Brazilian Journal of Development

Transformações geométricas no plano: atividades para o 8.º ano do ensino fundamental

Geometric transformations in the plan: activities for the 8th grade of elementary school

DOI:10.34117/bjdv6n10-719

Recebimento dos originais:08/09/2020
Aceitação para publicação:30/10/2020

Pedro Henrique da Silva
Mestrado
Instituição de atuação atual: COLÉGIO FLECHA
Endereço completo: Rua Piaui, 416, Colina - Mariana - MG
E-mail: pedrohsufop@yahoo.com.br

Marger da Conceição Ventura Viana
Doutorado
Instituição de atuação atual: Universidade Federal de Ouro Preto
Endereço completo: Rua Helcio Fortes, 2, Lagoa – Ouro Preto - MG
E-mail: margerv@terra.com.br

RESUMO
Este artigo apresenta atividades de um minicurso apresentado aos participantes do XII Encontro Nacional de Educação Matemática, realizado na cidade de São Paulo, de 13 a 16 de julho de 2016. Tais atividades integram uma pesquisa de natureza qualitativa de que uma turma do **8.º** ano do Ensino Fundamental permitiu a constituição da amostra. Resulta, então, de uma pesquisa qualitativa que objetivou contribuir para o desenvolvimento do processo de ensino/aprendizagem da congruência de figuras planas, por meio de transformações geométricas tendo como fundamentação teórica o Paradigma Histórico Cultural de Vigotski. A amostra foi baseada em critérios pragmáticos e teóricos. Na análise dos dados foi utilizado o enfoque indutivo procurando compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos participantes da situação em estudo. Explica-se que tais atividades, que envolvem transformações geométricas, tiveram a intenção de contribuir para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de conteúdos da Geometria Euclidiana Plana relacionados com a congruência de figuras planas.

Palavras-chave: Transformações geométricas, Geometria das Transformações, Congruência de figuras planas, processo de ensino/aprendizagem de geometria.

ABSTRACT
This article presents activities of a minicourse presented to the participants of the XII National Meeting of Mathematics Education, held in the city of São Paulo, from 13 to 16 July 2016. These activities are part of a qualitative research that a class from the 8th grade of Elementary School allowed the constitution of the sample. It results, then, from a qualitative research that aimed to contribute to the development of the teaching/learning process of congruence of flat figures, by means of geometric transformations having as theoretical basis Vigotski's Historical Cultural Paradigm. The sample was based on pragmatic and theoretical criteria. The data analysis was based on an inductive approach, seeking to understand the phenomena from the perspective of the

participants of the situation under study. It is explained that these activities, which involve geometric transformations, had the intention of contributing to the development of the teaching and learning process of Euclidean Flat Geometry contents related to the congruence of flat figures.

Keywords: Geometric transformations, Geometry of transformations, Congruence of plane figures, process of teaching/learning geometry.

1 INTRODUÇÃO

A partir de leituras de artigos, dissertações e teses, é possível observar que um dos objetivos das pesquisas em Educação Matemática é obter instrumentos metodológicos para o processo de ensino/aprendizagem da Matemática. E por meio de reflexões teóricas os pesquisadores abrem caminhos com a intenção de fornecer subsídios para uma maior compreensão da Matemática.

Assim, à procura de diferentes caminhos para lecionar de modo produtivo, isto é, fazendo com que os alunos aprendessem, buscou-se algo que pudesse ser utilizado em sala de aula para aprendizagem da geometria. Com isso, recorreu-se à proposta do Movimento da Matemática Moderna (MMM), que enfocava o ensino da Geometria por meio das transformações geométricas. E a partir de uma revisão na literatura e reflexões sobre as contribuições das Transformações Geométricas no ensino e aprendizagem de tópicos da Geometria euclidiana plana é possível esperar que estas sejam indissociáveis neste processo (SILVA, 2017).

No entanto, embora este conteúdo seja sugerido nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN "o estudo das Transformações isométricas (transformações do plano euclidiano que conservam comprimentos, ângulos e ordem de pontos alinhados) é um excelente ponto de partida para a construção das noções de congruência" (Brasil, 1998 p.124), segundo Bilac (2007), não tem sido abordado nas escolas e poucas vezes tratado nas Licenciaturas em Matemática.

Segundo Bastos (2007) no ensino básico e secundário (atual Ensino Médio) existe uma discussão sobre o ensino e aprendizagem das transformações geométricas. De uma maneira geral, essa discussão envolve as isometrias, as translações, as rotações, as reflexões e todas as suas composições.

No entanto, quando se aborda o conceito de semelhança no ensino básico, raramente se trabalha o tema encaixado no das transformações geométricas do plano ou do espaço. Normalmente, limita-se a ensinar figuras semelhantes, em especial triângulos (lados proporcionais e ângulos congruentes) e utilizar isto em exercícios e problemas (Bastos, 2007).

Com isso, o tema da pesquisa teve como foco o estudo da Geometria das Transformações, ou melhor, as transformações geométricas, pois embora tenha sido proposta sua implantação e implementação pelo MMM, não chegou a ser totalmente incluído nas escolas, embora faça parte dos PCN (Brasil, 1998).

Por estas razões, julga-se ser importante que na condução do processo de ensino aprendizagem da geometria sejam utilizadas as transformações geométricas.

Justificativas

Sobre o ensino de Geometria no Brasil, segundo Bilac (2008), este ser dividido em três períodos: de 1955 a 1965, em que se destacou a "aprendizagem da nomenclatura de linhas e figuras, o cálculo de perímetros, áreas e volumes" (BILAC, 2008 p.14); de 1966 a 1975, em que o ensino foi influenciado pelo Movimento da Matemática Moderna, que ocasionou a diminuição no estudo da Geometria, tratando pontos, retas e planos em termos de conjuntos, e de 1976 a 1998, em que surgiu interesse pelo resgate da Geometria, dando origem ao desenvolvimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Esse resgate, focando-se na Geometria das Transformações, pode ser verificado em alguns recortes do PNC de 1998, que tem entre os objetivos os seguintes:

> produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança; ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais (BRASIL,1998, p. 82).

Quanto à seleção de conteúdo, os PCN destacam a importância das transformações geométricas, a fim de desenvolver habilidades de percepção espacial e indução de forma experimental à descoberta. Além disso, consideram fundamental que os estudos sejam realizados "a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento" (BRASIL, 1998, p.48).

Associando o estudo da Geometria à arte, desenvolvem-se habilidades de percepção e de visualização dos conceitos geométricos, sendo possível utilizar diferentes contextualizações, principalmente a mencionada, para abordar o processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo. Além disso, segundo os PCN, o estudo das transformações isométricas (transformações do plano euclidiano que conservam comprimentos, ângulos e ordem de pontos alinhados) é excelente ponto de partida para a construção das noções de congruência" (BRASIL, 1998, p.124).

Embora esse conteúdo seja sugerido nos PCN (BRASIL, 1998), não tem sido abordado, segundo Bilac (2007), nas escolas, além de ser poucas vezes tratado nas Licenciaturas em Matemática.

Com isso, o tema a ser desenvolvido neste minicurso tem como foco o estudo da Geometria das Transformações, ou seja, das transformações geométricas, estudo que não chegou a ser totalmente incluído nas escolas, embora faça parte dos PCN (BRASIL, 1998).

Pelas razões expostas, julga-se importante que, na condução do processo de ensino e aprendizagem da Geometria, sejam utilizadas as transformações geométricas.

Assim sendo, o objetivo do minicurso foi proporcionar aos cursistas um meio auxiliar para a condução do processo de ensino e aprendizagem de transformações geométricas. Espera-se ajudar, pois, a desvendar possíveis contribuições ao processo de ensino e aprendizagem de tópicos da Geometria Euclidiana Plana para alunos do 8.^{0} ano do Ensino Fundamental, entre os quais a congruência geométrica.

Aspectos Teóricos

As transformações geométricas fazem parte da história da humanidade, há mais tempo do que se possa imaginar. Na cerâmica chinesa, que remonta ao período Neolítico (3000 a.C.), pode notar-se a presença do uso de transformações geométricas na sua decoração.

Vasilhame-Cerâmica Marajoara

Fonte: Museu Nacional UFRJ

Do Brasil, a cerâmica marajoara é considerada uma das mais antigas artes cerâmicas do continente Americano. A sua decoração era usualmente feita através de símbolos geométricos e padrões simétricos.

No entanto, os primeiros passos da Geometria das Transformações ocorreram no período do Renascimento. Segundo Mabushi (2000), os arquitetos se interessavam pela representação plana de figuras espaciais segundo o ponto de vista constituído pelo próprio olho. Desenvolveu-se, assim, o estudo da projeção central, ainda chamada de projeção cônica, e, em particular, a noção de ponto de fuga.

No século XV, de fato, surgiram elementos de perspectivas. Na obra de Leonardo da Vinci (1452-1519), a relação entre a arte e a Matemática é forte, encontrando-se a mesma combinação de interesses artísticos e matemáticos na obra de Albrecht Durer (1471-1528). As noções renascentistas de perspectiva matemática foram expandidas mais tarde para um ramo da Geometria. A preocupação dos pintores e artistas de representar objetos do espaço fez surgir a ideia de projeções centrais e paralelas e, consequentemente, aparecerem as noções de Geometria Projetiva e Descritiva, importante na gênese do conceito de transformações.

Personagem importante na história da Geometria das Transformações foi o matemático Felix Klein (1849-1925), que, impressionado com as possibilidades unificadoras do conceito de grupo, se dedicou a desenvolver, aplicar e popularizar esse conhecimento. Em aula inaugural em 1872, quando se tornou professor na Universidade de Erlangen, mostrou como o conceito de grupo podia ser aplicado para caracterizar as diferentes geometrias elaboradas até o século XIX, constituindo o que ficou conhecida como Programa de Erlanger. Pioneiro no estudo da geometria baseada em grupos de transformações em sua conferencia mostrou como o conceito de grupo podia ser usada para caracterizar diferentes geometrias. Para Klein as homotetias e semelhanças constituíam o grupo principal da geometria euclidiana e as isometrias formavam um subgrupo das semelhanças, como características das transformações geométricas que não alteram as propriedades das figuras.

Segundo estudo de Viana (2004), decorreu das ideias do matemático Felix Klein, no início do século XX, a necessidade de atualização do currículo da Matemática, o que de fato ocorreu após as duas guerras mundiais, na década 50. Da ideia de atualização passou-se à de modernização. Este esforço gerou um movimento que ficou conhecido como o Movimento de Matemática Moderna (MMM). E o que é ou foi a Matemática Moderna?

Segundo o autor português José Matos (2006),

> Designa-se por *Matemática Moderna* uma reforma curricular que ocorre um pouco por todo o mundo entre a segunda metade dos anos 50 e a primeira metade dos anos 70 do século passado. Trata-se de um movimento procurando renovar fundamentalmente o ensino da Matemática. Um seu traço marcante é a preocupação com uma renovação dos conteúdos, adotando grandes eixos organizadores do currículo, que vai ser centrado em grandes estruturas que na época se pensava estarem na base de toda a matemática conhecida (MATOS, 2006, s/p).

Brazilian Journal of Development

Nos EUA, que muito contribuíram para a difusão do MMM na América Latina, principalmente com financiamento, a reforma do currículo de Matemática começou a ser feita em 1952, pela Comissão de Matemática Escolar da Universidade de Illinois, presidida pelo professor Max Beberman (VIANA, 2004). Mas segundo Viana (2004) os EUA contribuíram com o movimento de forma financeira e os europeus com a ideologia, com o que concorda Matos (2006):

> A origem das ideias é essencialmente europeia (francófona, espanhola ou italiana) e apenas Gonçalves refere materiais anglo-saxónicos como uma via alternativa. Contrariamente ao que é por vezes referido, nenhum destes autores menciona a rivalidade com os países de Leste ou o lançamento do Sputnik como motivação para os seus trabalhos. Todos procuram melhorar o ensino da matemática como condição essencial de progresso do país, quer de aproximação a outros países europeus, quer como fator de desenvolvimento econômico, social e cultural (MATOS, 2006, s/p).

Para Ruiz e Barrantes (apud VIANA, 2004) as causas do MMM, se devem à ação dos matemáticos das universidades, à ideologia e à filosofia da matemática, e ao contexto político e histórico do pós-guerra.

Segundo Viana (2004) e Matos (2006), a Organização de Cooperação Econômica Europeia (OCEE) reuniu, em 1958, na França representantes de 20 países e realizou, em 1959, o Seminário de Royaumont com 60 professores de 20 países, quando se prescreveram linhas centrais da Reforma pré-universitária e políticas de implementação, tendo como objetivo unificar esforços que vinham sendo desenvolvidos em diversos países como a Bélgica, Estados Unidos, França e outros.

No mesmo trabalho de Viana (2004), pode se ver que outras reuniões se seguiram: 1960 em Arhus na Dinamarca, sob os auspícios do International Comite of Mathematical Instruction (ICMI), e outras duas em Zagrev e Dubrovnik na Yuguslávia, em 1962 a reunião foi em Bolonha, 1963 em Atenas e em 1969 em Lyon França.

Em 1961 é fundado o Comitê Interamericano de Educação Matemática (CIAEM) para a reforma do ensino de Matemática, apoiado pelo ICMI, UNESCO, Organização dos Estados Americanos (OEA), Fundação Ford, Fundação Rockefeller, Fundação Nacional de Ciências dos Estados Unidos, e outros. Então realizou-se a primeira reunião, I CIAEM em 1961, na Colômbia (Bogota), a segunda, II CIAEM no ano de 1966 no Peru (Lima), a III, em 1972, na Argentina (Bahía Blanca), a IV em 1975 na Venezuela (Caracas), a V em 1979 no Brasil (Campinas), VI em 1985 no México (Guadalajara), a VII em 1987 na República Dominicana (Santo Domingo), a VIII em 1991 nos Estados Unidos (Miami), a IX em 1995 no Chile (Santiago), a X em 1999 no Uruguai (Maldonado), a XI em 2003, novamenteno Brasil (Blumenau), a XII em 2007, novamente no México (Querétaro), a XIII em 2011, também no Brasil (Recife), a XIV em 2015 tambem no

México (Tuxtla), a XV em 2019 de novo na Colômbia (Medellín), a XVI CIAEM será reaizada em 2023, de novo no PERU (Lima).

Atualmente, a CIAEM não está mais centrada em reformas, mas em pesquisas em Educação Matemática.

O Brasil recebeu várias influências do MMM. As mais marcantes foram as de Georges Papy (no PREMEM), no Rio Grande do Sul Zoltan Dienes (falecido recentemente) e do grupo americano School Mathematics Study Group (SMSG) em São Paulo e do Grupo de Estudos em Ensino de Matemática (GEEM) fundado por Oswaldo Sangiorgi introdutor da Matemática Moderna nos livros-texto brasileiros, podendo-se dizer até mesmo no Brasil. Sangiorgi participou das primeiras reuniões americanas a respeito das mudanças nos programas de Matemática, organizou no Brasil, congressos sobre o Ensino de Matemática e ministrou cursos sobre Matemática Moderna em vários estados do país.

No entanto, segundo Viana (2004), as propostas de Matemática Moderna não eram uniformes:

> O grupo francês, por exemplo, preconizou Álgebra Linear desde o artigo curso ginasial. Já o belga insistiu nas transformações geométricas. Nos EUA destacou-se o School Mathematics Study Group (SMSG), cuja proposta eram conteúdos tradicionais acrescidos de outros, como conjunto, mudança de base, estudo de congruências, desigualdades, matrizes, lógica simbólica, Álgebra de Boole, grupo, anel corpo. Já Zoltan P. Dienes (inglês, professor da Universidade de Sherbrook, Canadá, no período) enfatizou o uso de material concreto e transformações em planos finitos e estruturas algébricas (VIANA, 2004, p.31).

Ainda segundo Viana (2004), ocorreram influências nos conteúdos: numeração com bases não-decimais, enfatizando algoritmos de mudança de base; propriedades dos conjuntos numéricos em exercícios de preenchimento de lacunas com falso ou verdadeiro; funções e coordenadas cartesianas a partir da 6ª série; inequações; trinômio do 2º grau, como função quadrática. Houve supervalorização de sentenças matemáticas na resolução de problemas e valorização da Álgebra em detrimento da Geometria.

Muitos professores, não dominando os novos conteúdos, repetiam o que continham os livros-textos. Não abordaram a Geometria de Transformações e abandonaram a euclidiana.

Viana (2004) afirma que em decorrência desse movimento, no Brasil, ocorreram influências nos conteúdos, com valorização de sentenças matemáticas na resolução de problemas e da Álgebra, em detrimento da Geometria. Muitos professores, não dominando os novos conteúdos, repetiam o que continham os livros-textos. Assim, não abordavam a Geometria de Transformações e abandonavam a euclidiana.

As Transformações Geométricas

A transformação geométrica no plano é aplicação bijetora do conjunto de pontos do plano sobre si mesmo. Então, a imagem de uma figura por transformação geométrica é o conjunto de pontos que são imagens de pontos de figuras pela transformação.

De um modo prático, uma Transformação Geométrica é uma aplicação bijetora entre duas figuras geométricas, no mesmo plano ou em planos diferentes, de modo que, a partir de uma figura geométrica original, se forma outra geometricamente igual ou semelhante à primeira.

Formalmente, seja S um conjunto não vazio. Uma transformação de S é uma função bijetora t: S —> S.

Uma isometria é uma transformação T: R—> R^2 tal que d(t(x), T (y)) = d(x, y). d= distância

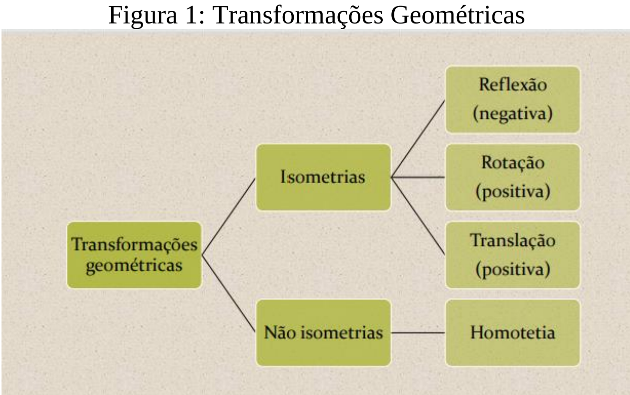
Translações, reflexões e rotações são exemplos de isometrias, isto é, são transformações que preservam as distâncias entre pontos e as amplitudes dos ângulos, convertendo as figuras originais noutras figuras geometricamente iguais. Por isso, figuras obtidas a partir de isometrias são ditas congruentes.

Mas nem todas as transformações geométricas do plano preservam distâncias. Neste caso, as figuras têm a mesma forma, porém com dimensões diferentes, sendo assim, as figuras são semelhantes. Em termos matemáticos, duas figuras no plano são semelhantes quando uma é a imagem da outra por meio de uma transformação de semelhança do plano.

Translações, reflexões (axial e central), rotações e homotetias são principais transformações no plano euclidiano.

A figura 1, a seguir, apresenta um quadro resumido sobre as transformações geométricas.

Figura 1: Transformações Geométricas



Fonte: os pesquisadores

Uma Isometria é uma transformação geométrica que preserva distância entre pontos e amplitude dos ângulos, isto é, a figura inicial e o seu transformado são congruentes.

Uma transformação de semelhança é uma transformação T: R^2—>R^2 tal que d(t(x), T(y)) = k d(x, y), para algum k > 0. Se k > 1 chamamos de dilatação, se 0 < k < 1, a chamamos de contração. Se k = 1 tem-se uma isometria. Assim, enquanto as isometrias preservam distância, nas semelhanças as distâncias são proporcionais.

Se P e Q são dois pontos da figura original cuja distância é dada por PQ e se os pontos, P' e Q' são, respectivamente, os pontos obtidos a partir de P e Q, por uma transformação de semelhança, temos que a distância P'Q' é igual a k (PQ), para algum número positivo k, isto é, a distância de P' a Q' é igual a k vezes a distância de P a Q. Se a constante k é igual a 1, esta transformação preserva as distâncias e é uma isometria.

Retornando ao conjunto S, o conjunto de todas as transformações de S, dotado da operação de composição, constitui um grupo. Tal grupo, assim como os seus subgrupos, são genericamente chamados de grupos de transformações de S.

Exemplos

1) S = R^2, G = Grupo das isometrias. Seu elemento neutro é a identidade.

2) S = R^2, G = Grupo das semelhanças.

A cada grupo de transformação correspondia uma das geometrias existentes à época de Klein: a Geometria Hiperbólica, a Geometria Euclidiana e as demais.

Retornando ao tema deste trabalho e ao seu objetivo dirigido à aprendizagem de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, de modo prático, numa linguagem coloquial, Medeiros (2012) considera isometrias as transformações geométricas que "mudam a figura de lugar", mas mantém distâncias, ângulos e áreas.

Luz (2007) define isometrias da seguinte maneira: Uma isometria F é uma aplicação do plano nele mesmo tal que, dados dois pontos quaisquer, P e Q, do plano, a distância entre P e Q é igual à distância entre suas imagens. Um ponto P no plano é invariante por uma isometria F se F(P) = P. Da mesma forma, um subconjunto A do plano é invariante por uma simetria F se F(A) = A (LUZ, 2007, p. 29). Com isso, pertencem à categoria isometria todos os movimentos que conservam a distância.

A respeito das transformações geométricas, de acordo com Bastos (2007), existe, no ensino básico e no secundário (atual Ensino Médio), discussão sobre o ensino e a aprendizagem desse conteúdo. De maneira geral, essa discussão envolve isometrias, translações, rotações, reflexões e todas as suas composições. No entanto, quando se aborda o conceito de semelhança, no ensino básico, raramente se trabalha o tema encaixado no das transformações geométricas do plano ou do espaço. Normalmente, limita-se a ensinar figuras semelhantes, em especial triângulos (lados proporcionais e ângulos congruentes) e em exercícios e problemas (BASTOS, 2007).

2 METODOLOGIA

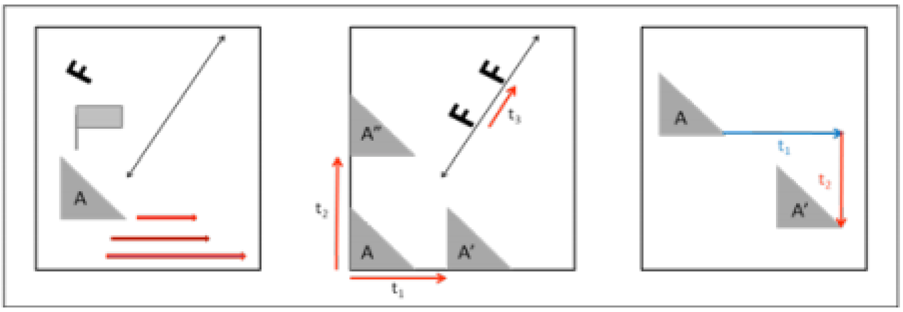
Durante o minicurso, discutem-se vantagens de introduzir o estudo da congruência e da semelhança de figuras planas (em particular dos triângulos) a partir das transformações geométricas, aspectos teóricos do tema, bem como ideias fundamentais sobre as transformações geométricas.

Em vista disso, são apresentadas sugestões de atividades com translações e reflexões, que usam recursos manipulativos, dobraduras, desenhos, aplicações na natureza, na Arquitetura, nas artes, etc. Também são indicadas projeções com Datashow e o software GeoGebra (caso haja disponibilidade da Internet). Para haver interação efetiva dos participantes, a sugestão é que sejam abertas, no máximo, 20 vagas. E, para exemplo, apresentam-se, duas atividades relacionadas com as translações.

Atividade 1: Traçar por translação a imagem de uma figura plana.

a) Usar figuras (triângulos, bandeirinhas, letras, etc.) e flechas (vetores de translação) recortadas em cartolina e postas sobre uma folha de papel, conforme mostra a Figura 2.

Figura 2: Deslizamento de figuras sobre uma folha de papel



Fonte: os pesquisadores

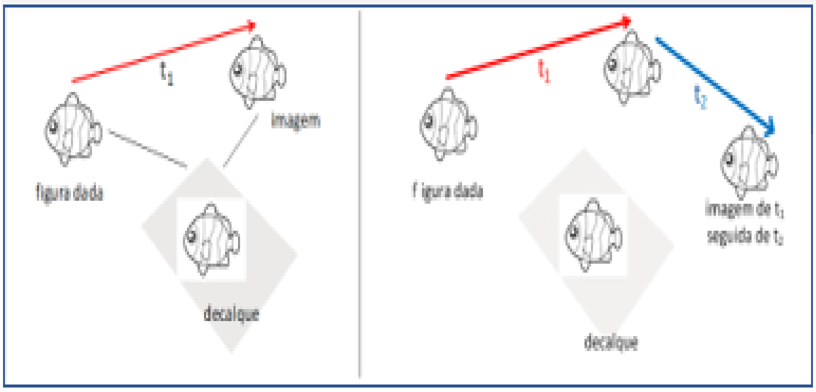
Os alunos desenham as imagens das figuras planas considerando as translações indicadas t_1, t_2, t_3, etc. São usadas as bordas da folha de papel ou retas traçadas na folha. Também eles podem desenhar a imagem de uma figura considerando uma translação seguida de outra (composição de translações).

b) Usar carimbos de figuras. No grupo, um aluno apresenta para os colegas uma folha de papel com uma figura feita com carimbo e um vetor de translação. Os colegas devem indicar a imagem da figura usando o carimbo.

Brazilian Journal of Development

c) Usar papel transparente para decalcar as figuras e os vetores de translação

Figura 3: Traçado de imagem usando decalque

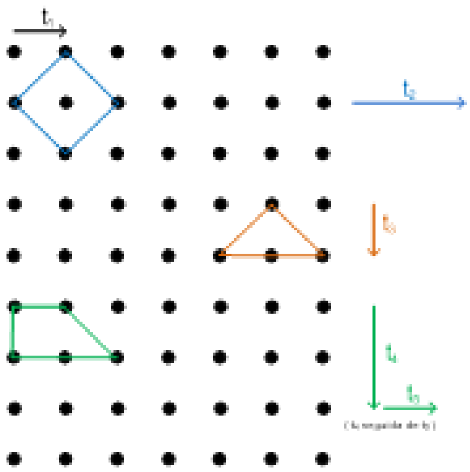


Fonte: os pesquisadores

Após copiar a figura, cada aluno esfumaça o seu verso com lápis e, em seguida, traça a imagem considerando o vetor de translação t_1, conforme mostra a Figura 4. Também pode traçar a imagem da figura considerando uma translação seguida de outra.

d) Usar geoponto (folha de papel com pontos) e indicar o vetor de translação.

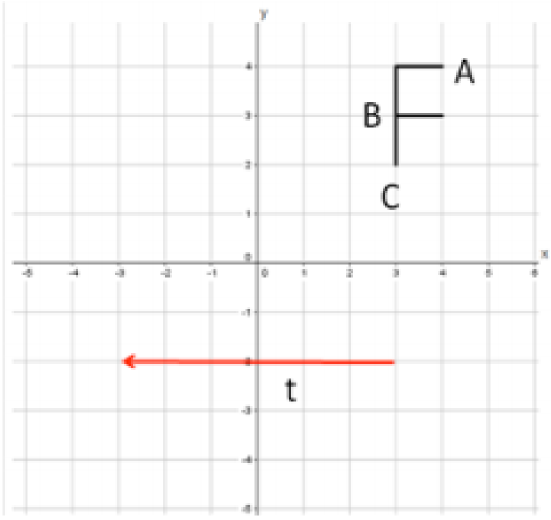
Figura 4: Traçado de imagem usando geoponto



Fonte: os pesquisadores

b) Usar o plano cartesiano.

Figura 5: Traçado de imagem usando



Fonte: os pesquisadores

Inicialmente, os alunos traçam a imagem da figura pela translação t. Os pontos da imagem correspondentes a A, B e C são nomeados com A’, B’ e C’, respectivamente. Em seguida podem encontrar o valor de x ou de y em pares, como:

A (4, 4) A’(-2, y)

Em todas as situações os alunos são estimulados a descobrir, reconhecer e utilizar: direção, sentido e comprimento de uma translação, paralelismo e igualdade dos segmentos que unem cada ponto da figura à sua imagem e identificação das translações pelas coordenadas do vetor. Também é proposto aos alunos que encontrem a figura inicial, sendo conhecidos a imagem e o vetor da translação, e encontrem o vetor da translação, sendo dadas uma figura e sua imagem. Além disso, são exploradas as propriedades das translações:

a) todos os pontos efetuam deslocamentos iguais;

b) a translação conserva os comprimentos;

c) a translação conserva os ângulos;

d) a translação conserva a forma da figura.

A seguir, é examinada a congruência das figuras.

Brazilian Journal of Development

Atividade 2: Explorar as translações nas artes.

a) Construir faixas decorativas usando as translações e identificar translações em faixas decorativas.

Exemplo: Construir uma faixa gerada por uma ou mais figuras (motivos) e uma ou mais translações.

Figura 6: Faixa decorativa gerada por motivos e translação

Qual foi o motivo que gerou a faixa? Qual foi a translação considerada?

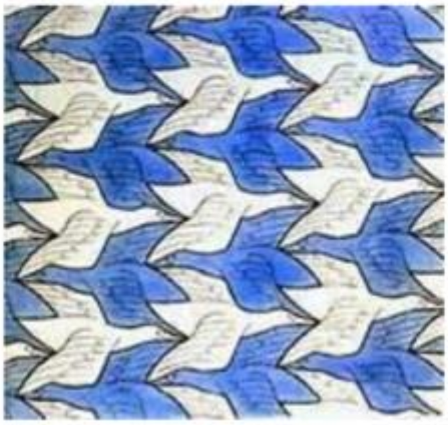
b)Identificar translações nas artes.

Identificar motivos e translações em cada composição.

Atividade 3

Esta tarefa foi elaborada para ser feita em casa. Todos os participantes presentes, entregaram osresultados de suas pesquisas.

Figura 7 - Pássaros de Escher



Fonte: Escher (1938)

Texto: Observe a figura e responda às questões seguintes:

a) Quantas e quais são as cores que você observa na figura?

b) Quantos pássaros inteiros você consegue visualizar?

c) Qual a distância entre os bicos de dois pássaros consecutivos, na posição horizontal e na vertical?

d) Analise a figura e desenhe cinco flechas de translação diferentes.

e) A fonte da figura nos dá a informação que esta imagem é de uma obra de Escher. Pesquise e escreva um pequeno texto sobre Escher.

f) Ainda sobre Escher, pesquise outras figuras que possuem translação.

REFERÊNCIAS

BASTOS R. *Transformações geométricas.* Grupo de trabalho de geometria da APM. Set/ Out 2007.

BILAC, C. U. *Possibilidades da aprendizagem de transformações geométricas com o uso do Cabri-Géomètre*. 2008.191f. Mestrado Profissional em Ensino Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008.

BRASIL, MEC – Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental: Matemática*. Brasília, 1998.

LUZ, V. A. Um estudo sobre o Ensino de Transformações Geométricas: da reforma da Matemática Moderna aos dias atuais.2007.197f. Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

MABUCHI, S. T. *Transformações Geométricas - A trajetória de um conteúdo ainda não incorporado às práticas escolares nem à formação de professores.* PUC – São Paulo, 2000 Disponível em <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_setsuko_mabuchi.pdf>. Acesso em 20/08/2014.

MATOS, J. *A penetração da Matemática Moderna em Portugal na revista Labor.* Revista Iberoamericana de Educação Matemática, p. 91-110, 2006.

MEDEIROS, L. G. F. Dando movimento à forma: as transformações geométricas no plano na formação continuada a distância de professores de Matemática. 2012.160. f. Mestrado em Educação Matemática, Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2012.

SILVA, P. H. Transformações geométricas no contexto escolar: uma experiência de aprendizagem no 8º ano do ensino fundamental. 2017. 158f. Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Outro Preto, Ouro Preto. 2017.

VIANA, M. C. V. O Movimento de Matemática Moderna e suas implicações no ensino de 1º e 2º graus no Brasil**.** *Escritos Sobre Educação***,** Ibirité-MG, v.3, n.1, p. 27-40, 2004.