Uso de animação nas etapas da modelagem matemática: "Procurando Nemo"

Using of animation in the mathematical modelling steps: "Finding Nemo"

DOI:10.34117/bjdv6n12-264

Recebimento dos originais:08/11/2020 Aceitação para publicação:12/12/2020

Rodolfo Chaves

Doutor em Educação Matemática Instituição: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes) Endereço: Rua Jurandir Ferreira,13, apt° 4 - Barra do Jucu - Vila Velha - ES - 29.125-065 E-mail: rodolfochaves@gmail.com

Lucca Jeveaux Oliveira Bonatto

Licenciando em Matemática Instituição: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes) Endereço: Rua Eugenilio Ramos, 550, apto 204. E-mail: lucca.ljo@gmail.com

Alexandre Krüger Zocolotti

Doutor em Educação Matemática Instituição: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes) Endereço: Av. Vitória, 1729, Jucutuquara - Vitória - ES - 29.040-780 E-mail: akruger.vix@gmail.com

Larissa Toniato

Mestranda em Educação em Ciências e Matemática Pós graduada em Atendimento Educacional Especializado-AEE Instituição: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes) Universidade Federal do Ceará - UFCE Endereço: Av. Vitória, 1729, Jucutuquara - Vitória - ES - 29.040-780 E-mail: larissatoniato@gmail.com

RESUMO

O presente artigo é fruto de uma prática educativa, desenvolvida na disciplina de Modelagem na Educação Básica, ministrada no curso de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) e no Ciclo de Palestras de Matemática, do Departamento de Matemática, do Centro de Ciências da Natureza e Exatas, da Universidade Federal de Santa Maria – RS (DMAT/CCNE/UFSM). Os atores do processo foram sessenta e seis licenciandos em Matemática, sendo trinta e dois do Ifes e trinta e quatro da UFSM. Os objetivos foram, em um primeiro contato com o tema, apresentar as etapas da Modelagem Matemática, discutir a lei do fluxo laminar e apresentar possíveis equívocos de interpretação na animação "Procurando Nemo", quando um grupo de tartarugas navega pela corrente leste australiana. O procedimento adotado à análise e coleta de dados foi o método de análise da

produção de significados, no viés Modelo dos Campos Semânticos. A partir dos significados produzidos pelos atores concluímos que a referida prática, nos moldes propostos, elucidou as etapas da Modelagem Matemática, permitindo discutir o reconhecimento da situação problema, a formulação de hipóteses, o uso e a validação do modelo, a interpretação da solução, bem como uma discussão a respeito do consumo exacerbado e do descarte inadequado, sobretudo de plástico nos oceanos.

Palavras-chave: Etapas da Modelagem Matemática, Recurso midiático de animação, Produção de significados.

ABSTRACT

This article results from an educational practice, developed in the discipline of Modelling in basic education, taught in Mathematics degree, of Federal Institute of Espírito Santo (Ifes) and lecture series of mathematics, of Mathematics Department, at Federal University of Santa Maria (DMAT/CCNE/UFSM) – RS. The process authors were sixty-six undergraduate student, thirty-two from Ifes and thirty-four from UFSM. The objective was, in first time with theme, show the Mathematics Modeling Steps, discuss the laminar flow law and presente the possible interpretation mistakes in "Finding Nemo", when a turtles group swim in australian east current. The procedure adopted to anlyze and data collect was the analysis method of meaning production, in Semantic Fields Model. From of meaning produced by the authors, we conclude that mentioned practice, in the proposed molds, clear the Mathematics Modeling Steps, enable to discuss the recognition of the problem situation, hypotesis formulation, use and validation of model, solution interpretation, by addition a discuss of exaggerated consumption and waste disposal inaproppriate, especially plastic in oceans.

Keywords: Mathematical Modelling steps, Animation media resource, Meanings production.

1 INTRODUÇÃO

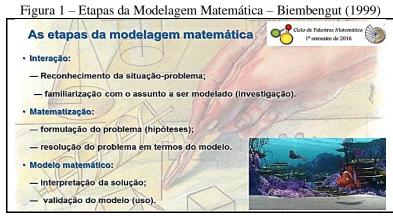
A partir de nossos estudos e pesquisas entendemos que, trabalharmos na perspectiva da Modelagem Matemática, enquanto procedimento metodológico em processos de ensino e de aprendizagem, leva-nos à ruptura com o caráter prescritivo que usualmente é adotado como dispositivo de controle no paradigma do exercício, conforme apresentado em Skovsmose (2000) e Chaves (2004). Da mesma forma, tal opção indica a disposição em abandonar a zona de conforto, muito presente na prática usual de seguir fidedignamente livros didáticos e planos lineares de cursos, fidelidade essa responsável pelo caráter homilético de fixação ao paradigma em questão (CHAVES, 2004). A tal respeito, o texto Hein e Biembengut (2007) destaca que, na Matemática, há um *modus operandi* alicerçado em regras convencionais aplicadas usualmente aos elementos com que se trabalha; todavia, ao pautarmo-nos no viés da Modelagem Matemática essas regras são insuficientes para lidarmos com o caráter dinâmico de leis, princípios e questões naturais que emergem a partir dos temas propostos. É justamente essa dinamicidade que nos leva à necessidade de compreendermos e analisarmos "quando os dados disponíveis não são suficientes para se utilizar de uma fórmula, de um modelo matemático,

ou seja, aplicar os dados e obter uma resposta satisfatória" (HEIN; BIEMBENGUT, 2007, p. 34). Assim, a Modelagem Matemática pode ser entendida como "um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente" (BIEMBENGUT, 1999, p. 36).

Procuramos de uma situação que pudesse se tornar agradável, interessante e que permitisse a futuros professores de Matemática vivenciar o levantamento de hipóteses, a formulação de problemas e a construção de um modelo matemático — "não apenas para encontrar solução viável à questão, mas que valha a outras aplicações em outras instâncias, de outras situações similares" (BIEMBENGUT, 2009, p. 22), pensamos em tomar algo que pudesse vir a ser agradável e também que pudesse incentivar futuros professores, por isso recorremos ao uso da mídia de animação "Procurando Nemo" (PROCURANDO, 2003), como um material didático-pedagógico (MDP). Nossa proposta foi criar um ambiente na qual, a partir da lei do fluxo laminar (figura 6 adiante), pudéssemos evidenciar duas situações equivocadas contidas naquela animação e que não condizem com o que as leis da Física propugnam:

- a consideração de que a velocidade de escoamento de um líquido que flui dentro de um tudo cilíndrico é maior às margens do que no centro deste duto;
- a ideia passada de que em qualquer parte de um tubo cilíndrico, toda partícula que nele flui trafega a uma mesma velocidade.

Assim, ao longo da experiência a ser relatada nas próximas páginas, pudemos apresentar e discutir as etapas da Modelagem (figura 1), refletir a respeito da lei do fluxo laminar e apresentar aquilo que denominamos de situações equivocadas, no que se refere à interpretação na mídia de animação "Procurando Nemo", quando um grupo de tartarugas navega pela corrente leste australiana (*CLA*).



Fonte: DMAT/CCNE/UFSM (2016).

Salientamos que, ao propormos o uso de tal MDP (PROCURANDO, 2003) pautamo-nos em Wurman (1991), ao considerar a aprendizagem relacionada ao interesse do aluno, e em Patrick Geddes (1854-1923) — biólogo, urbanista e filósofo escocês, tido como o pai da Educação Ambiental, conhecido por seu pensamento inovador nos campos do planejamento urbano e da educação (CHAVES et al., 2020) — ao defender que o contato com uma realidade não só possibilita a aprendizagem, como também leva o aluno a desenvolver atitudes criativas em relação ao mundo à sua volta. Segundo Chaves et al. (2020), em Geddes centra-se

[...] na defesa de que os alunos, orientados por seus professores, devem interagir com a realidade do seu ambiente, para que possam desenvolver atitudes criativas em relação ao mesmo e, a nós professores, cabe a atuação como interlocutores de uma educação que possa incorporar uma análise da realidade socioambiental em oposição àquela em que o aluno é levado a não refletir a respeito das consequências dos seus atos. (CHAVES et al., 2020, p. 13).

Por esse viés, o aluno é convidado a participar e interagir em seu processo de aprendizagem, e não a ser simplesmente um sujeito — no sentido *foucaultiano* de assujeitamento —, apático, em um ambiente na qual só o professor possui o "direito" à voz, sendo passivo ou mero ouvinte face à *homilia professoral*, presente comumente no paradigma do exercício, como aponta Chaves (2004). Nesse processo, o texto Chaves (2004) enfatiza que o professor pode atuar como interlocutor em um processo de educação que incorpore uma análise da realidade socioambiental, criando condições para que o aluno possa se opor àquela educação na qual o mesmo é treinado a desprezar as consequências de seus atos.

2 DESENVOLVIMENTO

A prática educacional "Procurando Nemo com a lei do fluxo laminar" (figura 2), foi apresentada, discutida e aplicada em dois momentos:

Momento 1 – no mês de abril de 2016, durante o Ciclo de palestras de Matemática, do Departamento de Matemática, do Centro de Ciências da Natureza e Exatas da Universidade Federal de Santa Maria – RS (DMAT/CCNE/UFSM), para professores e alunos do DMAT (figura 2);

Momento 2 – no mês de agosto de 2019, como uma aula para alunos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (Limat/Ifes) e que estavam, à época, matriculados na disciplina de Modelagem na Educação Básica.

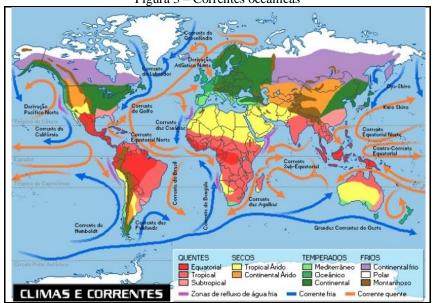
Figura 2 – Cartaz da Palestra na UFSM



Fonte: DMAT/CCNE/UFSM (2016).

No enredo da animação, na narrativa que destacamos, um grupo de tartarugas navega pela corrente leste australiana (CLA) ou corrente oriental australiana – uma corrente oceânica¹ que move água aquecida no sentido horário da costa leste da Austrália (figura 3) - e ao observarmos a cena identificamos algumas inconsistências (situações equivocadas contidas na animação e que não condizem com o que as leis da Física) do ponto de vista físico e matemático.

Figura 3 – Correntes oceânicas



Fonte: <clube-do-dvd.blogspot.com/2012/05/climas-e-correntes-maritimasmapa-mundi-html>.

¹ Corrente oceânica é o movimento de translação, permanente e continuado de uma massa de água dos oceanos. É também conhecida como corrente marinha.

A primeira situação equivocada que identificamos refere-se ao fato das tartarugas navegarem na mesma velocidade, mesmo encontrando-se em distâncias díspares do centro do duto de água que forma a corrente; ou seja, como se, em camadas laminares longitudinais distintas, as velocidades fossem as mesmas. Esta cena nos levou a formular a primeira pergunta aos atores (participantes da palestra e alunos da disciplina de Modelagem): será que essas tartarugas, na CLA, teriam condições de navegar à mesma velocidade?

Em outra cena, filhotes dessas tartarugas desenvolvem velocidades bem maiores quando se aproximam da parede externa do duto, que aparentemente possui uma forma cilíndrica de base circular. Daí surgiu a segunda pergunta: *será que a velocidade nas extremidades do duto é maior que no centro?*

Tais perguntas serviram para que apresentássemos o primeiro passo (de reconhecimento da situação problema) na etapa de interação em Modelagem Matemática. Para responder a essas perguntas propusemos adotar um procedimento que nos permitisse analisar a situação problema (navegar por uma corrente marítima nas condições apresentadas na animação).

O procedimento em questão designamos de Modelagem Matemática, considerando-a como um processo no qual é possível aliar teoria à prática, motivando àqueles que a utilizam na busca de entendimento de uma possível realidade para obter meios de agir diante dessa situação, com vistas a transformá-la. Essa concepção de Modelagem Matemática pode ser considerada adequada à busca de uma Educação Matemática *contextualizadora* para quem ensina e para quem aprende, principalmente se estabelecermos uma relação com:

- (1) o texto Freire (1996) que, por esse viés, não há educador do educando ou educando do educador, mas sim educando-educador e educador-educando;
- (2) a ideia de Transdisciplinaridade coadunando com o que é apresentado no *Manifesto da Transdiciplinaridade*², documento que expressa os "princípios fundamentais da comunidade dos espíritos transdisciplinares":

Artigo 2: O reconhecimento da existência de diferentes níveis de realidade é inerente à atitude transdisciplinar. Toda tentativa de reduzi-la a um único nível regido por uma única lógica não se situa no campo da transdisciplinaridade.

Artigo 3: A transdiciplinaridade é complementar à abordagem disciplinar; faz emergir do confronto das disciplinas novos dados que as articulam entre si; nos fornece uma nova visão da natureza e da realidade. Não busca o domínio de várias disciplinas, mas a abertura de todas àquilo que as atravessa e ultrapassa. [...]

Artigo 5: A visão transdisciplinar é dedicadamente aberta na medida em que ultrapassa o domínio das ciências exatas por seu diálogo e sua reconciliação, não só com as ciências humanas, mas com a filosofia, a arte, a literatura e a poesia.

² Tradução sistematizada da *Charte de la transdiciplinarité*, ("Transdisciplinarité", *Encyclopédie de L'Agora*) redigida por Basarab Nicolescu, Edgard Morin e Lima de Freitas. In: Japiassu (2006, p. 81-83).

Artigo 6: A transdiciplinaridade é multirreferencial e multidimensional, não excluindo a existência de um horizonte trans-histórico. [...]

Artigo 10: Não existe mais um lugar privilegiado de onde possamos julgar as outras culturas. A démarche transdisciplinar é multicultural.

Artigo 11: A verdadeira educação não privilegia a abstração no conhecimento. Ensina a contextualizar e a globalizar. A educação transdisciplinar reavalia o papel da intuição, do imaginário, da sensibilidade e do corpo na transmissão dos conhecimentos. [...]

Artigo 14: *Rigor*, *abertura* e *tolerância* são características fundamentais da visão transdisciplinar. O *rigor* na argumentação, levando em conta todos os dados, é a proteção contra os desvios possíveis. A *abertura* comporta a aceitação do desconhecido, do inesperado e do imprevisível. A *tolerância* é o reconhecimento do direito às ideias e verdades contrárias às nossas. (JAPIASSU, 2006, p. 82-83, *grifos do autor*).

(3) os princípios apresentados no *Manifesto da Transdiciplinaridade*, para que pudessem alicerçar os princípios norteadores apresentados no *heptálogo* de uma Prática Educativa Investigativa (PEI), necessitavam de um viés para interliga-los.

A respeito do entendimento de uma PEI, Chaves (2005, p. 128) esclarece que ela não se restringe à sala de aula; sua produção pode partir de ambientes e cenários investigativos no qual há, por parte dos professores, o compromisso de estimular a curiosidade, a espontaneidade de pensamentos e de ações. "Uma *prática educativa* é *investigativa* por agregar os indivíduos envolvidos no processo em torno da resolução de um problema local, construída a partir das dúvidas e das incertezas que surgem ao longo do processo (...)" (CHAVES, 2005, p. 128, *destaques do autor*).

Os princípios norteadores são apresentados em um heptálogo:

da *liberdade de expressão* — [...] consiste em deixar que o aluno fale, produza incertezas e discuta o "erro" como forma de propiciar a construção de novos aprendizados.

da *ordem natural* (primeiro surge o problema e depois o instrumental para enfrentá-lo) — consiste em permitir que o conteúdo surja a partir da necessidade de se obter respostas para a situação que se está investigando.

colaborativo — consiste em assinalar o tipo de interferência que o professor realiza nos grupos. Sua participação é fundamental na organização do processo, o que não significa que ele deva centralizar informações, nem tampouco que deva passá-las aos alunos como algo pronto e acabado; [...]

integração — consiste em facultar que ocorra uma discussão conjunta com diversas áreas do conhecimento, não se tratando mais de um trabalho de Matemática. Não é a Matemática que está no centro do processo, mas a possibilidade de desestabilizar uma inércia, intervindo localmente [...] Com a integração, o foco central não é a Matemática, mas a busca da resolução de um problema presente, em que a Matemática é uma das ferramentas no processo.

da *intervenção* — é estratégico, consiste em implementar uma PEI voltada a situações locais que envolvam o aluno e o seu habitat (escola, comunidade, família etc.), de tal forma que ele possa utilizar a Matemática como uma ferramenta [...] que lhe permita intervir nestas situações locais, com o propósito de operar possíveis transformações nos quadros socioambientais apresentados.

do *dispositivo tático* — consiste em desenvolver a produção de conflitos, incertezas e confrontos que propiciem a produção de conhecimentos para se contrapor às verdades impostas pela produção de conhecimentos que minimizam, ocultam ou mascaram os problemas típicos das questões socioambientais existentes.

da *liberdade* enquanto fim — como expressão genuína da criatividade e de espontaneidade dos indivíduos no processo de aprendizagem [...] A liberdade, somada à criatividade e à

espontaneidade de alunos e professores, permite que aflore a dinâmica de auto-organização e de auto responsabilização no processo de aprendizagem dos múltiplos saberes, e estas são pilares que orientam o comportamento dos envolvidos em uma PEI no sentido de aprendizados integrados, opondo-se à fragmentação curricular e também ao enrijecimento de programas e currículos. (CHAVES, 2005, p. 120-130, destaques do autor).

Entendemos que os princípios desse *heptálogo* caminham na mesma direção e sentido que os princípios fundamentais da transdisciplinaridade, apresentados em (2), no entanto, diametralmente opostos ao paradigma cartesiano-newtoniano que prima por orientar:

O saber e a ação primordialmente pela *razão* e pela *experimentação*, revelando assim o culto do intelecto e o exílio do coração. O universo, na óptica mecanicista, está organizado a partir da linearidade determinista de causa e efeito. Sua epistemologia reducionista fragmentou tanto a nossa realidade externa (*interpessoal*), quanto à realidade interna (*psíquica*). No plano existencial, a ética individualista e os valores materiais cimentam a civilização do ter. O maravilhoso progresso científico-tecnológico é fruto deste paradigma; todavia, nele residem também causas da crise multidimensional que vivemos, como a agudização da violência, da depredação do ambiente físico, social e interior. São sinais claros do esgotamento do potencial de um paradigma que não significou um erro de percurso histórico, mas uma trajetória necessária no processo evolutivo do pensamento humano. (CARDOSO, 1995, p. 31, *destaques do autor*).

O viés entre os princípios da transdisciplinaridade, apresentados no *Manifesto da Transdiciplinaridade*, e os princípios norteadores apresentados no *heptálogo* de uma Prática Educativa Investigativa (PEI), encontramos em Weil, D'Ambrosio e Crema (1993), transmutando a ideia de *metodologia de pesquisa transdisciplinar* por *procedimento metodológico de ensino na perspectiva transdisciplinar*. Dessa forma, parafraseando a obra em discussão, entendemos que, para ocorrer alguma transformação, rumo à transdisciplinaridade, no contexto escolar, parece imprescindível desenvolver uma metodologia de ensino na perspectiva transdisciplinar e, para tal, segue-se algumas linhas gerais, a saber:

Princípios metodológicos [...] regem a abordagem holística do Real [...] Subjetividade do conhecimento, participação do Ser na sua inteireza, integração da contradição e não contradição, uso do quantificável e do não quantificável, o conhecimento a serviço dos valores éticos, equilíbrio inter-hemisférico, equilíbrio entre metodologias Leste-Oeste e Norte-Sul e, enfim, busca de uma axiomática comum às disciplinas.

Princípios transdisciplinares. O trabalho interdisciplinar, no enfoque presente, visa atingir uma transdisciplinaridade, isto é, descobrir axiomas subjacentes às disciplinas e/ou às interdisciplinas em foco e em jogo. O presente trabalho representa um esforço no sentido de fazer um primeiro levantamento da axiomática para uma transdisciplinaridade geral. Vamos lembrar [alguns] axiomas levantados: [...] Identidade entre conhecedor, conhecimento e conhecido; Não separatividade da mente individual e do seu equivalente social e universal; [...] A esses axiomas podemos ainda acrescentar alguns expostos como princípios holísticos, a saber: hologramática, em que o todo está "compondo" todas as partes: não dualidade e não separatividade (WEIL; D'AMBROSIO; CREMA, 1993, p. 70-71, destaques dos autores).

Para tal, o texto em análise propõe formação de equipes interdisciplinares com vistas à investigar os axiomas comuns às (inter)disciplinas de forma a elencarem e organizarem sistematicamente o que for colocado em prática. Como sugestão a tal dinâmica, propõe os seguintes passos sucessivos:

- 1. Estudo: Visando o conhecimento, pelo menos teórico, dos seguintes aspectos:
- História da fragmentação do conhecimento.
- Análise dos efeitos da fragmentação no homem, na sociedade e na natureza.
- A mudança de paradigmas e o paradigma holístico.
- Da inter à transdisciplinaridade [...]
- 2. Formação inter-relacional: A formação poderá ser feita em duas fases:
- Uma fase de treinamento intensivo com uma metodologia inspirada nos laboratórios de sensibilização à dinâmica de grupo [...]
- Uma fase de intervenção de uma equipe composta de um ou vários observadores durante sessões reais interdisciplinares, oferecendo uma retroalimentação. O objetivo dessa fase é o de reforçar o treinamento anterior e os conhecimentos da primeira fase, numa situação real.
- 3. Acompanhamento e análise periódica dos resultados: visando tomadas de decisões pelo grupo, no que se refere ao conteúdo da [metodologia de ensino na perspectiva transdisciplinar] e alcance dos seus objetivos (WEIL; D'AMBROSIO; CREMA, 1993, p. 71-72, destaques entre colchetes nossos e demais destaques dos autores).

Partindo desses princípios, entendemos que nutrimos um solo propício ao desenvolvimento de práticas educativas que tomam a Modelagem Matemática como procedimento de ensino, com base em uma Educação Matemática *contextualizadora* e, para tal, ações, operações, tarefas etc., pautam-se na ideia de

[...] envolvimento e a cumplicidade de todos os envolvidos, sem que a sala de aula de um professor e suas práticas sejam objetos de observações unilaterais de um pesquisador, mas que as nossas ações em sala de aula sejam objetos de nossas investigações conjuntas, ou como se encontra em Thiollent (1988): busca-se a compreensão e a interação explícita entre pesquisadores e membros das situações investigadas (CHAVES, 2000, p. 180, destaques do autor).

Tal perspectiva, em relação à Modelagem Matemática, buscamos em Bassanezi (2002) que também a entende como um método que possivelmente possa contribuir na preparação do indivíduo para assumir posturas críticas, reflexivas e investigativas, através de trabalhos de parceria, nos moldes apresentados a partir dos princípios de uma PEI e dos fundamentos da transdisciplinaridade, como apresentamos.

Daí, tomamos a ideia de Daniel B. Botkin, de que um modelo é uma simplificação intencional da realidade, de modo que fenômenos de interesse possam ser examinados, analisados e compreendidos. E assim, definimos que um modelo matemático "é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado" (BASSANEZI, 2002, p. 20).

A partir dos princípios de uma PEI e da ideia de transdiciplinaridade apresentada, para familiarização com o assunto a ser modelado (investigação) – outra etapa do processo de interação, na primeira etapa da Modelagem Matemática – trouxemos a experiência de um instrutor de mergulho, especialista na modalidade *scuba*³ *diving drift* (mergulho equipado com respiração por aparelhos, navegando, monitoradamente, ao sabor de corrente marinhas) que apresentou elementos como variações existentes – de temperatura, de turbidez, de viscosidade, de vazão, relativas à profundidade (portanto, pressão) – no interior dessas correntes, que funcionam como dutos isolados da massa oceânica. De forma síncrona, portanto presencial, esse mergulhador discorreu a respeito das consequências e fatores de interferência em mergulhos na modalidade supracitada (*scuba diving drift*).

Em conversas de corredores, verificamos que, na turma subsequente – do Limat/Ifes –àquela que aplicamos a prática em questão, havia uma oceanógrafa; assim, assumimos o compromisso de, na próxima vez que aplicarmos essa prática educativa, incorporaremos intervenções dessa profissional com o objetivo de trazermos novas informações e, por conseguinte, ampliarmos o espectro de saberes para que novos significados⁴ sejam produzidos pelos envolvidos e para ampliarmos os alicerces na perspectiva interdisciplinar, tão valiosa em uma prática de Modelagem Matemática, sobretudo quando esta se configura como um procedimento de ensino, seja na formação de professores ou na Educação Básica, quando tomamos como base os princípios e postulados apresentados anteriormente.

A explicação do mergulhador possibilitou que nos dirigíssemos ao primeiro passo da etapa de matematização da Modelagem Matemática: a formulação do problema ou levantamento de hipóteses. Para tal, tomamos como premissas ao processo de Modelagem Matemática uma máxima defendida pelo Prof. Dr. Miguel Pretere, do Departamento de Ecologia da Unesp de Rio Claro – de que "*Modelo bom é aquele que está pronto para ser jogado fora*" (P₁) (*ipsis verbis*) – e outra do Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi – de que "*Sempre comece pelo modelo mais simples*" (P₂) (*ipsis verbis*).

³ Self Contained Underwater Breathing Apparatus, modalidade de mergulho com uso de ar comprimido.

⁴ "Significado de um objeto é aquilo que efetivamente se diz a respeito de um objeto, no interior de uma atividade. Objeto é aquilo para que se produz significado" (LINS, 2012, p. 28)

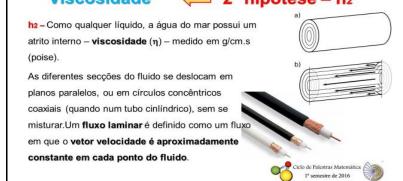
Figura 4 – Fluxo laminar versus turbulência



Fonte: DMAT/CCNE/UFSM (2016).

A partir de P₁ e P₂, consideramos como hipótese (h₁) que podemos representar o fluxo de correntes marinhas (figura 3) como a distribuição de artérias em nosso corpo (figura 4), sendo um segmento dessa corrente um tubo cilíndrico, com lâminas ou faixas imaginárias de diâmetro constante, de forma que partículas distam *r* do centro do tubo; logo, os dutos de água podem ser considerados como cilíndricos e de seção transversal circular de raio *R*. A segunda hipótese (h₂) que consideramos foi a respeito do deslocamento de um corpo ao longo de uma corrente, como em escoamento laminar⁵ (figura 5), visto que, conforme o sangue, a água do mar possui um atrito interno, portanto alguma viscosidade.





Fonte: DMAT/CCNE/UFSM (2016).

⁵ Tipo de fluxo em que há um mínimo de agitação das várias camadas do fluido, com escoamento do líquido em velocidade constante em cada ponto do fluido, em entropia adequada e em camadas concêntricas, em círculos coaxiais, com as diferentes seções do fluido se deslocando em plano paralelos. No fluxo laminar partículas deslizam em linha reta, uniformemente, em camadas concêntricas com camadas centrais fluindo com maior velocidade que as externas devido ao atrito interno das moléculas do fluido; caso contrário, entra-se em fluxo turbilhonar na qual há perda de energia entre choque de partículas e paredes do vaso o que torna o fluxo menos eficiente.

Para o entendimento de escoamento laminar, adotamos Batschelet (1978, p. 94-95) que apresenta as leis de fluxo laminar de fluidos viscosos em tubos cilíndricos, especificamente, no que se refere à circulação sanguínea (hemodinâmica), desenvolvidas por Jean-Louis-Marie Poiseuille (figura 6), considerando que a velocidade (v) de uma partícula em uma artéria varia de acordo com a distância (r) que essa se encontra do centro da artéria, sendo diretamente proporcional à pressão (P) e inversamente proporcional à viscosidade (η) e à distância longitudinal percorrida (d) no interior da artéria.

Lei de Poiseuille $v(r) = \frac{P}{4\eta d} \cdot \left(R^2 - r^2\right) \longrightarrow v(r) = k \cdot \left(R^2 - r^2\right) \square$

Figura 6 – Velocidade da partícula variando de acordo com a distância do centro

Fonte: DMAT/CCNE/UFSM (2016).

Para apresentarmos a terceira etapa da Modelagem Matemática, considerando a interpretação da solução adotamos o *slide* antecedente (figura 6) e discutimos os significados produzidos pelos alunos no que se refere a grandezas direta (v, P e r) e inversamente proporcionais $(\eta, d e R)$ na equação de Poiseuille (figura 6).

3 METODOLOGIA

Por adotarmos o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) como solo epistemológico, optamos por trabalhar com um método próprio de leitura para analisar a produção de significados, apresentado em Silva (2003, p. 48-103), para analisarmos a produção de significados relativa à referida prática educativa. Tal método "toma como premissa uma 'leitura [...]' da produção de significados dos sujeitos

de pesquisa" (SILVA, 2003, p. 48, *destaques do autor*), bem como uma leitura dos resíduos de enunciação dos autores/leitores (atores do processo).

Em um processo de produção de significados, nos moldes propostos pelo MCS, uma possível leitura refere-se ao "interesse de entender o que as pessoas dizem e por que dizem" (SILVA, 2003, p. 10, *ipsis litteris*). Ao realizar uma leitura de tal natureza objetivamos "saber *onde o outro (cognitivo) está*" (LINS, 2012, p. 23, *destaques do autor*) para supormos o que este estava pensando e, daí, analisar se pensamos da mesma forma ou não para tentar fazer com que se interesse em saber como pensamos. (LINS, 2012).

No MCS consideramos produção de significado como "o aspecto central de toda aprendizagem – em verdade o aspecto central de toda cognição humana" (LINS, 1999, p. 86). Já significado é o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto, não o que se poderia dizer, mas o que foi dito efetivamente no interior de uma atividade; dessa forma, "produzir significado é, então, falar a respeito de um objeto" (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 145-146).

Tal como no MCS, consideramos atividade a partir da ótica proposta por Alexis Nikolaevich Leontiev (LEONTIEV, 1984), como formas de relação do homem com o mundo, sendo construídas historicamente, medidas por instrumentos, dirigidas por motivos, por fins a serem atingidos, visto que esses são orientados por objetivos, por agirem intencionalmente a partir de ações planejadas. Como um processo entre sujeito e objeto (secundário em relação ao sujeito). Então, ao discutirmos e apresentarmos cada etapa do processo de Modelagem as constituímos como ações e as sub etapas como operações dessas ações.

4 ALGUNS SIGNIFICADOS PRODUZIDOS

Santa Maria, fica na região central do Rio Grande do Sul, portanto, distante do mar em pelo menos trezentos quilômetros, e os alunos presentes no Ciclo de Palestras do DMAT/CCNE/UFSM, têm pouco, ou quase nenhum, contato com o mar. Já para a turma de licenciandos do Limat/Ifes, *campus* Vitória, o mar não se configura como algo inatingível ou inimaginável, pois Vitória é uma ilha e o *campus* dista menos de um quilômetro do mar. Apresentamos tal comparação, pois, durante o Ciclo de Palestras, um aluno apresentou os seguintes resíduos de enunciação ("[...] algo com que me deparo e acredito ter sido dito por alguém." (LINS, 2012, p. 27)):

Quadro 1: Resíduos de enunciação advindos do diálogo entre aluno do DMAT e professor

[...]

Aluno do DMAT – Professor, as correntes marinhas são como as correntes dos arroios (rios)?

Professor – Como assim?

Aluno do DMAT – *Elas formam corredeiras?*

Professor – As correntes oceânicas são movimentos de translação, permanentes e continuados de massas de água salgada e não necessariamente ocorrem na superfície, como no caso da animação. Esse efeito que ocorre na linha d'água possui variação de vazão, velocidade, e depende de vento e lunação, pelo menos no mar. A correnteza de um curso d'água, como num arroio, geralmente forma ondulações, saí do fluxo laminar, portanto entra em turbulência e geralmente ocorre por diferença de profundidade, como um terreno mais raso e acidentado ou efeito de chuvas nas cabeceiras, nas montanhas.

Aluno do DMAT - Como assim? Isso acontece no fundo, como um tubo de água?

Professor – Sim, com variação inclusive de temperatura e de vazão ... corre mais rápido ou não em certos períodos, dependendo da lunação.

[...

Fonte: Construção dos autores.

Para os alunos do Limat/Ifes, matriculados na disciplina de Modelagem na Educação Básica, ministrada no 6º período de curso, que convivem com a proximidade do mar, a existência de correntes de fundo e correntezas – que variam com ventos e lunação, como sistemas físicos diferentes – não é novidade, não se configura como algo mítico, pois a toda hora se noticia as variações de marés. À luz do MCS o fato desses alunos do Limat/Ifes não apresentarem reações, tais como as do aluno do DMAT, não significa que não tenham produzido conhecimento para tal. É possível que simplesmente não tenham produzido os significados que esperávamos; daí a importância da dialogicidade, como posta em Freire (1987) e também em Lins (1999): "toda produção de significado é dialógica no sentido cognitivo [...] conhecimento é do domínio da enunciação. É preciso a enunciação efetiva daqueles enunciados para que eles tomem parte na produção de conhecimento." (LINS, 1999, p. 88-89).

Por esse espectro, no que tange à dialogicidade, entendemos então que, ao adotarmos a Modelagem Matemática como procedimento de ensino, nos moldes que propomos, é possível quebrarmos o tom prescritivo e expositivista de uma aula, peculiar no paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000), além de ser possível romper com o que Freire (1987) trata por educação oca e bancária que, em relação às aulas de Matemática, Lins e Giménez tratam como *números que não são números de nada*.

Tudo indica que na escola interessa mesmo é que apliquemos "o" algoritmo, e de forma precisa. Por fim, na escola, números não são números de nada, a não ser em "problemas com história", e no fim termina-se mesmo pedindo que os alunos se esqueçam da história e "pensem na matemática". (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 15-16, *grifos dos autores*).

Ao longo da animação, discutimos uma cena em que a *CLA* é apresentada como um duto cilíndrico, com turbidez e coloração diferentes da massa d'água do oceano. Vários alunos repararam a

cena, mas confessaram que jamais estabeleceriam um paralelo com sistemas vasculares e simplesmente aceitaram o que apresentamos. Isso mostra que tal aceitação, para esses alunos, funcionou como "Estipulações locais, que são, localmente, verdades absolutas, que não requerem, localmente, justificação." (LINS, 2012, p. 26).

A etapa de interação configurou-se como a mais impactante aos alunos; impactante no sentido de apresentarem o que no MCS denominamos de limite epistemológico — "[...] impossibilidade do sujeito produzir significados para o resíduo de uma enunciação numa direção devido a sua maneira de operar." (SILVA, 2012, p. 88).

Na etapa de validação, os alunos só produziram os significados esperados após apresentarmos o gráfico do arco de parábola (figura 6); ou seja, a leitura do modelo não ficou clara para a validação, mesmo que tenham produzido significados à análise das grandezas envolvidas. Os indícios apontam que operavam em outro modo de produção de significado, diferente do campo semântico que havíamos idealizado, isso pois, olhar para o modelo e procurar discutir o comportamento das variáveis, usualmente, sobretudo nos processos de formação de professores que ensinam Matemática, configurase como um limite epistemológico, principalmente quando no processo de matematização não fica claro a tradução da situação problema em termos de modelo, pois, como posto em Biembengut (1999) essa é a etapa "mais complexa e 'desafiante' [...] é aqui que se dá a 'tradução' da situação-problema para a linguagem matemática. Intuição, criatividade e experiência acumulada são elementos indispensáveis neste processo." (p. 22). Entendemos que tal grau de complexidade está relacionado ao que fora apresentado na citação de Lins e Giménez (1997) de que *números que não são números de nada*.

Como apresentado na P₂, o modelo geométrico (no caso o gráfico) foi mais simples para esses alunos. Assim, entendemos que o trânsito entre o modo de produção de significado geométrico (análise gráfico) para o modo de produção de significado algébrico (interpretação das variáveis no modelo), na tradução do "matematiquês" para nossa linguagem usual, minimiza o grau de complexidade posto em Biembengut (1999).

Mesmo envolvendo outros atores no processo – como no caso do instrutor de mergulho – um limite epistemológico identificado ocorreu pela dificuldade de se trabalhar em uma perspectiva transterdisciplinar, por entenderem que produzir significados não matemáticos em um processo de Modelagem Matemática, não é atribuição do professor de Matemática. Para os atores a constituição de objetos de outras áreas do conhecimento, em um processo de Modelagem, implicou em "precisar emprestar a legitimidade de um terceiro para poder dizer o que diz naquele lugar e momento" (LINS,

2012, p. 20, destaques do autor). Em outras palavras, poderíamos dizer que consideram abissal a distância entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial, tal como definido por Vygotski ao discutir Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). Identificamos essa distância como uma das dificuldades encontradas pelo professor em trabalhar no viés da Modelagem Matemática, sobretudo, na Educação Básica, pois "[...] fazer de maneira autônoma por ter internalizado interlocutores, legitimidades." (LINS, 2012, p. 20) implica em compartilhar espaços que não são peculiares à rotina do professor de Matemática. Daí a importância de trabalharmos segundo o heptálogo de PEIs e os princípios fundamentais da transdisciplinaridade como os apresentamos.

Na etapa de matematização ao apresentarmos as premissas P₁ e P₂ observamos certo conforto por parte dos atores; no entanto, a formalização de hipóteses soou como se tivéssemos "tirado um coelho da cartola" (cf. Quadro 2).

Quadro 2: Resíduos de enunciação advindos do diálogo entre aluno do Limat e professor

[]

Aluno do Limat – Professor, de onde você tirou essa ideia de que as correntes marinhas são como artérias? Professor – Da observação de modelos clássicos, já vistos e estudados, como por exemplo a lei do fluxo laminar. Não nos esqueçamos que são somente hipóteses. Vocês estão lembrados que para responder quantos pares de coelhos podem ser gerados de um par de coelhos em um ano, Fibonacci adotou duas hipóteses simples? A primeira é que a cada mês ocorre o nascimento de um casal e a segunda hipótese adotada por ele foi que um casal começa a reproduzir quando completa dois meses de vida. Veja que isso não necessariamente acontece, mas pode acontecer, por isso são hipóteses e não teses.

[...]

Fonte: Construção dos autores.

Ao apresentarmos o modelo (figura 6) os atores – tanto do DMAT quanto do Limat – demonstraram, a partir de suas intervenções, certo conforto, como se expectassem por fórmulas, números, gráficos, ou quaisquer outros elementos que os reportassem àquela Matemática que conheciam e que, de certa forma, os permitissem produzir significados matemáticos.

A interpretação do modelo, mesmo com os objetos constituídos advindos da Física – as grandezas $(v, P, r, \eta, d \in R)$ – presentes no modelo (equação de Poiseuille) (figura 6), mostrou que os atores produziram significados em relação à solução proposta; no entanto, somente após apresentarmos o gráfico da velocidade (v) variando em decorrência da distância ao centro (r) que entendemos que os atores produziram significado à validação do modelo. A tal respeito consideramos que houve um trânsito entre o modo de produção de significado 6 geométrico (o gráfico) e o modo de produção de

_

⁶ Modos de produção de significados são "*campos semânticos idealizados*" que existem na forma de repertórios segundo os quais nos preparamos para tentar antecipar de que é que os outros estão falando ou se o que dizem é legítimo ou não" (LINS, 2012, p. 29). E *campo semântico* – é "um processo de *produção de significado*, em relação a um núcleo, no interior de uma atividade [...] sendo um processo, ao ser colocado em marcha cria condições para sua própria transformação." (LINS, 2012, p.17).

significado algébrico (o modelo). Nossa leitura a tal respeito é que as premissas P₁ e P₂ adotadas contribuíram para a etapa de validação, considerando-a como "[...] o processo de aceitação ou não do modelo proposto." (BASSANEZI, 2002, p. 30).

5 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos significados produzidos pelos atores concluímos que a prática educativa desenvolvida, tomando a referida animação, nos moldes propostos – à luz do MCS e da Teoria da Atividade – como material didático-pedagógico (MDP), elucidou as etapas da Modelagem (figura 1), permitindo discutir o reconhecimento da situação problema, a formulação de hipóteses, o uso e a validação do modelo, bem como a interpretação da solução.

No fim da apresentação, ao retomarmos a cena das tartarugas navegando pela *CLA*, no Ciclo de Palestras do DMAT/CCNE/UFSM, os alunos reconheceram o que denominamos de *situações equivocadas de animação*, *no que se refere à interpretação na mídia de animação* "Procurando Nemo", ao identificarem que, em qualquer ponto no interior do duto formado pela corrente, as tartarugas navegavam à mesma velocidade; contudo, não identificaram que os filhotes aumentavam de velocidade ao se dirigirem às margens do duto, fato que, à luz do modelo adotado, configura-se como uma *situação equivocada de animação*.

Ao propormos o uso da mídia de animação (PROCURANDO, 2003) como um MDP, partindo da ideia de que a aprendizagem está relacionada ao interesse do aluno e vislumbrando colocá-lo em contato com *uma* realidade (mesmo que virtual — a animação) objetivamos não só possibilitar a produção de significados às etapas da Modelagem Matemática, mas também vislumbramos incentivar os atores a desenvolverem atitudes criativas em relação ao mundo à sua volta, a partir dos princípios que denominamos de *heptálogo* de princípios de uma PEI (CHAVES, 2005) e dos princípios fundamentais da transdisciplinaridade (JAPIASSU, 2006; WEIL, D'AMBROSIO e CREMA, 1993) e, para tal, apresentamos e discutimos os problemas da poluição por plásticos que navegam pelos mares, ao sabor de correntes e correntezas, nos fluxos e refluxos de marés (figuras 7, 8 e 9). Assim, o MDP (objeto) mostrou-se ser secundário, mas o sujeito (não mais o assujeitado, mas o indivíduo (no sentido nietzschiano) envolvido no processo de produção de significados — sobretudo no que se refere ao consumo exacerbado, ao descarte inadequado e ao uso da Matemática, enquanto ferramenta, a partir da Modelagem — é o essencial, principalmente quando nos pautamos nos postulados básicos de Vygotski — que nutrem a Teoria da Atividade — da qual todo conhecimento, como resultado das interações humanas, é produto social e, segundo nosso referencial, é também socioambiental.

Figura 7 – O papel da Matemática e de quem a usa



Fonte: DMAT/CCNE/UFSM (2016).

Figura 8 – Poluição dos mares por plásticos.



Fonte: DMAT/CCNE/UFSM (2016).

Ainda a respeito do *heptálogo* de princípios de uma PEI (CHAVES, 2005), dos princípios fundamentais da transdisciplinaridade (JAPIASSU, 2006; WEIL, D'AMBROSIO e CREMA, 1993) e da proposta de Patrick Geddes envolvendo o aluno com sua realidade, verificamos ser possível trabalhar nos vieses propostos; todavia, algumas práticas peculiares ao contexto escolar – que Chaves (2004) as denomina de dispositivos táticos de controle a serviço da pedagogia panóptica – devem ser questionadas, como, por exemplo, a rigidez de planos de curso lineares, a rotina de horários fragmentados de aulas de 50 (cinquenta) minutos, a fixação de alunos em classes fechadas.

Também a partir de Chaves (2004) e do que fora posto no parágrafo antecedente, entendemos que a Modelagem Matemática, enquanto procedimento metodológico a ser aplicado em sala de aula, compromete-se com a investigação, possíveis intervenções e análises em questões vinculadas às

realidades socioambientais e socioculturais dos alunos, pois como apresentado a partir da máxima ambientalista (figura 9), é fundamental *pensar globalmente e agir localmente*.

Figura 9 – Uma máxima ativista ambientalista

Ciclo de Palestra Matemática
1º semestre de 2016

Fonte: DMAT/CCNE/UFSM (2016).

Para essa prática, independentemente do MDP, pautamo-nos pelo dialogismo, como uma contraposição à educação oca e bancária e, a Modelagem Matemática, como procedimento de ensino, nos moldes aplicados, possui esse papel, de possibilitar que engendremos o que fora proposto por Patrick Geddes: um aluno em contato com a realidade (a sua) não só possibilita a aprendizagem, como também o leva a desenvolver atitudes criativas em relação ao mundo à sua volta. Mas para tal, não podemos nos restringir à concepção bancária proferida por Paulo Freire.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, Rodney Carlos. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002. P. 15-117.

BATSCHELET, Edward. Introdução à Matemática para biocientistas. Rio de Janeiro: Interciência; São Paulo: Editora da USP, 1978. P. 94-95.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 anos de Modelagem na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia. v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

_____. Modelagem Matemática & implicações no ensino e aprendizagem de Matemática. Blumenau: Editora da FURB, 1999. P. 17-35.

CARDOSO, Clodoaldo Meneguello. A canção da Inteireza: uma visão holística da Educação. São Paulo: Summus, 1995. (Abordagem holística em Educação).

CHAVES, Rodolfo; TONIATO, Larissa; FERRARI, Vera Lucia Aniola; IORA Maísa; RODRIGUES, Patrícia Silva. Uma proposta de prática educativa investigativa a partir de contos de Malba Tahan: legitimidade cultural e uma possibilidade de se partir de relações sociais e dos significados produzidos dentro de uma prática social. Revista Ponto de Vista. n. 9, v. 2, Viçosa: CAP-Coluni/UFV, 2020. p. 1-25.

CHAVES, Rodolfo; BONATTO, Lucca Jeveaux Oliveira; ZOCOLOTTI, Alexandre Krüger. Etapas da Modelagem a partir da animação "Procurando Nemo". Anais ... XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática: Modelagem Matemática e Educação Matemática na escola brasileira – atualidade e perspectivas. Belo Horizonte: Universidade Federal de MG – UFMG, 14 a 16 de novembro de 2019. 15 p.

CHAVES, Rodolfo. Material pedagógico na base nacional comum na linha da pedagogia da alternância: ensino de Matemática nas Escolas Família-Agrícolas. Viçosa, MG: Departamento de Educação da UFV; Associação das Escolas Família-Agrícolas de MG, 2005.

CHAVES, Rodolfo. Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais? 223p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – PPGEM, IGCE – Unesp, Rio Claro, 2004.

CHAVES, Rodolfo. Caminhos percorridos para a implantação do grupo de pesquisa-ação em educação matemática junto ao núcleo de ensino integrado de ciências e matemática da Universidade Federal de Viçosa. 285 p. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática) — Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2000.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa. 21. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

Pedagogia (do oprimido.	17. ed. Rio	de Janeiro:	Paz e	Terra,	1987	/
-------------	--------------	-------------	-------------	-------	--------	------	---

HEIN, Nelson; BIEMBENGUT, Maria Salett. Sobre a Modelagem Matemática do saber e seus limites. In: BARBOSA, Jonei Cerqueira; CALDEIRA, Ademir Donizeti; ARAÚJO, Jussara de Loiola (orgs). Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007.p. 33-47. (Biblioteca do educador matemático, v. 3).

JAPIASSU, Hilton. O sonho transdisciplinar: e as razões da Filosofia. Rio de Janeiro: Imago, 2006.

LEONTIEV, Alexis Nikolaevich. Actividad, conciencia y personalidad. México: Cartago, 1984.

LINS, Romulo Campos. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, Claudia Laus et al (org.). Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30.

_____. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 75-94. (Seminários DEBATES Unesp).

LINS, Romulo Campos; GIMÉNEZ, Joaquin. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. 3. ed. Campinas: Papirus, 1997. (Perspectivas em Educação Matemática).

PROCURANDO Nemo. Direção de Andrew Stanton. Los Angeles: Pixar ANIMATION *Studios*, 2003. 1 DVD (100 min).

SILVA, Amarildo Melchiades. Impermeabilização no processo de produção de significados para a Álgebra Linear. In: ANGELO, Claudia Laus et al (org.). Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p.79-90.

_____. Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática. 2003. 147 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática), PPGEM, IGCE de Rio Claro, Unesp.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. BOLEMA (PGEM/UNESP), n. 14, p. 66-91. 2000.

WEIL, Pierre; D'AMBROSIO, Ubiratan; CREMA, Roberto. Rumo à Transdisciplinaridade: sistema aberto de conhecimento. 2. ed. São Paulo: Summus, 1992.

WURMAN, Richard Saul. Ansiedade de Informação: Como transformar informação em compreensão. São Paulo: Cultura Editores Associados, 1991.