.

Como muestra la figura siguiente:



5 VISUALIZACIÓN NO ICÓNICA O LA DECONSTRUCCIÓN DE FORMAS

Existen al menos dos maneras diferentes de descomponer una figura dada en unidades figurales: una, *utilizar* una figura de partida con un enunciado y dos, *construirla* según ese enunciado. La introducción de trazos suplementarios se encuentra en estos modos de visualización no icónica. En el primer caso la descomposición esta impuesta, se realiza con instrumentos. En el otro caso, la descomposición debe ser “imaginada” porque el trazo suplementario elegido permite ver un procedimiento de resolución. Esto renvía a dos tipos de funcionamientos cognitivos totalmente diferentes.

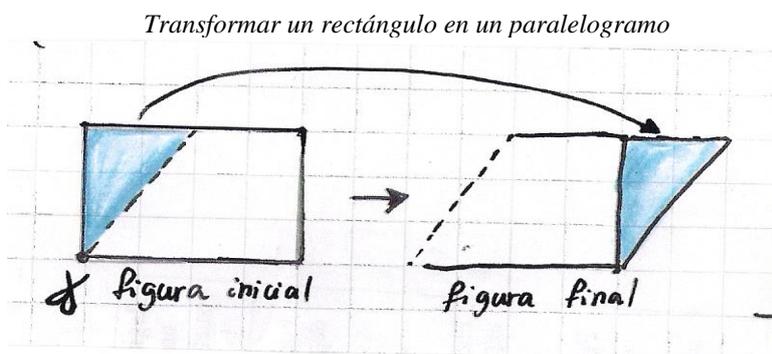
DESCOMPOSICIÓN de una figura dada en unidades figurales

Por introducción de TRAZOS SUPLEMENTARIOS	SIN introducción (aún implícita o mental) de trazos suplementarios
AUXILIARES Para construir una figura	REORGANIZADORES para resolver un problema

La característica de las figuras geométricas en relación con otros tipos de figuras es que ellas se construyen con instrumentos (regla, compás...). Cada trazo corresponde a una instrucción comunicable (por teléfono) o formulada en un menú de un software) y también a la movilización de una propiedad pertinente y se apoya en su deconstrucción dimensional (1D/2D y 0D/2D).

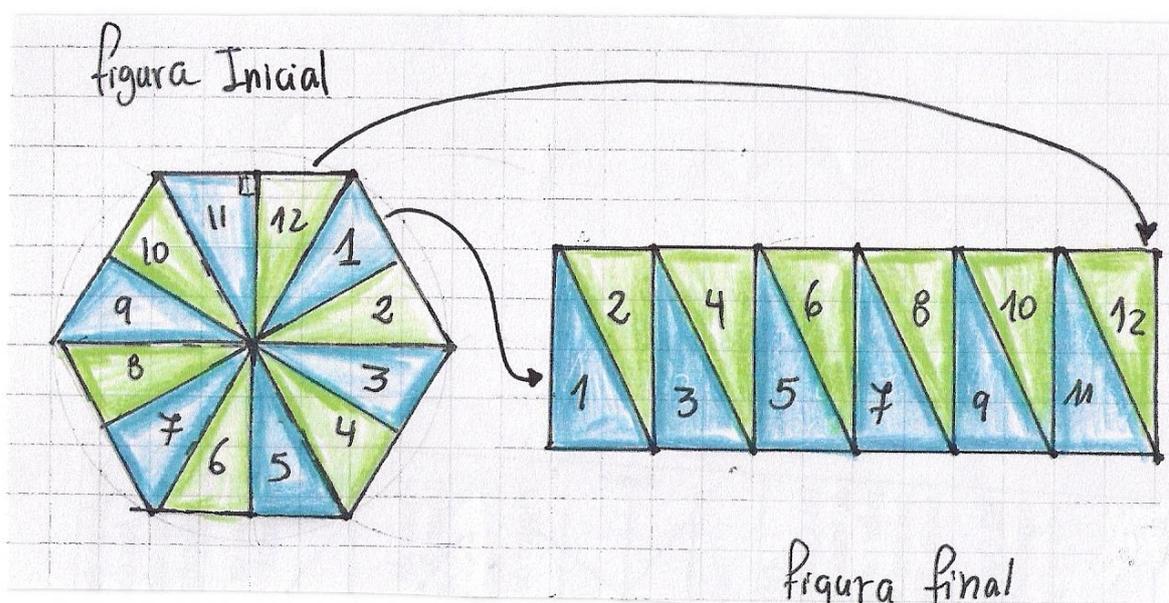
La deconstrucción dimensional 2D/2D es automática pero la actividad de reconstrucción de una figura o configuración exige un orden en las instrucciones, una secuencia de pasos.

Pero en esta actividad es necesario dibujar trazos que no pertenecen a la figura a construir, por ejemplo, los intermediarios o las rectas soportes de los lados de un cuadrado que desbordan su contorno, estos son los trazos auxiliares que en general se borran una vez obtenida la figura. Veamos el problema



Aquí se trata de dividir una figura para resolver el problema (recortando) de manera de unir después las partes y recuperar la figura inicial. Para resolver el problema hay que recurrir a un trazo suplementario, aquí fue fácil encontrarlo, pero no es tan fácil en la transformación de un triángulo en un paralelogramo. La cuestión en este caso es dónde dibujar el trazo intermedio en el triángulo para que resulte la reconfiguración del paralelogramo. Notar que la elección del trazo es independiente del triángulo y no es un trazo suplementario sino se trata más bien de un “trazo reorganizador”, que permite hacer una reorganización para obtener la figura pedida la que no es visualmente reconocible en la figura inicial.

Otro ejemplo: Transformar un hexágono regular una en un rectángulo.



Notar que para resolver el problema, es necesario trazar la altura de los triángulos para del hexágono obtener triángulos rectángulos.

De la utilización heurística de una figura depende de la capacidad de “VER” los trazos organizadores posibles.

6 CONCLUSIÓN

La visualización no icónica es fundamental para comprender la importancia y especificidad del acto de ver con el fin de favorecer el aprendizaje de la geometría, el que es totalmente independiente de todo enunciado, explícito o implícito. La visualización no icónica no está subordinada a un conocimiento de propiedades geométricas, puesto que,

en las actividades de construcción de figuras con utilización de instrumentos, son estos los que comandan o controlan la descomposición visual de formas.

Es habitual dar un rol director al conocimiento de las propiedades geométricas para la exploración de figuras, como si ver no pudiera permitir descubrir o encontrar una propiedad, lo que no necesario en las actividades heurísticas con las figuras.

¿Es necesario conocer el teorema de los puntos medios para resolver el problema de la reconfiguración de un triángulo en un paralelogramo?

¿Una exploración heurística de reconfiguraciones no sería una vía de resolución?

Dar espacio a las actividades heurísticas en la enseñanza favorece la intuición y el descubrimiento de propiedades geométricas, las que posteriormente se institucionalizarán y se irá edificando un cuerpo de propiedades y un lenguaje sobre las figuras geométricas.

REFERENCIAS

Duval (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie. *Annales de didactique et sciences cognitives*, volume 10, p. 5 - 53. IREM de Strasbourg.

Duval (2005) Les changements de regard nécessaire sur les figures. *Grand No.76*, pp. 7-27. Grenoble

Godin M., 2004 De trois regards possibles sur une figure au regard « géométrique », *Actes du séminaire national de didactique. ARDM.*