

**Modelamento não linear de dois elos de um robô de três graus de liberdade****Nonlinear modeling of two links of a three degrees of freedom robot**

DOI:10.34117/bjdv6n3-217

Recebimento dos originais: 06/02/2020

Aceitação para publicação: 16/03/2020

**José Antonio Riul**

Doutor em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal da Paraíba  
Universidade Federal da Paraíba  
Cidade Universitária, Conjunto Castelo Branco, João Pessoa – PB, Brasil  
E-mail: riul@ct.ufpb.br

**Paulo Henrique Montenegro**

Doutor em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal da Paraíba  
Universidade Federal da Paraíba  
Cidade Universitária, Conjunto Castelo Branco, João Pessoa – PB, Brasil  
E-mail: paulo@ct.ufpb.br

**Naor Moraes Melo**

Doutor em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal da Paraíba  
Universidade Federal da Paraíba  
Cidade Universitária, Conjunto Castelo Branco, João Pessoa – PB, Brasil  
E-mail: naor@ct.ufpb.br

**RESUMO**

O objetivo do presente trabalho é o modelamento não linear de dois elos de um robô manipulador de três graus de liberdade (3 GDL). O robô manipulador é composto por duas juntas rotacionais e uma prismática. Neste trabalho, modelos considerando não linearidades de saída, conhecidos como modelos caixa preta, serão obtidos usando dados coletados dos elos 1 e 3 do robô e considerando o acoplamento dinâmico entre os elos. Neste trabalho foram obtidos 3 modelos para cada elo do robô; e os modelos de números 1.1 e 1.3 foram escolhidos como os melhores, com base nos índices de desempenho obtidos e na quantidade de parâmetros de ambos. Finalizando, as Figuras 4 e 5 mostram as respostas obtidas usando-se os modelos escolhidos.

**Palavras-Chave:** Robótica, Sistemas não lineares, Identificação

**ABSTRACT**

The objective of the present work is the nonlinear modeling of two links of a three degree of freedom manipulator robot (3 GDL). The manipulator robot is composed of two rotational joints and one prismatic. In this work models considering nonlinearity outputs, known as black box models, will be obtained using data collected from links 1 and 3 of the robot and considering the dynamic coupling between links. In this work 3 models were obtained for each robot link; and the models of numbers 1.1 and 1.3 were chosen as the

best, based on the performance indices obtained and the number of parameters of both. Finally, Figures 4 and 5 show the answers obtained using the chosen models.

**Keywords:** Robotics, Nonlinear system, Identification

## 1 INTRODUÇÃO

O objetivo do presente trabalho é o modelamento não linear de dois elos de um robô manipulador de três graus de liberdade (3 GDL). O robô manipulador é composto por duas juntas rotacionais e uma prismática. Um moto-redutor com inversor de frequência e duas válvulas eletropneumáticas são utilizados para o acionamento do robô. Existem regimes dinâmicos que não podem ser representados por modelos lineares; nesses casos o uso de modelos não lineares é indispensável. Modelos de robôs, conhecidos como modelos caixa branca (Craig, 1989; Spong e Vidyasagar, 1989), que são acoplados e não lineares podem ser obtidos usando equações de Newton-Euler ou Lagrange. Neste trabalho modelos não lineares (Riul e Montenegro, 2015; Riul et al., 2016), conhecidos como modelos caixa preta, serão obtidos usando dados coletados dos elos 1 e 3 do robô e considerando o acoplamento dinâmico entre eles. Nos modelos a serem obtidos serão consideradas não linearidades de saída, sendo considerados lineares os parâmetros do robô. Um modelo paramétrico descrito por uma equação a diferença, com não linearidade de saída é usado para solução de equações diferenciais não lineares. Finalizando serão apresentados resultados obtidos através dos modelos gerados.

## 2 DESCRIÇÃO DO SISTEMA

Robô Manipulador de 3 GDL mostrado na Fig. 1 é composto de duas juntas rotacionais e uma prismática. A junta 1 rotacional é acionada por um moto-redutor alimentado por um inversor de frequência e movimenta o elo 1 do robô. Este elo é uma coluna cilíndrica e tem um deslocamento angular máximo de  $160^\circ$ , medido através de um potenciômetro. O movimento da junta 1 é transmitido para o elo 1 através de duas polias e uma correia dentada. A junta 2 rotacional é acionada por um sistema eletropneumático composto por uma válvula eletropneumática e um cilindro pneumático e movimenta o elo 2 do robô. Este elo é um perfil U e tem um deslocamento angular máximo de  $45^\circ$ , medido através de um potenciômetro.

Figura 1 - Robô manipulador de 3 GDL



O movimento da junta 2 é transmitido para o elo 2 através do deslocamento do pistão do cilindro pneumático. A junta 3 prismática é acionada por uma válvula eletropneumática e movimenta o elo 3 do robô que é a haste de um pistão de 500 mm de curso, de um cilindro pneumático fixado no interior do perfil U (elo 2). O deslocamento linear da haste do pistão é medido através de uma régua potenciométrica. Um computador PC é utilizado para enviar comandos de acionamento ao moto-redutor através do inversor de frequência e para as duas válvulas eletropneumáticas e para receber os sinais dos sensores potenciométricos.

A comunicação do robô com o computador é realizada através de duas placas de entrada e saída de dados NI USB-6009, utilizando um programa computacional nas plataformas LabView e Matlab. Considerando as características de tensão e capacidade máxima de corrente das placas de entrada e saída de dados foi inserido um amplificador de potência para servir como fonte de suprimento aos elementos de acionamento do robô manipulador.

**3 IDENTIFICAÇÃO NÃO LINEAR DO ROBÔ**

A identificação de sistemas é uma área do conhecimento que estuda técnicas alternativas de modelagem matemática (Aström e Wittenmark, 1995; Rúbio e Sanchez, 1996; Coelho e Coelho, 2004). Uma das características dessas técnicas é que pouco ou nenhum conhecimento prévio do sistema é necessário e, conseqüentemente, tais métodos são referidos como modelagem (ou identificação) caixa preta ou modelagem empírica (Aguirre, 2000).

Modelos matemáticos não lineares de sistemas, podem ser obtidos utilizando-se a série de Volterra (Isermann et al.,1992). O modelo paramétrico Eq. (1) é apropriado para estimação de parâmetros tendo como base os sinais de entrada e de saída de um sistema SISO, com não linearidade na saída.

$$v(k) = -\sum_{i=1}^m a_i v(k-i) - \sum_{\beta=0}^h \sum_{i=1}^m a_{2\beta i} v(k-i)v(k-i-\beta) - \dots$$

$$\sum_{\beta_1=0}^h \sum_{\beta_2=\beta_1}^h \dots \sum_{\beta_{p-1}=\beta_{p-2}}^h \sum_{i=1}^m a_{p\beta_1 \dots \beta_{p-1} i} v(k-i) \prod_{\xi=1}^{p-1} v(k-i-\beta_{\xi}) + \sum_{i=1}^m b_i u(k-d-i) + c_{ss}$$
(1)

Onde:

m – ordem do modelo do sistema;

d – atraso de transporte;

p – grau de não linearidade do modelo do sistema;

h – horizonte;

$c_{ss}$  – nível DC

Desenvolvendo a Eq. (1), com  $c_{ss} = 0$ , de grau de não linearidade na saída, com os parâmetros da Tabela 1, chega-se aos modelos mostrados nas Eqs. (2), (3) e (4).

Tabela 1 – Parâmetros para grau de não linearidade de saída

modelo	p	m	d	h
1	2	1	0	1
2	2	2	0	1
3	3	1	0	1

$$v(k) = [-a_1 \quad -a_{201} \quad -a_{211} \quad b_1] \begin{bmatrix} v(k-1) \\ v^2(k-1) \\ v(k-1)v(k-2) \\ u(k-1) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$v(k) = [-a_1 \quad -a_2 \quad -a_{201} \quad -a_{211} \quad -a_{202} \quad -a_{212} \quad b_1 \quad b_2] \begin{bmatrix} v(k-1) \\ v(k-2) \\ v^2(k-1) \\ v(k-1)v(k-2) \\ v^2(k-2) \\ v(k-2)v(k-3) \\ u(k-1) \\ u(k-2) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$v(k) = [-a_1 \quad -a_{201} \quad -a_{211} \quad -a_{3001} \quad -a_{3011} \quad -a_{3111} \quad b_1] \begin{bmatrix} v(k-1) \\ v^2(k-1) \\ v(k-1)v(k-2) \\ v^3(k-1) \\ v^2(k-1)v(k-2) \\ v(k-1)v^2(k-2) \\ u(k-1) \end{bmatrix} \quad (4)$$

Para análise nos dois elos do robô manipulador, e considerando o acoplamento dinâmico entre eles, as Eqs. (2), (3) e (4) são reescritas conforme a Eq. (5), por se tratar o robô de um sistema MIMO, onde dois graus de liberdade serão modelados, com excitações nos elos 1 e 3;  $u_1(k)$  e  $u_3(k)$  e respostas;  $\theta_1(k)$  e  $r_3(k)$

$$[v(k)] = [\psi(k)][\varphi(k)] \quad (5)$$

Onde:

$[v(k)]$  – vetor de saída;

$[\psi(k)]$  – matriz de parâmetros;

$[\varphi(k)]$  – vetor de medidas.

Na Equação (5), o vetor de medidas é utilizado para obtenção das saídas  $\theta_1(k)$  e  $r_3(k)$ .

Usando a Eq. (5), para os modelos dados pelas Eqs. (2), (3) e (4), omitindo-se o tempo discreto  $k$  dos parâmetros  $a_i$  e  $b_j$  e renomeando os parâmetros dos modelos do robô, tem-se os modelos de dois graus de liberdade:

- Modelo 1M

$$[\varphi^T(k)] = [\theta_1(k-1) \quad \theta_1^2(k-1) \quad \theta_1(k-1)\theta_1(k-2) \quad r_3(k-1) \quad r_3^2(k-1) \\ r_3(k-1)r_3(k-2) \quad u_1(k-1) \quad u_3(k-1)] \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_1(k) \\ \psi_3(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -a_5 & -a_6 & b_1 & b_2 \\ -a_7 & -a_8 & -a_9 & -a_{10} & -a_{11} & -a_{12} & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$[v(k)] = \begin{bmatrix} \theta_1(k) \\ r_3(k) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Onde:

$\psi_i(k)$  - parâmetros dos elos 1 e 3 do robô;

$\varphi_i(k)$  - vetor de medidas dos elos 1 e 3 do robô,

$v_i(k)$  - saídas dos elos 1 e 3 do robô;

$i = 1$  e  $3$ .

- Modelo 2M

$$[\varphi^T(k)] = [\theta_1(k-1) \quad \theta_1(k-2) \quad \theta_1^2(k-1) \quad \theta_1(k-1)\theta_1(k-2) \quad \theta_1^2(k-2) \\ \theta_1(k-2)\theta_1(k-3) \quad r_3(k-1) \quad r_3(k-2) \quad r_3^2(k-1) \quad r_3(k-1)r_3(k-2) \\ r_3^2(k-2) \quad r_3(k-2)r_3(k-3) \quad u_1(k-1) \quad u_1(k-2) \quad u_3(k-1) \quad u_3(k-2)] \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_1(k) \\ \psi_3(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -a_5 & -a_6 & -a_7 & -a_8 & -a_9 & -a_{10} & -a_{11} & -a_{12} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ -a_{13} & -a_{14} & -a_{15} & -a_{16} & -a_{17} & -a_{18} & -a_{19} & -a_{20} & -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} & -a_{24} & b_5 & b_6 & b_7 & b_8 \end{bmatrix} \quad (10)$$

- Modelo 3M

$$[\varphi^T(k)] = [\theta_1(k-1) \quad \theta_1^2(k-1) \quad \theta_1(k-1)\theta_1(k-2) \quad \theta_1^3(k-1) \quad \theta_1^2(k-1)\theta_1(k-2) \\ \theta_1(k-1)\theta_1^2(k-2) \quad r_3(k-1) \quad r_3^2(k-1) \quad r_3(k-1)r_3(k-2) \quad r_3^3(k-1) \\ r_3^2(k-1)r_3(k-2) \quad r_3(k-1)r_3^2(k-2) \quad u_1(k-1) \quad u_3(k-1)] \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_1(k) \\ \psi_3(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -a_5 & \dots & -a_{11} & -a_{12} & b_1 & b_2 \\ -a_{13} & -a_{14} & -a_{15} & -a_{16} & -a_{17} & \dots & -a_{23} & -a_{24} & b_3 & b_4 \end{bmatrix} \quad (12)$$

A estimação dos parâmetros dos modelos não lineares dos elos do robô manipulador sob análise, descritos anteriormente, é realizada através do algoritmo dos Mínimos Quadrados Recursivo (MQR), dado pelas Eqs. (13), (14), (15) e (16) (Aguirre, 2000; Coelho e Coelho, 2004).

$$\varepsilon(k+1) = y(k+1) - \varphi^T(k+1)\psi(k) \quad (13)$$

$$K(k+1) = \frac{p(k)\varphi(k+1)}{\lambda + \varphi^T(k+1)p(k)\varphi(k+1)} \quad (14)$$

$$\psi(k+1) = \psi(k) + K(k+1)\varepsilon(k+1) \quad (15)$$

$$p(k+1) = \frac{1}{\lambda} \left\{ p(k) - \frac{p(k)\varphi(k+1)\varphi^T(k+1)p(k)}{\lambda + \varphi^T(k+1)p(k)\varphi(k+1)} \right\} \quad (16)$$

A qualidade dos modelos estimados pode ser verificada utilizando diversas técnicas; entre elas, pode-se investigar a magnitude de certos índices de desempenho. Os modelos determinados neste artigo serão avaliados através do somatório do erro quadrático (SEQ), dado pela Eq. (17) e do coeficiente de correlação múltipla ( $R^2$ ), dado pela Eq. (18) (Coelho e Coelho, 2004).

$$SEQ_i = \sum_{k=1}^N [v_i(k) - \hat{v}_i(k)]^2 \quad (17)$$

$$R_i^2 = 1 - \frac{\sum_{k=1}^N [v_i(k) - \hat{v}_i(k)]^2}{\sum_{k=1}^N [v_i(k) - \bar{v}_i]^2} \quad (18)$$

Onde:

$\hat{v}_i(k)$  e  $\bar{v}_i(k)$  - saída estimada do elo  $i$  e média da saída real do elo  $i$ ;

$i = 1, 3$  - elos 1 e 3 do robô;

$\varepsilon_i(k+1) = v_i(k) - \hat{v}_i(k)$  - erro de previsão do elo  $i$ .

Quando o valor do coeficiente de correlação múltipla,  $R^2$  é igual a unidade, indica uma exata adequação do modelo para os dados medidos do sistema e para  $R^2$  entre 0,9 e 1,0; o modelo pode ser considerado suficiente para muitas aplicações práticas. Valor mais baixo do somatório do erro quadrático, SEQ, para o conjunto de dados de teste indica o melhor modelo.

Os modelos matemáticos não lineares dos elos do robô manipulador em estudo são obtidos através da identificação paramétrica. Os dados que compõem o vetor de medidas, são as excitações enviadas do computador para as juntas 1 e 3 do robô;  $u_1(k)$ ,  $u_3(k)$ , e as respostas obtidas, que são as posições angular e linear dos elos 1 e 3;  $v_1(k) = \theta_1(k)$ ,  $v_3(k) = r_3(k)$ . Com a solução da Eq. (15), obtêm-se os parâmetros estimados  $\psi_i(k)$  de cada um dos modelos 1M, 2M, 3M, dos elos 1 e 3 do robô manipulador; e com a solução da Eq. (5), as saídas estimadas  $v_1(k) = \theta_1(k)$  e  $v_3(k) = r_3(k)$  são obtidas.

## 4 RESULTADOS

Os resultados dos desempenhos dos modelos obtidos são apresentados na Tab. 2; onde estão os índices de desempenho obtidos para os dois elos do robô, e o número de parâmetros de cada modelo. Observa-se que o coeficiente de correlação múltipla produziu valores quase idênticos para os três modelos em cada um dos elos, o SEQ mostrou comportamentos semelhantes para o elo 1 nos três modelos já no elo 2 maiores diferenças foram encontradas. Os modelos 1.1 e 1.3 foram escolhidos como os melhores diante dos coeficientes de desempenho obtidos e de serem os modelos com menores números de parâmetros. São os modelos que se apresentam vantajosos por serem mais simples do ponto de vista do esforço de processamento computacional, nas aplicações de controladores adaptativos em tempo real. A Figura 2 mostra os sinais reais de entrada e saída do elo 1 do robô manipulador, e como o

motor utilizado era de corrente alternada, a inversão do sentido de rotação do elo 1 era obtida através do sinal inversão. A Figura 3 mostra os sinais reais de entrada e saída do elo 3. As Figura 4 e 5 mostram as saídas reais e estimadas dos elos 1 e 3 do robô; sendo as saídas estimadas obtidas utilizando-se os modelos 1.1 e 1.3.

Tabela 2 – Índices de Desempenho dos Modelos

Modelo	Elo	p	m	Correlação Múltipla	SEQ	Nº de Parâmetros
1.1	1	2	1	0,997	4,42	8
1.3	3	2	1	0,997	45,55	8
2.1	1	2	2	0,997	4,38	16
2.3	3	2	2	0,998	36,4	16
3.1	1	3	1	0,997	4,46	14
3.3	3	3	1	0,998	30,26	14

Figura 2 - Sinais de entrada e saída do elo 1 do robô.

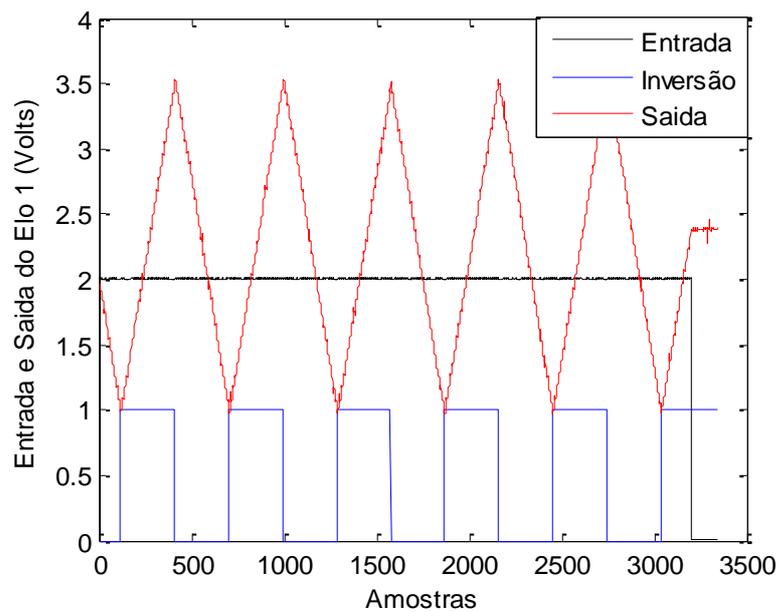


Figura 3 - Sinais de entrada e saída do elo 3 do robô.

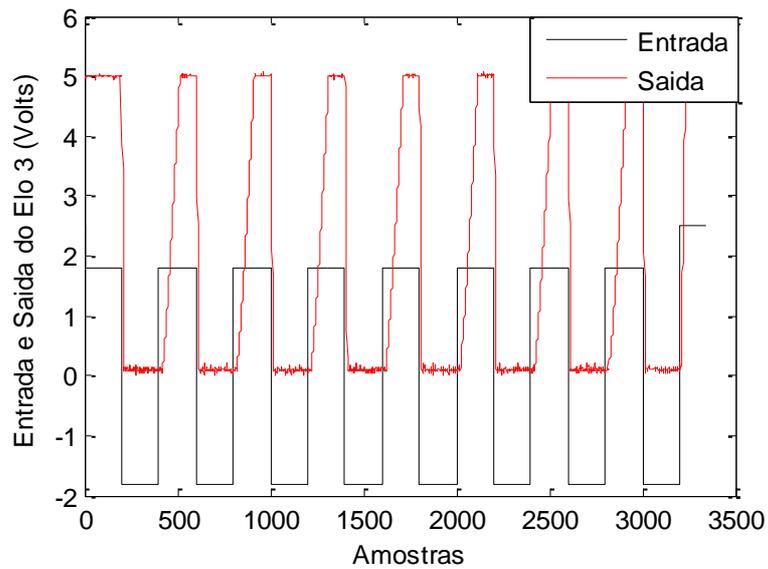


Figura 4 - Saídas real e estimada do elo 1 do robô (modelo 1).

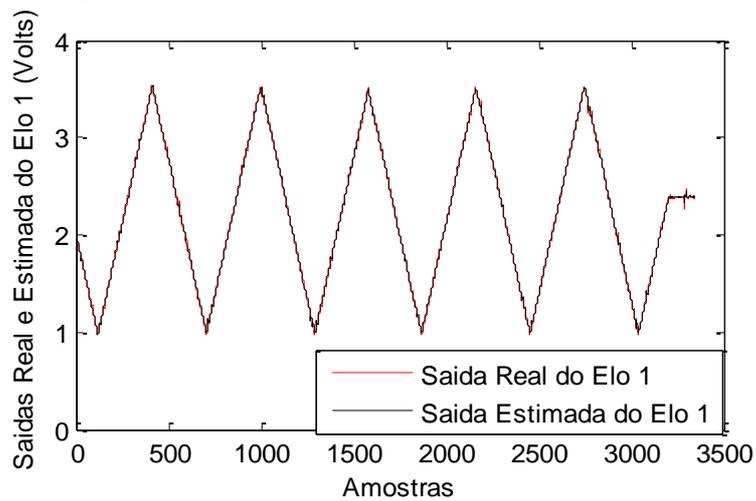
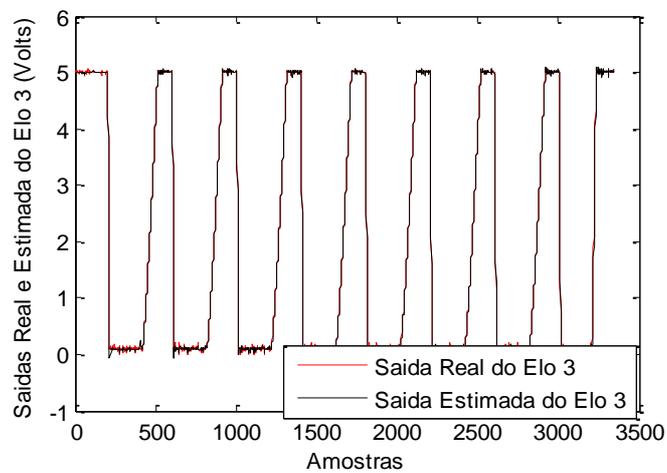


Figura 5 - Saídas real e estimada do elo 3 do robô (modelo 1).



**5 CONCLUSÃO**

Este trabalho apresentou técnica de identificação não linear de dois elos de um robô manipulador de três graus de liberdade. A identificação dos modelos foi realizada utilizando-se o algoritmo dos mínimos quadrados recursivo MQR, considerando a dinâmica dos dois elos do robô acoplada.

Três modelos não lineares considerando não linearidade de saída de graus 2 e 3 foram obtidos. Os modelos 1.1 e 1.3 são os mais indicados para implementação em controladores adaptativos, dado os valores do seu coeficiente de correlação múltipla e de suas quantidades de parâmetros.

**REFERÊNCIAS**

Aguirre, L. A., 2000. *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*, 2ª edição, Belo Horizonte, MG, UFMG.

Åstrom, K. J., Wittenmark, B., 1995. *Adaptive Control*. 2ª ed., New York: Ed. Addison Wesley Publishing Company, Inc.

Coelho, A.A.R., Coelho, L.S., 2004. *Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares*. 1ª ed., Florianópolis: Ed. Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.