

**Transformada wavelet de fourier aplicada a análise de sinais ruidosos****Transformed fourier wavelet applied to the analysis of noisy signals**

DOI:10.34117/bjdv5n6-151

Recebimento dos originais: 25/04/2019

Aceitação para publicação: 07/05/2019

**Reynerth Pereira da Costa**

Graduado em Física pela Universidade do Estado do Amazonas-UEA

Instituição: Universidade do Estado do Amazonas-UEA

Endereço: Estrada Odovaldo Novo Km1, sn, Djard Vieira, Paritins-AM, Brasil

E-mail: preynerth@gmail.com

**José Luiz da Silva de Souza**

Graduado em Física pela Universidade do Estado do Amazonas-UEA

Instituição: Universidade do Estado do Amazonas-UEA

Endereço: Estrada Odovaldo Novo Km1, sn, Djard Vieira, Paritins-AM, Brasil,

E-mail: jlfsicatural@gmail.com

**Francisco Otávio Miranda**

Doutor em Clima e Ambiente pelo Instituto Nacional de Pesquisa da Amazona-INPA

Instituição: Universidade do Estado do Amazonas-UEA

Endereço: Estrada Odovaldo Novo Km1, sn, Djard Vieira, Paritins-AM, Brasil,

E-mail: francisco31miranda@gmail.com

**RESUMO**

Neste trabalho são analisados sinais ruidosos construídos a partir de Transformadas de Fourier. Com a obtenção destes sinais (sintéticos), foi inserido um ruído de alta frequência com o objetivo de verificar quais distorções ele poderia causar na análise deste tipo de sinal. Verificou-se então na construção de escalogramas de fase com a transformada Wavelet complexa de Morlet que a inserção do ruído de alta frequência não só insere fortes distorções no sinal, como também prejudica fortemente a detecção de qualquer possível estrutura que eventualmente possa existir nesse sinal. O passo seguinte deverá ser o de comparar estes efeitos aos observados em dados reais, preferencialmente medidos na atmosfera tropical, como medidas associadas a campos de velocidade do vento.

**Palavras-chave:** Sinal Ruidoso, Transformado de Fourier, Transformada Wavelet, Análise de Sinais.

**ABSTRACT**

In this work, noisy signals constructed from Fourier Transform are analyzed. With the obtaining of these (synthetic) signals, a high frequency noise was inserted in order to verify what distortions it could cause in the analysis of this type of signal. It was then verified in the construction of phase scales with the complex Morlet Wavelet transform that the

insertion of the high frequency noise not only inserts strong distortions in the signal, but also strongly impairs the detection of any possible structure that may exist in that signal. The next step should be to compare these effects to those observed in real data, preferably measured in the tropical atmosphere, as measurements associated with wind speed fields.

**Keywords:** Noise Signal, Fourier Transform, Wavelet Transform, Signal Analysis.

## 1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos a teoria de Wavelet ganhou espaço, dando sua contribuição nas pesquisas de diversas áreas como na Física, Engenharia, Matemática entre outras. O trabalho de J. Morlet sobre dados sísmicos exibiram conteúdos de frequência que mudavam frequentemente ao um intervalo de tempo, para os quais a transformada de Fourier não era adequada tratar a análise dos dados, era preciso uma ferramenta onde pudesse satisfazer a análise de Morlet. Através de ferramentas matemáticas pode desenvolver uma nova ferramenta de transformada, com isso veio surgimento do termo Wavelets (Daubechies, 1992; Farge, 1992). No presente trabalho serão apresentados exemplos de sinais sintéticos criados utilizando a transformada de Fourier e analisados a partir da aplicação da transformada Wavelet ortogonal e contínua gerados através do software MatLab®, onde pode ser realizada a manipulação dos dados. Assim, foi comparado os sinais sintéticos com as análises dos fenômenos dos sinais reais, ou seja, sinais encontrados na natureza.

O objetivo aqui é o de verificar através da construção de escalogramas de energia e fase (utilizando as flutuações da parte real dos coeficientes da Wavelet Complexa de Morlet), como ruídos de alta frequência podem influenciar negativamente na identificação de fenômenos como o dobramento de período associados às séries temporais turbulentas medidas acima de floresta. Para isso, devem-se utilizar séries temporais sintéticas, nas quais serão inseridas frequências cuja razão entre si deverá ser múltiplos inteiros que obedecem a constante de Feigenbaum e conseqüentemente apresentam dobramento de período. Depois de perfeitamente analisados os dobramentos nos sinais sintéticos, um ruído de alta frequência será introduzido neste sinal e os testes serão refeitos para verificar as distorções causadas pela inserção do ruído no sinal analisado. Verificadas as distorções impostas pelo ruído no sinal sintético, sabendo-se que os sinais medidos acima de floresta (como os que serão utilizados aqui) são claramente ruidosos, foram realizadas comparações destes sinais sintéticos com os reais para tentar identificar qual a influência do ruído na detecção do dobramento de período em séries temporais reais (Como aqueles analisados por Farias, 2017).

**2 ELEMENTOS TEÓRICOS**

Neste tópico serão apresentados alguns dos fundamentos teóricos utilizados como base neste trabalho. Estes fundamentos fornecem elementos de convicção para os resultados aqui obtidos.

**2.1. TRANSFORMADA DE FOURIER**

Transformada de Fourier é uma das aplicações mais utilizadas para observar o espectro de frequências geofísicas e séries temporais (de Souza, 2019). A Transformada de Fourier é uma ferramenta útil para extrair informação global de sinais de onda. No entanto, se um sinal é alterado em uma pequena vizinhança em determinado momento todo o espectro pode ser afetado. “Sinais não estacionários que aparecem somente em um curto intervalo de tempo pode não ser detectado por análise de Fourier, porque estes sinais são calculados em média todo o domínio do tempo” (Distefano et al., 1997).

Podemos analisar genericamente funções  $x(t)$  e  $y(t)$  para fazer uma análise de como a Transformada de Fourier atua sobre um sinal, deste caso é sintético, onde a linearidade atua sobre elas, aplicando a transformada de Fourier essas funções se comportam de maneira que a superposição das funções senos e cossenos têm soluções analíticas, respectivamente a soma dessa função  $x(t) + y(t)$  também tem aplicação com a transformada de Fourier  $X(f) + Y(f)$ . Esta propriedade é estabelecida da seguinte forma (Gasquet e Witomski, 1990):

$$X(\omega) = F[f(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt + \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{-j\omega t} dt \quad 2.1.1$$

$$f(t) = F^{-1}[X(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad 2.1.2$$

Desta forma, Transformada de Fourier para qualquer função integrável no tempo  $f(t)$ , é representado na equação 2.1.1, sua transformada inversa na equação 2.1.2, onde  $\omega$  representa a frequência angular do sinal,  $F$  o operador de Fourier,  $j$  o número complexo que na literatura vale  $\sqrt{-1}$ . Para a primeira análise de tratamento de sinais adotamos a transformada de Fourier. É de considerável importância porque reflete a aplicabilidade de uma transformada para análise de sistema linear (completa).

Para ilustrar essa propriedade. Considere os pares de transformada de Fourier dadas por Stull, 1988):

$$x(t) = K \leftrightarrow X(f) = K\delta(f) \quad 2.1.3$$

$$y(t) = A \cos(2\pi f_0 t) \leftrightarrow Y(f) = \frac{A}{2} \delta(f - f_0) + \frac{A}{2} \delta(f + f_0) \quad 2.1.4$$

Pelo teorema da linearidade:

$$\begin{aligned} x(t) + y(t) &= K + A \cos(2\pi f_0 t) \leftrightarrow X(f) + Y(f) \\ &= K\delta(f) + \frac{A}{2} \delta(f - f_0) + \frac{A}{2} \delta(f + f_0) \end{aligned} \quad 2.1.5$$

Pela condição de simetria se  $h(t)$  e  $H(f)$ , são funções par ou impar, isso estabelecer que:

$$H(-t) \leftrightarrow h(-f) \quad 2.1.6$$

$$h(-t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(f) e^{j2\pi f t} df \quad 2.1.7$$

uma associação de intercambiando para que os parâmetros  $t$  e  $f$ :

$$h(-f) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(t) e^{j2\pi f t} dt \quad 2.1.8$$

Isso nos permite uma escala de tempo, se a transformada de Fourier de  $h(t)$  é  $H(f)$ , então a transformada de Fourier de  $h(kt)$ , onde  $k$  é uma constante real, então determinamos que  $t' = kt$  substituir na equação (Veronis, 1963, Stull, 1988):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(kt) e^{-j2\pi f t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t') e^{-j2\pi t'(f/k)} \frac{dt'}{k} = \frac{1}{k} H\left(\frac{f}{k}\right) \quad 2.1.9$$

Com isso podemos lidar com escala de escalograma, deve-se dar atenção aos limites da camada. É onde pode ocorrer a mudança do sinal, portanto, a escala resulta em um sinal par ou impar na transformada de Fourier, segundo (Veronis, 1963) Transformada de Fourier de um sinal real  $x(t)$  é dado pela equação:

$$X(\omega) = \frac{1}{2} P_a(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} P_a(\omega + \omega_0) \quad 2.1.10$$

Onde o teorema da modulação, tende-se:

$$x(t) = \frac{\sin at}{\pi t} \cos \omega_0 t \quad 2.1.11$$

## 2.2 TRANSFORMADA WAVELET

O estudo de séries temporais não estacionárias por localização sinais nos domínios de frequência e tempo foram os primeiros introduzidos por Gabor (1946) usando uma janela de Fourier, técnica de Transformação Fourier junto com a Transformada de Wavelet (Meyer, 1990; Daubechies, 1992; Farge, 1992; Hubbard, 1988). A largura da janela de frequência de tempo, no entanto, é fixada em segundo a transformada. Para dada largura da janela, como a

frequência aumenta mais ciclos podem ser incluídos. Como uma definição precisa de oscilações de alta frequência requer um tempo, embora uma descrição completa das oscilações de baixa frequência exija uma ampla janela de tempo, a técnica de Wavelet com largura fixa da janela tem aplicação limitada detecção simultânea de sinais de alta frequência incorporados dentro de fenômenos de baixa frequência. A este respeito, Transformada Wavelet é o mais adequado (Daubechies, 1992; Farge, 1992).

A função  $\psi(t)$  é às vezes chamada de Wavelet mãe, Wavelet básica ou analisando Wavelet, enquanto as funções dilatadas e traduzidas derivadas da Wavelet mãe são chamadas Wavelets filhas ou simplesmente Wavelets. As Wavelets têm a mesma forma que a da Wavelet mãe. Suas amplitudes devem decair rapidamente do centro da onda nos domínios de tempo e frequência. Matematicamente, uma Wavelet filha na escala  $a$  em relação à posição  $b$  é expressa como (Daubechies, 1992; Farge, 1992):

$$\psi_{a,b}(t) = a^{-1/2}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad 2.2.1$$

A transformada Wavelet é um produto interno entre uma Wavelet analisadora em uma determinada escala e posição com o sinal a ser analisado. Portanto, os coeficientes Wavelet combinam informações no sinal junto com a transformada. A escolha de Wavelets apropriados é uma questão importante que depende do tipo de informação que se deseja extrair do sinal (Mallat e Hwang, 1992; Weng e Lau, 1994). Para a detecção de sinais na maioria dos dados geofísicos, a transformada Wavelet contínuo é mais adequado, enquanto que para a compressão ou modelagem de dados, a transformada Wavelet ortogonal é preferível porque ele decompõe o sinal em um número mínimo de coeficientes independentes (Meyer, 1990; Daubechies, 1992; Farge, 1992). A transformada Wavelet ortogonal também é adequado para analisar uma série discreta que contém escalas e deslocadas.

### 2.3. SÉRIES TEMPORAIS SINTÉTICAS (STS)

O conjunto de dados de uma série temporal é normalmente caracterizado por um grande volume, alta dimensionalidade e atualização contínua. Além disso, é sempre considerado como um todo, em vez de campos numéricos individuais.

Uma série temporal pode ser genericamente decomposta nos itens (Stull, 1988; Weigend, 1994): **Tendência**: elementos de longo prazo relacionados com a série de tempo; **Ciclo**: longas ondas, mais ou menos regulares, em torno de uma linha de tendência; **Sazonalidade**: padrões regulares da série de tempo; **Aleatório**: todos os efeitos que não

foram incorporados pela série de tempo, viam os três componentes anteriormente citados, ou seja, o resíduo.

Existem várias formas de estudar séries temporais. A análise de uma série temporal é um mecanismo para tentar compreender o comportamento da série, de forma a conhecer a estrutura que gerou a série. Para construir as séries temporais sintéticas, inicialmente gera-se séries auxiliares sem qualquer referência com dados conhecidos ou coletados. Nesta escala temporal, uma especificação chave é a preservação da periodicidade, o que é conseguido através do emprego de um modelo cicloestacionário. Dentro em particular, usa-se um esquema autorregressivo periódico de primeira ordem, que é o mais parcimonioso entre modelos estocásticos lineares. Uma série temporal poder ser determinada por uma função do tipo(Stull, 1988):

$$Z(t) = \cos(2\pi ft) \quad 2.3.1$$

Onde os valores obtidos podem ser descritos em termos de uma distribuição de probabilidades, onde seu domínio pode ter descrito como: domínio temporal ou domínio das frequências, para ambos os domínios, os modelos gerados descrever um gráfico onde mostra a identificação periodicidades(Stull, 1988):

## 2.4 BIFURCAÇÃO

Em um sistema de equações dependente de parâmetros, a estrutura qualitativa do fluxo pode mudar ao variar seus parâmetros. Em particular, pontos de equilíbrio podem ser criados ou destruídos, ou alterar sua estabilidade. Estas mudanças qualitativas na dinâmica são chamadas bifurcações e os valores dos parâmetros no qual elas ocorrem são chamados pontos de bifurcações. Em outras palavras, bifurcação é uma mudança do tipo topológico do sistema quando seus parâmetros passam por um valor crítico. Bifurcações são importantes cientificamente, pois fornecem modelos de transições e instabilidades quando alguns parâmetros são variados. Vamos considerar um o modelo de equação baseado da teoria da catástrofe, onde nos permita um uma variável “b” varie em torno  $p = 0$  (Thom, 1972; Thompson e Stewart, 196, pp. 109).

$$\dot{x} = bx - x^3 + p \quad 2.4.1$$

$$x = bx - \dot{x}^3 \quad 2.4.2$$

Para todos os valores de  $b$ , esta equação tem a solução estática  $x = 0$  para  $b > 0$ , existem outras duas soluções,  $x_e = \pm\sqrt{b}$  usando o método de perturbações de primeira ordem é imediatamente encontrado a partir da equação acima, tem como solução:

$$\dot{x} = 0 \quad 2.4.3$$

Estável para  $b \leq 0$ , instável para  $b > 0$ . Para as soluções  $|x| = \sqrt{b}$  encontra-se  $(\varepsilon = x - x_e)$ , o que implica estabilidade. Estes resultados estão resumidos no diagrama de bifurcação da Figura 2.4.1:

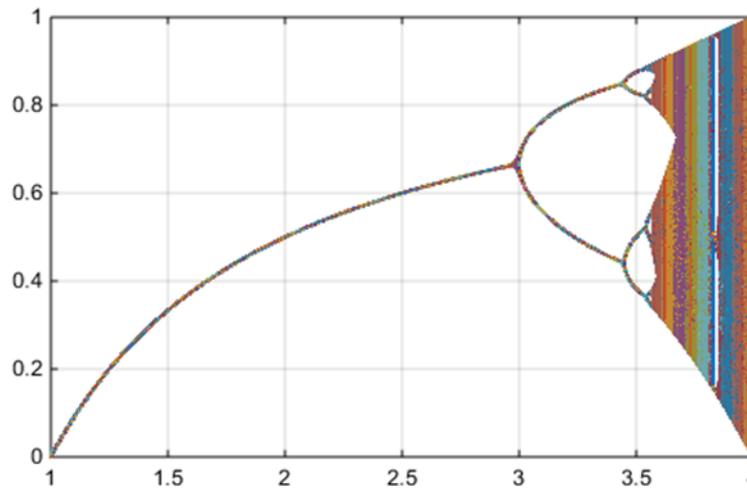


Figura 2.4.1: Diagrama de bifurcação da função  $f(x) = a \cdot x(1 - x)$

Assim como na série temporal as setas indicam a direção da evolução. Como  $b$  aumenta lentamente em comparação com a escala de tempo necessária para uma solução atingir a curva de equilíbrio, a solução permanecerá nessa curva (René Thom (1972); Arnol'd, 1994). Uma bifurcação é sempre conectada com a perda de estabilidade de uma solução estática causada pela mudança em alguns parâmetros (Farias, 2017). Quando a solução estática original dá lugar a um novo equilíbrio, não necessariamente estável que se ramifica no ponto de perda de estabilidade, isso é chamado de bifurcação. Mas, precisamente nas palavras de G.Iooss e D.D. Joseph, “Bifurcações são soluções de equilíbrio que formam ramos em intersecção em um espaço adequado”. A teoria das bifurcações não é particularmente nova. Já em 1834 Jacobi estudou uma bifurcação no equilíbrio de corpos giratórios auto-gravitantes e ele introduziu a palavra “Abzweigung”. Poincaré introduziu a palavra francesa “bifurcação” em 1885 num estudo sobre o mesmo assunto livros apareceram desde então. As bifurcações têm características em equações diferenciais ordinárias (Arnol'd, 1980; Martens, 1984). Eles podem ser sugestivos, no que diz respeito a

fenômenos que são encontrados em sistemas físicos contínuos, como fluidos ou gases, mas não mais do que isso, porque esses sistemas são descritos por equações diferenciais parciais.]

#### 2.4.1. A constante de Feigenbaum

A duplicação de períodos não somente se dá em pontos cada vez mais próximos, mas a razão entre as distâncias dos pontos sucessivos. A descoberta em 1975 de Feigenbaum mostrava uma regularidade inesperada na duplicação de período da equação logística (Figura 2.4.1), ao tentar encontrar e corrigir essa regularidade, descobriu que havia valores do parâmetro associados às bifurcações que convergiam geometricamente em uma determinada distância. Com essa cascata de duplicações ele pode demonstrar uma constante que ficou conhecida como constante de Feigenbaum  $\delta$ . Feigenbaum (1980; 1983) descobriu que usando em vez da logística outras formas de funções com o mesmo objetivo, essas funções são chamadas unimodais, o nome dado as funções lisas que tem um máximo e a função  $f(x) = a \cdot \text{sen}(\pi x)$ , obtinha também uma cascata de duplicações de período.

$$\Delta = \frac{\lambda_K - \lambda_{K-1}}{\lambda_{K+1} - \lambda_K} = 4,669201609 \quad 2.4.5$$

Essa constante se tornou universal para o período de duplicação de bifurcações em todos os tipos de dados coletados e para mapeamentos dissipativos. Muitas sequências de Feigenbaum foram descobertas numericamente e experimentalmente. Referência a uma bifurcação inteira de Feigenbaum fez todos os tipos de situações são dadas em (Feigenbaum, 1980).

### 3 DADOS E METODOLOGIA

Neste tópico serão apresentadas as metodologias e os dados utilizados na obtenção dos resultados apresentados neste trabalho.

#### 3.1. DADOS UTILIZADOS:

##### Dados Sintéticos

Foram construídos sinais a partir da sobreposição de funções simples como senos e cossenos, com amplitudes e frequências bem conhecidas. A fase mais importante na construção destes sinais é o domínio pleno das frequências nele inseridas. Isto porque estes sinais devem representar fenômenos de interesse que posteriormente poderão ser verificados em sinais reais. Um bom exemplo da necessidade deste “pleno domínio” na construção dos

sinais é que estes devem apresentar a duplicação de período e para que isso seja possível, as frequências dos sinais sobrepostos devem obedecer rigorosamente a constante de Feigenbaum (Item 2.4.1). Para isso propõe-se a forma a seguir, em que  $F_s$  é a frequência e  $t$  é o comprimento da série:

$$F_s = 100;$$

$$t = [0:1/F_s:5];$$

$$x_1 = 8 * \sin(2 * \pi * 0.112 * t);$$

$$x_2 = 2 * \sin(2 * \pi * 0.25 * t);$$

$$x_3 = 4 * \sin(2 * \pi * 0.5 * t);$$

.

.

.

$$x_n = A * \sin(2 * \pi * k * t);$$

$$sinal = \sum_{i=1}^n x_n \quad 3.1.1$$

Ou para o caso de análises confluências de linhas de fase associadas propõe-se a seguinte forma:

$$x = -10:0.001:10;$$

$$i = -10:0.001:10;$$

$$ff_1 = \cos((x.^2 + (0.058375 * i).^2) ./ 4) ./ (x.^2 + (0.058375 * i).^2 + \pi);$$

$$ff_2 = \cos((x.^2 + (0.11675 * i).^2) ./ 4) ./ (x.^2 + (0.11675 * i).^2 + \pi);$$

$$ff_3 = \cos((x.^2 + (0.2335 * i).^2) ./ 4) ./ (x.^2 + (0.2335 * i).^2 + \pi);$$

$$ff_4 = \cos((x.^2 + (0.467 * i).^2) ./ 4) ./ (x.^2 + (0.467 * i).^2 + \pi);$$

.

.

.

$$ff_n = \cos((x.^2 + (k * i).^2) ./ 4) ./ (x.^2 + (k * i).^2 + \pi);$$

$$sinal = \sum_{i=1}^n ff_n \quad 3.1.2$$

## 3.2. METODOLOGIA:

**3.2.1. Transformada Wavelet Complexa de Morlet**

A Transformada de Wavelet foi se aperfeiçoado à medida que os vários trabalhos foram sendo publicado. Escolher uma função que pode ser utilizado no tratamento dos sinais obtidos durante todo o processo é muito importante no contexto histórico. Encontramos mais a utilização da transformada Wavelet contínua. Essa escolha pode alterar os resultados obtidos de forma a enfatizar certa característica do sinal analisado. A transformada Wavelet para este caso particular a Transformada Wavelet de Haar e eventualmente a Wavelet complexa de Morlet, por sua vez, pode identificar qualquer variação de frequência ocorrida no sinal analisado. (Meyer, 1990; Daubechies, 1992; Farge, 1992; Hubbard, 1988)

Wavelet de Morlet, cuja função primitiva é  $\psi(t) = e^{-\alpha t^2} e^{j\omega t}$ , introduzindo dilatações por meio de um fator de escalamento  $a$ , onde a translações ocorre por meio de uma variável  $b$  deduz-se a forma geral de um a família de Wavelets (Farge, 1992):

$$\psi_{a,b}(t) = a^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \text{ ou } \psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad 3.2.1$$

Onde  $\psi_{a,b}(t)$  é a Wavelet primitiva pode gerar:

Wavelet mãe

Wavelet escalada

Wavelet escada e deslocada

$$\psi(t) = e^{-\alpha t^2} e^{j\omega t}$$

$$\psi\left(\frac{t}{a}\right), a = n$$

$$\psi\left(\frac{t-b}{a}\right), a = n, b = n + 1$$

Já Transformada Wavelet Complexa de Morlet pode ser descrita de uma forma simplificada, que consiste de uma onda plana modulada por uma função Gaussiana, escrita como:

$$\psi_{a,b}(t) = \exp\left(\frac{-t^2}{2\sigma^2}\right) \exp(i\omega_0 t) \quad (3.2.5)$$

A função Wavelet de Morlet é uma função complexa, o que nos permite analisar a fase, o modulo do sinal decomposto. Em geral, escolhe-se a forma ortogonal que foi um dos objetivos que Jean Morlet usou para mostrar em seu trabalho, que  $\sigma = 1$  e  $\omega_0 = 5$ , de forma que a condição de admissibilidade é satisfeita (Meyer, 1990; Daubechies, 1992; Farge, 1992).

**3.2.2. Ferramenta computacional utilizada - MatLab® 2017 b**

Este software utilizado sob licenciamento para estudante foi o MatLab® 2017 b. Trata-se de uma ferramenta amplamente utilizado por estudantes, engenheiros, cientistas, em universidade e nos institutos de pesquisa (Gilat, Amos, 2012). Trata-se de uma linguagem adequada tanto para aplicações em processamento de imagens quanto em análise de sinais, como aqueles que são utilizados neste trabalho.

**4 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Neste tópico serão apresentados os resultados obtidos a partir das aplicações dos materiais e metodologias apresentadas no item 3.

**4.1 CONSTRUÇÃO DOS SINAIS SINTÉTICOS COM E SEM RUÍDO**

Inicialmente foram construídos sinais simples nos quais é possível inserir efeitos de dobramento de período mais facilmente. Estes sinais foram construídos a partir da sobreposição de senos e cossenos com frequência e amplitudes desejadas, como aqueles mostrados na equação 3.1. Criado este sinal sem ruído foi inserido a ele um outro sinal aleatório de alta frequência (ruído de alta frequência) para que adquirisse a característica básica de um sinal ruidoso. Os resultados podem ser verificados na Figura 4.1 para um passo  $F_s = 100$  e para um comprimento  $t = \left[1: \frac{1}{F_s}: 5\right] = 500$  pontos. Na Figura 4.2 (a) observa-se o sinal sem ruído e na Figura 4.2(b) o sinal com ruído de alta frequência.

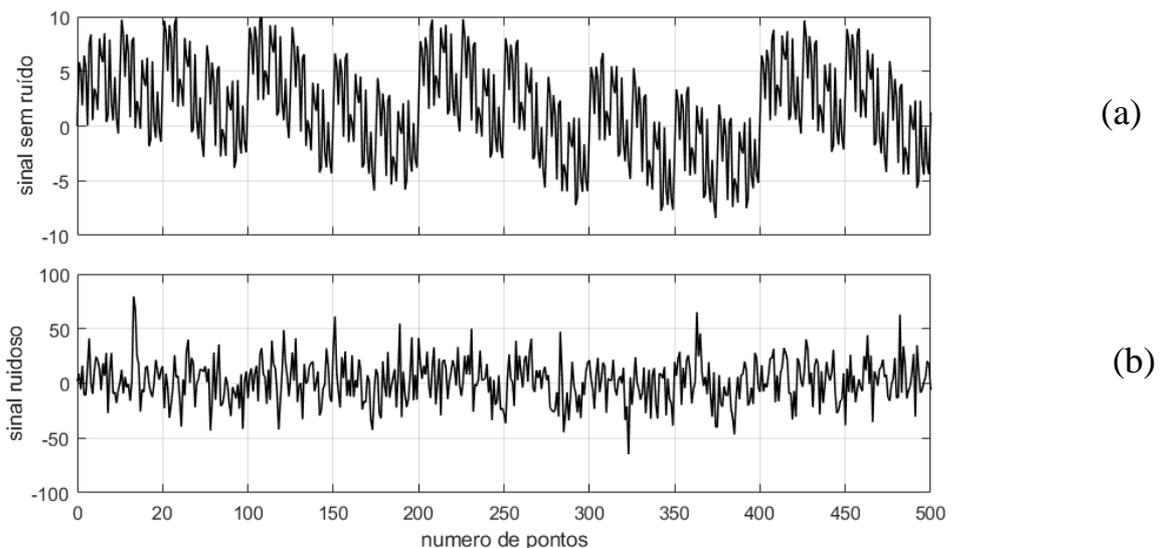


Figura 4.1. Sinais construídos a partir das transformadas de Fourier para (a) sinal sem ruído e (b) sinal ruidoso.

Considerando-se que os sinais da Figura 4.1 podem ser facilmente manipulados em termos de amplitudes e frequências e sinais individuais que o compõem. Pôde-se então construí-los de modo a representar um diagrama de bifurcação cuja evolução pode ser prevista. Assim, ao se construir o escalograma de fase (Figura 4.2a) a partir da Transformada Wavelet complexa de Morlet, as bifurcações associadas as variações de frequência ficam evidenciadas. Do mesmo modo, os máximos e mínimos associados a parte real dos coeficientes Wavelet (Figura 4.2b) apresentam tendências que fornecem fortes indícios de se tratar de representações do dobramento de período inserido no sinal.

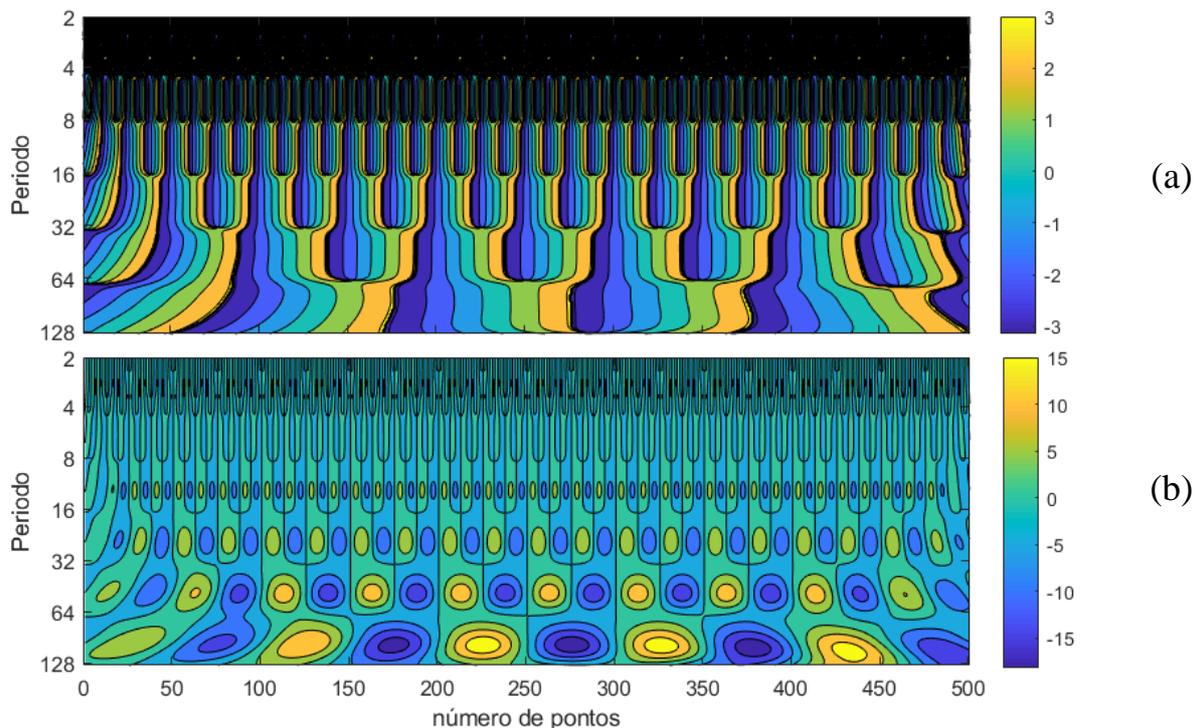


Figura 4.2. Aplicação da Transformada Wavelet complexa de Morlet para sinais sem ruído gerado pela equação 3.1, na qual constam: (a) escalograma de fase do sinal sem ruído e (b) escalogramas de fase da parte real dos coeficientes Wavelet resultantes da aplicação Wavelet complexa de Morlet.

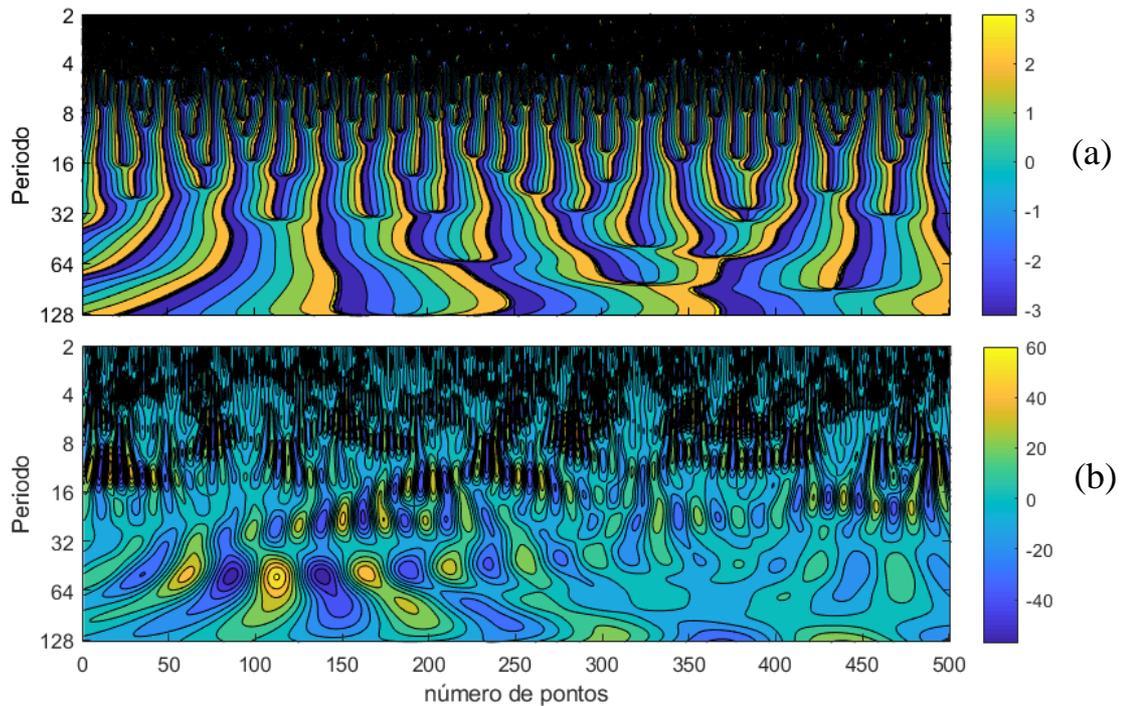


Figura 4.3. Aplicação da Transformada Wavelet complexa de Morlet para sinais sintéticos ruidosos, obtidos a partir da equação 3.1 e com ruído de alta frequência adicionado ao sinal. Nestas constam: (a) escalograma de fase do sinal ruidoso e (b) escalograma de fase da parte real dos coeficientes Wavelet resultantes da aplicação Wavelet complexa de Morlet.

No entanto, é pouco provável que sinais com frequências mais elevadas e sem efeitos ruidosos como aqueles da Figura 4.1 possam ser obtidos a partir de medidas reais na natureza. O mais provável é que em medidas reais o sinal venha “impregnado” com ruídos e outros efeitos indesejados. Nada impede, no entanto, que se utilize um sinal sintético sem ruído como ponto de partida para a interpretação de efeitos diversos (como o dobramento de período, por exemplo) em sinais ruidosos. Assim, a Figura 4.2 mostra os escalogramas de fase (Figura 4.2a) e da parte real dos coeficientes Wavelet (Figura 4.2b) para um sinal com ruído adicionado. É possível verificar comparando-se as Figuras (4.1 e 4.2) que ocorrem fortes distorções nos escalogramas causadas pela inserção de ruído de alta frequência no sinal. A principal destas distorções é que as bifurcações associadas à variação de frequência nos escalogramas Wavelet ficam totalmente distorcidos. Além disso, a razão entre as frequências que fornecem indícios que possa haver dobramento de período associado ao sinal ficam fortemente prejudicadas. Vamos então verificar outra questão digna de menção, que são os casos em que se verificam confluências de linhas de mesma fase ao longo de escalas no sinal. Estas confluências são muitas vezes referidas na literatura como singularidade de fase (Farias, 2017, Weng e Lau, 1995).

Não é novidade em análises de sinais utilizando-se de escalogramas construídos a partir de wavlets que as singularidades são resultantes de pulsos bruscos (picos) que podem ocorrer no sinal. Um bom exemplo destes pulsos bruscos são os “spykes” que surgem com bastante frequência em sinais turbulentos, por exemplo. Considere-se então um sinal como aquele obtido a partir da equação 3.2. Neste, as funções geram um sinal com ciclos repulsores e atratores que ocorrem em torno de um eixo de simetria que coincide com a máxima amplitude, como mostrado na Figura 4.4.

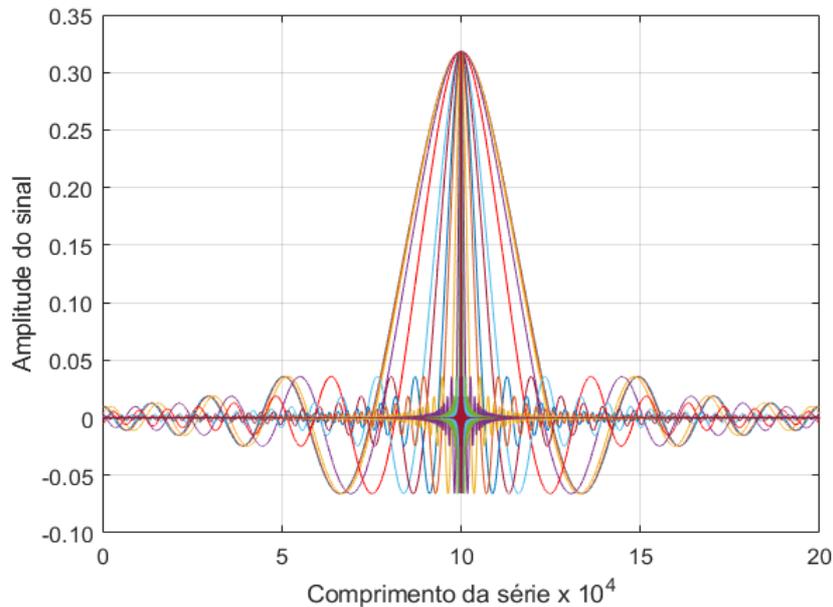


Figura 4.4. Sobreposição de sinais cuja máxima amplitude coincide com o eixo de simetria.

Ao gerar o sinal a partir das oscilações da Figura 4.4 obteve-se o resultado esperado, com uma confluência de linhas de mesma fase ao longo das escalas que representa exatamente o mencionado “eixo de simetria”. Vale ressaltar, no entanto, que a confluência de linhas de mesma fase provoca distorções no escalograma mantendo-se, porém, a simetria em torno do eixo anteriormente verificada. A pergunta a ser agora respondida é: Qual o efeito da inserção de ruído a este sinal? A resposta a esta pergunta consta na Figura 4.5, em que um ruído de alta frequência e que tem a mesma natureza daquele ruído inserido nos sinais mostrados nas Figuras 4.3 (a, b) também é inserido no sinal com presença de confluência.

O que se observa é que as distorções no escalograma também ocorrem, mas sem a mesma intensidade e apenas nas frequências mais elevadas que são localizadas no entorno do eixo de simetria. Uma possível explicação para os efeitos menos visíveis nos escalogramas Wavelet para o caso na presença de confluências é que ela própria (a

confluência) já representa uma forte distorção no sinal”. Tanto isso pode ser verdadeiro que no decurso desta, ao longo das escalas, o ruído não provocou qualquer modificação.

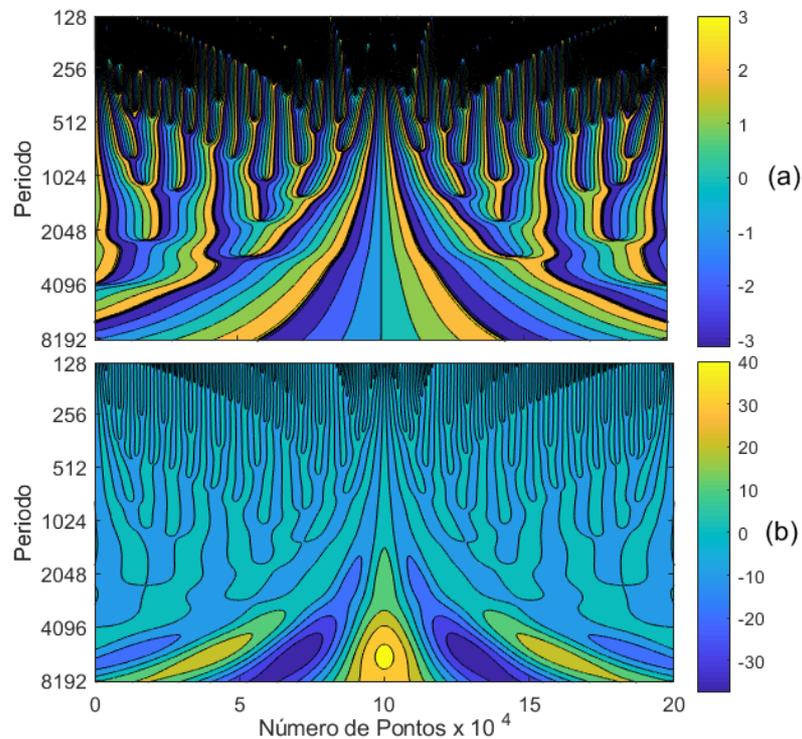


Figura 4.5. Aplicação da Transformada Wavelet complexa de Morlet para sinais sem ruído e com confluência de linhas de mesma fase ao longo das escalas gerado pela equação 3.2 na qual constam: (a) escalograma de fase do sinal sem ruído e (b) escalogramas de fase da parte real dos coeficientes Wavelet resultantes da aplicação Wavelet complexa de Morlet

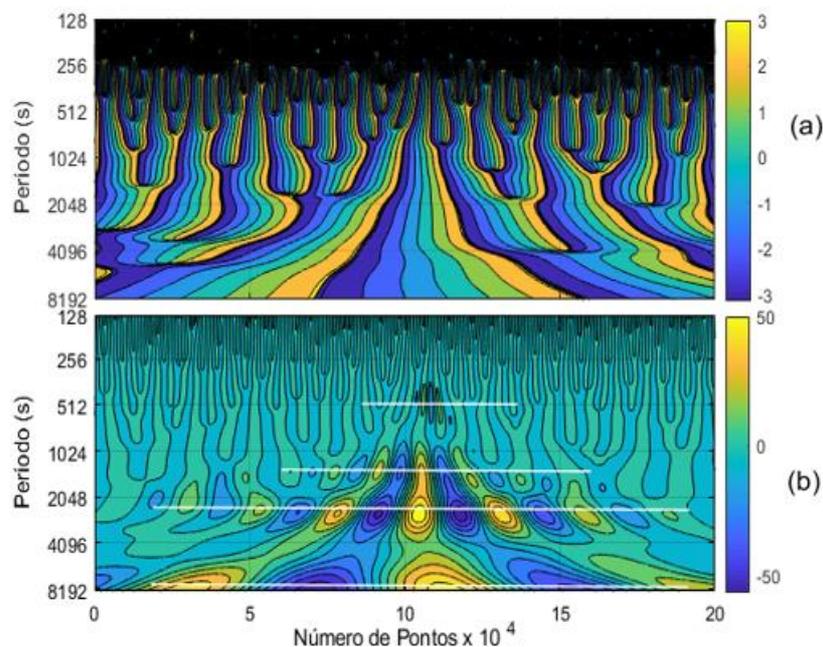


Figura 4.6. Exemplo da aplicação da Transformada Wavelet complexa de Morlet em um sinal real de velocidade horizontal do vento. Nestas constam: (a) escalograma de fase do sinal real de velocidade do vento e (b) escalograma de fase da parte real dos coeficientes Wavelet resultantes da aplicação Wavelet complexa de Morlet no mesmo sinal de velocidade horizontal do vento. As linhas brancas representam possíveis pontos de ocorrência de dobramento de período no sinal analisado. (Fonte: Farias, 2017)

Agora, o escalograma de sinal real na Figura 4.6a, com ruído não pode mais ser considerado simétrico e as bifurcações associadas à alta frequência foram descaracterizadas, ou seja, a formação em “V” que se observa a partir do período 1024 da Figura 4.5 (a-b) foram suprimidas, apesar de as bifurcações ainda estarem lá. Estes então são os resultados da aplicação de Wavelet em sinais com e sem ruído. Agora cabe relacionar estes resultados a mais casos reais de séries temporais medidos na natureza. O dado aqui utilizado para esta análise é uma série temporal de velocidade horizontal do vento representou satisfatoriamente as confluências de linhas de mesma fase ao longo das escalas. Esta comparação configura um passo interessante no sentido de comparar sinais reais e sintéticos, no entanto, um maior aprofundamento quanto a séries temporais reais ainda se faz necessário.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A conclusão deste trabalho se deu na comparação entre dois fenômenos, um criado em laboratório virtual que pode ser alterado e outro obtendo dados reais. Comparando os dois fenômenos, foi observado durante processo do escalogramas de fase os coeficientes wavelet estão fortemente associados com os máximos e mínimos da bifurcação. Destacando que as funções Wavelets descrever completamente as séries temporais (sintéticas e reais) de forma sofisticada de forma a aprimorar os dados que caracterizam os sinais. Observa-se aqui, que ainda necessita de aprofundamentos, mas que até esse momento pode ser considerado satisfatório e de relevância significativa para estudos da atmosfera tropical acima de floresta.

## AGRADECIMENTOS

*The authors acknowledge the financial support for field studies from the U.S. Department of Energy (grant SC0011075), from Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM), and from FAPESP (Process number 2013/50529-8). We acknowledge the support from the Central Office of the Large Scale Biosphere Atmosphere Experiment in Amazonia (LBA), the Instituto Nacional de Pesquisas da Amazonia (INPA). The*

*authorsisthankful to Universidade do Estado do Amazonas for financial support [CSPROJ – 53994; 54140 e 43097].*

### REFERÊNCIAS

Arnol'd, V. I., (1994). "**Catastrophe Theory**", In: Encyclopedia of Mathematical Sciences, Volume 5 – Dynamical Systems, Part II, V. I. Arnol'd Ed., Springer: 207-264.

Barbosa, E. B. M: **Estudo da variabilidade de séries temporais ambientais através de espectros de assimetria implementados em software científico livre** /Eduardo Batista de Moraes Barbosa. São José dos Campos: INPE, 2006.

Bassalo, José Maria Filardo: SÉRIES DE FOURIER: Funções Periódicas. Sistemas ortogonais. In: José Maria Filardo Bassalo, Mauro Sérgio Dorsa Cattani. **Elementos de Física matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física Maluhy & Co, 2010, p. 96-100.

de Souza, J. L. D. S., da Costa, R. P., & Miranda, F. O. (2019). Utilização das transformadas de Fourier e wavelet para análise e dimensionamento de vórtice em séries temporais reais obtidas na atmosfera tropical/Use of Fourier transform and wavelet for analysis and vortex design in real time series obtained in the tropical atmosphere. *Brazilian Journal of Development*, 5(6), 5112-5127.

Daubechies, I. (1992). *Ten lectures on wavelets*. Society for industrial and applied mathematics.

DISTEFANO, J. J.; STUBBERUD, A. J.; WILLIAMS, I. J. **Schaum's Outline of Feedback and control Systems**. [S.l.]: McGraw-Hill Professional, 1997.

EIGER S. **Modelos de Escoamentos Turbulentos**. In: SILVA RCV (Ed.). Métodos Numéricos em Recursos Hídricos. Coleção da ABRH – Associação Brasileira de Recursos Hídricos, Vol. 1, 1989.

FARIAS, F. O. M. **Deteção de fenômenos extremos na camada limite atmosférica noturna acima da floresta amazônica a partir da análise de sinais precursoros**. Tese, apresentada ao programa de pós-graduação em Clima e Ambiente do Instituto Nacional de Pesquisas da Amazônia e Universidade do Estado do Amazonas. Manaus, Amazonas Fevereiro de 2017.

Farge, M. (1992). Wavelet transforms and their applications to turbulence. *Annual review of fluid mechanics*, 24(1), 395-458.

Feigenbaum, M. J. (1980). "The transition to aperiodic behavior in turbulent systems", *Communications in Mathematical Physics*, 77, 1: 65-86.

Feigenbaum, M. J. (1983). "Universal Behavior in Nonlinear Systems", *Physica D*, 7, 1-3: 16-39.

Gasquet, C., & Witomski, P. (1990). Chap. XII. *Analyse de Fourier et Applications*, Masson, 354 pp.

Gilat, Amos: **INICIAÇÃO AO AMBIENTE MATLAB®**: com aplicações em engenharia. in: Rafael Silva Alípio; revisão técnica: Antônio Pertence Júnior. -4. Ed. **MATLAB®**. Porto Alegre: Bookman, 2012, p. 5-6.

Hubbard, B. B. (1998). The world according to wavelets: The story of a mathematical technique in the making: AK Peters, Second Edition, 330 pp., *Ltd, Natick*.

Martens, P. C. H. (1984). **Applications of non-linear methods in astronomy**. *Physics Reports*, 115(6), 315-378.

Mallat, S. **A Wavelet Tour of Signal Processing** (Academic Press, San Diego, 1999), 2nd ed.

Mallat, S., & Hwang, W. L. (1992). Singularity detection and processing with wavelets. *IEEE transactions on information theory*, 38(2), 617-643.

Meyer, Y. (1990). *Ondelettes et operateurs. I*, Hermann. *Paris, France*.

Stull, R. B. **An Introduction to Boundary Layer Meteorology**. Kluwer Academic Publishers Dordrecht. 1988.

Thom, R. (1972). Stabilité Structurelle et Morphogenèse, *Mathematical Physics Monograph Series* (Benjamin, Reading, 1972).

Thompson, J. M. T., & Stewart, H. B. (1986). *Nonlinear dynamics and chaos: Geometric methods for engineers and scientists*. by *John Wiley*.

## **Brazilian Journal of Development**

Veronis, G. (1963). **An analysis of wind-driven ocean circulation with a limited number of Fourier components.** *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20(6), 577-593.

Weng, H., & Lau, K. M. (1994). Wavelets, period doubling, and time–frequency localization with application to organization of convection over the tropical western Pacific. *Journal of the atmospheric sciences*, 51(17), 2523-2541.