



TRABAJO FIN DE GRADO

## EN MAESTRO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

# ESTUDIO ANALÍTICO SOBRE EL GRADO DE AUTENTICIDAD QUE POSEEN LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS VERBALES DE LOS LIBROS DE TEXTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

*ANALYTICAL STUDY ABOUT THE DEGREE  
OF AUTHENTICITY OF VERBAL ARITHMETIC  
PROBLEMS IN PRIMARY SCHOOL  
TEXTBOOKS*

**AUTORA**

Teresa Sánchez Quirós

Ávila, a 2 de junio de 2023

ESCUELA UNIVERSITARIA DE EDUCACIÓN Y TURISMO DE ÁVILA  
UNIVERSIDAD DE SALAMANCA



## DECLARACIÓN DE AUTORÍA

*Dña. Teresa Sánchez Quirós, con DNI 70842350-G, matriculada en la Titulación de Doble Grado en Maestro en Educación Infantil y Educación Primaria.*

**Declaro** que he redactado el Trabajo Fin de Grado titulado “Estudio analítico sobre el grado de autenticidad que poseen los problemas aritméticos verbales de los libros de texto de Educación Primaria” del curso académico 2022/2023 de forma autónoma, con la ayuda de las fuentes y la literatura citadas en la bibliografía, y que he identificado como tales todas las partes tomadas de las fuentes y de la literatura indicada, textualmente o conforme a su sentido.

En Ávila, a 2 de junio de 2023

Fdo.: \_\_\_\_\_

## RESUMEN

En el presente Trabajo de Fin de Grado se expone una investigación educativa motivada por la utilización, casi exclusiva, por parte de los maestros, del libro de texto para impartir sus clases de matemáticas en Educación Primaria. Dado que el libro de texto es el material didáctico principal para transmitir conocimientos, la naturaleza con la que se expongan en el mismo, los problemas matemáticos, influye en las habilidades que los alumnos van a desarrollar para resolverlos. Los problemas matemáticos con los que se trabaje deben estar relacionados con las vivencias personales de los alumnos para poder vincularlos a ellos y hacerles ver la utilidad que tienen estos aprendizajes en su vida diaria. Este tipo de problemas aritméticos reciben el nombre de auténticos, y está demostrado que éstos ayudan a que los alumnos razonen, y por ende, los resuelvan de forma satisfactoria. Con el presente estudio se pretende determinar el nivel de autenticidad que presentan los problemas matemáticos incluidos en el libro de texto de quinto curso de Educación Primaria de una de las editoriales más utilizadas en España, empleando el sistema de análisis desarrollado por Vicente y Manchado en 2017. Los resultados obtenidos indican que existe una gran cantidad de problemas desajustados y estereotipados en detrimento de los problemas auténticos, que son los que contextualizan la tarea con situaciones que les ocurren de forma común a nuestros alumnos en su vida cotidiana. De tal modo, que los materiales didácticos que se están utilizando en las escuelas no son el mejor recurso para promover que en la resolución de los problemas prime el razonamiento.

*Palabras clave:* Autenticidad, matemáticas, libros de texto, resolución de problemas y Educación Primaria.

## ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN.....	1
2.	OBJETIVOS .....	3
3.	DESARROLLO .....	4
3.1.	ESTADO DE LA CUESTIÓN Y RELEVANCIA DEL TEMA .....	4
3.1.1.	<i>Presencia del tema en el currículo.....</i>	4
3.1.2.	<i>¿Qué entendemos por problema matemático? Definición y características.....</i>	7
3.1.3.	<i>El libro de texto como recurso en Educación Primaria .....</i>	10
3.1.4.	<i>Clasificación y tipología de los problemas matemáticos según el nivel de autenticidad.....</i>	14
3.2.	MARCO EMPÍRICO.....	17
3.2.1.	<i>Diseño .....</i>	17
3.2.2.	<i>Método.....</i>	17
3.2.3.	<i>Análisis de datos.....</i>	32
3.2.4.	<i>Resultados.....</i>	33
4.	CONCLUSIONES.....	37
5.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	41
6.	ANEXOS .....	45
	ANEXO I – MUESTRA.....	45

## ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1.</i> Sistema de análisis del nivel de autenticidad de los problemas matemáticos (Vicente & Manchado, 2017).....	22
<i>Tabla 2.</i> Niveles de autenticidad asignados según las puntuaciones en cada aspecto (Vicente & Manchado, 2017).....	25
<i>Tabla 3.</i> Codificación de los problemas matemáticos.....	27
<i>Tabla 4.</i> Ficha de registro para el análisis de la autenticidad de los problemas. ....	32

## ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1.</i> Porcentaje de problemas aptos para el análisis. ....	33
<i>Figura 2.</i> Cantidad total de puntos de cada uno de los aspectos en cada tarea.....	34
<i>Figura 3.</i> Nivel de autenticidad de los 48 problemas analizados. ....	36



## 1. INTRODUCCIÓN

El presente Trabajo de Fin de Grado (en adelante TFG) pretende ser proyecto de investigación realizado con el libro de texto de una editorial de renombre de un determinado curso escolar, sobre la autenticidad de los problemas de matemáticas. Como técnica de investigación aplicaremos la observación sistemática y rigurosa y recogeremos los datos en unas tablas de registro.

Sabiendo que en el Grado de Maestro en Educación Primaria existen tres asignaturas dedicadas a las Matemáticas, he considerado necesario, para completar mi formación y hacerla más integral, realizar un trabajo desde un enfoque de investigación en cuanto a esta área de conocimiento. Dentro del área de las matemáticas la resolución de problemas es uno de los aspectos más importantes que se tratan en la misma. Así mismo, es en esta actividad de las matemáticas dónde los alumnos muestran grandes dificultades.

Es común escuchar en boca de nuestros estudiantes que las matemáticas no tienen ninguna utilidad para nuestra vida. Si analizamos esta afirmación podemos percatarnos que puede deberse a la pobre simulación de problemas de la vida cotidiana en los problemas que se les proponen para resolver a nuestros estudiantes. Partiendo de la idea de que los alumnos no están expuestos a problemas que simulen situaciones realistas en las que puedan verse reflejados, nos percatamos de que a lo mejor los materiales que estamos utilizando no son los mejores y nos preguntamos ¿Los libros que utilizamos son los materiales más adecuados para facilitar el aprendizaje de resolución de problemas para nuestros alumnos? ¿Los problemas que se resuelven en clase son problemas que puedan encontrarse los alumnos en su día a día?

Por lo tanto, debemos enfatizar en que la elección de los recursos por parte del docente no debe ser una tarea que se realice de forma arbitraria. Sino todo lo contrario, la selección de los libros de texto debe realizarse desde el conocimiento y no de forma trivial.

Estas razones son las que motivan mi interés por realizar este TFG, cuya estructura se explica a continuación.

En primer lugar, se procederá a explicitar los propósitos del presente trabajo. Seguidamente, para ofrecer una respuesta a las preguntas planteadas inicialmente, nos detendremos en revisar la normativa vigente respecto a la importancia que se le



otorga a la resolución de problemas matemáticos y a su relación con los problemas del día a día de nuestros alumnos, después analizaremos cuál es el uso del libro de texto dentro de las aulas de Educación Primaria, para finalmente establecer una clasificación para los problemas atendiendo a una serie de aspectos que deliberen sobre el nivel de autenticidad de los mismos. Entonces, una vez asentadas las bases procederemos al estudio. Esta investigación se llevará a cabo a través de un análisis riguroso de los problemas aritméticos verbales que aparecen en el libro de texto de matemáticas de quinto de primaria de la editorial Santillana. Los hallazgos del estudio se revelarán en tablas y gráficos, de modo que de forma visual se pueda comparar la cantidad de problemas auténticos, estereotipados y desajustados que se encuentran en el material estudiado. A continuación, se plasmará la discusión del estudio, para concluir, exponiendo las conclusiones extraídas de la implementación de este TFG.



## 2. OBJETIVOS

Con la realización de este estudio pretendemos lograr el siguiente objetivo general:

- Determinar el grado de autenticidad presente en los problemas aritméticos verbales encontrados en el libro de texto de matemáticas de la editorial Santillana de quinto curso de Educación Primaria.

Este objetivo general se concreta en diversos objetivos específicos, los cuáles se muestran a continuación:

- Identificar dentro del libro de texto de matemáticas enunciados que describan situaciones de la vida cotidiana junto a preguntas referidas al contenido expuesto.
- Corroborar la existencia de todos los aspectos clave para la consideración de un problema auténtico.
- Categorizar los problemas en función del cumplimiento de diferentes aspectos que debe presentar para asignar el nivel de autenticidad.
- Conocer qué nivel de autenticidad de los problemas matemáticos es más común encontrarnos en los libros de texto de matemáticas.

### *Hipótesis*

Dentro del libro de texto de quinto de primaria de la editorial Santillana espero encontrar un gran porcentaje de problemas estereotipados y desajustados frente a una minoría dedicada a los problemas auténticos.

### 3. DESARROLLO

#### 3.1. ESTADO DE LA CUESTIÓN Y RELEVANCIA DEL TEMA

##### 3.1.1. *Presencia del tema en el currículo*

En este apartado se pretende exponer la relación existente entre el currículo (DECRETO 38/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación primaria en la Comunidad de Castilla y León) y la importancia que se le otorga a la resolución de problemas aritméticos como parte de la competencia matemática.

Seguidamente, paso a detallar las competencias específicas del área de matemáticas, que giran en torno al eje de resolución de problemas con relación a la cotidianeidad de los contextos de nuestros alumnos. Así mismo, estas competencias específicas están relacionadas con los criterios de evaluación. A continuación, exponemos concretamente los correspondientes al quinto curso de Educación Primaria.

#### **Competencias específicas**

1. *Interpretar situaciones de la vida cotidiana, proporcionando una representación matemática de las mismas mediante conceptos, herramientas y estrategias, para analizar la información más relevante.*

Los contextos en la resolución de problemas proporcionan un amplio abanico de posibilidades para la integración de las distintas experiencias y aprendizajes del alumnado, con una perspectiva global, fomentando el respeto mutuo y la cooperación entre iguales, con especial atención a la igualdad de género, la inclusión y la diversidad personal y cultural.

2. *Resolver situaciones problematizadas, aplicando diferentes técnicas, estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder, obtener soluciones y asegurar su validez desde un punto de vista formal y en relación con el contexto planteado.*

La resolución de problemas constituyen una parte fundamental del aprendizaje de las matemáticas, integrando una doble perspectiva: como objetivo en sí mismo, entrando en juego diferentes estrategias que se centren en la resolución aritmética, manipulación de materiales, diseño de representaciones gráficas o argumentación

verbal para obtener las posibles soluciones; y como eje metodológico para la construcción del conocimiento matemático, proporcionando nuevas conexiones entre los conocimientos del alumnado, construyendo así nuevos significados y conocimientos matemáticos.

3. *Explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de tipo matemático en situaciones basadas en la vida cotidiana, de forma guiada, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación, para contrastar su validez, adquirir e integrar nuevo conocimiento.*

El análisis matemático contribuye al desarrollo del pensamiento crítico, ya que implica analizar y profundizar en la situación o problema, explorarlo desde diferentes perspectivas, plantear las preguntas adecuadas y ordenar las ideas de forma que tengan sentido.

4. *Utilizar el pensamiento computacional, organizando datos, descomponiendo en partes, reconociendo patrones, generalizando e interpretando, modificando y creando algoritmos de forma guiada, para modelizar y automatizar diferentes situaciones de la vida cotidiana.*

El pensamiento computacional se presenta como una de las destrezas clave en el futuro del alumnado, ya que entronca directamente con la resolución de problemas y con el planteamiento de procedimientos.

5. *Reconocer y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas, así como identificar las matemáticas implicadas en otras áreas o en diversas situaciones de la vida cotidiana, interrelacionando conceptos y procedimientos, para interpretar situaciones y contextos diversos.*

La conexión entre los diferentes objetos matemáticos (conceptos, procedimientos, sistemas de representación...) aporta una comprensión más profunda y duradera de los saberes adquiridos, proporcionando una visión más amplia sobre el propio conocimiento. Por otro lado, el reconocimiento de la conexión de las matemáticas con otras áreas, con la vida real o con la experiencia propia aumenta el bagaje matemático del alumnado.

## QUINTO CURSO

Criterios de evaluación

#### *Competencia específica 1*

1.1. Interpretar, de forma verbal o gráfica, problemas de la vida cotidiana, comprendiendo y reformulando las preguntas planteadas a través de diferentes estrategias o herramientas, incluidas las tecnológicas.

#### *Competencia específica 2*

2.3. Comprobar la corrección matemática de las soluciones de un problema y su coherencia en el contexto planteado interpretando los resultados y los procedimientos realizados desarrollando el pensamiento crítico.

#### *Competencia específica 3*

3.2. Plantear nuevos problemas sobre situaciones cotidianas que se resuelvan matemáticamente, de manera razonada.

#### *Competencia específica 4*

4.1. Automatizar situaciones de la vida cotidiana utilizando, de forma pautada, principios básicos del pensamiento computacional, organizando y descomponiendo información en partes y reconociendo patrones.

#### *Competencia específica 5*

5.1. Analizar conexiones entre diferentes elementos matemáticos movilizandoc conocimientos y experiencias propios.

5.2. Interpretar y comprender situaciones en contextos diversos, aplicando las conexiones entre las matemáticas y la vida cotidiana.

Tal y como hemos podido confirmar a través de la recopilación de las evidencias extraídas de la propia normativa vigente, queda en relieve la gran importancia que adquiere la resolución de problemas aritméticos y su relación con la vida cotidiana de los alumnos. Todo ello, nos ayuda a comprender la relevancia que tiene su correcta enseñanza, y para ello, la selección óptima de los materiales para cumplir este cometido.

Dentro de las matemáticas, la resolución de problemas goza de gran importancia e interés, ya que es vista como un pilar fundamental de su enseñanza y cumple una doble función intrínseca y extrínseca. Por una parte, consiste en aprender a resolver problemas en sí mismos, y por otra, ayuda a aprender matemáticas en general, como así figura en el currículo de Educación Primaria. Además, a través de estos desafíos

se pone en juego la conexión de varios conocimientos de los alumnos, que se ven estimulados y motivados a resolverlos. Su mayor potencial reside en el hecho de que hacen que el alumno pueda ver la funcionalidad real que pueden tener las matemáticas en el mundo y en la vida cotidiana.

### 3.1.2. *¿Qué entendemos por problema matemático? Definición y características*

En primer lugar, para poder abordar el estado de la cuestión que nos ocupa debemos partir de una definición de problema matemático que nos sirva de base. Por lo tanto, entendemos por problema aritmético toda “descripción verbal de situaciones problemáticas de las que surgen una o más preguntas cuya respuesta puede obtenerse mediante la aplicación de operaciones matemáticas a los datos numéricos presentes en el enunciado” (Verschaffel, et al., 2014, p. 641).

Una vez tenemos acotado y definido nuestro objeto de estudio, el problema aritmético, pasamos a abordar la forma en que estos se pueden resolver y lo que ello implica. Por una parte, un problema se puede resolver de manera superficial, y por otra se puede resolver de forma genuina.

El primer modo de solución únicamente implica fijarse en los aspectos más destacados del problema, como la palabra clave, para dar lugar a un resultado sin llegar a razonar y realizar una comprobación de la coherencia del resultado arrojado. En este caso simplemente se seleccionan los datos y se opera con ellos poniendo en práctica los algoritmos requeridos, pero sin poner en juego el contexto del enunciado (Hegarty, et al., 1995). Para que la estrategia de la palabra clave se pueda llevar a cabo debemos encontrarnos ante un problema estereotipado, es decir, que solo incluye la información imprescindible para su resolución.

Ahora bien, cuando estamos ante un problema auténtico el método que acabamos de describir pierde su eficacia, ya que la situación cobra relevancia para la correcta resolución del problema cuando este es complejo. Hablamos de problemas auténticos cuando estos “representan alguna situación de la vida real de manera que aspectos importantes de esa situación se simulan en un grado razonable” (Palm, 2008, p. 40) y asimismo el alumno precise del conocimiento práctico cotidiano para entender la situación descrita y verificar que el resultado guarde coherencia con la situación descrita o no (Verschaffel et al., 2000). De este modo, abordar la resolución

de un problema auténtico se debe llevar a cabo de manera genuina, es decir, poniendo en práctica un razonamiento situacional y matemático que dé lugar a una comprensión de la estructura del problema, nos ayude a seleccionar y ejecutar la operación requerida, llegando a un resultado que debamos comprobar situacional y matemáticamente para poder emitirlo como resultado final. Aquí se ponen en juego tanto el razonamiento situacional como el matemático. El primero, para entender la situación descrita en el enunciado del problema en términos causales, intencionales y temporales; y el segundo, para identificar la estructura matemática en términos de relación entre las cantidades. Ambos razonamientos contribuyen a la comprensión y resolución del problema, tal y como han mostrado diferentes investigaciones (Verschaffel et al., 2000; Orrantia et al., 2011).

Pasamos a continuación a profundizar sobre los problemas auténticos que son en este caso los que tienen un mayor interés para el aprendizaje del alumnado, por su mayor complejidad y su funcionalidad por la conexión con la vida real. Para ello, acudimos a describir la teoría de situaciones auténticas de Torulf Palm. Este autor nos propone ocho características definitorias de los problemas auténticos, ya que encontramos que muchos libros de texto tratan de incluir problemas textuales que se asemejan a las situaciones de la vida real pero no llegan a tener un buen grado de autenticidad. La finalidad de trabajar con problemas auténticos es que los estudiantes puedan ver la conexión de las matemáticas con la vida real y descubrir que estas son prácticas y útiles fuera de la escuela en la vida diaria. A continuación, detallaremos cuáles son esas ocho características:

Evento (C1): Consiste en que el evento descrito en el problema debe tomar lugar en nuestra vida.

Pregunta (C2): Hace referencia a la concordancia entre la tarea o problema dado en la escuela y fuera de ella.

Información/datos (C3): Se trata de igualar la información que contienen los problemas escolares con la situación real, que esta información sea real y específica.

Presentación (C4): Hace alusión a la presentación del problema, esto es, la forma en que la tarea se lleva a los estudiantes.

Estrategias de solución (C5): Consiste en incluir el rol y el propósito de quien resuelve el problema.



Circunstancias (C6): Nos habla de las circunstancias bajo las que la tarea debe ser resuelta. Son factores en el contexto social.

Requisitos para la solución (C7): Se refiere a que los requisitos para resolver los problemas deben ser consistentes con lo que se considera una solución apropiada en una correspondiente situación simulada.

Propósito en el contexto figurativo (C8): Las tareas que simulen la realidad es esencial que el propósito de la tarea en el contexto sea tan claro para los estudiantes como para él solucionador de la situación simulada.

Si bien es cierto que Palm y Nyström (2009), simplificaron este mismo modelo de ocho características atendiendo especialmente a tres aspectos fundamentales para determinar si un problema es auténtico o no. Estos serían el evento, la pregunta y la información y datos. Contemplando también otros aspectos secundarios como la especificidad de los datos y el propósito en el contexto figurativo.

A propósito, “el marco de autenticidad puede ser útil tanto para distinguir entre tareas en términos de su autenticidad como para desarrollar tareas que apunten a la autenticidad más alta posible en las circunstancias existentes” (Palm & Nyström, 2009, p. 63). Dichos autores se dedicaron a elaborar versiones más auténticas de los problemas del estudio de Verschaffel y De Corte (1997), poniendo en práctica la segunda utilidad que apuntan. Por nuestra parte, atendiendo al modelo simplificado que nos aportan, ya que es más operativo, llevaremos a cabo en el presente trabajo la primera utilidad. Para analizar el evento nos ceñiremos a la posibilidad que existe de que este tenga lugar fuera del contexto escolar. Para evaluar la pregunta juzgaremos la concordancia de esta con la que se formularia en la vida real para esta situación. En cuanto a la información y datos nos fijaremos en su coincidencia con la vida real. A mayores nos fijaremos en la especificidad de los datos, es decir, si estos pueden modificar las estrategias de resolución de los alumnos. Y también en el propósito en el contexto figurativo, comprobando si hay coincidencia o no entre el propósito de la resolución de la tarea en el contexto escolar y en la vida real, atendiendo a que ese propósito sea tan claro en la escuela como lo es fuera de ella.

### 3.1.3. *El libro de texto como recurso en Educación Primaria*

Dado que el libro de texto es la herramienta utilizada, en su mayoría, por elección de los profesores para impartir sus clases de matemáticas, a pesar de tener una amplia gama de recursos didácticos a nuestra disposición y al gran avance tecnológico (Cabero, et al., 1989; García Mateos & Caballero, 2005; Mullins et al., 2008; Vicente, et al., 2013), resulta necesario analizar la calidad de estos materiales, que en muchos casos se utilizan de forma exclusiva. Gracias a los datos que nos ofrece el Instituto de Evaluación del Ministerio de Educación (2009), conocemos que un 99,1% de los alumnos de Educación Primaria utilizan como recurso didáctico principal el libro de texto. Esta información es de gran relevancia, pues nos indica la importancia que tiene llevar a cabo investigaciones en las que el objeto del estudio sea el libro de texto. Queda, de esta manera, justificada la validez e interés de la realización de este TFG. Es necesario estudiar las limitaciones de este recurso didáctico, puesto que si no nos cuestionamos las ventajas o inconvenientes que este pueda tener, y lo utilizamos como piedra angular para la enseñanza de las matemáticas, puede que en lugar de ayudarnos a fundar el conocimiento en nuestros alumnos ocurra todo lo contrario, y se convierta en un obstáculo para cumplir nuestro objetivo.

Para poder abordar este tema, debemos conocer a que nos referimos cuando hablamos del libro de texto. Para ello, vamos a partir de la definición que nos ofrece Richaudeau (1981), en la que nos indica que se trata de un material que está impreso y se encuentra estructurado, su utilidad se basa en apoyar el proceso de aprendizaje. Pero no nos sirve cualquier material impreso utilizado en el ámbito escolar, para poder ser considerado como libro de texto, sino que, de acuerdo con Cabero et al., (1995), este recurso debe cumplir una serie de características, que detallamos a continuación.

Se trata de un instrumento diseñado para la enseñanza e instrucción, destinado para emplear en el ámbito escolar.

El libro de texto debe incluir la información que debe ser procesada por el estudiante en un período de tiempo reglado de forma teórica.

Este se encuentra configurado conforme a una serie de pautas de diseño especialmente seleccionadas para que la información se presente sistemáticamente y de modo que promueva la comprensión, dominio y recuerdo de los conocimientos por parte del alumnado. Para ello, se tienen en cuenta los principio didácticos y

pedagógicos que lo faciliten y se organizan los conocimientos diacrónica y sincrónicamente en compartimentos.

Con la intención de llegar a una definición más precisa y completa del término libro de texto, tomamos como referencia a Moya (2008), que sintetiza las características del libro de texto tomando como base las aportaciones de Venegas (1993) en referencia a lo que entendemos por libro de texto. Este autor afirma que el libro de texto es un instrumento básico en el proceso de la enseñanza y aprendizaje, mediador del conocimiento, que concede al niño una autonomía en su trabajo, aportándole ejercicios, e impulsándolo a poner en práctica experimentos. También apunta una serie de principios de intervención educativa que deben estar presentes en el libro de texto, y esto es, que parta de las experiencias del niño y esté vinculado a los avances e innovaciones científicos al respecto. Finalmente, el libro de texto es una unidad que resulta del conjunto de elementos necesarios para que el alumnado consiga aprender con contenidos dictados por el currículo. Además, apunta que el libro de texto, en ningún caso será visto como un sustitutivo de la figura del maestro en el ejercicio de la labor docente.

Tomando como base las implicaciones anteriormente descritas, en nuestro caso personal y añadiendo una reflexión propia con respecto a las repercusiones en los procesos de enseñanza-aprendizaje del libro de texto de matemáticas, podemos afirmar que este se define como un libro que podemos encontrar impreso, digital o en cualquier otro formato, que fue editado con la finalidad de guiar la enseñanza de las matemáticas para un curso concreto dentro de un plan de estudios.

El libro de texto ejerce una gran influencia sobre el tipo de enseñanza que se implementa en la clase. El docente permite que el libro sea la guía del aprendizaje aunque la presencia del maestro no es prescindible. Parcerisa (1996) afirma que los libros de texto son un condicionante en cuanto a la forma en la que el profesor ejerce la enseñanza. Dado que este material didáctico se utiliza de manera cerrada, siguiendo tanto la forma en la que se enseñan los contenidos como cuáles y en qué orden implementarlos. Por otra parte, los problemas que se encuentran en el interior de los libros de matemáticas también influyen de gran manera en la forma en la que los alumnos los resuelvan y en la promoción del desarrollo del razonamiento y de habilidades específicas.

Los alumnos resuelven los problemas categorizados como auténticos de mejor forma y estos, a su vez, son una gran ayuda para potenciar su razonamiento. Pero la

realidad que nos encontramos en los libros de texto españoles, según varios estudios, es que la gran mayoría de los problemas aritméticos que nos encontramos en ellos son estereotipados (Orrantia et al., 2005; Vicente & Manchado, 2017; Vicente et al., 2018). Es más común encontrarnos con problemas estereotipados cuanto superior es el curso en el que se va a utilizar el libro de texto. Estos contienen situaciones que son muy poco probables e incluso imposibles que tengan lugar en la vida diaria del alumno, y una muy pequeña porción de estos si intentan plantear este tipo de situaciones (Chamoso et al., 2014). El hecho de que los problemas matemáticos de los cursos superiores no estén tan contextualizados en la vida real como lo están los de los cursos más bajos, se debe a que cuanto más complicados son los contenidos, mayor es la dificultad de poder situarlos en vivencias próximas al alumnado, porque son mucho más abstractos. Lave (1988) nos ilustra sobre el concepto de “cognición situada”, con la que hace referencia a la necesidad de entender en qué situación está inmerso el concepto matemático para, de esta forma, poder abstraer ese conocimiento que no es tangible. Esto nos ayuda a comprender que para resolver los problemas sin tantas dificultades es imprescindible que la situación que se propone en el enunciado sea cotidiana para el alumno, para que pueda comprenderla. De este modo, los recursos que se están utilizando en España para impartir las sesiones de matemáticas en el colegio, están limitando las oportunidades de los alumnos de tener al alcance problemas que estén contextualizados en situaciones que son cotidianas para ellos, y que puedan resolverlos de una mejor forma. Así mismo, las situaciones que se le presentan en los problemas propuestos en el libro no favorecen que los alumnos reflexionen ante una experiencia como lo harían fuera del colegio, sino que, simplemente, se centran en la información matemática y operan con ella, dejando de lado la información situacional, por lo que no revisan si los resultados tienen sentido en el contexto que se presenta, porque este no resulta familiar para ellos o es completamente absurdo.

Uno de los componentes más importantes para el desarrollo de la competencia matemática es la resolución de problemas matemáticos (OECD, 2005), además de la importancia que recibe en el currículo español, como veíamos en el primer punto de este marco teórico. Esta relevancia viene otorgada debido a que la resolución de problemas matemáticos permite que los alumnos integren los problemas que les surgen en su vida junto con las matemáticas y la aplicación de las mismas, con los contenidos abstractos que forman parte de esta (Verschaffel et al., 2000). Teniendo en cuenta el informe PISA, la competencia matemática se define como “la aptitud de un

individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, alcanzar razonamientos bien fundados y utilizar y participar en las matemáticas en función de las necesidades de su vida como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo” (OECD, 2005, p. 364). La adquisición de la competencia matemática es evaluada por varios programas en diversos países. Entre ellos encontramos el *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS), desarrollado por la IEA. Otro de ellos es el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) organizado por la OECD. Los alumnos españoles han participado en estas pruebas a lo largo de los años y los resultados obtenidos no han sido muy satisfactorios. Los resultados de las pruebas TIMSS nos indican que los alumnos españoles se encuentran por debajo de la media en cuanto a la resolución de problemas; tarea a la que esta prueba le otorga un papel central (Mullins et al., 2012; Vicente et al., 2013). Mientras que los alumnos escolarizados en colegios de Singapur han demostrado tener un gran dominio para realizar esta tarea con buenos resultados (Vicente et al., 2021). Observando los resultados arrojados por TIMSS, que comparte el mismo concepto de competencia matemática que el estudio PISA, debemos señalar que el 80% de los alumnos de Educación Primaria de nuestro país tienen un nivel medio de competencia matemática, con lo cual son capaces de resolver los problemas sencillos, pero no es así con los más complejos como los que requieren de interpretación de tablas y gráficos, por ejemplo (Mullis et al., 2012). Dado que en nuestro país tenemos unos resultados bastante devastadores, debemos dar importancia a la búsqueda de las causas que generan el bajo rendimiento en matemáticas de nuestros estudiantes. Uno de los más importantes puede ser los libros de texto que utilizamos para impartir nuestras clases. Llegados a este punto debemos cuestionarnos sobre si el libro de texto y la tipología de problemas que se encuentran en él, son un causante de estos nefastos resultados; pues. como exponíamos en párrafos superiores, los libros de texto de matemáticas son una gran influencia y pueden favorecer o perjudicar la adquisición de competencias y habilidades específicas para la resolución de problemas aritméticos. En contraposición a la situación de nuestro país, encontramos que los resultados de Singapur en estas pruebas son mucho mejores que los nuestros; y por otra parte, apreciamos que sus libros de texto incluyen problemas más auténticos que los de nuestros libros en todos los cursos escolares. Esto nos hace pensar que sus libros brindan a los alumnos mayor oportunidad para resolver problemas a través del razonamiento y no de forma mecánica.

### 3.1.4. Clasificación y tipología de los problemas matemáticos según el nivel de autenticidad

Recientes estudios han esclarecido que la autenticidad de los problemas facilita la resolución de los mismos (Vicente & Manchado, 2016). Los resultados obtenidos por Ramos y Muñoz (2019) hacen notar que cuando se resuelven problemas auténticos predomina un mayor proceso de razonamiento que ante la resolución de problemas estereotipados. De este modo, nos hace ver que los problemas auténticos promoverían tanto el razonamiento matemático como el situacional en mayor medida que los estereotipados.

Con el objetivo de discernir entre los problemas auténticos, fieles a la realidad, y los problemas absurdos, que se asemejan al contexto del alumno, Galbraith y Stillman (2001), (citado en Verschaffel et al. (2000, p. 104) nos proponen una clasificación de los problemas matemáticos según la relación de semejanza que guardan con el mundo real, o lo que es lo mismo, su grado de autenticidad. Aunque la más destacable, también por ser la más reciente, sería la categorización de problemas elaborada a partir de algunas de las categorías propuestas por Palm (2008) y adaptadas de las expuestas por Depaepe et al. (2010), que pasamos a detallar a continuación:

- Problema Auténtico: El evento es cotidiano para el alumno fuera de la escuela. La pregunta que se formula tiene sentido para la situación planteada. Los datos que aparece son adecuados. Existe un propósito y los datos son específicos.

Un ejemplo sería: Félix quiere pesar a su perro, pero no consigue que esté quieto encima de la báscula. Explica lo que ha hecho para calcular cuánto pesa el perro y halla tú ese peso.



Imagen 1. (3º Primaria, p. 1592).

- Problema Estándar Ajustado: Las situaciones descritas son cercanas al alumno. Los datos que se presentan son razonables, pero no existe un propósito

concreto. Son muy similares a los auténticos pero es este caso no existe un propósito evidente.

Ejemplo: “Carmen salió de casa con 50 € para hacer la compra. Primero, gastó 27 € en la pescadería y, después, 14 € en la frutería. ¿Cuánto dinero le sobró?” (4º Primaria, p. 35).

- Problema Estándar: Describen situaciones que el alumno podría encontrar en la vida real, sin embargo, los datos presentados son adecuados pero no son específicos. A esta categoría también pertenecen los problemas con situaciones más alejadas del día a día del alumno, pero cuyos datos son específicos.

Ejemplo: “A un lago han llegado 5 autocares con 50 personas en cada uno. ¿Cuántas personas han llegado?” (4º Primaria, p. 29).

- Problema Contenedor: Se trata de problemas muy genéricos, ya que plantean situaciones que, aun son conocidas por el alumno, no son cercanas a su realidad, ni por evento ni por especificidad de los datos. En esta categoría cabe casi cualquier situación, con cualquier magnitud de los conjuntos y cualquier acción sobre ellos. Los datos pueden ser demasiado exactos y poco específicos.

Ejemplo: “En un almacén se envasaron 42 cajas de cerezas. En cada caja pusieron 3 kilos. ¿Cuántos kilos se envasaron?” (4º Primaria, p. 17).

- Ejercicio camuflado: Proponen situaciones, generalmente extrañas, en las que es evidente que lo único que se busca es que el alumno practique el algoritmo de una operación en concreto. Se diferencian del problema estándar en que en el ejercicio camuflado la pregunta tiene poco sentido.

Ejemplo: “Un sello mide 6 cm y 4 mm de largo y 3 cm y 7 mm de ancho. ¿Cuántos milímetros mide de largo más que de ancho?” (4º Primaria, p. 95).

- Problema absurdo: Siendo el tipo de problema menos provechoso de todos los descritos, se trata de problemas que presentan situaciones alejadas de la vida cotidiana del alumno, con datos se muestran de forma anormal o se plantea una pregunta con poco sentido con respecto a la situación propuesta.

Ejemplos:

*Por evento:* “En un hormiguero hay 4 millones de hormigas. Cada una mide 3 mm de largo. Si se colocasen todas en fila, sin dejar ningún espacio entre ellas, ¿la longitud de la fila sería mayor o menor de 10 km?” (6º Primaria, p. 167).

Por pregunta:

3

Observa el cuadro y contesta.

Pascual ha representado en el cuadro los litros de agua que ha echado a su acuario.



• ¿Cuántos decalitros ha echado?

12 dal

• ¿Cuántos decilitros ha echado?

1.200 dl

Imagen 2. (5º Primaria, Cuadernillo 3, p. 14).

Por existencia de datos: "Leonor compra doce cuartos de kilo de garbanzos y Concha compra seis medios kilos. ¿Cuántos kilos compra cada una? ¿Quién compra más?" (5º Primaria, p.71).

### 3.2. MARCO EMPÍRICO

Tras recopilar toda la información necesaria, relacionada tanto con los problemas aritméticos como con los niveles de autenticidad de los mismos, pasamos a abordar el marco empírico que constituye el núcleo de este TFG.

#### 3.2.1. *Diseño*

El enfoque metodológico por el que se ha optado para la realización de este trabajo de investigación es de tipo cuantitativo. Este enfoque se caracteriza por apoyarse en el uso de números para analizar el objeto de estudio. En cuanto a la tipología del diseño que se utilizó en la investigación podemos afirmar que es no experimental. En este caso, la investigación se ha centrado en la observación de situaciones que se encuentran de forma natural para después poder ser analizadas.

#### 3.2.2. *Método*

Para la realización del presente estudio se ha procedido a aplicar la observación directa y sistemática de los problemas y se han recopilado los datos en una ficha de registro, para conseguir el objetivo del estudio. En este apartado se presentan las fuentes de información junto al instrumento utilizado para recopilar los datos, especificando las categorías en las que se puede clasificar cada problema y cómo se codifican los datos para llegar a una conclusión u otra.

#### **Muestra**

La muestra de problemas que nos ocupa analizar se extrajo de un libro de texto de la asignatura de matemáticas, concretamente de quinto curso de Educación Primaria. Este libro pertenece al proyecto *Saber hacer* dirigido por la prestigiosa editorial *Santillana* y publicado en el año 2014. Aunque la fecha de publicación de este material didáctico no es muy reciente se sigue utilizando hoy en día para impartir la asignatura de matemáticas en diferentes colegios de varias comunidades autónomas de España. Los problemas que se analizaron pertenecen a dos temas situados en el apartado del primer trimestre. Los contenidos de ambos temas versan sobre las operaciones matemáticas con números naturales y se titulan: *Tema 2. Suma, resta y multiplicación de números naturales* y *Tema 3. División de números naturales*. Se

atendió de forma exclusiva a aquellas tareas que se caracterizaran por poseer tanto un enunciado verbal en el que se exponga una situación del mundo real o hipotética, como el planteamiento de una pregunta relacionada con ella, y que, para solventarla, como mínimo, sea necesario que se aplique una operación aritmética. De este modo, los problemas que no cumplían estos tres requisitos no se tomaron como muestra, puesto que dificultaban la categorización de diferentes aspectos del problema como los datos o el evento al no estar presentes. Por lo tanto, no fueron considerados para este análisis los problemas en los que los datos se presentaran de forma figurativa como en dibujos, tablas o gráficos. Aquellos problemas en los que a partir de unos cálculos se debía generar un problema dónde inventaras el evento y aportaras los datos necesarios junto a una pregunta correspondiente a ellos, es decir, el tipo de problemas en los que piden al alumno que enuncie él el problema. Tampoco se seleccionaron los problemas que no requerían de la realización de ninguna operación matemática, ya fuera porque pide que aproximemos unos datos concretos, porque los resultados se extraigan de la interpretación de un gráfico o porque nos ofrezcan varias opciones para escoger solamente una mediante el razonamiento. De este modo, se rechazarían problemas como los siguientes:

**3** Observa cada oferta, estima y contesta.



- Hoy, ¿cuál es, aproximadamente, el precio de cada portátil?
- ¿Cuánto costaban ayer, aproximadamente, los dos en total?
- ¿Cuánto valían ayer, aproximadamente, tres portátiles del primer modelo? ¿Y cuatro portátiles del segundo?

*Imagen 3.* Ejercicio 3 página 29 del libro de texto de matemáticas de 5º de primaria de la editorial Santillana.

- 2 Un grupo de amigos ha ido de viaje.  
Han usado 7 coches de 5 plazas cada uno,  
pero en 4 de ellos quedaron 2 plazas libres.



- A. Fueron 35 amigos al viaje.
- B. Quedaron 14 plazas libres.
- C. Fueron 3 coches completos.
- D. Fueron 27 amigos al viaje.
- E. Iban más coches completos que con plazas libres.

*Imagen 4.* Ejercicio 2 página 50 del libro de texto de matemáticas de 5º de primaria de la editorial Santillana.

En los temas seleccionados se encuentran un total de 76 problemas, de los cuales, 48 de ellos cumplen los requisitos establecidos para poder realizar el análisis con ellos (ver [Anexo I](#)).

## Variables

La *variable dependiente* es el nivel de autenticidad de los problemas analizados y entre las *variables independientes* encontramos tanto la editorial del libro como el curso que se está analizando, los contenidos matemáticos de los temas concretos o la fecha de la edición. Estas variables independientes son muy importantes puesto que el nivel de autenticidad de las tareas va a depender de ellos. De este modo, los editores de unos materiales u otros pueden tener mayor o menor conocimiento sobre este tema y estar más concienciados de cómo se deben formular los problemas para ayudar a los niños en su resolución, dependiendo del momento de la creación de los materiales y teniendo en cuenta los estudios realizados hasta ese momento. Por otra parte, el curso y los contenidos están bastante relacionados, puesto que cuanto mayor es el

curso mayores dificultades implican los contenidos y al ser más abstractos resulta más costoso contextualizarlos en la realidad de los alumnos. La fecha de edición también es una variable a tener en cuenta, puesto que cuánto más avanza la investigación sobre la importancia de la autenticidad de los problemas para que los alumnos lo resuelvan con mayor facilidad, mayor será la importancia que se le dé a este tema en la elaboración de los materiales didácticos.

### **Instrumento de recogida de datos**

El sistema de análisis que se manejó para la elaboración del trabajo fue desarrollado por Vicente y Manchado (2017) a partir de la consideración de algunos de los aspectos que conforman los problemas, expuestos por Palm y Burman (2004), Palm (2006) y Palm (2008). Este sistema fue aplicado con anterioridad en varios estudios como el de Depaepe et al. (2010) y el de Chamoso et al. (2014). Los aspectos del problema tomados en cuenta para la valoración de los mismos son el evento, la pregunta, la existencia de datos, el propósito en el contexto figurativo y la especificidad de los datos.

Cada una de las dimensiones que componen el problema fue puntuada considerando tres tipos de valoraciones. En lugar de seleccionar una puntuación dicotómica en la cual se califique cada aspecto como completamente auténtico o nada auténtico. Se valoraron con un 1 las dimensiones que exponían la situación tal cual como el alumno podría vivirla fuera de la escuela, con un 0'5 aquellas que el alumno podría encontrarse en su vida diaria, pero es muy poco probable que se reproduzcan tal y como el enunciado nos lo relata y con un 0 los aspectos que sería imposible que el alumno encontrará en su vida cotidiana tal y como se muestran en la tarea. Por lo tanto, el cómputo total de las puntuaciones de los aspectos del problema será mayor cuanto mayor sea su nivel de autenticidad, y, por el contrario, cuanto menor sea la valoración menor será el nivel de autenticidad del problema. En la siguiente tabla se distinguen los aspectos principales de los secundarios y se expone en qué situaciones se debe otorgar una puntuación u otra dependiendo de su proximidad con la realidad del alumno.

		Puntuación			
		1	0'5	0	
<b>Aspectos</b>	<b>Principales</b>	<i>Evento</i>	Es probable que el alumno lo viva fuera de la escuela.	Podría encontrarse fuera de la escuela, pero es poco probable que le sucedan al alumno.	La tarea escolar describe un evento imaginario o describen un evento ficticio con objetos del mundo real.
		<i>Pregunta</i>	Podría ser formulada de manera habitual para el evento descrito. La respuesta a las preguntas tiene un valor práctico o es interesante para otros no interesados en matemáticas.	Podría formularse en el contexto real, pero su interés es limitado o nulo desde un punto de vista práctico (del alumno).	No podría formularse en el mundo real.
		<i>Existencia de datos</i>	Los datos coinciden con los datos accesibles en la vida real.	Los datos podrían existir en la realidad pero no sería la forma habitual en la que se presentarían.	Los datos del problema no son los mismos que los que estarían disponibles en la vida real.
	<b>Secundarios</b>	<i>Propósito en el contexto figurativo</i>	Se menciona explícitamente el propósito que se persigue con su resolución, que coincide con el que cabría plantearse en la vida real.	No es explícito pero podría deducirse siguiendo el sentido común (p. ej.: saber cuánto te tienen que dar de vuelta, saber la diferencia de altura entre dos niños).	El propósito no está definido, y la situación se prestaría a propósitos muy dispares.

		<i>Especificidad de los datos</i>	Los personajes tienen nombre propio, los objetos están definidos y los lugares específicos, o bien el problema está formulado en 1ª o 2ª persona.	La situación en la tarea escolar no es específica, pero como mínimo los objetos que son objeto de tratamiento matemático, el rol o el nombre de los personajes son específicos.	La situación en el contexto escolar es una situación general en la que los objetos y los sujetos no están especificados.
--	--	-----------------------------------	---	---	--

*Tabla 1.* Sistema de análisis del nivel de autenticidad de los problemas matemáticos (Vicente & Manchado, 2017).

Para poder clasificar cada problema en la categoría que le corresponde, se suma cada puntuación obtenida en cada uno de los aspectos que conforman el sistema de análisis de los problemas estudiado por Vicente y Manchado (2017), para conseguir la valoración global, que nos indica que cuanto mayor es este número mayor es la simulación de la tarea en cuanto a su parecido con la vida real y viceversa. A continuación, se expone las diferentes categorías que pueden adquirir los problemas junto a las puntuaciones globales que les son asignadas. Conforme a la actuación de Palm y Burman (2004) cuando uno de los tres aspectos principales a evaluar sea valorado con 0 puntos se paraliza el análisis de ese problema y se le otorga como puntuación global un 0 sin contar las puntuaciones que pueda haber recopilado hasta ese momento.

Dentro de esta clasificación encontramos tres categorías en las que se pueden distinguir los diversos problemas según su nivel de autenticidad: los problemas ajustados, los problemas estereotipados y los problemas desajustados. En cuanto a los términos existentes para denotar la concordancia entre las situaciones de la vida real con los problemas aritméticos no hay un consenso. Por esta razón, para este estudio utilizaremos para referirnos a los problemas ajustados que también utilizaban en su terminología Palm y Burman (2004) la expresión problemas auténticos al igual que ocurría en la investigación Chamoso et al. (2014).

### *Problemas Auténticos (A)*

Palm & Burman (2004) y Vicente & Manchado (2017) coinciden en que estos problemas son los que tienen todos los aspectos principales bien simulados. Incluye aquellos problemas en los que el evento es próximo a la vida del alumno fuera de la escuela, la pregunta formulada tiene sentido, los datos proporcionados son adecuados, existe un propósito para el problema y los datos son específicos. Incluye también aquellos problemas en los que no se explicita el propósito en el problema. Por consiguiente, la puntuación de cada uno de los aspectos es 1, a excepción de las tareas en las que no se explicita el propósito, es decir, se puntúa con 0 ó 0'5, de modo que la suma de todos los aspectos estará comprendida entre 4 y 5 puntos. En la Tabla 2, se muestran los posibles casos donde se ubicaría una tarea que sea considerada como auténtica.

### *Problemas Estereotipados (E)*

En los problemas estereotipados nos encontramos con que algunos de los aspectos principales no se han simulado de forma correcta. Dentro de esta categoría podríamos encontrarnos con problemas en los que la situación que se expone no es cercana a su contexto, aunque si ofrezca datos que son específicos. O todo lo contrario una situación que, si pudiera darse en la vida real, pero con datos que no son adecuados ni específicos. Además, se incluyen tareas en las que las situaciones no le son cercanas ni por la especificidad de los datos ni por el evento que narra, aunque el alumno si pueda conocer este tipo de situación. En estos problemas encierran cualquier situación con cualquier acción sobre cualquier magnitud. Al igual que en el caso anterior, en la Tabla 2 se puede contrastar cuales son las diferentes combinaciones que puede tener un problema de este tipo para poder ser clasificado en esta categoría. La valoración total en este apartado puede encontrarse entre 2'5 y 4. Cuando la puntuación global del problema es 4 para ser clasificada de forma correcta al estar esa valoración tanto en los problemas auténticos como en los estandarizados, será necesario observar de forma individual las puntuaciones de cada aspecto para ver si los aspectos principales se han logrado simular o no. Por esta razón cabe señalar que un discriminante en la valoración de la tarea estará muy influida por la consecución de los aspectos principales y secundarios.

### *Problemas Desajustados (D)*

Estos problemas se caracterizan por tener mal simulado alguno de los aspectos principales. Por lo tanto, estos problemas podrán ser absurdos por tres razones a causa del evento, de la pregunta o de la existencia de datos. Estas tareas pueden abarcar tanto situaciones completamente absurdas, como aquellas que presentan situaciones ficticias que no podrían darse en ningún caso en la realidad o las preguntas sobre la situación expuesta no cobran sentido respecto a esta. De este modo, estos enunciados dejan entrever que la parte importante de esa actividad es la ejecución de la operación que se esté estudiando en un momento concreto. Los problemas que sean considerados desajustados obtendrán como máximo una valoración de 2 puntos.

En la siguiente tabla se pueden observar todas las opciones en las que se pueden combinar las puntuaciones en cada uno de los aspectos, de modo que esta nos ayude a clasificar los problemas en un nivel u otro de autenticidad.

Evento	Pregunta	Existencia información	Propósito	Especificidad datos	Total
<i>Ajustados</i>					
1	1	1	1	1	5
1	1	1 / 0,5	0,5 / 0	1	4 / 4,5
<i>Estereotipados</i>					
1	1	1 / 0,5	0,5 / 0	0,5	3,5 / 4
1	0,5	1 / 0,5	0,5 / 0	1	
0,5	1	1 / 0,5	0,5 / 0	1	2,5 / 3
0,5	1	0,5	0,5 / 0	0,5	
<i>Desajustados</i>					
0,5	0,5	0,5	0	0,5	2

---

0	–	–	–	–	–
1 / 0,5	0	–	–	–	–
1 / 0,5	1 / 0,5	0	–	–	–

---

*Tabla 2.* Niveles de autenticidad asignados según las puntuaciones en cada aspecto (Vicente & Manchado, 2017).

### **Procedimiento**

En primer lugar, se identificaron y leyeron todos los problemas que había en los dos temas seleccionados de nuestra muestra. Para que fuera más fácil extraer los problemas estudiamos la organización del libro. Las páginas de los contenidos siempre van acompañadas de actividades y estas siempre finalizan con problemas. En cada unidad aparece una doble página dedicada a la resolución de problemas. Al finalizar la unidad se incluye una doble página con actividades para reforzar y ampliar los conocimientos aprendidos durante el tema. Dentro de estas actividades se dedica un gran espacio a la realización de problemas relacionados con las operaciones aritméticas aprendidas en las páginas anteriores. Una hoja de cada tema está dedicada a realizar un repaso acumulativo, en el que se hace un especial trabajo con los problemas, dedicándoles un apartado exclusivo por su gran relevancia, en los cuales se trabajan los contenidos más importantes vistos hasta el momento.

Además, para identificar cuántos ejercicios había o cuando empezaba uno y acababa otro se tuvieron en cuenta diferentes aspectos. Dentro de un mismo ejercicio hay varios puntos que diferencian problemas distintos por lo que se consideraron de forma individual. Pero en otros casos, unos mismos datos se utilizaban para dos contextos diferentes con sujetos diferentes y situaciones diferentes, por lo que, a pesar de tratarse de un mismo ejercicio, dentro del mismo se consideraba que había varios problemas. Por otra parte, encontramos problemas en los que se realizan varias preguntas sobre una misma situación, estos se tienen en cuenta como si fueran un único problema.

Una vez conocíamos y teníamos delimitados cuáles eran los problemas que había, se clasificaron en aptos para el análisis dado el cumplimiento de los tres

criterios expuestos en la muestra o no aptos. Estos requisitos eran tener un enunciado que trate sobre una situación real o imaginaria, que esté acompañado de una pregunta sobre esta situación y que para la solución de esta sea necesario realizar al menos una operación matemática. A los problemas considerados como aptos para nuestro análisis se les codifica con un número de modo que siempre podamos ver cuál es el análisis de cada problema.

1	Ej 3 pág. 23	26	Ej 10 pág. 37
2	Ej 4 pág.23 Primer punto	27	Ej 11 pág. 37
3	Ej 4 pág. 23 Segundo punto	28	Ej 12 pág. 37
4	Ej 5 pág. 23 Primer punto	29	Ej 7 pág. 43 Primer punto
5	Ej 5 pág. 23 Segundo punto	30	Ej 7 pág. 43 Segundo punto
6	Ej 5 pág. 25 Tercer punto	31	Ej 6 pág. 45 Primer punto
7	Ej 5 pág. 25 Cuarto punto	32	Ej 6 pág. 45 Segundo punto
8	Ej 3 pág.27	33	Ej 6 pág. 45 Tercer punto
9	Ej 4 pág. 27 Primer punto	34	Ej 1 pág. 48
10	Ej 4 pág. 27 Segundo punto	35	Ej 2 pág. 48 Primer punto
11	Ej 4 pág. 27 Tercer punto	36	Ej 2 pág. 48 Segundo punto
12	Ej 5 pág. 27 Primer punto	37	Ej 2 pág. 48 Tercer punto
13	Ej 5 pág. 27 Segundo punto	38	Ej 2 pág. 48 Cuarto punto
14	Ej 5 pág. 27 Tercer punto	39	Ej 1 pág. 51
15	Ej 5 pág. 27 Cuarto punto	40	Ej 2 pág. 51
16	Ej 4 pág. 29 Primer punto	41	Ej 3 pág. 51
17	Ej 4 pág. 29 Segundo punto	42	Ej 4 pág. 51
18	Ej 4 pág. 29 Tercer punto	43	Ej 9 pág. 53
19	Ej 6 pág. 31 Primer punto	44	Ej 10 pág. 53

20	Ej 6 pág. 31 Segundo punto	45	Ej 12 pág. 53
21	Ej 6 pág. 31 Tercer punto	46	Ej 8 pág. 55
22	Ej 11 pág. 35	47	Ej 9 pág. 55
23	Ej 13 pág. 35	48	Ej 10 pág. 55
24	Ej 8 pág. 37	49	Ej 11 pág. 55
25	Ej 9 pág. 37	50	Ej 12 pág. 55

*Tabla 3.* Codificación de los problemas matemáticos.

Esta tabla va acompañada del siguiente listado en el que se encuentra la transcripción de los enunciados de los problemas de nuestra muestra, junto a su respectivo número codificado.

*Listado de problemas numerados*

*Tema 2.* Suma, resta y multiplicación de números naturales.

1. En un almacén se han descargado 256 cajas de naranjas de 45 kg cada una y 80 cajas de 36 kg cada una. ¿Cuántos kilos de naranjas se han descargado?
2. Para adornar un pueblo en fiestas, han colocado 106 ristras con 60 globos en cada una. Se han pinchado 152 globos. ¿Cuántos globos continúan inflados?
3. En una tienda hay 18 marcas de ordenadores y de cada marca hay 15 modelos. ¿Cuántos modelos distintos hay?
4. En la carta de un restaurante tienen 12 primeros platos y 15 segundos. ¿Cuántos menús distintos se pueden elegir?
5. Andrés es pastelero. Ha preparado 3 bandejas con 38 pasteles de crema y 54 de chocolate cada una. ¿Cuántos pasteles ha preparado Andrés?
6. El profesor ha comprado 2 cajas de 50 lápices cada una y ha repartido 24 lápices de cada caja. ¿Cuántos lápices quedan en total en las cajas?
7. En una excursión, Iván hace por la mañana 65 fotos, pero borra 14 que no le gustan. Por la tarde, hace 32 fotos y borra 8. ¿Cuántas fotos nuevas tiene hoy en la cámara?
8. En un plato había 40 castañas. Alba y Óscar han comido 5 castañas cada uno. ¿Cuántas castañas quedan?
9. Pablo tenía en la hucha 40 €. Sacó un billete de 5 € y metió una moneda de 2 €. ¿Cuánto dinero tiene ahora?



10. Mónica tenía un collar con 40 bolitas. Se ha roto y ha perdido 5 bolitas rojas y 2 verdes. ¿Cuántas bolitas le quedan a Mónica?
11. Javier tenía 98 cromos. Compró 8 sobres de 5 cromos cada uno. ¿Cuántos cromos tiene ahora?
12. Ana compró 2 mochilas iguales de 47 €. Pagó con un billete de 100 €. ¿Cuánto dinero le devolvieron?
13. Luis lleva 26 € para merendar. Ha comprado un menú de 6 € y un helado de 2 €. ¿Cuánto dinero le queda?
14. Laura tiene 12 pilas para los 4 mandos de un juego. Cada mando lleva 2 pilas. ¿Cuántas pilas le sobran?
15. En una sala de cine hay 118 butacas. Están ocupadas 73 de ellas. ¿Cuántas butacas quedan libres aproximadamente?
16. En una fábrica montan 382 juguetes cada día. ¿Cuántos juguetes montarán aproximadamente en una semana?
17. En un museo hay expuestas 132 fotografías en blanco y negro y 98 en color. ¿Cuántas fotografías hay expuestas aproximadamente?
18. Lara tiene 7 casas. En cada casa hay 7 gatos. Cada gato persigue a 7 ratones. Cada ratón ha comido 7 trozos de queso. ¿Cuántos trozos de queso han comido en total?
19. En un camión hay 10 contenedores. En cada contenedor hay 10 cajas. En cada caja, 10 paquetes. En cada paquete, 10 bolsitas, y en cada bolsita, 10 sacapuntas. ¿Cuántos sacapuntas transporta el camión?
20. El lunes había 2 personas resfriadas en el colegio. Cada día hay el doble de personas resfriadas que el día anterior. ¿Cuántas personas habrá resfriadas el lunes siguiente?
21. David tiene en su tienda: 8 cajas con 24 refrescos de naranja y 12 de limón en cada caja; 24 batidos de fresa y 8 paquetes de 12 batidos de vainilla cada uno; 12 cajas de 8 zumos cada caja. Pero había 24 caducados y los ha tirado. ¿Cuántos refrescos, cuántos batidos y zumos tiene David?
22. Antonio ha organizado un taller de modelado para 74 alumnos. Necesita una barra de arcilla para cada uno y ha visto que en la tienda puede comprar: Barras sueltas, a 2 € cada una; paquetes de 12 barras, a 20 € cada paquete; paquetes de 20 barras, a 32 € cada paquete. Si compra todas las barras sueltas, ¿cuánto le constarán? Si compra 6 paquetes de 12 barras cada uno y el resto sueltas,

- ¿cuántas barras de arcilla sueltas debe coger? ¿Cuánto le costará la compra en total? ¿Qué compra debería hacer Antonio? ¿Por qué?
23. Un autocar sale de la estación con 46 personas. En una parada se bajan 15 personas y suben 8. ¿Cuántas personas continúan en el autobús?
  24. En un juego de ordenador, Pablo consiguió 34 puntos, Cristina consiguió el doble que Pablo y Ramón el triple que Cristina. ¿Cuántos puntos consiguieron en total los tres?
  25. Lola quiere comprar un estuche de 18 € y 4 libros de 16 € cada uno. Tiene 75 €. ¿Cuánto dinero le falta para poder comprarlo todo?
  26. En una carrera popular han participado 84 niños, 57 jóvenes y 23 adultos. Han entregado dos dorsales con el mismo número a cada uno. ¿Cuántos dorsales han entregado en total en la carrera?

### *Tema 3. División de números naturales.*

27. Beatriz es azafata. Este mes ha hecho 18 veces el mismo trayecto y ha recorrido en total 5.436 km. ¿Cuántos kilómetros tiene el trayecto?
28. Nuria compró para la oficina una mesa por 74 € y 14 estanterías iguales. Pagó en total 536 €. ¿Cuánto costaba cada estantería?
29. Un grupo de personas ha pagado 20.580 € por realizar un safari fotográfico. El precio por persona es 735 €. ¿Cuántas personas han realizado el safari?
30. En un zoo han utilizado este año 47.450 kg de carne para alimentar a los animales carnívoros. Todos los días les han dado la misma cantidad de comida. ¿Cuántos kilos de carne repartían cada día a los animales?
31. Andrés ha comprado un coche de 13.000 €. Al principio ha entregado 7.300 € y el resto lo paga en varios plazos de 475 € cada uno. ¿Cuántos plazos tiene que pagar?
32. Cada día, Ismael da por la mañana 5 vueltas corriendo a un circuito de 375 m y por la tarde da otras 2 vueltas. ¿Cuántos metros corre Ismael por la mañana más que por la tarde? ¿Cuántos metros corre cada semana?
33. Un anticuario vende 20 gramófonos a 750 € cada uno. Con el dinero obtenido compra 12 relojes de pared del mismo precio. ¿Cuánto cuesta cada reloj?
34. En un concurso de pintura se van a entregar 800 € en premios a los 25 dibujos más votados. El primer clasificado ganará 240 €, el segundo 150 €, el tercero 80



- € y el resto ganarán todos la misma cantidad. ¿Cuánto ganará cada dibujo premiado a partir del cuarto puesto?
35. En un teatro hay 15 filas de 12 butacas en cada fila. En las dos sesiones de ayer se ocuparon todas las butacas. De las entradas vendidas, 210 eran infantiles y el resto de adulto. ¿Cuántas entradas de adulto se vendieron ayer?
36. Una furgoneta lleva un total de 7.200 kg de arroz. La mitad está envasada en sacos de 120 kg cada uno, y el resto, en sacos de 75 kg. ¿Cuántos sacos de arroz lleva en total la furgoneta?
37. Los 85 alumnos de 5.º de un colegio quieren ir de excursión. Van a alquilar minibuses de 20 plazas por 175 € cada uno. ¿Cuánto dinero les costará el alquiler?
38. Una tienda por internet recibió 750 visitas cada día del mes de abril. Del total de visitas, un quinto compró algo. ¿Cuántas de las visitas a la tienda no compraron nada en abril?
39. A la final de balonmano han llegado 52 autobuses con 50 plazas de aficionados de un equipo, y 7 autobuses más, con 2 plazas menos cada uno, de aficionados del otro equipo. Todos los autobuses vienen llenos. ¿De qué equipo han venido más aficionados?
40. Jimena es fontanera y ha hecho hoy dos visitas. En la primera estuvo trabajando 3 horas y en la segunda estuvo 1 hora menos. Jimena cobra 50 € por el desplazamiento y 30 € por cada hora. ¿Cuánto dinero ha obtenido Jimena?
41. Se han presentado a un concurso 140 personas y se han formado grupos de 10 personas. ¿Cuántos grupos se han formado? ¿Cuántos grupos se formarían si se hubieran presentado el doble de personas y los grupos tuvieran el doble de personas? ¿Y si se hubieran presentado la mitad de personas y los grupos también fueran de la mitad de personas?
42. Un camión lleva 20.000 litros de agua. ¿Cuántos depósitos de 125 litros de agua se pueden llevar? ¿Sobra agua? ¿Cuántos depósitos de 140 litros se pueden llenar? ¿Cuántos litros sobran?
43. Un grupo de 92 niños van a ir tres días a una granja escuela para hacer un curso. Los monitores están organizando el alojamiento y el comedor. Los niños pueden dormir en cabañas de 6 plazas todas ellas, o bien en 4 cabañas de 8 plazas y el resto en cabañas de 6. ¿Qué opción elegirán? ¿Por qué? ¿Sobraría alguna cama? Hay un comedor con mesas para 18 niños y otro comedor con mesas para 23. ¿Qué comedor elegirán? ¿Por qué? ¿Quedaría alguna mesa sin

completar? Si al final 2 niños no van, ¿qué opción de cabañas y de comedor será la mejor?

44. Carla compra 26 m de cinta roja y 14 m menos de cinta azul. Cada metro de cinta cuesta 3 €. ¿Cuánto tiene que pagar Carla por la cinta?
45. Pablo tiene una bolsa con 140 caramelos de fresa, 85 de limón y 115 de naranja. Ha dado 12 caramelos a cada uno de los 23 compañeros de clase. ¿Cuántos caramelos le han sobrado?
46. Un álbum de cormos tiene 24 hojas y en cada hoja hay hueco para 5 cromos. Irene tiene pegados 39 cromos. ¿Cuántos cromos le faltan para completar la colección?
47. Marta cambió 17 billetes de 20 € por 20 billetes de 5 € y monedas de 2 €. ¿Cuántas monedas de 2 € le dieron?
48. Paco compró para el gimnasio 8 balones a 7 € cada uno y dos miniporterías iguales. Pagó en total 172 €. ¿Cuánto costaba cada miniportería?

Para llevar a cabo de forma ordenada la extracción de los datos del libro de texto se ha utilizado una ficha de registro. A continuación, se explica cómo se realizó la elaboración de la misma y cómo se procedió para rellenarla. Dicha ficha de registro demuestra cómo se ha compilado la información. En la parte izquierda de la tabla se encuentra un apartado llamado *Problemas* en el que están enumeradas las tareas del libro de texto conforme al orden en el que iban apareciendo en el mismo. El enunciado de cada problema se puede consultar en el listado en el cual está transcrita la tarea. En el apartado central de la tabla están los cinco *Aspectos* necesarios para que la tarea pueda ser considerada auténtica: evento, pregunta, datos, propósito y especificidad. A cada uno de estos aspectos se les debe otorgar una puntuación de 0, 0'5 o 1, de acuerdo con la rúbrica que nos marca cuán auténtico es en consonancia a su parecido con una situación real de la vida diaria. En la parte derecha de la tabla, en el apartado de *Puntos* debe figurar el total que arroja la suma de las valoraciones de los cinco aspectos. Por último, en el apartado de *Nivel* se clasifican los problemas dependiendo de la puntuación total, con ayuda de la otra rúbrica, realizamos una comparativa y asignaremos un nivel de autenticidad a cada uno de los problemas. Una vez analizados todos los problemas se realizó un conteo para conocer el porcentaje de cada tipo de problema.

### 3.2.3. Análisis de datos

A continuación, se expone en la tabla el análisis de los datos de cada uno de los aspectos de los problemas, así como la suma de los mismos y la interpretación que supone esta puntuación total. En cuanto a los problemas que han recibido la puntuación de 0 en alguno de los aspectos principales se considera directamente como un problema desajustado. De igual forma, hemos evaluado los diferentes aspectos para poder hacer una comparativa sobre cuáles de los aspectos que son mejor simulados en los problemas frente a otros.

		ASPECTOS					PUNTOS	NIVEL
		EVENTO	PREGUNTA	DATOS	PROPÓSITO	ESPECIFICIDAD		
PROBLEMAS	1	0'5	0'5	1	0'5	0	2'5	E
	2	0'5	0'5	0	1	0	2	D
	3	0'5	0'5	1	0'5	0'5	3	E
	4	0'5	1	1	0	0'5	3	E
	5	0'5	0'5	1	0'5	1	3'5	E
	6	1	1	1	0'5	1	4'5	A
	7	1	1	1	0'5	1	4'5	A
	8	1	1	1	0'5	0'5	4	E
	9	1	1	1	0'5	0'5	4	E
	10	1	1	1	0	0'5	3'5	E
	11	1	1	1	0'5	0'5	4	E
	12	1	1	1	0'5	0'5	4	E
	13	1	1	1	0'5	0'5	4	E
	14	1	1	1	0'5	0'5	4	E
	15	0'5	0'5	0'5	0'5	0	2	D
	16	0'5	1	0'5	0'5	0	2'5	E
	17	0'5	1	1	0'5	0	3	E
	18	0	0	0	0	0'5	0'5	D
	19	0	0'5	0	0	0	0'5	D
	20	1	0	0	0	0'5	1'5	D
	21	1	1	1	0'5	1	4'5	A
	22	0'5	1	1	1	1	4'5	A
	23	0'5	0'5	1	0'5	0'5	3	E
	24	1	1	0'5	0	1	3'5	E
	25	1	1	1	1	0'5	4'5	A
	26	0'5	0'5	1	0'5	1	3'5	E
	27	0'5	0'5	0'5	0'5	1	2'5	E
	28	0'5	1	1	0'5	0'5	3'5	E
	29	0'5	1	1	0'5	1	4	E
	30	0'5	0'5	1	0	0	2	D
	31	0'5	1	1	0'5	1	4	E
	32	1	1	1	0'5	1	4'5	A
	33	0'5	0'5	1	0	0'5	2'5	E
	34	0'5	1	1	0'5	0'5	3'5	E
	35	0'5	0'5	1	0	0'5	2'5	E
	36	0'5	0'5	1	0	0'5	2'5	E
	37	1	1	1	0'5	1	4'5	A
	38	0'5	0'5	0'5	0	0'5	2	D
	39	0'5	0'5	1	0	0'5	2'5	E
	40	0'5	1	1	0'5	1	4	E
	41	0'5	0'5	1	0	0	2	D
	42	0'5	0'5	1	0	0	2	D
	43	1	1	1	1	1	5	A
	44	1	1	1	0'5	0'5	4	E
	45	1	1	1	0'5	1	4'5	A
	46	1	1	1	0'5	0'5	4	E
	47	1	1	1	0'5	0'5	4	E
	48	1	0'5	1	0'5	0'5	3'5	E

Tabla 4. Ficha de registro para el análisis de la autenticidad de los problemas.

### 3.2.4. Resultados

En este apartado del trabajo se expone la información recopilada a través de la obtención de datos mediante la investigación descrita. Los resultados que se presentan a continuación se extraen de la selección de los datos más relevantes del estudio. Para que los datos se muestren de forma más organizada iremos de la información general a la particular, atendiendo a los objetivos que nos planteábamos al inicio del trabajo. Junto a esta información expondremos la interpretación de la misma, para después poder extraer unas conclusiones. Para que el contenido de esta sección sea más visual y se comprenda con mayor facilidad hemos acompañado la información con diferentes gráficos. Se ha optado por asignar un color diferente a cada información en los gráficos. De tal modo, que la información calificada como correcta adquirirá un color verde. Estos casos serían las tareas consideradas auténticas o los aspectos puntuados con un 1. De color rojo se colorearon las porciones referidas a la información categorizada como incorrecta. Con esto hacemos referencia a las tareas consideradas desajustadas o los aspectos puntuados con un 0. Las puntuaciones intermedias adquieren un color naranja. Este color se corresponde con los problemas estandarizados y los aspectos puntuados con 0'5.

*Identificar dentro del libro de texto de matemáticas enunciados que describan situaciones de la vida cotidiana junto a preguntas referidas al contenido expuesto.*

Porcentaje de problemas aptos y no aptos

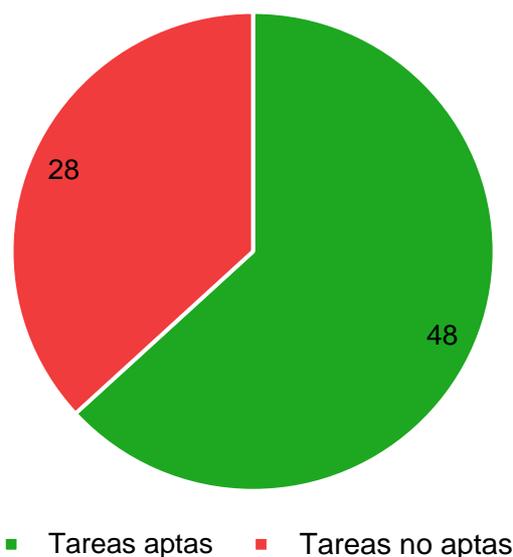
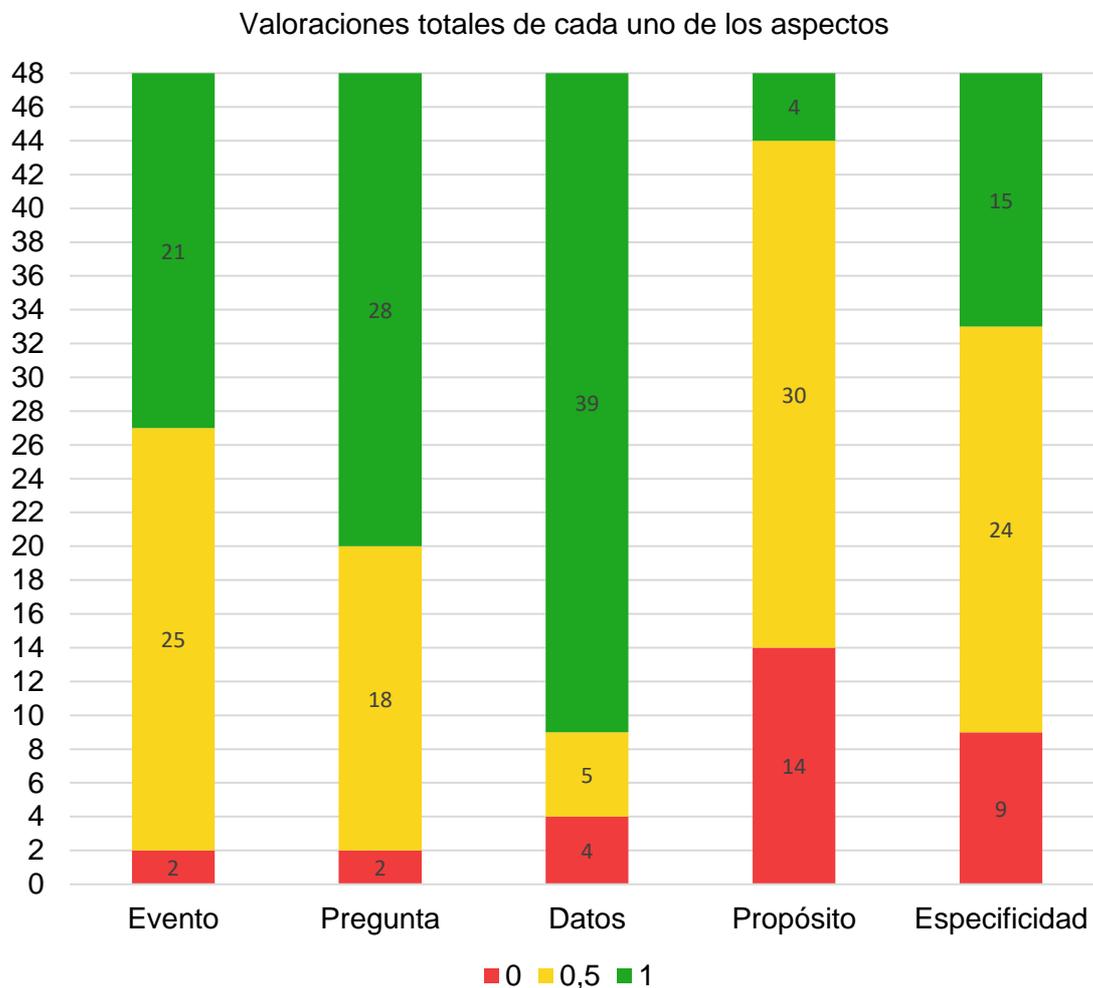


Figura 1. Porcentaje de problemas aptos para el análisis.

Dentro del contenido del Tema 2 y 3 del libro de matemáticas que hemos seleccionado encontramos un total de 76 problemas. De entre todos estos problemas, no todos servían para realizar su análisis por diferentes razones, que se exponían en la muestra. De esos 76 problemas descartamos 28 de ellos y los 48 restantes si eran aptos para el análisis pormenorizado de todos los aspectos que lo conforman. Esto nos indica que aproximadamente un 37% de los problemas de los libros no poseen los tres aspectos principales que debe tener un problema auténtico: un evento, unos datos y una pregunta en torno a esa situación.

*Corroborar la existencia de todos los aspectos clave para la consideración de un problema auténtico.*



*Figura 2.* Cantidad total de puntos de cada uno de los aspectos en cada tarea.

En esta figura se presenta en la base los diferentes aspectos que se pueden evaluar de un problema para que este sea auténtico. En cada uno de ellos se muestra

la cantidad de problemas en las que se les ha otorgado una puntuación u otra en relación con ese aspecto. En grafico nos ilustra que hay aspectos que se consiguen simular de forma más fiel a la realidad que otros. Estos son los aspectos principales: el evento, la pregunta y los datos. Por el contrario, los aspectos secundarios entre los que encontramos el propósito del problema o la especificidad de este no se consiguieron asemejar a la realidad como los otros. En cuanto al propósito del problema, este no se hace explícito en la mayoría de las tareas, sólo en cuatro de los problemas lo hace de este modo, aunque en la gran mayoría se puede llegar a la conclusión de cuál es el propósito interpretando el evento junto con la pregunta. Por otro lado, la especificidad de la información es un aspecto que resulta muy difícil de ver simulado correctamente, puesto que cuando especificaban el nombre del sujeto que realiza la acción del problema no especificaban su papel en la situación. Los objetos en muchos casos si están especificados, pero el lugar donde ocurrían los hechos es un aspecto que solo se especificaba en un par de casos.

*Categorizar los problemas en función del cumplimiento de diferentes aspectos que debe presentar para asignar el nivel de autenticidad.*

*Conocer qué nivel de autenticidad de los problemas matemáticos es más común encontramos en los libros de texto de matemáticas.*

Se analizaron 48 problemas, de las cuáles un 18'75 % se corresponden con los problemas auténticos, esto es un total de 9 ejercicios. Este mismo valor se repite con la categoría de tareas desajustadas. La mayor parte de los problemas se clasificaron como problemas estereotipados, con un 62'5%, que se corresponde con un total de 30 tareas.

Proporción de problemas de cada nivel de autenticidad

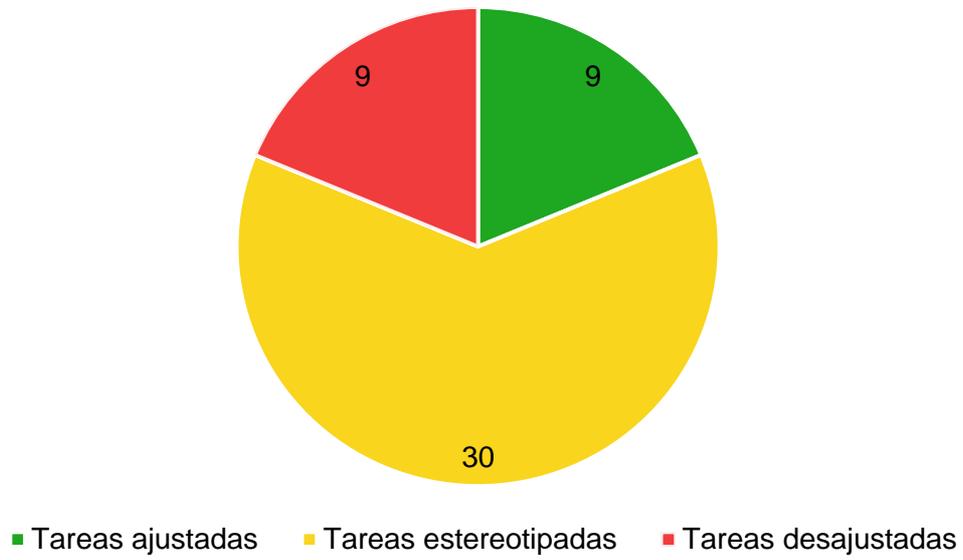


Figura 3. Nivel de autenticidad de los 48 problemas analizados.

#### 4. CONCLUSIONES

##### Resultados más destacables del trabajo

En el presente Trabajo de Fin de Grado se expone una investigación educativa motivada por la utilización casi exclusiva por parte de los maestros del libro de texto para impartir sus clases de matemáticas en educación primaria. Dado que el libro de texto es el material didáctico principal para transmitir conocimientos, la naturaleza con la que se expongan en el mismo, los problemas matemáticos, influye en las habilidades que los alumnos van a desarrollar para resolverlos. Los problemas matemáticos con los que se trabaje deben estar relacionados con las vivencias personales de los alumnos para poder vincularlos a ellos y hacerles ver la utilidad que tienen estos aprendizajes en su vida diaria. Este tipo de problemas aritméticos reciben el nombre de auténticos y está demostrado que estos ayudan a que los alumnos razonen y por ende los resuelvan de forma satisfactoria. Con el presente estudio se pretende determinar el nivel de autenticidad que presentan los problemas matemáticos incluidos en el libro de texto de quinto curso de educación primaria de una de las editoriales más utilizadas en España, utilizando el sistema de análisis desarrollado por Vicente y Manchado en 2017. Los resultados obtenidos indican que existe una gran cantidad de problemas desajustados y estereotipados en detrimento de los problemas auténticos que son los que contextualizan la tarea con situaciones que les ocurren de forma común a nuestros alumnos en su vida cotidiana. De tal modo, que los materiales didácticos que se están utilizando en las escuelas no son el mejor recurso para promover que en resolución de los problemas prime el razonamiento.

##### Aportaciones al estado de la cuestión

Con los resultados extraídos de este trabajo estamos dando la voz de alarma y poniendo en el punto de mira a las editoriales que se lucran creando libros de texto que no están preparados para promocionar el razonamiento de los alumnos que lo utilizan. Si no son las editoriales las que reformulen el planteamiento de los problemas que en estos recursos nos presentan, debemos ser nosotros los docentes los que propongamos tareas auténticas, para que nuestros alumnos puedan ver, tanto la utilidad de las matemáticas en su vida, como su progreso en la adquisición de la competencia matemática.

### **Limitaciones del trabajo**

Este trabajo presenta varias limitaciones que deben tenerse en cuenta y para ello las analizamos a continuación. Los resultados de la investigación deben ser tomados en cuenta con prudencia, pues estos no son generalizables, debido a que solamente se analizó la parte dedicada a las operaciones con los números naturales del libro de texto de matemáticas de quinto curso de Educación Primaria. Para conseguir una descripción más pormenorizada del nivel de autenticidad de los problemas del libro de nuestra muestra, sería oportuno analizar la totalidad de las tareas que contiene. Añadidas a esta debemos de tener en cuenta que la autenticidad de los problemas es un aspecto que va ligado a la cultura y el contexto de cada lugar en el que se desarrolla cada niño. Puesto que las actividades que para un niño que vive en España pueden ser muy cotidianas para él, puede que otro niño que viva en otra realidad diferente no le resulten comunes en su vida. Por lo tanto, este análisis tiene que comprenderse dentro de un contexto específico y no se puede generalizar a otros contextos. Otra limitación que encontramos es que, aunque los libros de texto influyen tanto en el modo de realizar como en el de diseñar la práctica educativa, no podemos afirmar con certeza que esta influencia tenga una correspondencia directa con el aprendizaje de los alumnos. Esto se debe a que en el proceso de aprendizaje influyen, aparte del material otros factores como el papel del maestro y la utilidad que le dé al material. Este por sí mismo no determina en su totalidad que los problemas se resuelvan mejor o peor, puesto que para el estudio se ha analizado como si se utilizaran de forma autónoma.

### **Perspectivas de futuro o prospectiva**

De cara a la realización de futuros estudios resultaría interesante que el objeto de estudio pueda analizarse contando con una muestra que sea más representativa, para poder de esta forma generalizar los estudios obtenidos. De este modo, podrían estudiarse diferentes editoriales, tanto de editoriales tan conocidas como la del presente estudio como Anaya, SM o Vicens Vives, como de editoriales más minoritarias. Incluso podría contemplarse el análisis de libros editados en diferentes fechas, otros cursos, o varios contenidos. Dado que una limitación que encontrábamos es que los resultados no se podían generalizar a todos los contextos, lo ideal sería realizar este estudio utilizando los libros de textos de diferentes países y analizarlos teniendo en cuenta las situaciones que les pueden ser cotidianas a los niños que

empleen ese recurso de otros contextos. Un limitante en el estudio nos muestra una vía muy importante de estudio como cuál es el uso que hacen los maestros del libro de texto y si este influye en el proceso de resolución de los problemas.

### **Implicaciones educativas**

En cuanto a las diversas implicaciones educativas de la investigación, debemos destacar la más importante que se encuentra implícita en el resto. Los libros de texto deben entenderse como un material didáctico que nos facilite la enseñanza a los docentes, pero no tomarlo como un recurso con el que pensemos que vamos a poder lograr que nuestros alumnos adquieran la competencia matemática, puesto que como ha salido a la luz en este estudio, los libros de texto presentan bastantes limitaciones en cuanto a autenticidad de los problemas se refiere. Dado que el material que se utiliza de forma principal no nos aporta los mejores problemas en cuanto a su autenticidad, sería correcto hacer uso de un material de apoyo que nos ayude a incluir problemas auténticos en las clases. Una opción podría ser utilizar los libros de texto de matemáticas de Singapur, puesto que tras la reciente investigación de Vicente et al. (2021) conocemos que estos libros presentan mayor cantidad de problemas con un alto nivel de autenticidad con respecto a los que utilizamos en nuestro país. El uso de estos libros ayudará a que los alumnos tengan unos recursos que les brinden mejores oportunidades para implementar el razonamiento mientras resuelven problemas matemáticos. De este modo, los docentes pueden enriquecer los problemas que ofrece el libro con tareas de otros materiales didácticos, aunque esta actuación actualmente no suele ser muy habitual entre el profesorado (Vicente et al., 2013). Los maestros debemos cuestionarnos estas limitaciones e intentar solventarlas, de modo que con una buena formación en nuestra carrera y una buena formación continua podamos ser competentes para discriminar entre diferentes libros el mejor, y dentro de este, poder hacer una selección de los problemas auténticos para su realización por parte de nuestros discentes; o recurrir a la propia reescritura de aquellos que no cumplen con los requisitos para ser considerados auténticos. Esta implicación didáctica no sería posible si los maestros no adquieren la formación necesaria sobre la competencia matemática, y más concretamente, en la resolución de problemas y las claves para poder subsanar el pésimo diseño de la gran mayoría de los problemas que nos ofrecen los libros. Este tipo de formación debería ponerse en el punto de mira,



puesto que actualmente los profesores no presentan un conocimiento específico relacionado sobre la resolución de problemas.

## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cabero, Duarte & Barroso (1989). La formación del profesorado en nuevas tecnologías: retos hacia el futuro. *Comunicación educativa y nuevas tecnologías*. Barcelona: Praxis.
- Cabero, J., Duarte, A., & Barroso, J. (1995). Los libros de texto y sus potencialidades para el aprendizaje. *Aspectos Críticos de una Reforma Educativa*. Sevilla: Universidad de Sevilla. Secretariado de Publicaciones.
- Chamoso, J. M., Vicente, S., Manchado, E. & Múñez, D. (2014). Los problemas de matemáticas escolares de primaria, ¿son solo problemas para el aula? *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 12, 261-279.
- Decreto 38/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación primaria en la comunidad de Castilla y León.
- Depaepe, F., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2010). Teachers approaches towards word problem solving: Elaborating or restricting the problem context. *Teaching and Teacher education*, 26, 151-160. doi: 10.1016/j.tate.2009.03.016
- García Mateos, A. & Caballero, P. A. (2005). La tecnología digital en el aula: un instrumento al servicio de los procesos de enseñanza-aprendizaje. *Diploma de Estudios Avanzados*. Madrid: Universidad Camilo José Cela.
- Hegarty, M., Mayer, R. E., & Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problem: a comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of educational psychology*, 87(1), 18-32. doi: 10.1037/0022-0663.87.1.18
- Instituto de Evaluación del Ministerio de Evaluación (2009). Sistema estatal de indicadores de la educación. Madrid: Catálogo de Publicaciones del Ministerio: educación.es.
- Lave, J. (1988). *Cognition in Practice: Mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9780511609268
- Moya, C. (2008) Aproximación al concepto y tratamiento de texto escolar. *Cuadernos de Lingüística Hispánica*, 11, 133-152.

- Mullins, I., Martin, M. O., Ruddock, G. J., O'Sullivan, C. Y. & Preuschoff, C. (2012). *TIMSS 2011. Marcos de la evaluación*. Madrid, España: Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- Mullis, I., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., & Chrostowski, S. J. (2008). *TIMSS 2007 International Mathematics Report: Findings from IEA's trends in international mathematics and science study at the fourth and eighth grade*. TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College. <http://pirls.bc.edu/timss2007/mathreport.html>
- Mullis, I., Martin, M., Foy, P. & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics*. Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).
- OECD. (2005). *PISA 2003. Technical report*.
- Orrantia, J., González, L. B. & Vicente, S. (2005). Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto de educación primaria. *Infancia y Aprendizaje*, 28, 429-451. doi: 10.1174/021037005774518929
- Orrantia, J., Tarín, J. & Vicente, S. (2011). El uso de la información situacional en la resolución de problemas aritméticos. *Infancia y Aprendizaje*, 34, 81-94. doi: 10.1174/021037011794390094
- Palm, T. & Burman, L. (2004). Reality in mathematics assessment: An analysis of task-reality concordance in finnish and swedish national assessments. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 9(3), 1-33. <http://umu.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A147409&dswid=9031>
- Palm, T. (2006). Word problems as simulations of real-world situations: A proposed framework. *For the Learning of Mathematics*, 26 (1), 42-47.
- Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 37-58. doi: 10.1007/s10649-007-9083-3.
- Palm, T. y Nyström, P. (2009). Gender aspects of sense making in word problem solving. *Journal of Mathematical Modelling and Applications*, 1 (1), 59-76. <https://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/view/1623/1079>
- Parcerisa, A. (1996). *Materiales curriculares: cómo elaborarlos, seleccionarlos y usarlos* (Vol. 105). Barcelona, España: Grao.

- Proyecto Saber Hacer, matemáticas, 5 Educación Primaria. 3 trimestre. Cuaderno. (2014).
- Ramos, M. & Muñoz, N. (2019). Interacción en resolución de problemas aritméticos: el papel de la autenticidad en la promoción del razonamiento. *Investigación, Innovación docente y TIC: Nuevos horizontes educativos*. ISBN 978-84-1324-492-1, Págs. 259-269.
- Richaudeau, F. (1981). *Concepción y producción de manuales escolares*. París: Serbal/UNESCO.
- Venegas, M. C. (1993). *El texto escolar: cómo aprovecharlo*. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Verschaffel, L. & De Corte, E. (1997). Teaching realistic mathematical modeling in the elementary school: a teaching experiment with fifth graders. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 577-601.
- Verschaffel, L., Depaepe, F., & Van Dooren, W. (2014). Word problems in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 641–645). Springer.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, Países Bajos: Swets & Zeitlinger Publishers. doi: 10.1023/A:1004190927303
- Vicente, S. & Manchado, E. (2016). Resolución de problemas aritméticos verbales. ¿Se resuelven mejor si se presentan como problemas auténticos? *Infancia y aprendizaje: Journal for the Study of Education and Development*, 39(2), 364-379. doi:10.1080/02103702.2016.1138717
- Vicente, S. & Manchado, E. (2017). Dominios de contenido y autenticidad: un análisis de los problemas aritméticos verbales incluidos en los libros de texto españoles. *PNA*, 11(4), 253-279. <http://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/6242>
- Vicente, S., Manchado, E., & Verschaffel, L. (2018). Resolución de problemas aritméticos verbales. Un análisis de los libros de texto españoles. *Cultura y Educación*, 30(1), 87-104. doi: 10.1080/11356405.2017.1421606
- Vicente, S., Rosales, J., Chamoso, J. M. y Múñez, D. (2013). Análisis de la práctica educativa en clases de matemáticas españolas en Educación Primaria: una



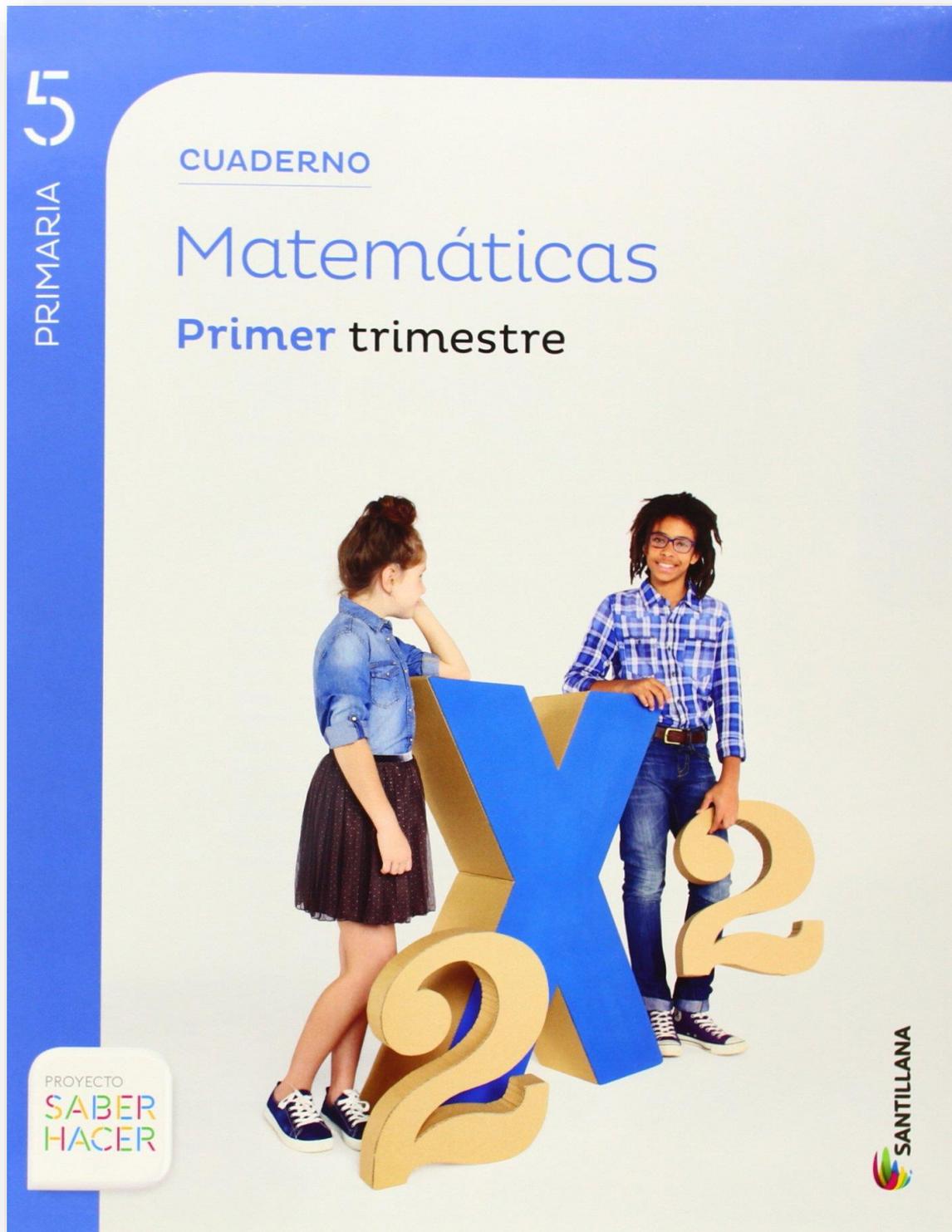
posible explicación para el nivel de competencia de los alumnos. *Cultura y Educación*, 25(4), 535-548. doi: 10.1174/113564013808906799

Vicente, S., Verschaffel, L., & Múñez, D. (2021). Comparison of the level of authenticity of arithmetic word problems in Spanish and Singaporean textbooks. *Cultura y Educación*, 33(1), 106-133. doi: 10.1080/11356405.2020.1859738



6. ANEXOS

ANEXO I – MUESTRA



### Problemas

- 3 Observa en el dibujo el número de personas que pueden viajar en cada medio de transporte y calcula.



340 pasajeros

265 pasajeros



- El avión ha hecho este mes 73 viajes y en todos iba completo. ¿Cuántos pasajeros han viajado en ese avión este mes?
- El tren ha hecho este mes 104 viajes y siempre iba lleno. ¿Cuántos pasajeros han viajado en ese tren este mes?

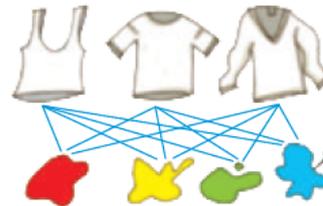
- 4 Resuelve.

- ■ En un almacén se han descargado 256 cajas de naranjas de 45 kg cada una y 80 cajas de 36 kg cada una. ¿Cuántos kilos de naranjas se han descargado?
- ■ Para adornar un pueblo en fiestas, han colocado 106 ristras con 60 globos en cada una. Se han pinchado 152 globos. ¿Cuántos globos continúan inflados?

- 5 Observa y calcula de la misma forma.

#### HAZLO ASÍ

Teresa se quiere comprar una camiseta. Hay 3 modelos distintos y cada uno en 4 colores. ¿Cuántas camisetas distintas puede elegir Teresa?  
 $3 \times 4 = 12$  Puede elegir 12 camisetas distintas.



- ■ En una tienda hay 18 marcas de ordenadores y de cada marca hay 15 modelos. ¿Cuántos modelos distintos hay?
- ■ En la carta de un restaurante tienen 12 primeros platos y 15 segundos. ¿Cuántos menús distintos se pueden elegir?

Inteligencia espacial

### Razonamiento

¿Tienen estas multiplicaciones el mismo producto? Piensa y contesta. Después, calcúlalas y comprueba tu respuesta.

$$24 \times 300$$

$$240 \times 30$$

$$2.400 \times 3$$

- Escribe dos multiplicaciones que tengan el mismo producto que  $38 \times 200$ .

3 Observa el ejemplo y calcula de la misma forma.

**EJEMPLO**

$$7 \times 35$$

$$7 \times (30 + 5) = 7 \times 30 + 7 \times 5 =$$

$$= 210 + 35 = 245$$

- $4 \times 82$       ■  $6 \times 91$       ■  $8 \times 27$
- $5 \times 36$       ■  $7 \times 54$       ■  $9 \times 38$

4 Aplica la propiedad distributiva al revés y calcula.

**HAZLO ASÍ**

$$3 \times 4 + 3 \times 5$$

- 1.º Escribe los signos y el paréntesis. ▶  $\dots \times (\dots + \dots)$
- 2.º Escribe el factor que se repite. ▶  $3 \times (\dots + \dots)$
- 3.º Escribe los términos del paréntesis. ▶  $3 \times (4 + 5)$

$$3 \times 4 + 3 \times 5 = 3 \times (4 + 5) = 3 \times 9 = 27$$

- $2 \times 6 + 2 \times 9$       ■  $6 \times 9 - 6 \times 2$
- $7 \times 4 + 7 \times 3$       ■  $5 \times 8 - 5 \times 4$
- $4 \times 5 + 4 \times 8$       ■  $9 \times 6 - 9 \times 3$

**SABER MÁS**

¿Cómo aplicarías la propiedad distributiva respecto de la resta para calcular  $6 \times 29$ ?

**Problemas**

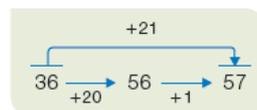
5 Lee y resuelve de dos formas.

- ➔ ■ Andrés es pastelero. Ha preparado 3 bandejas con 38 pasteles de crema y 54 de chocolate cada una. ¿Cuántos pasteles ha preparado Andrés?
- ➔ ■ El profesor ha comprado 2 cajas de 50 lápices cada una y ha repartido 24 lápices de cada caja. ¿Cuántos lápices quedan en total en las cajas?



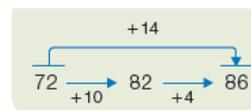
**Cálculo mental**

Suma 11, 21, 31...



- $37 + 11$
- $48 + 21$
- $65 + 31$
- $72 + 41$

Suma 12, 13, 14...



- $25 + 12$
- $34 + 13$
- $72 + 14$
- $81 + 12$

¿Cómo sumarías 23 a un número? ¿Cómo le sumarías 52?

**Problemas**

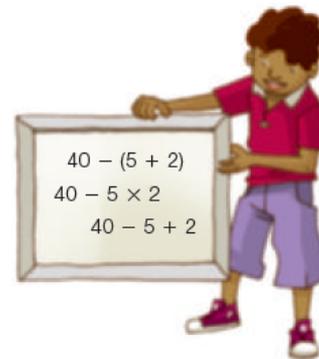
**3** Resuelve el problema en tu cuaderno de dos formas, utilizando cada vez una de las expresiones indicadas.

- En una excursión, Iván hace por la mañana 65 fotos, pero borra 14 que no le gustan. Por la tarde, hace 32 fotos y borra 8. ¿Cuántas fotos nuevas tiene hoy en la cámara?

$$\begin{array}{c} \text{mañana} \quad \text{tarde} \\ \hline \bigcirc - \bigcirc + \bigcirc - \bigcirc = \bigcirc \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{c} \text{hace} \quad \text{borra} \\ \hline \bigcirc + \bigcirc - (\bigcirc + \bigcirc) = \bigcirc \end{array}$$

**4** Elige la expresión que resuelve cada problema. Después, calcúlala y contesta la pregunta.

- En un plato había 40 castañas. Alba y Óscar han comido 5 castañas cada uno. ¿Cuántas castañas quedan?
- Pablo tenía en la hucha 40 €. Sacó un billete de 5 € y metió una moneda de 2 €. ¿Cuánto dinero tiene ahora?
- Mónica tenía un collar con 40 bolitas. Se ha roto y ha perdido 5 bolitas rojas y 2 verdes. ¿Cuántas bolitas le quedan a Mónica?



**5** Resuelve cada problema. Después, escribe en una sola expresión todas las operaciones.

- Javier tenía 98 cromos. Compró 8 sobres de 5 cromos cada uno. ¿Cuántos cromos tiene ahora?
- Ana compró 2 mochilas iguales de 47 €. Pagó con un billete de 100 €. ¿Cuánto dinero le devolvieron?
- Luis lleva 26 € para merendar. Ha comprado un menú de 6 € y un helado de 2 €. ¿Cuánto dinero le queda?
- Laura tiene 12 pilas para los 4 mandos de un juego. Cada mando lleva 2 pilas. ¿Cuántas pilas le sobran?

**SABER MÁS**

¿Cómo crees que se haría esta operación?

$$9 - 12 : 4$$

**Razonamiento**

Piensa y completa en tu cuaderno.

Escribe cada número en su lugar para que las dos expresiones sean ciertas.

- $\bigcirc - (\bigcirc + \bigcirc) = 2$
- $(\bigcirc - \bigcirc) \times \bigcirc = 10$



**2** Elige a qué orden debes aproximar y estima. Fíjate bien en el número de cifras de los términos.

- |                 |                 |                    |
|-----------------|-----------------|--------------------|
| ■ $649 + 53$    | ■ $82 - 41$     | ■ $5 \times 37$    |
| ■ $381 + 274$   | ■ $468 - 23$    | ■ $8 \times 426$   |
| ■ $547 + 1.362$ | ■ $7.891 - 346$ | ■ $9 \times 6.815$ |

**Problemas**

**3** Observa cada oferta, estima y contesta.



- Hoy, ¿cuál es, aproximadamente, el precio de cada portátil?
- ¿Cuánto costaban ayer, aproximadamente, los dos en total?
- ¿Cuánto valían ayer, aproximadamente, tres portátiles del primer modelo? ¿Y cuatro portátiles del segundo?

**4** Lee y resuelve.

- ➔ En una sala de cine hay 118 butacas. Están ocupadas 73 de ellas. ¿Cuántas butacas quedan libres aproximadamente?
- ➔ En una fábrica montan 382 juguetes cada día. ¿Cuántos juguetes montarán aproximadamente en una semana?
- ➔ En un museo hay expuestas 132 fotografías en blanco y negro y 98 en color. ¿Cuántas fotografías hay expuestas aproximadamente?

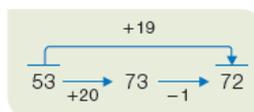


**SABER MÁS**

¿Cómo piensas que se puede estimar una suma de tres sumandos? Pon algún ejemplo.

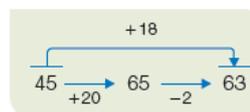
**Cálculo mental**

Suma 9, 19, 29...



- 32 + 9
- 46 + 19
- 74 + 29
- 85 + 39

Suma 18, 17, 16...



- 26 + 18
- 35 + 17
- 67 + 16
- 93 + 18

¿Cómo sumarías 28 a un número? ¿Cómo le sumarías 67?

4 Completa la tabla en tu cuaderno.

Producto	Potencia	Base	Exponente
$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$			
	$4^7$		
		2	9
$5 \times 5 \times 5 \times 5$		5	

5 Calcula los primeros cuadrados y cubos.

Cuadrados	$1^2$	$2^2$	$3^2$	$4^2$	$5^2$
	$6^2$	$7^2$	$8^2$	$9^2$	$10^2$
Cubos	$1^3$	$2^3$	$3^3$	$4^3$	$5^3$
	$6^3$	$7^3$	$8^3$	$9^3$	$10^3$

### SABER MÁS

Calcula el valor de las cinco primeras potencias de base 10:  $10^1$ ,  $10^2$ , ...,  $10^5$ .

¿Qué relación hay entre el exponente de cada potencia y el número de ceros de ese valor?

### Problemas

6 Resuelve.

- Lara tiene 7 casas. En cada casa hay 7 gatos. Cada gato persigue a 7 ratones. Cada ratón ha comido 7 trozos de queso. ¿Cuántos trozos de queso han comido en total?
- En un camión hay 10 contenedores. En cada contenedor hay 10 cajas. En cada caja, 10 paquetes. En cada paquete, 10 bolsitas, y en cada bolsita, 10 sacapuntas. ¿Cuántos sacapuntas transporta el camión?
- El lunes había 2 personas resfriadas en el colegio. Cada día hay el doble de personas resfriadas que el día anterior. ¿Cuántas personas habrá resfriadas el lunes siguiente?



### Razonamiento

Piensa y contesta.

- ¿Es lo mismo  $4^3$  que  $3^4$ ?
- ¿Cuál es el valor de una potencia de base 1? ¿Y de una potencia de base 0?
- ¿Cuál es el valor de una potencia cuyo exponente es 1?

**Problemas**

- **11** Elige la expresión que resuelve cada pregunta, complétala y calcula.

David tiene en su tienda:

- 8 cajas con 24 refrescos de naranja y 12 de limón en cada caja.
- 24 batidos de fresa y 8 paquetes de 12 batidos de vainilla cada uno.
- 12 cajas de 8 zumos cada caja. Pero había 24 caducados y los ha tirado.

¿Cuántos refrescos, cuántos batidos y zumos tiene David?

+  ×

×  -

(  +  ) ×



- 12** Fijate en el cartel y resuelve.

	VISITA AL ZOO	
	Entrada	Entrada y comida
Infantil	9 €	12 €
Adulto	11 €	15 €
3.ª edad	3 €	5 €

- Mar ha sacado 7 entradas infantiles y 2 de adultos, todas con comida incluida. ¿Cuánto ha pagado por ellas?
- Un abuelo ha ido al zoo con sus 2 nietos. ¿Cuánto cuestan las entradas de los dos niños más que la suya?
- Ayer vendieron 478 entradas infantiles. ¿Cuánto recaudaron con ellas aproximadamente?

- **13** Piensa qué cálculos debe hacer Antonio y contesta.

Antonio ha organizado un taller de modelado para 74 alumnos. Necesita una barra de arcilla para cada uno y ha visto que en la tienda puede comprar:

- Barras sueltas, a 2 € cada una.
  - Paquetes de 12 barras, a 20 € cada paquete.
  - Paquetes de 20 barras, a 32 € cada paquete.
- Si compra todas las barras sueltas, ¿cuánto le costarán?
  - Si compra 6 paquetes de 12 barras cada uno y el resto sueltas, ¿cuántas barras de arcilla sueltas debe coger? ¿Cuánto le costará la compra en total?
  - ¿Qué compra debería hacer Antonio? ¿Por qué?



**Demuestra tu talento**

- 14** El ordenador X-35 ha calculado mal una potencia de 2. Fijate en la última cifra del resultado y explica por qué.

$$2^{30} = 1.073.741.823$$



REPASO ACUMULATIVO

2

1 Descompón cada número.

- 5.216.007      ■ 8.093.602
- 23.709.580    ■ 60.140.037
- 304.200.090    ■ 715.607.254

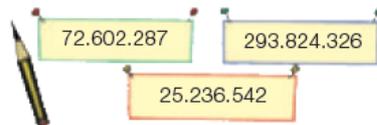
2 Escribe cada número y cómo se lee.

- 3 U. de millón + 8 CM + 9 DM + 2 C
- 4 D. de millón + 2 DM + 7 UM + 3 U
- 6 C. de millón + 5 U. de millón + 8 D

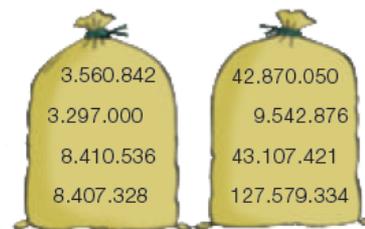
3 Escribe en cifras.

- Cinco millones ciento veinte mil trescientos cuarenta y ocho.
- Sesenta y dos millones trece mil novecientos setenta.
- Quinientos ochenta millones cuatrocientos siete mil seis.

4 Escribe el valor en unidades de las cifras 2 en cada número.



5 Ordena de mayor a menor los números de cada saco.



6 Aproxima estos números al mayor de sus órdenes.

- 78.941      ■ 3.079.369
- 12.675      ■ 7.824.013
- 647.258     ■ 43.555.889
- 123.099     ■ 87.120.800

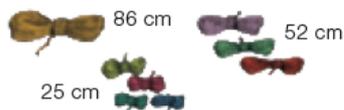
7 Piensa y escribe.

- Un número de 5 cifras cuya aproximación al millar sea 24.000.
- Un número de 7 cifras iguales cuya aproximación al millón sea 7.000.000.

Problemas

→ 8 Un autocar sale de la estación con 46 personas. En una parada se bajan 15 personas y suben 8. ¿Cuántas personas continúan en el autobús?

9 Quique ha cortado varias cuerdas para hacer un columpio y ha hecho montones según su longitud. Al final, le ha sobrado un trocito de 4 cm.



¿Cuántos centímetros de cuerda ha utilizado en el columpio?

→ 10 En un juego de ordenador, Pablo consiguió 34 puntos, Cristina consiguió el doble que Pablo y Ramón el triple que Cristina. ¿Cuántos puntos consiguieron en total los tres?

→ 11 Lola quiere comprar un estuche de 18 € y 4 libros a 16 € cada uno. Tiene 75 €. ¿Cuánto dinero le falta para poder comprarlo todo?

→ 12 En una carrera popular han participado 84 niños, 57 jóvenes y 23 adultos. Han entregado dos dorsales con el mismo número a cada uno. ¿Cuántos dorsales han entregado en total en la carrera?

**4** Calcula estas divisiones con ceros en el cociente.

- $4.761 : 23$       ■  $24.587 : 49$       ■  $42.103 : 14$
- $5.238 : 58$       ■  $68.025 : 75$       ■  $38.192 : 36$
- $7.705 : 64$       ■  $73.902 : 89$       ■  $67.513 : 27$

**5** Calcula y completa la tabla en tu cuaderno.

Dividendo	581	4.770			
divisor	34	45	58	62	73
cociente			97	140	208
resto			0	35	46

**SABER MÁS**

Inventa una división que tenga dos ceros en el cociente y su resto sea 4. ¿Cómo lo has hecho?

**Problemas**

**6** Observa el dibujo y calcula.

Esteban quiere echar el aceite del depósito en bidones iguales.

- ¿Cuántos bidones azules puede llenar?  
¿Cuántos litros le sobrarán?
- ¿Cuántos bidones naranjas puede llenar?  
¿Cuántos litros le sobrarán?



**7** Resuelve.

- ➔ ■ Beatriz es azafata. Este mes ha hecho 18 veces el mismo trayecto y ha recorrido en total 5.436 km. ¿Cuántos kilómetros tiene el trayecto?
- ➔ ■ Nuria compró para la oficina una mesa por 74 € y 14 estanterías iguales. Pagó en total 536 €. ¿Cuánto costaba cada estantería?

**Razonamiento**

Observa las divisiones y contesta para cada pareja.

$$4.500 : 19$$

$$4.500 : 37$$

$$2.874 : 56$$

$$7.293 : 56$$

- ¿Qué término es igual en las dos divisiones?
- ¿Qué división tendrá un cociente mayor?

Calcula las divisiones anteriores y comprueba tus respuestas.



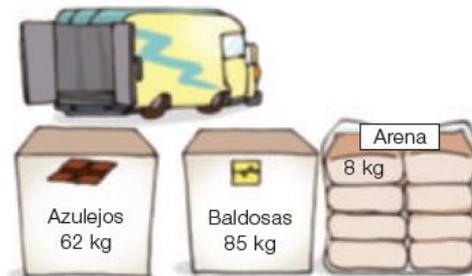
4 Calcula y completa la tabla en tu cuaderno.

Dividendo	244.260	23.869			
divisor	345	268	427	613	734
cociente			263	190	305
resto			0	65	261

Problemas

5 Observa el dibujo y calcula.

- Una camioneta puede llevar una carga máxima de 11.050 kg. ¿Cuántas cajas de baldosas puede cargar?
- Un camión puede llevar una carga de 14.464 kg. ¿Cuántas bolsas de 8 sacos de arena puede cargar?
- Una furgoneta admite un peso de 9.000 kg. Se han cargado ya 127 cajas de azulejos. ¿Cuántas cajas más se pueden cargar?



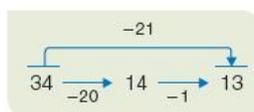
6 Resuelve.

- Un grupo de personas ha pagado 20.580 € por realizar un safari fotográfico. El precio por persona es 735 €. ¿Cuántas personas han realizado el safari?
- En un zoo han utilizado este año 47.450 kg de carne para alimentar a los animales carnívoros. Todos los días les han dado la misma cantidad de comida. ¿Cuántos kilos de carne repartían cada día a los animales?
- Andrés ha comprado un coche de 13.000 €. Al principio ha entregado 7.300 € y el resto lo paga en varios plazos de 475 € cada uno. ¿Cuántos plazos tiene que pagar?



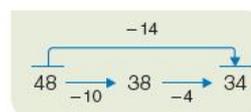
Cálculo mental

Resta 11, 21, 31...



- 28 - 11
- 45 - 21
- 76 - 31
- 93 - 41

Resta 12, 13, 14...



- 27 - 12
- 39 - 13
- 65 - 14
- 86 - 12

¿Cómo restarías 32 a un número? ¿Cómo le restarías 43?

## Problemas de varias operaciones

En una escuela de baile hay matriculadas 243 personas. Un tercio de los alumnos hacen *ballet*, y el resto han formado 6 grupos iguales para practicar 6 bailes regionales distintos. ¿Cuántas personas practican *ballet*? ¿Cuántas practican cada baile regional?



1.º Calcula las personas de la escuela que practican *ballet*.

$$\begin{array}{r} 243 \quad | \quad 3 \\ 03 \quad 81 \\ 0 \end{array}$$

2.º Calcula las personas que practican bailes regionales.

$$\begin{array}{r} 243 \\ - 81 \\ \hline 162 \end{array}$$

3.º Calcula las personas que forman cada grupo de baile regional.

$$\begin{array}{r} 162 \quad | \quad 6 \\ 42 \quad 27 \\ 0 \end{array}$$

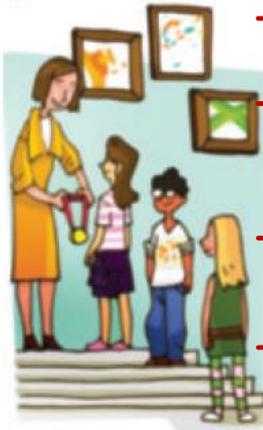
Practican *ballet* 81 personas y practican cada baile regional 27 personas.

→ **1** Lee y resuelve.

Cada día, Ismael da por la mañana 5 vueltas corriendo a un circuito de 375 m y por la tarde da otras 2 vueltas. ¿Cuántos metros corre Ismael por la mañana más que por la tarde? ¿Cuántos metros corre cada semana?



**2** Resuelve.



- ■ Un anticuario vende 20 gramófonos a 750 € cada uno. Con el dinero obtenido compra 12 relojes de pared del mismo precio. ¿Cuánto cuesta cada reloj?
- ■ En un concurso de pintura se van a entregar 800 € en premios a los 25 dibujos más votados. El primer clasificado ganará 240 €, el segundo 150 €, el tercero 80 € y el resto ganarán todos la misma cantidad. ¿Cuánto ganará cada dibujo premiado a partir del cuarto puesto?
- ■ En un teatro hay 15 filas de 12 butacas en cada fila. En las dos sesiones de ayer se ocuparon todas las butacas. De las entradas vendidas, 210 eran infantiles y el resto de adulto. ¿Cuántas entradas de adulto se vendieron ayer?
- ■ Una furgoneta lleva un total de 7.200 kg de arroz. La mitad está envasada en sacos de 120 kg cada uno, y el resto, en sacos de 75 kg. ¿Cuántos sacos de arroz lleva en total la furgoneta?

## Determinar el número y el tipo de operaciones

Una empresa repartió folletos durante todos los días del mes de octubre. Cada uno de los 22 días laborables repartió 3.500 folletos y cada día festivo repartió 2.000 folletos. ¿Cuántos folletos repartió en total?

► Antes de realizar los cálculos de los problemas, conviene pensar qué operaciones hay que realizar y cuántas van a ser. Eso te ayudará a resolverlo mejor.

- 1.º Halla el número de folletos repartidos en días laborables con una multiplicación.
- 2.º Calcula el número de días festivos en octubre con una resta.
- 3.º Obtén el número de folletos repartidos en días festivos con una multiplicación.
- 4.º Halla el número total de folletos con una suma.

Para resolver el problema hay que hacer dos multiplicaciones, una resta y una suma. Resuélvelo en tu cuaderno.



Piensa qué operaciones debes hacer para resolver cada problema. Después, resuélvelos en tu cuaderno.



- 1 Los 85 alumnos de 5.º de un colegio quieren ir de excursión. Van a alquilar minibuses de 20 plazas por 175 € cada uno. ¿Cuánto dinero les costará el alquiler?
- 2 Una tienda por Internet recibió 750 visitas cada día del mes de abril. Del total de visitas, un quinto compró algo. ¿Cuántas de las visitas a la tienda no compraron nada en abril?
- 3 A la final de balonmano han llegado 52 autobuses con 50 plazas de aficionados de un equipo, y 7 autobuses más, con 2 plazas menos cada uno, de aficionados del otro equipo. Todos los autobuses vienen llenos. ¿De qué equipo han venido más aficionados?
- 4 Jimena es fontanera y ha hecho hoy dos visitas. En la primera estuvo trabajando 3 horas y en la segunda estuvo 1 hora menos. Jimena cobra 50 € por el desplazamiento y 30 € por cada hora. ¿Cuánto dinero ha obtenido Jimena?
- 5 **INVENTA.** Escribe un problema, piensa qué operaciones debes hacer para resolverlo y resuélvelo.

Inteligencia  
intrapersonal

### Problemas

→ **9** Resuelve.

Se han presentado a un concurso 140 personas y se han formado grupos de 10 personas. ¿Cuántos grupos se han formado?

¿Cuántos grupos se formarían si se hubieran presentado el doble de personas y los grupos tuvieran el doble de personas?

¿Y si se hubieran presentado la mitad de personas y los grupos también fueran de la mitad de personas?

→ **10** Piensa y resuelve.

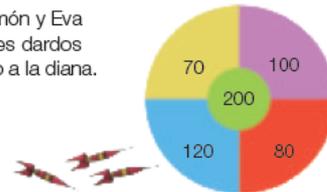
Un camión lleva 20.000 litros de agua.

¿Cuántos depósitos de 125 litros de agua se pueden llenar? ¿Sobra agua?

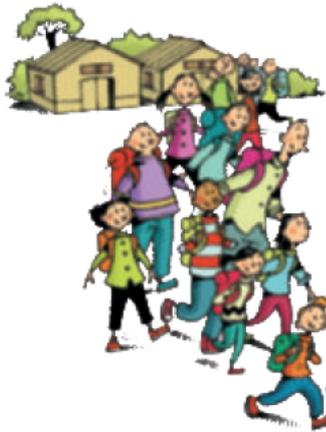
¿Cuántos depósitos de 140 litros se pueden llenar? ¿Cuántos litros sobran?

**11** Observa el dibujo y calcula.

Ana, Ramón y Eva lanzan tres dardos cada uno a la diana.



- Ana ha conseguido 320 puntos. Dos dardos han caído en la zona azul. ¿En qué zona ha caído el tercer dardo?
- Ramón ha conseguido 240 puntos. Los tres dardos han caído en la misma zona. ¿En qué zona han caído?
- Eva ha conseguido 340 puntos. Un dardo ha caído en la zona verde y los otros dos en otra zona. ¿En cuál?



→ **12** Piensa y calcula.

Un grupo de 92 niños van a ir tres días a una granja escuela para hacer un curso. Los monitores están organizando el alojamiento y el comedor.

- Los niños pueden dormir en cabañas de 6 plazas todas ellas, o bien en 4 cabañas de 8 plazas y el resto en cabañas de 6. ¿Qué opción elegirán? ¿Por qué? ¿Sobraría alguna cama?
- Hay un comedor con mesas para 18 niños y otro comedor con mesas para 23. ¿Qué comedor elegirán? ¿Por qué? ¿Quedaría alguna mesa sin completar?
- Si al final 2 niños no van, ¿qué opción de cabañas y de comedor será la mejor?

### Demuestra tu talento

**13** Usando cuatro veces el número 4 y las operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división, obtén como resultado el número 1.

**14** ¿Qué número sigue en esta serie?

1, 2, 2, 4, 8, 32...

## REPASO ACUMULATIVO

3

## 1 Escribe cómo se lee.

- 8.904.327      219.560.004
- 56.032.800      493.785.100

## 2 Escribe en cifras. Después, ordena los números de menor a mayor.

- Veinticinco millones cuatrocientos mil ochocientos sesenta y nueve.
- Doscientos cinco millones noventa mil trescientos setenta.
- Sesenta y ocho millones novecientos mil quinientos dieciséis.
- Quinientos millones ciento siete mil cincuenta.

## 3 Calcula. Haz la prueba de las restas.

- 8.693 + 4.375      4.208 - 3.926
- 6.587 + 2.491 + 75      5.174 - 639
- 9.426 + 738      8.325 - 98

## 4 Multiplica.

- 286 × 57      729 × 640
- 6.713 × 90      837 × 800
- 3.497 × 236      954 × 905

## 5 Aplica la propiedad distributiva y calcula.

- 4 × (25 + 6)      (20 - 8) × 5
- 60 × (9 - 2)      (7 + 4) × 30

## 6 Calcula.

- 20 - (9 + 5)      4 × 5 - 6 × 3
- 7 + 4 × 6      6 × (9 - 3) + 7
- 15 - 8 + 3      (7 + 3) × 4 - 20
- 9 × (10 - 2)      (8 + 4) - (2 + 6)

## 7 Estima las siguientes operaciones.

- 5.708 + 2.361      3.185 + 642
- 823 - 695      786 - 51
- 4 × 37      5 × 249

## Problemas

→ 8 Carla compra 26 m de cinta roja y 14 m menos de cinta azul. Cada metro de cinta cuesta 3 €. ¿Cuánto tiene que pagar Carla por la cinta?

→ 9 Pablo tiene una bolsa con 140 caramelos de fresa, 85 de limón y 115 de naranja. Ha dado 12 caramelos a cada uno de los 23 compañeros de clase. ¿Cuántos caramelos le han sobrado?

→ 10 Un álbum de cromos tiene 24 hojas y en cada hoja hay huecos para 5 cromos. Irene tiene pegados 39 cromos. ¿Cuántos cromos le faltan para completar la colección?

→ 11 Marta cambió 17 billetes de 20 € por 20 billetes de 5 € y monedas de 2 €. ¿Cuántas monedas de 2 € le dieron?

→ 12 Paco compró para el gimnasio 8 balones a 7 € cada uno y dos miniporterías iguales. Pagó en total 172 €. ¿Cuánto costaba cada miniportería?

13 Íñigo tiene un juego de construcción con piezas de 4 colores.



¿Cuántas piezas rojas y verdes hay aproximadamente en el juego?

¿Cuántas piezas azules hay aproximadamente más que amarillas?

55