



Univerza v Mariboru

Fakulteta za strojništvo

Jaka BEZJAK

MODELIRANJE TOKA KRVI SKOZI ŽILNO OPORNICO Z UPORABO VEČFAZNEGA MODELA ZVEZNE TEKOČINE

Magistrsko delo

študijskega programa 2. stopnje

Strojništvo

Maribor, november 2023



Univerza v Mariboru

Fakulteta za strojništvo

MODELIRANJE TOKA KRVI SKOZI ŽILNO OPORNICO Z UPORABO VEČFAZNEGA MODELA ZVEZNE TEKOČINE

Magistrsko delo

Študent: Jaka BEZJAK

Študijski program: študijski program 2. stopnje
Strojništvo

Smer: Energetsko, procesno in okoljsko strojništvo

Mentor: doc. dr. Jurij ILJAŽ

Somentor: doc. dr. Matej ZADRAVEC

Licenca Creative Commons BY-ND 4.0

Maribor, november 2023

ZAHVALA

Zahvaliti bi si želel mentorju doc. dr. Juriju Iljažu in somentorju doc. dr. Mateju Zadravcu za njuno pomoč in vodenje pri izvedbi in izdelavi magistrske naloge.

Zahvalil bi se rad tudi pokojnemu očetu, ki me je navdušil za fiziko in matematiko in s tem za strojništvo. Zahvalil bi se tudi mami, brez njene nenehne podpore in motivacije bi bila ta pot mnogo težja.

Modeliranje toka krvi skozi žilno opornico z uporabo večfaznega modela zvezne tekočine

Ključne besede: tok krvi, opornica, nenevtonska tekočina, večfazni sistem, numerična simulacija, strižna napetost.

UDK: 532.5-047.58:612.13(043.2)

Povzetek:

V tem delu je predstavljen pristop modeliranja toka krvi kot enofazni in večfazni sistem skozi žilno opornico na poenostavljeni geometriji. Predstavljene so bile dosedanje ugotovitve na področju računske dinamike tekočin krvi, vodilne enačbe v posameznem pristopu ter trije pristopi večfaznega sistema. Za večfazni pristop je bil izbran pristop Euler-Euler. V enofaznem sistemu je kri obravnavana kot newtonska ter nenevtonska tekočina, medtem ko je v večfaznem sistemu obravnavana kot štirifazna zmes. Izvedene so bile tri simulacije ustaljenih razmer ter ena časovno odvisna simulacija na enofaznem nenevtonskem modelu. Za izvedbo simulacij je bil uporabljen programski paket ANSYS Fluent 2023 r1. Rezultati so bili analizirani v programu CFD Post, kjer smo opazovali vpliv žilne opornice na strižno napetost. Opazili smo področja manjše strižne napetosti med opornicami ter razlike med notranjo in zunanjo stranjo žile. Dobljene rezultate smo primerjali z referenčnim člankom. Enofazni modeli so bili skladni s člankom, pri čemer je bil nenevtonski model malenkost boljši, medtem ko so rezultati večfaznega modela bistveno odstopali. Iz tega smo sklepali, da je za potrebe analiziranja žilne opornice pristop enofazne tekočine primernejši, medtem ko je prednost večfaznega modela v možnosti vpogleda porazdelitev posameznih faz oziroma krvnih delcev. Na koncu smo tudi našli omejitve večfaznega pristopa in raziskali možnosti za izboljšavo.

Blood flow modelling through an artery graft with a multiphase model of uniform fluid

Key words: blood flow, graft, Nonnewtonian fluid, multi-phase system, numerical simulation, wall shear stress.

UDK: 532.5-047.58:612.13(043.2)

Abstract:

This work describes the process of modelling blood flow through an arterial graft using a single-phase and a multiphase approach. We researched scientific articles and books on computational fluid dynamics in blood flow, described the leading equations and three approaches to modelling multiphase flow. We then used the Euler-Euler multiphase approach. For the single-phase approach, we used the Newtonian fluid model and the Nonnewtonian fluid model, while for the multiphase approach, we modelled the blood as a four-phase mixture. We performed three steady-state and one transient simulation using ANSYS Fluent 2023. The results were then analysed in CFD Post, where we focused on the wall shear stress. We found that the wall shear stress between the stent struts was lower and that there was a difference between the inner and outer walls of the artery, with the outer wall having slightly higher values of wall shear stress. We then compared our results with the scientific reference paper. We found that our single-phase approach gave better results, with the Nonnewtonian model being slightly better, while our multiphase approach differed significantly from the article. We concluded that the single-phase approach was more suitable, while the multiphase approach gave us a deeper insight into the phase or blood cell distribution. We then discussed the limitations of our multiphase approach and made suggestions for improvement.



Univerza v Mariboru

Fakulteta za strojništvo

(ime članice UM)

IZJAVA O AVTORSTVU ZAKLJUČNEGA DELA

Ime in priimek študenta/-ke: Jaka Bezjak

Študijski program: 2. STOPNJA STROJNIŠTVO

Naslov zaključnega dela: Modeliranje toka krvi skozi žilno opornico z uporabo večfaznega modela zvezne tekočine

Mentor/-ica: Jurij Iljaž

Somentor/-ica: Matej Zadravec

Podpisani/-a študent/-ka Jaka Bezjak

- izjavljam, da je zaključno delo rezultat mojega samostojnega dela, ki sem ga izdelal/-a ob pomoči mentorja/-ice oz. somentorja/-ice;
- izjavljam, da sem pridobil/-a vsa potrebna soglasja za uporabo podatkov in avtorskih del v zaključnem delu in jih v zaključnem delu jasno in ustrezno označil/-a;
- na Univerzo v Mariboru neodplačno, neizključno, prostorsko in časovno neomejeno prenašam pravico shranitve avtorskega dela v elektronski obliki, pravico reproduciranja ter pravico ponuditi zaključno delo javnosti na svetovnem spletu preko DKUM; sem seznanjen/-a, da bodo dela, deponirana/objavljena v DKUM, dostopna široki javnosti pod pogoji licence Creative Commons BY-NC-ND, kar vključuje tudi avtomatizirano indeksiranje preko spleta in obdelavo besedil za potrebe tekstovnega in podatkovnega rudarjenja in ekstrakcije znanja iz vsebin; uporabnikom se dovoli reproduciranje brez predelave avtorskega dela, distribuiranje, dajanje v najem in priobčitev javnosti samega izvirnega avtorskega dela, in sicer pod pogojem, da navedejo avtorja in da ne gre za komercialno uporabo;
- dovoljujem objavo svojih osebnih podatkov, ki so navedeni v zaključnem delu in tej izjavi, skupaj z objavo zaključnega dela.

Uveljavljam permisivnejšo obliko licence Creative Commons: CC BY-ND 4.0

(navedite obliko)

Kraj in datum:
Maribor, 29.11.2023

Podpis študenta/-ke:

Jaka Bezjak



Univerza v Mariboru

Fakulteta za strojništvo

Številka: 42-207-303/2023-SF

Kraj in datum: MARIBOR, 25.04.2023

Na osnovi 330. člena Statuta Univerze v Mariboru (Uradni list RS, št. 41/2021 – UPB 13 in 20/2023) izdajam

SKLEP O ZAKLJUČNEM DELU

JAKA BEZJAK, študent študijskega programa 2. stopnje MAG STROJNIŠTVO, smer ENERGETSKO, PROCESNO IN OKOLJSKO STROJNIŠTVO, izpolnjuje predpisane pogoje in se mu dovoljuje izdelati zaključno delo.

Tema zaključnega dela je pretežno s področja katedre/oddelka/inštituta: KATEDRA ZA ENERGETSKO, PROCESNO IN OKOLJSKO INŽENIRSTVO.

Mentorji:

doc. dr. JURIJ ILJAŽ, mentor

doc. dr. MATEJ ZADRAVEC, somentor

Naslov zaključnega dela:

Modeliranje toka krvi skozi žilno opornico z uporabo večfaznega modela zvezne tekočine

Naslov zaključnega dela v angleškem jeziku:

Blood Flow Modelling Through an Artery Graft with a Multiphase Model of Uniform Fluid

Rok za izdelavo in oddajo zaključnega dela je 25.04.2024. Zaključno delo je potrebno izdelati skladno z navodili: *Navodila za pripravo zaključnega dela 1. in 2. stopnje FS*, in ga oddati v pristojnem referatu članice. Število izvodov: 1. Hkrati se odda tudi izjava mentorja in somentorja o ustreznosti zaključnega dela.

Pravni pouk: Zoper ta sklep je možna pritožba na Senat članice v roku 10 delovnih dni od dneva prejema sklepa.



red. prof. dr. Bojan Dolšak, dekan

Obvestiti:

- kandidata,
- mentorja,
- somentorja,
- arhiv.

KAZALO VSEBINE

1	UVOD	1
1.1	Opis problema	1
1.2	Cilji magistrske naloge.....	4
1.3	Predpostavke in omejitve magistrske naloge	4
1.4	Predvidene metode magistrske naloge	5
1.5	Vsebina poglavij	5
2	PODROBNEJŠI OPIS OBRAVNANE PROBLEMATIKE	6
2.1	Reologija krvi	6
2.1.1	Komponente krvi	6
2.1.2	Nenewtonske lastnosti krvi	7
2.2	Strižna napetost na steni.....	9
3	ENOFAZNI SISTEM	11
3.1	Zakoni ohranitve	11
3.2	Newtonski model krvi	12
3.3	Nenewtonski model krvi	13
4	VEČFAZNI SISTEM	14
4.1	Euler-Euler model tekočine.....	16
4.1.1	Zakoni ohranitve	16
4.1.2	Faze	18
4.1.3	Interakcije med fazami	18
5	NUMERIČNA SIMULACIJA	21
5.1	Geometrija	21
5.2	Računska mreža	22
5.3	Robni pogoji in nastavitve.....	23

5.3.1	Časovno neodvisna simulacija	24
5.3.2	Časovno odvisna simulacija	26
5.4	Izračun	27
6	ANALIZA REZULTATOV	31
6.1	Stacionarna simulacija.....	31
6.1.1	Newtonski model	31
6.1.2	Nenewtonski model	33
6.1.3	Večfazni model.....	34
6.2	Časovno odvisna simulacija.....	39
7	ZAKLJUČEK	43
8	VIRI	45

KAZALO SLIK

Slika 1.1: Vstavljanje žilne opornice [3]	3
Slika 2.1: Komponente krvi [5].....	7
Slika 2.2: Kopičenje eritrocitov [6]	8
Slika 2.3: Graf relativne viskoznosti eritrocitov [4].....	9
Slika 5.1: 3D-model žile in žilne opornice	21
Slika 5.2: Računska mreža 1	22
Slika 5.3: Presek računske mreže 1	23
Slika 5.4: Robni pogoji.....	24
Slika 5.5: Graf viskoznosti v odvisnosti od deformacijske hitrosti.....	25
Slika 5.6: Hitrostni profil na vstopu	27
Slika 5.7: Graf konvergence enofaznega toka newtonske tekočine.....	27
Slika 5.8: Graf konvergence enofaznega toka neneutonskega modela.....	28
Slika 5.9: Graf konvergence večfaznega toka	29
Slika 5.10: Povprečna vrednost strižne napetosti zaradi plazme	29
Slika 5.11: Graf konvergence časovno odvisne simulacije	30
Slika 6.1: Porazdelitev strižnih napetosti na steni žile newtonskega modela tekočine .	32
Slika 6.2: Porazdelitev strižnih napetosti na notranji strani (levo) in zunanji strani (desno) žile newtonskega modela tekočine	32
Slika 6.3: Hitrostno polje newtonskega modela	33
Slika 6.4: Porazdelitev strižnih napetosti na steni žile neneutonskega modela tekočine	34
Slika 6.5: Porazdelitev strižnih napetosti na steni žile večfaznega modela.....	35
Slika 6.6: Primerjava deležev med modeli	36
Slika 6.7: Volumska porazdelitev eritrocitov na zunanji strani stene.....	37
Slika 6.8: Volumska porazdelitev eritrocitov na notranji strani stene.....	37
Slika 6.9: Volumska porazdelitev trombocitov na zunanji strani stene.....	38
Slika 6.10: Volumska porazdelitev trombocitov na notranji strani stene	38
Slika 6.11: Porazdelitev strižnih napetosti na steni žile v časovno odvisni simulaciji (točka 6)	39

Slika 6.12: Porazdelitev strižnih napetosti na steni žile v časovno odvisni simulaciji	40
Slika 6.13: Primerjava rezultatov časovno odvisne simulacije z avtorji [19]	41
Slika 6.14: Primerjava deležev med modeli 2	42

KAZALO TABEL

Tabela 5.1: Izdelane računske mreže.....	22
--	----

1 UVOD

1.1 Opis problema

Kri, najpomembnejša tekočina v človeškem telesu, se s pomočjo srca pretaka po žilnem sistemu in pri tem oskrbuje celice v telesu s kisikom ter drugimi hranilnimi snovmi, hkrati pa odnaša odpadne snovi, kot je ogljikov dioksid, da se lahko izločijo iz telesa s pomočjo ustreznih organov. Kri ima tako pomembno vlogo pri delovanju telesa, saj se, kot srce, nikoli ne ustavi. [1]

Kri je sestavljena iz plazme in krvnih celic. Plazma je v veliki meri sestavljena iz vode, ki ima 93 % volumski delež, preostali del pa sestavljajo razne beljakovine, hormoni, soli, lipidi itd. Krvne celice pa delimo na eritrocite ali rdeče krvne celice, levkocite ali bele krvne celice in trombocite ali krvne ploščice. Vsaka izmed teh celic ima specifično vlogo pri delovanju krvi. Glavna naloga eritrocitov je transport kisika in ogljikovega dioksida, naloga levkocitov je obramba telesa pred tujki in infekcijami, trombociti pa omogočajo strjevanje krvi v primeru poškodbe. Sestava po volumskih deležih posamezne komponente krvi niha v odvisnosti od več faktorjev, ampak za zdravega odraslega človeka veljajo sledeče vrednosti: 54 % plazme, 45 % eritrocitov ter 1 % levkocitov in trombocitov. [1]

Zaradi sestave krvi ima ta posebne lastnosti. Ena od teh je njena nenewtonska lastnost. Če je tekočina nenewtonska, se njena viskoznost spreminja v odvisnosti od napetosti v tekočini, in sicer zaradi spremembe strižnih napetosti. Z drugimi besedami je odvisnost med strižno napetostjo in deformacijsko hitrostjo nelinearna. To pomeni, da lahko tekočina postane bolj ali manj tekoča v prisotnosti sil. Za kri velja, da ima pri nizkih deformacijskih hitrostih nenewtonske lastnosti, pri večjih pa newtonske lastnosti. Ta lastnost je posledica prisotnosti oziroma medsebojnega delovanja krvnih celic. [1]

Tako sta možna dva pristopa za modeliranje toka krvi z računsko dinamiko tekočin. Tok krvi lahko modeliramo kot enofazno nenewtonsko tekočino z uporabo ustreznega

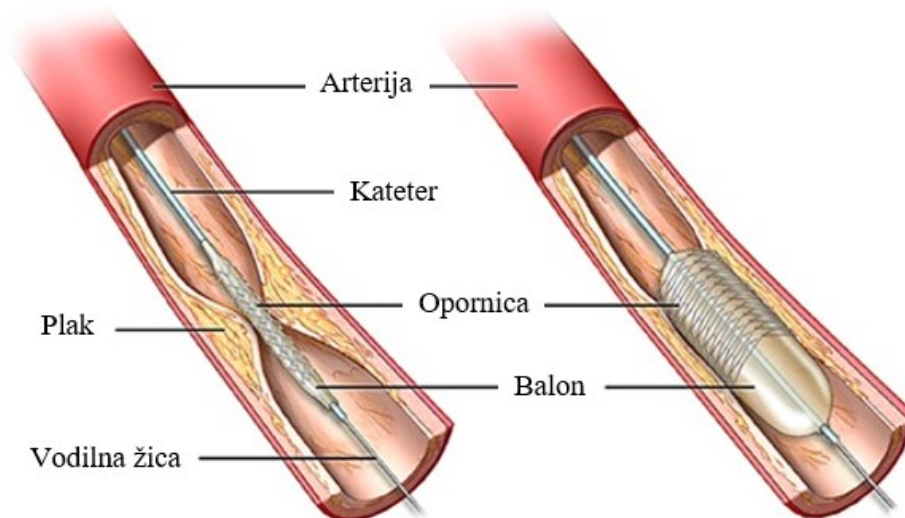
newtonskega modela, kot je potenčni model. Težava tega pristopa je v določevanju konstant, saj se te spreminjajo s sestavo krvi. Izgubimo tudi natančen vpogled v dogajanje med posameznimi fazami. [1]

Drugi pristop je modeliranje krvi kot večfazni sistem. Pri tem pristopu ohranimo posamezne faze, kjer je plazma primarna faza, ki je modelirana kot newtonska tekočina. Krvni delci pa so sekundarne faze, ki so suspendirane v plazmi. S tem dobimo natančnejši vpogled v dogajanje med fazami. Za opis dogajanja med fazami je potrebno izbrati ustrezen večfazni model. Zaradi velikega volumskega deleža eritrocitov je najustreznejši Euler-Euler model oziroma pristop, ki rešuje enačbe za vsako fazo posebej. [1]

V primeru bolezni ali drugih dejavnikov se lahko žila zoži zaradi nabiranja plak. To bolezen imenujemo ateroskleroza. Ateroskleroza je rezultat kompleksnih interakcij med krvnimi delci, trenutnih tokovnih razmer v žili, fiziološkega stanja notranje stene žile ter mnogih patoloških procesov. Z zoženjem žile se lahko močno zmanjša pretok krvi in s tem je oslABLJENA dobava kisika in hranilnih snovi do določenih organov, kar lahko povzroči njihovo odmiranje. Pri zoženju se lahko pojavi tudi recirkulacija oziroma vrtinčenje, kar pa lahko povzroči strjevanje krvi. V skrajnem primeru se lahko žila tudi čisto zamaši, kar privede do kapi. [1,2]

Ena izmed možnih rešitev v primeru zoženja je vstavitev žilne opornice, ki žilo ponovno odpre. Vendar se z dodano opornico lahko tudi spremenijo tokovne razmere ter fiziološko stanje notranje stene žile. Na sliki 1.1 je prikazana obolela žila (levo), v katero je nato preko katetra vstavljena opornica.

Nameščanje žilne opornice



Slika 1.1: Vstavljanje žilne opornice [3]

V današnji medicini se za analizo toka krvi skozi žilo največkrat uporablja pregled z uporabo ultrazvoka, t.i. ultrasonografija. Vendar ta metoda ne da natančnih rezultatov o razmerah v ožilju na ravni krvnih delcev. Prav tako se ne da napovedati, kakšen vpliv na tokovne razmere bo imela žilna opornica. [1]

S pomočjo računske dinamike tekočin lahko tako dobimo natančnejši vpogled v tokovne razmere pri pojavu ateroskleroze. S povezavo z merilnimi metodami lahko tudi napovemo njen potek. Prav tako lahko analiziramo tokovne razmere po vstavitvi opornice ter kakšen morebiten vpliv na posamezne delce ima opornica. S tem lahko napovemo oziroma predvidimo morebitne težave, ki bi jih povzročila žilna opornica. [1]

To je torej problem magistrske naloge – kakšen vpliv ima žilna opornica na tokovne razmere in opazovati, kaj se dogaja s posameznimi krvnimi delci. Kri je bila pri tem modelirana po pristopu večfaznega sistema, ki je opisan zgoraj. Za primerjavo sta bili izvedeni tudi simulaciji enofaznega sistema, z uporabo newtonskega ter nenevtonskega modela tekočine, tj. Carreaujev model. Z uporabo nenevtonskega modela je bila izvedena tudi časovno odvisna simulacija, ki bolj realno opisuje tokovne razmere v žili.

1.2 Cilji magistrske naloge

Glavni cilj magistrske naloge je izvesti ustaljeno simulacijo toka krvi skozi žilno opornico, kjer je kri modelirana kot večfazni sistem z uporabo večfaznega pristopa Euler-Euler. Cilj je prav tako izvesti simulaciji enofaznega sistema z uporabo newtonskega in neneutonskega modela ter eno časovno odvisno simulacijo z neneutonskim modelom. Za ta namen je bil uporabljen programski paket ANSYS Fluent 2023. V izvedenih simulacijah smo opazovali vpliv žilne opornice na tokovne razmere, predvsem na spremembe strižne napetosti ter volumsko porazdelitev delcev. Dobljene rezultate smo primerjali med seboj in analizirali. Tako smo ugotovili prednosti in slabosti modelov in lahko sklepali, kateri je primernejši za določeno uporabo.

Teza magistrske naloge je sledeča: s pomočjo sodobnih metod in pristopov, kot je računsko dinamika tekočin, je možno napovedati, kje se bodo zadrževali delci ob spremembi geometrije ter spremembo tokovnih razmer z uporabo pristopa večfaznega sistema.

1.3 Predpostavke in omejitve magistrske naloge

V izvedenih simulacijah je bila kri sestavljena iz štirih faz: plazme, eritrocitov, levkocitov in trombocitov. V realnosti je še mnogo več faz oziroma delcev, vendar je njihov volumski delež zelo majhen, zato sklepamo, da je njihov vpliv za naše namene zanemarljiv.

Zaradi kompleksnosti problema so bile simulacije izvedene na poenostavljeni geometriji žile z vstavljeno opornico, kjer je bila stena žile predpostavljena kot toga.

Posledica kompleksnosti problema je omejitev z računskim časom simulacije. Ti so lahko v primerih, kjer rešujemo štiri faze na računskih mrežah z velikim številom vozlišč, veliki, zato smo se tukaj omejili z uporabo nižje konvergence.

1.4 Predvidene metode magistrske naloge

Z analizo znanstvenih člankov na enako ali podobno temo so bile pridobljene informacije o nastavitvi simulacije, kot so robni pogoji, uporabljeni modeli, konstante, nastavitve izračuna itd. Iz znanstvenih člankov so prav tako bile pridobljene informacije o geometriji žile in opornice, ki je nato bila, v poenostavljeni obliki, rekreirana v programskem paketu SolidWorks. Geometrija je bila nato uvožena v programski paket ANSYS Fluent, kjer je bila izvedena simulacija. Dobljene rezultate simulacij smo nato primerjali s temi v članku.

1.5 Vsebina poglavij

V 2. poglavju bo najprej predstavljeno trenutno stanje obravnavane tematike, to je računska dinamika tekočin. Tukaj bodo predstavljeni predvsem znanstveni članki, iz katerih bodo pridobljene splošne informacije o krvi. Nato bo v 3. poglavju predstavljen enofazni sistem modeliranja toka krvi. Predstavljene bodo predvsem vodilne enačbe ter modeli nenevtonske tekočine. V 4. poglavju bo predstavljen večfazni sistem modeliranja toka krvi. Večfazni sistem bo bolj podrobno opisan, predstavljeni bodo trije najpogostejši pristopi modeliranja večfazne tekočine, zapisane bodo vodilne enačbe pristopa Euler-Euler ter konstitucijske enačbe. Poglavje 5 bo predstavilo geometrijo problema, računske mreže, uporabljene robne pogoje ter uporabljene nastavitve iskanja rešitev. V 6. poglavju bodo predstavljeni in analizirani dobljeni rezultati s poudarkom na strižni napetosti. Naloga se zaključi s 7. poglavjem.

2 PODROBNEJŠI OPIS OBRAVNANE PROBLEMATIKE

Kot je bilo omenjeno v uvodnem delu, je računsko dinamika tekočin v veliko pomoč pri analiziranju in razumevanju zdravja ožilja pri posamezniku. Zato je bilo izvedenih že mnogo raziskav na področju simuliranja toka krvi skozi žilo, bodisi zdravo ali obolelo z aterosklerozo.

Ker nas zanima tok krvi skozi žilno opornico, je smiselno razumeti, kaj sploh je kri, iz česa je sestavljena, kakšne so njene lastnosti ter kaj vpliva na tokovne razmere.

2.1 Reologija krvi

Reologija je študija toka in deformacij materialov. Ko se material deformira, se spremeni njegova oblika zaradi prisotnosti zunanjih sil. Če se stopnja deformacije spreminja s časom, potem material teče. V reologiji so tako v ospredju tekočine, predvsem nenevtonske, ki se lahko obnašajo kot trdnina ali kot tekočina, odvisno od prisotnosti napetosti. V nadaljevanju so opisane reološke lastnosti krvi, predvsem njene nenevtonske lastnosti. [4]

2.1.1 Komponente krvi

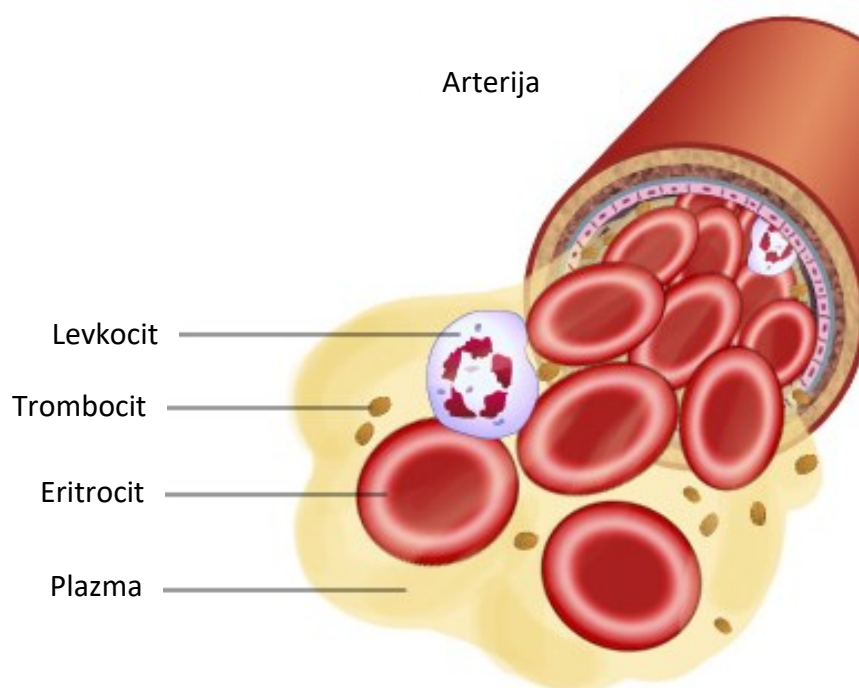
Kri je suspenzija mnogih celičnih delcev, rdečih krvnih celic (eritrociti), belih krvnih celic (levkociti) in trombocitov (ploščic), v vodeni polimerični in ionski raztopini, tj. v plazmi. 93 % plazme predstavlja voda, ostalo zapolnijo različni delci, kot so elektroliti, proteini, lipidi in odpadni material. Glavna naloga plazme je transport delcev, hranil in odpadnih snovi po žilnem sistemu do ustreznih organov, kjer se absorbirajo ali izločijo iz sistema. [4]

Eritrociti so po volumskem deležu, ki je med 40 in 45 %, na drugem mestu. Ta odstotek imenujemo hematokrit. So bikonkavni diski s povprečnim premerom od 6 do 8 μm in maksimalno debelino 1,9 μm . Povprečen volumen eritrocita je 90 μm^3 . Število eritrocitov na mm^3 je v razponu od 5 do 6 milijonov in predstavljajo kar 99 % vseh krvnih celic. Njihova glavna naloga je transport kisika in ogljikovega dioksida. [4]

Levkociti so grobi sferični delci, veliko večji od eritrocitov, vendar so prisotni v veliko manjšem številu. Njihov premer znaša od 6 do 17 μm in njihovo število na mm^3 je v razponu od 7 do 11 tisoč. Levkociti se delijo še na granulocite (65 %), limfocite (30 %), monocite (5 %) ter ubijalske celice. Glavna naloga levkocitov je boj proti infekcijam, zato se lahko premikajo izven krvi v tkiva. [4]

Trombociti so okrogli fragmenti celic brez nukleusa, tj. jedra celice. So mnogo manjši od eritrocitov in levkocitov. Skupaj z levkociti predstavljajo 1 % volumskega deleža krvi. Njihova glavna naloga je strjevanje krvi v primeru poškodbe. [4]

Komponente krvi so prikazane na sliki 2.1.



Slika 2.1: Komponente krvi [5]

2.1.2 Nenevtonske lastnosti krvi

Kri ima kompleksne mehanske lastnosti, saj gre za suspenzijo delcev v plazmi. Sama plazma je newtonska tekočina, ker zadostuje pogoju newtonske tekočine, ki pravi: strižna napetost je linearno odvisna od deformacijskih hitrosti. Z drugimi besedami, viskoznost plazme je konstanta. Vendar kadar upoštevamo kri kot celoto, le-ta pokaže lastnosti nenevtonske tekočine. Te lastnosti so izrazite, kadar kri teče skozi žile

manjšega preseka. Takrat je razmerje med karakterističnim premerom delcev in premerom žile bližje 1, torej imajo delci večji vpliv na karakteristiko toka. [4]

Na splošno ima kri večjo viskoznost kot plazma. Največji vpliv na viskoznost krvi ima hematokrit. Ta se lahko spreminja kot odziv na trenutno stanje telesa. Na primer dehidracija, kajenje in zastrupitev z ogljikovim monoksidom povečajo hematokrit, na drugi strani pa razne bolezni, levkemija, anemija in hipotermija znižujejo hematokrit. S povečanjem hematokrita se povečuje viskoznost krvi in s tem njene nenevtonske lastnosti, predvsem pri nižjih strižnih hitrostih. [4, 6]

Obnašanje eritrocitov pri različnih strižnih hitrostih ima prav tako velik vpliv na viskoznost krvi. Pri nizkih strižnih hitrostih, manjše od 100 s^{-1} , se eritrociti povežejo v t.i. kopice, kar je posledica njihovega oblika. Viskoznost se v tem primeru poveča. Te kopice so prikazane na sliki 2.2. [4, 7]

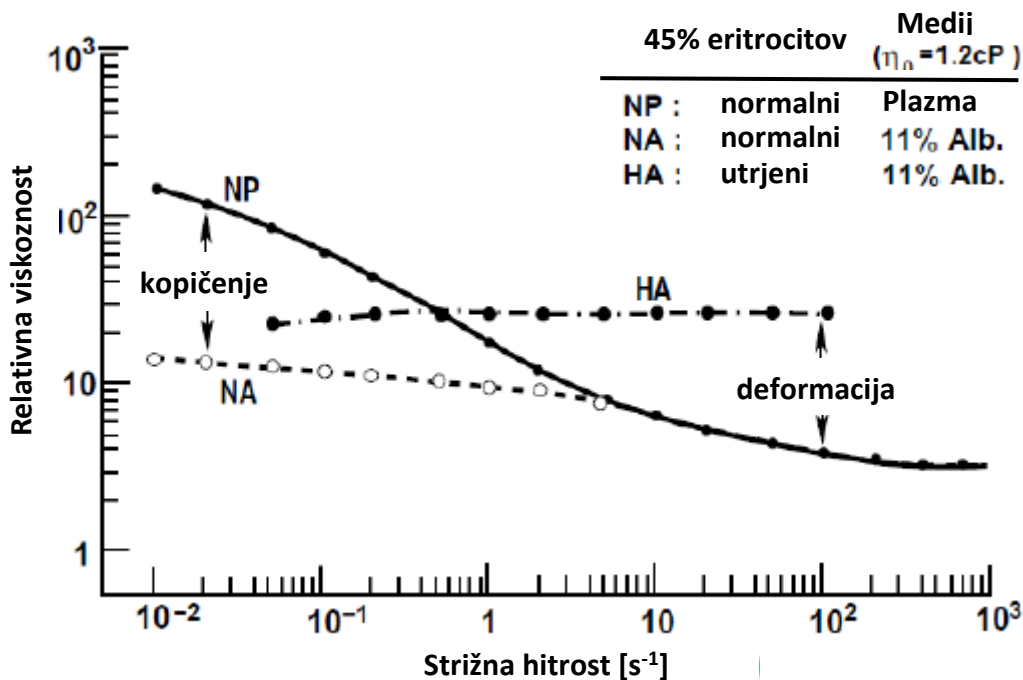


Slika 2.2: Kopičenje eritrocitov [6]

Pri večjih strižnih hitrostih, okrog 400 s^{-1} , eritrociti spremenijo obliko v elipsoide in trkov skoraj ni več. Viskoznost pada do te vrednosti. [4]

Graf relativne viskoznosti, tj. razmerje med viskoznostjo raztopine in viskoznostjo topila, eritrocitov je prikazan na sliki 2.3, kjer krivulja NP predstavlja eritrocite v plazmi, NA eritrocite v raztopini albumin-Ringer ter HA utrjene eritrocite v raztopini albumin-Ringer.

Vse meritve so bile izvedene s Couette viskozimetrom pri temperaturi 37 °C in 45 % hematokritu. [4]



Slika 2.3: Graf relativne viskoznosti eritrocitov [4]

Iz tega lahko sklepamo, da je nenewtonska lastnost krvi njena strižno redčena viskoznost. Torej s povečanjem strižne hitrosti se viskoznost krvi zmanjšuje. Takšni pogoji ustrezajo žilam manjšega preseka, kot so kapilare, ter v regijah, kjer je prisotna stabilna recirkulacija, kot je prisotnost plak na arteriji, medtem ko tok krvi skozi večje in zdrave žile lahko obravnavamo kot newtonsko tekočino. [4]

Matematičnih modelov za opis nenewtonskih lastnosti tekočin je mnogo, najpogosteje uporabljeni so: Powell-Eyring, Cross, Modificiran cross, Carreau, Carreau-Yasuda. Vsi ti modeli imajo takšne vrednosti konstant, da matematični model velja za tok krvi. [4]

2.2 Strižna napetost na steni

Ena izmed najpomembnejših veličin, ki je posledica tokovnih razmer v žili in lahko napove razvoj ali napredek ateroskleroze, je strižna napetost na steni žile. S pomočjo računske dinamike tekočin lahko dobimo podroben vpogled v hemodinamske razmere na ravni, ki ni mogoča pri eksperimentalnih metodah. [2, 8, 9]

Nizke vrednosti strižnih napetosti, tj. manj kot 0,5 Pa, so povezane z razvojem ateroskleroze, medtem ko so visoke vrednosti strižnih napetosti, tj. več kot 2,5 Pa, povezane z odlomom plak in trombozo. [10]

V primeru spremenjene geometrije žile, kot je opornica, je smiselno opazovati in analizirati strižne napetosti na stenah žile in opornice. Srce potiska kri po žilah v intervalih, tako vrednosti strižnih napetosti niso konstantne, ampak se spreminjajo tekom cikla. Zato je smiselno opazovati vrednosti v določenih točkah cikla. Prav tako je smiselno izračunati povprečno vrednost strižnih napetosti v enem ciklu. Nato lahko izračunamo površino stene žile, kjer je vrednost strižne napetosti manj kot 0,5 Pa. [9, 10]

Avtorji člankov [2, 8, 9, 10] so tako dokazali, zakaj je strižna napetost na steni žile najpomembnejša. Zato bo ta v tej nalogi podrobneje analizirana od ostalih veličin, kot sta hitrostno in tlačno polje.

3 ENOFAZNI SISTEM

Kadar obravnavamo žile velikostnega reda milimetra, je kri smiselno obravnavati kot enofazni sistem, saj so krvni delci velikostnega reda mikrometra. Tako ne obravnavamo posameznih komponent krvi, ampak vse komponente združimo v eno homogeno fazo, katere snovne lastnosti so povprečne snovne lastnosti krvi, kot sta gostota in viskoznost.

Za enofazni tok tako rešujemo en sistem ohranitvenih enačb, kot sta zakon o ohranitvi mase in gibalne količine. Ta sistem nato združimo s konstitutivnimi enačbami, ki opisujejo nenevtonske lastnosti krvi. Tako dobimo matematični model, ki opisuje tok krvi kot enofazno tekočino. S tem izgubimo vpogled v dogajanje med posameznimi fazami, vendar pridobimo pri računskem času simulacije.

3.1 Zakoni ohranitve

Enofazni tok tekočine opišemo z zakonom ohranitve mase, gibalne količine, energije in snovi. V našem primeru nismo modelirali prenosa toplote in snovi, zato teh enačb ne upoštevamo.

Zakon o ohranitvi mase ima obliko [11]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho \vec{v}) = 0, \quad (3.1)$$

kjer je:

- ρ [kg/m³] – gostota tekočine,
- t [s] – čas,
- \vec{v} [m/s] – vektor hitrostnega polja.

V enačbi (3.1) prvi člen predstavlja časovno spremembo gostote tekočine, drugi člen pa konvekcijo, tj. pretok mase skozi kontrolni volumen. Enačba mora biti enaka nič, saj se masa v sistemu ohranja. V našem primeru lahko kri obravnavamo kot nestisljivo tekočino, torej je $\rho = \text{konst.}$ S tem se enačba (3.1) poenostavi v

$$\vec{\nabla} \vec{v} = \text{div}(\vec{v}) = 0. \quad (3.2)$$

Zakon o ohranitvi gibalne količine ima obliko [11]

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \underline{\tau} + \rho \vec{g} + \vec{F}, \quad (3.3)$$

kjer je:

- p [Pa] – statični tlak,
- $\underline{\tau}$ [MPa] – tenzor napetosti,
- \vec{g} [m/s²] – gravitacijski pospešek,
- \vec{F} [N] – zunanje sile.

Leva stran enačbe (3.3) predstavlja spremembo gibalne količine, desna stran pa vplive na gibalno količino. Prvi člen na levi strani enačbe predstavlja časovno spremembo gibalne količine v kontrolnem volumnu, drugi člen pa konvekcijo gibalne količine. Prvi člen na desni strani predstavlja tlačne sile, drugi člen površinske sile, kot je viskozna sila, tretji člen gravitacijske sile, zadnji člen pa zunanje sile.

Tenzor napetosti je definiran kot [11]

$$\underline{\tau} = \eta \left[(\vec{\nabla} \vec{v} + \vec{\nabla} \vec{v}^T) - \frac{2}{3} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} I \right], \quad (3.4)$$

kjer je:

- η [Pas] – molekularna viskoznost tekočine,
- I – enotska matrika.

Drugi člen na desni strani enačbe (3.4) predstavlja vpliv dilatacije, tj. širjenje ali krčenje volumna. [11]

3.2 Newtonski model krvi

Kri sicer ni newtonska tekočina, vendar jo v določenih primerih, kot je prikazano na sliki 2.3, lahko poenostavimo v newtonsko tekočino.

Za newtonske tekočine velja linearna zveza med strižno napetostjo in deformacijsko hitrostjo, kar pomeni, da je njihova viskoznost konstanta. Konstitutivni model nestisljive newtonske tekočine torej zapišemo kot

$$\tau_{ij} = \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad (3.5)$$

kjer je:

- η [Pas] – dinamična viskoznost.

V tem modelu je dinamična viskoznost η odvisna le od temperature in tlaka, ki bosta v obravnavanem primeru konstantna, in znaša 0,0035 Pas. [2]

3.3 Nenewtonski model krvi

Pri nenewtonski tekočini povezava med strižno napetostjo in deformacijsko hitrostjo ni več linearna. V tem primeru je dinamična viskoznost η odvisna od strižne hitrosti $\dot{\gamma}$; to odvisnost lahko zapišemo kot $\eta = \eta(\dot{\gamma})$.

Matematično odvisnost lahko izrazimo z uporabo viskoznosti, kadar gre strižna hitrost proti neskončnosti η_∞ , in viskoznost, kadar gre strižna hitrost proti nič η_0

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty)F(\dot{\gamma}), \quad (3.6)$$

kjer je:

- $F(\dot{\gamma})$ – funkcija v odvisnosti od strižne hitrosti.

V naši simulaciji enofaznega toka je bil izbran Carreaujev model z ustreznimi snovnimi konstantami, saj je le-ta uporabljen v delu [12]. Izbrani model se matematično zapiše kot [4]

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \left[1 + (\lambda \dot{\gamma})^2 \right]^{\frac{n-1}{2}}, \quad (3.7)$$

kjer je

- koeficient λ – 3,313s,
- koeficient n – 0,3568.

4 VEČFAZNI SISTEM

Večfazni tok je sestavljen iz dveh ali več faz. Prisoten je v našem vsakdanjiku ter pomemben pri mnogih industrijskih procesih. V naravi poznamo 3 fizične faze, te so: plinasta, tekoča in trdna faza. Vendar je v numeričnem smislu pomen faze širši, saj je faza lahko definirana kot edinstven del materiala, ki ima določen vztrajnostni odziv in interakcijo s tokom ter svoje potencialno polje, v katerem je potopljen. Primer tega so trdi delci različnih velikosti, ki so suspendirani v tekočini. Vsak delec različne velikosti ima svoje snovne lastnosti, zato bo imel edinstvene dinamične odzive na tok in je tako v numeričnem smislu definiran kot svoja faza. [11, 13]

Večfazni tokovi se delijo na pet kategorij: plin-kapljevina, kapljevina-kapljevina, plin-trdnina, kapljevina-trdnina in plin-kapljevina-trdnina. [11, 13]

Tokovi plin-kapljevina so pogosti v procesnem strojništvu. Nekaj primerov takšnega toka: tok mehurčkov v tekočini, razprševanje gorivnih kapljic pri zgorevanju, tok vodne pare in vode po ceveh pri generiranju moči. [11, 13]

Tokove plin-trdnina največkrat predstavljajo suspenzije trdnih delcev v plinu. Primer tega sta pnevmatični transport in fluidizirano dno. Pogosta uporaba v praksi je ločevanje trdnih delcev iz zraka, kot je ciklon ali elektrostatični filter, ter zgorevanje premoga v termoelektrarnah, saj se delci premoga pred vžigom disperzirajo v zraku. [11, 13]

Podobno kot velja za tokove plin-trdnina so tokovi kapljevina-trdnina največkrat v obliki suspenzije trdnih delcev v tekočini. Najpogostejša uporaba teh tokov je transport delcev. Prav tako lahko s tokom kapljevina-trdnina opišemo sedimentacijo trdnih delcev v tekočini. [11, 13]

Trifazni tokovi pa so kombinacije zgoraj naštetih tokov. [11, 13]

Kot je bilo omenjeno v poglavju 2.1.1, je kri zmes plazme, eritrocitov, levkocitov ter trombocitov. Glavna pomanjkljivost enofaznega pristopa je izguba vpogleda v dogajanje posameznih faz. To pomanjkljivost odpravi večfazni pristop, saj upoštevamo vse glavne faze krvi. S tem pridobimo vpogled v porazdelitev posameznih faz po prostoru in

individualne hitrosti delcev. Glede na željene rezultate lahko kri obravnavamo kot dvofazni tok, tj. zmes plazme in eritrocitov, trofazni tok, tj. zmes plazme, eritrocitov in levkocitov, ter štirifazni tok, tj. zmes plazme, eritrocitov, levkocitov in trombocitov. Pristop večfaznega sistema je prav tako smiselno uporabiti v primerih, kjer je geometrija primerljivega velikostnega razreda uporabljenim fazam. Takšni primeri so na primer tokovi skozi manjše kapilare premera 100-200 μm ali tokovi skozi območje stabilne recirkulacije. [4]

Poznamo več metod za numerično modeliranje večfaznega toka, vendar bodo spodaj opisani le trije najpogostejši pristopi, ti so: VOF (Volume of fluid), Euler-Lagrange in Euler-Euler.

VOF metoda lahko modelira dve tekočini ali več, ki se ne mešajo, tako da rešuje en sistem ohranitvenih enačb in sledi volumskim deležem za vsako tekočino po volumnu. Ta metoda računa gibanje vsake tekočine posebej in iz gibanja tekočin izračuna fazno mejo. Računanje fazne meje je računsko zelo zahtevno, zato se model omeji na primere, kjer je teh površin malo, kot je tok velikih mehurčkov v tekočini. Zato ta model ni primeren za modeliranje toka krvi, saj je v krvi volumski delež eritrocitov približno 45 %. [11, 14]

Pri pristopu Euler-Lagrange se tekoča faza obravnava kot zvezna tekočina za reševanje Navier-Stokes enačb, medtem ko se disperzna faza rešuje s sledenjem delcev, mehurčkov ali kapljic skozi računsko območje. Pri tem lahko pride do izmenjave gibalne količine, mase in energije s tekočo fazo. Prisotna je lahko eno-, dvo- ali štirismerna interakcija med delci in tekočino. Za dvo- in štirismerno interakcijo se mora uporabiti iterativni postopek reševanja. Prav tako se za štirismerno interakcijo morajo dodati ustrezne enačbe, ki opisujejo trke med posameznimi delci. Ta metoda se velikokrat uporablja za tokove, kjer ni potrebno upoštevati štirismerne interakcije. Trajektorije delcev se takrat izračunajo individualno na določenih intervalih med računanjem tekoče faze. Primer takšnega toka je zgorevanje premoga, in sicer zaradi majhnega volumskega deleža premoga. Kadar pa imamo večje volumske deleže sekundarne faze, kot so eritrociti v krvi, ta metoda več ni primerna, saj je že dvosmerna interakcija računsko zahtevna, štirismerna pa še toliko bolj. [11, 14]

Euler-Euler pristop obravnava vse faze z Eulerjevim pristopom. Tako je možno modelirati vse kombinacije večfaznega toka, pri tem pa so vse faze obravnavane kot zvezna faza. Ta pristop je primeren za tokove, kjer je volumski delež sekundarne faze več kot 10 %. [11, 14]

4.1 Euler-Euler model tekočine

Ker je kri zmes disperznih krvnih delcev v plazmi z volumskim deležem eritrocitov 45 %, je smiselno izbrati Euler-Euler pristop. Za Euler-Lagrange pristop je volumski delež delcev prevelik, kar pomeni, da je velika verjetnost interakcije med delci in je Lagrangeov pristop za take primere neprimeren. Kri bo modelirana kot štirifazni sistem, torej zmes plazme, eritrocitov, levkocitov in trombocitov.

4.1.1 Zakoni ohranitve

Pri Euler-Euler pristopu se ohranitvene enačbe računajo za vsako fazo posebej, medtem ko si vse faze delijo enak tlak. Programski paket ANSYS Fluent, ki bo uporabljen za izvedbo simulacije, ne razlikuje med kapljevina-kapljevina in kapljevina-trdnina (granular) tokom, zato bo izbran kapljevina-kapljevina večfazni tok. [11]

Za reševanje ohranitvenih enačb se uporablja princip faznih volumskih deležev označenih s α_q . Volumski delež predstavlja prostor, ki ga zasede posamezna faza, in zakoni ohranitve so rešeni za vsako fazo posebej. Pri tem velja pogoj [11]

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1, \quad (4.1)$$

kjer je:

- n – število faz.

Zakon o ohranitvi mase za fazo k je zapisan kot [11]

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \rho_k) + \vec{V} \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{v}_k) = \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pk} - \dot{m}_{kp}) + S_k, \quad (4.2)$$

kjer je:

- \dot{m}_{pk} in \dot{m}_{kp} [kg/s] – prenos mase iz faze p v fazo k in iz faze k v fazo p ,
- S_k [kg/s] – izvor ali ponor mase za fazo k .

V enačbi (4.2) imajo členi na levi strani enačbe enak pomen kot ti v enačbi (3.1). Razlika med enačbama je torej desna stran enačbe, kjer v enačbi (4.2) prvi člen na desni opisuje masni prenos med fazami, drugi člen pa izvor ali ponor mase za fazo k , ki je v tem primeru enak nič, saj masa v sistem ne vstopa in izstopa, prav tako ni kemijskih reakcij, ki bi ustvarjale ali porabljale fazo k . [11]

Ohranitev gibalne količine za fazo k pa se zapiše kot

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \rho_k \vec{v}_k) + \vec{\nabla} \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{v}_k \vec{v}_k) = & -\alpha_k \vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \underline{\tau}_k + \alpha_k \rho_k \vec{g} + \\ & + \sum_{p=1}^n (\vec{R}_{pk} + \dot{m}_{pk} \vec{v}_{pk} - \dot{m}_{kp} \vec{v}_{kp}) + \\ & + (\vec{F}_k + \vec{F}_{vz,k} + \vec{F}_{wl,k} + \vec{F}_{vm,k} + \vec{F}_{td,k}), \end{aligned} \quad (4.3)$$

kjer je:

- \vec{R}_{pk} [N] – medfazna sila,
- \vec{F}_k [N] – zunanje sile na fazo k ,
- $\vec{F}_{vz,k}$ [N] – sila vzgona,
- $\vec{F}_{wl,k}$ [N] – sila zidne lubrikacije,
- $\vec{F}_{vm,k}$ [N] – sila virtualne mase,
- $\vec{F}_{td,k}$ [N] – sila turbulentne disipacije.

V enačbi (4.3) sta člena na levi strani enaka tem v enačbi (3.3), prav tako na desni strani. Četrty člen na desni strani pa je dodaten člen, ki predstavlja prenos gibalne količine iz ene faze na drugo. V tem členu je medfazna sila \vec{R}_{pk} , za katero velja $\vec{R}_{pk} = -\vec{R}_{kp}$ in $\vec{R}_{kk} = 0$. Ta sila se izračuna z uporabo

$$\sum_{p=1}^n \vec{R}_{pk} = \sum_{p=1}^n K_{pk} (\vec{v}_p - \vec{v}_k), \quad (4.4)$$

kjer je:

- K_{pk} – koeficient medfaznega prenosa gibalne količine.

Napetostni tenzor faze k $\underline{\tau}_k$ se izračuna kot

$$\underline{\tau}_k = \alpha_k \eta_k (\vec{\nabla} \vec{v}_k + \vec{\nabla} \vec{v}_k^T) + \alpha_k \left(\lambda_k - \frac{2}{3} \eta_k \right) \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_k I, \quad (4.5)$$

kjer je:

- λ_k [Pas] – volumska viskoznost faze k .

Predstavljene enačbe se tako rešujejo za vsako fazo posebej. Ohranitvenim enačbam se prav tako dodajo konstitutivne enačbe.

4.1.2 Faze

Kot je že bilo omenjeno, bo kri modelirana kot štirifazna zmes. Posameznim fazam je tako potrebno predpisati ustrezne snovne lastnosti, kot sta gostota in viskoznost. Ker je bil izbran pristop kapljevina-kapljevina večfaznega toka, bodo vse faze obravnave kot tekočina. To nam dovoljuje dejstvo, da paket ANSYS Fluent ne razlikuje med kapljevino in trdnino pri pristopu Euler-Euler.

Za ustrezno reševanje je potrebno predpisati primarno fazo in skladne sekundarne faze. Primarna faza je plazma, z gostoto $\rho_{plazma} = 1060 \frac{kg}{m^3}$ in viskoznostjo $\eta_{plazma} = 0,0013$ Pas. Plazma je newtonska tekočina, kar pomeni, da je njena viskoznost konstantna. Za sekundarne faze pa potrebujemo samo gostoto in premer delcev. Gostota eritrocitov znaša $\rho_{eritrocit} = 1100 \text{ kg/m}^3$ in premer $d_{eritrocit} = 8 \mu\text{m}$, gostota levkocitov znaša $\rho_{levkocit} = 1064 \text{ kg/m}^3$ in premer $d_{levkocit} = 18 \mu\text{m}$ in gostota trombocitov znaša $\rho_{trombocit} = 1072 \text{ kg/m}^3$ in premer $d_{trombocit} = 2 \mu\text{m}$. [15, 16, 17]

Volumski deleži posameznih faz so sledeči: $\alpha_{plazma} = 0,54$, $\alpha_{eritrocit} = 0,45$, $\alpha_{levkocit} = \alpha_{trombocit} = 0,005$. [4]

4.1.3 Interakcije med fazami

Za uspešno reševanje in točne rezultate je potrebno izbrati ustrezne matematične modele za interakcije med posameznimi fazami. Te interakcije so prisotne kot sile, predstavljene v enačbi 4.3. V našem modelu bosta modelirani samo sili upora in vzgona, medtem ko bosta sili zidne lubrikacije in virtualne mase zanemarjeni. Sila zidne lubrikacije ne pride v poštev, saj se ta uporablja pri toku mehurčkov, torej večfazni tok tipa plin-kapljevina, in preprečuje trke mehurčkov s steno. Sila virtualne mase pa

izračuna silo na sekundarno fazo, kadar ta doživi pospešek relativno na primarno fazo. Vztrajnost mase primarne faze tako povzroči silo virtualne mase na delec oziroma na sekundarno fazo. Ta sila se upošteva, kadar je razlika med gostotami primarne faze in sekundarnih faz velika, zato v tem primeru ne bo računana, saj so si gostote zelo podobne (glej poglavje 4.1.2). [11]

4.1.3.1 Sila vzgona

Sila vzgona je hidrodinamična sila, ki deluje na delec, ki je dispergiran v strižnem toku in se pojavi zaradi rotacije delca. Rotacija delca se lahko pojavi zaradi gradienta hitrosti ali pa izvira iz drugih vzrokov, kot je kontakt med samimi delci ali geometrijo. Glavni parametri, ki vplivajo na silo vzgona, so: relativna hitrost med delci in tekočino, strižna hitrost tekočine, rotacijska hitrost delca in površinski robni pogoji (drsni ali brezdrsni). [18]

Za naš primer je bil izbran Saffman-Mei model sile vzgona. Ta model velja predvsem za trde delce, vendar se lahko uporabi tudi na kapljicah, ki niso signifikantno deformirane. Pri tem je koeficient vzgona povezan z Reynoldsovim številom za delec; Re_p , in Reynoldsovim številom vrtinčnosti; Re_ω . Saffman je za majhna Reynoldsova števila toka mimo sferičnega delca definiriral koeficient vzgona kot [11, 18]

$$C_l = \frac{3}{2\pi\sqrt{Re_\omega}} C_l, \quad (4.6)$$

kjer je:

- $C_l = 6,46$,
- $0 \leq Re_p \leq Re_\omega \leq 1$.

Reynoldsovo število za delec Re_p se izračuna z uporabo

$$Re_p = \frac{\rho_c d U_r}{\eta_c}, \quad (4.7)$$

kjer je:

- d [m] – premer delca,
- U_r [m/s] – relativna hitrost med delcem in tekočino,
- ρ_c [kg/m³] – gostota tekočine,

- η_c [Pas] – dinamična viskoznost tekočine.

Mei je predstavljen Saffmanov model razširil na večji razpon Reynoldsovih števil za delec Re_p . Tako se Saffman-Mei model empirično predstavi kot [11, 18]

$$C_l = \begin{cases} 6,46f(Re_p, Re_\omega) & Re_p \leq 40 \\ 6,46 \cdot 0,0524(\beta Re_p)^{\frac{1}{2}} & 40 \leq Re_p \leq 100 \end{cases} \quad (4.8)$$

kjer je:

- koeficient $\beta = 0,5(Re_\omega/Re_p)$,
- funkcija $f(Re_p, Re_\omega) = (1 - 0,3314\beta^{0,5})e^{-0,1Re_p} + 0,3314\beta^{0,5}$.

4.1.3.2 Sila upora

Sila upora se pojavi, kadar se delec giblje relativno na tekočino, v kateri se nahaja. Smer delovanja sile je nasprotna gibanju delca skozi tekočino in je odvisna od: relativne hitrosti delca, oblike delca in gostote tekočine.

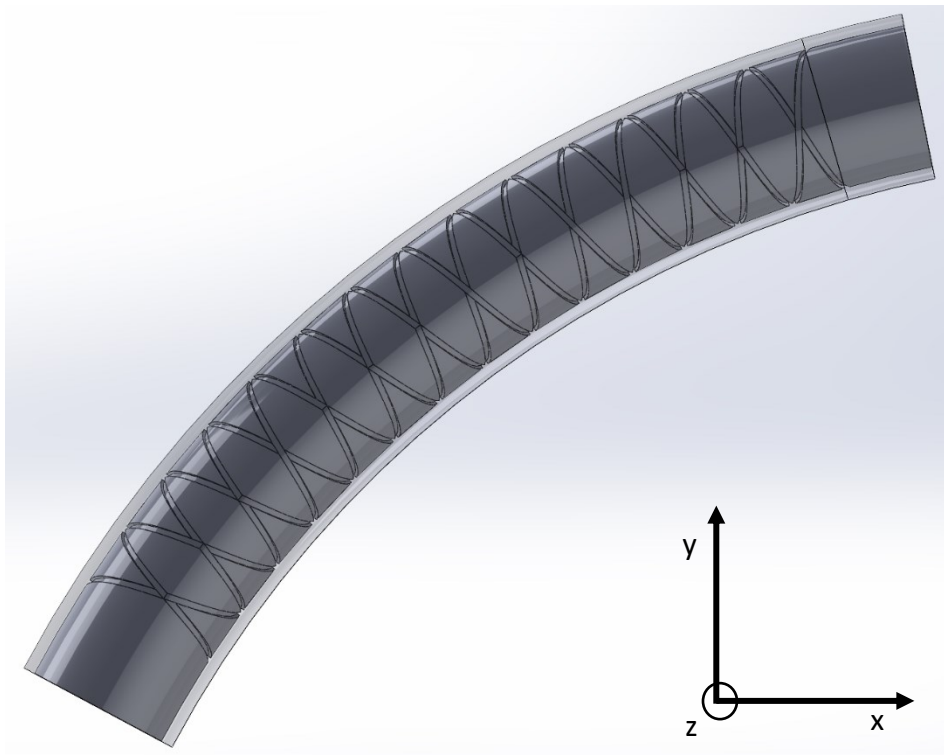
Za naš primer je bil izbran Schillerjev in Naumannov model upora. Ta model izhaja iz Stokesovega zakona upora, ki velja za $Re < 1$. Schiller in Naumann sta Stokesov zakon razširila na večji razpon Reynoldsovih števil z uporabo brezdimenzijskih faktorjev, ki upoštevajo vztrajnostni vpliv na silo upora nedeformabilnih sferičnih delcev. Koeficient upora se tako izračuna po [18]

$$C_D = \begin{cases} 24(1 + 0,15Re_p^{0,687})/Re & Re \leq 1000 \\ 0,44 & Re > 1000 \end{cases} \quad (4.9)$$

5 NUMERIČNA SIMULACIJA

5.1 Geometrija

Geometrija je sestavljena iz žile ter žilne opornice in je modelirana kot ena komponenta. Značilne dimenzije, kot so premer žile, radij ukrivljenosti, dolžine žile in opornice so bile pridobljene iz članka *Chen et al.* [19]. Oblika opornice pa je bila narejena samostojno, v poenostavljeni obliki. Geometrija je bila v celoti izdelana v programskem paketu SolidWorks 2022. Vse simulacije so bile izvedene na isti geometriji. Ustvarjen 3D-model žilne opornice in žile je prikazan na sliki 5.1. Radij ukrivljenosti znaša 25 mm, debelina opornice 0,14 mm in dolžina središčnice 18 mm. Opornica ima kvadratni profil. dolžina središčnice žile znaša 22 mm, notranji premer žile 3 mm in debelina stene žile 0,25 mm. Žilna opornica je bila postavljena tako, da se 50 % debeline opornice, torej 0,07 mm, pokriva s steno žile.



Slika 5.1: 3D-model žile in žilne opornice

Ustvarjena geometrija je bila nato uvožena v programski paket ANSYS 2023 R1, kjer je bila zamrežena.

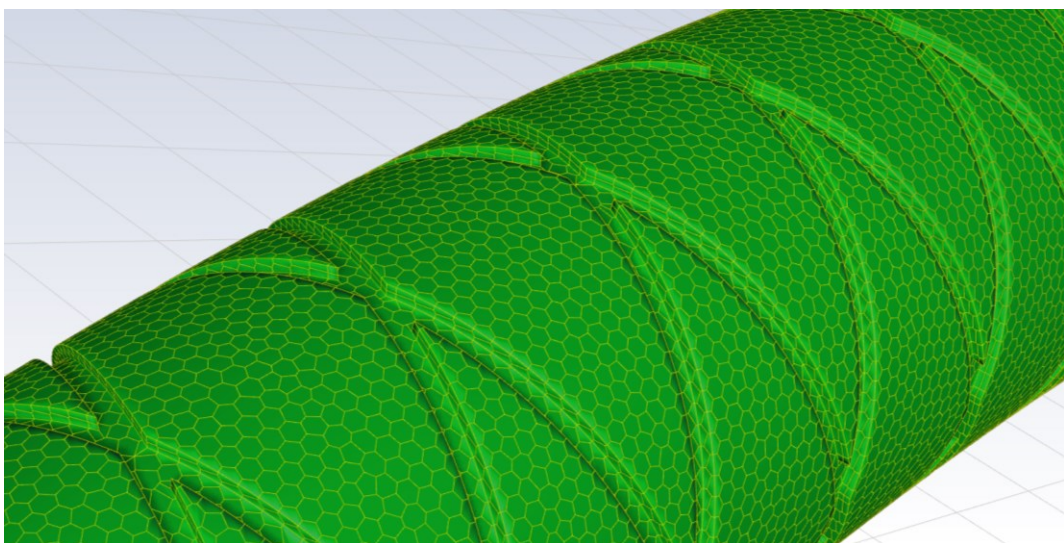
5.2 Računska mreža

Za diskretizacijo računskega prostora je bil uporabljen program Fluent meshing znotraj paketa ANSYS 2023. Za izdelavo mrež je bil uporabljen Watertight workflow. Končna mreža je sestavljena iz celic poliedrov s petslojno mejno plastjo manjših celic. Pri tem je bilo zamreženo samo področje tekočine. Izdelane so bile tri mreže, ki so zbrane v tabeli 5.1.

Tabela 5.1: Izdelane računske mreže

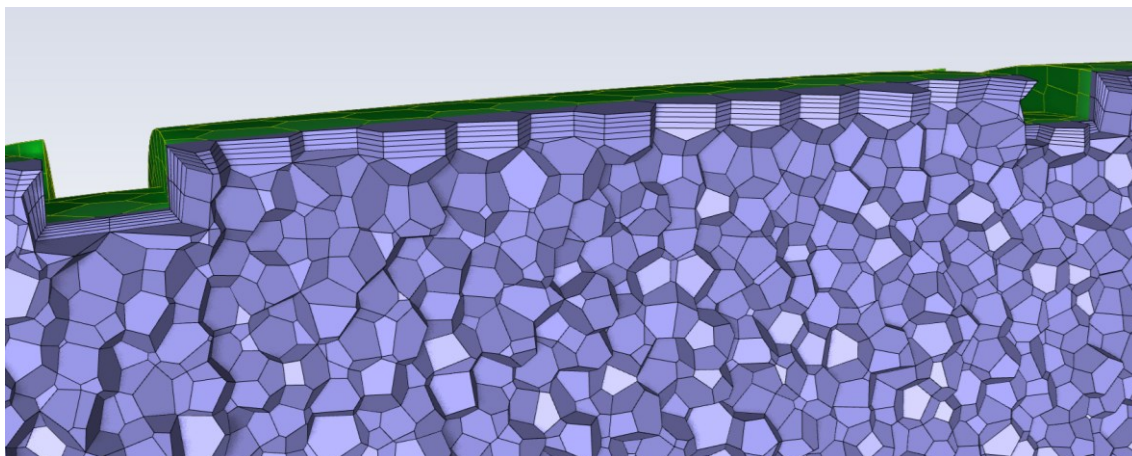
Številka mreže	Število celic	Število vozlišč
1	3980381	20041379
2	1234655	6141989
3	896233	4242209

Na sliki 5.2 je prikazana računska mreža 2, na sliki 5.3 pa presek mreže 2, kjer je vidna mejna plast petih elementov. Mejna plast je uniformne debeline, kar pomeni, da imajo vsi elementi enake debeline, ki znaša 5 μm .



Slika 5.2: Računska mreža 1

Zelena barva na sliki 5.3 predstavlja zunanjo površino računskega območja tekočine oziroma notranjo površino stene žile. Vdolbine v mreži predstavljajo žilno opornico.



Slika 5.3: Presek računske mreže 1

Na računskih mrežah 1 in 2 je bila izvedena simulacija enofaznega toka. Pri analizi rezultatov ni bilo pomembnejših razlik, zato so bile vse nadaljnje simulacije enofaznega toka izvedene na mreži 2. Mreža 3 je bila izdelana zaradi zahtevnejših potreb po pomnilniku pri večfazni simulaciji, saj je ta potreba bila prezahtevna za računanje na mreži 2.

5.3 Robni pogoji in nastavitve

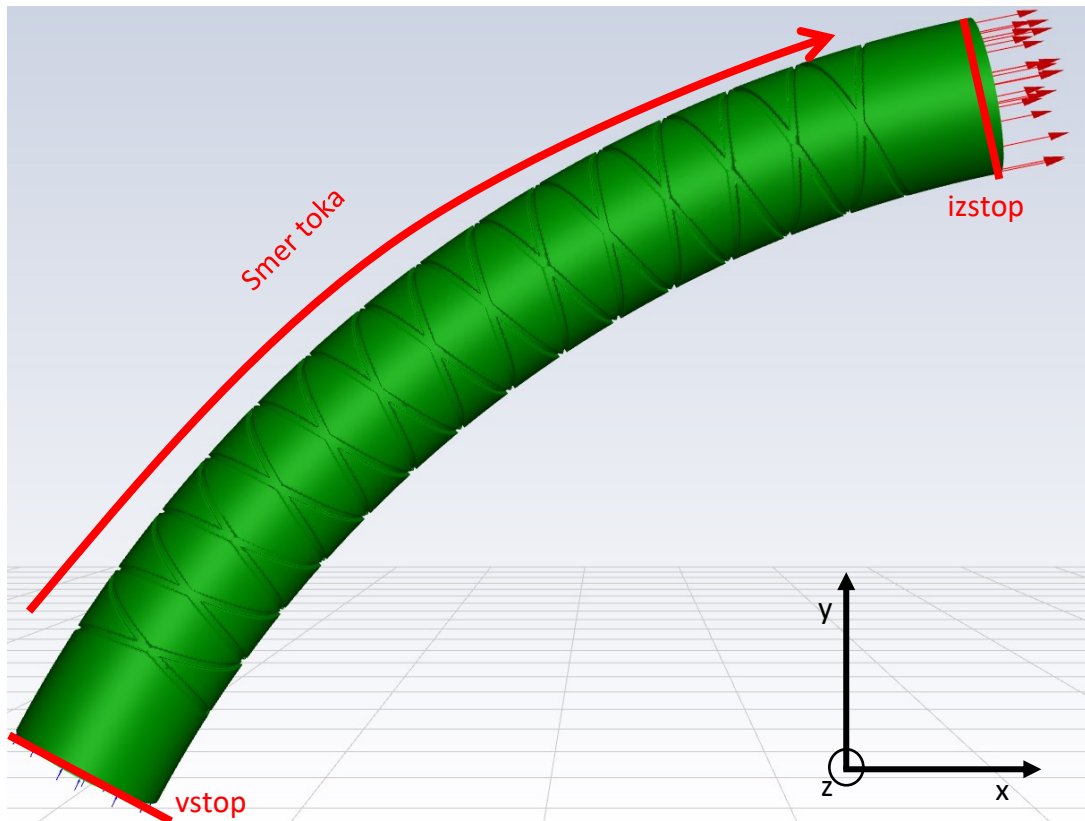
Po izdelavi računskih mrež so te bile premaknjene v Fluent setup, kjer so bile izbrane nastavitve in predpisani robni pogoji.

Vse izvedene simulacije so uporabljale enak način reševanja, ki temelji na tlaku. Za določitev tipa toka, tj. laminaren ali turbulenten, je bilo potrebno izračunati Reynoldsovo število za tok, ki znaša

$$Re = \frac{\rho d U}{\eta} = \frac{1060 \cdot 0,003 \cdot 0,184}{0,00345} = 169,6. \quad (5.1)$$

Pri tem so bile uporabljene povprečne snovne lastnosti za kri (glej poglavje 3), povprečna hitrost toka U na vstopu pa je bila pridobljena iz članka avtorjev *Chen et al.* [19], in znaša 0,184 m/s. Ker je Reynoldsovo število manj kot 2320, sklepamo, da gre za laminaren tok, zato bo v vseh simulacijah uporabljen laminaren tok tekočine. [20]

Robni pogoji so bili v vseh primerih enaki. Vstop je bil definiran z vstopno hitrostjo $U = 0,184 \text{ m/s}$, na izstopu je bil predpisan tlačni izstopni pogoj 0 bar in na stenah je bil predpisan brezdrnsni robni pogoj. Razlike med simulacijami so v definiranju snovnih lastnosti tekočine oziroma v prisotnih fazah. Opisani robni pogoji so prikazani na sliki 5.4.



Slika 5.4: Robni pogoji

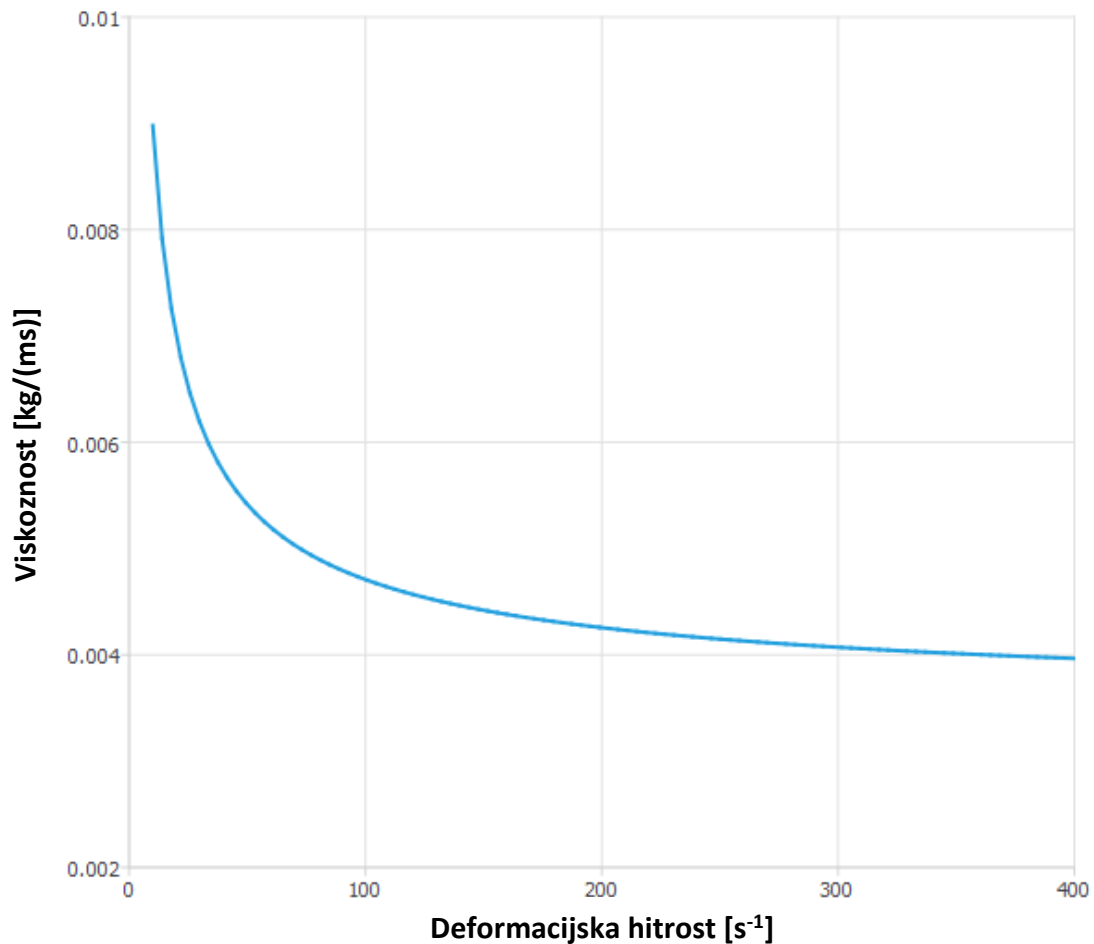
5.3.1 Časovno neodvisna simulacija

Najprej so bile izvedene časovno neodvisne simulacije za enofazni in večfazni sistem.

Enofazni sistem

Za enofazni sistem newtonske tekočine je bila uporabljena tekočina s konstantno viskoznostjo, kot je bilo opisano v poglavju 3.2. Gostota tekočine oziroma krvi v tem primeru znaša 1060 kg/m^3 .

V primeru nenevtonske tekočine je bil uporabljen Carreaujev model. Na sliki 5.6 je prikazan graf viskoznosti v odvisnosti od deformacijske hitrosti v primeru uporabe Carreaujevega modela.



Slika 5.5: Graf viskoznosti v odvisnosti od deformacijske hitrosti

Nastavitev metod rešitev je v obeh primerih enaka. Shema tlak-hitrost je bila združena s fluksom tipa Rhie-Chow, ki temelji na gibalni količini. Kar se tiče prostorske diskretizacije, je za gradient bila uporabljena metoda najmanjših kvadratov na osnovi celic, za tlak metoda drugega reda in za gibalno količino metoda drugega reda upwind. Prav tako je bila uporabljena psevdočasovna metoda z globalnim časovnim korakom. V obeh primerih gravitacija ni bila upoštevana.

Večfazni sistem

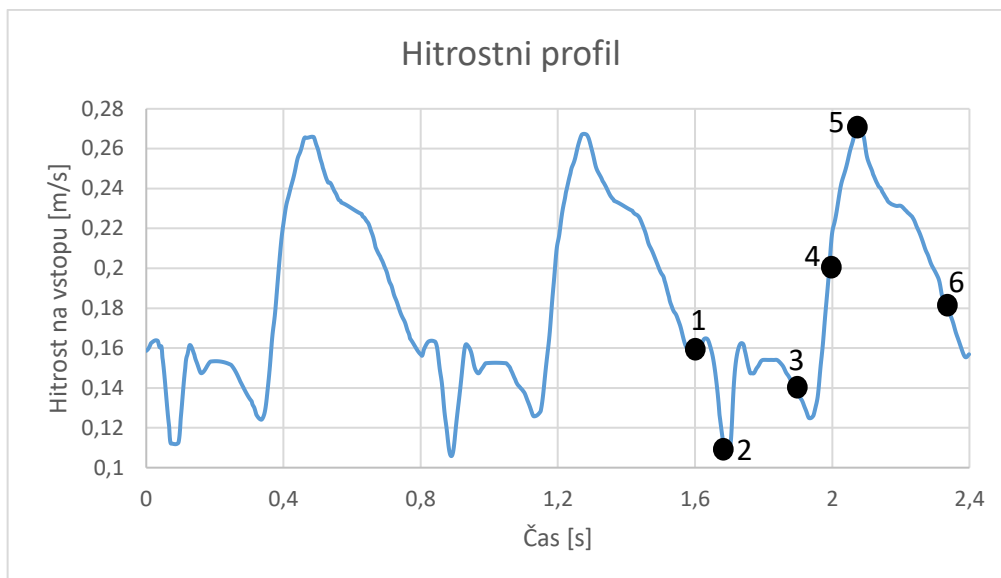
V primeru večfaznega sistema je bil izbran Euler-Euler model večfazne tekočine z definicijo faz in ustreznih interakcij, kot je to opisano v poglavju 4. Pri tem je bila upoštevana gravitacija v negativni smeri Z-osi. Gravitacijski pospešek znaša $9,81 \text{ m/s}^2$.

Na vstopnem robnem pogoju so bili predpisani volumski deleži sekundarnih faz, kot je omenjeno v poglavju 4.1.2. Na tlačnem izstopu pa je bila izbrana opcija, ki ne dovoljuje povratnega toka.

Metode rešitve so enake kot v primeru enofaznega toka, z izjemo psevdočasovne metode, ki v tem primeru ni bila uporabljena. Ker gre za večfazni tok, je bila dodana metoda za računanje volumskih deležev, in sicer metoda HRIC (high resolution interface capturing).

5.3.2 Časovno odvisna simulacija

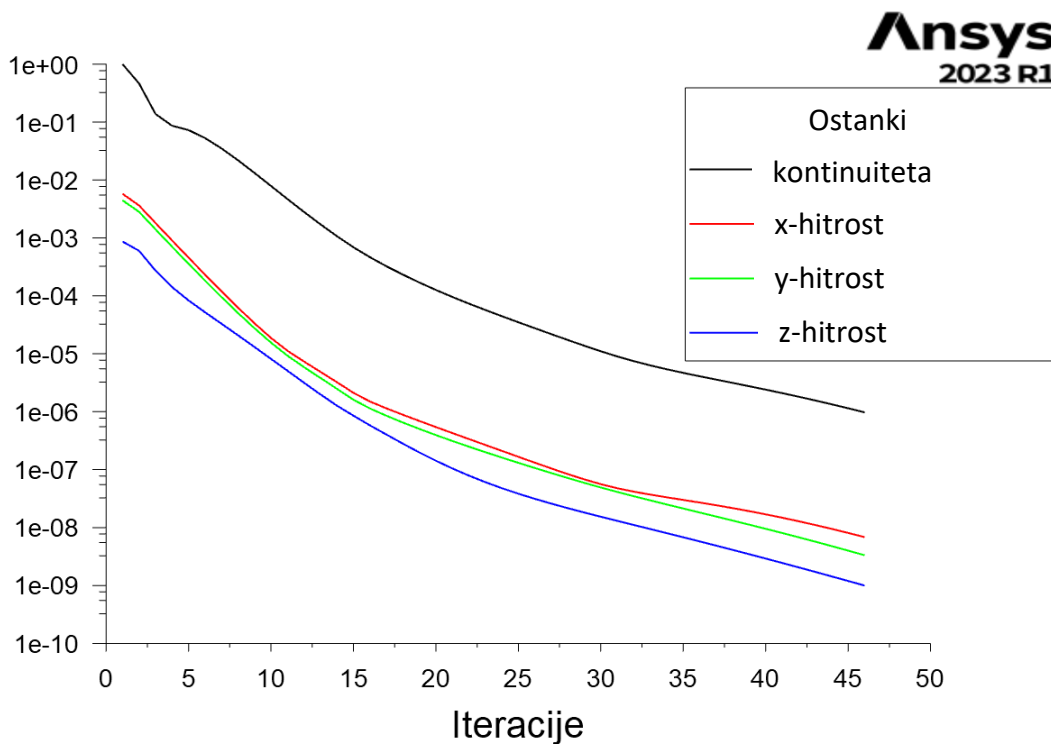
Časovno odvisna simulacija je bila izvedena za enofazni sistem z enakim nenevtonskim modelom tekočine, ki je bil uporabljen v ustaljeni simulaciji. Ta simulacija je upoštevala pulzirajočo lastnost toka krvi. Simulirani so bili trije utripi srca. Celoten simulirani čas je znašal 2,4 sekunde, kar ustreza srcu, ki bije pri 75 utripih na minuto. Hitrostni profil je bil pri tem ekstrapoliran iz članka avtorjev *Chen et al.* [19] in je prikazan na sliki 5.7. Časovni korak je pri tem znašal 0,003 s. Tako je bilo izračunanih 800 časovnih korakov. Enako kot v članku avtorjev *Chen et al.* [19] bodo rezultati opazovani v časovnih točkah 1 do 6, tj. v času 1,6 s, 1,68 s, 1,88 s, 2 s, 2,08 s, 2,3 s, saj so te točke pomembne v ciklu utripanja srca. Točke so prikazane na sliki 5.6.



Slika 5.6: Hitrostni profil na vstopu

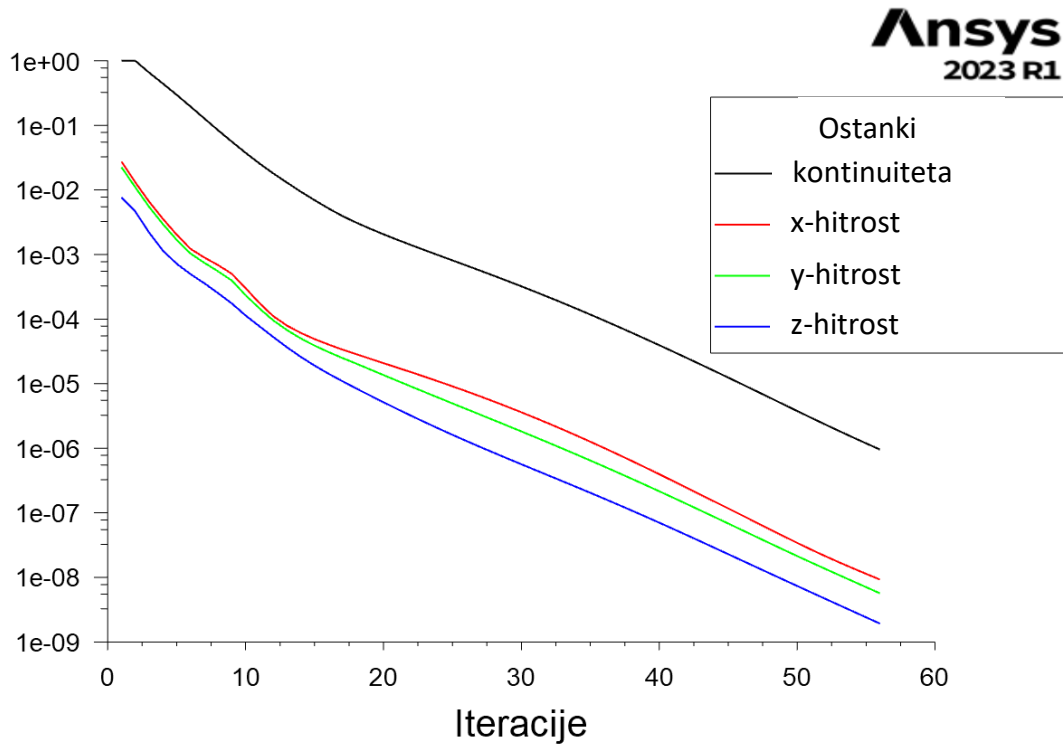
5.4 Izračun

Graf konvergence za primer enofaznega toka z newtonskim modelom je prikazan na sliki 5.7. Zaustavitveni kriterij je bil nastavljen na $RMS = 10^{-6}$ in je bil dosežen po 46 iteracijah. Enak zaustavitveni kriterij je bil uporabljen pri vseh ostalih simulacijah.



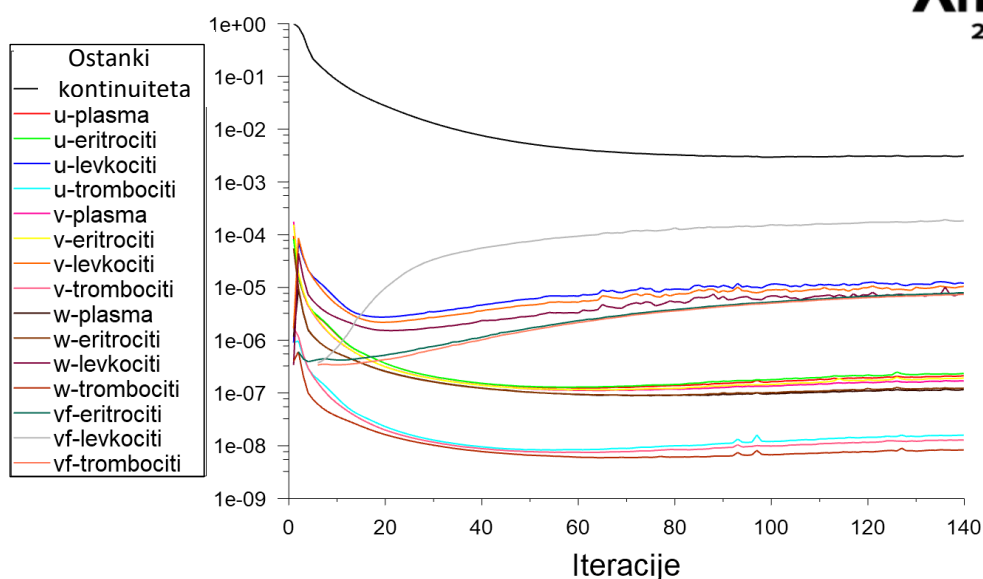
Slika 5.7: Graf konvergence enofaznega toka newtonske tekočine

Graf konvergence za primer enofaznega toka z nenewtonskim modelom je prikazan na sliki 5.8. Zaustavitveni kriterij je bil dosežen po 56 iteracijah.

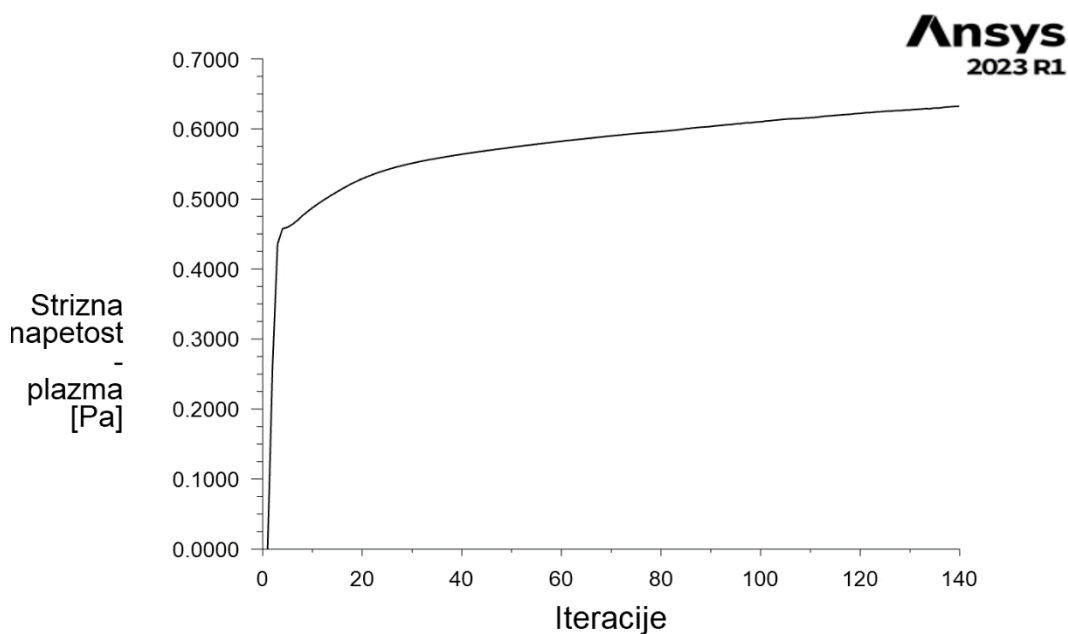


Slika 5.8: Graf konvergence enofaznega toka nenewtonskega modela

Graf konvergence za primer večfaznega toka je prikazan na sliki 5.9. Zaustavitveni kriterij v tem primeru ni bil dosežen, vendar so se ostanki, predvsem kontinuiteta, ustalili. Tako je bilo izvedenih 140 iteracij. V tem primeru smo tudi spremljali povprečno vrednost strižne napetosti zaradi plazme, ki je prikazana na sliki 5.10.



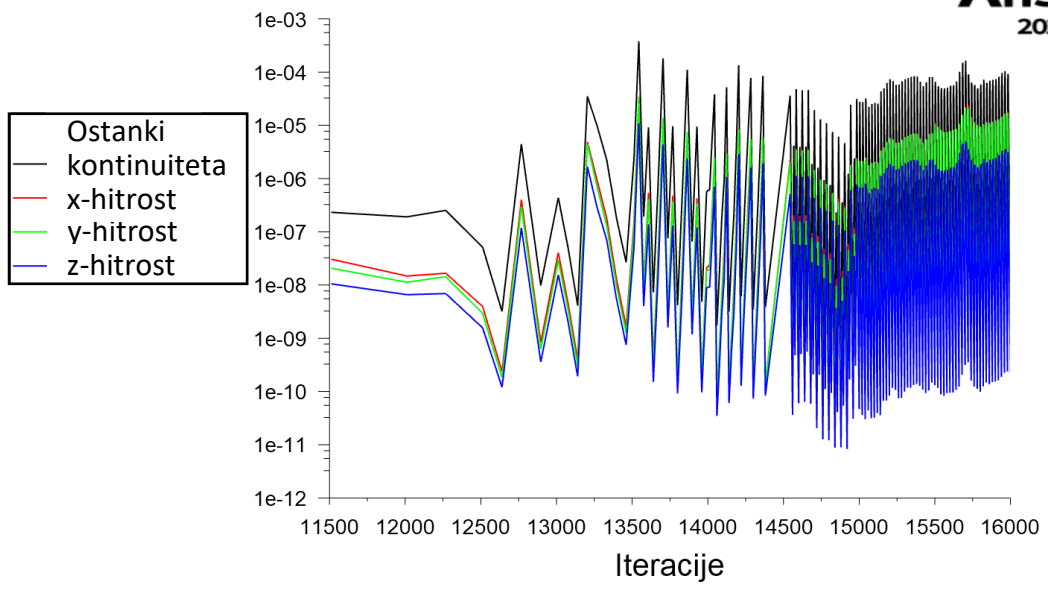
Slika 5.9: Graf konvergence večfaznega toka



Slika 5.10: Povprečna vrednost strižne napetosti zaradi plazme

Kot je razvidno iz slike 5.10, se vrednost plazme ne ustali, vendar se z vsako iteracijo poveča za manjšo vrednost. Iz tega lahko sklepamo, da rešitev konvergira.

Graf konvergence za časovno odvisno simulacijo je prikazan na sliki 5.11. Prikazane so iteracije od 11500 do 16000, ki je bila tudi zadnja iteracija. Za zagotovitev konvergence se je v vsakem časovnem koraku izračunalo 20 iteracij.



Slika 5.11: Graf konvergence časovno odvisne simulacije

6 ANALIZA REZULTATOV

Kot je bilo omenjeno v poglavju 2.2, bo opazovana in analizirana predvsem strižna napetost na steni žile in opornice. Prikazane bodo konture strižnih napetosti ter iz teh kontur izračunani deleži površine, kjer je strižna napetost manj kot 0,5 Pa, tako kot so to storili avtorji *Chiastra et al.* [9] in *Chen et al.* [19]. V večfaznem modelu bo dodatno prikazana še prostorska porazdelitev faz.

Rezultati so bili obdelani v programu CFD Post, saj ta omogoča analizo več rešitev hkrati.

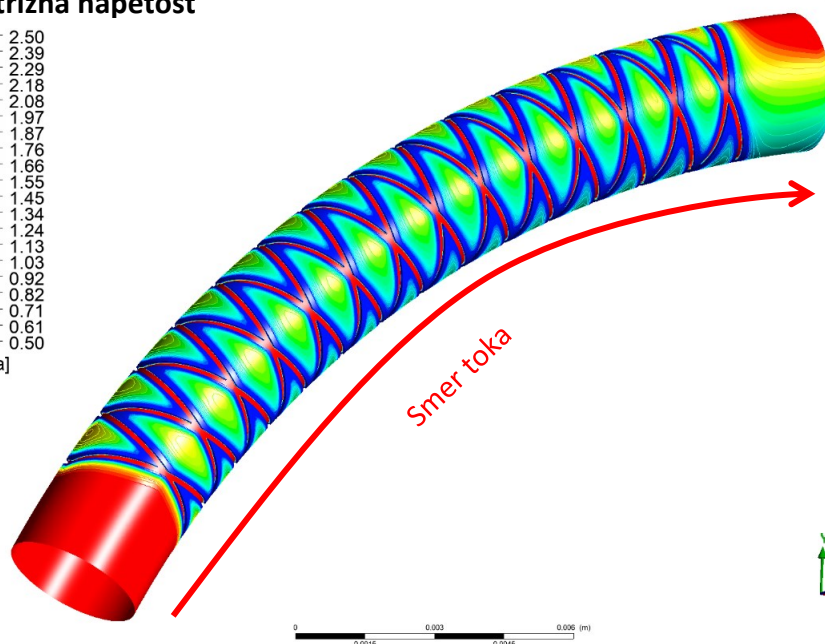
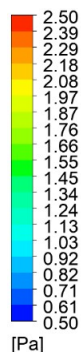
6.1 Stacionarna simulacija

6.1.1 Newtonski model

Strižna napetost

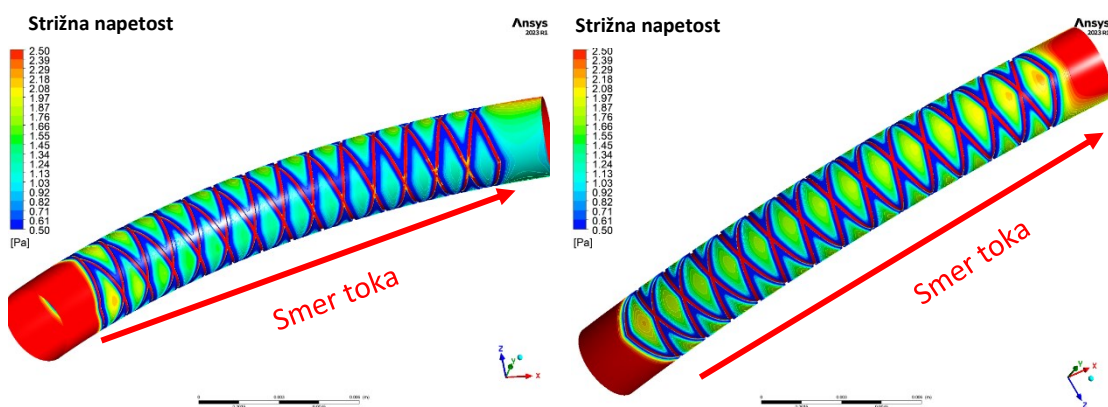
Na sliki 6.1 je prikazana porazdelitev strižne napetosti na steni žile in opornice pri newtonskem modelu enofazne tekočine v mejah od 0,5 do 2,5 Pa, saj smo v ugotovili, da sta ti dve vrednosti ključnega pomena. Opazimo, da je strižna napetost med opornicami manjša, na samih stenah opornice pa večja. Razlika je tudi med zunanjo stranjo in notranjo stranjo žile.

Strižna napetost



Slika 6.1: Porazdelitev strižnih napetosti na steni žile newtonskega modela tekočine

Na sliki 6.2 je razvidna razlika med zunanjo stranjo in notranjo stranjo stene žile. Ta je posledica prisotnega hitrostnega polja, prikazanega na sliki 6.3, ki pa se razvije zaradi ukrivljenosti žile.

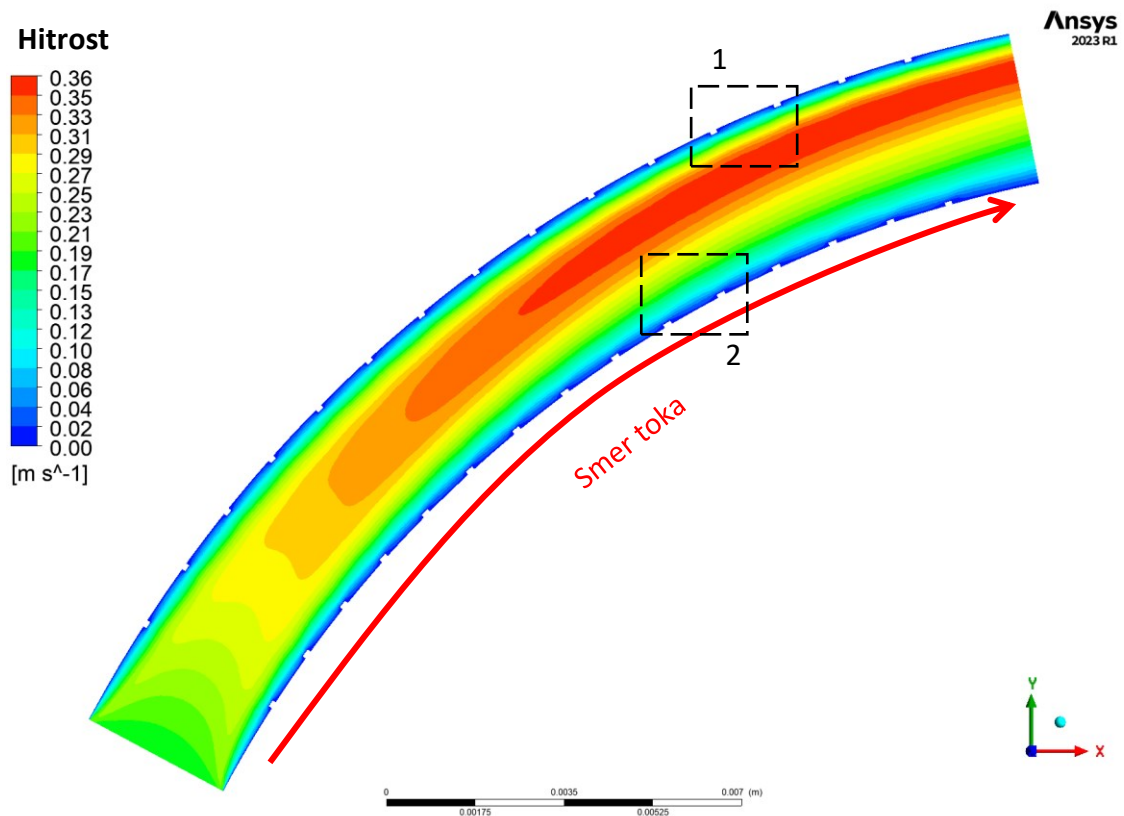


Slika 6.2: Porazdelitev strižnih napetosti na notranji strani (levo) in zunanji strani (desno) žile newtonskega modela tekočine

Z uporabo funkcije Iso-clip lahko izračunamo delež površine stene žile in opornice, kjer je vrednost strižne napetosti manjša od 0,5 Pa. V tem primeru ta znaša 24,79 %.

Hitrostno polje

Iz hitrostnega polja, ki je prikazano na sliki 6.3, je razvidno, da ima hitrost na vstopu parabolichen profil, vendar se ta popači zaradi ukrivljenosti žile. Posledica tega je večja hitrost na zunanji strani žile, medtem ko je na notranji strani žile večje območje nižje hitrosti, kar je razvidno iz večjega deleža modre barve na notranji strani kot na zunanji strani žile. Na stenah pa je hitrost 0 zaradi brezdrsnega robnega pogoja.

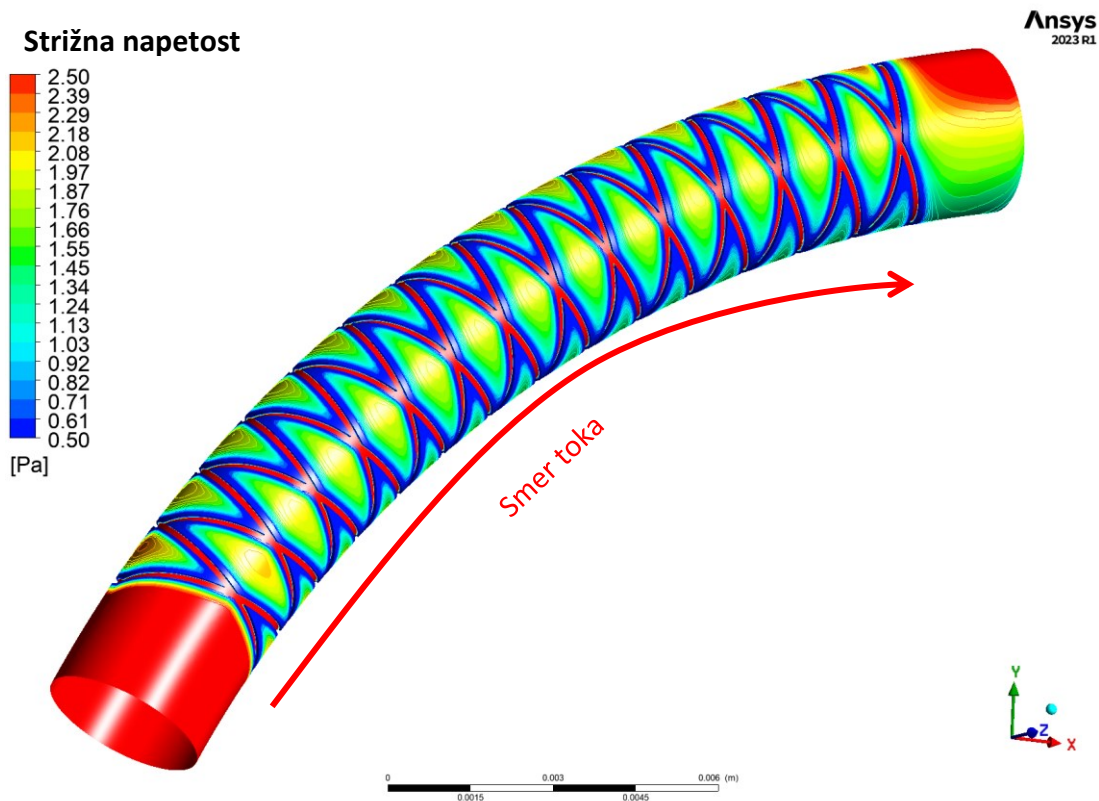


Slika 6.3: Hitrostno polje newtonskega modela

6.1.2 Nenevtonski model

Strižna napetost

Na sliki 6.4 je prikazana porazdelitev strižnih napetosti na steni žile in opornice pri nenevtonskem modelu enofazne tekočine. Tako kot pri newtonskem modelu je strižna napetost med opornicami in na notranji strani stene manjša, na zunanji strani pa večja.



Slika 6.4: Porazdelitev strižnih napetosti na steni žile nenevtonskega modela tekočine

Tudi v tem primeru je razlika med notranjo in zunanjo stranjo stene posledica hitrostnega polja. Med newtonskim in nenevtonskim modelom tekočine ni bistvenih razlik med hitrostnim poljem in s tem med strižno napetostjo. V tem primeru znaša delež površine, kjer je strižna napetost manjša od 0,5 Pa, 22,39 %.

6.1.3 Večfazni model

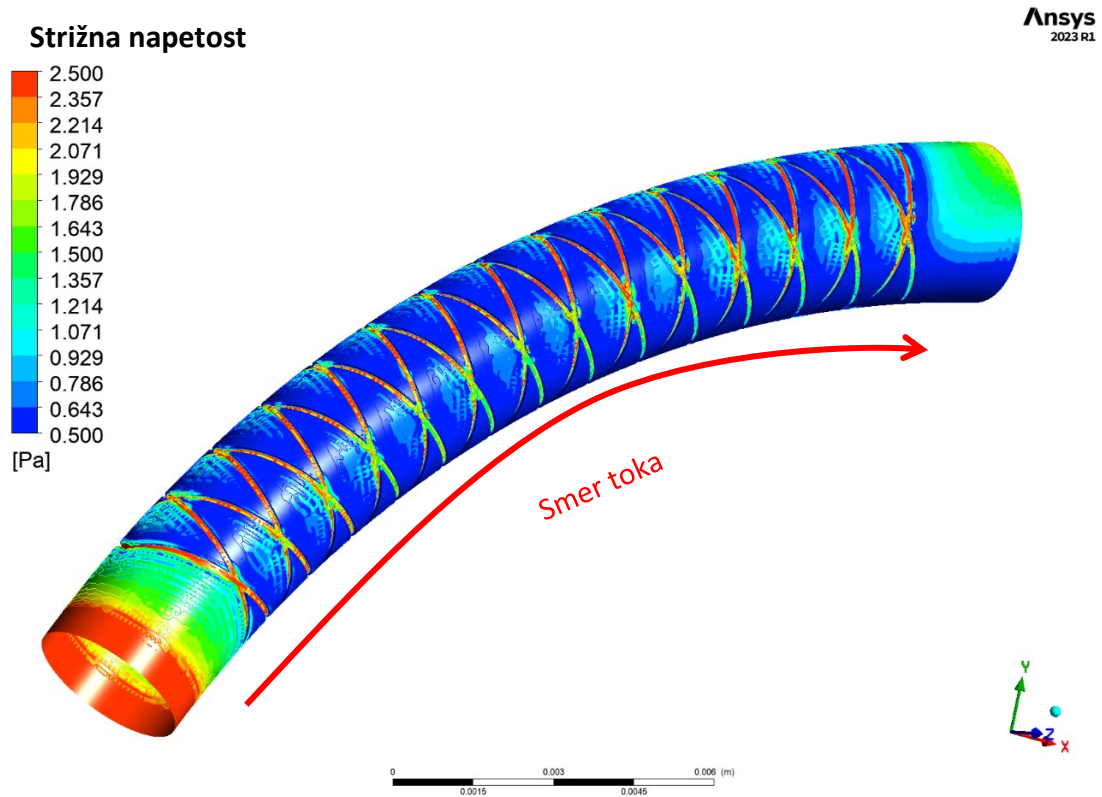
Strižna napetost

V primeru večfaznega toka se v Euler-Euler modelu strižna napetost računa za vsako fazo posebej. Zato je potrebno definirati novo spremenljivko, ki sešteva strižne napetosti faz. Za ta namen je bila uporabljena enačba

$$\tau = \tau_{plazma} + \tau_{eritrociti} + \tau_{levkociti} + \tau_{trombociti} \quad (6.1)$$

Na sliki 6.5 je prikazana porazdelitev strižne napetosti na steni žile. Opazimo, da je strižna napetost med opornicami nižja, na površini same opornice pa višja. Opazimo

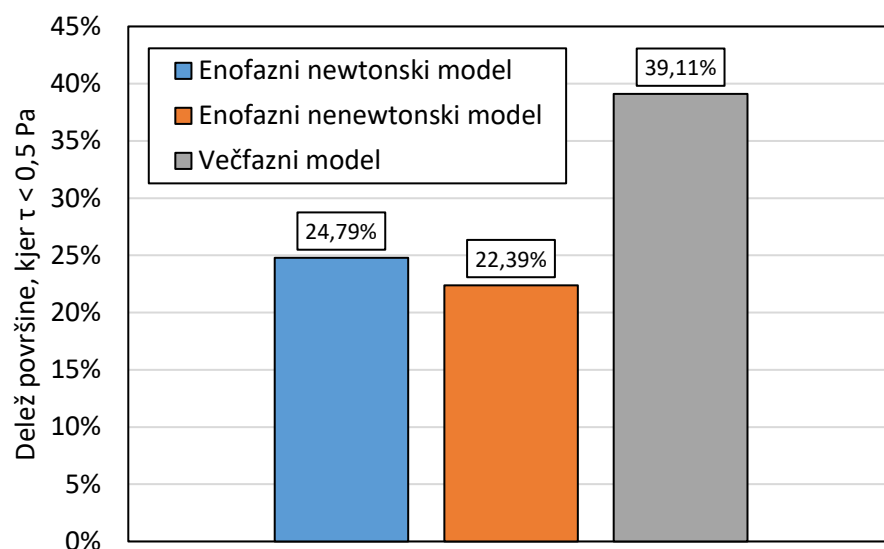
tudi, da je na zunanji strani stene žile strižna napetost večja kot na notranji. To je opazno predvsem na izstopu.



Slika 6.5: Porazdelitev strižnih napetosti na steni žile večfaznega modela

V hitrostnem profilu med fazami ni bistvenih razlik, prav tako ni razlik v hitrostnem polju in strižno napetostjo v primerjavi z newtonskim in neneutronskim modelom.

V tem primeru znaša delež površine stene, kjer je strižna napetost manjša od 0,5 Pa, 39,11 %. Rezultati deležev med posameznimi modeli so zbrani in prikazani na sliki 6.6.

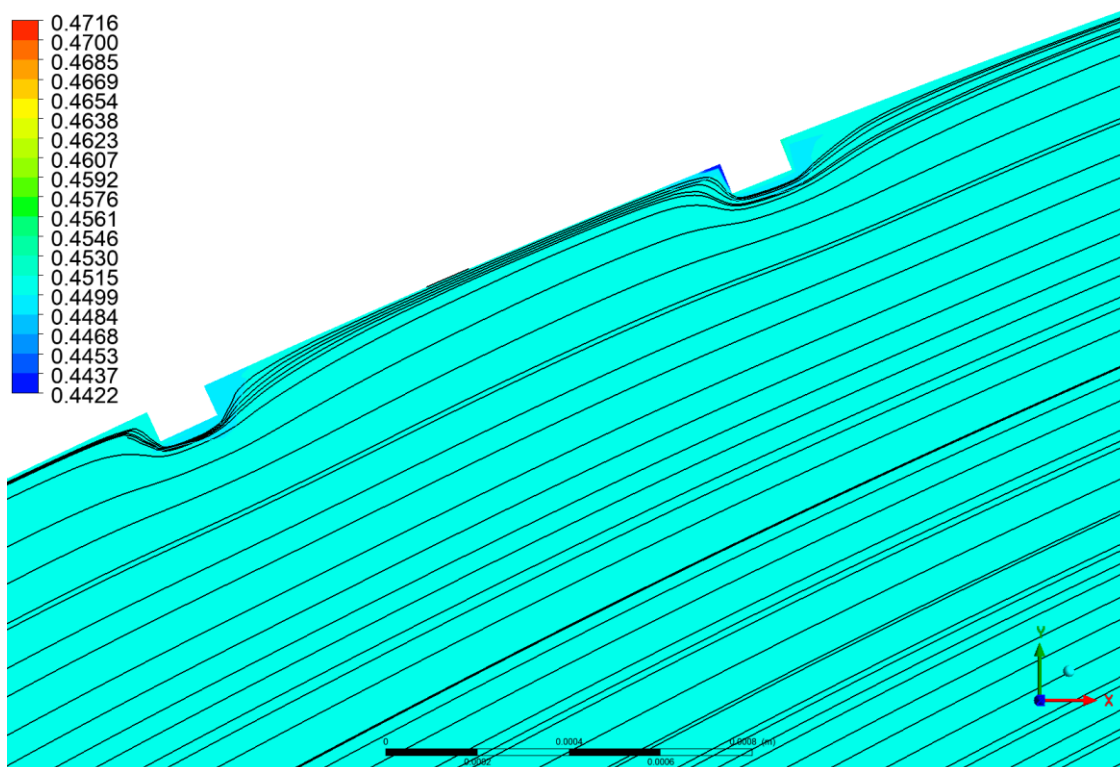


Slika 6.6: Primerjava deležev med modeli

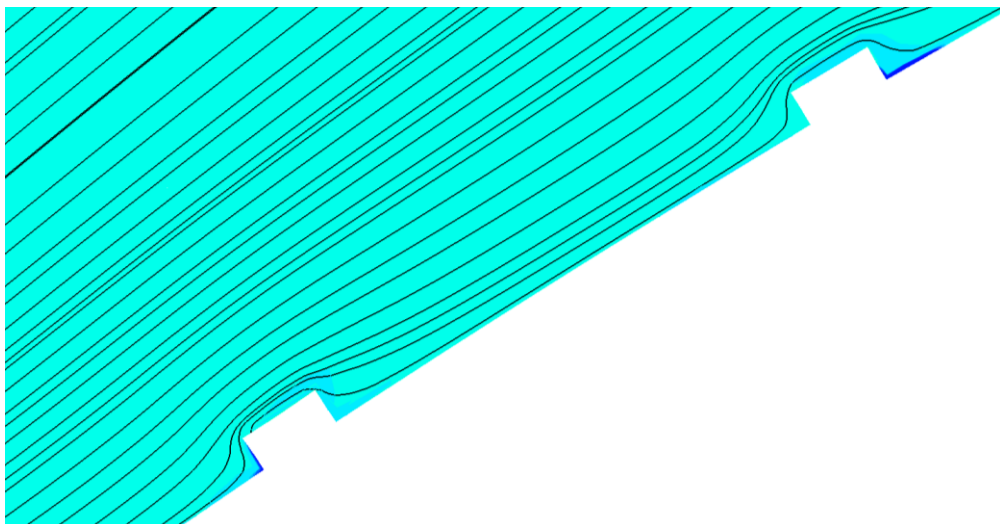
Volumska porazdelitev faz

Pomembnejše razlike v volumski porazdelitvi so se pojavile v bližini opornic. Kraj zajema slik je prikazan na sliki 6.3 z oštevilčenima kvadratoma. Za lažjo predstavo vrtnčenja so bile dodane tokovnice ustrezne faze. Na slikah 6.7 in 6.8 je razvidno, da se eritrociti na zunanji strani stene žile zadržujejo za opornico, na notranji strani pa je za opornico manjši delež eritrocitov. Iz tokovnic lahko sklepamo, da je vrtnčenje bolj intenzivno na zunanji strani stene, saj je tudi tam večja hitrost toka, kot je prikazano na sliki 6.3.

Volumski delež - eritrociti



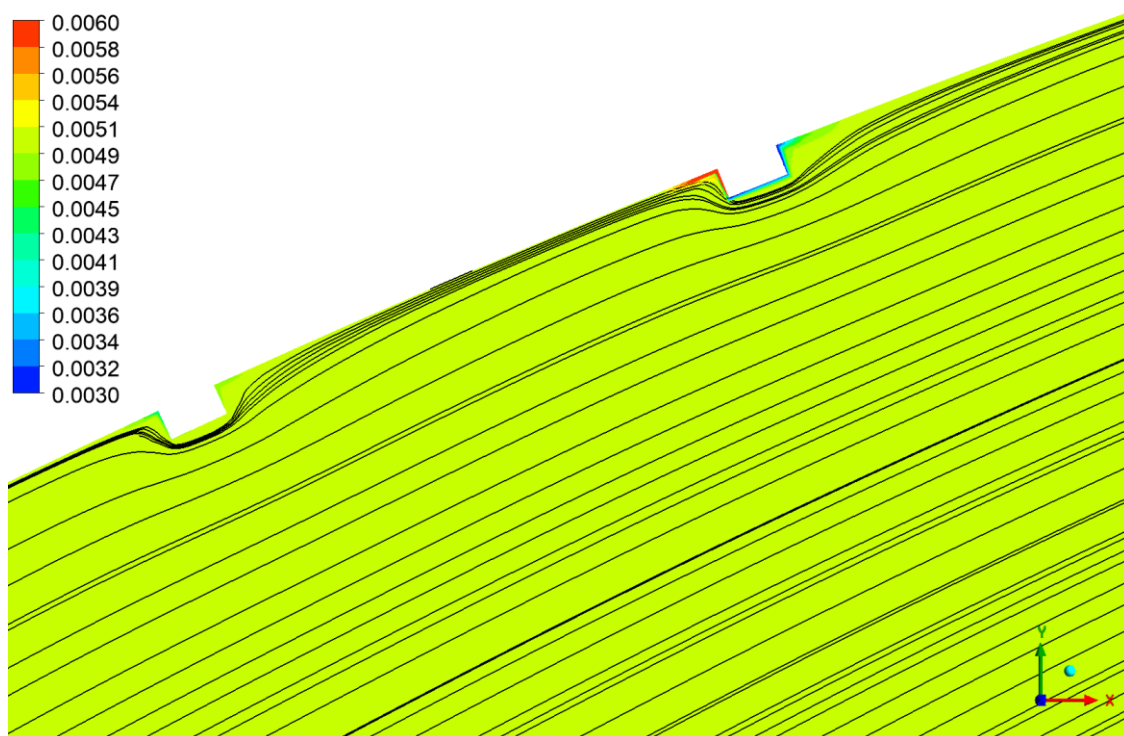
Slika 6.7: Volumska porazdelitev eritrocitov na zunanji strani stene



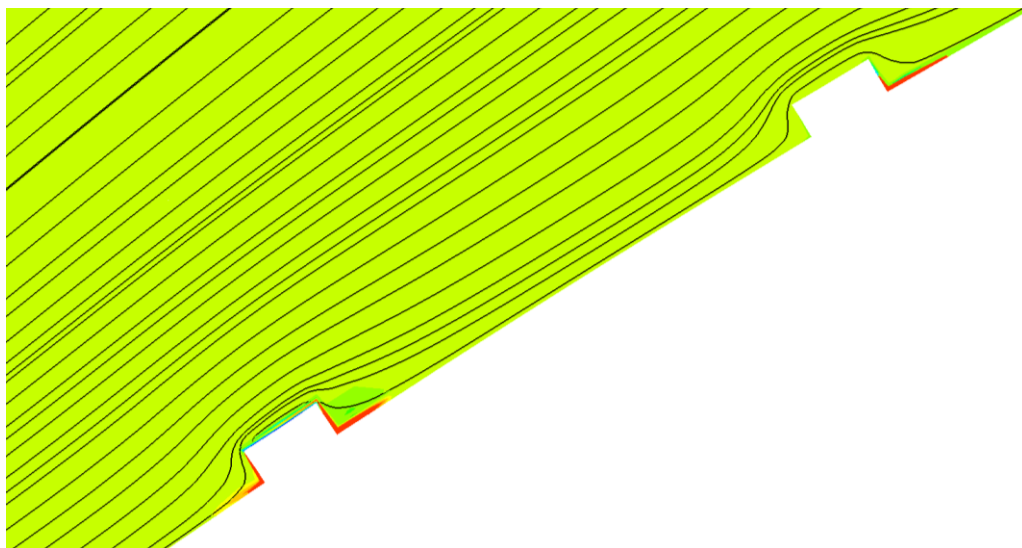
Slika 6.8: Volumska porazdelitev eritrocitov na notranji strani stene

Na slikah 6.9 in 6.10 je razvidno, da se trombociti na zunanji strani stene zadržujejo pred opornico, medtem ko se na spodnji strani stene zadržujejo pred in za opornico.

Volumski delež - trombociti



Slika 6.9: Volumska porazdelitev trombocitov na zunanji strani stene



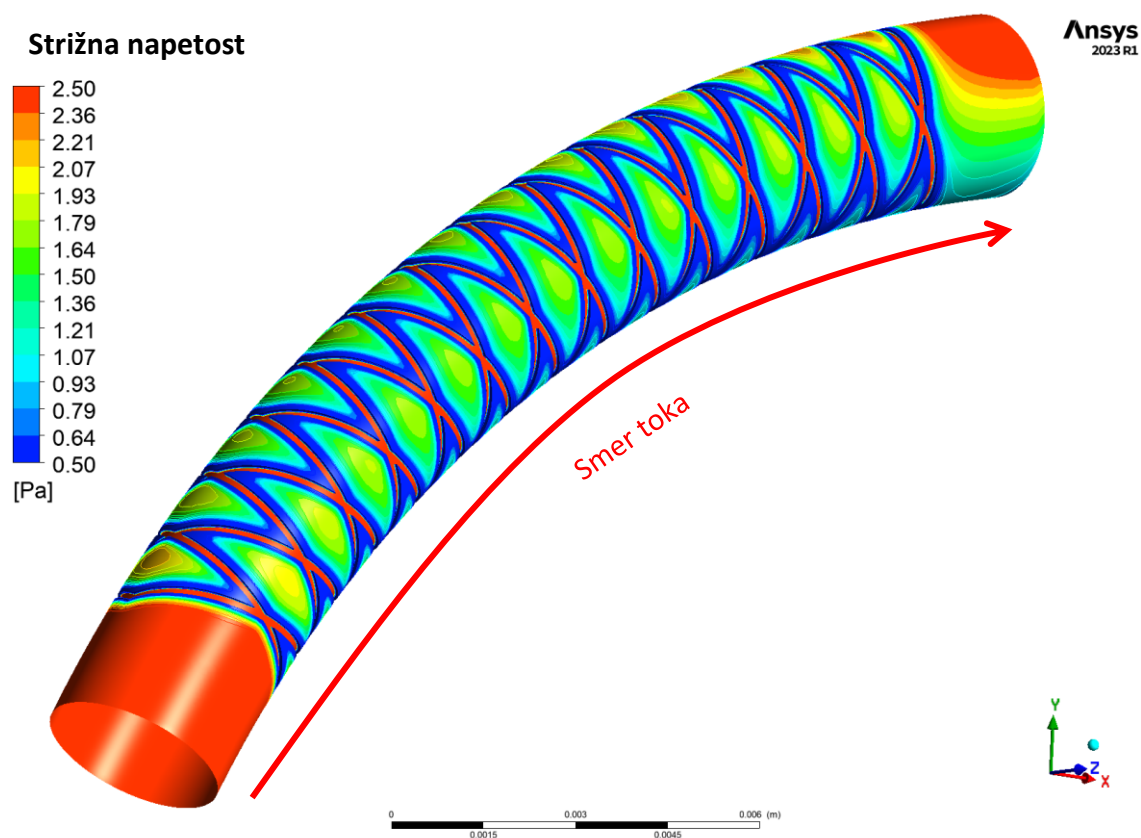
Slika 6.10: Volumska porazdelitev trombocitov na notranji strani stene

Slike porazdelitve plazme ter levkocitov ne bodo prikazane, saj so faze med seboj povezane. Plazma se je zadrževala tam, kjer je bil primanjkljaj eritrocitov na zunanji in notranji strani žile. Enako se je izkazalo za levkocite.

6.2 Časovno odvisna simulacija

Strižna napetost

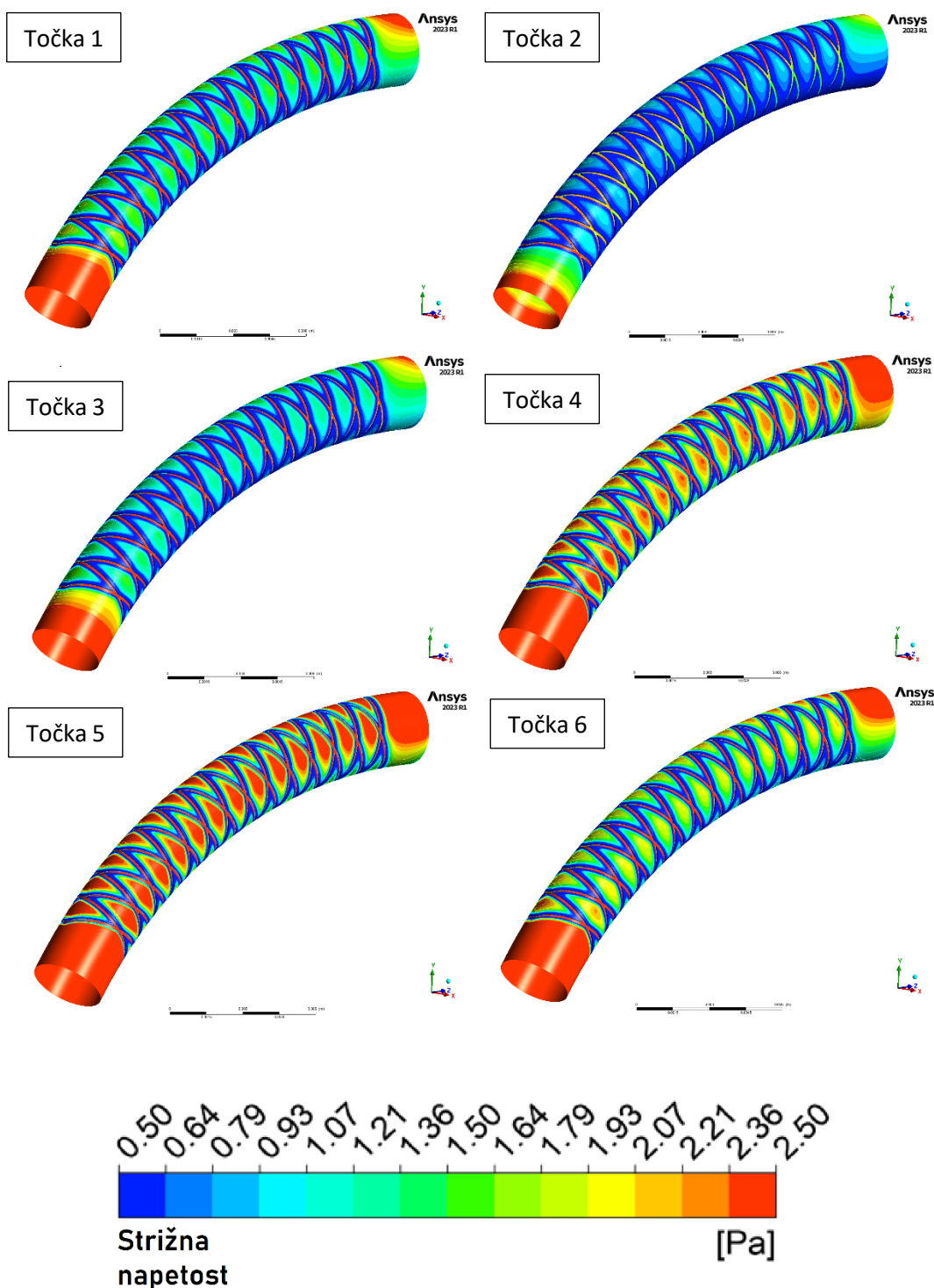
Na sliki 6.11 je prikazana porazdelitev strižnih napetosti na steni žile in opornice v točki 6, saj je v tej točki hitrost na vstopu 1,84 m/s, torej enaka kot v časovno neodvisnih simulacijah. Razmere so v tej točki enake kot v prejšnjih simulacijah, zato slike niso prikazane iz drugih pogledov.



Slika 6.11: Porazdelitev strižnih napetosti na steni žile v časovno odvisni simulaciji (točka 6)

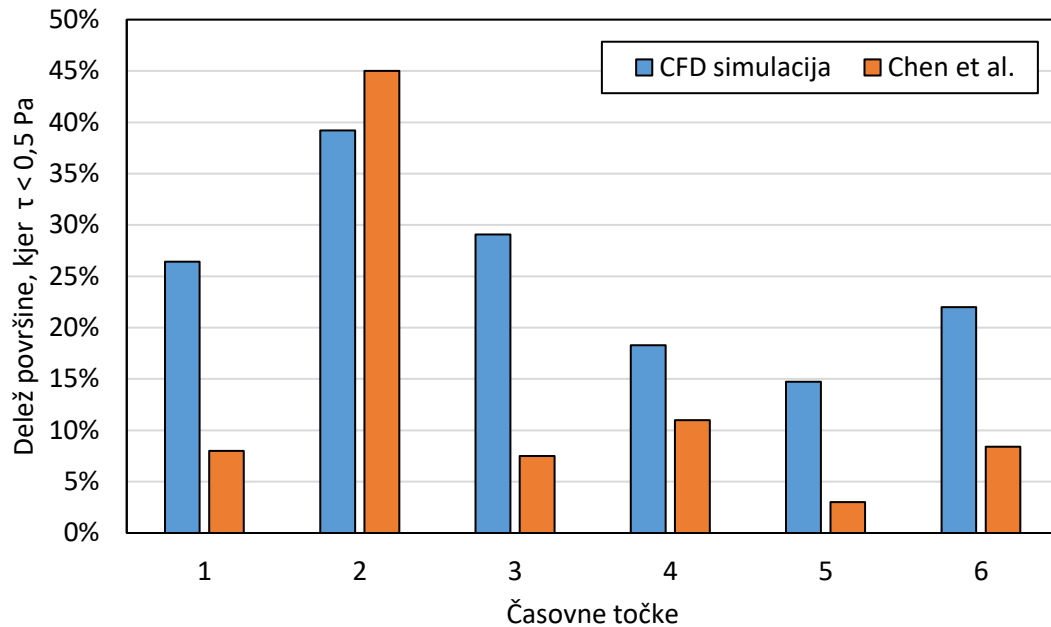
Porazdelitve strižnih napetosti v točkah od 1 do 6 so prikazane na sliki 6.12, kjer so vidne jasne razlike v porazdelitvi strižnih napetosti. To je posledica hitrostnega profila prikazanega na sliki 5.6. Točka 1 prikazuje začetek srčnega utripa, kjer je hitrost manjša od povprečne hitrosti tekom cikla, zato so vrednosti strižne napetosti nižje. Temu sledi točka 2, kjer je najnižja hitrost v profilu. Temu primerno so tudi nizke vrednosti strižne napetosti, saj je hitrost tudi nizka. V točki 3 je nato situacija podobna kot v točki 1. Nato

sledi točka 4, kjer hitrost toka pospešuje. Z višjimi hitrostmi toka se ustrezno povečajo strižne napetosti na steni žile. Te se povečujejo vse do točke 5, ki predstavlja najvišjo hitrost v profilu. Tukaj je opazno, da so vrednosti strižne hitrosti najvišje. Tok krvi se nato začne upočasnjevati skozi točko 6, ki predstavlja povprečno hitrost toka v srčnem ciklu.



Slika 6.12: Porazdelitev strižnih napetosti na steni žile v časovno odvisni simulaciji

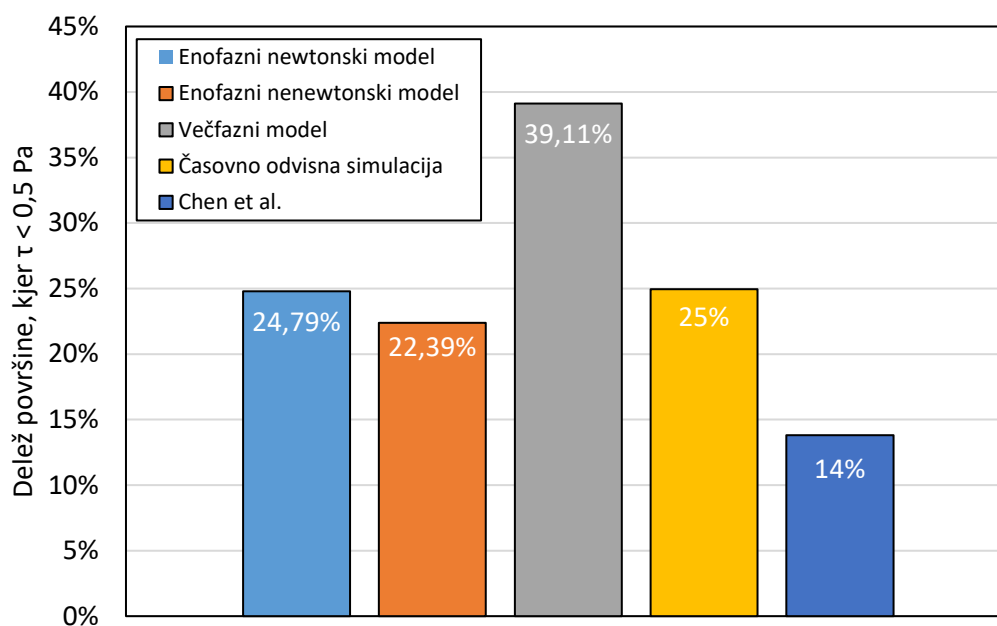
Na sliki 6.13 je prikazana primerjava deleža površine, kjer je strižna napetost manj kot 0,5 Pa, v časovnih točkah 1 do 6 z rezultati članka *Chen et al.* [19]. Rezultati so si najbolj podobni v točki 2, v drugih pa pride do odstopanja. Razlogi za to so lahko v razliki v geometriji, računski mreži, časovnemu koraku in uporabljenem modelu tekočine.



Slika 6.13: Primerjava rezultatov časovno odvisne simulacije z avtorji [19]

Avtorji članka [19] so uporabili newtonski model tekočine in časovni korak $5 \cdot 10^{-4}$ s. Prav tako so uporabljali računske mreže, ki so imele od 39 do 73 milijonov tetraedričnih elementov. Kljub temu so dobljeni rezultati primerljivi, saj sledijo vzorcu spreminjanja. Kjer je hitrost velika, je delež majhne strižne napetosti manjši in tam, kjer je hitrost nižja, je delež majhne strižne napetosti večji.

Za končno primerjavo lahko dobljene rezultate povprečimo in dodamo v graf, ki je prikazan na sliki 6.14.



Slika 6.14: Primerjava deležev med modeli 2

Kot je razvidno, so dobljeni rezultati časovno odvisne simulacije zelo podobni rezultatom časovno neodvisne simulacije enofaznega sistema. Večja razlika je med rezultati večfaznega modela. Kot je bilo omenjeno, so dobljene razlike verjetno zaradi razlike v gostoti uporabljenih mrež ter v konvergenci rezultatov. Večfazni model bi prav tako bilo potrebno uporabiti tudi v časovno odvisni simulaciji, s tem bi se najbolj približali realnim razmeram v žili. Vendar zaradi kompleksnosti reševanja in s tem ustrezno dolgimi računskimi časi to ni bilo storjeno. Za ustrezno validacijo dobljenih rezultatov pa bi le-te bilo potrebno primerjati z eksperimentalno pridobljenimi rezultati.

7 ZAKLJUČEK

V delu je bilo predstavljenih več možnih pristopov modeliranja toka krvi, v ospredju je bil večfazni pristop Euler-Euler. Tako kot drugi avtorji na tem področju smo analizirali predvsem strižno napetost na steni žile, saj je ta veličina zelo pomembna v razvoju in napredku ateroskleroze.

Opazili smo vpliv na tokovne razmere krvi zaradi žilne opornice, predvsem njen vpliv na porazdelitev strižne napetosti. V neposredni bližini opornice je strižna napetost manjša, dlje od opornice pa se strižna napetost ustalila na normalne vrednosti, to so med 0,5 in 2,5 Pa. Medtem pa nismo opazili večjih območjih recirkulacij, ki bi lahko povzročale krvne strdke. Enofazna modela časovno neodvisne in odvisne simulacije sta dala rezultate, ki se ujemajo s člankom [19], medtem ko so rezultati večfaznega modela bistveno odstopali od ostalih, kar je dokaz kompleksnosti modela in težavnosti njegove ustrezne nastavitve.

Kadar obravnavamo tok krvi skozi žile velikostnega reda milimetra, tako kot je bilo to storjeno v našem primeru, je enofazni pristop bolj učinkovit, saj druge komponente krvi nimajo bistvenega vpliva na tokovne razmere in dobimo bolj natančne rezultate na stenah žile. Prav tako so računski časi veliko krajši.

Sklepamo, da je bolj pomembno upoštevati dejstvo, da je tok krvi pulzirajoč, zato je potrebno uporabiti časovno odvisno simulacijo in pri tem upoštevati nelinearne lastnosti krvi z uporabo ustreznega modela.

Tako smo dokazali vpliv žilne opornice na tokovne razmere in opazovali dogajanje delcev v krvi in s tem pomembnost računalniške dinamike tekočin v medicini, saj lahko enostavno spremenimo robne pogoje in definicije faz oziroma modelov, s tem prilagodimo numerični model na posameznega pacienta, za katerega nas skrbi vpliv žilne opornice na potek ateroskleroze.

Za nadaljnje delo bi bilo potrebno večfazni model uporabiti v časovno odvisni simulaciji. Pri tem bi zgostili računski mrežo ter uporabili manjši časovni korak. Prav tako bi lahko uporabili drugačne modele interakcije med fazami, kot sta sila upora in vzgona, morda

bi bilo potrebno dodati interakcije med fazami ali izbrati drugačne nastavitve reševanja enačb. Smiselno bi bilo tudi pridobiti realnejšo geometrijo žile in opornice s pomočjo 3D-skenerja, s čimer bi ujeli nepravilnosti stene žile, in pri tem upoštevati premikanje stene žile tekom srčnega cikla.

8 VIRI

- [1] Iljaž, J., Modeliranje toka krvi, Maribor, september 2009.
- [2] Chaichana, T., Sun, Z., Jewkes, J., Computational Fluid Dynamics Analysis of the Effect of Plaques in the Left Coronary Artery, *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, let. 2012, št. 1, str. 9, februar 2012.
- [3] John Hopkins Medicine [splet], Dosegljivo: <https://www.hopkinsmedicine.org/health/treatment-tests-and-therapies/angioplasty-and-stent-placement-for-the-heart> [Datum dostopa: 10. 8. 2023].
- [4] Bessonov, N., Sequeira, A., Simakov, S., Vassilevskii, Y., Volpert, V., Methods of Blood Flow Modelling, *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*, let. 11, št. 1, str. 1–25, december 2015.
- [5] Pass my exams [splet], Dosegljivo: <http://www.passmyexams.co.uk/GCSE/biology/cardiovascular-system.html> [Datum dostopa: 10. 8. 2023].
- [6] Cleveland Clinic [splet], Dosegljivo: <https://my.clevelandclinic.org/health/diagnostics/17683-hematocrit> [Datum dostopa: 10. 8. 2023].
Medical labs [splet], Dosegljivo: <http://www.medical-labs.net/rouleaux-formation-blood-smear-60/> [Datum dostopa: 10. 8. 2023].
- [7] Johnston, B., M., Johnston, P., R., Corney, S., Kilpatrick, D., Non-Newtonian blood flow in human right coronary arteries: steady state simulations, *Journal of Biomechanics*, let. 37, št. 5, str. 709–720, maj 2004.
- [8] Chiastra, C., Morlacchi, S., Gallo, D., Morbiducci, U., Cárdenes, R., Larrabide, I., Migliavacca, F., Computational fluid dynamic simulations of image-based stented coronary bifurcation models, *Journal of the royal society Interface*, let. 10, št. 84, julij 2013.
- [9] Beier, S., Orminston, J., Webster, M., Cater, J., Norris, S., Medrano-Garcia, P., Young, A., Cowan, B., Hemodynamics in Idealized Stented Coronary Arteries: Important Stent Design Considerations, *Annals of Biomedical Engineering*, let. 44, št. 2, str. 315–329, februar 2016.
- [10] *Ansys Fluent Theory Guide 2022 R2*, julij 2022.
- [11] Zhou, Y., Lee, C., Wang, J., The Computational Fluid Dynamics Analyses on Hemodynamic Characteristics in Stenosed Arterial Models, *Journal of Healthcare Engineering*, let. 2018, str. 6, marec 2018.
- [12] Crowe, C.T., *Multiphase Flow Handbook*, Mechanical and Aerospace Engineering Series, ZDA: CRC Press, 2005.
- [13] Ranade, V.V., *Computational Flow Modeling For Chemical Reactor Engineering*, Process Systems Engineering Series, št. 5, Stephanopoulos G., Perkins J., ZDA: Academic Press, 2002.
- [14] Jung, J., Hassasanein, A., Three-phase CFD analytical modeling of blood flow, *Medical Engineering & Physics*, let. 30, št. 1, str. 91–103, januar 2008.

- [15] Corash, L., Tan, H., Gralnick, H., R., Heterogeneity of Human Whole Blood Platelet Subpopulations. I. Relationship Between Bouyant Density, Cell Volume, and Ultrastructure, *Blood*, let. 49, št. 1, str. 71–87, januar 1977.
- [16] Késmárky, G., Kenyeres, P., Rábai, M., Tóth, K., Plasma viscosity: A forgotten variable, *Clinical Hemorheology and Microcirculation*, let. 39, št. 1, str. 243–246, junij 2007.
- [17] Yilmaz, F., Gundogdu, M., Y., Analysis of conventional drag and lift models for multiphase CFD modeling of blood flow, *Korea-Australia Rheology Journal*, let. 21, št. 3, str. 161–173, september 2009.
- [18] Chen, W., X., Poon, E., K., W., Huntchins, N., Thondapu, V., Barlis, P., Ooi, A., Computational fluid dynamics study of common stent models inside idealised curved coronary arteries, *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, let. 20, št. 6, str. 671–681, februar 2017.
- [19] J. Puhar, J. Stropnik, *Krautov strojniški priročnik*, 16. izdaja. Ljubljana: Buča 2017.