

Análise de hastes delgadas em grelhas hiperestáticas de tabuleiro de pontes

Analysis of thin rods in hyperstatic bridge tray grids

DOI:10.34117/bjdv8n3-030

Recebimento dos originais: 14/02/2022

Aceitação para publicação: 04/03/2022

Antônio Luís Alves da Cunha

Ensino Superior Completo

Instituição: Universidade Federal Fluminense (UFF)

Endereço: R. Herculano de Freitas, 307, apto 156, Bela Vista, CEP:01308-020 - São Paulo - SP

E-mail: antonioluiscunha@hotmail.com

Luiz Carlos Mendes

Doutorado em Engenharia Civil

Instituição: Universidade Federal Fluminense (UFF)

Endereço: R. Passo da Pátria, 152-470, São Domingos, CEP: 24210-240 - Niterói - RJ

E-mail: lcarlos@predialnet.com.br

RESUMO

Este artigo tem por objetivo determinar as tensões devido ao momento de flexão e de bimomento em grelhas hiperestáticas utilizando hastes delgadas compostas por perfis abertos. A análise foi feita utilizando-se o Método da Flexibilidade e determinaram-se as tensões nos flanges dos perfis por meio de gráficos que foram obtidos variando-se as dimensões geométricas dos perfis soldados. Para a análise foram utilizados perfis VS 200x19, VS 300x38, VS 400x44, VS 500x97, VS 600x152, VS 700x 166, VS 800x160, VS 900x191 e VS 1000x217. A grelha possui um espaço entre vigas $L = 3\text{m}$ e um carregamento perpendicular atuante de $p = 1\text{ kN/m}^2$. Nove pontos foram analisados nas interseções entre as vigas longitudinais e transversais. Constatou-se que magnitude da tensão devida ao bimomento representa mais de 15,3% da magnitude da tensão devido ao momento de flexão quando considerada a mesma seção.

Palavras-chave: hastes de paredes delgadas, grelhas hiperestáticas, tensão de flexão, tensão de bimomento.

ABSTRACT

This article aims to determine tensions due to bimoment and flexural moments, using thin walled beams in open profiles. The analysis is made by using Flexibility Method and it was determined by means of graphs. Results are obtained in according to variations in geometric dimensions in the welded profiles. The results in profiles VS 200x19, VS 300x38, VS 400x44, VS 500x97, VS 600x152, VS 700x 166, VS 800x160, VS 900x191 and VS 1000x217 were shown. The grid has a space between beams $L = 3\text{m}$ and a perpendicular load of $p = 1\text{ kN / m}^2$. Nine points were analyzed in intersections between longitudinal and transverse beams. It was found that tension results due to the bimoment represent more than 15.3% of the magnitude of the tension due to flexural moments.

Keywords: thin walled beams, hyperstatic grids, bending tension, bimoment tension.

1 INTRODUÇÃO

Estruturas de hastes delgadas caracterizam-se pelo fato da espessura do perfil apresentar uma dimensão bem pequena em relação às demais dimensões da seção transversal que, por sua vez, são pequenas em relação ao comprimento do perfil. Nessas estruturas ocorre um efeito que não pode ser desconsiderado: o empenamento.

O empenamento ocorre ao longo dos flanges uma vez que o polo setorial é locado no centro de gravidade do perfil, e não pode mais ser tratado como um simples fenômeno localizado, possuindo a conotação de um deslocamento importante em que o flange dependendo do seu grau de esbeltez e relações largura e espessura pode ser submetido.

O trabalho tem por objetivo determinar as tensões de flexão e bimomentos nas interseções entre as vigas da grelha. Assim, a metodologia se baseou em determinar as tensões nos flanges dos perfis que compõem a grelha, e observou-se o comportamento destas tensões por meio de gráficos que foram obtidos, variando-se as dimensões geométricas dos perfis.

Para análise dos gráficos foram utilizados os perfis VS 200x19, VS 300x38, VS 400x44, VS 500x97, VS 600x152, VS 700x 166, VS 800x160, VS 900x191 e VS 1000x217. Nove pontos foram analisados nas interseções entre as vigas que compõem a grelha e foi realizada uma comparação de resultados associados à relevância entre essas tensões.

Segundo Zbirohowski-Koscia [6], as hastes são consideradas como delgadas ou espessas da seguinte forma:

Quando $k > 2,54 \text{ cm}^{-1}$, a haste pode ser considerada como parede espessa.

Quando $k < 1,27 \text{ cm}^{-1}$, a haste deve ser considerada como sendo constituída por hastes de paredes delgadas.

Quando $1,27 \text{ cm}^{-1} < k < 2,54 \text{ cm}^{-1}$, a haste é considerada como estando em um estado intermediário podendo ser considerada como sendo constituída por paredes espessas ou paredes delgadas.

O comprimento característico inverso k depende exclusivamente das características geométricas dos perfis e é definido por:

$$k = \sqrt{\frac{G \cdot J_t}{I_\omega \cdot E}} \quad (1)$$

Onde:

G = módulo de elasticidade transversal do material;

J_t = momento de inércia a torção;

E = módulo de elasticidade ou módulo de Young;

I_{ω} = momento setorial de inércia.

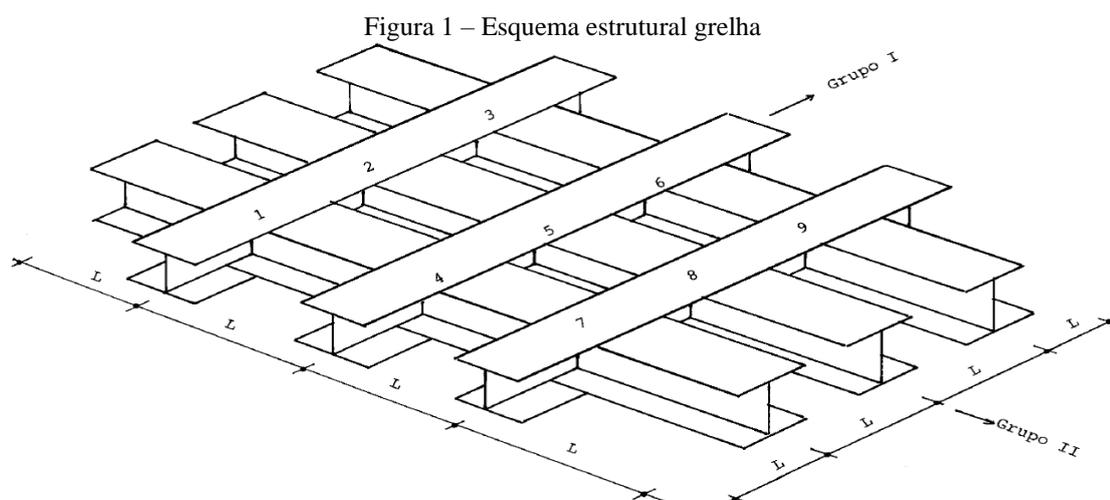
2 MÉTODO DA FLEXIBILIDADE APLICADA A GRELHAS HIPERESTÁTICAS

O método da flexibilidade é utilizado para determinação das reações de apoio em estruturas hiperestáticas na qual é feita a superposição de soluções básicas isostáticas. Dessa forma, cria-se uma estrutura isostática auxiliar, chamada sistema principal (SP), que é obtida da estrutura original hiperestática pela eliminação dos vínculos.

Utilizando-se o método das forças aplicado a grelha hiperestática, apresentada na Figura 1, e, admitindo-se simetria da estrutura, podem-se reduzir os cálculos necessários, determinando-se os hiperestáticos X_1 , X_2 , X_3 , X_4 e X_5 (Figuras 4,5,6,7 e 8).

A Figura 1 mostra o esquema de uma grelha composta de vigas ortogonais que se cruzam formando células quadradas. As vigas são simplesmente apoiadas nas extremidades, constituindo-se o que se chama de apoios em garfo, segundo Kollbrunner Hajdin (1972, p.171). Numa perspectiva geral, estes conjuntos de vigas acompanhados das linhas de bordo ficam inseridas em cinco alinhamentos. A grelha estudada é composta por 3 vigas dispostas na direção longitudinal (grupo I) e 3 vigas dispostas na direção transversal (grupo II).

Os deslocamentos da seção transversal no plano perpendicular ao eixo da haste podem ser representados como deslocamentos de um corpo rígido. Isto significa dizer que a forma da seção transversal permanece inalterada durante a deformação, enquanto estiver sob a ação de um carregamento externo qualquer.



Foi admitido um carregamento perpendicular à placa da laje de $p = 1 \text{ kN/m}^2$ envolvendo peso próprio e demais ações acidentais e um espaçamento entre vigas igual a $L = 3\text{m}$. O resultado dos momentos fletores despertados pelo carregamento externo aplicado sobre o sistema principal é apresentado nas Figura 2 e 3.

Figura 2 – Diagramas de momentos fletores devidos à aplicação do carregamento externo na direção longitudinal

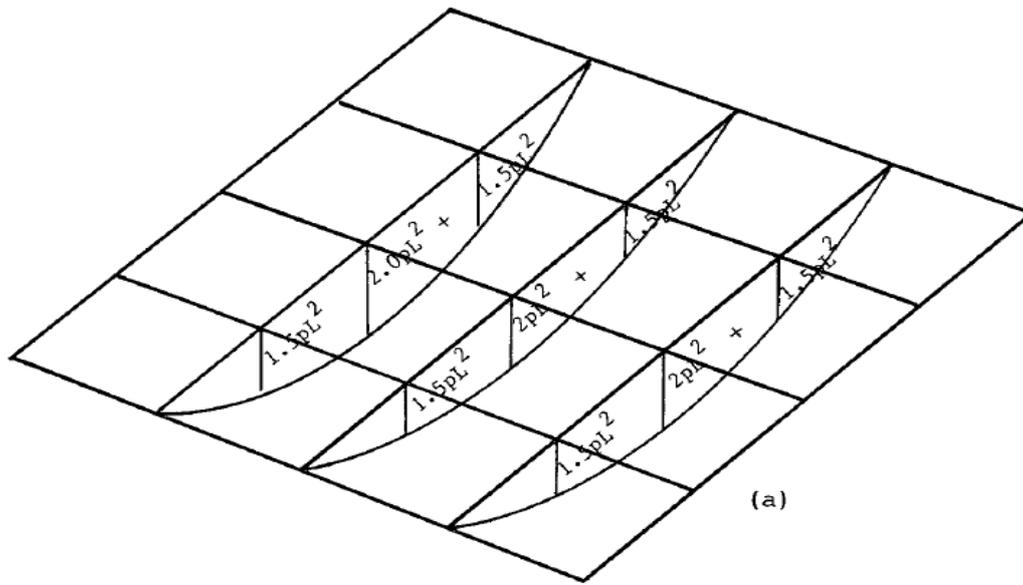
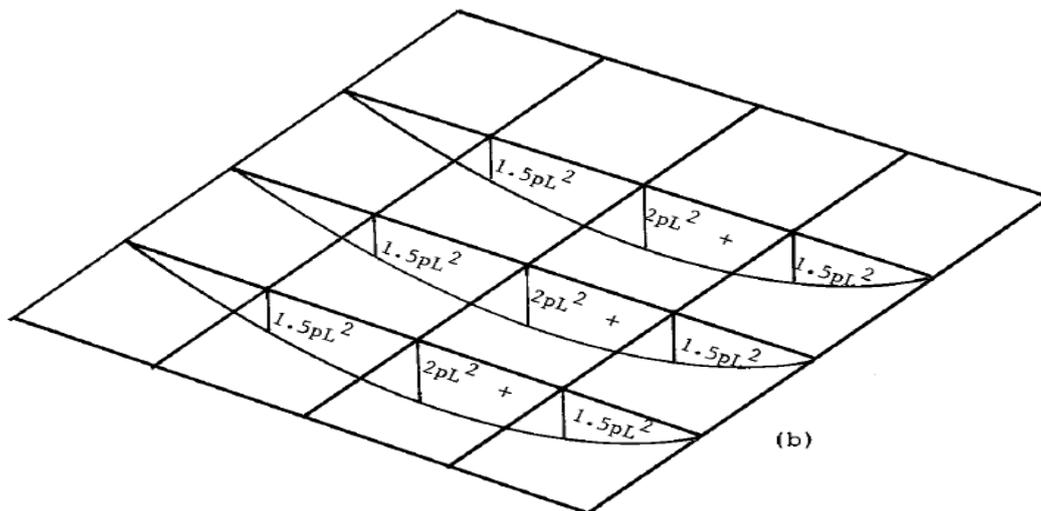


Figura 3 – Diagramas de momentos fletores devidos à aplicação do carregamento externo na direção transversal



Ao todo foram aplicados cinco carregamentos (hiperestáticos) unitários ao longo da grelha para que fosse possível determinar as tensões de flexão e bimomento atuantes nas interseções entre as vigas. Em cada ponto no qual se deseja calcular um valor de tensão foi

aplicado um hiperestático unitário, possibilitando a determinação dos valores das incógnitas por meio da resolução da matriz de flexibilidade.

O bimomento é uma grandeza solicitante que representa o estado de tensões que se auto equilibram, não havendo deslocamentos no eixo centroidal da haste, nem na rotação da seção transversal, em virtude da aplicação de uma força excêntrica F na extremidade da haste. Esse estado resulta num equilíbrio estático e define um par de momentos fletores de igual intensidade, mas de sentidos contrários que agem em planos paralelos (MEGSON, 1974). O bimomento foi considerado como um novo esforço solicitante independente, que será tratado como grandeza incógnita no método da flexibilidade na aplicação na grelha adotada de elementos de paredes delgadas, uma vez que impõem nas peças tensões de flexão e tensões devidas ao bimomento com ele interligadas, que dependem diretamente do coeficiente de empenamento da seção. A desigualdade de carregamento externo nas vigas que não são as centrais justificam o aparecimento de incógnitas de bimomentos a serem localadas em tais pontos nodais que são as incógnitas X_4 e X_5 .

Figura 4 – Aplicação do hiperestático X_1 .

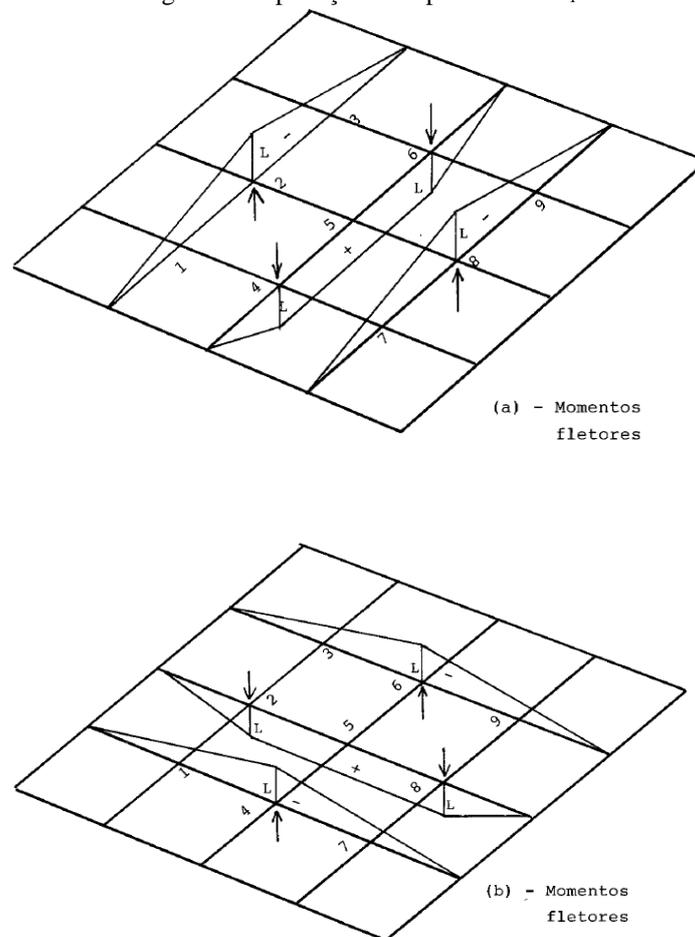


Figura 5 – Aplicação do hiperestático X_2

Momentos torçores em cruz

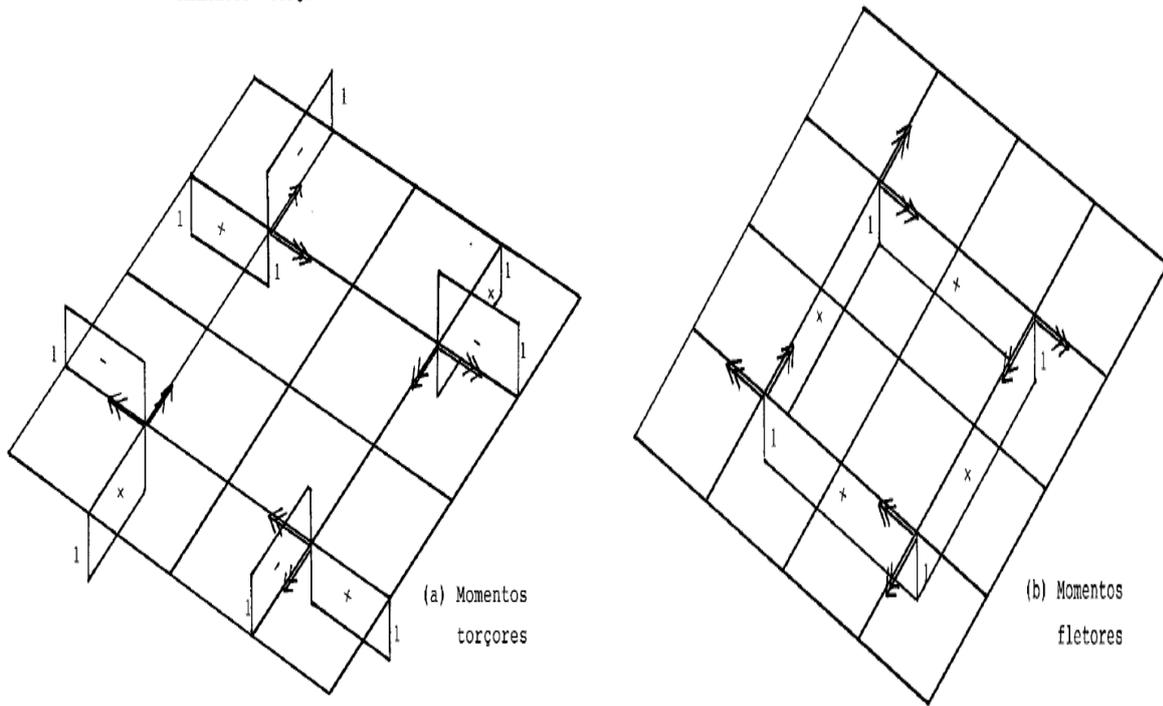


Figura 6 – Aplicação do hiperestático X_3

Momentos torçores cíclicos

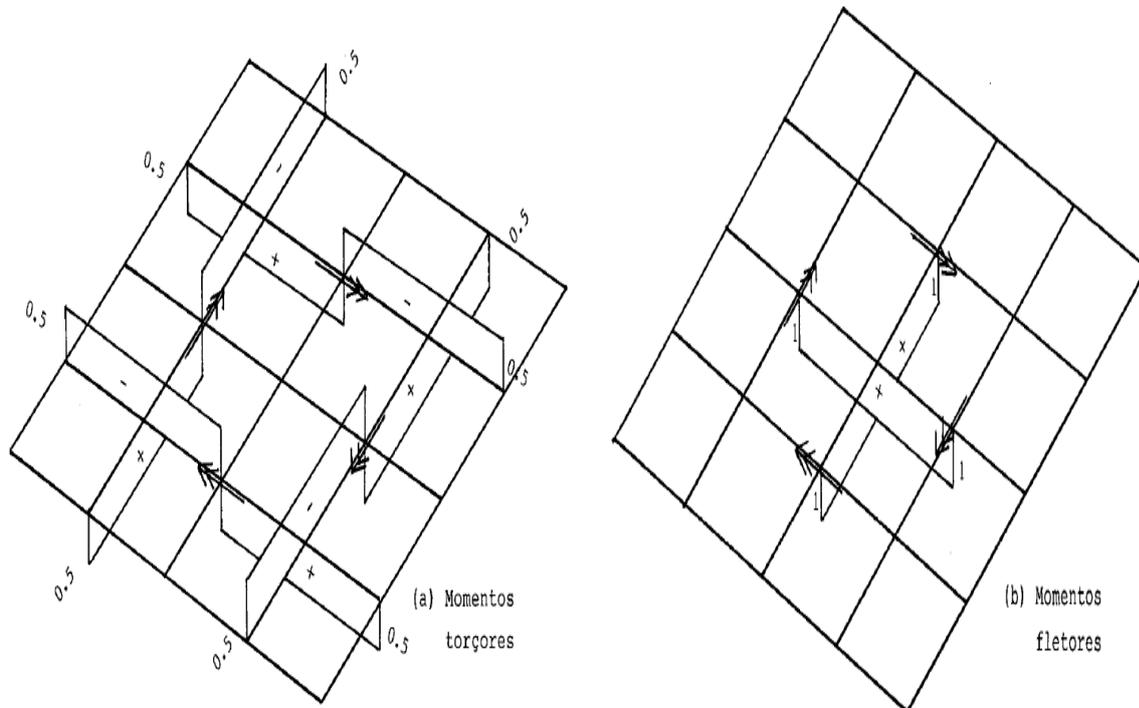


Figura 7 – Aplicação do hiperestático X_4 de bimomentos aplicados nos pontos nodais em forma cíclica gerando-se as incógnitas nos pontos 2,4,6 e 8

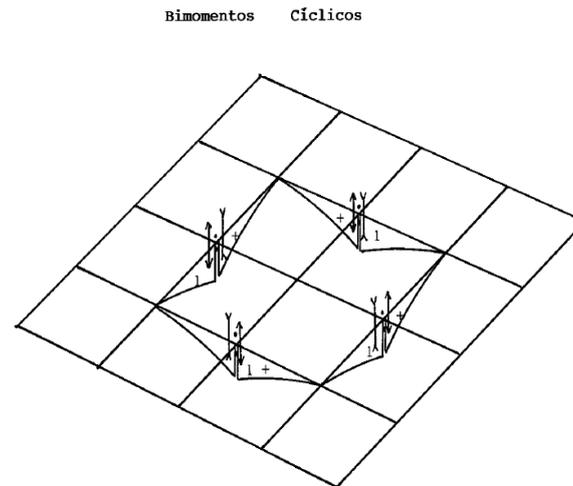
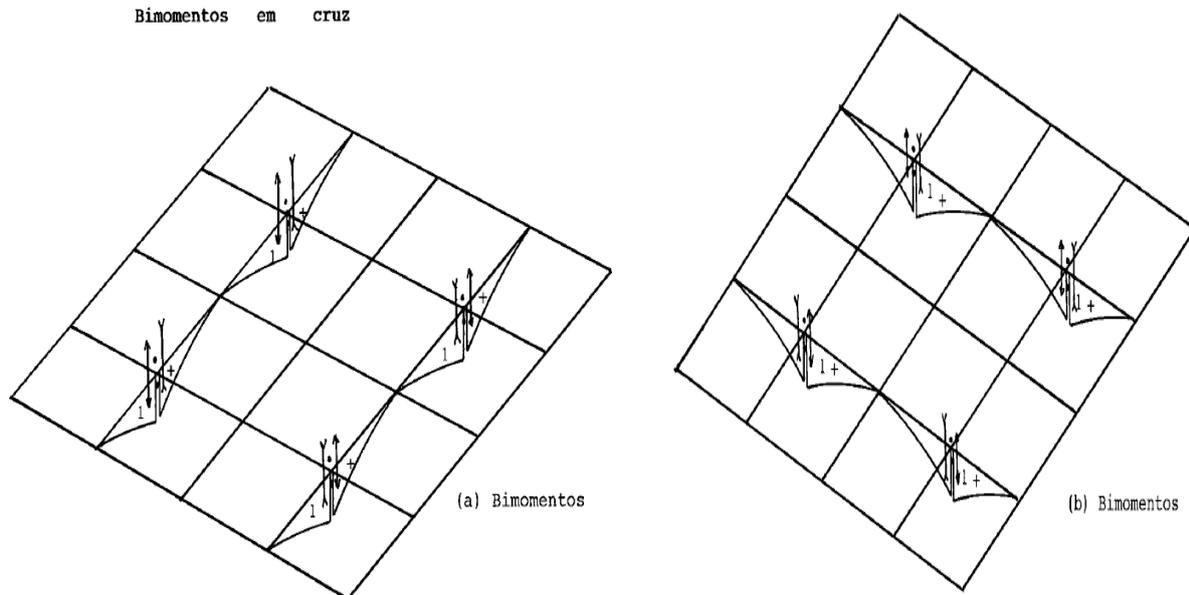


Figura 8 – Aplicação do hiperestático X_5 de bimetmentos aplicados nos pontos 1,3,7 e 9 em forma de cruz



Após a obtenção dos gráficos de carregamento externo e dos hiperestáticos unitários obteve-se a matriz de flexibilidade para a determinação das incógnitas dos hiperestáticos. As determinações podem ser obtidas resolvendo-se o seguinte sistema de equações lineares.

$$\begin{aligned}
 f_{10} + f_{11} \cdot X_1 + f_{12} \cdot X_2 + f_{13} \cdot X_3 + f_{14} \cdot X_4 + f_{15} \cdot X_5 &= 0 \\
 f_{20} + f_{21} \cdot X_1 + f_{22} \cdot X_2 + f_{23} \cdot X_3 + f_{24} \cdot X_4 + f_{25} \cdot X_5 &= 0 \\
 f_{30} + f_{31} \cdot X_1 + f_{32} \cdot X_2 + f_{33} \cdot X_3 + f_{34} \cdot X_4 + f_{35} \cdot X_5 &= 0 \\
 f_{40} + f_{41} \cdot X_1 + f_{42} \cdot X_2 + f_{43} \cdot X_3 + f_{44} \cdot X_4 + f_{45} \cdot X_5 &= 0 \\
 f_{50} + f_{51} \cdot X_1 + f_{52} \cdot X_2 + f_{53} \cdot X_3 + f_{54} \cdot X_4 + f_{55} \cdot X_5 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Os coeficientes da matriz de flexibilidade são obtidos utilizando as tabelas de Kollbrunner-Hajdin (1972), que determinam de forma precisa o cálculo desses coeficientes. Assim, obtiveram-se os seguintes valores:

$$f_{10} = -\frac{23}{6} \cdot \frac{I_{\omega}}{I_y} \cdot p \cdot L \quad (3)$$

$$f_{11} = \frac{32}{3} \cdot \frac{I_{\omega}}{I_y} \cdot L^3 \quad (4)$$

$$f_{12} = -6 \cdot \frac{I_{\omega}}{I_y} \cdot L^2 \quad (5)$$

$$f_{13} = 4 \cdot \frac{I_{\omega}}{I_y} \cdot L^2 \quad (6)$$

$$f_{14} = f_{15} = 0 \quad (7)$$

$$f_{20} = \frac{44}{3} \cdot \frac{I_{\omega}}{I_y} \cdot p \cdot L^3 \quad (8)$$

$$f_{21} = f_{12} = -6 \cdot \frac{I_{\omega}}{I_y} \cdot L^2 \quad (9)$$

$$f_{22} = \frac{8}{(kL^2)} \cdot T \cdot T \cdot L^3 + \frac{I_{\omega}}{I_y} \cdot 8 \cdot L \quad (10)$$

$$f_{23} = \frac{8}{(kL^2)} \cdot T \cdot T \cdot L^3 \quad (11)$$

$$f_{24} = f_{25} = 0 \quad (12)$$

$$f_{30} = \frac{22}{3} \cdot \frac{I_{\omega}}{I_y} \cdot p \cdot L^3 \quad (13)$$

$$f_{31} = f_{13} = 4 \cdot \frac{I_{\omega}}{I_y} \cdot L^2 \quad (14)$$

$$f_{32} = f_{23} = \frac{8}{(kL^2)} \cdot T \cdot T \cdot L^3 \quad (15)$$

$$f_{33} = \frac{16}{(kB^2)} \cdot L^3 + 4 \cdot \frac{I_{\omega}}{I_y} \cdot L, \text{ onde } B=2L \quad (16)$$

$$f_{34} = f_{35} = 0 \quad (17)$$

$$f_{40} = \frac{8}{(kL)^2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\cosh(kL) - 1}{kL \cdot \sinh(kL)} - 1 \right) \cdot m_D \cdot L^3 \cdot M \omega^2 \quad (18)$$

$$f_{41} = f_{42} = f_{43} = 0 \quad (19)$$

$$f_{44} = \frac{8}{kL} \cdot \left(\frac{1}{\tanh(kL)} - \frac{1}{kL} \right) \cdot L \cdot M \omega^2 \quad (20)$$

$$f_{45} = \frac{8}{kL} \cdot \left(\frac{1}{kL} - \frac{1}{\sinh(kL)} \right) \cdot L \cdot M \omega^2 \quad (21)$$

$$f_{50} = \frac{16}{(kL)^2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\cosh(kL) - 1}{kL \cdot \sinh(kL)} - 1 \right) \cdot m_D \cdot L^3 \cdot M \omega^2 \quad (22)$$

$$f_{51} = f_{52} = f_{53} = 0 \quad (23)$$

$$f_{54} = f_{45} = \frac{8}{kL} \cdot \left(\frac{1}{kL} - \frac{1}{\sinh(kL)} \right) \cdot L \cdot M \omega^2 \quad (24)$$

$$f_{55} = \frac{16}{kL} \cdot \left(\frac{1}{\tanh(kL)} - \frac{1}{kL} \right) \cdot L \cdot M \omega^2 \quad (25)$$

O cálculo dos coeficientes da matriz de flexibilidade compreende grandezas como comprimento característico inverso (k), comprimento entre vigas que compõem a grelha (L), bimomento proveniente do momento torçor aplicado (m_D), momento torçor unitário aplicado (T), carregamento bidimensional aplicado sobre a laje (p), momento de inércia setorial (I_ω) e momento de inércia de flexão com relação ao eixo y (I_y).

Os bimotores despertados nos pontos nodais da grelha são provenientes da excentricidade do carregamento sobre a laje que faz com que a parte lateral direita da viga seja mais solicitada que a outra parte lateral esquerda, havendo uma desigualdade de carregamento. Isto gera momentos torçores aplicados solicitantes, que geram bimotores nos pontos nodais.

O momento fletor e bimomento atuante nas interseções entre as vigas foram obtidos somando-se as parcelas de carregamento externo e a parcela proveniente dos hiperestáticos unitários aplicados sobre a grelha. Para cada interseção entre as vigas existem quatro locais específicos para determinação das tensões de flexão e de bimomento, os quais foram calculadas na seção superior, seção imediatamente à esquerda, seção imediatamente à direita e seção abaixo

das interseções em planta entre as vigas do esquema estrutural. Dessa forma o momento fletor foi obtido conforme equação (26).

$$M_f = M_o + \overline{M}_1 \cdot X_1 + \overline{M}_2 \cdot X_2 + \overline{M}_3 \cdot X_3 + \overline{M}_4 \cdot X_4 + \overline{M}_5 \cdot X_5 \quad (26)$$

O coeficiente M_o é proveniente do carregamento externo atuante, os coeficientes $\overline{M}_1, \overline{M}_2, \overline{M}_3, \overline{M}_4$ e \overline{M}_5 , são obtidos a partir dos gráficos dos hiperestáticos unitários, e a solução da matriz de flexibilidade utilizando as tabelas de Kollbrunner-Hajdin(1972) fornece o valor dos hiperestáticos X_1, X_2, X_3, X_4 e X_5 .

As maiores tensões de flexão foram obtidas calculando-se os momentos fletores na base dos perfis. As tensões no topo e na base dos perfis foram calculadas onde ocorre interseção entre as vigas que compõem a grelha.

$$\sigma_f = \frac{M_f}{I_y} \cdot y \quad (27)$$

Obtém-se o bimomento somando-se a parcela de carregamento real com as parcelas de carregamento virtual oriundas dos hiperestáticos adotados.

$$M_{\omega} = M_{\omega_o} + \overline{M}_{\omega_1} \cdot X_1 + \overline{M}_{\omega_2} \cdot X_2 + \overline{M}_{\omega_3} \cdot X_3 + \overline{M}_{\omega_4} \cdot X_4 + \overline{M}_{\omega_5} \cdot X_5 \quad (28)$$

O carregamento real M_{ω_o} foi obtido através das tabelas de solicitações em hastes delgadas biapoiadas de Kollbrunner-Hajdin (1972) sendo:

$$M_{\omega_o} = \frac{1}{k^2} \cdot \left(1 - \frac{\sinh(kx) + \sinh(k(L-x))}{\sinh(kl)} \right) \quad (29)$$

onde:

l = distância entre os apoios localizados nas extremidades das vigas;

k = comprimento característico inverso;

L = distância entre vigas.

A tensão de bimomento é obtida com base nas características geométricas dos perfis adotados.

Onde:

$$\sigma_{\omega} = \frac{M_{\omega}}{I_{\omega}} \cdot \omega \quad (30)$$

M_{ω} = Integral envolvendo tensões normais devidas ao bimomento;

I_{ω} = Momento setorial de inércia;

ω = Área setorial.

3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Tomando como base os perfis VS 200 x 19, VS 300 X 38, VS 400 X 44, VS 500 X 97, VS 600 X 152, VS 700 X 166, VS 800 X 160, VS 900 X 191, VS 1000 X 217 e, ressaltando que todos se enquadram na categoria de hastes delgadas, os seguintes resultados foram obtidos, utilizando-se um comprimento de célula de 3 metros e um carregamento externo bidimensional $p = 1\text{kN/m}^2$. Para cada ponto de interseção entre vigas foram calculadas as tensões nas seções à esquerda ($\sigma_{f,e}$), à direita ($\sigma_{f,d}$), superior ($\sigma_{f,s}$) e inferior ($\sigma_{f,i}$).

Ao todo foram analisados nove pontos. Determinaram-se as tensões de flexão em 36 seções diferentes. Os valores das tensões de flexão obtidos estão representados em $\text{kN/m}^2 \times 10^3$ na Figura 9 e as tensões de bimomento são mostradas na Figura 10 em kN/m^2 .

Figura 9 - Tensões devidas ao momento de flexão nos pontos 1, 2, 3, 7, 8 e 9

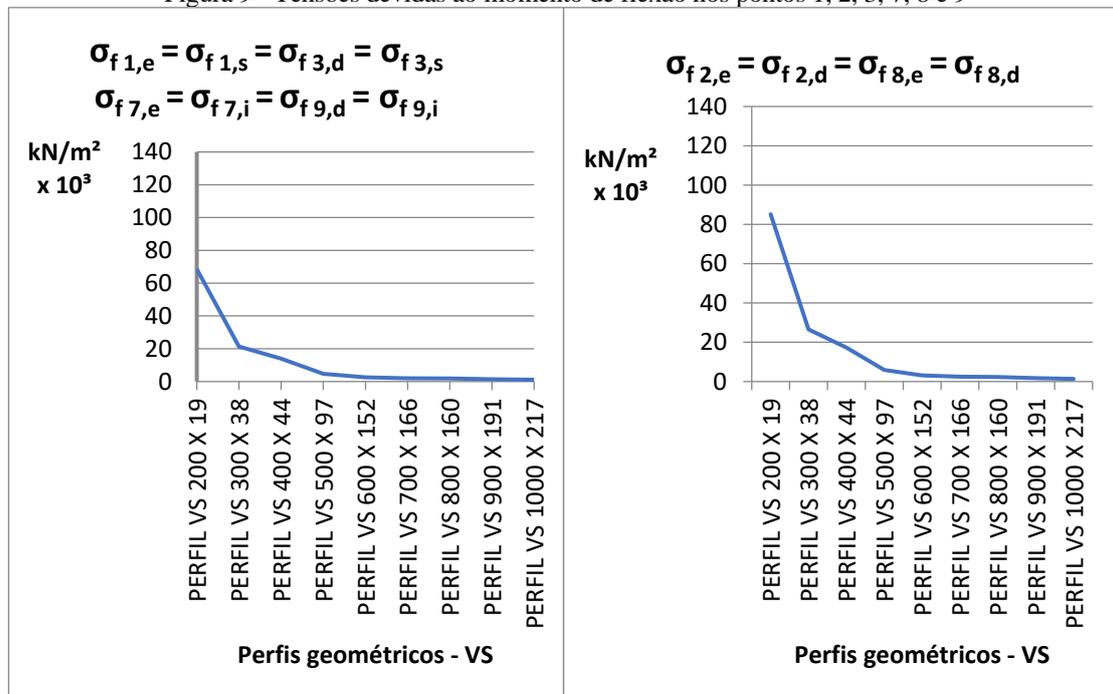
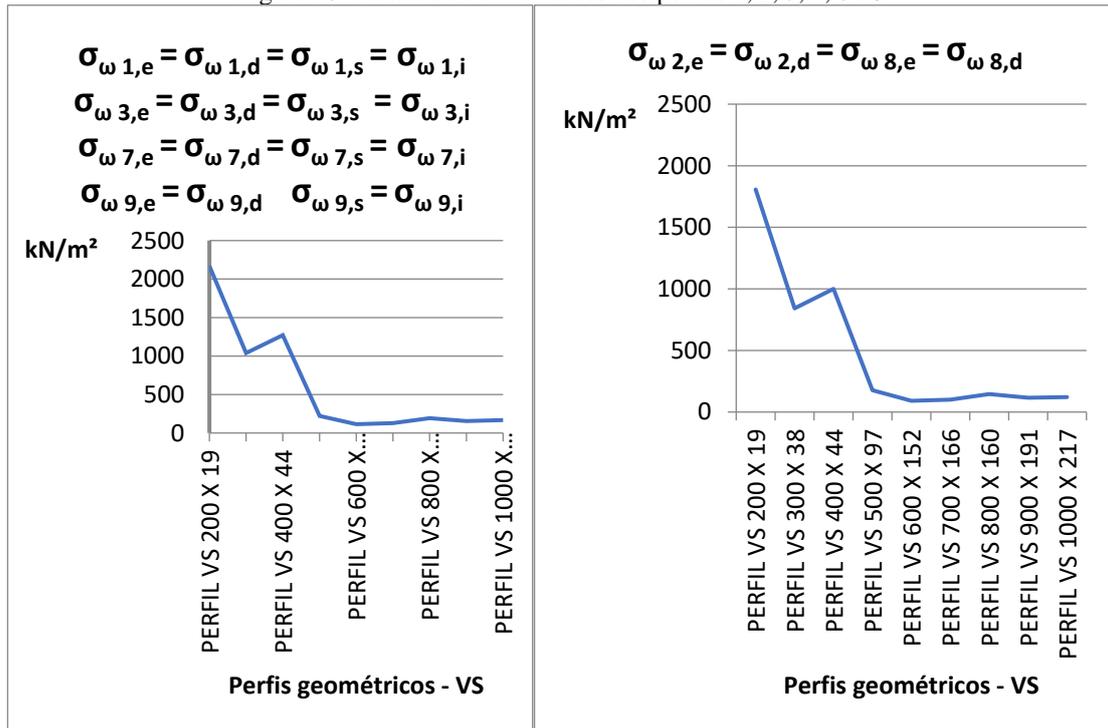


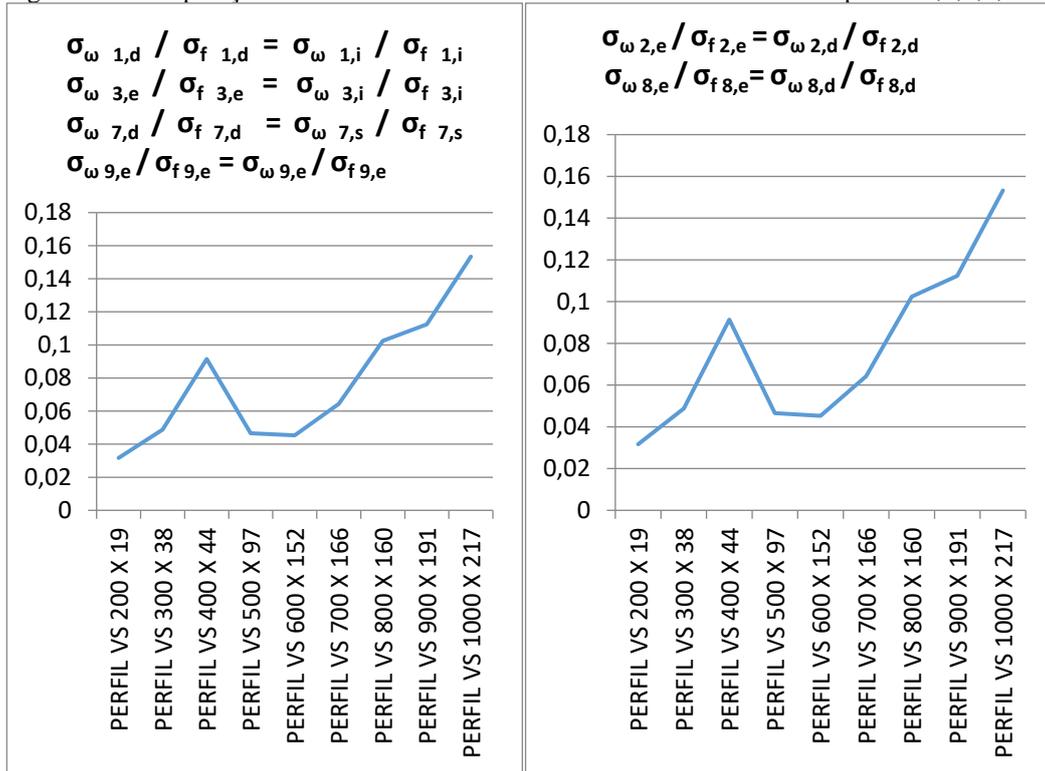
Figura 10 - Tensões de bimomentos nos pontos 1, 2, 3, 7, 8 e 9



O gráfico do bimomento apresenta uma variação com relação ao gráfico das tensões de flexão, já que entre os perfis VS 300 X 38 e VS 400 X 44 ocorre uma linha ascendente devido ao aumento do comprimento característico inverso (k), que ocorre entre essas duas seções. O comprimento característico inverso tem uma influência maior nos resultados gerados para bimomento do que para os valores obtidos com relação à tensão de flexão, pois causa uma variação maior no valor dos hiperestáticos X₄ e X₅ que influenciam de forma direta nos cálculos do bimomento.

Após a obtenção dos valores das tensões de flexão e bimomento foi analisado o percentual entre as tensões obtidas, para se observar qual a relação entre as tensões, variando-se os perfis e mantendo-se as características iniciais adotadas. Os gráficos obtidos nas relações de tensões apresentam formato semelhante ao gráfico do bimomento.

Figura 11 - Comparação entre tensões de flexão e tensões de bimomentos nos pontos 1,2,3,7,8 e 9



Os gráficos mostram a comparação entre tensões de flexão e tensões devidas ao bimomento e apresentam configurações semelhantes aos gráficos das tensões de bimomentos. O aumento do comprimento característico inverso entre os perfis VS 300 X 38 e VS 400 X 44 causa um aumento significativo dos valores na comparação entre as tensões citadas. A maior influência da tensão de bimomento aparece para o perfil VS 1000 X 217, que representa 15,3% do valor da tensão de flexão. Esse resultado mostra que o bimomento considerado, exclusivamente para hastes delgadas, é representativo e exerce grande influência no sistema estrutural de grelhas hiperestáticas.

4 CONCLUSÕES

O método da flexibilidade adotado permitiu calcular as tensões de flexão e devidas ao bimomento de forma coerente e precisa. Além disso, trata-se de um método clássico de resolução de estruturas hiperestáticas na qual são calculadas desde estruturas mais simples até as estruturas mais complexas. O trabalho empresta uma originalidade e aborda um tema inovador, pois contempla um assunto pouco estudado até o momento e com uma bibliografia muito restrita.

As propriedades geométricas e setoriais dos perfis são predominantes para a redução das tensões calculadas, pois à medida que o perfil aumenta sua altura e suas espessuras, o

comprimento característico inverso diminui e, conseqüentemente, as tensões atuantes diminuem progressivamente.

Os gráficos obtidos permitiram a análise do comportamento das tensões de flexão e de bimomento nas interseções entre as vigas que compõem a grelha e, além disso, foi realizada uma comparação relacionando os valores entre essas tensões. A importância do bimomento no estudo das hastes de paredes delgadas é essencial, pois, em alguns pontos da grelha, representa mais de 15,3% da tensão de flexão atuante na seção. Os gráficos observados mostram que, após determinado emprego do perfil no conjunto escolhido, se diminui muito pouco a variação das tensões tanto para flexão quanto para bimotoes e, numa possível aplicabilidade desse perfil mais espesso, se poderia torná-lo inviável economicamente, pois seria gasto mais material na fabricação uma vez que a variações de tensões encontradas no gráfico foi irrisória. A parcela do bimomento se tornaria importante da mesma forma para outros sistemas estruturais como vigas balcão, estruturas de pontes rolantes ou vigas contínuas em hastes delgadas sujeitas a grandes momentos torçores.

REFERÊNCIAS

- [1] ALVES, V. R. - **Análise de perfis enrijecidos em hastes de paredes delgadas de aço formados a frio**, Tese de Doutorado, Universidade Federal Fluminense, Niterói, Rio de Janeiro, 2008.
- [2] ILG, I., **Vigas contínuas em Hastes de Paredes Delgadas**, Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1983.
- [3] KOLLBRUNNER, C. F. e KRAJCINOVIC, D. - **Matrix Analysis of Thin-Walled Structures**, Institute for Engineering Research, Verlag/ Leemann/ Zurich, 1969.
- [4] KOLLBRUNNER, C. F. e HAJDIN, N. - **DÜNNWANDIGE STÄBEBAND 1**, Springer-Verlag, Berlin/ Heidelberg/New York, 1972.
- [5] MEGSON, T. H. G, **Linear Analysis of Thin Walled Elastic Structures**, Surrey University Press, U.S.A, 1974.
- [6] ZBIROHWSKI-KOSCIA, K., **Thin Walled Beams**, Crosby Lockwood & Son Ltd., London, 1967.