

Estudo numérico da secagem em terreiros utilizando funções de base radial

Numerical study of drying in terraces using radial basis functions

DOI:10.34117/bjdv8n9-021

Recebimento dos originais: 25/07/2022

Aceitação para publicação: 31/08/2022

Rafael Pinheiro Amantea

Doutor em Engenharia Agrícola

Instituição: Instituto de Educação Tecnológica (IETEC)

Endereço: Rua Tomé de Souza, 1065, CEP: 30140-138, Belo Horizonte

E-mail: rafaelamantea@yahoo.com.br

Gisele Tessari Santos

Doutora em Engenharia Agrícola

Instituição: Instituto Brasileiro de Mercados e Capitais (IBMEC)

Endereço: Rua Rio Grande do Norte, 300, CEP: 30130-130, Belo Horizonte

E-mail: giseletessari@yahoo.com.br

Sheila Santos Fernandes

Doutora em Engenharia Química

Instituição: Centro Universitário UNA

Endereço: Av. Raja Gabágliã, Prédio 1, 3950, Estoril, CEP: 30494-310, Belo Horizonte

E-mail: sheila_com61@yahoo.com.br

Juliana Capanema Mendonça

Bacharelado em Engenharia Química

Instituição: Centro Universitário UNA

Endereço: Av. Raja Gabágliã, Prédio 1, 3950, Estoril, CEP: 30494-310, Belo Horizonte

E-mail: juliana.capanema@una.br

RESUMO

Embora tecnologias de alto nível para o projeto de secadores estejam disponíveis na literatura, nos países localizados em regiões tropicais e subtropicais ainda é comum a prática da secagem em terreiros. O baixo custo e o uso do sol como uma fonte de energia gratuita são fatores ainda decisivos para a escolha por este tipo de secagem. Especificamente para o café, as faixas de temperatura alcançadas na secagem em terreiro são outro atrativo do processo de secagem natural. O uso de modelos matemáticos permite avaliar os perfis espaciais e temporais de umidade e temperatura do produto, além de incorporar dados meteorológicos reais. Para a solução do modelo proposto, o método de funções de base radial (FBR) vêm se mostrando como uma nova opção frente aos métodos tradicionais. Adicionalmente, fez-se um estudo paramétrico de sensibilidade variando a espessura da camada de grãos e os teores de umidade inicial do produto. A partir dos resultados numéricos obtidos pôde-se analisar os perfis temporais e espaciais das temperaturas e teor de água da massa de grãos obtendo-se, assim, uma visão geral do fenômeno de secagem. O efeito da variação da espessura do leito mostrou-se expressivo, justificando a prática de varrer o produto para uniformizar a temperatura e umidade da

camada de grãos. Como era de se esperar os tempos de secagem estão diretamente correlacionados ao teor de umidade inicial do produto.

Palavras-chave: funções de base radial, secagem em terreiros, simulação.

ABSTRACT

Although high-level technologies for the design of dryers are available in the literature, in countries located in tropical and subtropical regions the practice of drying in terraces is still common. The low cost and the use of the sun as a free energy source are still decisive factors in the choice for this type of drying. Specifically for coffee, the temperature ranges achieved in terrace drying are another attraction of the natural drying process. The use of mathematical models allows the evaluation of spatial and temporal profiles of humidity and temperature of the product, besides incorporating real meteorological data. For the solution of the proposed model, the radial basis function (RBF) method has been shown as a new option compared to traditional methods. Additionally, a parametric study of sensitivity was done varying the thickness of the grain layer and the initial moisture content of the product. From the numerical results obtained, it was possible to analyze the temporal and spatial profiles of the temperatures and water content of the grain mass, thus obtaining an overview of the drying phenomenon. The effect of the variation of the bed thickness proved to be expressive, justifying the practice of sweeping the product to uniformize the temperature and humidity of the grain layer. As expected the drying times are directly correlated to the initial moisture content of the product.

Keywords: radial based functions, drying times, simulation

1 INTRODUÇÃO

Houve um crescimento quase exponencial em Pesquisa e Desenvolvimento associado ao processo de secagem de produtos agrícolas numa escala global (Mujumdar, 2007). Taxas e custos de secagem, qualidade do produto e tecnologias relacionadas à secagem, são de suma importância devido às condições de mercado altamente dinâmicas.

Apesar do alto nível de tecnologia disponível para o projeto de secadores, nos países localizados em regiões tropicais e subtropicais ainda é comum a prática da secagem em terreiros. O baixo custo e o uso do sol como uma fonte de energia gratuita e não poluente são fatores ainda decisivos para o uso deste tipo de secagem (Akpınar, 2010; Purohit, et al 2006). Especificamente para o café, a temperatura torna-se outro atrativo para secar em terreiro. O uso de temperaturas acima de 45 °C pode comprometer a qualidade da bebida café e as propriedades físicas do produto (Puzzi, 1986).

A qualidade do produto é a base para determinar o seu uso final e valor comercial. Para minimizar o custo e preservar a qualidade dos grãos, há que se conhecerem as características de fenômenos inerentes de transporte de calor e massa no processo de

secagem (Mhimid et al 2000; Corzo et al, 2007). Tais características podem ser estudadas por meio de modelos matemáticos. A modelagem matemática do processo de secagem é um dos aspectos mais importantes na tecnologia de secagem, pois permite o projeto otimizado de equipamentos e o estudo espacial e temporal dos fenômenos de transporte inerentes à secagem.

Trabalhos recentes na literatura apresentam modelos empíricos para prever o processo de secagem do café em terreiros (Corrêa et al, 2001; Afonso Júnior et al., 2001; Resende et al, 2011). Tais modelos conseguem descrever a taxa de secagem dos produtos sob determinadas condições de secagem, mas são incapazes de fornecer perfis espaciais de temperatura e umidade do produto. Perfis espaciais e temporais são informações importantes, pois permitem identificar regiões de maior probabilidade de ocorrerem danos ao produto.

Modelos mais realísticos do processo de secagem em terreiros foram aplicados em forma unidimensional para a secagem de frutas e hortaliças (Shoda et al, 1985; Sutar e Tiwari, 1995; Akpınar, 2010). Estes modelos apresentam equações diferenciais parciais de características difusivas com condições de contorno não lineares, além de permitir análises em duas ou três dimensões dos perfis espaciais e temporais de umidade do produto e de temperaturas, do produto e do terreiro, além de incorporar dados meteorológicos reais.

A equação convectiva-difusiva é a base das equações modernas de secagem, tratamento térmico e de vários fenômenos físicos, e seu uso também se espalhou para economia, previsão financeira e outros campos. Muitos métodos numéricos têm sido introduzidos para modelar com exatidão a interação entre os processos convectivos e difusivos. Os métodos mais comuns são os de diferenças finitas, elementos finitos e elementos de contorno que são originados de esquemas de interpolação local e requerem o emprego de malhas. Soluções de diferenças finitas e elementos finitos para equação convectiva-difusiva apresentam problemas numéricos de oscilação e amortecimento (Murphy e Prenter, 1985; Lee et al., 1987; Zienkiewicz e Taylor, 1991; Hoffman, 1992; Wilmott et al., 1995; Wilmott, 1998; Tomas III e Yalamanchili, 2001; Boztosun e Charafi, 2002; Amster et al., 2003). Mais recentemente, o método de funções de base radial, FBR, sustenta ser relativamente livre desses problemas (Boztosun e Charafi, 2002).

Embora os métodos tradicionais de elementos finitos e diferenças finitas sejam comumente aplicados às equações de convecção, recentemente houve um esforço considerável para o desenvolvimento de métodos livres de malha, devido à complexidade

da geração das malhas (Boztosun e Charafi, 2002; Brown et al., 2005). O método de funções de base radial não requer malhas. Assim, além de evitar o complicado problema de geração de malhas, o método é independente da dimensão espacial e pode ser facilmente estendido para solucionar problemas de muitas dimensões (Zhang, 2006).

Funções de base radial (FBR) utilizam combinações lineares da função de base $j(r)$ dependente do vetor r , expandida sobre um dado centro de dados dispersos $S_i \hat{A}^d, i = 1, \dots, N$ para aproximar uma função desconhecida $T(x, t)$. O método de FBR gera, então, um sistema de equações lineares, que pode ser resolvido para obter a solução atualizada no plano de tempo $N+1$, a partir de soluções anteriores conhecidas. Tem-se usado FBRs para problemas de interpolação, assim como para solucionar numericamente equações diferenciais parciais (Brown et al., 2005).

Koc et al. (2003) foi um dos autores a apresentar métodos de FBR para a solução numérica de equações convectivo-difusivas. Eles avaliaram a capacidade preditiva de quatro funções de base radial: Cúbica, Spline de Placas Finas (TPS), Multiquadrática (MQ) e Gaussiana. Entretanto, eles não analisaram a capacidade preditiva do método de FBR para problemas que envolvem condições de contorno não-lineares. A exatidão das funções de base radial MQ e Gaussiana depende do parâmetro de forma, c , da função de base radial que só pode ser otimizado em uma abordagem empírica. Goto et al. (2007) mostraram que a abordagem empírica para obter este parâmetro de forma pode ser equivocada ou requerer conhecimento prévio de soluções analíticas. Assim, nesse trabalho serão analisadas funções de base radial que não dependem de avaliações de funções de forma empírica que conduzam a erros numéricos aceitáveis.

Não há uma definição clara sobre os métodos mais apropriados para resolver as diversas formas da equação de secagem, sob as diversas condições de contorno e temporais existentes em problemas práticos de secagem. O problema torna-se de alta complexidade, o método deve ser eficiente em termos de tempo de processamento da solução, pois os tempos de simulação envolvidos podem ser longos. Portanto, o método utilizado deve ser computacionalmente eficiente, ou seja, deve ser rápido e preciso.

Diante do exposto, neste trabalho visa-se apresentar a modelagem e solução de problemas práticos associados à secagem de uma camada de grãos do café em terreiros, que possam ser representados em forma unidimensional.

Especificamente os objetivos deste trabalho podem ser enumerados como;

- Modelagem dos processos de secagem de café em terreiros, adaptando o modelo proposto por Sodha et al, 1985.
- Representação e inclusão de dados meteorológicos de temperatura, radiação e umidade relativa por meio de séries de Fourier.
- Solução e estudo detalhado do comportamento das soluções numéricas do modelo por meio de Funções de Base Radial (FBR) Cúbica.
- Efetuar uma análise paramétrica, por meio de testes de sensibilidade, para o métodos e problemas proposto.

2 METODOLOGIA

Durante o processo de secagem do café o balanço de massa da quantidade de calor absorvido advindo do sol pode ser descrito em linhas gerais como sendo:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Fluxo de} & & \text{Fluxo de calor} & & \text{Fluxo de calor} & & \text{Fluxo de calor} \\ \text{calor} & & \text{perdido para o} & & \text{perdido para o} & & \text{conduzido para o} \\ \text{absorvido do} & = & \text{ambiente por} & + & \text{ambiente} & + & \text{produto} \\ \text{sol} & & \text{convecção e} & & \text{devido à} & & \\ & & \text{radiação} & & \text{evaporação} & & \end{array}$$

Isto é;

$$a_g S(t) = h_l (T_g - T_a) + Q_{ev} - k_g \frac{\partial T_g}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (1)$$

em que

a_g é a absortividade do grão;

$S(t)$ é a intensidade solar (W/m^2);

h_l é o coeficiente de transferência de calor ($\text{W/m}^2 \text{K}$);

T_g é a temperatura do grão ($^{\circ}\text{C}$);

T_a é a temperatura do ar ($^{\circ}\text{C}$);

Q_{ev} é o fluxo de calor perdido para o ambiente por evaporação (W/m^2);

k_g é a condutividade térmica do grão (W/mK);

x é a espessura da camada (m);

Sendo que,

$$Q_{ev} = h_{ev} (P_s(T_g) - P_s(T_a)) \quad (2)$$

em que,

$$h_{ev} \text{ é o coeficiente de transferência de calor por evaporação dado por}$$

$$h_{ev} = 8,88 + 7.82V \quad (3)$$

$P_s(T_g)$ e $P_s(T_a)$ são as pressões de vapor de saturação da camada superior do grão e da temperatura ambiente. Estes valores são obtidos a partir da seguinte equação:

A distribuição de temperatura na massa de grãos é calculada pela equação de condução de calor.

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = K \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (4)$$

em que ρ é a massa específica do produto (kg/m³), C o calor específico do produto (J/kg °C) e K a condutividade térmica do produto (W/mK) . De maneira similar a Eq. (4) pode ser utilizada para prever a temperatura do solo. Para a Eq. (4) as seguintes condições de contorno são definidas por,

$$k_g \frac{\partial T_g}{\partial x} \Big|_{x=l} = k_G \frac{\partial T_G}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (5)$$

$$T_g(x = l) = T_G(y = 0) \quad (6)$$

Em que T_G é a temperatura do solo; x é a coordenada espacial para a temperatura do grão (na superfície); l é o contorno da camada de grãos junto ao chão e y é a coordenada espacial referente ao solo.

Os dados meteorológicos para temperatura do ar, intensidade solar e umidade relativa, podem se apresentar em comportamento periódico na natureza, portanto neste trabalho os dados meteorológicos do mês de agosto de 2013 serão representados por meio de um ajuste feito por séries de Fourier (Duchon e Hale, 2012)

A taxa de secagem será representada por uma equação empírica. Neste trabalho será utilizada a equação proposta (Afonso Junior et al 2001) na forma diferencial.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -abt^{b-1}(M - M_e) \quad (7)$$

em que:

Me - Teor de água de equilíbrio dos grãos, base seca, decimal.

α β - Parâmetros que dependem do produto.

Os parâmetros α e β foram determinados em função da temperatura do ar, T, e do teor de água inicial, o M, para o café despulpado:

$$\alpha = -5,2970 \times 10^{-3} - 6,5028 \times 10^{-4} T + 9,4688 \times 10^{-5} T^2 + 0,1638 RH + 3,1250 \times 10^{-3} RH^2 - 7,4830 \times 10^{-3} T RH \quad (8)$$

$$\beta = 0,9269 + 5,7648 \times 10^{-4} T + 2,2062 \times 10^{-5} T^2 + 0,3463 RH - 0,2469 RH^2 - 1,3130 \times 10^{-3} T RH \quad (9)$$

O teor de água de equilíbrio para o do café será calculado utilizando-se a seguinte a equação de Henderson modificada proposta por Corrêa et al 2001:

$$1 - rh = \exp\left\{-0,0305(T - 27,8611)M_e^{0,3506}\right\} \quad (10)$$

em que:

rh - Umidade relativa do ar, decimal.

2.1 FUNÇÕES DE BASE RADIAL APLICADAS À EQUAÇÃO DE DIFUSÃO ORIGINAL

A equação clássica de difusão é:

$$rc \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) = Q \quad (11)$$

Ao usar FBRs utilizam-se combinações lineares de uma função de base $f(r)$ de uma variável, expandida sobre um dado centro de dados dispersos $S_i \hat{A}^d \quad i = 1 \dots N$ para aproximar uma função desconhecida $T(x,t)$ por:

$$T(x,t) = \sum_{j=1}^N f_j(t) f(r_j) = \sum_{j=1}^N f_j \left(\|x - x_j\| \right) \quad (12)$$

em que:

- $f(r)$ - Função de base.
- $T(x, t)$ - Função desconhecida.
- r_j - Norma euclidiana: $r_j = \|x - x_j\|$.
- λ_j - Coeficientes a serem determinados.

As funções de base radial usuais são *Splines* de Placa Fina, multiquádricas, cúbicas e gaussianas (Koc et al, 2003). Neste trabalho será utilizada a função de base radial cúbica por não utilizar parâmetros empíricos

$$f(r) = r^3 \tag{13}$$

Deve-se notar que os pontos de malha, aqui definidos por r_j não requerem qualquer regra formal, exceto a definição de quais são os contornos (limites). O método, então, não requer malhas. Além da extensão óbvia para muitas dimensões, o método só requer a colocação de pontos em contornos (limites) importantes. Nenhuma regra para malhas são necessárias e nela se situa a importância do método de colocação de função de base radial ao contrário de outros métodos numéricos.

Como será mostrada a seguir, a metodologia de FBR para obter a solução numérica da equação de base x requer a discretização da equação original Eq.(4). Desse modo, a equação Eq. (4), pode ser discretizada usando o método ponderado de θ :

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = f(x, t) \approx (1 - \theta)f(x_t, t) + \theta f(x_{t+Dt}, t + Dt) \tag{14}$$

para $0 \leq \theta \leq 1$

Então, a forma discretizada da Eq. (4) se torna:

$$T(x, t^n) \left[1 + Dt(1 - \theta)(K \delta r_j) \right] + T(x, t^n + Dt) \left[-1 + Dt\theta(K \delta r_j) \right] = 0 \tag{15}$$

Nesta equação, n indica o enésimo plano de tempo. Por definição $T(x, t^n) = T^n$ e $T(x, t^n + Dt) = T^{n+1}$. Assim, pode-se escrever a Eq. (15) na forma:

$$\hat{e}1 - a(K6r_j) \hat{e} T^{n+1} = \hat{e}1 + b(K6r_j) \hat{e} T^n \quad (16)$$

Em que, $a = qDt$, $b = (1 - q)Dt$.

A seguir são definidos dois novos operadores, H_+ e H_- .

$$H_+ = 1 - a(K6r_j) \quad (17)$$

$$H_- = 1 + b(K6r_j) \quad (18)$$

Utilizando-se esses dois novos operadores, a Eq. (14) se torna:

$$\hat{a} /_{j=1}^{n+1} H_+ f_{ij} = \hat{a} /_{j=1}^n H_- f_{ij} \quad \text{para } i = 1, \dots, N \quad (19)$$

A Eq.(19) gera um sistema de equações lineares, que pode ser resolvido para obter os coeficientes desconhecidos, λ_j^{n+1} , a partir dos valores conhecidos de λ_j^n no passo de tempo anterior. A partir deste ponto, eles podem ser transformados em $\tau(x,t)$ pela Eq. (12).

3 RESULTADOS

Uma condição padrão para a simulação foi estabelecida em teor de água inicial igual a 55% (base seca), espessura da camada de grãos igual a 0,05m e condutividade térmica igual a 0,7 W/mK (solo). Todas as simulações foram feitas até que o teor médio de umidade da massa de grãos atingisse 12%. O tempo inicial de todas as simulações foi a partir das 6 horas da manhã, equivalente ao tempo “zero” ilustrado nos gráficos. As figuras 1 e 2 a seguir ilustram a dinâmica das variáveis teor de umidade do produto e temperatura do produto respectivamente para a condição padrão.

Figura 1 Dinâmica do teor de água do produto para as condições padrões estabelecidas
Teor de umidade do produto (bs)

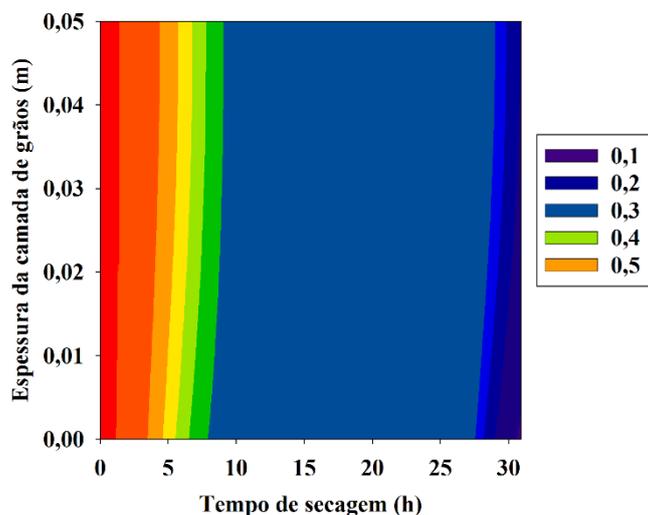
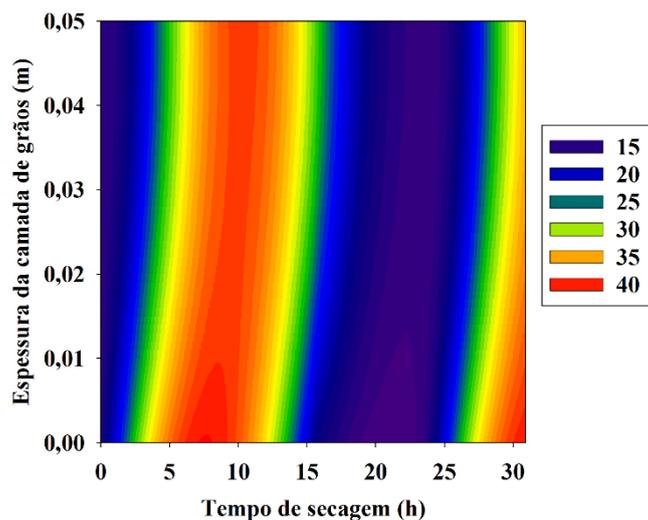


Figura 2 Dinâmica da temperatura do produto para as condições padrões estabelecidas.
Temperatura da massa de grãos

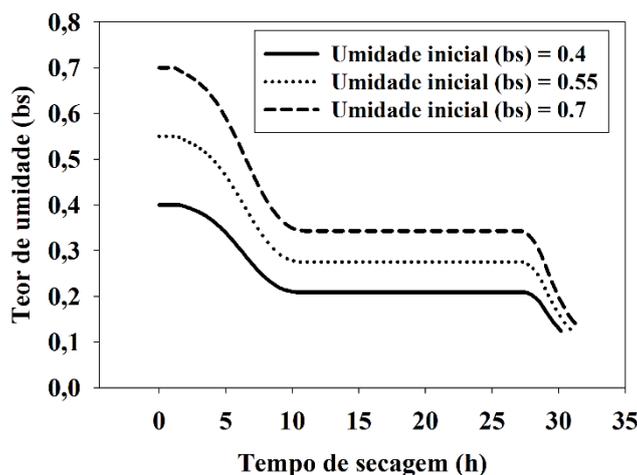


Por meio das figuras 1 e 2 é possível observar que as maiores taxas de secagem estão associadas aos períodos de maiores temperaturas do dia, assim como as maiores taxas de secagem estão associadas às menores temperaturas do dia. Tal efeito é explicado a partir das altas umidades relativas e baixas temperaturas do ar nos períodos noturnos, assim como maiores temperaturas e menores umidades relativas durante o dia. Pequenos gradientes de temperatura e umidade podem ser percebidos ao verificar os valores de temperatura e umidade para um mesmo tempo de secagem. Os picos de temperatura e umidade se encontram na camada superior dos grãos (espessura = 0,00m) por estarem em contato direto com as condições ambientes de secagem.

3.1 ESTUDO DO EFEITO DE DIFERENTES TEORES DE UMIDADES INICIAIS DO PRODUTO

A figura 3 mostra o efeito da variação do teor de água inicial do produto sobre as curvas médias de secagem. As primeiras 9 horas de secagem mostram o efeito esperado do teor de umidade inicial do produto. Menores teores iniciais indicam menores tempos de secagem. Entretanto após as 10 primeiras horas de secagem a temperatura do ar cai e a umidade relativa do ambiente aumenta (período noturno), não oferecendo condições de secagem para o produto. Tal fenômeno é corroborado pelos teores de umidade do produto constantes a partir da décima hora de secagem até a trigésima hora de secagem. O aumento da temperatura e a redução da umidade relativa ambiente após aproximadamente 28 horas de secagem aumentam novamente a taxa de secagem e recuperam a dinâmica inicial do processo.

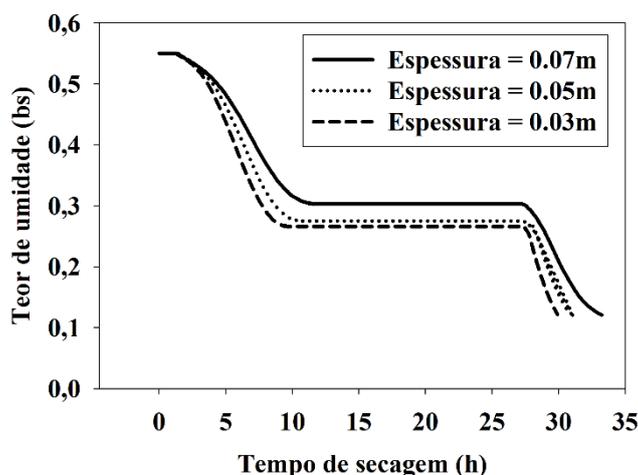
Figura 3 Efeito da variação do teor de umidade inicial dos grãos sobre as curvas médias de secagem.



3.2 ESTUDO DO EFEITO DE DIFERENTES ESPESSURAS DO LEITO DE GRÃOS

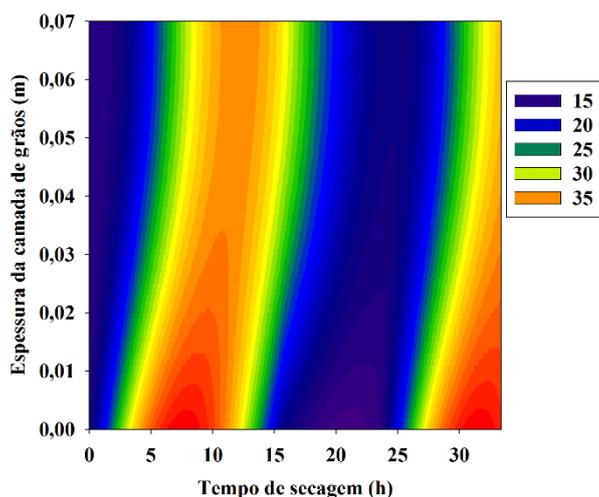
A figura 4 mostra o comportamento das curvas médias de secagem diante da variação da espessura da camada de grãos. É possível observar que quanto maior a espessura da camada de produto, maior o tempo de secagem. Este fato se deve ao gradiente de temperatura que se acentua com o aumento da camada de grãos.

Figura 4 Efeito da variação de diferentes espessuras da camada de grãos sobre o teor médio de umidade.



A figura 5 a seguir nos permite ilustrar tal fato em uma perspectiva diferente. Ao contrário do efeito ilustrado pelas figuras 1 e 2, em que era visível a distribuição uniforme de temperatura e umidade na camada de grãos a figura 5 nos permite visualizar o gradiente de temperatura formado na camada de grãos com o aumento da espessura da camada. Percebe-se que as maiores temperaturas se formam nas camadas superiores onde o efeito de temperatura e umidade relativa causado pelas variações das condições ambiente é direto.

Figura 5 Dinâmica da temperatura do produto para camada com espessura = 0,07m
Temperatura da massa de grãos



4 CONCLUSÃO

O modelo proposto permite simular o processo de secagem de grãos em terreiros, embora seja necessária a utilização de uma equação que permita simular o umedecimento

dos grãos diante de baixas temperaturas e altas umidades relativas. O efeito da variação da espessura mostrou-se expressivo, justificando a prática de varrer o café no terreiro para uniformizar a temperatura e umidade da camada de grãos. Por fim recomenda-se o uso de proteção adequada ao produto nos períodos noturnos, onde o risco de umidificação é grande devido às condições climáticas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a FAPEMIG e ao Centro Universitário UNA pelo incentivo financeiro.

REFERÊNCIAS

- Afonso Junior, P. C.; Queiroz, D.M.; Corrêa, P. C., 2001. Thin Layer Drying Equations for Natural Coffee and Parchment Coffee. *ASAE Annual International Meeting*, Sacramento, California, USA, July 30-August 1.
- Akpınar, E. K. 2010. Drying of mint leaves in a solar dryer and under open sun: Modelling, performance analyses. *Energy Conversion and Management*, v.51, pp.2407–2418.
- Amster, P.; Averbuj, C.G.; Mariani, M.C. 2003. Stationary solutions for two nonlinear Black–Scholes type equations. *Applied Numerical Mathematics*, v. 47, pp.275–280.
- Batista, L. M.; Rosa, C. A.; Pinto, L. A. A. 2007. Diffusive model with variable effective diffusivity considering shrinkage in thin layer drying of chitosan. *Journal of Food Engineering*, v. 81, pp.127–132.
- Bixler, N. 1989. An improved time integrator for finite element analysis. *Communications in Applied Numerical Methods*, v.5, pp. 69-78.
- Boztosun, I.; Charafi, A. 2002. An analysis of the linear advection–diffusion equation using mesh-free and mesh-dependent methods. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, v. 26, pp. 889–895.
- Brown, D; Ling, L; Kansa, E.; Levesley, J. 2005. On approximate cardinal preconditioning methods for solving PDEs with radial basis functions. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, v.29, pp. 343–353.
- Castrillo, L. S.; Lima, F. R. A.; Baliño, J. L. 2004. Aplicações de métodos perturbativos para análise de sensibilidade em escoamentos bifásicos. *Mecânica Computacional Vol. XXIII*, pp. 2759-2778, G. Buscaglia, E. Dari, O. Zamonsky (Eds.), Bariloche, Argentina, 2004
- Corrêa, P. C.; Queiroz, D.M.; Afonso Junior, P. C. 2001. Equilibrium Moisture Content for Natural Coffee and Parchment Coffee. *ASAE Annual International Meeting*, Sacramento, California, USA, July 30-August 1.
- Corzo, O.; Bracho, N.; Vásquez, A.; Pereira, A. 2007. Energy and exergy analyses of thin layer drying of coroba slices. *Journal of Food Engineering*, 2007.
- Corzo, O.; Bracho, N.; Vásquez, A.; Pereira, A. 2008. Optimization of a thin layer drying process for coroba slices, *Journal of Food Engineering*, v. 85, pp. 372–380.
- Crank, J. 1979. *Mathematics of Diffusion*. Oxford: Oxford University Press.
- Duchon, C.; Hale, R. 2012. *Time series analysis in meteorology an climatology*. An introduction. Wiley.
- Goto, Y.; Fei, Z.; Kan, S.; Kita, E. 2007. Options valuation by using radial basis function approximation. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, v.31, pp. 836-843.
- Hoffman, D. 1992. *Numerical Methods for Engineers and Scientists*. New York: McGraw-Hill.
- Irudayaraj, J.; Haghighi, K.; Stroshine, R. L. 1992. Finite element analysis of drying with application to cereal grains. *J. Agric. Eng. Research*, v. 53, n. 2; pp. 209–229.

Jia, C.-C.; Sun, D.; Cao, C. W. 2000. Mathematical simulation of temperature and moisture fields within a grain kernel during drying. *Drying Technology*, v. 18, n. 6, pp. 1305–1325.

Koc, M. B.; Boztosun, I.; Boztosun, D. 2003. On the numerical solution of Black-Scholes equation. In: *International Workshop On Meshfree Methods*, 2003. Lisbon, Anais..., CD-ROM, Portugal, 6p.

Lee, H. W.; Peraire, J.; Zienkiewicz, O. C. 1987. The characteristic Galerkin method for advection-dominated problems: An assessment. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 61, pp. 359-369.

Mhimid, A.; Nasrallah, B. S.; Fohr, J. P. 2000. Heat and mass transfer during drying of granular products – simulation with convective and conductive boundary conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 43, pp 2779 – 2791.

Mujumdar, A.S. 2007. An overview of innovation in industrial drying: current status and R&D needs. *Transport in Porous Media* 66, 3-18.

Murphy, D.; Prenter, P.M. 1985. Higher order methods for convection-diffusion problems. *Computers and Fluids*, v.13, pp.157-176.

Purohit, P.; Kumar, A.; Kandpal, T. C. 2006. Solar drying vs. open sun drying: A framework for financial evaluation. *Solar Energy*, v.80, pp.1568–1579.

Puzzi, D. 1986. *Abastecimento e armazenagem de grãos*. 2. ed. Campinas: Inst. Campineiro de Ensino Agrícola.

Resende, O.; Siqueira, V. C.; Corrêa, P.C; Afonso Júnior, P.C. 2011. Modelagem matemática da secagem do café (coffeacanephorapierre) em terreiros de concreto e híbrido. VII *Simpósio de Pesquisa dos Cafés do Brasil*, 22 a 25 de Agosto Araxá – MG.

Sodha, M.S; Aman Dang; Bansal, P.K.; Sharma, S. B. 1985. *Energy Conversion and Management*, v. 25, pp. 263-271.

Sutar, R. F.; Tiwari, G.N. 1995. Analytical and numerical study of a controlled-environment agricultural system for hot and dry climatic conditions. *Energy And Buildings*, v.23, pp. 9–18, 1995.

Tomas III, M. J.; Yalamanchili, K. K. 2001. An application of finite elements to option pricing. *The Journal of Futures Markets*, v. 21, pp. 19-42.

Wilmott, P. 1998. *Derivatives: The Theory and Practice of Financial Engineering*. New York: John Wiley & Sons.

Wilmott, P.; Howison, S.; Dewynne, J. 1995. *The Mathematics of Financial Derivatives: A Student Introduction*, Cambridge: Cambridge University Press.

Zhang, Y. 2006. Solve partial differential equations by two or more radial basis functions. *Applied Mathematics and Computation*, v.181, pp. 793–801.