

Utilização das transformadas de Fourier e wavelet para análise e dimensionamento de vórtice em séries temporais reais obtidas na atmosfera tropical

Use of Fourier transform and wavelet for analysis and vortex design in real time series obtained in the tropical atmosphere

Recebimento dos originais: 10/03/2019

Aceitação para publicação: 09/04/2019

José Luiz da Silva de Souza

Graduado em Física pela Universidade do Estado do Amazonas-UEA

Instituição: Universidade do Estado do Amazonas-UEA

Endereço: Estrada Odovaldo Novo Km1, sn, Djard Vieira, Paritins-AM, Brasil,

E-mail: jlfisicanatural@gmail.com

Reynerth Pereira da Costa

Graduado em Física pela Universidade do Estado do Amazonas-UEA

Instituição: Universidade do Estado do Amazonas-UEA

Endereço: Estrada Odovaldo Novo Km1, sn, Djard Vieira, Paritins-AM, Brasil

E-mail: preynerth@gmail.com

Francisco Otávio Miranda

Doutor em Clima e Ambiente pelo Instituto Nacional de Pesquisa da Amazona-INPA

Instituição: Universidade do Estado do Amazonas-UEA

Endereço: Estrada Odovaldo Novo Km1, sn, Djard Vieira, Paritins-AM, Brasil,

E-mail: francisco31miranda@gmail.com

RESUMO

Neste trabalho identificou-se as dimensões dos maiores vórtices da Camada Limite Convectiva a partir da aplicação das transformadas de Fourier e Transformada Wavelet de Haar. As transformadas foram utilizadas para construir espectro turbulento a partir de sinais medidos em torre meteorológica acima de floresta tropical. Os espectros turbulentos foram construídos principalmente a partir da componente horizontal e vertical dos campos de velocidade do vento para identificação da região em que se localizam oscilações de baixa frequência a partir da qual as análises de dimensão de vórtice foram realizadas. Como resultado, foi possível estimar os maiores vórtices a partir da análise dos números de onda associados às oscilações de baixa frequência dos campos de velocidade do vento, utilizando-se séries temporais medidas acima da atmosfera tropical.

Palavras-chave: Dimensões de Vórtice; Transformada de Fourier; Transformada de Wavelet; Séries temporais turbulentas.

ABSTRACT

In this work, we identified dimensions of the largest convective boundary layer vortices from the application of the Fourier transform and Haar wavelet transform. Transforms were used

to construct spectrosturbulent from signals measured in meteorological tower above tropical forest. Turbulent spectra were constructed mainly from the horizontal and vertical component of the wind velocity fields for identification of the region in which low frequency oscillations are located from which vortex size analyzes were performed. As a result, it was possible to estimate the largest vortices from the analysis of the wave numbers associated with the low frequency oscillations of the wind velocity fields, using time series measured above the tropical atmosphere.

Keywords: Vortex Dimensions; Fourier transform; Wavelet transform; Turbulent time series.

1 INTRODUÇÃO

No período da renascença, Leonardo da Vinci (século XVI) já desenhava expressões de escoamento com vórtices que demonstravam padrões de organização em diferentes escalas e a elevados números de Reynolds (Farias 2017). Observações realizadas por ele podem ser consideradas como elo entre as ideias da idade média e dos tempos modernos. Escoamentos que tem como característica a formação de vórtices em diferentes escalas é classificado como escoamento turbulento. “Trata-se de um escoamento irregular no qual as grandezas físicas variam aleatoriamente no tempo e no espaço” (Lamessa, 2001).

Cabe salientar que sinal de escoamento turbulento se manifesta em diferentes escalas de comprimento, as quais podem estar relacionadas com as dimensões características destes vórtices (Souza, 2011). Este fenômeno exibe um espectro contínuo de modo que a quantidade exibe diferentes tamanhos (de vórtices) presentes no espectro e é diretamente proporcional ao número de Reynolds (Eiger, 1989). Pode-se assim, desenvolver uma análise similar e identificar, dentro do campo turbulento, esses diferentes tamanhos contribuindo para a energia turbulenta total (Stull, 1988). Estes campos turbulentos surgem devido as forças viscosas que só aparecem quando o fluido está em movimento, corresponde ao aparecimento de tensões tangenciais (Nussenzveig, 1981).

No caso particular deste trabalho, investigou-se dimensionamento de vórtices utilizando a Transformada de Fourier e Transformada Wavelet como ferramentas de estudo. Os métodos estiveram sendo aplicados em séries temporais turbulentas medidos na atmosfera tropical acima de floresta densa. A Transformada de Fourier, por exemplo, é eficaz nesta análise por fornecer informações sobre as frequências envolvidas e a intermitência de fenômenos simultâneos, tais como flutuações de velocidade e pressão em posições diferentes (Hinze, 1975). Já a transformada Wavelet mostra-se como uma ferramenta extremamente útil para estudar a natureza caótica da turbulência em sistemas onde as hipóteses de ergodicidade, homogeneidade e isotropia sofrem restrições (Meyer, 1993).

Embora estas ferramentas sejam extremamente poderosas, com uma ampla gama de aplicações na análise de sinais, elas foram utilizadas aqui para a construção de espectros de Fourier e Wavelet para identificar os picos espectrais associadas às oscilações de baixa frequência no escoamento atmosférico acima de floresta. A localização do pico espectral tem papel fundamental nesta análise, pois, é nessa região do espectro que estão localizadas as oscilações de mais baixa frequência. A transformada Wavelet (para este caso particular a Transformada Wavelet de Haar e eventualmente a wavelet complexa de Morlet), por sua vez, pode identificar qualquer variação de frequência ocorrida no sinal analisado. Além disso, a Wavelet torna possível a construção de escalogramas de fase e de energia que possibilita uma análise em tempo/frequência muito útil para identificar perturbações indesejáveis que poderão distorcer a análise do pico espectral (de baixa frequência) e consequentemente a dimensão dos vórtices.

Portanto o objetivo central deste trabalho foi a análise de dimensionamento de vórtices em séries temporais reais (obtidas na atmosfera tropical) e tendo como consequência positiva, a identificação da altura da Camada de mistura para horários correspondentes.

2 DADOS E METODOLOGIA

2.1 DADOS

As Séries Temporais e radiossondagens verticais analisadas correspondem aos dias Julianos 305, 306 e 317 do ano de 2003, coletadas nas campanhas experimentais nomeadas CiMeLa (Circulações de Mesoescala no Leste da Amazônia) realizada no sítio experimental do Caxiuanã no ano de 2003. As sondagens verticais foram realizadas com radiossondas tipo VAISALA (RS-80-15G; n.º série 2002). Aqui utilizou-se as radiossondagens apenas do horário das 13h00min (hora local). As séries temporais de velocidade do vento foram medidos a uma taxa de 16 Hz em anemômetro sônico (3D) Campbell (modelo CSAT3).

Nos testes foram utilizados dados para um período de 30 minutos no intervalo entre 11h 00min da manhã até às 15h 00min da tarde (Hora Local).

2.2 METODOLOGIA

2.2.1. Espectro de Fourier

A análise de Fourier ou análise espectral tem sido utilizada, tradicionalmente, na resolução de equações diferenciais parciais que aparecem na física-matemática, como equação do calor e de ondas (Barbosa, 2006). No século XIX, Joseph Fourier, com sua teoria

de análise de frequências, afirmou que qualquer função periódica $f(x)$ pode ser expressa pela somatória de uma função ou representação de uma série de senos e cossenostal como:

$$f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} [A_n \cos(nx) + B_n \text{sen}(nx)] \quad 1$$

Essa técnica de resolução das equações diferenciais ordinárias e parciais está apresentada em seu famoso livro: *Theorie Analytique de la Chaleur* (1822) (como citado por Bassalo 2010). Sendo os coeficientes A_0, A_n e B_n respectivamente para $n= 1, 2, 3, \dots$, estão relacionados à função periódica a $f(x)$ por integrais definidas:

$$A_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx$$

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(nx) dx$$

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \text{sen}(nx) dx$$

Portanto, representações em séries de Fourier, de funções ou de dados, como superposição das funções senos e cossenos têm sido muito úteis para soluções analítica e numérica para análises e tratamento de sinais. A representação de um sinal deste tipo está na Figura 1, onde podemos observar a diferença entre as frequências, e quando aplicado a Transformada de Fourier teremos a separação destas em amplitude e frequência, como pode ser observado na Figura 2.

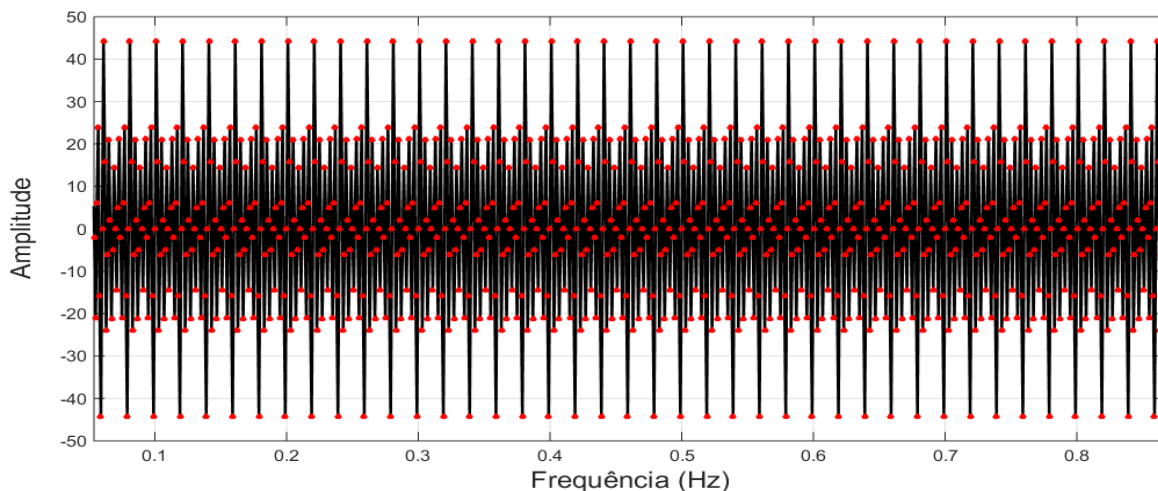


Figura 1. Sinal sintético construído a partir de funções oscilatória.

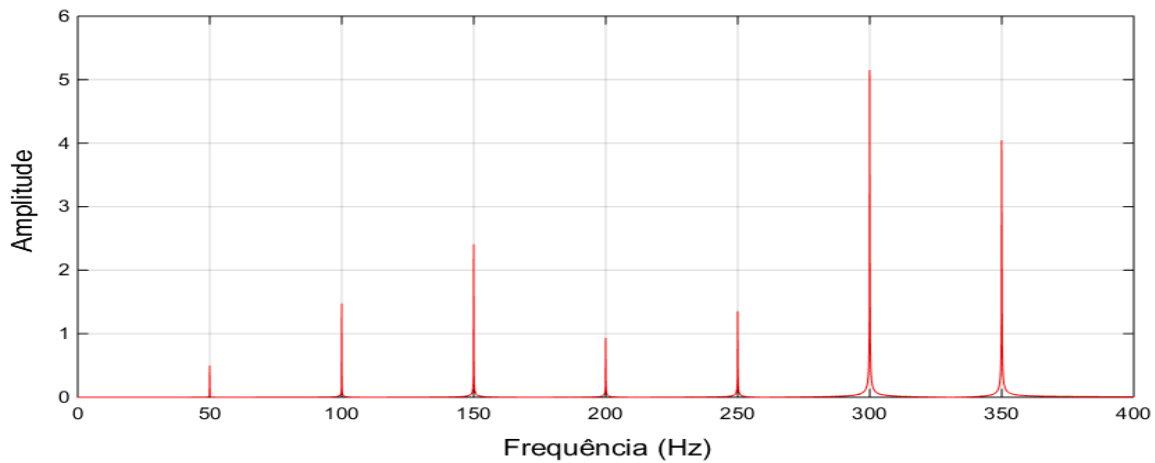


Figura 2. Sinal sintético após a aplicação da Transformada de Fourier.

Podemos observar na Figura 2 que, para suas respectivas frequências ficaram separadas e suas amplitudes correspondentes. Isso é possibilitado pela aplicação da Transformada de Fourier.

2.2.2. Transformada Wavelet

A transformada de Wavelet é uma ferramenta que permite analisar processos não estacionários para extrair informações sobre variações de frequências e detectar suas estruturas temporalmente (ou espacialmente) localizadas (Meyer, 1990; Daubechies, 1992; Farge, 1992; Gurgel, 2013). Além disso, fornece uma representação precisa de um sinal em função do tempo e da frequência simultaneamente permitindo analisar qualquer tipo de sinal ao qual a Série de Fourier se limita em determinadas análises (Vilani, 2013).

Desta forma permitindo o estudo de cada componente separadamente em sua escala correspondente. A Transformada Wavelet contínua (continuous wavelet transform – CWT) em $L^2(\mathbb{R})$ podendo ser definida como:

$$W_f(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \quad a \neq 0 \quad 2$$

Sendo: $f(t)$ sinal a ser decomposto, $\psi(t)$ é função base com duração limitada no tempo. Lembrando que $\psi_{a,b}^*(t)$ é o complexo conjugado de $\psi_{a,b}(t)$, mais.

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad 3$$

Por definição: (a) é o Parâmetro de escala (dilatação); (b) é o parâmetro de deslocamento (Translação) e o multiplicativo $\frac{1}{\sqrt{a}}$ é o fator de normalização da energia através das diferentes escalas. É importante lembrar que as funções Wavelets ($W_f(a, b)$) são geradas de uma única função $\psi(t)$, denominada Wavelet mãe (equação 3), através de operações de dilatações e translações definidas (Meyer, 1990; Daubechies, 1992; Farge, 1992).

2.2.3. Ferramenta utilizada - MatLab 2017 b

O MatLab 2017b[®] utilizado, está com a licença para estudante. O MatLab 2017b[®] é um software que possui um ambiente iterativo bastante utilizado em computação, devido à facilidade de utilização do software destinado a fazer cálculos e simulações com matrizes. Trata-se de uma ferramenta de alta performance, amplamente utilizada por estudantes, engenheiros, cientistas, em universidade e nos institutos de pesquisa (Palm, 2013). Sendo uma linguagem adequada tanto para aplicações em processamento de imagens quanto em análise de sinais, como é o caso utilizado neste trabalho.

2.2.4. Critérios para seleção dos dias Trabalhados

Os critérios na seleção dos dias aptos utilizados no trabalho estavam com as seguintes características.

- 1- Dias que se apresentaram com um ciclo de radiação solar contínua, ou seja, sem quedas bruscas na Temperatura, portanto estes são os que mais se adequam no perfil do objetivo deste trabalho.
- 2- Dias em que houve medidas ininterruptas ou sem falhas nos dados;
- 3- Que tinham Radiossondagens verticais simultâneas à medida da série temporal.

Os critérios usados na seleção dos intervalos (Dias)

- 1- Selecionou-se o período diurno em que o ciclo de radiação solar está bem desenvolvido, ou seja, os efeitos associados ao período de transição (noite – dia/dia – noite) já não se fazem presentes.
- 2- O período entre as 11h00min da manhã até as 15h00min da tarde foi então utilizado. Nesse intervalo do dia a camada Limite Convectiva está bem desenvolvida e pode-se esperar que os maiores vórtices possam ser capturados nesse período do dia.

2.2.5. Descrição do método para estimar a altura da Camada de Mistura - (z_i)

A escala de comprimento (z_i) caracteriza a estrutura do desenvolvimento da Camada Limite atmosférica para um dado período diurno (Lamessa, 2001). Esta escala de comprimento pode ser estimada a partir de métodos remotos, tais como radiossondagens verticais, dados de lidars, sodares entre outros (Kaimal et al., 1982). Deve-se observar, no entanto, que embora dados obtidos por métodos remotos forneçam resultados imediatos sobre a altura da Camada de Mistura, estas carecem de uma instrumentação elaborada e acompanhamento técnico constante. Além disso é uma metodologia que se utiliza de instrumentos que não são reutilizáveis, o que torna o procedimento “sempre muito caro” e por isso em muitos casos torna-se uma metodologia inacessível para a grande maioria das campanhas experimentais de coleta de dados.

Desse modo é sempre recomendável recorrer a métodos alternativos de estimativa da altura da camada de mistura, como é o caso do método que será utilizado nesse trabalho.

Aqui, um método indireto de estimativa da altura da camada de mistura através da análise espectral é aplicado utilizando-se basicamente medidas de superfícies (medidas de torres meteorológicas).

Um fator importante e necessário à aplicação deste método é a necessidade de localizar os valores do pico máximo dos espectros de Fourier (Suavizados) e Wavelet. A partir dos picos espectrais pode-se estimar a frequência adimensional de máximo n_m e conhecendo-se a altura de medição z , o comprimento de onda de máximo, λ_m é obtido por:

$$\lambda_m = \frac{z}{n_m} \quad 4$$

A partir deste comprimento de onda obtido da equação 4, é possível obter a altura da Camada de mistura através da equação $\lambda_m = \alpha z_i$ para $\alpha = 1,3$, (Lamessa, 2001).

Esse método é corroborado pelas observações de Khairoutdinov e Randall (2006), segundo os quais em um determinado intervalo de tempo (aproximadamente entre as 11h00min e 15h00min) as dimensões dos grandes vórtices na CLC tem as mesmas dimensões da própria CLC. Assim, considerar-se-á aqui que a região de produção identificada pelos espectros de Fourier e Wavelet representará não apenas a altura da camada de mistura, mas também as dimensões dos maiores vórtices da região de produção destes espectros.

3 RESULTADOS

Neste t3pico ser3o apresentados os resultados obtidos a partir da aplica3o das metodologias e ferramentas apresentadas no item anterior (Item 2).

Seguido os procedimentos escritos na metodologia, foram estimados os espectros turbulentos para as tr3s componentes da velocidade do vento etamb3m a temperatura. “Estes espectros demonstram a distribu3o de energia ou vari3ncia com rela3o a uma dada frequ3ncia” (Lamessa, 2001). Estes espectros abrangem regimes de estabilidade e proporcionam preciosas informa3es sobre a estrutura atmosf3rica em diferentes condi3es.

Como exemplo de um espectro obtido a partir da Transformada de Fourier e Wavelet ser3 demonstrado na Figura 3.

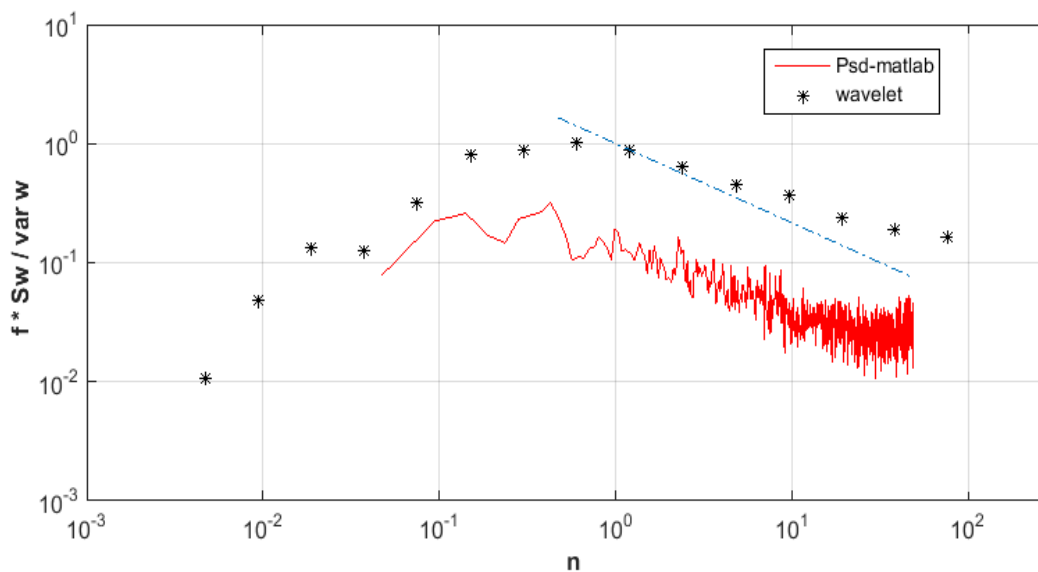


Figura 3. Exemplo de sobreposi3o de transformada de Fourier (em “vermelho”) e Wavelet (pontos “pretos”) para as 12h00min do dia Juliano 305 do ano de 2003. A linha pontilhada na cor “azul” estima a declividade de $-5/3$ do subdom3nio inercial relacionado ao espectro de Fourier.

Na Figura 3 3 poss3vel observar uma diferen3a entre o espectro de Fourier e da Wavelet. Deve-se considerar, no entanto, que o espectro de Fourier para este exemplo est3 em seu “estado bruto”, enquanto o espectro da Wavelet refere-se 3s flutua3es resultantes da distribu3o em escalograma de energia e esta pode ser a raz3o da diferen3a entre estes espectros. Este tema ainda necessita maiores aprofundamentos, mas isto n3o deve influenciar negativamente nos resultados ao espectro associados.

3.1 ESTIMATIVA DA ALTURA DA CAMADA DE MISTURA

3.1.1. A partir de radiossondagens verticais

A altura da Camada de Mistura, z_i , é uma escala de comprimento que caracteriza a estrutura e o desenvolvimento da Camada Limite Atmosférica. “Seu conhecimento é de fundamental importância em modelos dispersão de poluentes, sendo ainda crucial à parametrização de modelos da CLA em simulações numéricas de meso e grande escala” (Liu e Ohtaki, 1997).

A altura da Camada de mistura pode ser determinada a partir de métodos remotos, como por exemplo, radiossondagens verticais, na qual a altura desta camada seria equivalente á altura da primeira inversão da Temperatura PotencialStull (1988), representada pela linha “vermelha” da Figura 4 (a-b).

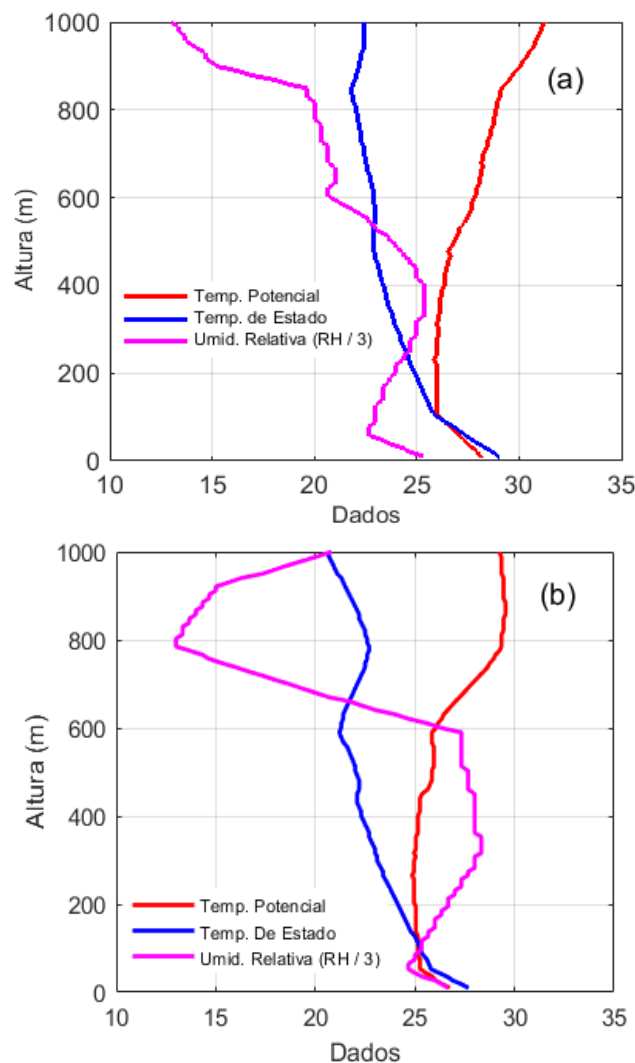


Figura 4. Radiossondagens verticais obtidas para os dias julianos (a) 305 e (b) 306 do ano de 2003. Nesta constam dados de perfis de temperatura Potencial (“vermelha”), Temperatura de Estado (“azul”) e de umidade relativa (“magenta”).

Na Figura 4 é possível identificar a escala de comprimento z_i pela maior inversão dos perfis de temperatura e umidade relativa. Na Figura 4(a) esta altura seria estimada em torno dos 500 metros, isso por que não há clareza no ponto exato da inversão. Já na Figura 4 (b) a inversão é clara e está localizada em 600 metros de altura.

É importante observar que uma inversão bastante significativa que ocorre abaixo dos 100 metros de altura refere-se à transição da camada Limite Superficial. Esta, no entanto, não será considerada aqui como a primeira inversão devido às convenções da literatura especializada, como por exemplo Stull (1988).

3.2 A PARTIR DA ANÁLISE ESPECTRAL

Para o caso do espectro de Fourier, necessita-se das densidades espectrais das grandezas turbulentas para sua devida caracterização. Estas densidades espectrais dos Sinais turbulentos (u , v , w e T) suavizadas para o dia Juliano 305, 306 e 317 do ano de 2003, estarão sendo apresentadas nas Figuras 5, 6 e 7. É importante mencionar que o objetivo desta suavização é facilitar a localização do pico espectral de baixa frequência (valor adimensional máximo localizado no eixo y). Este pico espectral de baixa frequência está localizado em uma região que em Micrometeorologia é chamada de “região de produção”, pois é neste local onde estão localizados os maiores vórtices na camada de mistura (Stull 1988). Nas Figuras 5, 6 e 7 a localização deste pico espectral corresponde ao entorno dos pontos em que a curva de ajuste (linha “vermelha”) assume seus valores mais elevados.

Os gráficos a seguir correspondem aos melhores ajustes dos espectros turbulentos associado aos dias selecionados. A partir destes ajustes é possível localizar o “pico espectral de baixa frequência” a partir do qual será possível estimar a altura da Camada de mistura e conseqüentemente estimar as dimensões dos maiores vórtices associados a essa camada. Para obter estes espectros foi necessário utilizar uma rotina de otimização do software (MatLab®), que separa um espectro de Fourier em “canais” ou “bandas” com médias de 20 pontos, obtendo-se como resultado o espectro suavizado apresentado nas Figuras 5, 6 e 7 para (u , w , T).

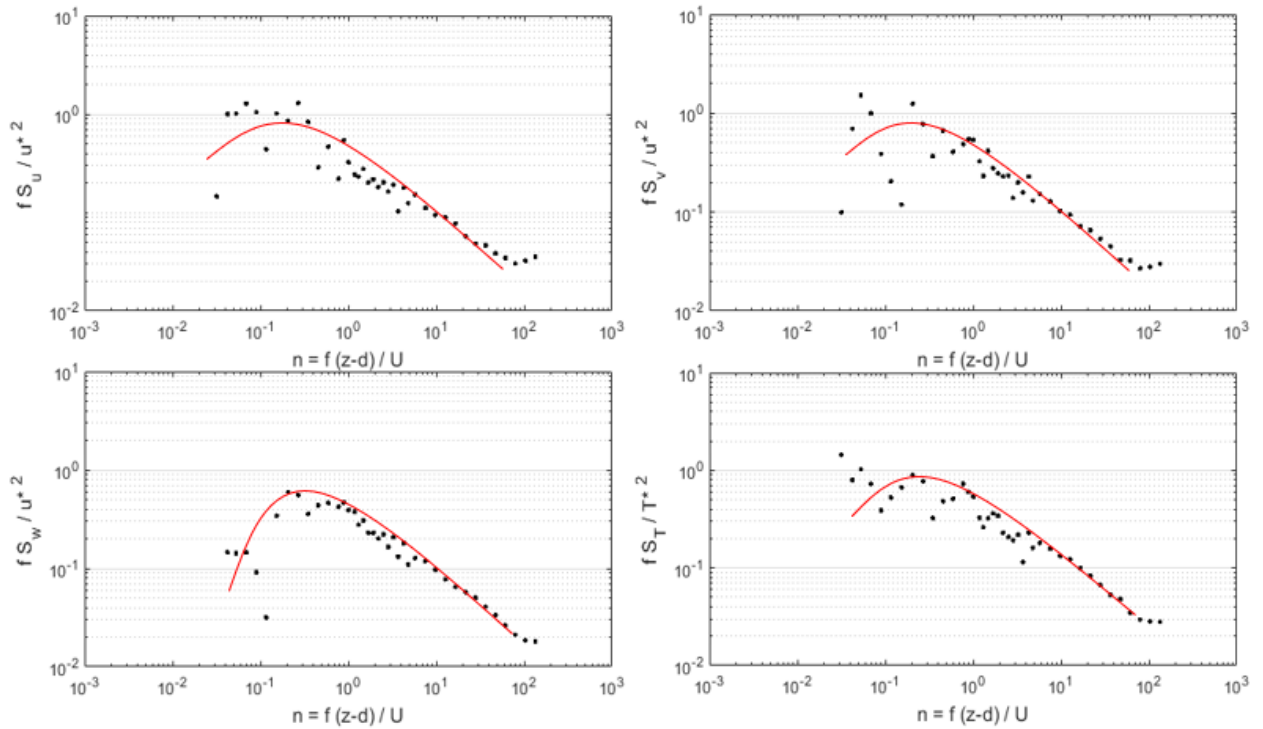


Figura 5. Espectros turbulentos suavizados (pontos “pretos”) das componentes da velocidade do vento (u , v , w) e temperatura (T). A curva formada pela linha “vermelha” presente em cada gráfico representa o ajuste associado à densidade espectral estimada através da suavização do espectro de Fourier. Os resultados referem-se ao dia Juliano 305 do ano de 2003 para o horário das 13h00min.

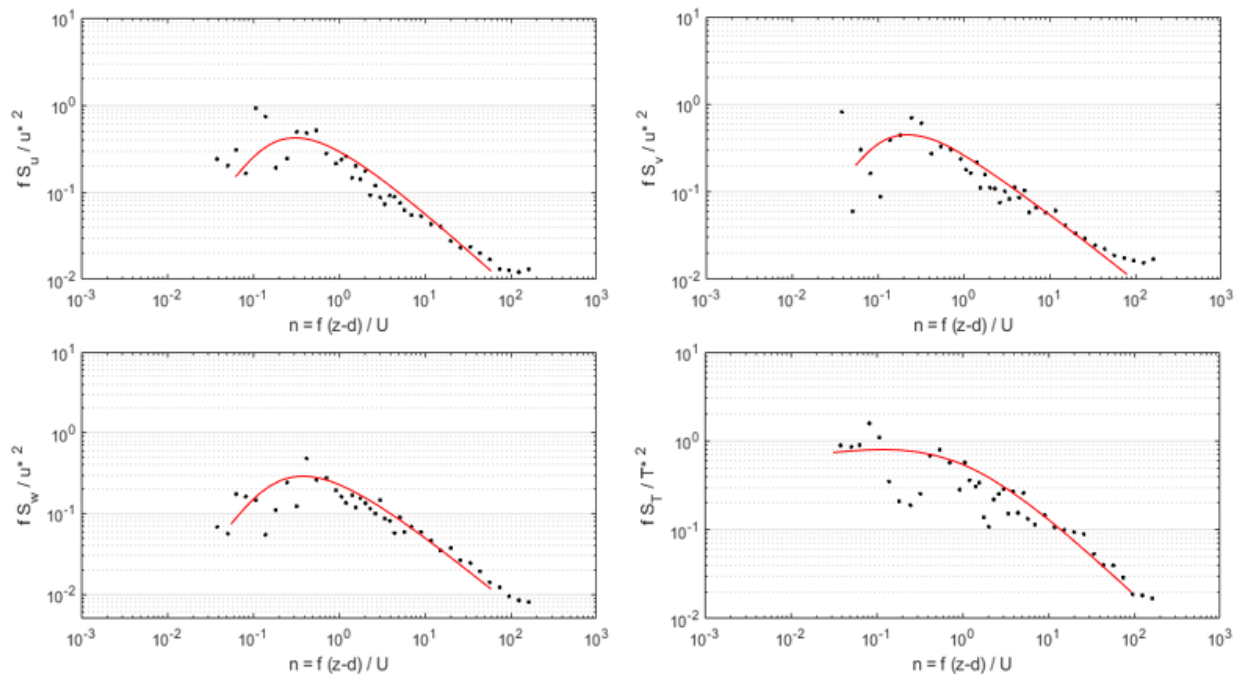


Figura 6. Espectros turbulentos suavizados (pontos “pretos”) das componentes da velocidade do vento (u , v , w) e temperatura (T). A curva formada pela linha “vermelha” presente em cada gráfico representa o ajuste

associado à densidade espectral estimada através da suavização do espectro de Fourier. Os resultados referem-se ao dia Juliano 306do ano de 2003 para o horário das 13h00min.

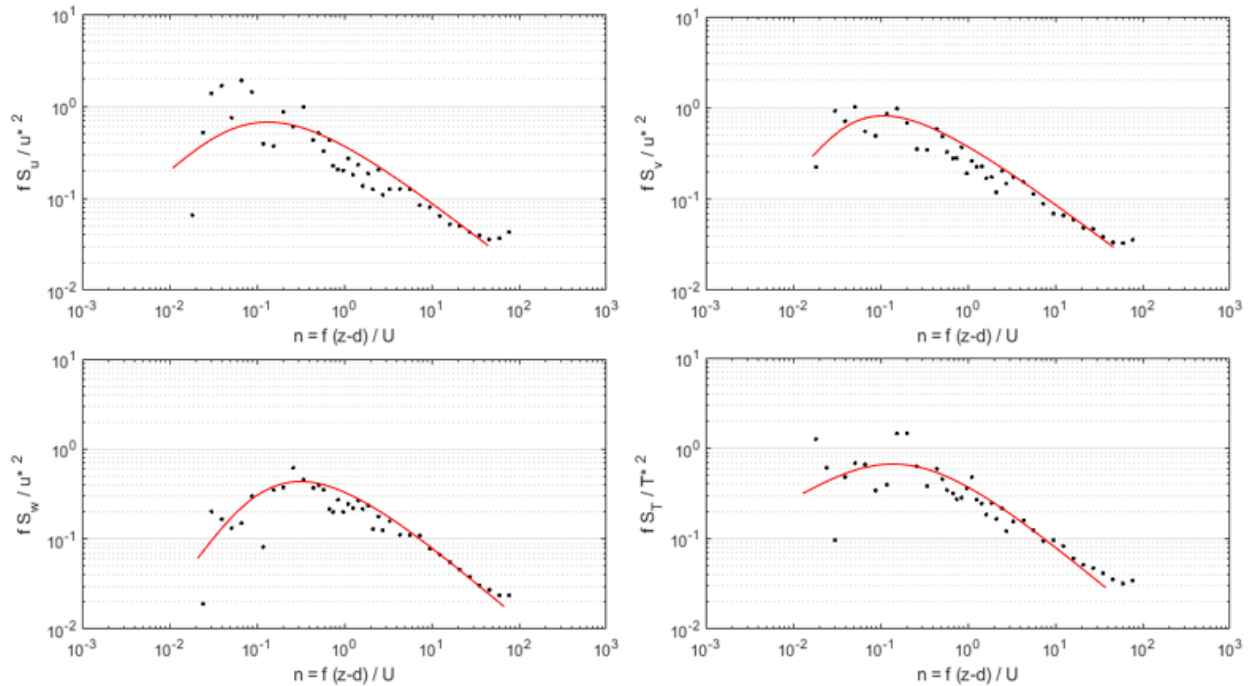


Figura 7. Espectros turbulentos suavizados (pontos “pretos”) das componentes da velocidade do vento (u , v , w) e temperatura (T). A curva formada pela linha “vermelha” presente em cada gráfico representa o ajuste associado à densidade espectral estimada através da suavização do espectro de Fourier. Os resultados referem-se ao dia Juliano 317do ano de 2003 para o horário das 13h00min.

As Figuras 5, 6e 7 mostram que é possível encontrar a frequência adimensional máxima associada a cada espectro suavizado. Os respectivos valores dos comprimentos de onda demonstrado na tabela 1 foi calculado com base na equação 3 para os espectros de Fourier, Wavelet e o método de Radiossonda veja a seguir.

Tabela 1- Valores dos comprimentos de ondas para os picos espectrais de $u[(\lambda_m)_u]$, $w[(\lambda_m)_w]$, $[(\lambda_m)_{wavelet}]$, Radiossonda e a altura da camada de mistura, z_i , é estimada com base nestes valores de $(\lambda_m)_w$ a partir da metodologia de Liu e Ohtaki, (1997).

Dia	Hora (min)	$(\lambda_m)_u$ (metro)	$(\lambda_m)_w$ (metro)	$(\lambda_m)_{wavelet}$ (metros)	Radiossonda a	Diâmetro dos grandes Vórtices (metros)
305	13h00min	381	960	336	500	739

306	13h00mi n	676	550	263	600	424
317	13h00mi n	418	773	299	1062	594

Considerando-se os valores da Tabela 1 observa-se que os diâmetros dos maiores vórtices obtidos pelo presente método pode não estar totalmente de acordo com os dados obtidos na literatura para um dia de céu claro e sem nuvens. Essa dúvida pode ser contornada com a estimativa da CLC a partir a variação de tendências de perfis de temperatura, temperatura potencial e de umidade relativa medidas a partir de radiossondagens verticais acima do sítio experimental.

Acredita-se, no entanto, que o método apesar de estar rigorosamente alinhado, ele apenas capturou apenas uma faixa de vórtices que se localizam na a região de produção. “A região de produção detém a maior porção da Energia Cinética Turbulenta (ECT), que por sua vez é extraída do escoamento médio (flutuabilidade e cisalhamento)” (Lamessa, 2001). As escalas de comprimento característico desta região variam de dezenas de metros até vários quilômetros.

Além disso é possível que uma série temporal de 30 minutos possa ter contribuído para a detecção de vórtices dominantes da camada Limite Superficial, que é a camada que se forma mais próximo à superfície (algumas dezenas de metros de altura apenas). Apesar das divergências e limitações demonstradas pelo método, acredita-se no potencial de aplicação deste, principalmente em razão da limitação de recursos (financeiros, de logística, etc.) à qual estão sujeitas a grande maioria dos projetos experimentais.

4 CONCLUSÃO

Estes resultados mostram que as análises espectrais são de total importância para explorar as características da natureza turbulência na Camada Limite Superficial. No entanto, nem sempre as campanhas experimentais realizadas para obter medidas de campo são dotadas de fartos recursos financeiros. Assim, através deste trabalho é possível concluir que o método para estimar a altura da camada de mistura a partir da análise espectral:

(a) Pode ser aplicado a dados da camada limite atmosférica tropical, mas há divergências entre os valores obtidos pelo método proposto e por radiossondagens verticais; (b) Apesar das divergências, o método é uma boa opção para investigação da

estrutura da camada atmosférica acima de floresta;(b) A transformada wavelet mostrou-se também eficiente em estimar o comprimento z_i apesar das divergências ocorridas. Estas divergências, no entanto, acontecem provavelmente pela diferença de altura identificada no espectro da Figura 3 e que ainda carecem de maiores ajustes.

Observe-se aqui, que este trabalho ainda necessita de aprofundamentos, mas que até esse momento pode ser considerado satisfatório e de relevância significativa para estudos da atmosfera tropical acima de floresta.

ACKNOWLEDGMENT

The authors acknowledge the financial support for field studies from Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM), and from FAPESP (Process number 2013/50529-8). We acknowledge the support from the Central Office of the Large Scale Biosphere Atmosphere Experiment in Amazonia (LBA), the National Institute of Amazonian Research (INPA). The authors is thankful to University State of Amazonas (UEA) for financial support [CSPROJ – 53994; 54140 and 43097].

REFERÊNCIAS

Barbosa, E. B. M: **Estudo da variabilidade de séries temporais ambientais através de espectros de assimetria implementados em software científico livre** /Eduardo Batista de Moraes Barbosa. São José dos Campos: INPE, 2006.

Bassalo, José Maria Filardo: **SÉRIES DE FOURIER: Funções Periódicas. Sistemas ortogonais.** In: José Maria Filardo Bassalo, Mauro Sérgio Dorsa Cattani. **Elementos de Física matemática.** São Paulo: Editora Livraria da Física Maluhy & Co, 2010, p. 96-100.

Daubechies, I. (1992). *Ten lectures on wavelets.* Society for industrial and applied mathematics.

EIGER S. **Modelos de Escoamentos Turbulentos.** In: SILVA RCV (Ed.). **Métodos Numéricos em Recursos Hídricos.** Coleção da ABRH – Associação Brasileira de Recursos Hídricos, Vol. 1, 1989.

Farias, Francisco Otávio Miranda. Detecção de fenômenos extremos na camada limite atmosférica noturna acima da floresta Amazônica a partir da análise de sinais precursoros.

2017. 233 f. Tese(Clima e Ambiente (CLIAMB)) - Instituto Nacional de Pesquisas da Amazônia, Manaus,2017.

Farge, M. (1992). Wavelet transforms and their applications to turbulence. *Annualreviewoffluidmechanics*, 24(1), 395-458.

Gurgel, Valciano Camilo: Aplicações de técnicas Wavelets em análises de séries temporais para detecção de correlação. ANGICOS-RN: Ufersa . CRB, 2013.

Hinze, J. O., Turbulence, New York, Series in MechanicalEngineering. McGraw-Hill Book Co., NY 790pp 1975.

Khairoutdinov M. & Randall, D. "High-Resolution Simulation of Shallow-to-Deep Convection Transition over Land", *Journal of the Atmospheric Sciences*, 2006.

Lamessa,J. E. Estudo espectral da camada limite superficial de Iperó – SP, Universidade de São Paulo, Instituto de astronomia, geofísica e ciências atmosféricas. Departamento de ciências atmosféricas. São Paulo, 2001.

Liu, X. e Ohtaki, E. AnIndependentMethodto Determine theHeightofMixedLayer. *Boundary-Layer Meteorology*, 1997.

Meyer, Y. (1990). Ondelettes et operateurs. I, Hermann. *Paris, France*.

Meyer, Y., **Wavelets**: algorithms and applications, Philadelphia, Pennsylvania, SIAM. 1993.

Nussenzveig H. Moysés, **Curso de Física Básica/** H. Moysés Nussenzveig. São Paulo. Edganl Blucher, 1981.p. 21

Palm III, William J. **Introdução ao MATLAB para Engenheiros-3**. AMGH Editora, 2013.

Rocha, V. B. Uma abordagem de Wavelets aplicada à combinação de previsões: Uma análise teórica e experimental. Dissertação Mestrado, UFP. Curitiba, 2008.

Stull, R. B. An Introduction to Boundary Layer Meteorology. Kluwer Academic Publishers Dordrecht. 1988.

Souza J. F.A, Oliveira. L. R, Azevedo. J. L Soares. I. D e Mata. M. M: UMA REVISÃO SOBRE A TURBULÊNCIA E SUA MODELAGEM, *Revista Brasileira de Geofísica*, v.

29(1), n 21-41, p.22-41, Fevereiro/ 2011. Disponível em: <<http://www.scielo.br/rbg>> Acesso em: 21/10/2017.

VilaniMaricéia T. & Luciana Sanches. Análise de Fourier e Wavelets aplicada à temperatura do ar em diferentes tipologias de ocupação. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v.17, n.12, p.1340-1346, Agosto/2013. Disponível em: <http://www.agriambi.com.br>. Acesso em: 11/10/ 2017.