

Enfoques didáticos-epistemológicos que podem favorecer a aprendizagem significativa de números inteiros**Didactic-epistemological approaches that may favor meaningful learning of integers**

Recebimento dos originais: 28/12/2018

Aceitação para publicação: 25/01/2018

José Roberto da Silva

Doutor em Enseñaza de las Ciencias pela Universidad de Burgos, España
Instituição: Universidade de Pernambuco – Campus Mata Norte
Endereço: Rua Rio Capibaribe, n. 19, Cordeiro, Recife – PE, Brasil
E-mail: jroberto.silva@upe.br

Maria Aparecida da Silva Rufino

Doutor em Enseñaza de las Ciencias pela Universidad de Burgos, España
Instituição: Universidade de Pernambuco – Campus Mata Norte
Endereço: Rua Rio Capibaribe, n. 191 - Cordeiro, Recife – PE, Brasil
E-mail: aparecida.rufino@upe.br

Talícia Nayara Gonçalves Felipe

Licenciatura em Matemática pela Universidade de Pernambuco – Campus Mata Norte
Instituição: Colégio Santa Cristina, Nazaré da Mata– PE, Brasil
Endereço: Rua João Antônio Pessoa Guerra, n. 30–Juá, Nazaré da Mata – PE, Brasil
E-mail: talicianayara@hotmail.com

RESUMO

Esta pesquisa investiga as práticas pedagógicas de alguns estudos sobre o ensino de números inteiros envolvendo definições, conceitualizações e operações fundamentais visando embasar a planificação de atividades didáticas que oportunize uma aprendizagem significativa ausubeliana. O enfoque metodológico é qualitativo e por conta do interesse epistemológico a filosofia da educação matemática mostrou-se um campo investigativo adequado. Observou-se nos estudos consultados que nas práticas de ensino adotadas optam-se por estratégias que recorrem a enfoques como: reta numérica, operações fundamentais, papel do zero, noção de valor absoluto e relativo. Além disso, também adotam a contextualização de situações cotidianas fora do ambiente escolar. Por fim, vislumbrou-se que uma tarefa docente importante passa a ser levantar os conhecimentos prévios dos alunos sobre esses enfoques e definir a contextualização mais adequada.

Palavras chave: Filosofia da educação matemática. Aprendizagem significativa. Números inteiros.

ABSTRACT

This research investigates the pedagogical practices of some studies on the teaching of integers involving definitions, conceptualizations and fundamental operations aiming to base the planning of didactic activities that would allow an ausubelian meaningful learning. The methodological approach is qualitative and due to the epistemological interest the philosophy of mathematics education has proved to be an adequate research field. It was observed that in the consulted studies

that the adopted teaching practices are based on strategies that use approaches as number line, fundamental operations, role of the zero, notion of absolute and relative values. Besides, they also adopt the contextualization of everyday situations outside the school environment. Finally, it was understood that an important teaching task is to raise the previous knowledge of the students about these approaches and to define the most appropriate contextualization.

Keywords:Philosophy of mathematical education, Meaningful learning, Numbers.

1 INTRODUÇÃO

O ensino básico de matemática continua apresentando baixos índices de desempenho, conforme registros de exames nacionais e internacionais como *Provinha Brasil*, *Sistema de Avaliação da Educação Básica* (SAEB), *Exame Nacional do Ensino Médio* (ENEM) e do *Programa Internacional de Avaliação de Estudantes* (PISA). Este último, em dois mil e doze situou o Brasil na 58ª posição, estes resultados têm preocupando, governantes, educadores e pesquisadores brasileiros que terminam priorizado seus estudos nesta área.No ano de dois mil e quatorze a média brasileira geral em matemática no ENEM foi de 473,5 e de 467,9 em dois mil e quinze, ambas estão distantes de 1000 que representa o valor máximo.

Não precisa de notoriedade em educação matemática para constatar serias polêmica entre os confrontos pedagógicos vivenciados por professores e alunos em suas atividades pedagógicas, basta trazer as dificuldades corriqueiras existentes no âmbito deste convívio envolvendo o desenvolvimento dos conteúdos sobre conjuntos numéricos em termos de conceituação, definição e operações fundamentais.

As dificuldades educativas durante o processo didático-pedagógico envolvendo o ensino dos números inteiros, como pontua Janh (1994), não se trata de uma tarefa simple, pois, os próprios matemáticos que contribuíram com o desenvolvimento dessa importante parte do conhecimento matemático tiveram dificuldades para compreender com clareza seus conceitos, certamente isto pode ser estendido aos alunos e professores.

Reconhecer que as evoluções intelectuais humanas, em parte, decorreram da necessidade de aprimorar ações, situações, tarefas, etc., transpondo isto para o ensino da matemática acredita-se que conhecer a natureza dos objetos matemáticos pode propiciar contribuições didático-pedagógicas consideráveis. Nesta direção faz sentido atentar as inquietações segundo os campos de pesquisas emergentes caracterizados por Miguel (2005, p. 140):

Falar-se, porém, em história, filosofia e sociologia da matemática é, a nosso ver, bastante diferente de se falar em história, filosofia e sociologia da educação matemática. Embora a matemática, desde a Antiguidade, tenha se constituído em objeto de estudos históricos, e embora tenhamos conhecimento do fato de que histórias da matemática começaram a ser

escritas desde essa época, foi somente no final do século XX que começaram a surgir os primeiros estudos relativos à história da educação matemática.

Vale apenas, atentar a um aspecto relevante dessa forma de abordagem pedagógica, para Bicudo e Garnica (2002) ela pode levar o professor a rever suas concepções de ensino-aprendizagem da matemática, conduzindo-os a uma forma de pensar e conhecer mais acerca do saber sistematizado. Na filosofia da Educação Matemática são levantadas “[...] questões sobre o conteúdo a ser ensinado e aprendido, e desse modo, necessita das análises e reflexões da filosofia da matemática sobre a natureza dos objetos matemáticos, da veracidade do conhecimento matemático, do valor da matemática.” (*op. cit.*, p. 32).

O interesse por estes enfoques já existe a tempo, cabe serem explorados devidamente. Em relação ao ensino dos números inteiros, observar algumas tentativas experimentadas em estudos realizados nas últimas décadas podem gerar bons resultados. Por exemplo, ficar alerta a aspectos básicos como lembra Andrini, (1988, p. 21): “Na soma de dois números de mesmo sinal somamos os valores absolutos e repetimos o sinal” e “a soma de dois números inteiros de sinais diferentes é obtida subtraindo-se os valores absolutos, dando-se o sinal do número que tiver maior valor absoluto”.

Esses aspectos ajudam a perceber que os alunos carecem de aprender a lidar com os opostos. Dessa forma, explorar cautelosamente as respostas apresentadas pelos alunos pode leva-los a vislumbrar regras mais estáveis ao longo do processo de aprendizagem dos inteiros, reconhecendo significados diferentes através das dificuldades encontradas e evoluírem em termos da aquisição dos significados de abstração e generalização.

Para Teixeira (1993), na construção do conceito dos inteiros deve-se levar em conta que,

“A construção do conceito de número inteiro, do ponto de vista matemático, é uma ampliação dos naturais, sendo desta perspectiva necessária demonstrar que as leis do sistema de numeração seguem sendo cumpridas. Sabemos que na perspectiva histórica ou da evolução do pensamento matemático, tal ampliação encontrou muitas dificuldades e obstáculos” (*op. cit.*, p. 62).

Além dos aspectos já pontuados sobre os inteiros, conhecer o cotidiano dos alunos pode ser algo decisivo para compreensão destes números. A relevância desse e de outros aspectos, estão destacadas abaixo segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998):

Os números inteiros podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela análise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. Eles podem representar

diferença, “falta”, orientação e posições relativas. As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas ideias intuitivas que os alunos já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou em outras situações. (BRASIL, 1998, p. 66).

Devido à grande dificuldade inerente a compreensão dos números inteiros, em especial, por conta da ideia dos negativos, professores e alunos tem vivenciado momentos difíceis em suas tarefas pedagógicas. De fato, mesmo sabendo que os objetos matemáticos em sua totalidade são abstratos, em acréscimo, trabalhar com os inteiros não chega a ser uma tarefa fácil uma vez que raramente se deixam associar as coisas existentes no mundo real.

Uma das formas mais eficientes para desvelar os conjuntos numéricos corresponde a associação de um número a um ponto e vice-versa emergindo a ideia da reta numérica. No caso dos números inteiros, conforme Megid (2001) e Borba (2009), explorar o zero bem como suas implicações e certos problemas contextualizados em situações cotidianas podem auxiliar os alunos a construir significados para estes números.

Cebola (2002), argumenta que os alunos têm sido apresentados aos números inteiros, valendo-se apenas do conceito de cardinalidade numérica, acabam restritos a associa-los aos naturais ou racionais positivos como “coisas concretas” em termos de quantidades. Tal implicação, parece decorrer da forma como ideia de número tem sido apresentada,

Uma ideia que normalmente surge é a de que os números são aquilo que permite contar e, como tal, responder a questões do tipo: “Quantos são?”. Desta forma, o número é encarado como o cardinal de um dado conjunto, isto é, descreve a quantidade de elementos. (CEBOLA, 2002, p. 223)

De certo modo, essa alusão contribui para entender o motivo de muitas das dificuldades enfrentadas no ensino de números negativos ao tentar relaciona-los a situações do mundo real e acaba ocasionando problemas de orden epistemológica na aquisição dos inteiros.

Encerrando esta discussão sobre certos aspectos relevantes a serem considerados durante os processos de ensino e de aprendizagem acerca dos inteiros, visando uma compreensão adequada do mesmo, cabe a observação de que muitos alunos do ensino básico, se quer, conseguem posicionar um determinado número inteiro na reta numérica. Em parte, esta e outras dificuldades, exigem do docente a clareza de que o conhecimento matemático tem base filosófica, isto foi evidenciado por Silva *et al* (2013) ao tratarem da aquisição de conjuntos numéricos a partir das noções de medidas de comprimento e área.

Este presente estudo se ocupa de investigar bibliograficamente questões ligadas ao campo da aritmética, particularmente, as dificuldades enfrentadas por professores/alunos ao lidarem com a conceitualização e/ou definição dos inteiros e suas implicações sobre o uso e o desempenho em operações devidamente embasadas no campo aritmético. Os intentos educativos são guiados pela escolha de sugestões obtidas da bibliografia levantada com potencial para organizar atividades didático-pedagógicas que propicie uma aprendizagem destes números nos preceitos teóricos de Ausubel (2003) e Moreira (2005).

2 MATERIAIS E MÉTODOS

2.1 DEMARCAÇÃO METODOLÓGICA

As pesquisas científicas a partir do século XX passam a ser objeto da agenda de muitos pesquisadores. Nesse contexto conforme Alves-Mazzotti & Gewandsznajder (1998) e André (1998), dentre outros, as abordagens qualitativa e mais recente os estudos mistos são as formas empregadas nos trabalhos de pesquisas em educação.

Na intenção caracterizar o marco qualitativo enquanto abordagem metodológica adotada neste estudo basta observar o seguinte destaque feito por Silva (2011, p. 7):

[...] usa a coleta de dados para provar hipóteses com base na medição numérica e análise estatística para estabelecer padrões de comportamento. O enfoque qualitativo, por sua vez, utiliza coleta de dados sem medição numérica para descobrir ou afinar perguntas de investigação e pode ou não provar hipóteses em seu processo de interpretação. (SAMPIERI *et al.* (2003).

O interesse central da pesquisa esta na questão dos significados que as pessoas atribuem a eventos e objetos, em suas ações e interações dentro de um contexto social e na elucidação e exposição desses significados pelo pesquisador. (MOREIRA, 2011).

Assim, os intentos investigativos pontuados ao termino da introdução, em acréscimo, levando em consideração as intencionalidades educativas propostas por Silva (*op. cit.*) sobre a planificação de atividades pedagógicas fica evidente que o enfoque metodológico deste estudo se situa na perspectiva da abordagem qualitativa.

2.2 APRESENTAÇÃO DOS PARTICIPANTES

Este estudo foi desenvolvido pela aluna Talícia Nayara Gonçalves Felipe no âmbito do PIBIC/Cnpq/UPE sob a orientação dos prof. Dr. José Roberto da Silva com a colaboração da profa. Dra. Maria Aparecida da Silva Rufino e da profa. Me. Gilvaneide Nascimento Silva todos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de Pernambuco (Campus Mata Norte).

Além disso, contou também coma a participação voluntária da profa. Ana Ruty da Fonseca e Silva da rede pública estadual de ensino e dos alunos Celso Luiz Gonçalves Felipe, Douglas Gomes dos Santos, Hallyson Luiz Oliveira dos Santos e Shirley Cabral da Silva todos estes alunos são do já referido curso.

2.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

O estudo foi vivenciado em quatro etapas e em todas elas contou coma participação de todos os envolvidos. A primeira etapa tem dois momentos, levantar as concepções prévias e as expectativas dos participantes sobre *Números Inteiros (NI)*, *Filosofia da Educação Matemática (FEM)* e *Aprendizagem Significativa (AS)*, enquanto no segundo se faz um levantamento bibliográfico nos últimos dez anos envolvendo estudos sobre os inteiros.

Nesse percurso, cada participante obtém e apresenta o seu levantamento ao grande grupo formalizando durante os encontros realizados uma escolha consensual entre os estudos consultados com o propósito embasar teoricamente os participantes sobre NI, FEM e AS.

Na segunda etapa, depois de serem apresentados a NI, FEM e AS, portanto, aos interesses matemático, epistemológicos e didático-pedagógico os participantes foram devidamente orientados para produzirem individualmente um texto de apoio para servir de organizador prévio para o ensino de números inteiros.

A terceira etapa envolveu uma discussão conjunta entre orientadores e participantes orientandos sobre cada uma das produções. Nesta etapa, após serem apresentados cada texto produzido foi devidamente avaliado pelo grupo como um todo, propondo sugestões de modificações para ampliar a qualidade do material quando necessário.

Por fim, a quarta etapa consiste na análise e discussão dos resultados ao longo do estudo com foco na obtenção do relatório final a ser entregue ao órgão de fomento e na produção de trabalhos para serem difundidos em eventos de Ensino de Ciências e Matemática.

3 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A dificuldade na compreensão dos números negativos presentes nos estudos consultados, indicam que lidar com o ensino dos números inteiros tem se mostrando uma tarefa difícil. Os professores, em suas tarefas pedagógicas, em tais estudos comentam a resistencia dos estudantes em reconhecerem algo que possam associar de forma concreta as suas práticas vivenciadas no mundo real com esses números.

No entanto, os estudos de Megid (2001) e Borba (2009) sobre utilização de problemas contextualizados em situações cotidianas há registros de que seus intentos podem auxiliar na

construção de novos significados para os números inteiros. Além disso, evidenciam a presença marcante nas práticas educativas do uso da reta numérica, explorando o número zero e suas implicações no ensino dos números inteiros.

Por um lado, há um aspecto relevante identificado a partir dos estudos consultados no que se refere a observação de que os estudantes conseguem associar os números naturais ou mesmo os racionais positivos, que até então eram únicos para eles, a “coisas concretas” em termos de quantidades de seus convívios cotidianos valendo-se apenas do conceito de cardinalidade dos números. Por outro lado, a dificuldade de associar os números negativos a objetos concretos que fazem parte do mundo real propiciam o surgimento de diversos problemas epistemológicos envolvendo a compreensão dos números inteiros, análogos a própria compreensão de números como pontuada por Cebola (2002).

No ato do ensino sobre números enquanto objeto matemático, deve ficar claro que a cardinalidade não é o único significado a ser adquirido, a compreensão dos significados de ordem, posição nominal, medida e das situações adotadas para explorar a explicitação destes significados também são decisivas neste ato educativo. A noção de posição na reta numérica, enfatizando o zero como ponto de origem da mesma, tem uma relevância na introdução da ideia de número, vale ressaltar que o número zero de início era visto apenas como a ausência de quantidade. Nesta direção, conforme Teixeira (1993), os números positivos e negativos têm valores absolutos iguais, logo são os mesmos, o que os diferencia é a sua posição em relação ao ponto de origem, isto os torna relativos.

Teixeira (*op. cit.*) lembra que o zero assume duas concepções, a de *falta de quantidade*, *objetos* ou *elementos* e a de *separador* entre os números inteiros positivos e negativos segundo a posição de um dado número em relação a ele. Em acréscimo, pontua que os alunos devem reconhecer que as regras aprendidas sobre os números naturais continuam válidas, assim, os inteiros acabam vistos como uma ampliação dos naturais.

Já Pommer (2010) alerta que noções matemáticas precipitadas sobre os inteiros podem ocasionar obstáculos epistemológicos, por exemplo, a falsa concepção das operações de adição/multiplicação serem vistas como aumento ou então a subtração/divisão como diminuição ocasionam limitações de aprendizagens sobre estes números.

Em relação aos contextos geralmente adotados no ensino dos inteiros, são comuns tanto nos livros didáticos como nas aulas dos próprios professores situações envolvendo dívidas, saldos de gols em um campeonato, temperaturas negativas, etc. Essas contextualizações são tomadas sem levar em consideração o que sabem os alunos sobre elas. Por exemplo, alunos com experiência de vida apenas em cidades de clima quente, que sentem o frio podem atribuir a temperaturas abaixo de zero

graus Celsius? Do mesmo modo, como explorar situações envolvendo campeonatos de futebol junto a alunos que não gostam ou desconhecem completamente este contexto? Basicamente, o insucesso dessas investidas pode ser revertido caso seja possível explorar situações do cotidiano dos alunos que favoreçam relacionar aspectos pertinentes ao conceito/definição dos inteiros.

Diante dessas apreciações, observa-se que os impasses e dificuldades sempre estiveram presentes e de certo modo estão íntimamente relacionados as práticas educativas. Por isso, cabe ao professor identificar o que seus alunos sabem sobre os significados de reta numérica, de operações fundamentais, do zero enquanto fator posicional e quantificação numérica, da noção de valor absoluto e relativo para vislumbrar atividades que favoreçam a conceitualização/definição destes números bem como operacionaliza-los devidamente.

4 CONCLUSÃO

Nas pesquisas consultadas identificou-se que as dificuldades sobre a conceitualização e a operacionalização com os inteiros são frequentes tanto por professores em suas tarefas de ensino quanto pelos alunos em termos da aquisição de suas aprendizagens. Os alunos, ao serem apresentados aos números negativos não conseguem entendê-los, para eles estes possuem um elevado nível de abstração e não são associáveis de seu convívio.

Além disso, identificou-se também que enfoques como a utilização da reta numérica, o papel do zero, as operações fundamentais, a noção de valor absoluto e relativo bem como o uso de contextos familiares aos alunos, são vistos como essenciais a compreensão dos inteiros. Assim, levantar os conhecimentos prévios dos alunos para saber o que eles sabem sobre o que se pretende ensinar como sugere Ausubel (2002), associados a identificação de contextos familiares pertinentes, são cruciais para planificar atividades didáticas mais relevantes do que as existentes nos livros didáticos, compactuando com um princípio de Moreira (2005). Isso pode viabilizar uma aprendizagem significativa dos inteiros.

Dessa forma, a tarefa docente básica passa a ser desvendar subsunçores relevantes a partir dos conhecimentos prévios levantados e escolher dentre os enfoques encontrados nos estudos consultados os mais relevantes a serem associados a um dado contexto familiar aos alunos para planificar atividades de ensino sobre os inteiros. Porém, almeja-se que estas recomendações sejam postas em prática para avaliar se as considerações propostas são ou não viáveis. Uma sugestão de igual importância, envolve a recomendação da realização de outros estudos, por exemplo, recorrendo a um levantamento bibliográfico mais amplo uma vez que este foi penalizado pelo tempo de realização da pesquisa.

REFERÊNCIAS

ALVES-MAZZOTTI, A.J. & Gewandsznajder, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. São Paulo: Pioneira, 1998.

ANDRÉ, M.E.D.A. **Etnografia da prática escolar**. 2. ed. São Paulo: Papirus, 1998.

ANDRINI, A. **Praticando Matemática**, 6ª série. São Paulo: Editora Brasil, 1988.

AUSUBEL, D.P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva**. Lisboa: Plátano, 2003.

BICUDO, M.A.V. & GARNICA, A.V.M. **Filosofia da educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

BORBA, R. O que pode influenciar a compreensão de conceitos: o caso dos números inteiros negativos. In: Borba, R. & Guimarães, G. (Orgs.). **A pesquisa em educação matemática: repercussões na sala de aula**. São Paulo: Cortez, 2009. p. 58-102.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília: SEF, 1998.

CARDOSO, E.F.M. **Números inteiros relativos, em situação de ensino**. 1996. 57 f. Especialização em Educação Matemática – UNESCO, Crisiuma, 1996.

CEBOLA, G. Do número ao sentido do número. In: Ponte, J.P. e colaboradores (Orgs.). **Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2002. p. 223-239.

JAHN, A.P. **Números Relativos: Construção e Estudo do funcionamento de um processo de ensino sobre o Caso Aditivo**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1994.

MEGID, M.A.B.A. Construindo matemática na sala de aula: uma experiência com os números relativos. In: Fiorentini, D. & Miorin, M.A. (org). **Por trás da porta, que matemática existe?** Campinas: Editora Gráfica FE/UNICAMP – CEMPEM, 2001. p. 144-184.

MIGUEL, A. História, filosofia e sociologia da educação matemática na formação do professor: um programa de pesquisa. **Educação e Pesquisa**, v. 31, n. 1, p. 137-152, 2005.

MOREIRA, M.A. **Aprendizagem significativa crítica**. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2005.

MOREIRA, M.A. **Metodologias de Pesquisa em Ensino**. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

POMMER, W.M. Diversas abordagens das regras de sinais nas operações elementares em Z. In: Seminário de Ensino de Matemática/SEMA-FEUSP, 2010, São Paulo. **Anais...**São Paulo: USP, 2010.

SAMPIERI, H.R.; COLLADO, C.F. & LUCIO, P.B. Metodología de la Investigación. In: SILVA, J.R. (Org.). **Uso de Textos de apoyo como Organizador Previo: Matemáticas para la Enseñanza Fundamental y Media**. 1/1. ed. Burgos: Universidad de Burgos, 2011.

SILVA, J.R., RUFINO, M.A.S., SILVA, L.H., DA SILVA, E.A., NASCIMENTO, M.L. & SOUZA, V.A. Medidas de Comprimento e Área Como Organizadores Prévios para a Compreensão de Conjuntos Numéricos. In: Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, VII, 2013, Montevideo. **Anais...**Montevideo: SEMUR, 2013.

TEIXEIRA, L.R.M. Aprendizagem operatória de números inteiros: obstáculos e dificuldades. **Revista Pró-Posições**, v. 4, n. 1, p. 60-72, 1993.