

Localização de Empreendimentos Uma abordagem através de otimização não linear

Enterprise Localization An approach through nonlinear optimization

DOI:10.34117/bjdv7n11-534

Recebimento dos originais: 12/10/2021

Aceitação para publicação: 29/11/2021

Marco Antônio Rahal Sacoman

Doutor em Engenharia de Sistemas e Computação

Universidade Estadual Paulista - UNESP Campus Bauru

Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-1, Vargem Limpa, Bauru-SP, 17033-360

E-mail: marco.sacoman@unesp.br

RESUMO

A determinação da localização de empreendimentos é aplicada em localização de aeroportos, escolas, armazéns, centrais de tratamento de resíduos, fábricas e hospitais, entre outros. A localização entre vários locais possíveis é um problema de logística importante, pois, uma vez localizado, o custo de transporte entre os centros envolvidos na rede estará determinado. O problema da localização preocupa-se em determinar local específico para unidades de distribuição de produtos ou de prestação de serviços e o objetivo é determinar a quantidade e a localização ideal destas unidades de forma a atender da melhor maneira possível um conjunto de usuários cuja localização é conhecida. O problema do abastecimento de n destinos a partir de m origens, pode ser estudado com uma variedade de hipóteses e métodos. Se as origens e os destinos, são locais conhecidas com quantidades também conhecidas, tem-se um problema de transporte. Se existirem centros intermediários que podem ser de passagem ou de armazenamento dos bens distribuídos, tem-se um problema de transbordo. Ambos podem ser resolvidos através da programação linear. Se houver origem, destino, local de passagem ou de armazenamento a ser determinado, tem-se um problema de localização cujo objetivo é minimizar custos ou maximizar lucros da rede logística e as restrições podem representar o atendimento à procura satisfazendo os níveis de serviço, o mínimo transportado para o sistema ser viável, o tempo máximo chegada ao cliente, entre outras. Para localização de múltiplas instalações utilizam-se técnicas de programação não linear ou de simulação. Neste trabalho utiliza-se técnica de programação não linear.

Palavras-chave: Otimização, Engenharia, Administração, Logística.

ABSTRACT

The ventures location determination is applied in locations of airports, schools, warehouses, waste treatment plants, factories and hospitals, among others. Locating between several possible locations is an important logistical problem because once located, the transportation cost between the centers involved in the network will be determined. The location problem is concerned with determining specific location for product distribution or service delivery units and the goal is to determine the quantity and optimal location of these units to best serve a set of users whose location is known. The

problem of supplying n destinations from m sources can be studied with a variety of hypotheses and methods. If the origins and destinations are from known locations with also known quantities, one has a transportation problem. If there are intermediate centers which may be the transit or storage of the distributed goods, there is a problem of transshipment. Both can be solved by linear programming. If there is a source, destination, place of passage or storage to be determined, there is a location problem that aims to minimize costs or maximize profits from the logistics network and the constraints may represent meeting demand by meeting service levels, the minimum carried to consider the system viable, the maximum arrival time to the customer, among others. For location of multiple installations non-linear programming or simulation techniques are used. This work uses nonlinear programming technique.

Keywords: Optimization, Engineering, Administration, Logistics.

1 INTRODUÇÃO

Os problemas de logística podem ser considerados como problemas de redes formadas por nós de origens com suas ofertas, nós de destino com suas demandas podendo, também, conter nós de transbordo que podem ser nós de passagem ou armazenamento entre as origens e os destinos.

O objetivo deste tipo de problema é minimizar o custo ou maximizar o lucro da distribuição de bens ou serviços entre origens e destinos.

As restrições são dadas pela oferta total e demanda total da rede que, na solução do problema, devem ser atendidas.

A busca da melhor distribuição atendendo ao objetivo e às restrições é considerada como a solução ótima para o problema.

Problemas deste tipo são conhecidos como Problemas de Transporte, quando a rede é composta por nós de origem e nós de destino ou como Problemas de Transbordo, quando a rede é composta por nós de origem, nós de destino e nós intermediários e, em qualquer uma destas situações, as localizações dos nós são conhecidas.

Em situações onde um destes nós não é conhecido, tem-se os Problemas de Localização.

De forma geral, pode-se considerar a localização de centros de atividades e o problema pode tratar de microlocalização, como a localização de um departamento dentro de uma empresa ou de macrolocalização, como a localização de uma empresa em uma região.

2 OBJETIVOS

Desenvolver um modelo de otimização para Problemas de Localização utilizando Programação Não Linear e resolver, como exemplo da utilização do modelo e da técnica de solução, um problema de localização de centros de armazenamento para regulação de estoques.

3 REVISÃO DA LITERATURA

Problemas de Localização são Problemas de Transporte ou Problemas de Transbordo onde um ou mais nós da rede de logística ainda não tem sua localização determinada. A determinação da localização do nó de forma a ter um custo mínimo de operação da rede, é um problema de otimização tratado pela Pesquisa Operacional.

3.1 PESQUISA OPERACIONAL

A Pesquisa Operacional trata da busca da melhor solução possível de problemas de qualquer área do conhecimento, se o problema for escrito matematicamente através de uma função que define o objetivo que se deseja alcançar e de um conjunto de restrições que representam o problema de forma técnica, incluindo os recursos que serão utilizados. (Sacoman, 1998 e 2012).

3.2 PROBLEMAS DE TRANSPORTE

Os Problemas de Transporte são uma categoria de problemas de otimização onde se conhece a localização dos centros produtores ou distribuidores, chamados de Origens, onde suas Ofertas são conhecidas. Além disto, são conhecidas as localizações dos centros de recepção ou de consumo, chamados de Destinos, onde suas Demandas são conhecidas. As ofertas devem ser enviadas das origens os destinos, para que suas demandas sejam satisfeitas.

Considerando que se conhecem as localizações das origens e dos destinos e se conhecem as ofertas e as demandas, é possível estabelecer o custo unitário de transporte entre origens e destinos.

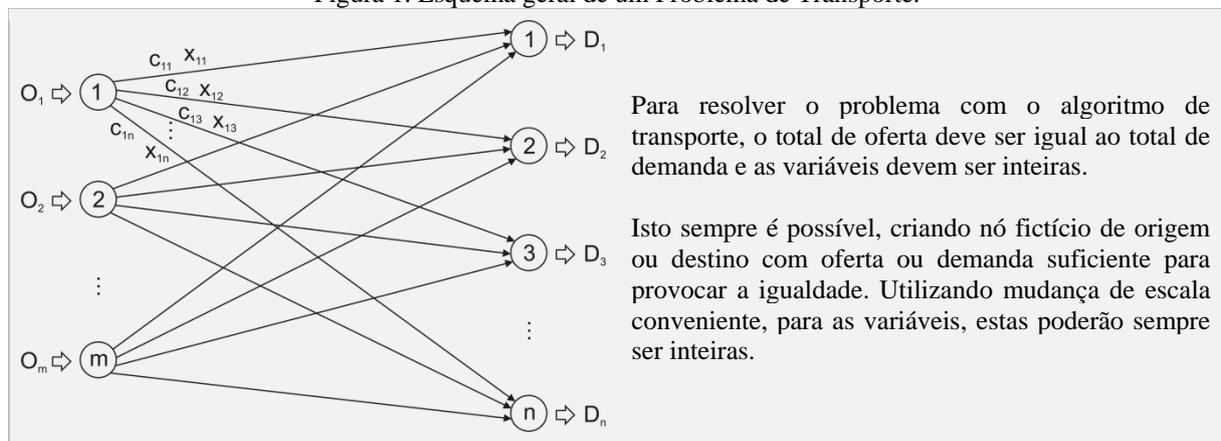
O objetivo é minimizar o custo total de transporte dos bens entre as origens e os destinos. As restrições representam as quantidades totais que trafegam a partir das origens até os destinos.

Este é um problema de otimização linear e pode ser resolvido pelo Método Simplex. Para o total de oferta igual ao total de demanda, as restrições serão de igualdade.

Isto sempre é possível, criando nó fictício de origem ou destino com oferta ou demanda suficiente para provocar a igualdade. Utilizando mudança de escala conveniente, para as variáveis, estas poderão sempre ser inteiras. Com isto, o problema de transporte pode ser resolvido pelo Método Simplex adaptado para Problemas de Transporte, cujo algoritmo é mais simples e eficiente para este problema. (Luenberger e Yinyu, 2008); (Bazaraa, Sherali e Shetty, 2013).

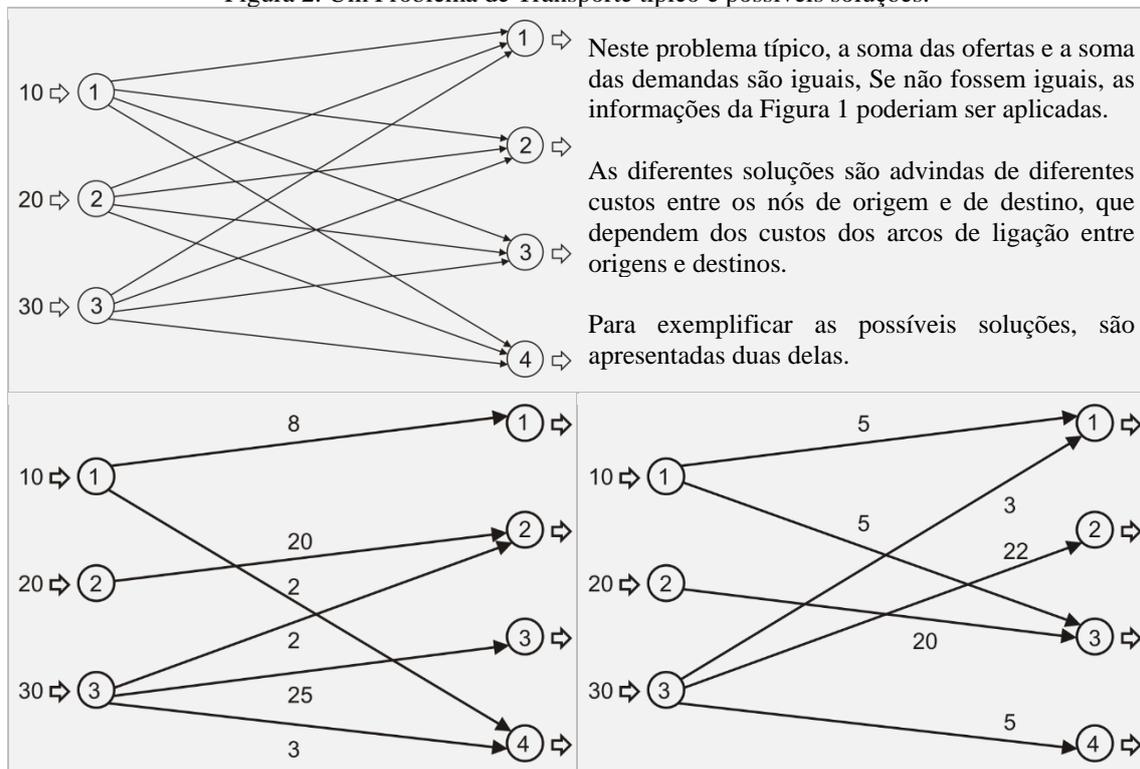
A Figura 1 apresenta o esquema geral dos Problemas de Transporte e a Figura 2 apresenta um possível Problema de Transporte e suas possíveis soluções.

Figura 1. Esquema geral de um Problema de Transporte.



Fonte: Elaborada pelo Autor para este artigo.

Figura 2. Um Problema de Transporte típico e possíveis soluções.



Fonte: Elaborada pelo Autor para este artigo.

3.3 PROBLEMAS DE TRANSBORDO

Os Problemas de Transbordo são uma categoria de problemas de otimização, com as mesmas características dos Problemas de Transporte com Origens e suas Ofertas conhecidas, com Destinos e suas Demandas conhecidas, mas, além disto, existem centros de transbordo que podem ser apenas locais de passagem dos bens, mas podem, também, ofertar ou demandar estes bens.

Considerando que se conhecem as localizações das origens, dos pontos de transbordo e dos destinos e se conhecem as ofertas e as demandas, é possível estabelecer o custo unitário de transporte entre origens, pontos de transbordo e destinos.

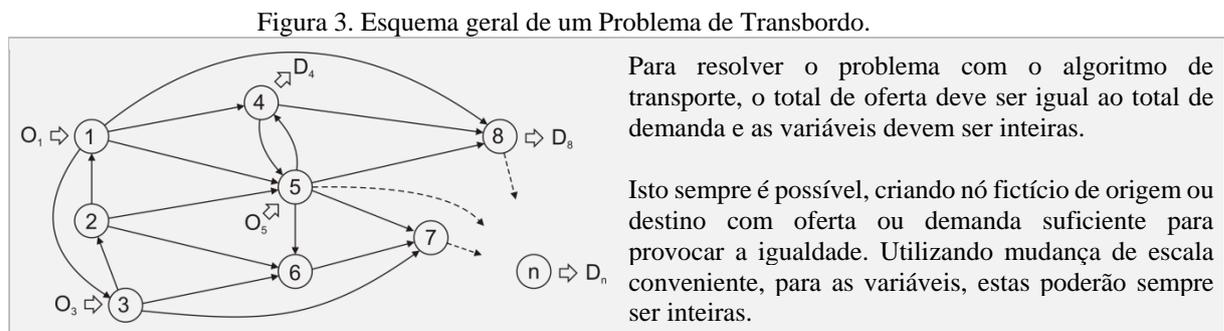
O objetivo é minimizar o custo total de transporte dos bens entre as origens e os destinos. As restrições representam as quantidades totais que trafegam a partir das origens até os destinos. Os bens podem ou não passar pelos pontos de transbordo.

Este é um problema de otimização linear e pode ser resolvido pelo Método Simplex. Para o total de oferta igual ao total de demanda, as restrições serão de igualdade. Isto sempre é possível, criando nó fictício de origem ou destino com oferta ou demanda suficiente para provocar a igualdade. Utilizando mudança de escala conveniente, para as variáveis, estas poderão sempre ser inteiras.

Através de transformações simples, este problema pode ser transformado em um problema de transporte e ser resolvido como tal. Após a solução devem-se efetuar transformações inversas para interpretar a solução.

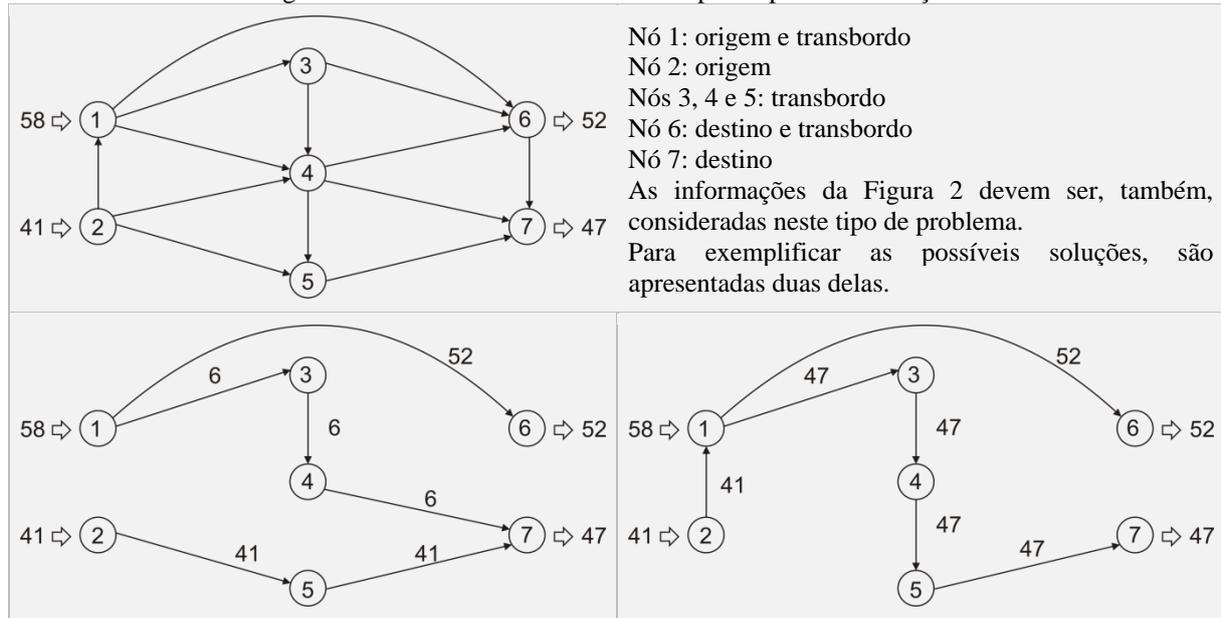
Com isto, o Problema de Transbordo pode ser resolvido pelo Método Simplex adaptado para Problemas de Transporte, cujo algoritmo é mais simples e eficiente para este problema. (Luenberger e Yinyu, 2008); (Bazaraa, Sherali e Shetty, 2013).

A Figura 3 apresenta o esquema geral dos Problemas de Transbordo e a Figura 4 apresenta um possível Problema de Transbordo e suas possíveis soluções.



Fonte: Elaborada pelo Autor para este artigo.

Figura 4. Um Problema de Transbordo típico e possíveis soluções.



Fonte: Elaborada pelo Autor para este artigo.

3.4 PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO

Seja no caso mais simples, do Problema de Transporte, ou no caso mais elaborado, do Problema de Transbordo, pode-se considerar a situação totalmente prática de não se conhecer a localização de um ou mais dos centros, sejam de produção, consumo ou transbordo.

Trata-se, portanto, de um Problema de Localização.

Isto significa, em termos práticos, determinar a melhor localização destes centros, para que o transporte futuro, com ou sem transbordo, seja ótimo.

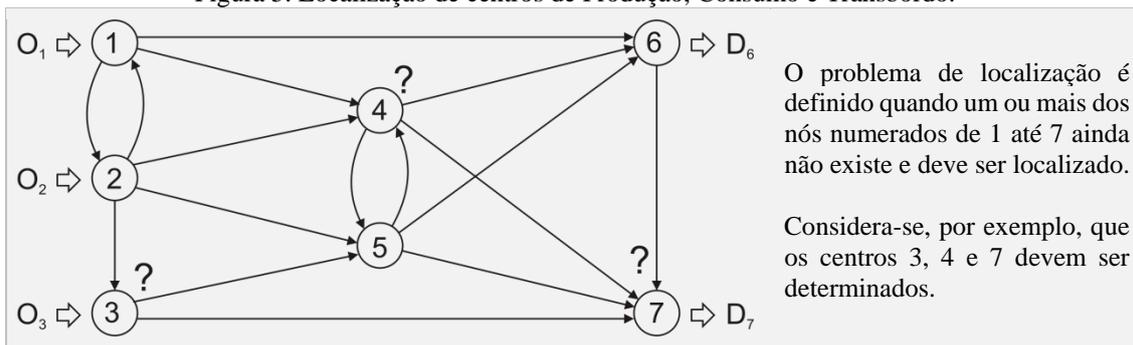
Um esquema contemplando todos estes elementos pode ser como o esquema apresentado na Figura 5 e podem representar centros de oferta, centros de transbordo e centros de consumo.

Os centros de oferta podem ser fábricas ou produtores rurais de produtos agrícolas ou animais. Os centros de consumo podem ser de consumidores finais ou de empresas que processam os produtos ofertados. Os centros de transbordo podem ser armazéns das empresas produtoras ou das empresas consumidoras ou reguladores de estoque que, em geral são providos por órgãos governamentais.

Se todos os centros são conhecidos, trata-se de um problema de transporte ou, no esquema, de transbordo.

Se um ou mais destes centros ainda deverão ser localizados e construídos, trata-se de um problema de localização. (Sacoman, 2019).

Figura 5. Localização de centros de Produção, Consumo e Transbordo.



Fonte: Elaborada pelo Autor para este artigo.

Para apresentar um modelo, um método e uma forma de solucionar este tipo de problema, é utilizado o caso onde existam centros produtores e centros consumidores, onde as localizações dos centros consumidores devem ser determinadas.

4 MATERIAIS E MÉTODOS

Os métodos utilizados consistem em (a) elaboração de um Modelo de Programação Não Linear para solução de Problema de Localização, (b) utilização de um Método Computacional baseado no Algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado e (c) aplicação do Modelo e do Método Computacional na solução de um exemplo prático para apresentar a solução ótima de um problema de localização.

4.1 MODELO

Para a elaboração do modelo, pode-se considerar um caso simples que envolve centros consumidores e centros distribuidores. Suponha que existam n centros consumidores, com demanda e localização conhecidas. Estas demandas devem ser supridas por m centros distribuidores de capacidades conhecidas. Deve-se determinar a localização dos centros distribuidores e as quantidades a serem expedidas, de tal forma que o custo de distribuição seja minimizado. Este custo é dado em função da distância total ponderada e das expedições dos centros distribuidores aos centros consumidores. Mais especificamente, podem-se considerar os parâmetros constantes e variáveis apresentados na Tabela 1.

O modelo representará um problema de localização originário de problema de transporte com centros desconhecidos. Uma formulação semelhante poderá representar um problema de localização originário de um problema de transbordo.

Tabela 1. Parâmetros utilizados na modelagem do problema.

Parâmetros	Representam
i	índice identificador dos centros produtores, com $i = 1, \dots, m$
j	índice identificador dos centros consumidores, com $j = 1, \dots, n$
(a_i, b_i)	coordenada conhecida da localização do centro distribuidor i
(x_j, y_j)	coordenada desconhecida da localização do centro consumidor j
d_{ij}	distância desconhecida do centro distribuidor i a centro consumidor j
q_{ij}	quantidade desconhecida de expedição do centro distribuidor i ao centro consumidor j
r_i	oferta conhecida do centro distribuidor i
c_j	demanda máxima conhecida do centro consumidor j

Fonte: Elaborada pelo Autor para este artigo.

O problema de localização de centros consumidores das produções dos centros distribuidores, cujas localizações e ofertas são conhecidas, pode ser modelado de acordo com as Equações 1 até 4.

$$\text{minimizar } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n q_{ij} \cdot d_{ij} \quad \text{Equação 1}$$

$$, j = 1, \dots, n$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{i=1}^m q_{ij} \leq c_j \quad \text{Equação 2}$$

$$, i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n q_{ij} = r_i \quad \text{Equação 3}$$

$$q_{ij} \geq 0 \quad , i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad \text{Equação 4}$$

Deve-se notar que q_{ij} e d_{ij} devem ser determinados e, conseqüentemente, o problema é de programação não linear, considerando o produto entre as variáveis. Se as localizações dos centros distribuidores forem fixadas, então as distâncias d_{ij} são conhecidas e o problema se reduz a um caso especial de programação linear conhecido como problema de transporte.

A distância será dada em função de a_i, b_i, x_j, y_j , conduzindo a um problema não linear nas variáveis $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n, q_{11}, \dots, q_{mn}$.

Diferentes medidas de distância podem ser escolhidas, dependendo da malha viária existente ou a ser criada.

Para situações onde a malha viária seja composta de vias paralelas e perpendiculares entre si como é o caso típico das ruas de uma cidade, pode-se utilizar a distância representada pela Equação 5.

$$d_{ij} = |a_i - x_j| + |b_i - y_j| \quad \text{Equação 5}$$

Para situações onde a malha viária seja composta de vias radiais como ocorre com as estradas de certas regiões, pode-se utilizar a distância representada pela Equação 6.

$$d_{ij} = \sqrt{(a_i - x_j)^2 + (b_i - y_j)^2} \quad \text{Equação 6}$$

4.2 SOLUÇÃO COMPUTACIONAL

Com o Modelo elaborado, pode-se utilizar um Programa Computacional que resolve problemas escritos como segue.

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && f(\mathbf{x}) \\ &\text{sujeito a :} && \mathbf{g}(\mathbf{x}) \sim \mathbf{0} \\ &&& \boldsymbol{\alpha} \leq \mathbf{x} \leq \boldsymbol{\beta} \end{aligned}$$

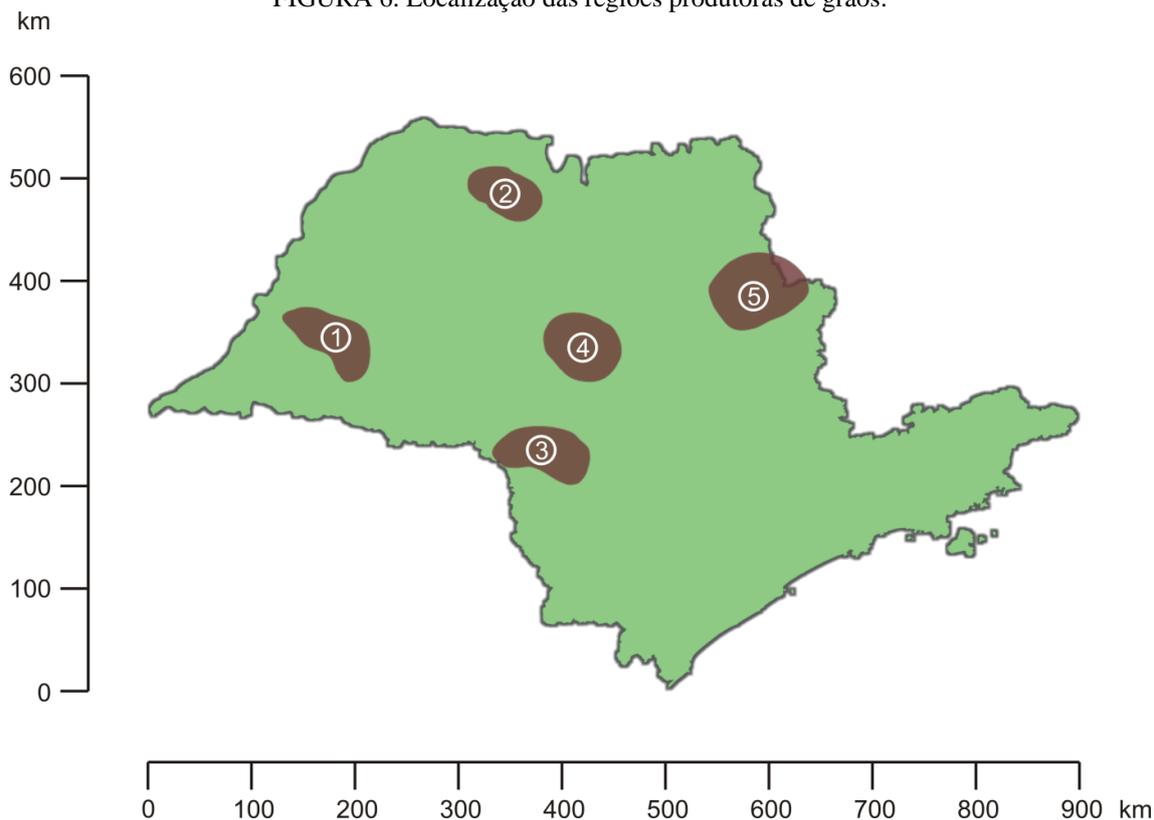
$$\text{com } \mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta} \in \mathbf{R}^n, f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}, g: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n, \sim \in \{ \leq, =, \geq \}$$

Existem vários algoritmos e suas implementações computacionais para solução deste modelo. Um algoritmo considerado eficiente é o do Gradiente Reduzido Generalizado com diferentes implementações computacionais. Uma dessas implementações acompanha o Microsoft Excel e é encontrado no item Solver da aba Dados do produto. (Frontline Systems Inc, 2012); (Lasdon, Waren e Ratner, 1980); (Microsoft Corporation, 2012); (Sacoman, 2019).

4.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MODELO

Um determinado estado produz certo tipo de grão em cinco regiões indicadas na Figura 6, com produções conhecidas.

FIGURA 6. Localização das regiões produtoras de grãos.

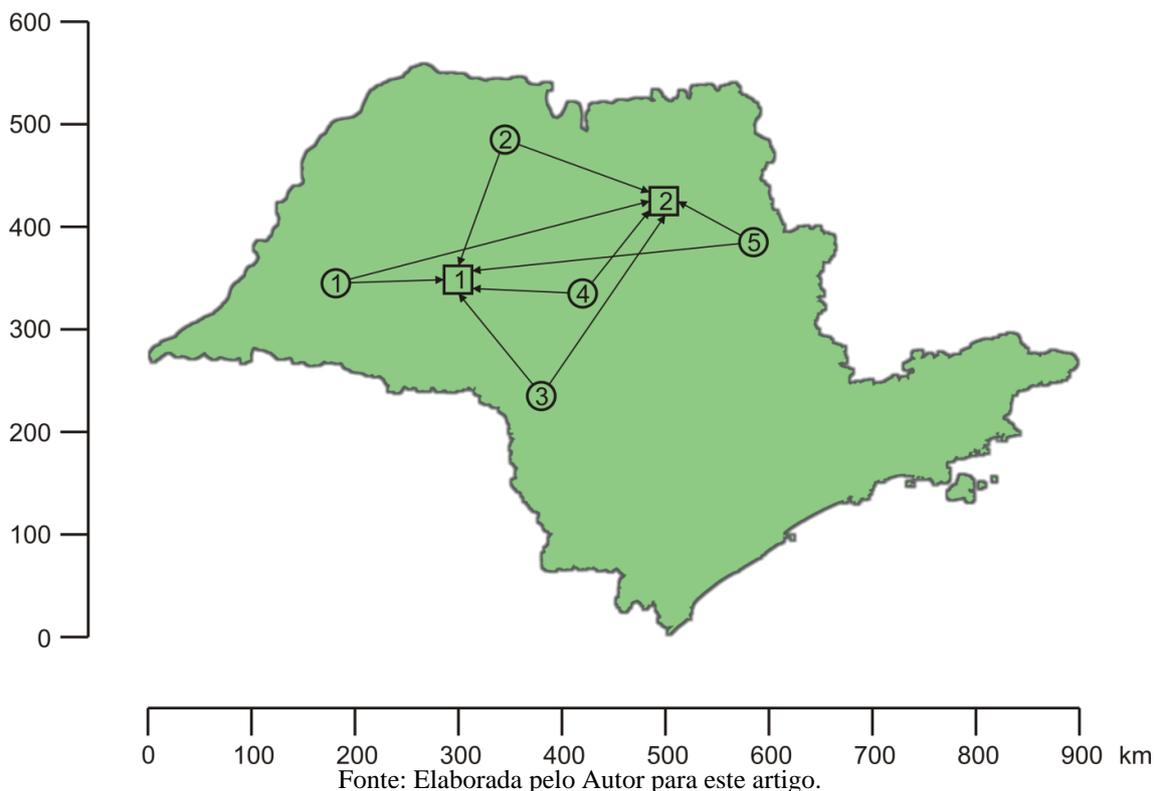


Fonte: Elaborada pelo Autor para este artigo.

Para efeito de regularização de estoque, o governo vai instalar dois complexos de silos para armazenamento destes grãos neste estado, com capacidades conhecidas, os quais devem abrigar toda a produção das cinco regiões. O objetivo é determinar a localização destes complexos e a quantidade a ser transportada de cada região produtora a cada complexo, de forma a minimizar o custo com o transporte dos grãos das regiões produtoras aos pontos de armazenamento.

A Figura 7 apresenta um esquema de localização não conhecida dos complexos de silos. O esquema permite a possibilidade de armazenamento da produção de todos os centros produtores nestes complexos.

FIGURA 7. Esquema de localização não conhecida dos complexos de silos e distribuições não conhecidas dos centros produtores aos complexos de silos.
km



Admite-se que o custo unitário de transporte, de cada região produtora aos complexos, seja constante.

Caso se queira um modelo que admita custos diferentes para cada região produtora, basta que se introduza na Equação 1 um custo unitário de transporte t_{ij} associado a cada arco (i, j) da rede. Esta modificação na equação não altera a complexidade do modelo e permite tratamento diferente para o custo, dependendo da modalidade de transporte e da qualidade das vias de transporte. A equação modificada é

$$\sum \sum t_{ij} \cdot q_{ij} \cdot d_{ij} .$$

Os dados das regiões produtoras e dos complexos de silos são apresentados nas Tabelas 2 e 3.

Tabela 2. Regiões produtoras, localizações e produções.

Região	Abscissa (km)	Ordenada (km)	Produção (1000.t)
1	180	345	72
2	345	485	50
3	380	235	65
4	420	335	65
5	585	385	68

Fonte: Elaborada pelo Autor para este artigo.

Tabela 3. Complexos de silos e capacidades.

Complexo	Capacidade (1000.t)
1	170
2	170

Fonte: Elaborada pelo Autor para este artigo.

A partir das informações do problema e do modelo geral apresentado, podem-se considerar as informações apresentadas na Tabela 4.

Tabela 4. Parâmetros constantes e variáveis do problema específico.

Parâmetros	Representam
i	índice identificador dos centros produtores, com $i = 1, \dots, 5$
j	índice identificador dos complexos de silos, com $j = 1, 2$
(a_i, b_i)	coordenada conhecida da localização do centro produtor i
(x_j, y_j)	coordenada desconhecida da localização do complexo j
d_{ij}	distância desconhecida da região produtora i ao complexo j
q_{ij}	quantidade desconhecida enviada da região produtora i ao complexo j
r_i	oferta conhecida da região produtora i
c_j	capacidade máxima conhecida do complexo j

Fonte: Elaborada pelo Autor para este artigo.

Desta forma, o problema de localização dos complexos de silos pode ser modelado como segue de acordo com as Equações 7 até 10.

$$\text{minimizar } \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^2 q_{ij} \cdot \sqrt{(a_i - x_j)^2 + (b_i - y_j)^2} \quad \text{Equação 7}$$

$$, j = 1, 2$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{i=1}^5 q_{ij} \leq c_j \quad \text{Equação 8}$$

$$, i = 1, \dots, 5$$

$$\sum_{j=1}^2 q_{ij} = r_i \quad \text{Equação 9}$$

$$q_{ij} \geq 0 \quad , i = 1, \dots, 5; j = 1, \dots, 2 \quad \text{Equação 10}$$

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A solução obtida é $f = 36533,7$ t.km, representando o momento de transporte (quantidade x distância), com as localizações dos complexos de armazenamento e as quantidades transportadas apresentadas na Tabela 5, itens (a) e 5 (b).

Tabela 5.

(a) Localização dos complexos de silos.

Complexo	Abscissa (km)	Ordenada (km)
1	330	288
2	500	394

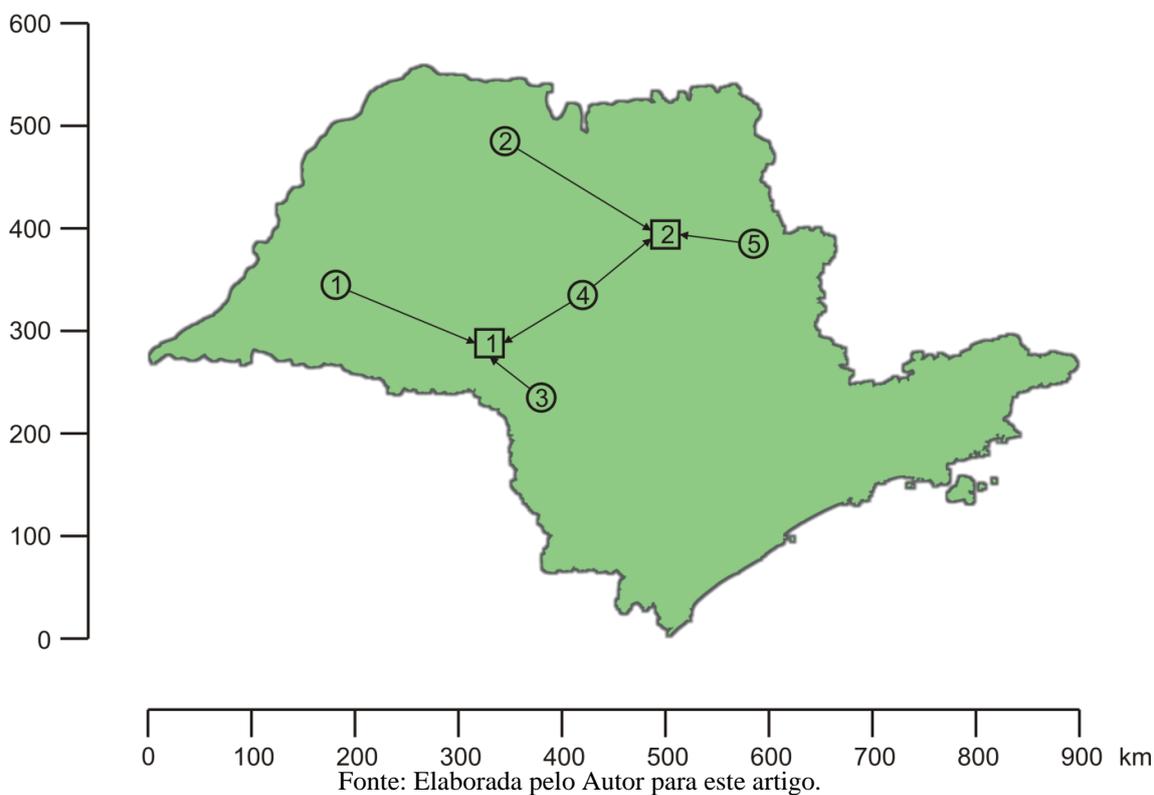
(b) Quantidade transportada (1000.t).

	Complexo 1	Complexo 2
Produtor 1	72	-
Produtor 2	-	50
Produtor 3	65	-
Produtor 4	33	32
Produtor 5	-	68

Fonte: Elaborada pelo Autor para este artigo.

A Figura 8 apresenta a localização dos centros produtores, a localização dos complexos de silos e o esquema de distribuição da produção a ser estocada.

FIGURA 8. Localizações das regiões produtoras de grãos e, determinadas através do procedimento de otimização, as localizações dos complexos de silos e esquema de distribuição.



O resultado foi obtido utilizando-se o Método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) que acompanha as distribuições do Excel. (Frontline Systems Inc, 2012); (Microsoft Corporation, 2012).

O mesmo resultado foi obtido utilizando-se a implementação computacional do GRG elaborada pelo autor. (Sacoman, 2019).

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O momento de transporte $f = 36533,7$ t.km obtido na solução representa o menor valor possível para a função objetivo da Equação 7, respeitando-se as restrições das Equações 8, 9 e 10.

Desta forma, foi possível localizar os complexos de silos por critérios técnicos, completamente isentos de critérios escusos que, de forma quase que generalizada, são utilizados em grandes empreendimentos com aporte financeiro governamental.

REFERÊNCIAS

Para Texto do Artigo, Modelo, Problema Exemplo e Solução

Bazaraa, M. S.; Sherali, H. D.; Shetty, C. M. *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. 3. ed. Hoboken-New Jersey: Wiley-Interscience, 2013. 1046 p.

Frontline Systems Inc. *Optimization Tutorial for Solver Users*. Disponível em: <www.solver.com/optimization.htm>. Acesso em: 9 abr. 2012.

Lasdon, L. S.; Waren, A. D.; Ratner, M. W. *GRG2 Users's Guide*. University of Texas at Austin, 1980.

Luenberger, D. G.; Yinyu, Y. *Linear and Nonlinear programming*. 3. ed. New York: Springer Verlag, 2008. 546 p.

Microsoft Corporation. *Microsoft Excel Solver*. Disponível em: <office.microsoft.com>. Acesso em: 9 abr. 2012.

Sacoman, M. A. R. *Otimização de Projetos*. *Energia na Agricultura*, v. 13, p. 66-76, 1998.

Sacoman, M. A. R. *Otimização de Projetos utilizando GRG, Solver e Excel*. In: *XL Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 2012, Belém. Anais ... Belém: COBENGE, 2012. 12p.*

Sacoman, M. A. R. *Pesquisa Operacional - Teoria, Exemplos, Programas*. Bauru: DCo-FC-Unesp, 2019. 260 p.

Para desenvolvimento e teste de Programa Computacional baseado no Método GRG

ABADIE, J. *Méthode du Gradient Réduit Généralisé: Le Code GRGA*. Paris: Électricité de France, 1975.

CARPENTIER, J.; ABADIE, J. *Généralisation de la Méthode du Gradient Réduit de Wolfe au cas des Contraintes Non Lineaires*. IV International Conference on Operational Research. Anais... In: *PROCEEDINGS OF ... OPERATIONS RESEARCH SOCIETY OF AMERICA*. New York: D. B. Herts and J. Melese, 1966.

HOCK, W.; SCHITTKOWSKI, K. *Test Examples for Nonlinear Programming Codes*. 1. ed. Berlin: Springer-Verlag, 1981. 187 p.

SCHITTKOWSKI, K. *More Test Examples for Nonlinear Programming Codes*. 1. ed. Berlin: Springer-Verlag, 1987. 265 p.