Brazilian Journal of Development

# Caracterizadores do pensamento algébrico e generalização de padrões matemáticos

# Characterizers of algebraic thinking and generalization of mathematical patterns

DOI:10.34117/bjdv6n10-228

Recebimento dos originais:08/09/2020
Aceitação para publicação:09/10/2020

**Grace Dórea Santos Baqueiro**
Doutorado em Educação Matemática
Instituição de atuação atual: Universidade do Estado da Bahia - UNEB
Endereço :Rua Politeama de Baixo, 67. Bairro: Politeama. Salvador-Ba. CEP: 40.080-166
E-mail. gbaqueiro@uneb.br

**Anailza da Silva Cazumbá**
Especialização em Educação Matemática
Instituição de atuação atual: Colégio Renovação
Endereço :Rua Afonso Celso, 538. Tomba - Feira de Santana
Cep: 44.091-396
E-mail: izacazumba@yahoo.com.br

**Ana Teresa Ferreira dos Santos**
Especialização em Educação Matemática
Instituição de atuação atual: Colégio Renovação e Santíssimo Sacramento - Instituições Privadas
Endereço :Rua Dias Gomes, 52 Conjunto Novo Horizonte, Mangalô. Cep: 48.060-500.
E-mail: anateresafs@yahoo.com.br

**Gabriele Souza de Carvalho**
Especialização em Educação Matemática
Instituição de atuação atual: Colégio Estadual Ministro Oliveira Brito
Endereço :Rua São Judas Tadeu, 140, Centro – Inhambupe-Ba. CEP: 48490-000
E-mail: gabriele_carvalho2@hotmail.com

**Jadna Araujo de Oliveira**
Especialização em Educação Matemática – Universidade do Estado da Bahia - UNEB
Professora de Física – Colégio Estadual Maria Izabel de Melo Góes – Secretaria do Estado da Bahia – Regime REDA – 2019
Professora de Matemática – Centro Estadual Profissional em Controle e Gestão do Nordeste Baiano Pedro Ribeiro Pessoa – Secretaria do Estado da Bahia – Regime REDA – 2019
Endereço :Rua Inácio Bastos, nº 259, Bairro: Silva Jardim. Alagoinhas/BA. Cep: 48.060-090

**RESUMO**
Este artigo apresenta uma pesquisa voltada a analisar os caracterizadores do pensamento algébrico presentes nas resoluções, por estudantes de um curso de licenciatura em matemática, de atividades envolvendo padrões matemáticos durante um evento em uma instituição estadual de ensino superior. A pesquisa faz parte dos estudos para elaboração do trabalho de conclusão de curso de quatro estudantes dessa instituição, que integram o grupo de pesquisa GPEMA, ora em formação. As análises se embasaram nas ideias de Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005), que utilizam as potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas na mobilização e desenvolvimento do pensamento algébrico e de sua linguagem. Constatou-se que os participantes evidenciaram muitos dos aspectos caracterizadores do pensamento algébrico ao resolverem questões envolvendo padrões.

**Palavras-chave:** Generalização de Padrão, Pensamento Algébrico, Ensino Superior.

**ABSTRACT**
This article presents a research aimed at analyzing the characterizers of algebraic thinking present in the resolutions, by students of a degree course in mathematics, of activities involving mathematical standards during an event in a state institution of higher education. The research is part of the studies for the elaboration of the course conclusion work of four students of this institution, who integrate the research group GPEMA, now in formation. The analyses were based on the ideas of Fiorentini, Fernandes and Cristovão (2005), who use the pedagogical potential of mathematical research in the mobilization and development of algebraic thinking and its language. It was found that the participants highlighted many of the characteristic aspects of algebraic thinking when solving issues involving patterns.

**Keywords:** Standardization, Algebraic Thinking, Higher Education.

## 1 INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta parte de um estudo realizado no Grupo de Pesquisa sobre o Pensamento Matemático Avançado (GPEMA), ainda em formação, com o intuito de construir o trabalho de conclusão de curso de três licenciandos e um integrante do curso de especialização de uma instituição estadual de ensino superior da Bahia. São focalizados dois importantes temas: 'pensamento algébrico' e 'generalização de padrões'. Segundo Vale *et al* (2011), a descoberta de padrões contribui para o desenvolvimento da abstração e de outras capacidades matemáticas, particularmente o pensamento algébrico.

Após estudarmos o artigo de Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005), decidimos analisar os protocolos de uma atividade envolvendo a observação e generalização de padrões aplicada em 2014 no SEAMAT, evento matemático organizado por um grupo de estudantes e professores da instituição supracitada, por meio do minicurso *Padrões matemáticos: desafios e possibilidades*. Conduzimos nossa análise tentando evidenciar os caracterizadores do pensamento algébrico presentes nas resoluções de seis discentes do curso de licenciatura em matemática que participaram do minicurso. Neste sentido, o objetivo deste artigo é o de apresentar alguns dos resultados dessa investigação. Antes, porém, abordaremos de modo sucinto algumas ideias de pesquisadores sobre a importância das atividades que envolvem generalização de padrões.

## 2 PADRÃO MATEMÁTICO E SUAS POTENCIALIDADES

Devlin (2002), eminente educador matemático, tem se dedicado a divulgar o que é matemática e o papel desta na sociedade atual. Define matemática como a ciência dos padrões e comenta que os fundamentos importantes da matemática atual (entre eles a teoria dos números e a lógica matemática) foram concebidos através da observação e generalização de padrões. Observa que:

> [...] ao longo dos anos, a matemática tornou-se cada vez mais complicada, as pessoas concentraram-se cada vez mais nas fórmulas, equações e métodos e perderam de vista aquilo a que esses números, fórmulas e equações se referiam e por que se desenvolveram esses métodos. Perderam de vista o fato de que a matemática não é apenas manipulação de símbolos de acordo com regras misteriosas, mas sim compreensão de padrões – padrões da natureza, padrões da vida, padrões de beleza. (DEVLIN, 1998, p. 206)

Assim, o tema da generalização de padrões é concebido pelo autor de forma ampla, como parte do processo mental que fundamenta a matemática. Por sua vez, Mason enfoca esse tema de forma direcionada à questão do ensino e da aprendizagem de matemática. Para Mason (1996), a essência do pensamento matemático é o reconhecimento, apreciação, expressão e manipulação da generalidade. Isso implica ao mesmo tempo especializar-se e generalizar, assim como conjecturar e justificar.

Vale e Pimentel (2005) reforçam a importância dos padrões afirmando que:

> A profundidade e variedade das conexões que os padrões possibilitam com todos os tópicos da matemática conduzem à consideração deste tema como transversal em toda matemática escolar, quer para preparar os alunos para aprendizagens posteriores, quer no desenvolvimento das capacidades de resolução de problemas e comunicação. (VALE; PIMENTEL, 2015, p. 168)

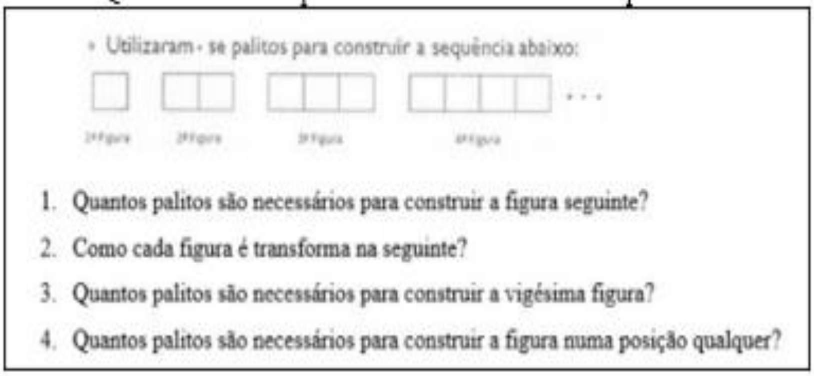
Ferrini-Mundy, Lappan e Phillips (1997) apontam que o estudo de padrões é um modo produtivo de desenvolver o pensamento algébrico. Vale et al (2011, p. 24) afirmam que “a descoberta de padrões contribui para o desenvolvimento da abstração e de outras capacidades matemáticas, designadamente o pensamento algébrico”.

Brazilian Journal of Development

## 3 SOBRE AS ATIVIDADES ENVOLVENDO PADRÕES

As atividades que envolvem a observação e generalização de padrões seguem um mesmo critério, em que é dada uma sequência (que pode ser numérica, figurativa ou figurativo- numérica1), solicitando-se gradativamente ao aluno a indicação de um termo da sequência, que pode começar pela posição mais próxima da última figura da sequência e ir se distanciando, ou questionar qual o termo que comparece numa posição qualquer, conforme exemplo no Quadro 1.

Quadro 1 – Exemplo de atividade envolvendo padrão.



- Utilizaram - se palitos para construir a sequência abaixo:

1. Quantos palitos são necessários para construir a figura seguinte?
2. Como cada figura é transforma na seguinte?
3. Quantos palitos são necessários para construir a vigésima figura?
4. Quantos palitos são necessários para construir a figura numa posição qualquer?

Fonte: Adaptado de Vale et al (2011, p. 27).

A ideia subjacente a esse tipo de atividade é que o estudante comece fazendo uma generalização próxima e, na continuação dos itens, chegue à generalização distante e/ou algébrica. Segundo Stacey (1989) a "generalização próxima" acontece quando o aluno, diante da questão envolvendo padrões, a resolve passo a passo desenhando ou contando. Por outro lado, a "generalização distante" é percebida quando o estudante vai além do limite prático razoável da abordagem passo a passo. Para Kaput (1999, p. 6) envolve deliberadamente:

> [...] estender a gama de raciocínio ou da informação além do caso ou casos considerados, explicitamente identificar e expor o traço comum nos casos, ou elevar o raciocínio ou a informação a um nível em que o foco não esteja mais sobre os casos ou das próprias situações, mas sim sobre os padrões, procedimentos, estruturas e através das relações entre eles (os quais, por sua vez, tornam-se novos objetos com um nível mais alto de raciocínio ou de comunicação).

Radford (2006, p. 5) define o processo da generalização algébrica como sendo aquela que:

[1] Vale e Pimentel (2015, p. 169) explicam que é o tipo de sequência em que, embora partindo de figuras geométricas, é feita uma exploração numérica. Exemplificam com a sequência da figura, quando consideramos a perspectiva de que os termos de ordem ímpar estão na vertical e os de ordem par na horizontal

> [...] é baseada na capacidade de perceber uma regularidade em alguns elementos de um conjunto S e ser capaz de usá-la para construir uma expressão direta de qualquer termo de S. Em outras palavras, a generalização algébrica de um padrão se baseia na identificação de uma regularidade local que é depois generalizada a todos os termos da sequência e que serve de garantia para a construção da expressão dos elementos da sequência que permanecem para além do campo perceptivo.

A respeito da importância de propor ao aluno situações que exijam generalização, é preciso salientar que vários pesquisadores, como Stacey (1989) e Mason (1988), há mais de três décadas se referem à relevância da generalização de padrões para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Constatamos assim, a importância da generalização de padrões para o ensino e aprendizagem da matemática e de sua real potencialidade para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Isso nos fez emergir o seguinte questionamento: O que realmente caracteriza tal pensamento?

Na discussão do grupo ficou patente a concepção dos alunos de que a educação algébrica se inicia concomitantemente com o surgimento das "letras", exatamente no 7.º ano, em conformidade com a experiência estudantil vivenciada pelos participantes. Para fundamentar tal discussão, nos respaldamos nas ideias de Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) sobre os caracterizadores do pensamento algébrico, que nos permitiram perceber que tal pensamento vai além da linguagem algébrica.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) apontam três momentos importantes no desenvolvimento do pensamento algébrico em função das fases evolutivas da linguagem algébrica: a *retórica*, ou verbal, que é abordada sem o uso de símbolos; a *sincopada*, com o surgimento dos símbolos; e a *simbólica*, em que a linguagem algébrica passa a ser representada somente por símbolos, além da utilização de sinais para expressar o pensamento algébrico.

Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) concluem que investigações matemáticas constituem-se num contexto rico de mobilização e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico dos alunos, além de representarem um momento rico e desafiador de aprendizagem, tanto para alunos quanto para professores.

Cientes de que as atividades envolvendo padrões são fortes aliadas no desenvolvimento do pensamento algébrico e que este envolve aspectos que vão além de simplesmente uma linguagem simbólica, descreveremos na seção seguinte os caracterizadores apontados por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e reforçados nos estudos de Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005).

## 4 CARACTERIZADORES DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 88) destacam que "o pensamento algébrico é um tipo especial de pensamento que pode se manifestar não apenas nos diferentes caminhos da Matemática, como também em outras áreas do conhecimento". Ao analisarem comparativamente as concepções de educação algébrica que se manifestaram ao longo da história do ensino da matemática e as concepções de álgebra subjacentes às leituras mais frequentes do desenvolvimento histórico desse campo de conhecimento, concluíram que repensar a educação algébrica implica, de algum modo, repensar a relação que se estabelece entre pensamento e linguagem:

> Acreditamos subsistir entre pensamento algébrico e linguagem não uma relação de subordinação, mas uma relação de natureza dialética, o que nos obriga, para melhor entendê-la, colocar a questão de quais seriam os elementos caracterizadores de um tipo de pensamento que poderia ser qualificado como algébrico. (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 85)

Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) apontam que as investigações matemáticas que podem ser realizadas por meio de atividades exploratório-investigativas podem levar os alunos a mobilizar e desenvolver os aspectos do pensamento algébrico listados no Quadro 2.

Quadro 2 – Caracterizadores do pensamento algébrico

| | |
|---|---|
| 1 | Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos. |
| 2 | Perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema. |
| 3 | Produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, reciprocamente, produzir vários significados para uma mesma expressão numérica. |
| 4 | Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas. |
| 5 | Transformar uma expressão aritmética em outra mais simples. |
| 6 | Desenvolver algum tipo de processo de generalização. |
| 7 | Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias. |
| 8 | Desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente. |

Fonte: Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005, p. 5).

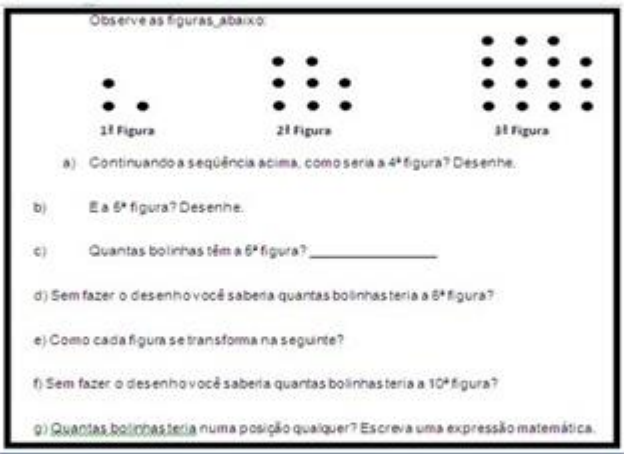
Esses caracterizadores podem ser observados nas atividades envolvendo padrões, as quais, de acordo com a pesquisa realizada por Baqueiro (2016), já podem ser aplicadas desde as séries iniciais para que, à medida que o estudante vá avançando nos níveis de ensino, tenha a possibilidade de ir se apropriando aos poucos da linguagem algébrica, desenvolvendo sua capacidade de interpretar, generalizar e abstrair conceitos matemáticos, de acordo com seu grau de estudo. Nesta pesquisa, optamos por aplicar e analisar atividades envolvendo padrões a alunos de um curso de licenciatura em matemática, visando descobrir os caracterizadores do pensamento algébrico presentes nas resoluções de tais atividades. A seguir, apresentaremos os procedimentos metodológicos desta pesquisa e os principais resultados.

## 5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O minicurso Padrões matemáticos: desafios e possibilidades foi realizado em dois dias e contou com a presença de seis alunos no primeiro dia e cinco no segundo. Compôs-se de duas etapas. Na primeira, sem qualquer menção ao tema 'generalização de padrões', aplicou-se um questionário aos discentes com o intuito de conhecer seu perfil e sua percepção sobre atividades envolvendo padrões matemáticos, por meio da questão exemplificada no Quadro 1. Somente após responderem o questionário é que o tema 'padrões matemáticos' foi-lhes apresentado, com exemplos de atividades envolvendo a generalização de padrões, incluindo a que constava no questionário.

No segundo dia, aplicou-se novo questionário, composto de duas partes, a primeira das quais continha uma nova atividade envolvendo generalização de padrões (Quadro 3).

Quadro 3 – Parte I do questionário apresentado aos alunos no segundo dia do minicurso.



Observe as figuras abaixo:

1ª Figura 2ª Figura 3ª Figura

a) Continuando a seqüência acima, como seria a 4ª figura? Desenhe.

b) E a 5ª figura? Desenhe.

c) Quantas bolinhas têm a 6ª figura? ______________

d) Sem fazer o desenho você saberia quantas bolinhas teria a 8ª figura?

e) Como cada figura se transforma na seguinte?

f) Sem fazer o desenho você saberia quantas bolinhas teria a 10ª figura?

g) Quantas bolinhas teria numa posição qualquer? Escreva uma expressão matemática.

Fonte: Adaptado de Souza e Diniz (2008, p. 27).

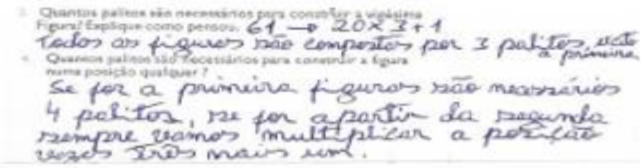
A parte II do questionário tinha como objetivo conhecer a opinião do licenciando sobre as possibilidades e desafios das atividades envolvendo padrões. A seguir, apresentaremos alguns dados coletados nos questionários sobre o perfil dos alunos pesquisados e algumas de suas concepções sobre o tema e mostraremos, com base nas atividades dos Quadros 1 e 3, os caracterizadores do pensamento algébrico presentes nas soluções dadas pelos participantes às atividades propostas.

## 6 INTERPRETANDO AS RESOLUÇÕES

A análise do primeiro questionário mostrou que dois dos seis licenciandos participantes exerciam a profissão de professores, sendo que um deles já havia aplicado atividades envolvendo padrões em sala de aula. Os demais ainda não lecionavam e/ou não conheciam formalmente o termo ‘padrão matemático’. Na atividade (Quadro 1), a maioria dos participantes conseguiu perceber a regularidade, estabelecendo assim relações/comparações entre padrões geométricos e utilizando uma linguagem sincopada e/ou simbólica para expressar seu pensamento em relação à questão proposta.

Dos seis alunos, quatro chegaram à generalização algébrica, conforme esperado, sendo que três utilizaram expressões do tipo: 3 (n – 1) + 4 e 4n – (n – 1) (onde n representa o número da posição da figura) e um não utilizou linguagem algébrica para expressar sua generalização (Figura 1).

Figura 1 – Protocolo do aluno que fez a generalização distante, mas não a expressou algebricamente

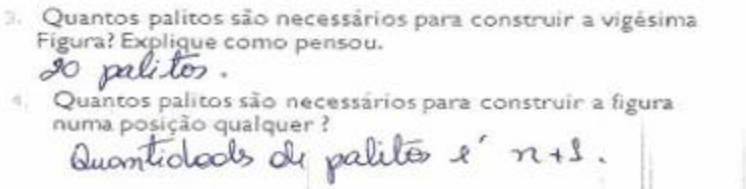


3. Quantos palitos são necessários para construir a vigésima Figura? Explique como pensou. 61 → 20×3+1
Todos as figuras são compostas por 3 palitos, exceto a primeira
4. Quantos palitos são necessários para construir a figura numa posição qualquer?
Se for a primeira figuras são necessários 4 palitos, se for a partir da segunda sempre vamos multiplicar a posição vezes três mais um.

Fonte: Dados da pesquisa.

Um aluno percebeu que a sequência do número de palitos era uma progressão aritmética de razão 3 e respondeu as questões 3 e 4 utilizando a fórmula $a_n = a_1 + (n - 1)r$ para cálculo do termo geral da progressão. Neste caso, o aluno foi capaz de responder a questão, porém nada podemos afirmar sobre seu poder de fazer generalizações algébricas. Apenas um aluno não conseguiu observar o padrão existente na sequência da figura e, consequentemente, não respondeu adequadamente a atividade (Figura 2).

Figura 2 – Protocolo do aluno que não conseguiu fazer a generalização distante.



3. Quantos palitos são necessários para construir a vigésima Figura? Explique como pensou.
20 palitos.
4. Quantos palitos são necessários para construir a figura numa posição qualquer?
Quantidade de palitos é n+1.

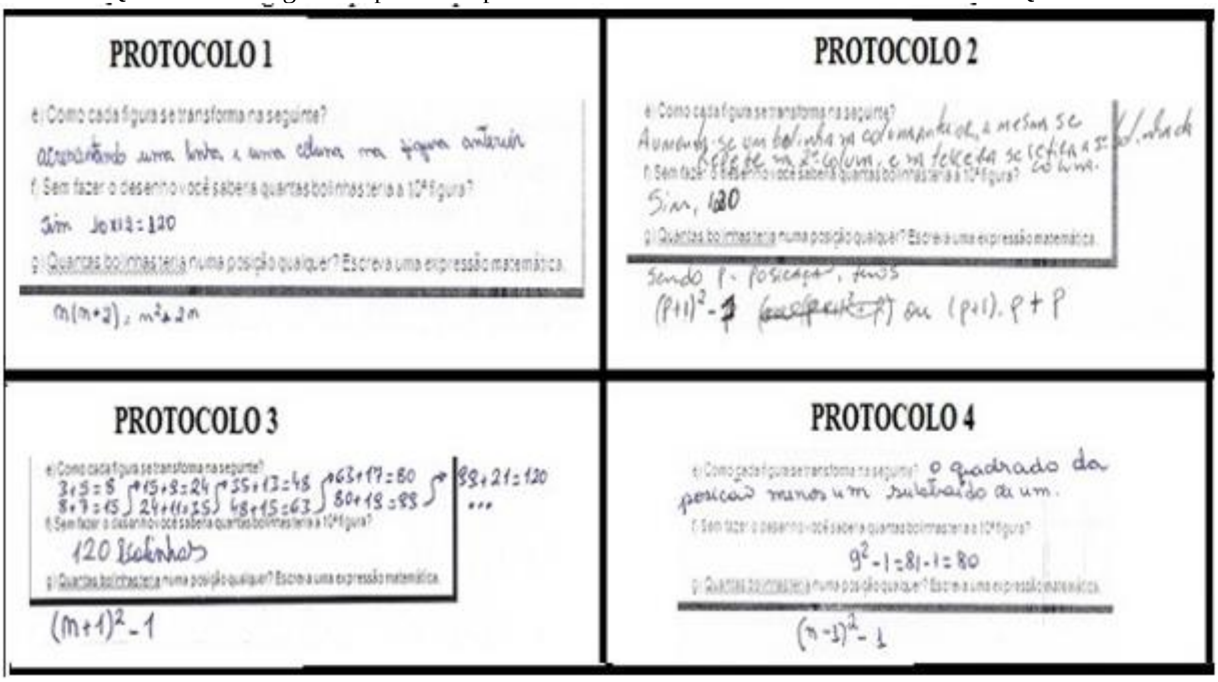
Fonte: Dados da pesquisa

Nessa primeira parte consideramos que todos os alunos envolvidos conseguiram expressar alguns dos caracterizadores do pensamento algébrico: percebem e tentam expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; desenvolvem algum tipo de processo de generalização; percebem e tentam expressar regularidades ou invariâncias; desenvolvem/criam uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente.

Ao aplicar a parte I do segundo questionário (Quadro 3), contamos com a presença de cinco alunos, sendo que apenas dois responderam o primeiro questionário. Nessa atividade, todos responderam corretamente os itens *a*, *b* e *c*, demonstrando habilidade em fazer *generalizações próximas*. As demais questões só foram respondidas por quatro dos participantes. Todos eles responderam “48 bolinhas” no item *d*, o que nos leva a concluir que conseguiram identificar uma regra para contar o número de bolinhas sem precisarem se ater ao desenho.

No item *e* o aluno do protocolo 3 (Quadro 4), expressa *simbolicamente* como ele percebeu a transformação das figuras, ou seja, na 2ª figura preservou as bolinhas da figura anterior e acrescentou mais 5 (3 + 5=8); na 3ª figura, as bolinhas da figura anterior mais 7 (8+7=15) e, assim, sucessivamente. Este é um modo recursivo de “ver” o padrão, onde a construção da sequência depende da figura anterior. Já os discentes dos protocolos 1, 2 e 4 (Quadro 4) esboçaram uma resposta à pergunta proposta, no entanto, notamos que os mesmos sentiram dificuldades para expressar, na linguagem natural, suas percepções da regularidade existente.

Quadro 4 – Imagens de parte dos protocolos dos alunos referentes a atividade do Quadro 3




Fonte: Dados da pesquisa.

Ainda com base nas imagens do Quadro 4 observamos que o item *f* foi respondido por todos, sendo que os discentes dos protocolos 1 e 4 expressaram a generalização por meio de uma *expressão numérica*, nos levando a perceber de imediato que conseguiram desenvolver o processo da *generalização distante*. Todavia, o estudante do último protocolo se confundiu com o sinal no item *e*, fazendo-o obter como resposta $(10-1)^2 -1 = 80$, ao invés de $(10 +1)^2 -1 = 120$.

No item *g*, verificamos que todos expressaram a generalização utilizando uma linguagem simbólica, ou seja, chegaram à *generalização algébrica*, sendo que o aluno do protocolo 4 apresentou uma expressão em conformidade com as respostas apresentadas nos itens *e* e *f*, nos quais confundiu-se com o sinal. Cabe ressaltar também que nos protocolos 2 e 3, os discentes não deixaram indícios de como chegaram a "regra" que os levaram à expressão algébrica. Percebemos com isso que deveríamos ter solicitado no item *f* uma posição mais distante, a 100ª por exemplo, seguida de uma justificativa de como fizeram o cálculo.

A partir das resoluções apresentadas acima e de nossas interpretações, constatamos que os quatro alunos demonstraram diversos dos caracterizadores algébricos apresentados por Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) (Quadro 5).

Quadro 5 – Caracterizadores apresentados pelos alunos.

| Caracterizadores do pensamento do algébrico | Protocolos | | | |
|---|---|---|---|---|
| | P1 | P2 | P3 | P4 |
| Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos. | × | × | × | × |
| Perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema. | × | | × | × |
| Produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, reciprocamente, produzir vários significados para uma mesma expressão numérica. | | | | |
| Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas. | | | | |
| Transformar uma expressão aritmética em outra mais simples. | | | | |
| Desenvolver algum tipo de processo de generalização. | × | × | × | × |
| Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias. | × | × | × | × |
| Desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente. | × | × | × | × |

Fonte: Dados da pesquisa.

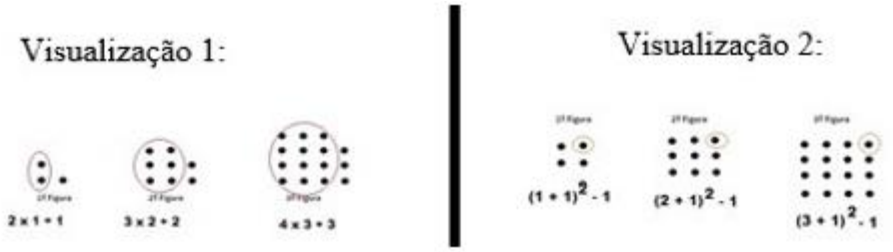
## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As análises dos protocolos desenvolvidos através de atividades exploratório- investigativas nos possibilitaram perceber os caracterizadores do pensamento algébrico presentes em alunos do ensino superior. Embora a maioria dos participantes tenham tido o primeiro contato com a atividade envolvendo padrões durante o minicurso, demostraram interesse para resolver as questões propostas. A seu modo, cada aluno conseguiu visualizar um tipo de regularidade nas sequências.

Segundo Vale e Pimentel (2011, p. 29), “é importante que os estudantes consigam perceber que diferentes modos de ver a figura conduzirão, eventualmente, a expressões diferentes (pois traduzem modos diferentes de ver), mas que são equivalentes”.

Poderíamos tomar como exemplo as expressões algébricas $(p+1)$  $p + p$ e $(p + 1)^2 – 1$ (Quadro 4), que são equivalentes e cujo modo de “ver” poderia ser:

Figura 1 – Nossa interpretação acerca das visualizações das expressões $(p + 1)$  $p + p$ e $(p + 1)^2 – 1$.




Fonte: Autoria própria

No item *g* dos protocolos 1 e 2 (Quadro 4), os licenciandos produziram dois significados diferentes para uma mesma expressão algébrica, no entanto, tal caracterizador não é contemplado em nosso referencial teórico. Descobrimos posteriormente que Hamazaki (2010), em seus estudos, utilizou na análise e tratamento dos seus dados, um quadro com 13 caracterizadores do pensamento algébrico baseados em Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) e Ursini *et al*. (2005), e que um dos aspectos apontados nesse quadro é que o aluno *consiga produzir mais de um modelo aritmético/algébrico ou geométrico para uma situação- problema*.

Consideramos que atividades envolvendo padrões possuem grande potencial para o estudo dos caracterizadores do pensamento algébrico, visto que os pesquisados expressaram alguns aspectos desse pensamento, entre eles: estabelecer relações/comparações de padrões geométricos; perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; desenvolver algum tipo de processo de generalização; perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias; desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente e ainda produzir mais de um modelo algébrico para uma mesma sequência.

Concluímos com o depoimento de um dos participantes que relata sua experiência após a resolução das atividades:

Atividades desse tipo ajuda a desenvolver o raciocínio lógico e a compreender melhor a generalização pois partimos de 1 exemplo e conseguimos encontrar resultados para os exemplos. Dessa forma é possível ir construindo passo a passo o conhecimento e a abstração que é importante para diversos assuntos matemáticos.

## REFERÊNCIAS

BAQUEIRO, G. D. S. Achados sobre generalização de padrão ao "garimpar" pesquisas brasileiras de educação matemática (2003-2013). Tese de doutorado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. 2016. São Paulo.

DEVLIN, K. Life by the numbers. NY: John Wiley & Sons, 1998.

DEVLIN, K. Matemática: a ciências dos padrões. Tradução por Alda Maria Durães. Porto, Portugal: Porto, 2002.

FERRINI-MUNDY, J.; LAPPAN, G.; PHILLIPS, E. Experiences with Patterning. Reston, Va.: National Council of teachers of Mathematics, 2000), 1997, pp. 112-119. Disponível em: <http://sdcounts.tie.wikispaces.net/file/view/experiences+with+patterning.pdf>. Acesso em 29 de março de 2016.

FIORENTINI, Dario; FERNANDES, Fernando L. P.; CRISTÓVÃO, Eliane M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. 2005. Disponível em: <ftp://ftp.cefetes.br/cursos/Matematica/Alex/06-Um%20estudo%20das%20potencialidades%20pedagogicas.pdf>. Acesso em: 29 de março de 2016.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. Pro-posições, Campinas: Cortez Editora, vol. 4, nº 1(10), p. 78-91, mar. 1993.

HAMAZAKI, A. C. Análise da situação de aprendizagem sobre equações e inequações logarítmicas apresentada no Caderno do Professor de 2009 do Estado de São Paulo.
Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. 2010. São Paulo.

KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra. In: Fennema, E.; Romberg, T. (Eds.) Mathematics classrooms that promote understanding. Mahwah, NJ: Erlbaum, 1999, p. 133–155. Disponível em: <http://cimm.ucr.ac.cr/eudoxus/Algebra%20Teaching/> Acesso em: 29 de março de 2016.

MASON, J. Expressing Generality and Roots of Algebra. In: BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. Approaches to Algebra: Perspectivs for Research and Teaching. KluwerAcademicPublishers, p. 65-86.1996.

MASON, J.; GRAHAM, A.; PIMM, D.; GOWAR, N. Routes to / Roots of Álgebra. Great Britain: Ed. Thomson Ltda, East Kilbride, Scotland, 1988.

RADFORD, L. Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In: ALATORRE, S.; CORTINA, J.; SÁIZ, M.; MÉNDEZ, A. (Eds.) 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Proceedings... 1, 1-2. 2006.

SOUZA, E. R. Diniz, M. S. V. Álgebra: Das Variáveis as Equações e Funções. São Paulo: IME – USP, 2008.

STACEY, K. Finding and Using Patterns in Linear Generalising Problems. Educational Studies in Mathematics, 20(2), 147-164. 1989.

URSINI, S. et al. Enseñanza de álgebra elemental: una propuesta alternativa. México: Trillas, 2005.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Padrões: um tema transversal do currículo. Revista Educação e Matemática, Lisboa, n. 85, p. 14-20, nov.-dez. 2005.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Padrões Visuais, Generalização e Raciocínio. In: MACHADO, S. D. A.; BIANCHINI, B. L.; MARANHÃO, C. S. A. (Orgs.). Teoria elementar dos números- da educação básica à formação dos professores que ensinam matemática. São Paulo: Iglu, 2015. p. 167-198.

VALE, I.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; PIMENTEL, T., BORRALHO, A.; CABRITA, I.; BARBOSA, E. Padrões em matemática: uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico. Lisboa: Texto, 2011.