

El impacto de una intervención didáctica para la comprensión del concepto de fracción a través de representaciones semióticas en estudiantes de secundaria

The impact of a didactic intervention on the understanding of the concept of fraction through the semiotic representations on students of high school

Recebimento dos originais: 10/03/2019

Aceitação para publicação: 04/04/2019

María Eugenia Martínez Merino

Maestra en Educación Matemática por la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México).

Institución: Escuela Telesecundaria Ignacio Romero Vargas

Dirección: Av. Reforma No. 11, Quecholac, C.P. 75460, Puebla, México,

Dirección electrónica: maruca_621115@hotmail.com

Lidia Aurora Hernández Rebollar

Doctora en Matemáticas por la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México)

Institución: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Domicilio: Av. San Claudio y 18 Sur, Ciudad Universitaria, Edif. FM1-104, Col. San Manuel, C.P. 72525, Puebla (México)

Dirección electrónica: lhernan@fcfm.buap.mx

María Araceli Juárez Ramírez

Doctora en Matemáticas por la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México)

Institución: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Domicilio: Av. San Claudio y 18 Sur, Ciudad Universitaria, Edif. FM1-105, Col. San Manuel, C.P. 72525, Puebla (México)

Dirección electrónica: arjuarez@fcfm.buap.mx

José Antonio Juárez López

Doctor en Matemática Educativa por el Instituto Politécnico Nacional (México)

Institución: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Domicilio: Av. San Claudio y 18 Sur, Ciudad Universitaria, Edif. FM1-202, Col. San Manuel, C.P. 72525, Puebla (México)

Dirección electrónica: jajul@fcfm.buap.mx

RESUMEN

Se muestran los resultados de una intervención didáctica basada en las transformaciones y conversiones de representaciones semióticas en alumnos de secundaria. Las actividades en las que se involucraron a los alumnos buscaron favorecer la construcción de algunos elementos del concepto de fracción. También se fomentó el uso de las fracciones en contextos familiares y variados y se indagó cuáles eran los errores más comunes en las diferentes representaciones utilizadas. Algunos resultados coinciden con lo ya reportado por otros autores. Por ejemplo, al utilizar y operar las fracciones los alumnos no lograron

relacionar sus conocimientos previos con diferentes representaciones. También, el carácter multifacético del concepto originó dificultades de comprensión. En general, los resultados de la aplicación de la propuesta didáctica fueron favorables, se observaron diferentes índices de logros en las distintas transformaciones y conversiones manejadas.

Palabras clave. Propuesta didáctica; Número fraccionario; Representaciones; Conversiones.

ABSTRACT

The results of a didactic intervention based on the transformations and conversions of semiotic representations on students of high school are shown. The activities in which the students were involve in, look to favor the construction of some elements of the concept of fraction. The use of fractions in familiar and varied contexts were fomented as well, and enquiries were made to identify the most common mistakes in the different representations that were used. Some results match those already reported by other authors. For example, when using and operating fractions, the students could not relate their prior knowledge to different representations. In addition, the multifaceted nature of the concept originated understanding difficulties. Overall, the results of the didactic proposal were favorable, different rates of success were observed in the different transformations and conversions that were used.

Keywords. Didactic proposal; fractional number; representations; conversions.

1 INTRODUCCIÓN

En la vida diaria y en la escuela los jóvenes tienen serios problemas para representar y usar fracciones. Eneeducación básica este tema es uno de los que presenta más dificultad. A pesar de que en la educación primaria se le dedica mucho tiempo a su aprendizaje, en la escuela secundaria se observan dificultades y errores en el uso y manejo de estos números. Diversos estudios se han realizado para hacer notar el carácter multifacético de las fracciones y las diversas dificultades que tienen los estudiantes cuando trabajan con estos números. Entre estos trabajos se encuentran los de Kieren (1976), De León y Fuenlabrada (1996), Perera y Valdemoros (2007), Fandiño (2009) y Block, Mendoza y Ramírez (2010). Todo concepto matemático se ve obligado a servirse de representaciones (D'Amore, 2011, p. 152) y no existe noética sin semiótica (Duval, 1993 citado en D'Amore, 2011, p. 157). Por lo tanto, la representación de las fracciones es muy importante para la comprensión del concepto. Es necesario que el alumno interprete las fracciones de forma eficaz, independientemente del registro en el que se encuentren representados, ya que son la base para otros constructos.

En este trabajo se presentan los resultados de una intervención didáctica basada en transformaciones y conversiones semióticas de números fraccionarios como: transformación de número fraccionario a decimal y viceversa, conversiones de la representación numérica a

la gráfica en la recta numérica y viceversa a la representación figurativa. La finalidad de esta intervención didáctica fue involucrar a los estudiantes en actividades que les ayudaran a una mejor comprensión del concepto de fracción a través del manejo de diferentes transformaciones semióticas. Las representaciones semióticas que se consideraron coinciden con las señaladas en el currículo (SEP, 2011) para primer grado de secundaria en México.

Se presenta un marco teórico que abarca a las fracciones, las representaciones semióticas y el uso de diagramas. Se describe la metodología empleada y luego, los resultados que se obtuvieron en el pretest, un reporte de la intervención y los resultados del postest. También se muestran algunas coincidencias con resultados ya reportados por algunos autores.

Este trabajo ofrece una alternativa para la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones a través de representaciones semióticas.

2 MARCO TEÓRICO

2.1 FRACCIONES: ASPECTOS CONCEPTUALES Y DIDÁCTICOS

Algunas investigaciones han reportado bajo conocimiento sobre fracciones en alumnos de educación básica, tal es el caso de la investigación realizada por Perera y Valdemoros (2007). Estas autoras realizaron un estudio con un grupo de cuarto grado de primaria, emplearon contextos afines a la vida real de los niños en actividades que tuvieron la finalidad de propiciar en el estudiante la construcción de la noción de fracción e identificar algunos de sus significados (relación parte-todo, medida, cociente intuitivo y rudimentos de operador multiplicativo). Los resultados de su investigación revelan que es indispensable la familiaridad del contexto en la situación problemática, así como la construcción de la noción de fracción a partir de sus conocimientos previos. También se registró la tendencia en algunos niños a usar tanto números naturales como operaciones aritméticas seleccionadas arbitrariamente. Los resultados de su evaluación diagnóstica reflejaron que los niños contaban con escasos conocimientos intuitivos respecto de la noción de fracción.

De León y Fuenlabrada (1996) realizaron investigaciones sobre los procedimientos que utilizan los niños de primaria para resolver situaciones problemáticas que involucran el significado de cociente de fracciones. La investigación se centra en identificar y clasificar las dificultades, errores y aciertos de los alumnos al resolver problemas de reparto y explicar la razón de ellos. En su investigación, estos autores encuentran que un alto porcentaje de niños fracasan en aprender y que, aún sin tomar en cuenta las diferentes interpretaciones, manifiestan dificultades en el uso y manejo de la fracción como cociente. Encontraron

algunos ejemplos de situaciones como problemas de reparto, de medición y de transformación de medida que no son debidamente aprovechadas en la instrucción.

Fandiño (2009) afirma que, desde hace más de 35 años, algunos autores evidencian que detrás del término fracción se esconden varias acepciones, y esto genera confusión en los estudiantes. La autora recopila una gran cantidad de trabajos sobre fracciones de distintos autores desde los años 70's. Como resultado de su trabajo, enumera los principales significados que la palabra fracción puede asumir en matemáticas y, por lo tanto, en el proceso de enseñanza aprendizaje. Además, menciona que la noción de fracción que nos enseñan en la primaria la arrastramos por años, y no tiene la fuerza para satisfacer todos los significados que el término asumirá en los cursos de nivel superior. En su obra destaca las siguientes interpretaciones para la noción de fracción: parte de una unidad todo a veces continua y a veces discreta, cociente, relación, operador, probabilidad, en los puntajes, número racional, punto de una recta orientada, medida, indicador de cantidad de elección, porcentaje, en el lenguaje cotidiano.

Otro trabajo que se refiere al carácter multifacético del término fracción es el de Block, Mendoza y Ramírez (2010), quienes mencionan que es muy importante que, tanto el docente en su práctica, como el estudiante en su proceso de aprendizaje comprendan el carácter multifacético de la noción de fracción. En su trabajo sobre enseñanza de la proporcionalidad menciona que, para que el alumno comprenda la multiplicación por el factor de proporcionalidad, cuando éste es una fracción, debe hacerse una nueva construcción de la multiplicación, ya que hubo una ruptura en la comprensión que tenía desde los naturales. Ellos hacen notar mediante ejemplos, que una fracción tiene diferente interpretación que el de una razón y que hay situaciones en las que es importante distinguirla.

La obra de Kieren (1976) es trascendental en el campo de estudio de las fracciones, ya que fue el primer investigador que abordó la problemática de la multiplicidad de interpretaciones de la noción de fracción. Sus investigaciones evidencian que la existencia de varios significados del término fracciones una de las principales dificultades para su comprensión y el dominio de sus operaciones. Las diferentes interpretaciones del término fracción que señala son: fracción que puede compararse, sumarse, restarse, multiplicarse y dividirse; como clase de equivalencia de fracciones; como razones entre dos números; como operador multiplicativo o como mapeos; cociente; como medida o como punto sobre una recta y números decimales.

2.2 REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS Y APRENDIZAJE

Dentro de los aprendizajes de primero de secundaria se espera que el alumno sea capaz de convertir números fraccionarios a decimales y viceversa, y de ubicar y representar las fracciones en la recta numérica. Con la teoría de representaciones semióticas de Duval (2006), como base para el diseño de la intervención didáctica, se buscó favorecer en el alumno la conversión de representaciones, y con ello, contribuir en la construcción del concepto de fracción.

Duval (2006) parte de la importancia de las representaciones semióticas para cualquier actividad matemática y propone dos tipos de transformación sobre las mismas: tratamiento y conversión. Los tratamientos son transformaciones de las representaciones que suceden en el mismo registro. Por ejemplo, la realización de un cálculo sin dejar de estar en el mismo sistema de notación para representar los números. Otro ejemplo es el procedimiento para llevar a cabo una operación numérica que depende tanto del sistema de representación utilizado para los números como de las propiedades de las operaciones. Así, los algoritmos son diferentes para una notación decimal y una notación fraccionaria de los mismos números. Por ejemplo: hacer la suma $0.20 + 0.25$ es diferente de $1/5 + 1/4$ y operar $0.20:0.25$ es diferente de $1/5:1/4$. Eso significa que los procesos de cálculo dependen del tipo de representación y de sus reglas de funcionamiento.

Las conversiones son transformaciones de representación que consisten en cambiar un registro sin cambiar el objeto. Este es el caso de un problema en lenguaje natural que pasa a la notación algebraica de una ecuación y luego hacia su representación gráfica. La conversión es una transformación que es más compleja que el tratamiento ya que cualquier cambio de registro primero requiere el reconocimiento del mismo objeto representado en dos registros. En el aula tenemos una práctica muy concreta de utilizar simultáneamente dos registros. Se habla en lenguaje natural lo que está escrito en expresiones simbólicas, como si las explicaciones verbales pudieran hacer cualquier tratamiento simbólico transparente (Duval, 2000b, citado en Duval, 2006). A través de los diversos tipos de conversiones, más que a través de tratamientos, es como se llega a la comprensión de las matemáticas y de los procesos de pensamiento específicos requeridos por dicha actividad (Duval, 2006).

El papel desempeñado por los signos o, más exactamente, por los sistemas semióticos de representación, no es sólo para designar objetos matemáticos o para comunicarse, sino también para trabajar en los objetos matemáticos y con ellos. Ningún tipo de procesamiento matemático se puede realizar sin utilizar un sistema semiótico de representación, porque el

procesamiento matemático siempre implica la sustitución de alguna representación semiótica por otra. A diferencia de las otras áreas de conocimiento científico, los signos y la transformación de representación semiótica están en el corazón de la actividad matemática.

El problema fundamental de la comprensión matemática en los alumnos surge del conflicto cognitivo entre estas dos exigencias opuestas: distinguir el objeto representado de la representación semiótica utilizada y no tener acceso al objeto matemático. La importancia de las representaciones semióticas en la actividad matemática radica en que el alumno necesita tener diferentes sistemas de representación semiótica que pueda utilizar libremente de acuerdo con la tarea a realizar (D'Amore, 2013). Algunos procesos son más fáciles en un sistema semiótico que en otro, o incluso se puede hacer en un solo sistema. D'Amore (2011) también menciona que el aprendizaje de los conceptos matemáticos no puede ser más que un aprendizaje conceptual y sólo a través de representaciones semióticas, además de que las características de la semiótica son tres actividades cognitivas: representación, tratamiento y conversión. D'Amore (2005) retoma las palabras de Duval y explica el significado de los términos de la siguiente manera:

Semiótica = representación realizada por medio de signos.

Noética = adquisición conceptual de un objeto.

2.3 LOS DIAGRAMAS COMO HERRAMIENTA DE REPRESENTACIÓN EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Una de las representaciones de las fracciones que se utiliza con frecuencia en educación básica es la figurativa. Diezmann (2000) afirma que una de las dificultades que presenta el alumno al plantear su estrategia de resolución de problemas es dibujar un diagrama que resulte apropiado. Esta autora identifica tres categorías de dificultades en la elaboración de diagramas los cuales son: falta de uso de un diagrama, dificultad en generar el diseño del diagrama y dificultades propias que están relacionadas con diagramas específicos. En el caso de la fracción como parte todo, las dificultades están en relacionar las partes en que se divide la unidad y las que se toman. La NCTM (1989) defiende la postura de dibujar un diagrama como estrategia de resolución de problemas porque explota esquemas espaciales de manera significativa, permitiendo procesos complejos y estructuras para ser representadas. Para Diezmann (2000) es importante conocer los factores que influyen en la representación del problema, porque la información que se representa en un diagrama implica la decodificación de información lingüística y la codificación de la información

visual. Durante este proceso de traducción existe el potencial para la adquisición de conocimientos a través de la reorganización de la información y posteriormente haciendo inferencias. Por tal motivo, es necesario que los estudiantes sepan por qué un diagrama puede ser útil en la solución de problemas, qué diagrama es apropiado para la situación presentada y cómo utilizar un diagrama para resolver un problema. Lo importante es que la disposición de la información en el diagrama represente la estructura del problema. Para Diezmann (2000), los estudiantes necesitan desarrollar conciencia de que los diagramas son dinámicos en lugar de representaciones estáticas, son lugares de espacio físico para relacionar los elementos del problema, debe ser lo suficientemente espacioso y lo relativamente limpio para una buena elaboración. La comprensión de un problema puede evolucionar a través de la elaboración de un diagrama, son una herramienta importante para la resolución de problemas. Sin embargo, los beneficios de cualquier herramienta están estrechamente asociados con el conocimiento de los usuarios, de esta forma, los maestros pueden observar el desarrollo de sus habilidades en uso.

3 MÉTODO DE INVESTIGACIÓN

Este trabajo presenta una investigación que redirige la práctica educativa a través del diseño y aplicación de una intervención didáctica para contribuir en la comprensión de los números fraccionarios a través de representaciones semióticas en secundaria.

El trabajo inició con la aplicación de un pretest al grupo participante, con la finalidad de identificar los conflictos que presentaban los estudiantes en el tema de fracciones. Con base en los resultados del pretest y la revisión bibliográfica, se diseñó y aplicó una intervención didáctica, la cual se detalla más adelante. Finalmente, para evaluar su efecto se aplicó un postest con la misma estructura que el pretest, con la diferencia de que los números (fraccionarios y decimales) fueron cambiados.

3.1 PARTICIPANTES

En el estudio participó un grupo de 30 alumnos de primer grado de secundaria de medio rural. Los alumnos provenían de las diferentes escuelas primarias de la comunidad y de sus alrededores, sus edades oscilaban entre los 12 y 13 años y fueron escogidos por su disposición de tiempo para responder el test. Todos los alumnos estaban inscritos por primera vez en primer grado.

3.2 DISEÑO DEL PRETEST

El diseño del instrumento fue lo más sencillo posible para evitar confusiones en la comprensión de los textos y consideró el nivel académico de los estudiantes. En la evaluación se plantearon cinco números fraccionarios para convertirlos a números decimales, estos números fraccionarios debían representarlos en una recta numérica, la cual sólo se representó con una línea, los estudiantes debían colocar el cero y las marcas necesarias para su localización. Posteriormente, se propusieron cinco números decimales finitos para convertirlos a fracción, y por último, se planteó un problema que involucró tanto a números fraccionarios como a números decimales. A continuación se presenta el pretest que recibieron los estudiantes.

○ PON A PRUEBA TU CONOCIMIENTO

Realiza las conversiones de fracción a decimal, coloca las operaciones en la parte derecha de la hoja y representa el resultado con tres decimales, después localiza las fracciones en la recta numérica.

$$\frac{3}{6} \quad \frac{13}{16} \quad \frac{7}{3} \quad \frac{9}{2} \quad \frac{8}{11} \quad \text{_____}$$

Representa los siguientes números decimales en fracciones.

$$0.23 = \quad 0.004 = \quad 0.404 = \quad 1.75 = \quad 5.017 =$$

Resuelve el siguiente problema, haz tus operaciones en la parte de atrás de la hoja de forma ordenada.

Teresa inicia un plan de ventas de dulce para la semana registrando el tiempo de venta en la tabla siguiente.

Día	Tiempo en horas
1	$1 \frac{3}{4}$
2	1.23
3	$1 \frac{2}{5}$
4	1.44

¿Cuántas horas de venta hizo Teresa en total?

- a) 2.67 b) $3 \frac{1}{82}$ c) $3 \frac{3}{20}$ d) 5.82

3.3 DISEÑO DE LA INTERVENCIÓN DIDÁCTICA

La intervención constó de 11 sesiones continuas de 50 minutos cada una y se diseñó con base en la teoría de representaciones semióticas de Duval (2006). Se pretendió promover en los estudiantes la transformación fluida de diferentes representaciones del concepto de fracción. También se consideró el análisis de las respuestas del pretest y el desarrollo de propuestas didácticas de los diferentes autores mencionados.

La primera sesión utiliza una actividad manual que tuvo la finalidad de recuperar la base de conocimientos previos de la noción de fracción. Las demás sesiones inician con una contextualización de la situación para introducir al estudiante al tema de estudio. Se utilizaron contextos cercanos a la realidad del estudiante para establecer una conexión entre lo estudiado en la escuela y su aplicación en lo cotidiano. El grado de dificultad de las actividades fue ascendiendo, iniciando con el uso de conocimientos previos, después identificando la unidad y las partes, más adelante usando la fracción en alguna de las interpretaciones descritas por Kieren (1976) o Fandiño (2009), hasta finalizar con la resolución de problemas que implicaran diferentes representaciones e interpretaciones. La intervención didáctica involucra el uso y manejo de diferentes aplicaciones de las fracciones, como por ejemplo, dietas alimentarias, juegos de mesa con diferentes representaciones y conversión de unidades en diversas situaciones como uso de herramientas y aparatos electrónicos. En la tabla 1 se muestra una descripción resumida de la secuencia de actividades que se aplicó.

Tabla 1. Secuencia de actividades junto con algunas de sus características.

No. de Actividad	Nombre	Intención didáctica	Interpretación de la fracción	Representación
1	Rehilete	Describe y reconoce las fracciones a través de una unidad como un todo.	Parte todo discreta y continua	Fracción
2	Cubo	Describe y reconoce las	Parte todo discreta	Fracción

	mágico	fracciones de una unidad discreta. Representa la fracción en la recta numérica.		Esquema
3	La dieta	Realiza conversiones de decimal a fracción y viceversa para resolver problemas. Transita del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático.	Medida Punto en una recta	Decimal Fracción Esquema
4	Los dados	Comprende y usa su concepto de fracción a través del manejo de diferentes representaciones.	Cociente	Decimal Fracción
5	El juego de ajedrez	Desarrolla el significado y uso de número fraccionario.	Parte todo continua	Fracción
6	Juego dominó	Favorece el uso y manejo de las fracciones a través del tránsito por diferentes representaciones.	Parte todo discreta Parte todo continua Punto en una recta Cociente	Fracción Decimal Esquema figurativa
7	Tuercas tornillos y algo más	Resuelve problemas que impliquen la conversión de decimal a fracción y viceversa. Transita del lenguaje cotidiano a lenguaje matemático.	Lenguaje cotidiano Medida Punto en una recta Operador Parte todo	Esquema Decimal Fracción
8	Lotería	Identifica y reconoce los números fraccionarios en sus diferentes representaciones en un conjunto discreto y continuo.	Parte todo discreta Parte todo continua Punto en una recta cociente	Fracción Decimal Figurativa Esquema
9	Copas de grosella, frambuesa y	Resuelve problemas que implican la conversión de fracciones a decimales y	Cociente Medida Lenguaje cotidiano	Fracción Decimal

	melocotón	viceversa.				
10	Instrumentos de medición	Resuelve problemas que implican la conversión de fracciones a decimales y viceversa. Comprende y usa las fracciones en su vida cotidiana.	que	Medida	Lenguaje cotidiano	Decimal Fracción Figurativa Esquema
11	¿Qué talla de bici usas?	Resuelve problemas que implican la conversión de fracciones a decimales y viceversa. Comprende y usa las fracciones en situaciones teóricas y de su vida cotidiana.	que	Lenguaje cotidiano	Punto en una recta	Fracción Figurativa Esquema Decimal
				Parte todo	Operador	
				Cociente	Cociente	
				Punto en una recta		

3.4 FORMA DE TRABAJO CON LOS ESTUDIANTES

Los estudiantes leyeron de manera individual para comprender el problema o la actividad, se les invitó a identificar datos, lo que se quería encontrar, e identificar posibles estrategias de solución. Luego, en grupos de tres o cuatro estudiantes se discutieron y reflexionaron las propuestas de resolución, obtuvieron y comprobaron resultados. Los procedimientos fueron valorados por los integrantes de cada equipo para realizar puestas en común. Se hizo una valoración final de los resultados por equipos y se acordaron conclusiones y comentarios. Al final de cada actividad se hicieron comentarios grupales con el objetivo de retroalimentar a todo el grupo, se hicieron comentarios de dificultades presentadas, estrategias de resolución, procedimientos y hallazgos obtenidos. Con lo anterior se buscaba que el estudiante comprendiera diferentes estrategias de resolución, formas de pensar y asentirse mejor al saber que no era el único que presentaba ciertas dificultades.

Concluida la aplicación de la intervención didáctica se pidió a los estudiantes que contestaran una autoevaluación de su desempeño, misma que se realizó con la intención de tener un parámetro sobre lo que pensaron de la intervención.

A continuación se presentan dos de las actividades que mayor aceptación tuvieron entre los estudiantes.

ACTIVIDAD 6: *juego dominó*

Brazilian Journal of Development

El juego contiene fichas con números fraccionarios en diferentes representaciones, sobre rectas numéricas, como números decimales y otras representaciones gráficas. Ver figura 1.

INSTRUCCIONES

Se juega entre 4 personas.

Se hace la sopa y cada jugador toma 7 fichas.

Los jugadores pueden usar calculadora.

Se elige el primer jugador en poner la ficha en juego.

Posteriormente irán tomando turno hacia la derecha.

Se colocan las fichas una junto a otra siempre que sea su representación equivalente (como en el juego tradicional).

El juego se puede cerrar.

Si el jugador en turno no tiene la ficha correspondiente será brincado su turno.

Gana el primer jugador que se quede sin fichas o el jugador que tenga menos valor numérico en la suma de sus puntos.

Recursos: Dominó con diferentes representaciones de fracciones, calculadora sencilla, hojas blancas, lápiz.

Objetivo didáctico: Favorece el uso y manejo de las fracciones a través del tránsito por diferentes representaciones.

Aprendizajes esperados: Resuelve problemas teóricos utilizando diferentes representaciones de las fracciones.

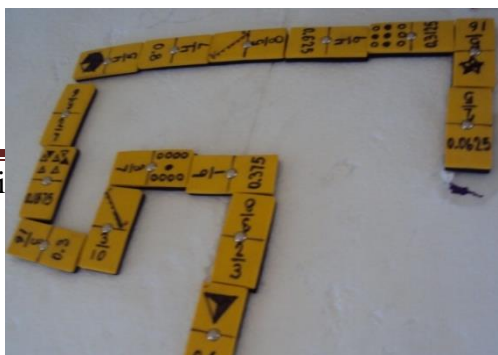
Estándar curricular que se favorece: Resuelve problemas teóricos que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.

Contextualización: Se comentan en forma breve las reglas del juego. Con base en sus conocimientos previos se comentan las diferentes representaciones de los números fraccionarios.

Desarrollo: Se forman equipos con 3 o 4 integrantes, se inicia el juego y si hay dudas sobre las reglas se aclaran, la actividad se realiza por 50 minutos.

Evaluación: Autoevaluación: Con base en tu desempeño del juego contesta lo siguiente (la ficha de autoevaluación se presenta en el apartado de resultados).

Retroalimentación: En forma grupal se comenta sobre los avances y dificultades presentados en el tema.



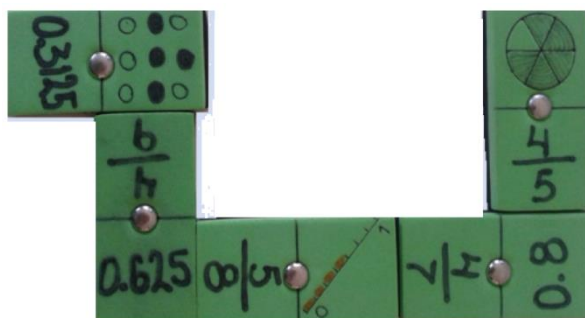


Figura 1. Las imágenes muestran algunos de los elementos del juego de dominó.

ACTIVIDAD 11: ¿Qué talla de bici usas?

La actividad inicia con una breve reseña sobre el posible origen y evolución de la bicicleta, el contexto es muy familiar para los estudiantes porque la ocupan mucho como medio de transporte, además de que realizan sus propias reparaciones. Posteriormente, se recuerda la equivalencia de una pulgada en centímetros y se dan a conocer ciertas medidas de tuercas y tornillos más comunes que pueden utilizar las bicicletas, también se muestran algunas imágenes para aclarar cualquier condición. En seguida se presenta una serie de posibles situaciones problemáticas que pudieran presentarse con la bicicleta, mediante preguntas y peticiones el estudiante tiene que resolver problemas, esto contribuye a transitar con mayor fluidez por entre las diferentes representaciones de los números fraccionarios (fracción, decimal, esquema, distancia en la recta, punto sobre la recta). Con la actividad se pretende que el alumno resuelva problemas que impliquen la conversión de fracciones a decimales y viceversa, que comprenda y use las fracciones y que conozca y utilice las convenciones para representar números fraccionarios y decimales en esquemas.

Recursos: Impresión de la secuencia 11, colores, lápiz, goma, lapicero.

Objetivo didáctico: Resuelve problemas que implican la conversión de fracciones a decimales y viceversa. Comprende y usa las fracciones en situaciones teóricas y de su vida.

Aprendizajes esperados: Convierte números decimales a fraccionarios y viceversa. Conoce y utiliza las convenciones para representar números fraccionarios y decimales en la recta.

Estándar curricular que se favorece: Resuelve problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.

Contextualización: Para introducir en este tema al alumno se da una breve introducción sobre el posible origen de la bicicleta y del ciclismo, mediante lluvia de ideas se comentan experiencias sobre el tema.

Desarrollo: Se forman equipos de 3 o 4 integrantes mixtos para realizar la sesión de manera colaborativa, se fomenta el análisis, la reflexión y las puestas en común.

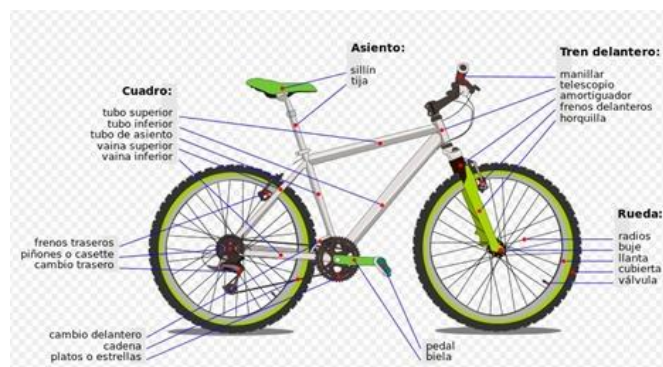
Evaluación cuantitativa: logro de los aprendizajes esperados, aprendizajes no logrados, interferencias en el aprendizaje de los alumnos.

Retroalimentación: En grupo se comenta sobre posibles dificultades y estrategias de solución que llevaron a cabo los alumnos. A continuación se presenta la actividad.

¿QUÉ TALLA DE BICI USAS?

Existen jeroglíficos egipcios que describen a un hombre montado en dos ruedas unidas, son los primeros indicios que se tienen registrados sobre el origen de la bicicleta. El 7 de enero de 1887, el norteamericano Thomas Stevens realizó el primer viaje en bicicleta alrededor del mundo, partió de San Francisco y regresó a la misma ciudad después de pedalear durante más de tres años. El 31 de mayo de 1889 nació oficialmente el ciclismo de competición; los hermanos Olivier organizaron una carrera en París con 1200 m de recorrido en la que tomaron parte 7 ciclistas. A partir de entonces comenzó la fiebre del ciclismo. Las mejoras y avances se fueron sucediendo, hasta llegar a la bicicleta tal y como la conocemos en la actualidad.

Para que conozcas mejor tu bicicleta se te presenta una imagen con las partes principales.



Contesta las siguientes preguntas. Recuerda que una pulgada equivale a 2.54 cm.

1. La mayoría de las bicicletas utilizan tres medidas de tuercas: 15 mm, 10 mm y 8 mm. La llave para 15 mm es indispensable para quitar algunas ruedas, las tuercas de 8 y 10 mm nos

Brazilian Journal of Development

sirven para ajuste de frenos, asiento, manubrio, etc. (recuerda que las llaves inglesas se miden en fracción de pulgada).

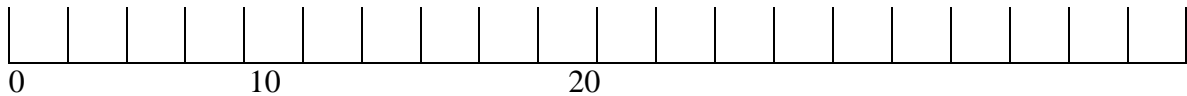
1A) Si tuvieras que quitar la rueda de tu bicicleta, ¿qué llave usarías? Representa la medida de la llave en **fracción**. _____ de pulgada.

1B) Supón que vas a ajustar las tuercas de los frenos que miden 10 mm, ¿qué llave ocuparías? Representa la medida de la llave en la siguiente recta numérica (**en pulgadas**).



2. En un taller de bicicletas un aprendiz por pura curiosidad se puso a medir las bielas de las bicicletas.

2A) Si una biela mide 170 mm, ¿cuál es la medida de la biela en **centímetros**? Representa esta cantidad en la siguiente recta numérica.



2B) Otra biela que midió el aprendiz es de 175 mm, entonces, ¿cuántos **centímetros** hay de diferencia entre una biela y otra? _____ cm.

2C) ¿Qué **fracción decimal** representa esta cantidad en **metros**? _____ m.

3. Por lo general el eje de los pedales es de medida estándar, esta medida está representada en la siguiente recta.



3A) ¿Cuál es la **fracción** que representa la medida del eje de los pedales? _____

4. El aprendiz se encontró una bicicleta que tiene $11/8$ **pulgadas** de ancho en el manubrio.

4A) Representa esta cantidad en la siguiente recta numérica.

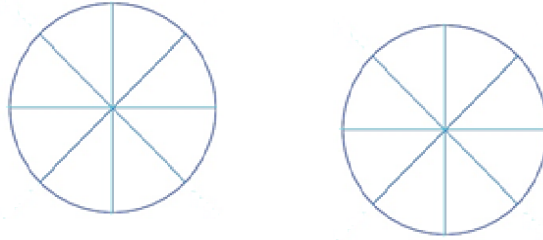


0

1

2

4B) Utiliza el diagrama para representar **la fracción** del ancho del manubrio en pulgadas, considera cada círculo como la unidad, utiliza colores claros para representarla.



4C) Como la medida del manubrio estaba en pulgadas, el aprendiz decidió medir nuevamente el ancho del manubrio pero ahora en centímetros, ¿cuál es la medida del ancho del manubrio en centímetros? _____ cm.

5. El aprendiz siguió midiendo refacciones y encontró un cuadro de bicicleta de 16 pulgadas.

5A) ¿Cuántos centímetros mide el cuadro de la bicicleta? _____ cm.

5B) ¿Cuánto mide el cuadro de la bicicleta en metros? _____ m.



Medida
del cuadro
de

5C) Representa esta última cantidad en fracción decimal. _____

4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 RESULTADOS DE PRETEST

Una vez evaluados los trabajos se buscaron similitudes y errores más comunes mostrando diferentes niveles de dificultad en las transformaciones. Los resultados de este estudio proporcionaron orientaciones respecto a las dificultades en el proceso de construcción de la noción de fracción y se tomó como base para proponer una intervención enfocada en sus diferentes representaciones y las recomendaciones de los diferentes autores citados.

Los resultados arrojaron que el 20% de los estudiantes lograron la conversión de fracción a decimal de los cinco números propuestos, el 26.6% convirtió correctamente tres, dos o un número y el 53.3% de los participantes no obtuvieron ninguna respuesta correcta en esta conversión. Un error frecuente fue colocar el denominador de la fracción como dividendo. Es decir, los estudiantes intentaron aplicar el algoritmo aprendido en la escuela pero cambiaron al objeto matemático (Duval, 2006). El segundo error más frecuente fue realizar operaciones que no correspondían con la consigna, algunos estudiantes buscaron operar con los números. Por ejemplo, al convertir $3/6$ a decimal, un estudiante realizó $(3/6)/(100/100)=(3.6)/100$. Los resultados concuerdan con los de Perera y Valdemoros (2007) al afirmar que hay una tendencia de algunos niños a usar tanto números naturales como operaciones aritméticas seleccionadas arbitrariamente.

En el ítem uno también se pidió a los estudiantes representar los números fraccionarios en un segmento de recta numérica. Cabe hacer notar que al representar y ubicar una fracción en la recta intervienen varios elementos como: medida relativa, escala, unidades de medida, uso de marcas precisas y relación de orden. Debido a tal complejidad se evaluó únicamente la relación de orden. El pretest solicitaba representar la fracción, pero hubo estudiantes que representaron su equivalente en decimal. Sólo el 23.33% de los estudiantes ordenaron los cinco decimales en el segmento de recta de manera correcta y el 46.66% del grupo obtuvo cero respuestas correctas. Apoyados en el trabajo de Diezmann (2000) se observó que no hay una relación de conocimientos previos, esquema y contenido del problema; no hay una decodificación correcta de la información lingüística y, como consecuencia, no hay una correcta codificación visual en el esquema, por lo que representa cantidades incorrectas al hacer las conversiones. Se apreció una ubicación inadecuada de los números, la mayoría no marcó el origen en la recta numérica como un referente para señalar marcas que le ayudaran a ubicar las fracciones, colocaron marcas de forma arbitraria para representar los números fraccionarios en la recta numérica. En la mayoría de los trabajos se observaron dificultades para establecer una adecuada relación de orden entre fracciones y para ubicar correctamente las fracciones. Algunos estudiantes ordenaron las fracciones con respecto al numerador sin tomar en cuenta el denominador.

En el ítem dos se solicitó convertir números decimales a fracciones. El error más frecuente fue no tomar en cuenta el valor posicional de cada dígito que forma el decimal, recordaron que la conversión está relacionada con los múltiplos de diez pero presentaron dificultades para realizarlo de manera correcta. Separaron los números decimales para

formar la fracción, es decir, algunos dígitos del decimal los colocaron como numerador y el resto como denominador, o la parte entera como numerador y los decimales como denominador. El 40% de los estudiantes contestó correctamente todos los incisos, el doble del porcentaje correspondiente al ítem uno, en cambio, el 33.33% obtuvo cero respuestas correctas. Esto nos lleva a afirmar que el grupo presentó mayor dificultad en la conversión de fracción a decimal que en la de decimal a fracción. Nuevamente, los datos concuerdan con los mencionados por Fandiño (2009). La fracción y su equivalente en decimal producen efectos operatorios diferentes, es por eso que no toman en cuenta el valor posicional para convertir el número decimal a fracción. También en este ítem hay una conversión de sistemas semióticos de representación, por lo que se infiere que los alumnos presentan dificultad en la interpretación, decodificación y codificación de la información, lo cual coincide con Duval (2006) y Diezmann (2000).

En el ítem tres se presentó el problema de venta de dulce, el 26.66% del grupo lo resolvió de manera exitosa y el resto no. Esto está estrechamente relacionado con los porcentajes que se obtuvieron en los ítems uno y dos, ya que la mayoría de los estudiantes presentó dificultades en la conversión de fracción a decimal y en menor cantidad en la de decimal a fracción. Para la resolución del problema algunos estudiantes utilizaron como estrategia la conversión de fracción a decimal, los errores más frecuentes fueron convertir la fracción a decimal de manera incorrecta y en menor frecuencia sumar simultáneamente los decimales y las fracciones de forma arbitraria.

4.2 RESULTADOS DE LA ACTIVIDAD 6 *JUEGO DE DOMINÓ*

Esta actividad es la que más agradó a los estudiantes, durante el juego se observó cierta actitud de reto, optimismo y participación de todo el grupo. El deseo de aprender para ganar no había sido tan efusivo. Durante la actividad un estudiante comentó “me di cuenta que tengo que saber más para ganarle a mi compañero”. Varios alumnos comentaron que estaba muy divertido y pidieron jugarlo en otras ocasiones. A algunos les resultó difícil identificar la representación equivalente, por lo que perdieron el juego. Al concluir la actividad se les dio un cuestionario por escrito para responder por equipo, algunas de las respuestas son las siguientes.

¿Qué te gustó del juego?

Equipo 3 *Que nos comunicamos que aprendimos cosas matemáticas con un juego.*

- Equipo 8 *Aprendimos a jugar dominó y aprendimos, nos divertimos en la clase de matemáticas.*
- Equipo 7 *El juego estaba divertido pero un poco complicado.
¿Qué no te pareció del juego?*
- Equipo 4 *Que teníamos que hacer operaciones.*
- Equipo 5 *Nada porque nos gustó todo.*
- Equipo 7 *Que era un poco difícil al contestar las operaciones.
¿Aprendiste algo en el juego?*
- Equipo 7 *A contestar rápido las operaciones y a saber pensar*
- Equipo 8 *Que se pueden representar las fracciones de cualquier forma, dibujo, recta.*
- Equipo 2 *A dividir algunas fracciones, a sumar fracciones, aprendimos unas fracciones que no sabía.
¿Qué dificultades se presentaron en el juego?*
- Equipo 3 *La conversión de decimal a fracción y viceversa*
- Equipo 1 *A convertir en fracciones*
- Equipo 8 *Que en algunas ocasiones no le entendíamos como representar las fracciones decimales.*

La actividad fue evaluada por medio de una ficha de autoevaluación que respondieron de forma individual, con la intención de hacer reflexionar al participante sobre sus avances de aprendizaje de la noción de fracción. En la tabla 2 se puede observar que los porcentajes más altos se encuentran en los indicadores *bien* y *por mejorar*.

Tabla 2. Resultados de la autoevaluación del juego de dominó del grupo.

Rasgo a evaluar	Indicadores de logro		
	Muy bien	Bien	Por mejorar
En una imagen o en la recta numérica identifico correctamente su valor numérico en fracción o en decimal.	13.3%	43.3%	43.3%
Manejo con precisión las tablas de multiplicar.	13.3%	50%	36.6%
Domino el algoritmo de la división.	6.66%	40%	53.3%

Convierto correctamente las fracciones a decimales.	13.3%	30%	56.6%
Convierto correctamente los decimales a fracción.	3.3%	30%	66.6%
Apliqué el razonamiento matemático.	6.66%	50%	43.3%
Mantengo una actitud positiva de mí mismo como usuario de las matemáticas (vocabulario y procesos matemáticos).	16.6%	33.3%	50%
Comparto e intercambio ideas sobre los procedimientos y resultados.	30%	43,3%	26.6%

Los resultados de esta actividad son alentadores tanto en la evaluación cualitativa como en las actitudes mostradas por los estudiantes. Fue gratificante observar que fueron más reflexivos sobre su aprendizaje, identificaron sus limitaciones y fueron más sinceros consigo mismos. A continuación se presentan algunas evidencias de la actividad en proceso. Ver figura 2.



Figura 2. Evidencia de actividad juego de dominó.

4.3 RESULTADOS DE LA ACTIVIDAD 11 ¿QUÉ TALLA DE BICI USAS?

La evaluación se realizó en forma cuantitativa con base en los aprendizajes logrados. Se observó que los porcentajes de respuesta correctas en general fueron más altos en comparación con las primeras actividades. Un factor que posiblemente contribuyó fue la familiaridad con la bicicleta (en la comunidad es frecuente el uso de la bicicleta como medio de transporte). En la actividad todo el grupo logró identificar la fracción representada en la recta y convertirla en fracción numérica, la conversión de fracción a punto en una recta alcanzó un 96.66% de éxito. Con un 90% de asertividad se ubicaron las conversiones de fracción a punto en la recta numérica y la conversión de fracción a diagrama. Con base en

los resultados se puede afirmar que las actividades de conversiones de fracciones en sus diferentes representaciones han permitido un mayor acercamiento al concepto de fracción reformando su estructura (Duval, 2006; Fandiño, 2009). Los aprendizajes no logrados con mayor índice por los estudiantes se encontraron en los siguientes ítems:

~ P: Supón que vas a quitar las tuercas de los frenos que miden 10mm, ¿qué llave ocuparías? Representa la medida de la llave en la siguiente recta numérica (en pulgadas).

El 90% de los estudiantes presentó dificultades para representar magnitudes en milímetros en una recta que estaba en pulgadas. Es decir, presentaron dificultades en la conversión de unidades de medida. Los errores frecuentes fueron realizar operaciones aritméticas arbitrarias y ubicar en la recta 15 mm en lugar de 10 mm.

~ P: Si tuvieras que quitar la rueda de tu bicicleta, ¿qué llave usarías? Representa la medida de la llave en fracción.

El 86.66% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta, la dificultad se presentó al convertir los milímetros a pulgadas.

~ P: ¿Cuánto mide el cuadro de la bicicleta en metros?

El 70% de los alumnos presentó dificultades, el 30% en la conversión de centímetros a metros, el 23.3% no convirtió a metros y el 16.6% realizó operaciones aritméticas arbitrarias.

Concluida la aplicación de todas las actividades se elaboró una autoevaluación para conocer la opinión de los estudiantes sobre la misma. Ver tabla 3.

Tabla 3. Evaluación de los estudiantes sobre la intervención didáctica.

Rasgos	4	3	2	1	0
Las actividades te ayudaron a aclarar el concepto de fracción.	4	7	18	1	0
Conocimientos Las actividades te ayudaron a comprender mejor las distintas representaciones de los números fraccionarios.	2	13	14	1	0
Destrezas Las actividades te ayudaron a realizar de mejor manera la conversión de las diferentes representaciones de los números fraccionarios.	1	8	21	0	0

	Las actividades te ayudaron en la resolución 1 de problemas con números fraccionarios.	17	11	1	0	
Actitudinal	Las actividades te permitieron comprender2 su utilidad.	17	9	2	0	
Totales		10	62	73	5	0
Porcentajes		6.66	41.3	48.6	3.3	0

Los rangos van desde *totalmente de acuerdo* (4) hasta *totalmente en desacuerdo* (0). Las frecuencias más altas en el rasgo de conocimientos se encuentran en *parcialmente de acuerdo* y en *de acuerdo*. Esto nos indica que en la parte de la construcción del concepto de fracción la mayoría del grupo participante consideró que logró aclararlo y que comprendió mejor sus diferentes representaciones (Duval, 2006; Diezmann, 2000). En el rasgo de destrezas la mayor frecuencia está en *de acuerdo* y *parcialmente de acuerdo*. Este resultado es muy alentador porque es aquí donde el estudiante aplica lo aprendido en la escuela sobre fracciones para resolver problemas con contextos cotidianos. En el rasgo actitudinal la mayor frecuencia está en *de acuerdo* y *parcialmente de acuerdo*, este resultado también es muy importante porque la mayoría de los estudiantes manifestó haber comprendido la utilidad que tienen los números en lo cotidiano.

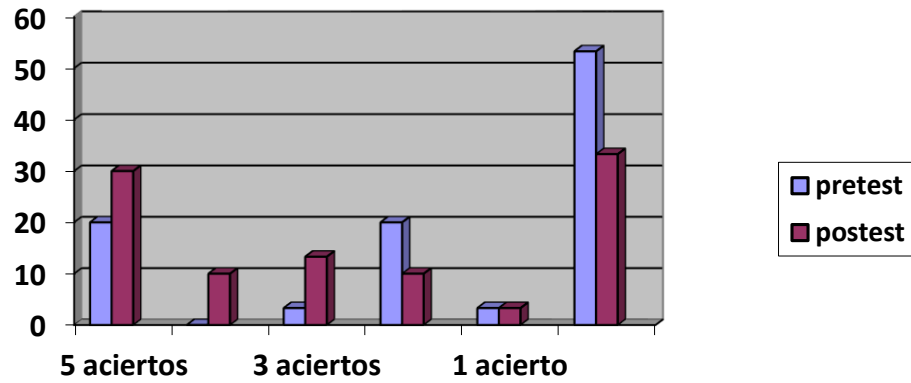
4.4 RESULTADOS DE POSTEST

En el ítem uno el número de alumnos con respuestas correctas en la conversión de fracción a decimal con respecto al pretest incrementó. El 30% de los estudiantes respondieron correctamente las cinco conversiones y el porcentaje de alumnos que tuvieron cero respuestas correctas disminuyó al 33.3%. La mayor dificultad que se observó fue al realizar la división indicada, el 36.6% de los escolares colocaron el denominador como dividendo. Estos estudiantes intentaron realizar el algoritmo aprendido en la escuela pero en la conversión cambiaron el objeto (Duval, 2006). Otra dificultad que se observó, aunque en menor frecuencia, fue en el algoritmo de la división y en las tablas de multiplicar. La fracción a/b como cociente significa tener a objetos y dividirlos en b partes, que es una idea muy diferente a la de parte todo que se enseña en la primaria, donde la unidad tiene b partes y se toman a . La división no efectuada provoca confusión al alumno. Como señala Duval (2006), faltó coordinación interna entre los sistemas de representación de salida y de llegada.

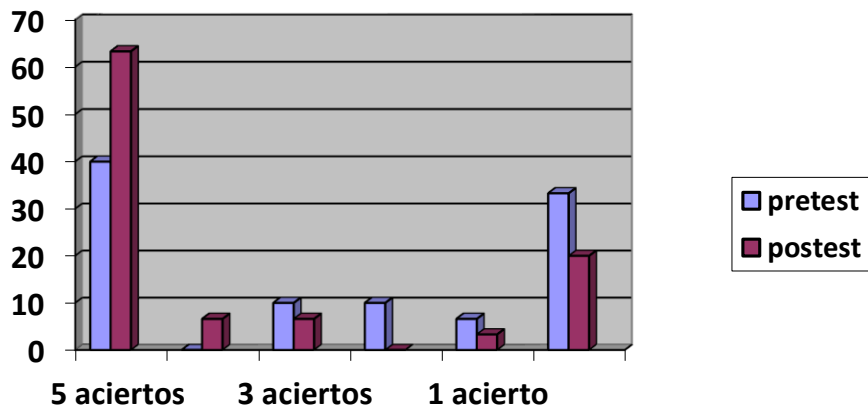
En el ítem uno también se solicitó representar en la recta numérica cada una de las fracciones, dado que se requiere de más elementos (ubicación, medición, relación de orden, marcas precisas que ayudan a ubicar, escalas, unidades de medida, etc.) para realizar en forma correcta la conversión, este ítem es el que presentó menor progreso. Tanto en el pretest como en el postest, el porcentaje de estudiantes que ordenó cinco y cuatro fracciones correctamente permaneció constante. Sí hubo incremento en los porcentajes del postest para ordenar tres, dos y una fracción correctamente pero fueron mínimos. El porcentaje de alumnos que obtuvieron respuestas correctas bajó del 46.6% en el pretest al 36.66% en el postest. También se compararon resultados de otros aspectos que intervinieron en la representación sobre la recta, como la ubicación del cero y de marcas precisas.

En la conversión de decimal a fracción fue mayor el número de estudiantes que lograron contestar correctamente las cinco conversiones, se alcanzó el 63.33%. Los que realizaron correctamente 4 conversiones incrementaron el 6.6% de los estudiantes. Un resultado que llama la atención es que los porcentajes en el número de alumnos con tres, dos y una respuesta correcta disminuyeron, de modo que el porcentaje de alumnos con cero respuestas correctas se redujo al 20%. Los errores más frecuentes que persistieron son: omitir el valor posicional del decimal para convertir a fracción, separar los dígitos del decimal para formar la fracción o separar la parte entera de los decimales para formar el numerador y el denominador de la fracción. Nuevamente, los datos concuerdan con los comportamientos mencionados por Fandiño (2009), la fracción y su equivalente en decimal producen efectos operatorios diferentes.

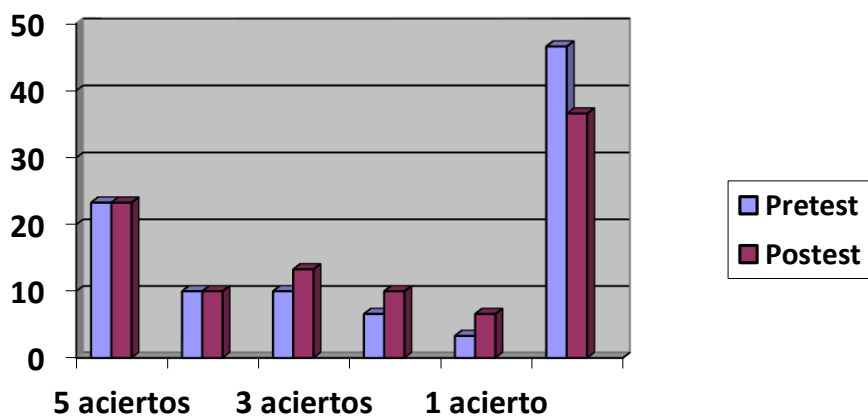
En el ítem tres la mayoría de los estudiantes convirtió a decimal las fracciones, los resultados de éxito en la resolución del problema aumentaron un 20% en relación con el pretest. Se continuó observando la insistencia de realizar operaciones aritméticas arbitrarias para obtener el resultado, este porcentaje aumentó el 10% en comparación al pretest, sin embargo, la categoría de los estudiantes que no contestaron se redujo al 0%, el número de alumnos que operaron fracciones y decimales simultáneamente sin realizar las conversiones respectivas se redujo el 13.34% con relación al pretest. A continuación se presentan las gráficas comparativas de los logros obtenidos entre el pretest y el postest.



Gráfica 1. Comparación de los resultados obtenidos entre pretest y posttest en la conversión de fracción a decimal.



Gráfica 2. Comparación de los resultados obtenidos entre pretest y posttest en la conversión de decimal a fracción.



Gráfica 3. Comparación de los resultados obtenidos entre pretest y posttest en la conversión de fracción a representación en la recta numérica.

4.5 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En este apartado se hará una reflexión sobre los resultados obtenidos en las actividades presentadas. Se discute sobre las dificultades y errores persistentes tanto en el proceso de representación como en el de conversión.

4.5.1 Acerca de las representaciones semióticas

En un primer acercamiento a los datos se destaca el hecho de haber obtenido situaciones favorables que no habían sido consideradas en el diseño de la intervención didáctica. Por ejemplo, se logró incrementar entre los participantes el uso de marcas precisas para ubicar las fracciones en la recta así como el uso y la representación del cero. También se logró incrementar el número de estudiantes que de manera asertiva representaron fracciones en la recta (sin convertir a decimal).

Sin embargo, se encontró que el grupo participante tuvo dificultades para interpretar la fracción como medida, lo que concuerda con lo ya reportado por De León y Fuenlabrada (1996); con Kieren (1976) y Fandiño (2009), al afirmar que el carácter multifacético provoca confusión en el estudiante. Se observó también que cometieron errores al ubicar y representar las fracciones en la recta cuando ésta no contiene al cero ni marcas precisas, la representación de estos números sigue siendo la de mayor dificultad.

4.5.2 Acerca de las conversiones

En la mayoría de los estudiantes se observó dificultad para realizar conversiones con unidades de medida, en comparación con las conversiones de decimal a fracción y viceversa. La actividad seis se consideró como teórica, con ello se pretendió el tránsito fluido entre las conversiones de las fracciones y la resolución de problemas teóricos. Con base en los resultados de la intervención didáctica se observó una recuperación y crecimiento en los conocimientos previos de los estudiantes, las dificultades de conversión del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático empezaron a disminuir, ya que decodificaron la información de forma más asertiva. Siguió presentando dificultades para reconocer la unidad en espacios discretos y reconocer la unidad después de un cambio de ésta.

Otra aportación fue que la intervención didáctica favoreció el uso de la equivalencia de unidades de medida a través de transformaciones, ya que en el pretest algunos estudiantes no

aceptaban la idea de que una fracción se podía representar por medio de otra fracción. En el juego de dominó se observó competitividad, dinamismo y exposición de argumentos para justificar por qué unían las fichas, esto favoreció el desarrollo del discurso al rededor del concepto de fracción en los estudiantes.

Se detectaron dificultades persistentes en algunos estudiantes, por ejemplo, para identificar la unidad, identificar el valor posicional de los decimales, ordenar las fracciones y para interpretar la fracción como cociente. También se detectaron errores persistentes como: ordenar las fracciones considerando sólo el numerador, realizar operaciones aritméticas arbitrarias, colocar el denominador de la fracción como dividendo. Por otro lado, la multiplicación de fracciones continuó presentando dificultades de comprensión en algunos estudiantes debido a que no lograron reestructurar su modelo multiplicativo de la primaria, lo que coincide con Block et al. (2010).

5 CONCLUSIONES

En este trabajo de investigación se presentó una intervención didáctica basada en la teoría de representaciones semióticas de Duval (2006) y en las diferentes interpretaciones y usos de la fracción (Kieren, 1976; Fandiño, 2009). El objetivo fue favorecer la construcción de algunos elementos del concepto de fracción centrándose en la conversión de estos números de un registro semiótico a otro. Por ejemplo, de fracción a decimal y viceversa, de la representación numérica a la figurativa o esquemática y viceversa. Las actividades abordaron diversos temas con la intención de que el estudiante apreciara las aplicaciones de la fracción en lo cotidiano. Además, los contextos de los problemas que se plantearon tuvieron la intención de que fueran familiares a los estudiantes.

El estudio revela que la intervención didáctica contribuyó de forma positiva en algunos elementos de la construcción del concepto de fracción en el grupo de estudio. Los índices de éxito del postest en comparación con el pretest incrementaron en la mayoría de los ítems. Se observó mayor éxito en el manejo de la conversión de decimal a fracción que en la conversión de fracción a decimal. Los porcentajes de éxito de la representación en la recta numérica fueron mínimos en comparación con las dos transformaciones anteriores. La familiaridad del estudiante con el contexto resultó ser un factor importante para lograr mayor éxito en la resolución de las tareas, lo que concuerda con lo ya expuesto por Perera y Valdemoros (2007).

Considerando las dificultades y errores anteriores se deduce que el carácter multifacético del concepto de fracción continuó presentando conflicto en una minoría, en el mismo sentido que reportan autores como Kieren (1976), Fandiño (2009), De León y Fuenlabrada (1996) y Block et al. (2010).

Dada la importancia que tiene el uso y manejo de las fracciones en lo cotidiano, en el currículum de secundaria y en estudios posteriores, es necesario realizar investigaciones que contribuyan a la construcción del concepto de fracción. En esta investigación el enfoque de la semiótica aportó información valiosa para contribuir en la construcción de algunos elementos del concepto, y dado que no hay noética sin semiótica, es de vital importancia abrir la mente a nuevas investigaciones y posibilidades.

Para finalizar retomamos las palabras de Duval (2006):

“No se puede realizar ningún tipo de procesamiento matemático sin utilizar un sistema semiótico de representación, porque la matemática siempre implica sustituir alguna representación semiótica por otra.” (p. 107).

AGRADECIMIENTOS

Al Sistema Nacional de Investigadores y al CONACYT de México por el apoyo recibido a través de las becas otorgadas a los dos primeros autores.

REFERENCIAS

Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational numbers, ratio and proportion. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (pp. 296-333). NY: Macmillan Publishing.

Block, D., Mendoza, T. y Ramírez, M. (2010). *¿Al doble le toca el doble?* Ediciones SM, México D. F.

D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de las Matemáticas*. Ed. Reverté, S.A. México.

D'Amore B. (2011). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Revista Científica*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá. 11, (pp. 150-164).

D'Amore, B. (2013). La semiótica para la didáctica: una exigencia emergente. Video recuperado de

http://ued.uniandes.edu.co/Difusi%C3%B3n/Conferenciasvirtuales.aspx#Ancla_16

De León, H., y Fuenlabrada, I. (1996). Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. Vol. 1, (núm. 2), 268-282. Recuperado de

www.comie.org.mx/documentos/rmie/v01/n002/pdf/rmiev01n02scC00n01es.pdf

Diezmann, C. (2000). The difficulties students experience in generating diagrams for novel problems. *Proceedings 25th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 241-248).

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61. (pp. 103–131). Springer.

Fandiño, M. (2009). *Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos*. Ed. Magisterio, Colombia.

Kieren, T. (1976). On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers. In R. A. Lesh y D. A. Bradbard (Eds.), *Number and measurement: Papers from a research workshop* (pp. 101-144). Columbus, OH: ERIC Information Analysis Center for Science, Mathematics and Environmental Education.

Perera, P., y Valdemoros, M. (2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. *Investigación en educación matemática XI*, 209-218. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262009000100003

REFERENCIAS de los autores

María Eugenia Martínez Merino, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México).
maruca_621115@hotmail.com

Lidia Aurora Hernández Rebollar, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México).
lhernan@cfm.buap.mx

Brazilian Journal of Development

María Araceli Juárez Ramírez, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México).
arjuarez@cfm.buap.mx

José Antonio Juárez López, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México).
jajul@cfm.buap.mx