A Utilização dos Símbolos Musicais para o Ensino de Matemática

The Use of Musical Symbols for Teaching Mathematics

DOI:10.34117/bjdv7n9-158

Recebimento dos originais: 10/08/2021
Aceitação para publicação: 10/09/2021

Marinaldo Carvalho Lobato
Especialista em Educação Matemática
Secretaria de Educação do Estado do Pará – SEDUC PARÁ
Endereço: Trav. João de Deus, Nº 1630, Bairro Aviação, Abaetetuba, Pará
E-mail: marinaldo.lobato2014@gmail.com

José Maria dos Santos Lobato Júnior
Mestre em Matemática
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará – Campus Tucuruí
Endereço: Trav. Aristides Reis e Silva, Nº 1486, São Lourenço, Abaetetuba, Pará
E-mail: junioredumat@gmail.com

Antonio Maia de Jesus Chaves Neto
Doutor em Física
Universidade Federal do Pará
Endereço Profissional: Rua Augusto Correia, 01, Departamento de Física – Belém, Pará
E-mail: amchaves@ufpa.br

Rodinely Serrão Mendes
Mestre em Matemática
Secretaria de Educação do Estado do Pará - SEDUC PARÁ
Endereço: Rua Nova Oito, Nº 172, Cristo Redentor, Abaetetuba, Pará
E-mail: srodinely@gmail.com

Tatiane Cardoso de Souza
Especialista em Informática Educativa e Educação Especial com Ênfase em Libras
Secretaria Municipal de Educação de Moju
Endereço: Trav. Presidente Médice, Nº 34, Pedreira, Moju, Pará
E-mail: tatisementes@gmail.com

Leonardo Carlos Rodrigues Pantoja
Mestre em Matemática
Universidade Federal do Pará
Endereço: Passagem Severa Romana, Nº 128, apto 01, Sacramenta, Belém, Pará
E-mail: leohjc@gmail.com

Elissanta Pinheiro de Souza
Especialista em Metodologia do Ensino Fundamental e Médio com Ênfase em Educação Física Escolar
Secretaria Municipal de Educação de Igarapé-Miri
Endereço: Rodovia PA 151, SN, Cametá, Pará

E-mail: elissantasouza@yahoo.com.br

José Francisco da Silva Costa
Doutor em Física
Universidade Federal do Pará – Campus Abaetetuba
Endereço: Rua Manoel da Nóbrega, S/N, Mutirão, Abaetetuba, Pará
E-mail: jfsc@ufpa.br

RESUMO

O presente artigo aborda um estudo para o Ensino da Matemática com ênfase nas operações fundamentais, no conjunto dos números racionais e nos conhecimentos de exponenciais, logaritmos e progressão geométrica. Para o desenvolvimento do trabalho, utiliza-se como recurso pedagógico tendo como os símbolos de notas musicais para mostrar as operações envolvendo frações próprias, improprias e aparente. Verifica-se que o artigo aborda diferentes conteúdo do ensino básico para um melhor entendimento da relação existente entre a partitura musical e a Matemática com utilização de princípios musicais e conceitos matemáticos. A teoria se concentra em compassos binário, ternário e quaternário e na fórmula que abrange a partitura musical com os diferentes símbolos intrínsecos em cada compasso. Cada símbolo musical possui um valor temporal que possui relação entre símbolos e que podem ser expressos na forma exponencial ou logarítmica. Dessa maneira o artigo tem como resultado um entendimento acessível da relação entre a música e a matemática que tem como ênfase uma melhor compreensão e da maneira como pode ser aplicada os valores dos símbolos e da partitura em diferentes compassos e ainda dos elementos essenciais e necessários envolvendo os conceitos matemáticos na possibilidade de uma a compreensão de problemas que envolvem os princípios básicos de música com os conteúdos de equações exponencial, logarítmicas, progressão geométrica, frações e outras operações que envolve o tempo de cada nota musical.

Palavras-Chave: Símbolos Musicais, Partitura, Ensino, Matemática.

ABSTRACT

This article addresses a study for the Teaching of Mathematics with an emphasis on fundamental operations, the set of rational numbers and knowledge of exponentials, logarithms and geometric progression. For the development of the work, it is used as a pedagogical resource with the symbols of musical notes to show the operations involving proper, improper and apparent fractions. It appears that the article addresses different contents of basic education for a better understanding of the relationship between the musical score and Mathematics using musical principles and mathematical concepts. The theory focuses on binary, ternary and quaternary bars and the formula that encompasses the musical score with the different symbols intrinsic to each bar. Each musical symbol has a time value that has a relationship between symbols and can be expressed in exponential or logarithmic form. In this way, the article results in an accessible understanding of the relationship between music and mathematics that emphasizes a better understanding and the way in which the values of symbols and score can be applied in different bars and also the essential and necessary elements involving the mathematical concepts in the possibility of an understanding of problems involving the basic principles of music with the contents of exponential, logarithmic equations, geometric progression, fractions and other operations involving the time of each musical note.

Keywords: Musical Symbols, Sheet music, Teaching, Math.

1 INTRODUÇÃO

Nas áreas educacionais, o docente tem como propósito buscar metodologias de ensino para oferecer um melhor processo de aprendizagem. Assim sendo, ele propõe atividades que possibilitem ao aluno a busca pessoal de informações, resgatando nele a autoconfiança pelo conhecimento que segundo Vygotsky deve ser construído através de informações advindas da interação com o ambiente sendo concebido a partir de descoberta espontânea (DONGO MONTOYA, A. O., 1995).

Para Piaget, as crianças possuem um papel ativo na construção de seu conhecimento em que o desenvolvimento cognitivo constitui a base da aprendizagem e deve ser alicerçada por *assimilação* e *acomodação. Para o caso da assimilação mostra na teoria da aprendizagem que* a pessoa não consegue assimilar determinada situação, podendo ocorrer dois processos: a mente desiste ou se modifica (PELAES, 2009).

Segundo Pelaes somente poderá ocorrer a aprendizagem quando o esquema de assimilação sofre acomodação e para que seja possível é preciso modificar os esquemas de assimilação propondo atividades desafiadoras que provoquem desequilíbrios e reequilibrados sucessivas nos alunos o que pode promover a descoberta e posteriormente a construção do conhecimento que ser construído através de experiências que possibilita num processo ativo no qual o significado é desenvolvido com base em experiências (TAFNER, M.; MSC, 2009).

Dessa maneira o professor deve desenvolver metodologias que venham criar situações compatíveis com o nível de desenvolvimento cognitivo do aluno, em atividades que possam desafia-los e na teoria da aprendizagem de Piaget, mostra que o desenvolvimento cognitivo das crianças ocorre em quatro fases: 1° Sensório-Motor (até os 2 anos), 2° Pré-Operacional (dos 3 aos 7 anos), 3° Operatório Concreto (dos 8 aos 11 anos) e 4° Operatório Formal (a partir dos 12 anos) (TAJRA, SANMYA FEITOSA, 2000). Portanto, o docente deve dar oportunidade para o aluno de modo que possa -agir e interagir e isso pode fazer propondo atividades que possibilitem ao aluno a busca pessoal de informações, a proposição de soluções oferecendo a permanente discussão do conhecimento repassado que deve ser construído por informações advindas da interação com o ambiente e que não é concebido apenas como sendo descoberto espontaneamente, nem transmitido de forma mecânica pelo meio exterior (GOMES, A. M. A. et al. 2006).

De acordo com o contexto descrito anteriormente, considera-se que a função do professor está vinculada a responsabilidade fundada na mediação entre o mundo vivenciado pelo aluno e os conteúdos estabelecidos para o aprendizado. Sobre essa questão como citado pelos teóricos da psicologia como Jean Piaget (1999) e Lev Vygotsky (1993) que mostram que o sucesso ou insucesso das ações pedagógicas passa a definir a interação entre o professor, o aluno e o conhecimento adquirido, como num ciclo de aprendizado, sendo visto como o sujeito capaz de fornecer os meios necessários para que os alunos possam atingir os níveis de desenvolvimento mental necessários.

Nas palavras de Libâneo (2009, p. 3) “Em termos práticos, significa o professor fornecer ao aluno as condições para o domínio dos processos mentais para a interiorização dos conteúdos, formando em sua mente o pensamento teórico-científico”. No entanto para que tenha êxito nessse processo educativo não seve executar um trabalhho educativo paltado em metodos tecnicistas, pois o aluno para que possa desenvolver o conhecimento deve está interligado com o cotidiano e o professor deve saber contruir um elo entre ele e o mundo real.

Portanto, o professor no cenário educativo é constituido como o protagonista do porcesso de ensino e aprendizagem sendo o responsável pelos diversos objetos pedagógicos e como mediador do conhecimento. (VALLS; MAURI, 2004).

Dos diferentes recursos didáticos utilizados no espaço escolar como importantes ferramentas na melhoria do processo de ensino e aprendizagem como a ação de mediação entre o professor, o aluno e os conhecimentos em diferentes áreas e baseados nos teóricos como Vygotsky, Piaget, Paulo freire, etc. em que o aprendizado representa um processo cotidiano e que pode ser facilitado a partir da construção e utilização dos recursos didáticos (PIAGET,1997).

Tendo em vista a utilização dos recursos didáticos como facilitadores para o processo de ensino, o presente artigo tem como objetivo utilizar os símbolos musicais como um recurso para o ensino de operações matemáticas como divisão, multiplicação, adição e subtração que passa a constituir numa ferramenta que aplicado nos conteúdos pertinentes à ciência matemática, pode contribuir com a aprendizagem (LOBO et al, 2011).

Dessa maneira com a introdução da partitura musical é possível a construção de um desenvolvimento matemático que esteja pautado nas notas, tendo em vista que cada uma se caracteriza como um valor racional.

Assim, os símbolos musicais podem ser utilizados como recurso didático para o ensino de Matemática (LOBATO *et al*, 2020) promovendo a relação entre os símbolos musicais e a matemática e, diante disso, envolvendo conteúdos como frações próprias, impróprias e mistas, progressão geométrica, logaritmos e operações exponenciais para um melhor entendimento dessa importante relação.

2 DESENVOLVIMENTO

Neste capítulo discorremos sobre a fundamentação matemática pertinente aos conteúdos aos quais propomos neste artigo. Além disso, apresentamos conhecimentos elementares a respeito do estudo da música e aplicações diversas relacionadas ao tema.

2.1 FÓRMULAS DE COMPASSO E OS TIPOS DE FRAÇÕES

A fórmula de compasso é indicada sempre no início da partitura por dois números. O numerador informa quantos tempos existem em cada compasso e o denominador indica a figura que vale um tempo ou em quantas partes uma semibreve deve ser dividida para obtenção de uma unidade temporal, pois a semibreve é a medida com maior duração e por esta razão todas as demais durações são definidas como frações da semibreve.

Quadro 1 - Tipos de compassos simples e compostos

Binário		Ternário		Quaternário	
Simples	**Composto**	**Simples**	**Composto**	**Simples**	**Composto**
$\frac{2}{2}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{12}{4}$
$\frac{2}{4}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{12}{8}$
$\frac{2}{8}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{12}{8}$	$\frac{12}{16}$

Fonte: Acervo dos autores.

Observando o **Quadro 1**, verifica-se que nela há fórmulas de compassos simples com tempos diviseis em duas notas e os compassos compostos com tempo divisíveis em três notas que representam frações próprias $\left(\frac{2}{4}, \frac{2}{8}, \frac{6}{8}, \text{etc.}\right)$, impróprias $\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{9}{8}, \text{etc.}\right)$ e aparente $\left(\frac{2}{2}, \frac{4}{4}, \frac{12}{4}, \text{etc.}\right)$.

2.2 AS NOTAS MUSICAIS, VALORES TEMPORAIS E REPRESENTAÇÕES PARA O ENSINO

Para o estudo de frações utilizando os símbolos musicais, as aplicações serão desenvolvidas tendo como referência a semibreve. A pizza que podem ser utilizadas como uma forma de representação geométrica de fração proporias ou improprias e sem repartição, podem ser constituídas bi univocamente como a semibreve para que se possa mostrar como representar os outros símbolos e assim ensinar o estudo das frações com as pizzas e os símbolos que representam as notas da partitura musical. Com esse recurso, o docente poderá mostrar para os alunos o conhecimento da partitura musical e o valor que cada símbolo representa no tempo como podem ser observados no quadro (**Quadro 2**) e de que maneira pode representar na pizza. Com esses conceitos dados a questão consiste no desenvolvimento do estudo das frações próprias, improprias, aparentes e mistas.

Representa-se a semibreve que possui um tempo maior que corresponde a 4 tempos $(T=4)$ na partitura musical como será verificado, esse símbolo corresponde a uma pizza cheia. Essa estratégia é para mostrar como representar as notas musicais em termos de representações de pizzas para que o aluno perceba que as notas apresentam valores maior e menor numa partitura. Assim sendo, procura-se associar o valor de cada símbolo na representação de pizza que pode ser inteira ou em parte.

Uma maneira de explicar melhor como o aluno poderá compreender os símbolos musicais tomando como base a semínima que representa a base em relação a outras notas, pode-se considerar que as notas semibreve e mínima, poderá ser compreendida como um múltiplo da semínima e as demais notas colcheia, semicolcheia, fusa e semifusa passa a ser considerada como os submúltiplos. Nesse caso a semínima é o símbolo fundamental de uma partitura musical o que pode ser entendida ainda como um tempo $T=1$. Assim sendo **Quadro 2** representa todos os valores temporais dos símbolos musicais.

Quadro 2: Valores das notas musicais e suas denominações num compasso simples

Nomes	**Símbolos**	**Duração**	**Proporção na pizza**		**Relação entre os símbolos**
Semibreve	𝅝	4		1	𝅝 = 4 𝅘𝅥
Mínima	𝅗𝅥	2		$\frac{1}{2}$	𝅗𝅥 = 2 𝅘𝅥

Semínima	𝅘𝅥	1		$\frac{1}{4}$	𝅘𝅥 = 1 𝅘𝅥
Colcheia	𝅘𝅥𝅮	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{8}$	𝅘𝅥𝅮 = $\frac{1}{2}$ 𝅘𝅥
Semicolcheia	𝅘𝅥𝅯	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{16}$	𝅘𝅥𝅯 = $\frac{1}{4}$ 𝅘𝅥
Fusa	𝅘𝅥𝅰	$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{32}$	𝅘𝅥𝅰 = $\frac{1}{8}$ 𝅘𝅥
Semifusa	𝅘𝅥𝅱	$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{64}$	𝅘𝅥𝅱 = $\frac{1}{16}$ 𝅘𝅥

Fonte: Acervo dos autores.

Muitas informações podem ser obtidas da Tabela 2. De acordo com a tabela existem 7 símbolos musicais que podem ser escritos na forma de uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$. Isto é:

$$a_N = a_1\left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \tag{1}$$

Nesse caso, deve-se considerar N como um número pertencente ao número natural e compreendido a $0 < N < 8$. Para cada valor de N, tem-se a determinação de um símbolo musical e ao mesmo tempo a sua representação em pizza. O primeiro termo equivale ao valor unitário. Nesse caso, a relação dada por (1), transforma-se em:

$$a_N = \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \tag{2}$$

A exemplo de aplicação, quando $N = 4$, levando esse valor na expressão dada em (2), tem-se que:

$$a_4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{4-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \frac{1}{8}$$

ISSN: 2525-8761

Este valor corresponde a um oitavo da pizza que de acordo com a tabela 2, representa o símbolo colcheia.

Dessa mesma tabela é possível obter uma expressão dos símbolos musicais. Essa expressão representa também a uma progressão geométrica e dada de acordo com a expressão a seguir.

$$a_N = a_1\left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \text{♩} \tag{3}$$

Nesse caso, o valor dado ao primeiro termo é 4. Nesse caso, tem-se que,

$$a_N = 4.\left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \tag{4}$$

A exemplo, se quiser saber o tempo e a relação entre os símbolos para um valor $N = 5,$ tem-se que:

$$a_5 = 4.\left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} \text{♩} = 4.\frac{1}{16} \text{♩} = \frac{1}{4} \text{♩}$$

Nesse caso o valor do símbolo para o termo $a_5$semicolcheia. Nesse caso, além de saber o símbolo, o coeficiente entre os símbolos equivale o tempo de duração entre as notas.

Dessa maneira, o coeficiente dado pela expressão (3) é dado por:

$$T_N = a_1\left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \tag{5}$$

Assim sendo, a expressão em (3) representa o tempo de duração de uma determinada nota musical em relação a semínima. Na expressão dada por (3) é interessante mostrar que se a_1 for substituída pelo valor 4, tem-se que:

$$T_N = 4.\left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} = 2^2.2^{-(N-1)} = 2^{2-N+1} = 2^{3-N}$$

ou seja,

$$T_N = 2^{3-N} \tag{6}$$

Neste caso, tem-se que realizar uma análise do expoente da base 2 para determinar os valores dados a N para obter o tipo de compasso simples que se pode obter numa determinada partitura.

Se o compasso for quaternário, o tempo tem valor 4 e substituindo na expressão dada por (5), vem que,

$$4 = 2^{3-N}$$

Logo,

$$2^2 = 2^{3-N}$$

Por comparação, obtém-se que $N = 1$.

Nesse caso, o compasso será quaternário quando $N = 1$.

Pode-se fazer as mesmas operações para valores de tempo dado por $2,\ 1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{8}$ e $\frac{1}{16}$. Nesse caso os valores que N serão, respectivamente, $2,\ 3, 4, 5, 6$ e 7. N assume valores Naturais. Para os valores de N igual a 1 e 2, tem-se os compassos quaternário e binário simples. Para o compasso ternário que representa ao valor de tempo iguala a 3, o valor dado a N não conduz a N natural, pois levando a expressão em (5), tem-se que,

$$3 = 2^{3-N}$$

Aplicando o logaritmo em ambos os membros, obtém-se que:

$$\log 3 = \log\left(2^{3-N}\right) = (3-N)\log 2$$

ou

$$3 - N = \frac{\log 3}{\log 2}$$

Assim,

$$N = 3 - \frac{\log 3}{\log 2} \cong 3 - \frac{0,477121}{0,301029} \cong 3 - 1,58 \cong 1,42$$

Nesse caso,

$$N \cong 1,42$$

Concluindo que N não é um valor inteiro.

O **Quadro 3**, ilustra o que foi abordado sobre os valores dados a N.

Quadro 3 - Valores dados a N para compasso simples

Compassos Simples	Duração	Valores de N
Quaternário	4	1
Ternário	3	$3 - \frac{\log 3}{\log 2}$
Binário	2	2
Unário	1	3

Fonte: Acervo dos autores.

Na partitura musical o tempo em que se deve tocar a mínima é a metade da nota semibreve. Em termos de pizza é como dividir a pizza ao meio. Assim sendo, 4 tempos para a semibreve e 2 tempos para a semínima. No caso da semínima na partitura musical ela representa um quarto da semibreve. Assumindo o valor de um tempo musical. Em relação a colcheia equivale à metade da semínima e necessárias 8 colcheias para completar o tempo da semibreve. A semicolcheia valerá a metade temporal de uma colcheia, sendo preciso 16 para ser igual ao tempo da semibreve. A fusa, equivalente à metade da semicolcheia, são precisos 32 para completar o ciclo de tempo da semibreve. A semifusa, valendo metade da fusa são necessárias 64 para completar o ciclo temporal da semibreve. Portanto, para os compassos simples, binário, ternário, quaternário e composto, cada símbolo que representa as notas musicais numa partitura está relacionado biunivocamente aos números 1, 2, 4, 8, 16, 32 e 64.

Pode-se mostrar de forma bem simples uma maneira de compreender os valores dos símbolos musicais em termos de pizzas. Isto é, como a pizza inteira corresponde a uma semibreve e uma vez que $\frac{1}{4}$ da pizza corresponde a uma semínima, fica fácil compreender todos os valores das notas tomando por base essa representação. Isto é $\frac{1}{4}$ da pizza representa uma nota semínima de acordo como é mostrado no **Quadro 2**.

Com base nisso é possível obter relações entre as notas musicais. Isto é. Se $\frac{1}{4}$ da pizza for dividida ao meio, tem-se que o valor obtido será uma colcha. Se $\frac{1}{8}$ da pizza for dividido ao meio, tem-se como valor uma semicolcheia. Se $\frac{1}{16}$ da pizza for dividida ao meio, tem-se como resultado o valor de uma fusa. Se $\frac{1}{32}$ da pizza for dividida ao meio, tem-se como resultado o valor de uma semifusa. Dessa forma, torna-se fácil compreender os valores das notas musicais tendo por base esse recurso.

2.3 SÍMBOLOS PONTUADOS

É comum que na música se definir outros símbolos para representar o tempo de duração de uma determinada nota musical. Nesse caso se introduz um ponto em cada símbolo e obtém-se a seguinte sequência representativa do tempo de duração de acordo com o **Quadro 4.**

ISSN: 2525-8761

Quadro 4 - Valores das notas musicais e suas denominações num compasso simples.

Nomes	Símbolos	Duração
Semibreve	𝅝.	6
Mínima	𝅗𝅥.	3
Semínima	𝅘𝅥.	$\frac{3}{2}$
Colcheia	𝅘𝅥𝅮.	$\frac{3}{4}$
Semicolcheia	𝅘𝅥𝅯.	0,375
Fusa	𝅘𝅥𝅰.	0,1875
Semifusa	𝅘𝅥𝅱.	0,09375

Fonte: Acervo dos autores.

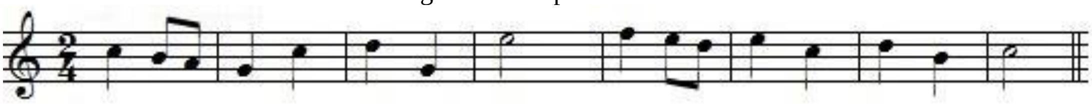
Todos estes símbolos estão presentes na partitura musical e a relação matemática com a partitura segue o mesmo raciocínio apresentado no tópico anterior.

2.4 APLICAÇÃO ENVOLVENDO OS SÍMBOLOS MUSICAIS E OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

A convergência de uma partitura musical pode ser verificada a partir das operações fundamentais no conjunto dos números racionais. As atividades a seguir mostram a importância de utilizar os símbolos musicais e seus valores temporais para o ensino das operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) em sala de aula contribuindo para o processo de ensino e aprendizagem. Foram selecionadas três pautas de partituras musicais que indicam os compassos binário, ternário e quaternário, simples compostos.

2.5 COMPASSO SIMPLES BINÁRIO, TERNÁRIO E QUATERNÁRIO: CÁLCULO DO TEMPO

Para compreender melhor como utilizar as operações de adição, considere a terceira linha de compasso da figura 4. Isto é:

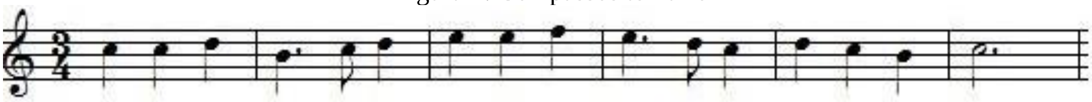
Figura 1: Compassos binário

Fonte: Wikiwand, 2015

Tem-se que essa primeira linha apresenta 8 (oito) compassos e o primeiro passo seria determinar se representa um compasso binário, ternário ou quaternário. Para descobrir isto, deve somar os valores dos símbolos musicais que compõe esta linha. Se o valor for 2, o compasso é binário, se for 3 é ternário e o valor for 4, tem-se um compasso quaternário. Para se possa reconhecer o tipo de compasso simples é preciso levar em conta o símbolo da nota semínima, pois como foi verificado representa o símbolo fundamental. Como o tempo para a semínima é também fundamental, torna-se simples verificar os tipos de compassos simples considerando apenas uma operação de adição. Isto é, no primeiro compasso da figura 5, tem-se: uma semínima e duas colcheias, logo:

$$T = 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = 2$$

Nesse caso, a primeira nota é tocada num tempo 1 e a segunda num tempo 1. Portanto, a soma seria de dois tempos. Portanto, o primeiro compasso é um binário simples. De modo análogo se verifica para os demais compassos da figura 2. O compasso oito possui apenas uma nota que é a mínima e como tem um tempo 2, o que está de acordo como foi verificado anteriormente.

Figura 2: Compassos ternário



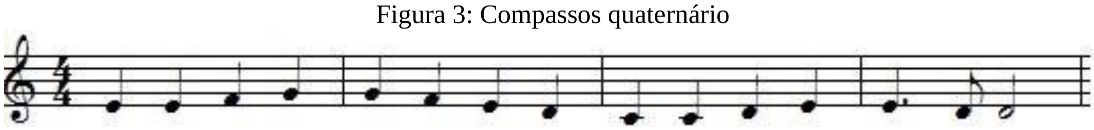
Fonte: Wikiwand, 2015

Verifica-se que representa um compasso ternário, pois em cada compasso o tempo é de valor e por essa razão se tem um compasso ternário. Para saber isso, basta verificar que no primeiro compasso da figura 6, existe 3 semínimas e como cada uma tem valor temporal 1, tem-se três tempos. No segundo compasso existe uma semínima pontuada, uma colcheia e uma semínima. Neste caso, tem-se que

$$T = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} + 1 = 3$$

Nesse caso, o compasso é ternário porque o tempo para este compasso é 3. De modo análogo, tem-se para os demais compassos desta partitura da pela figura 6.

Para o compasso da Figura 3 devemos observar que tipo de compasso é este.

Figura 3: Compassos quaternário

Fonte: Wikiwand, 2015

Considerando o quarto compasso, tem-se que se tem uma semínima pontuada, uma colcheia e uma mínima. Neste caso, tem-que o tempo será,

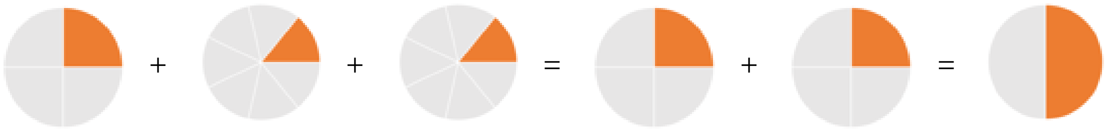
$$T=\left(1+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}+2=4$$

A primeira parcela representa a semínima pontuada, a segunda o valor da colcheia e a terceira a mínima de acordo como foi visto na figura 1. Portanto esta partitura é um compasso quaternário simples.

2.6 MÉTODO DA PIZZA PARA OS COMPASSOS SIMPLES BINÁRIO

Para determinar o tipo de compasso simples dada pela Figura 4 e levando em conta o primeiro compasso da pauta, tem-que:

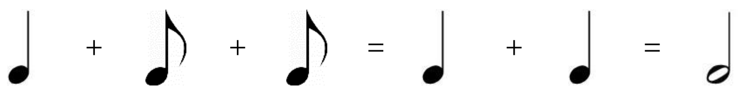
Figura 4: Representação geométrica do método na compreensão do compasso binário



Fonte: Acervo dos autores

Como o último símbolo tem valor 2, tem-se que este compasso é binário.

Considerando as representações dos símbolos de acordo com a figura 1, tem-se que:



O que representa um compasso binário

Usando frações, obtém-se que

$$T=1+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)=2$$

O que mostra o mesmo resultado.

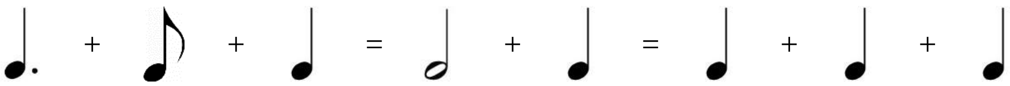
Para o Compasso Ternário simples (**Figura 5**).

ISSN: 2525-8761

Figura 5: Representação geométrica do método na compreensão do compasso Ternário

Fonte: Acervo dos autores.

Como o último símbolo tem valor 3, tem-se que este compasso é ternário, pois apresenta 3 semínimas. Considerando as representações dos símbolos de acordo com a figura 1, tem-se que:



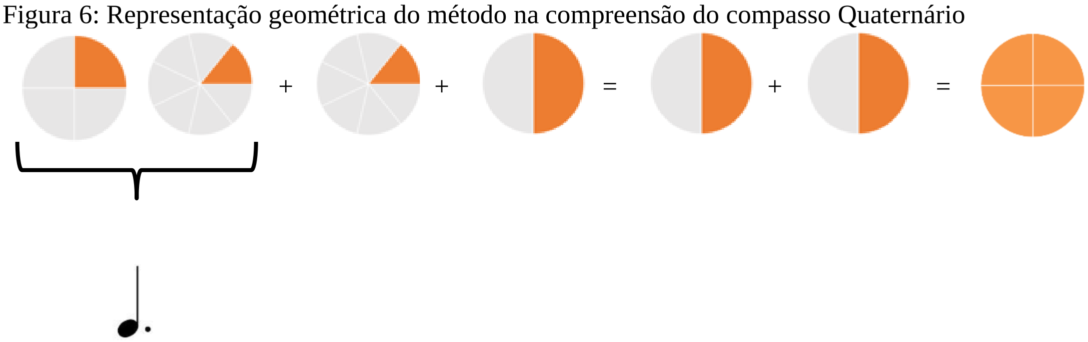
Usando frações, obtém-se que

$$T = \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} + 1 = 3$$

O que mostra o mesmo resultado.

Para o compasso Quaternário simples

Figura 6: Representação geométrica do método na compreensão do compasso Quaternário



Fonte: Acervo dos autores.

Considerando as representações dos símbolos de acordo com a figura 1, tem-se que:

Usando frações, obtém-se que

$$T = \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} + 2 = 4$$

2.7 FÓRMULA DE COMPASSO

Outra maneira de identificar os tipos de compassos sem recorrer ao método da pizza e a duração temporal, recorre-se à fórmula do compasso em que se leva em consideração os tipos de símbolos existente numa determinada partitura musical. Isto é,

$$nC = n_1(\text{𝅝}) + n_2(\text{𝅗𝅥}) + n_3(\text{♩}) + n_4(\text{♪}) + n_5(\text{𝅘𝅥𝅯}) + n_6(\text{𝅘𝅥𝅰}) + n_7(\text{𝅘𝅥𝅱}) \qquad (7)$$

Um melhor detalhamento de (7) encontra-se no trabalho de LOBATO *et al.* (2020), o qual faz uma abordagem matemática na partitura dos compassos simples.

Considerando a **Figura 1**, observa-se que a partitura apresenta:

$n = 8$

$n_2 = 2$

$n_3 = 10$

$n_4 = 4$

Substituindo na equação dada por (1), obtém-se que,

$$nC = n_2(\text{𝅗𝅥}) + n_3(\text{♩}) + n_4(\text{♪})$$

Logo,

$$8C = 2.2 + 10.1 + 4.\frac{1}{2} = 4 + 10 + 2 = 16$$

Assim,

$$C = 2$$

O que mostra que o compasso é binário simples.

Considerando a **Figura 2**, tem-se que o compasso apresenta:

$n = 6$

$n_2 = 1$

$n_3 = 14$

$n_4 = 4$

Logo, usando a expressão em (1), vem que,

$$nC = n_2(\text{𝅗𝅥}) + n_3(\text{♩}) + n_4(\text{♪})$$

$$6.C = 1.2 + 14.1 + 4.\frac{1}{2} = 18$$

$$C = 3$$

Considerando a **Figura 3**, tem-se que o compasso apresenta:

$n = 4$

$n_2 = 1$
$n_3 = 13$
$n_4 = 42$

Logo, usando a expressão em (1), vem que,

$nC = n_2$ (𝅗𝅥) $+ n_3$ (♩) $+ n_4$ (♪)

$$4.C = 1.2 + 13.1 + 2.\frac{1}{2} = 16$$

$$C = 4$$

Como última análise, considera-se todas as possibilidades de recorrer aos símbolos musicais para identificação de compassos simples ou composto numa determinada música. A teoria apresentada se torna útil porque procura associar a matemática com os elementos fundamentais da música. Apesar da teoria não ser muito divulgada a níveis de ensino tanto no fundamental como para o ensino médio é relevante considerar que tem sido aplicado essa relação entre a matemática e os símbolos em provas como no ENEM como se pode verificar no problema a seguir.

Problema: A música e a matemática

(ENEM – 2009) A música e a matemática se encontram na representação dos tempos das notas musicais conforme a figura a seguir.

Nomes	**Símbolos**	**Duração**
Semibreve	𝅝	4
Mínima	𝅗𝅥	2
Semínima	♩	1
Colcheia	♪	$\frac{1}{2}$
Semicolcheia	𝅘𝅥𝅯	$\frac{1}{4}$
Fusa	𝅘𝅥𝅰	$\frac{1}{8}$
Semifusa	𝅘𝅥𝅱	$\frac{1}{16}$

Um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso, por exemplo, se a fórmula de compasso for $\frac{1}{2}$, poderia ter um compasso ou com duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheias, sendo possível a combinação de diferentes figuras.

Um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula $\frac{3}{4}$ poderia ser preenchido com

a) 24 fusas.

b) 3 semínimas.

c) 8 semínimas.

d) 24 colcheias e 12 semínimas.

e) 16 semínimas e 8 semicolcheias.

Solução:

Tendo em vista a abordagem realizada nesse artigo, é possível resolver esse problema de diferentes maneiras usando o método da pizza, a expressão do tempo e até mesmo a fórmula do compasso. Para uma possível solução, recorre-se, primeiramente a fórmula do compasso. Isto é,

$$\mathrm{nC} = \mathrm{n}_1\left(\text{𝅝}\right) + \mathrm{n}_2\left(\text{𝅗𝅥}\right) + \mathrm{n}_3\left(\text{♩}\right) + \mathrm{n}_4\left(\text{♪}\right) + \mathrm{n}_5\left(\text{𝅘𝅥𝅯}\right) + \mathrm{n}_6\left(\text{𝅘𝅥𝅰}\right) + \mathrm{n}_7\left(\text{𝅘𝅥𝅱}\right)$$

O enunciado do problema considera que há oito compassos, ou seja, $\mathrm{n} = 8$. Outra questão é que o problema considera que a fórmula é $\frac{3}{4}$ o que na verdade representa um compasso ternário simples em que a duração temporal é 3 de acordo coma seção 2.4 abordado nesse artigo.

A fórmula do compasso abre a possibilidade de escolher os números de símbolos possíveis da partitura de 8 compassos e no tipo de compasso considerado no problema. Assim sendo, se o compasso é ternário simples, pode-se recorrer ao quadro 2 onde está representado o valor temporal de cada símbolo. Se fosse usar a lógica, se o item a) do problema refere que a partitura possuiria 24 fusas, ter-se-ia nesse caso:

Nª de fusas: 24

Nº de compassos: 8

Tempo da nota: $\frac{1}{8}$

Usando a fórmula do compasso, tem-se que:

$$8.\mathrm{C} = 24\left(\text{𝅘𝅥𝅰}\right)$$

Logo,

$$8.C = 24.\frac{1}{32} = \frac{3}{4}$$

Assim,

$$C = \frac{3}{32}$$

O que mostra que não corresponde ao valor do compasso ternário.

Outra maneira de solução seria dividir as 24 fusas para os oito compassos o que teria 3 fusas para cada compasso em termos de valores cada um teria $\frac{3}{32}$ o que não corresponde ao compasso ternário onde em cada dele o tempo deveria ser 3.

De modo análogo, pode ser feito para os itens b), c) e e) o que levaria aos compassos com tempo diferentes de 3.

Para o item d), pode considerar a fórmula do compasso recorrendo novamente ao quadro 2.

Isto é, tem-se:

Nº de compasso: $n = 8$

Nº de colcheias: 24

Nº de semimínimas: 12

Logo,

$$nC = n_3\left(\text{♩}\right) + n_4\left(\text{♪}\right)$$

Levando aos valores, tem-se que

$$8C = 12\left(\text{♩}\right) + 24\left(\text{♪}\right)$$

Substituindo os valores dos símbolos de acordo com o quadro 2, vem que

$$8C = 12.1 + 24.\frac{1}{2} = 12 + 12 = 24$$

Assim sendo,

$$C = 3$$

O que corresponde ao compasso $\frac{3}{4}$.

3 CONCLUSÃO

De acordo com o que foi exposto ao longo desse texto, observou-se a tamanha relação biunívoca entre os símbolos musicais e as operações fundamentais no conjunto Q., considerando as palavras ditas por Galileu Galilei que considerou quer a matemática é alfabeto com a qual Deus criou o Universo, a música segundo esta pesquisa bibliográfica é de certa forma a harmonia através da qual as operações fundamentais se fazem presentes de acordo como está descrito nesse manuscrito. Essa relação entre música e matemática como entes essenciais para o desenvolvimento cultural das pessoas, pode confortar, alegrar e despertar o interesse dos alunos para uma aprendizagem significativa tendo em vista os símbolos musicais podem inovadores no processo de ensino e aprendizagem.

Dessa maneira os símbolos musicais conduzem qualquer melodia dentro dos compassos a uma soma de valores 2, 3 e 4. Essa relação é interessante, pois não importando qual seria a melodia (samba, bolero, etc.) tudo converge para o valor de um compasso específico por de uma soma. As operações fundamentais conduzem e mostram essa relação de biunivicidade para todas as partituras descritas através da simplicidade dos símbolos musicais. Assim sendo, esse texto traz como resultado que os símbolos musicais matematicamente agem como maestros na condução das partituras melódicas a uma convergência para um valor finito à medida que suas canções se propagam de forma harmônica pelo ouvido humano.

REFERÊNCIAS

DONGO MONTOYA, A. O. **Sobre as raízes do pensamento e da linguagem**: Vygotsky e Piaget. Cadernos de Pesquisa, 92, 26-37. 1995.

BRASIL. Ministério da Educação. **EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO**. Brasil, 2009. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2009/dia2_caderno5_amarelo.pdfAcesso em: 11 de janeiro de 2009.

GOMES, A. M. A. et al. **Os saberes e o fazer pedagógico: uma integração entre teoria e prática**. Educar, Curitiba, n. 28, p. 231-246, 2006. Editora UFPR

LIBÂNEO, José Carlos. **Teoria histórico-cultural e metodologia de ensino:** para aprender a pensar geograficamente. In: XII Encontro de Geógrafos da América Latina (EGAL), abril/2009, Universidad de la República, Montevideo, Uruguay.

LOBATO, M. C; LOBATO, M. S.; CHAVES NETO, A. M. J.; SOARES, M. B.; LOBATO JUNIOR, J. M. S.; COSTA, M. J. S.; CORREA, T. S.; COSTA, J. F. S. **A Mathematics In The Musical Score We Simple Compassos**. Brazilian Journal of Development, v. 6, p. 89715-89730, 2020.

LOBO, Tatiana Ottoni Teatini de Andrade. **O uso do Método Musical como recurso didático para melhorar a qualidade no processo de alfabetização dos estudantes do Recanto das Emas/DF**. Revista Eduf@tima, vol. 2, nº. 1, 2011.

PIAGET, J. **Seis Estudos de Psicologia**. 24 ed. Forense Universitária: Rio de Janeiro, 1999.

PIAGET, Jean. **A equilibração das estruturas cognitivas**. Rio de Janeiro : Zahar, 1975. In.: WADSWORTH, Barry. Inteligência e afetividade da criança na teoria de Piaget. São Paulo: Pioneira, 1997.

TAFNER, M.; MSC, A. **A construção do conhecimento segundo Piaget**. v. 23, 2009.

TAJRA, SANMYA FEITOSA. **Informática na educação: novas ferramentas pedagógicas para o professor da atualidade**. 2ª.ed. São Paulo: Érica, 2000. 143 p.

VALLS, Enric; MAURI, Tereza. **O ensino e a aprendizagem da geografia, da história e das ciências sociais:** uma perspectiva psicológica. In: COLL, Cesar, Palacios, J. e Marchesi, A. (org) Desenvolvimento Psicológico e Educação. Psicologia da Educação. Vol.2. 2 ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 2004.

VYGOTSKY, L.S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

WIKIWAND. **Compasso** (música). 2015. Disponível em: https://www.wikiwand.com/pt/Compasso_(m%C3%BAsica). Acesso em: 25 de janeiro de 2021.