

Análise de modelos de cálculo de pontes com múltiplas vigas

Analysis of design models for multibeam bridges

DOI:10.34117/bjdv8n5-010

Recebimento dos originais: 21/03/2022

Aceitação para publicação: 29/04/2022

Luís Gabriel de Moura

Engenheiro Civil

Instituição: Universidade de Santa Cruz do Sul

Endereço: Av. Independência, 2293 - Universitário, Santa Cruz do Sul – RS

CEP: 96815-900

E-mail: engluisgabriel@outlook.com

Daniele Martins

Mestranda em Engenharia Civil

Instituição: Universidade Federal de Santa Maria

Endereço: Av. Independência, 2293 - Universitário, Santa Cruz do Sul – RS

CEP: 96815-900

E-mail: engcivildanielemartins@gmail.com

Isadora Paczek

Mestranda em Engenharia Civil

Instituição: Universidade Federal de Santa Maria

Endereço: Av. Independência, 2293 - Universitário, Santa Cruz do Sul – RS

CEP: 96815-900

E-mail: engisadorapaczek@gmail.com

Leonardo Azevedo Massulo

Engenheiro Civil, MSc

Instituição: Universidade Federal de Santa Maria

Endereço: Av. Independência, 2293 - Universitário, Santa Cruz do Sul – RS

CEP: 96815-900

E-mail: engmassulo@gmail.com

Guilherme Alves Correa

Mestrando em Engenharia Civil

Instituição: Universidade Federal de Santa Maria

Endereço: Av. Independência, 2293 - Universitário, Santa Cruz do Sul – RS

CEP: 96815-900

E-mail: guilherme.correa@acad.ufsm.com

Igor Silveira

Arquiteto e urbanista

Instituição: Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Endereço: Av. Independência, 2293 - Universitário, Santa Cruz do Sul – RS

CEP: 96815-900

E-mail: arq.igorsilveira@gmail.com

RESUMO

O trabalho descreve alguns métodos para a distribuição de ações nas pontes rodoviárias dotadas de múltiplas vigas. Escolheu-se modelos estruturais de pontes com duas longarinas e em múltiplas longarinas, sendo aplicados o método de Engesser-Courbon com rigidez real na transversina, Engesser-Courbon com rigidez infinita na transversina, que se tratam de análises bidimensionais e o Método dos Elementos Finitos de análise tridimensional, a fim de que os mesmos fossem comparados. Os principais resultados são os de trem-tipo simplificado, momento fletor positivo e área de aço resultante do dimensionamento à flexão das seções em concreto armado destas longarinas, sendo que os valores se mantiveram próximos em todos os resultados. Nos resultados obtidos o método de Engesser-Courbon com a rigidez real da transversina que faz uma simplificação, mostrou-se mais preciso, pois seus resultados mantiveram-se superiores. Observou-se que o Método dos Elementos Finitos tem uma maior precisão, pois a estrutura é modelada tridimensionalmente, fazendo com que longarinas, transversinas, tabuleiro trabalhem juntos e ainda com seus parâmetros dos materiais.

Palavras-chave: pontes, análise de estruturas, métodos de distribuição.

ABSTRACT

The paper describes some methods for the distribution of actions in highway bridges with multiple girders. Structural models of bridges with two stringers and multiple stringers were chosen, being applied the Engesser-Courbon method with real stiffness in the transversal, Engesser-Courbon with infinite stiffness in the transversal, which are two-dimensional analysis and the Finite Element Method of three-dimensional analysis, in order to compare them. The main results are the simplified type-train, positive bending moment and steel area resulting from the bending design of the reinforced concrete sections of these stringers, and the values remained close in all results. In the results obtained the Engesser-Courbon method with the real stiffness of the transversina, which makes a simplification, proved to be more accurate, because its results remained higher. Observou-se que o Método dos Elementos Finitos tem uma maior precisão, pois a estrutura é modelada tridimensionalmente, fazendo com que longarinas, transversinas, tabuleiro trabalhem juntos e ainda com seus parâmetros dos materiais.

Keywords: bridges, structure analysis, distribution methods

1 INTRODUÇÃO

A estrutura de uma ponte possui particularidades em seu dimensionamento, uma delas é as ações em que a estrutura fica submetida. O trabalho descreve alguns métodos para a distribuição de diferentes ações nas pontes rodoviárias dotadas de múltiplas vigas. Escolheu-se para análise, dois modelos estruturais de pontes, sendo um de uma ponte com duas longarinas e o outro de uma ponte com quatro longarinas, para os quais foram aplicados o método de Engesser-Courbon com rigidez real na transversina, Engesser-Courbon com rigidez infinita na transversina que se tratam de análises bidimensionais e o

Método dos Elementos Finitos de análise tridimensional, a fim de que os mesmos fossem comparados. Na definição dos modelos de pontes empregados foram observadas as prescrições da NBR 7188:2013, assim como da NBR 6118:2014.

2 MÉTODOS DE CÁLCULO

2.1 MÉTODOS DE CÁLCULO PARA PONTES COM MÚLTIPLAS VIGAS

A distribuição transversal das cargas em estruturas é dependente da eficiência da ligação transversal entre os elementos de suporte principal. A estrutura sujeita a cargas concentradas, originadas pelos veículos correntes, é bem mais econômica quanto maior for a sua capacidade de repartição transversal, assim sendo qualquer carga num ponto indiferenciado da estrutura é suportada não apenas pelo elemento principal, sendo também com o auxílio dos elementos adjacentes, (CARRIL E LOPES, (19--?).

2.1.1 Método Engesser-Courbon

O método de Courbon desconsidera a torção nas vigas. São considerados além da Teoria das Estruturas básica, as seguintes hipóteses: as longarinas são paralelas, interligadas perpendicularmente por transversinas e contém inercia constante; as transversinas estão somente apoiadas nas longarinas e considerando que estas apresentam rigidez infinita à flexão, com desprezo a suas deformações comparadas com as deformações das longarinas; o efeito da torção é desconsiderado. Desta forma, as transversinas se comportam como barra rígidas, continuando com seus eixos retilíneos depois da deformação do conjunto, (ALVEZ, ALMEIRA E JUDICE, 2004).

2.1.2 Método dos elementos finitos

O Método dos Elementos Finitos, prevê a divisão do domínio de integração, contínuo, em um número finito de pequenas regiões denominadas elementos finitos, tornando o meio contínuo em discreto. Esta divisão do domínio recebe o nome de rede de elementos finitos. O tamanho dos elementos finitos podem ser variados, aumentando ou diminuindo a malha desse reticulado. Os pontos de intersecção das linhas dessa rede chamam-se de nós, (ASSAN, 1999).

3 METODOLOGIA

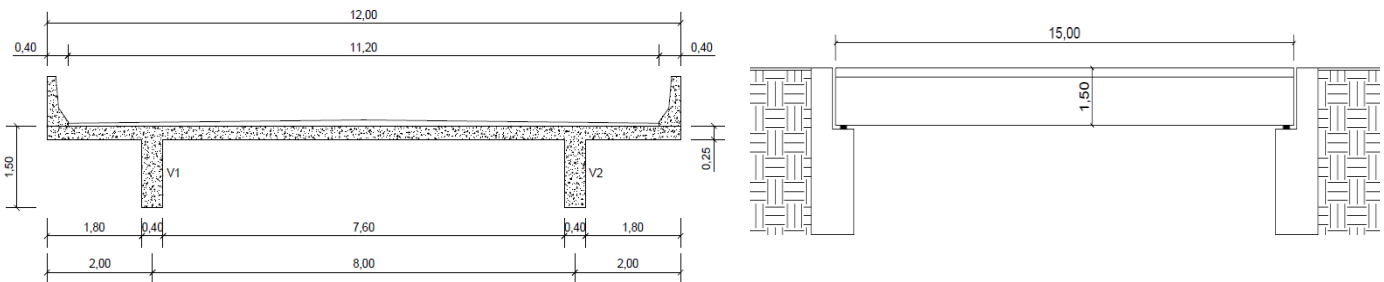
Este trabalho compara os resultados de diferentes composições de trem-tipo simplificado, momento maior atuante na estrutura e a área de aço de uma ponte rodoviária

TB – 450, adotando no mesmo modelo de ponte, o método com a estrutura de duas longarinas e a estrutura com múltiplas longarinas, comparando os resultados de trem-tipo de flexão, momento fletor máximo e área de aço.

3.1 PONTE COM DUAS LONGARINAS

O modelo utilizado foi uma ponte TB – 450 construída por 2 vigas longarinas principais, sendo elas unidas por 3 vigas transversinas. As longarinas possuem um vão de 15 m, seção transversal 0,40 x 1,50 m. Já as transversinas possuem seção transversal de 0,30 x 1,00 m. Utilizou-se concreto C40, $f_{ck} = 40$ MPa, de módulo de elasticidade $E_{ci} = 42.501,00$ MPa, este definido conforme NBR 6118:2014. A seguir, conforme figura 1 e 2, o esquema transversal e longitudinal da estrutura da ponte em análise (medidas em m).

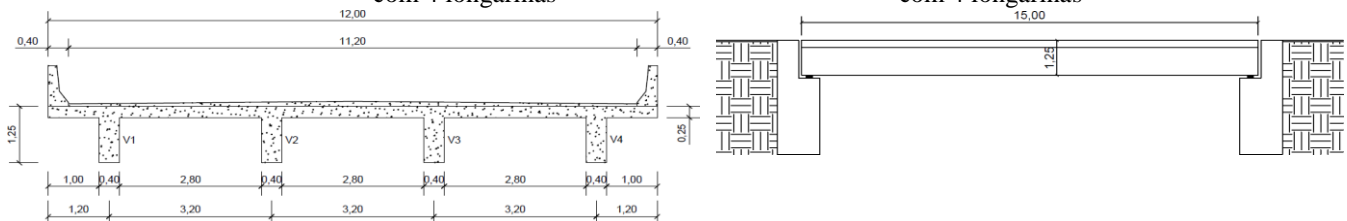
Figura 1 – Esquema transversal da ponte TB – 450 Figura 2 – Esquema longitudinal da ponte TB – 450



3.2 PONTE COM QUATRO LONGARINAS

O modelo utilizado foi uma ponte TB – 450 construída por 4 vigas longarinas principais, sendo elas unidas por 3 vigas transversinas. As longarinas possuem um vão de 15 m, seção transversal 0,40 x 1,25 m. Já as transversinas possuem seção transversal de 0,30 x 1,00 m. Utilizou-se concreto C40, $f_{ck} = 40$ MPa, de módulo de elasticidade $E_{cs} = 42.501,00$ MPa, este definido conforme NBR 6118:2014. A seguir, diante das figuras 3 e 4, será representado o esquema transversal e longitudinal da estrutura da ponte em análise (medidas em m).

Figura 3 – Esquema transversal de ponte TB – 450, com 4 longarinas Figura 4 – Esquema longitudinal de ponte TB – 450 com 4 longarinas



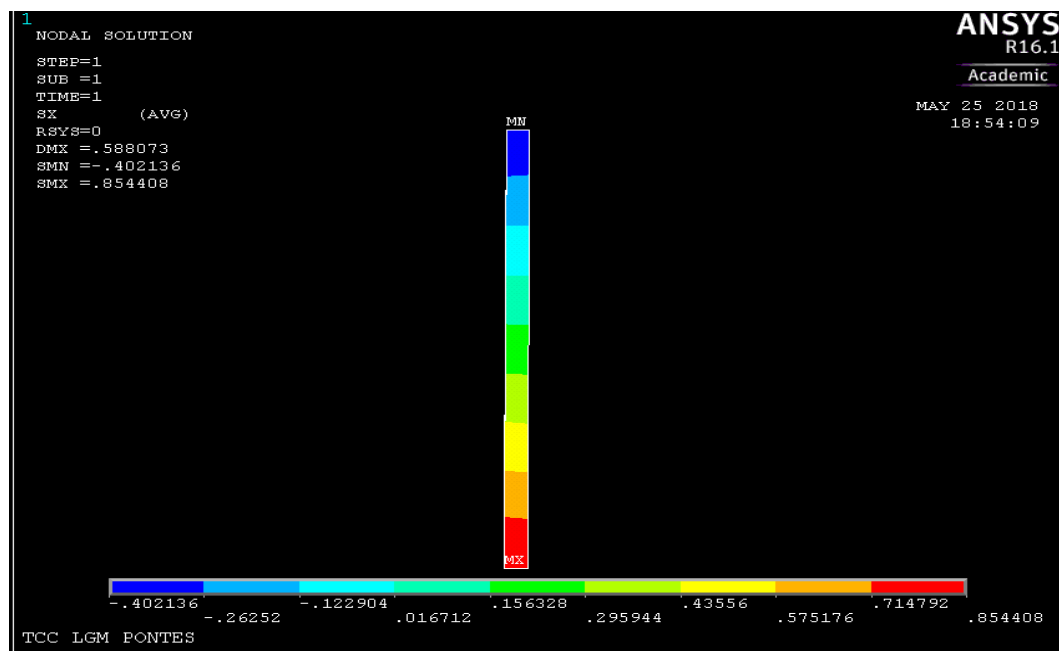
4 RESULTADOS

Na ponte com duas longarinas, a estrutura é simétrica, sendo que a V1 é igual a V2. Na ponte com quatro longarinas cada longarina possui seu próprio trem-tipo de flexão, como a estrutura da ponte é simétrica, a longarina V1 é igual a V4, assim como a V2 é igual a V3.

4.1 RESULTADOS OBTIDOS UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS, LONGARINA 1 (V1)

Em seguida, nas figuras 5, encontra-se as deformações da ponte, com os carregamentos aplicados voltados para a obtenção dos valores para a longarina 1.

Figura 5 – Visualizações das tensões da parte inferior do tabuleiro, longarina 1

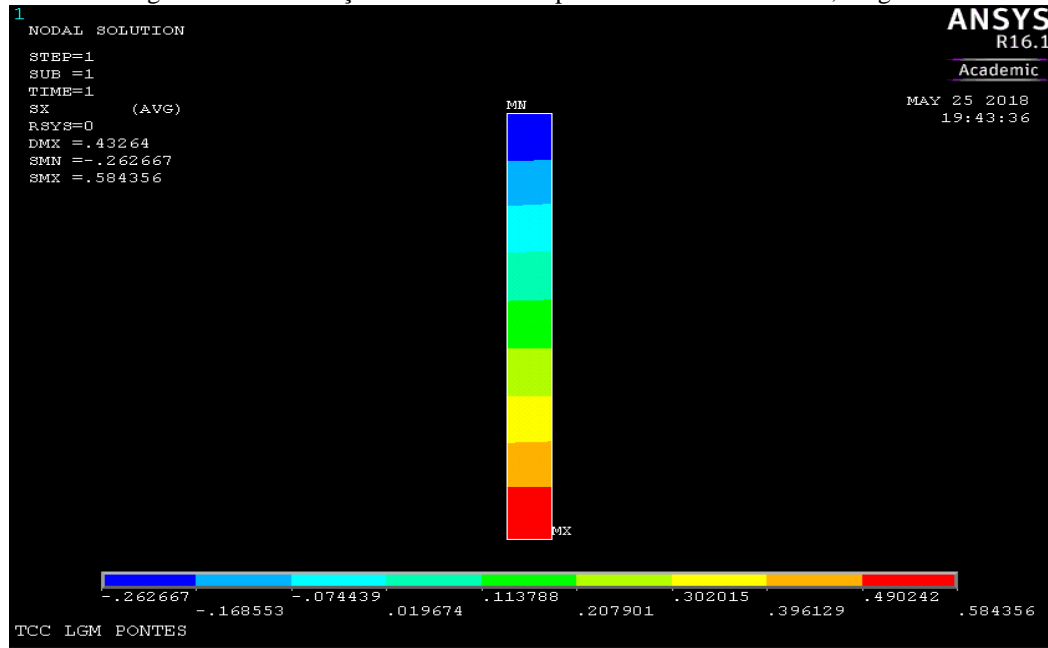


Os valores das tensões máximas e mínimas em KN/cm², em relação ao eixo x em cada nó da seção em análise: -0,40214; -0,31478; -0,23117; -0,13079; -0,030529; 0,071514; 0,17427; 0,27567; 0,37837; 0,48205; 0,58430; 0,68044; 0,77679; 0,85441.

4.2 RESULTADOS OBTIDOS UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS, LONGARINA 2 (V2)

Em seguida, como demonstra as figura 6, encontra-se as deformações da ponte, com os carregamentos aplicados voltados para a obtenção dos valores para a longarina 2.

Figura 6 – Visualizações das tensões da parte inferior do tabuleiro, longarina



A seguir encontra-se os valores exatos das tensões máximas e mínimas em KN/cm², em relação ao eixo x em cada nó da seção em análise: -0,26267; -0,21417; -0,14922; -0,078024; -0,007875; 0,060258; 0,12774; 0,19654; 0,26580; 0,33323; 0,40439; 0,47261; 0,53279; 0,57706.

4.3 RESULTADOS OBTIDOS PARA O PROJETO DE PONTE COM DUAS LONGARINAS

Os resultados obtidos para trem-tipo, momento máximo e área de aço para a longarina 1, sendo que a ponte é simétrica, os mesmos resultados se replicam para a longarina 2, conforme tabelas 1 e 2 e figura 7.

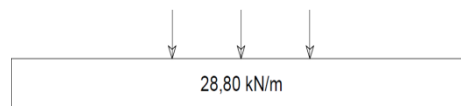
Tabela 1 – Valor do trem-tipo

Longarina	RP (kN)	RP1 (kN/m)	RP2 (kN/m)	RP' (kN)	RP1 + PR2 (kN/m)
V1 = V2	151,95	13,61	15,19	121,57	28,80

Tabela 2 - Momento máximo e área de aço para duas longarinas

Longarina	Momento (kN.m)	Área de aço (cm ²)
V1 = V2	3312,45	93,44

Figura 7 – Trem-tipo simplificado para duas longarinas
3 x 121,57 kN



4.4 RESULTADOS OBTIDOS PARA O PROJETO DA PONTE COM MÚLTIPLAS VIGAS, LONGARINA 1, (V1)

Em seguida os resultados obtidos utilizando o método de Engesser-Courbon, consistem em trem-tipo final e simplificado, figuras 8 e 9, momento fletor máximo e área de aço, quando aplicado uma carga unitária na longarina 1 (V1), definiu-se os coeficientes de repartição transversal. Esses resultados encontram-se tabelados a seguir (Tabelas 3, 4, 5 e 6).

Tabela 3 – Valores de coeficiente de repartição transversal pelo métodos de Engesser- Courbon

Longarina	Coeficiente de repartição transversal, rigidez real na transversina	Coeficiente de repartição transversal, infinita á rigidez na transversina
V1	0,79	0,70
V2	0,31	0,40
V3	0,02	0,10
V4	-0,12	-0,20

Tabela 4 – Valores de trem-tipo para as diferentes rigidez analisadas, via Engesser-Courbon

Rigidez na transversina	Longarina	RP (kN)	RP1 (kN/m)	RP2 (kN/m)	RP' (kN)	RP1 + PR2 (kN/m)
Real	V1	105,75	6,15	10,55	84,65	16,70
Infinita	V1	95,25	6,50	9,50	76,25	16,00

Figura 8 – Trem-tipo simplificado, rigidez real da transversina

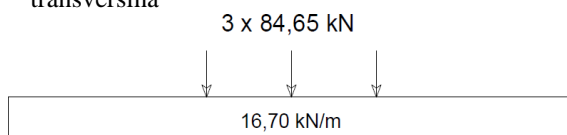


Figura 9 – Trem-tipo simplificado, infinita a rigidez da transversina

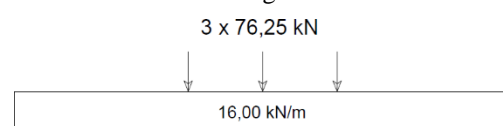


Tabela 5 – Valores de Momento fletor máximo longarina 1 (V1).

Método	Momento fletor positivo máximo (kN.m)
Engesser-Courbon, rigidez real da transversina	2149,88
Engesser-Courbon, infinita à rigidez da transversina	1981,24

Tabela 6 – Valores da área de aço na positivo na longarina 1 (V1).

Método	Área de aço (cm ²)
Engesser- Courbon, rigidez real da transversina	73,88
Engesser- Courbon, infinita à rigidez da transversina	65,56

4.5 RESULTADOS OBTIDOS PARA O PROJETO DA PONTE COM MÚLTIPLAS VIGAS, LONGARINA 2, (V2)

Em seguida os resultados obtidos utilizando o método de Engesser-Courbon, consistem em trem-tipo final e simplificado, figuras 10 e 11, momento fletor máximo e área de aço para a longarina 2 (V2), assim como, os coeficientes de repartição transversal. Esses resultados encontram-se tabelados a seguir (Tabelas 7, 8, 9 e 10).

Tabela 7 – Valores de coeficiente de repartição transversal pelo métodos de Engesser- Courbon

Longarina	Coeficiente de repartição transversal, rigidez real na transversina	Coeficiente de repartição transversal, infinita à rigidez na transversina
V1	0,31	0,40
V2	0,41	0,30
V3	0,26	0,20
V4	0,02	0,10

Tabela 8 – Valores de trem-tipo para as diferentes rigidez analisadas, via Engesser-Courbon

Rigidez na transversina	Longarina	RP (kN)	RP1 (kN/m)	RP2 (kN/m)	RP' (kN)	RP1 + PR2 (kN/m)
Real	V2	55,50	8,90	5,70	44,10	14,60
Infinita	V2	45,00	9,45	4,50	36,00	13,95

Figura 10 – Trem-tipo simplificado, rigidez real da transversina

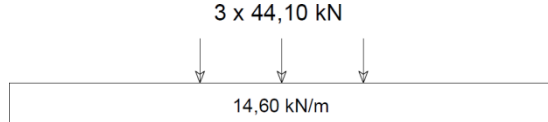


Figura 11 – Trem-tipo simplificado, infinita a rigidez transversina

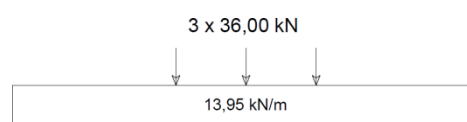


Tabela 9 – Valores de Momento fletor máximo positivo na longarina 2 (V2)

Método	Momento fletor positivo máximo (kN.m)
Engesser-Courbon, rigidez real da transversina	1395,52
Engesser-Courbon, infinita à rigidez da transversina	1234,07

Tabela 10 – Valores da área de aço positivo na longarina 2 (V2)

Método	Área de aço (cm ²)
Engesser- Courbon, rigidez real da transversina	44,40
Engesser- Courbon, infinita à rigidez da transversina	39,27

5 ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS

5.1 MOMENTO MÁXIMO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS, LONGARINA 1 (V1)

A posição da linha neutra em relação à base da seção foi de 84,424 cm, assim, por meio da análise das tensões normais de flexão, considerando a seção na fase elástica-linear, obteve-se o momento fletor máximo da longarina 1. O momento de inércia da seção foi de 12194770,80723 cm⁴, tendo sido obtido o momento fletor máximo de 2045,632 KN.m

5.2 MOMENTO MÁXIMO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS, LONGARINA 2 (V2)

A posição da linha neutra em relação à base da seção foi de 85,622 cm, assim por meio da análise das tensões normais de flexão, considerando a seção na fase elástica-linear, obteve-se o momento fletor máximo da longarina 2. O momento de inércia da

seção foi de $12525664,00131\text{cm}^4$, tendo sido obtido o momento fletor máximo de $13399,232\text{KN.m}$

5.3 ANÁLISE DA PONTE TÍPICA-2L COM A PONTE DE MÚLTIPLAS VIGAS-4L, RIGIDEZ INFINITA NA TRANSVERSINA

Em seguida é apresentada a comparação do trem-tipo simplificado (figuras 12 e 13), momento fletor máximo e área de aço das longarinas analisadas (figuras 14 e 15).

Figura 12 – Comparativo trem-tipo de flexão, longarina 1 (V1)

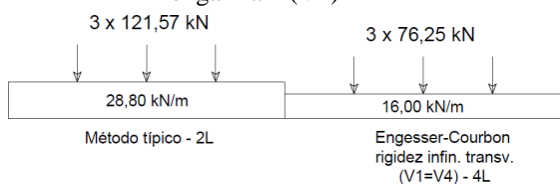


Figura 13 – Comparativo trem-tipo de flexão, longarina 2 (V2)

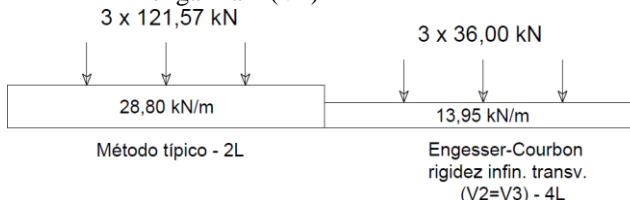


Figura 14 – Comparativo momento fletor máximo, longarina 1 (V1)

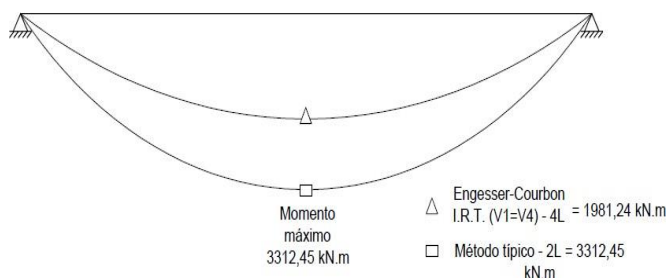
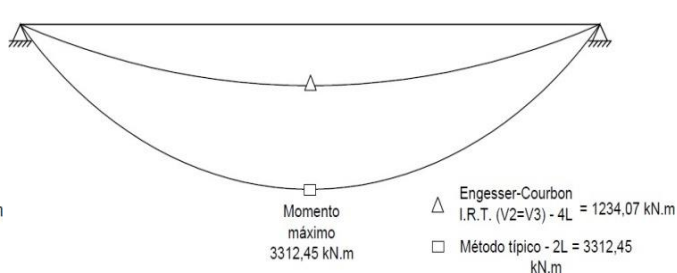


Figura 15 – Comparativo momento fletor máximo longarina 2 (V2)



Observando os valores é possível verificar que o momento fletor resultante máximo nas duas longarinas é obtido pelo método típico, para o modelo com duas longarinas. Os valores encontrados foram 67,19% superior para a longarina 1, e 168,42% superior para a longarina 2.

Tabela 11 – Comparativo área de aço

Método	Longarina	Área de aço (cm ²)
Engesser-Courbon I.R.T.	L1	65,56
Engesser-Courbon I.R.T.	L2	39,27
Método típico-2L	L1=L2	93,44
Engesser-Courbon I.R.T.	L1+L2	104,83

Analisando os resultados da tabela 11, verifica-se que, separadamente a área de aço da longarina 1 pelo método típico 2L, é maior que o calculado pelo método de Engesser-Courbon. Analisando a estrutura da ponte pela metade, somando a área de aço da longarina 1 com a longarina 2, via método Engesser- Courbon, a resultante das duas longarinas é superior a área de aço via método típico com duas longarinas, em um percentual de 12,19%.

5.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS PARA O PROJETO DE PONTE COM MÚLTIPLAS VIGA

Em seguida encontra-se os resultados para o trem-tipo de flexão, máximo momento fletor e área de aço para os métodos analisados.

5.4.1 Análise Para a Longarina 1 (V1)

Como mostrado a seguir, o trem-tipo simplificado calculado pelo método Engesser- Courbon com a rigidez real na transversina apresentou os maiores valores de ações (Figura 16).

Figura 16 - Trens-tipo para a longarina 1 (V1), via Engesser-Courbon

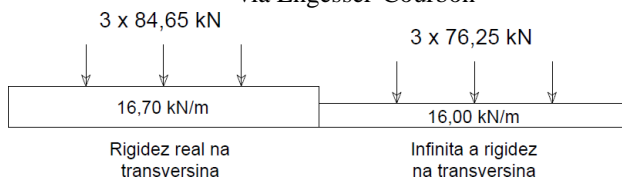
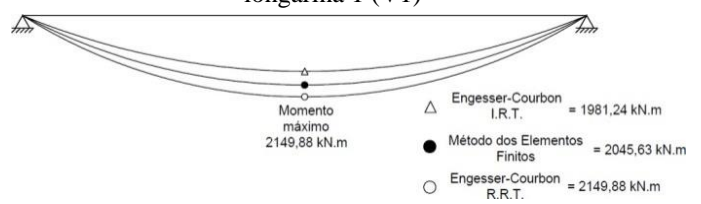


Figura 17 - Momento positivo máximo para a longarina 1 (V1)



Analisando os valores resultantes, é possível verificar que o momento fletor máximo foi obtido quando considerou-se a rigidez real na transversina, via método Engesser- Courbon, conforme figura 17. Para fins de comparação tomou-se como referência o Método dos elementos Finitos, onde o método de MEF possui um momento 3,25% superior ao Engesser Courbon com I.R.T e o método com R.R.T 5,09% de superioridade ao MEF. Já comparando as diferenças do método de Engesser Courbon, o método com R.R.T possui um momento superior de 8,51% ao método com I.R.T.

Tabela 12 – Comparativo área de aço longarina 1 (V1)

Método	Área de aço (cm ²)
Engesser- Courbon I.R.T.	65,56
Método dos Elementos Finitos	70,29
Engesser- Courbon R.R.T.	73,88

Observa-se na tabela 12, verifica-se que o método Engesser-Courbon com a rigidez real na transversina apresenta uma área de aço 5,11% superior ao método dos Elementos finitos, e o MEF uma área de aço 7,21% superior ao Engesser-Courbon com a infinita rigidez na transversina. Comparando as diferenças entre o método de Engesser Courbon, o método com R.R.T. contém uma área de aço 12,69% superior ao método com I.R.T.

5.4.2 Análise para a longarina 2 (V2)

Como mostrado a seguir, o trem-tipo simplificado calculado pelo método Engesser- Courbon com a rigidez real na transversina, demonstrou os maiores valores para a carga da roda e para a carga distribuída de multidão, conforme Figura 18.

Figura 18 - Trens-tipo para a longarina 2 (V2), via Engesser-Courbon

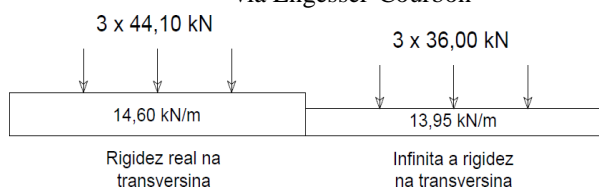
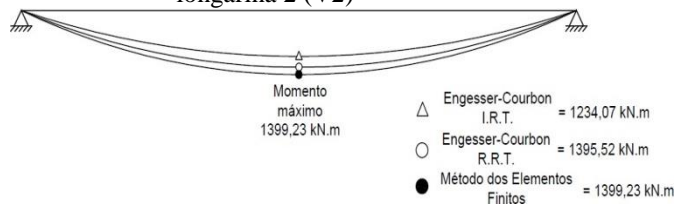


Figura 19 - Momento positivo máximo para a longarina 2 (V2)



Analisando os valores resultantes, verifica-se que o momento fletor máximo foi obtido quando empregado o MEF, como mostrado na figura 19. Para fins de comparação tomou-se como referência o Método dos elementos Finitos, onde o MEF possui um momento 13,38% superior ao Engesser Courbon com I.R.T.. O MEF um momento de 0,27% superior ao Engesser Courbon com R.R.T.. Já comparando as diferenças entre o método do Engesser Courbon, o método com R.R.T possui um momento superior de 13,08% ao método com I.R.T.

Tabela 13 – Comparativo área de aço longarina 2 (V2)

Método	Área de aço (cm ²)
Engesser- Courbon I.R.T.	39,27
Engesser- Courbon R.R.T.	44,40
Método dos Elementos Finitos	44,50

Observa-se por meio da tabela 13, que o método dos Elementos Finitos apresenta uma área de aço 0,22% superior ao método Engesser-Courbon com a rigidez real na transversina, e o MEF uma área de aço 13,32% superior ao método de Engesser-Courbon com a infinita rigidez na transversina. Comparando as diferenças entre o método de Engesser Courbon, o método com R.R.T. contém uma área de aço 13,06% superior ao método com I.R.T.

6 CONCLUSÃO

Para os resultados comparativos da ponte projetada com duas longarinas pelo método típico e a ponte projetada com múltiplas longarinas via modelo de Engesser-

Courbon com infinita rigidez na transversina, o trem-tipo de flexão, obteve valores superiores ao da ponte com duas longarinas calculada pelo método típico, chegando a valores até 168,42% superiores para a longarina 2. Porém, ao analisar a área de aço utilizada pela metade da ponte, o projeto com múltiplas vigas apresentou uma área de aço 12,19% maior, resultando em um dimensionamento mais conservador.

Ao comparar a ponte com múltiplas vigas via, método Engesser-Courbon com infinita rigidez na transversina, Engesser-Courbon com rigidez real na transversina e método dos Elementos Finitos, em relação aos resultados finais do máximo momento fletor e área de aço, para a longarinas 1 (V1), os resultados mostraram-se superiores para o método de Engesser-Courbon com rigidez real na transversina, e para a longarina 2 (V2), os resultados mostraram-se superior para o método dos Elementos Finitos. Pode-se concluir que o método de Engesser-Courbon, com a rigidez da transversina considerada infinita, apresentou valores inferiores quando comparados com os outros métodos analisados, portanto, conseqüentemente mais econômico.

No presente estudo, na longarina 1 em análise, apresentou resultados inferiores no máximo momento fletor e área de aço, comparado com o método de Engesser-Courbon com R.R.T., mas analisando a longarina 2, o MEF apresentou resultados de momento fletor e área de aço, superiores aos obtidos pelo método de Engesser-Courbon com R.R.T.

REFERÊNCIAS

ALVES, E. V.; ALMEIDA, S. M. F.; JUDICE, F. M. S. Métodos de análise estrutural de tabuleiros de pontes em vigas múltiplas de concreto protendido. *Entrevista, Niterói*, v. 6, n. 2, p. 48-58, ago. 2004.

ASSAN, A. E., Método dos Elementos Finitos: Primeiros passos. 1. ed. Campinas, São Paulo, Unicamp, 1999.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7188: projeto de pontes de concreto armado e concreto protendido: procedimento. Rio de Janeiro, 2013.

_____. NBR 6118: projeto de estruturas de concreto: procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

CARRIL, R. S.; LOPES, V. M. F., Métodos aproximados de determinação da distribuição de esforços na secção transversal de pontes rodoviárias. Comparação com métodos mais exatos, (19--?).