

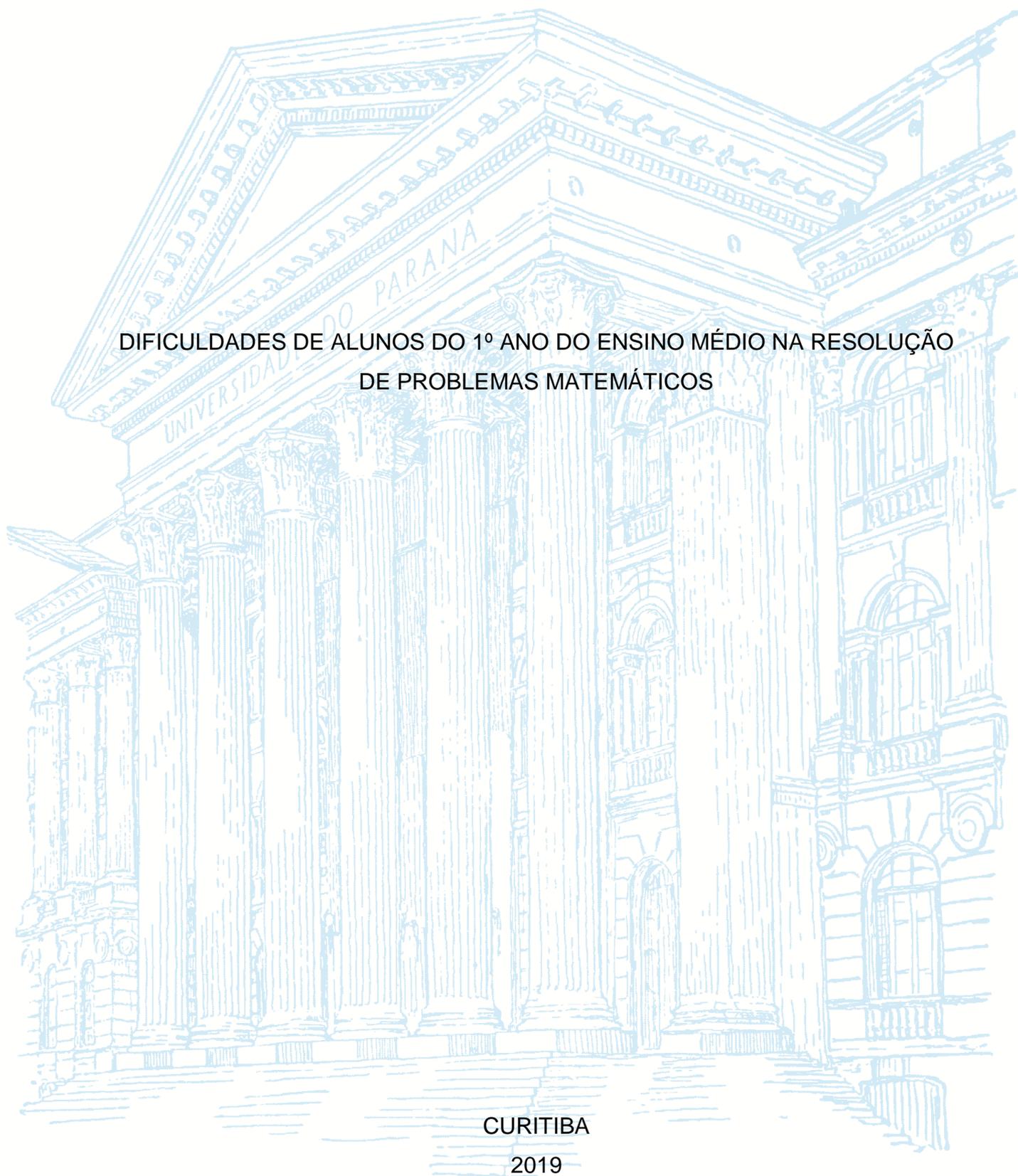
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

LETÍCIA FERREIRA GOMES

DIFICULDADES DE ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO NA RESOLUÇÃO  
DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

CURITIBA

2019



LETÍCIA FERREIRA GOMES

DIFICULDADES DE ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO NA RESOLUÇÃO  
DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
como requisito parcial para conclusão do Curso de  
Licenciatura em Matemática, Setor de Ciências  
Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Tania T. Bruns Zimer

CURITIBA

2019



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS  
COORDENAÇÃO DO CURSO DE MATEMÁTICA

## ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

No dia 13 de dezembro de 2019, na sala 07, Prédio Teixeira Soares, campus Rebouças Universidade Federal do Paraná, foi instalada pela Professora Tania Teresinha Bruns Zimer, a Banca Examinadora para o Trabalho de Conclusão de Curso do curso de graduação em Matemática da UFPR. Estiveram presentes ao Ato, professores alunos e visitantes. A banca examinadora foi constituída pelas professoras: Neila Tonin Agranionih, do Departamento de Teoria e Prática de Ensino da UFPR; e Tania Teresinha Bruns Zimer, orientador(a) da monografia a quem coube a presidência dos trabalhos. Às 17h horas, a banca iniciou seus trabalhos, convidando a aluna Leticia Ferreira Gomes a fazer a apresentação da monografia intitulada "Dificuldade de alunos do 1º. Ano do Ensino Médio na resolução de problemas matemáticos". Encerrada a apresentação, iniciou-se a fase de arguição pelos membros participantes. Após a arguição, a banca com pelo menos 02 (dois) membros reuniu-se para a apreciação do desempenho do estudante. Tendo em vista a monografia e a arguição, os membros presentes da banca decidiram por sua aprovação (aprovação/reprovação), com nota 100.

Curitiba, 13 de dezembro de 2019.

Prof.ª Dr.ª Tania T. Bruns Zimer  
Presidente

Prof.ª Dr.ª Neila Tonin Agranionih  
Titular

Ao meu pai, José Ferreira Gomes, e à minha mãe, Inês G. Gomes,  
por todo amor e apoio que me deram.

## **AGRADECIMENTOS**

Durante quatro anos passei grande parte dos meus dias na Universidade, buscando aprender mais sobre Matemática e Educação Matemática, para, enfim, realizar o meu sonho de ser professora.

Agradeço a Deus pela oportunidade que tive de estudar algo que sempre gostei, e que descobri que é ainda mais incrível do que imaginava, por ter me trazido alegria após uma semana cansativa de estudos e ter me dado forças todos os dias para continuar e não desistir quando estudar teoria de grupos parecia impossível.

Agradeço imensamente a minha família, em especial os meus pais, José e Inês, e a minha irmã, Gabrielly, que sempre me apoiaram em tudo e torceram juntamente comigo. Sei que a alegria de se formar não é só minha, mas muito mais deles.

As pessoas que conheci durante a graduação, em especial ao Vinicius Medeiros Prantl dos Santos, que estiveram comigo durante todos esses anos trazendo alegria aos meus dias e compartilhando dos mesmos sentimentos frente às disciplinas cursadas.

Tive a oportunidade de fazer parte de um grupo chamado Jesus na UFPR, onde pessoas de diferentes cursos e denominações se reuniam para espalhar o Amor na faculdade. Agradeço grandemente a cada um desse grupo, pois através de suas vidas minha graduação foi ainda mais incrível.

Ao PET Matemática que me deu a oportunidade de aprender muito mais do que o previsto no currículo do curso, além de me proporcionar grandes amigos.

Aos professores, em especial ao professor José Carlos Corrêa Eidam, que me incentivaram e me inspiraram a ser como eles.

As minhas orientadoras, Neila Tonin Agranionih e Tania Teresinha Bruns Zimer, que eu tive a grande honra de conhecer, pois são mulheres nas quais me inspiro muito e que acreditam grandemente no meu potencial, de modo que sou imensamente grata.

Minha sincera gratidão a todos aqueles que estiveram me apoiando, me animando e torcendo por mim durante esses anos e contribuíram direta ou indiretamente para que esse sonho se tornasse realidade.

“Tudo o que fizerem, façam de todo o coração, como para o Senhor, e não para as pessoas.” – Colossenses 3:23

## RESUMO

Esta pesquisa teve o objetivo de identificar dificuldades de alunos do 1º ano do Ensino Médio, num colégio estadual de Curitiba, diante da resolução de problemas matemáticos envolvendo o conteúdo de funções do primeiro grau. O estudo trata de uma pesquisa de campo, realizada sob o contexto do estágio supervisionado obrigatório, que envolveu a observação participante em cinco turmas do 1º ano do Ensino Médio num colégio estadual de Curitiba, e contou com a aplicação de um teste contendo quatro problemas sobre função do primeiro grau para 25 alunos de uma dessas turmas. Seguindo as etapas de Polya (1995) foram desenvolvidos os seguintes critérios para analisar os desempenhos dos alunos: correto, parcialmente correto, errado, inconsistente e não fez, de modo que, por exemplo, a resolução foi considerada correta se foi possível perceber que ele compreendeu corretamente o problema (etapa 1), estabeleceu um plano coerente com o que estava proposto (etapa 2) e executou corretamente esse plano (etapa 3). Após a atribuição do desempenho para cada uma das soluções foi feita uma análise dentro das dificuldades presentes em cada uma das etapas. Através dessa análise foi constatada que a maior dificuldade dos alunos está relacionada com a assimilação do conceito de função.

Palavras-chave: Dificuldades de aprendizagem. Resolução de problemas. Função do primeiro grau.

## **ABSTRACT**

The objective of this research is to identify difficulties of high school first year students, from a state school in Curitiba, facing mathematical problems involving functions of first degree functions. This is a field research conducted in the supervised internship that involved the observation in five classes of high school first year students, from a state school in Curitiba, included the application of a test containing four problems about first degree functions applied to 25 students in this class. Following the steps of Polya (1995) criteria were developed to analyze student performance: correct, partially correct, wrong, inconsistent and blank. For example, the resolution was considered correct if it could be seen that he correctly understood the problem (step 1), established a plan consistent with what was proposed (step 2) and correctly executed that plan (step 3). After assigning the performance for each of the solutions, an analysis was made within the difficulties present in each of the steps. Through this analysis it was found that the difficulty of the students is related to the assimilation of the concept of function.

**Keywords:** Learning difficulties. Problem solving. First degree function.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1, LETRA A, DO ALUNO A5 .....	28
FIGURA 2 - SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1, LETRA A, DO ALUNO A7 .....	29
FIGURA 3 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1, LETRA A, DO ALUNO A17 .....	29
FIGURA 4 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1, LETRA B, DO ALUNO A23 .....	31
FIGURA 5 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1, LETRA C, DO ALUNO A23 .....	33
FIGURA 6 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1, LETRA C, DO ALUNO A5 .....	33
FIGURA 7 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1, LETRA C, DO ALUNO A14 .....	34
FIGURA 8 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 2, LETRA A, DO ALUNO A20 .....	37
FIGURA 9 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 2, LETRA A, DO ALUNO A4 .....	37
FIGURA 10 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 3, LETRA A, DO ALUNO A7 .....	38
FIGURA 11 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 2, LETRA A, DO ALUNO A16 .....	39
FIGURA 12 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 2, LETRA B, DO ALUNO A17 .....	40
FIGURA 13 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 3, LETRA A, DO ALUNO A7 .....	44
FIGURA 14 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 3, LETRA A, DO ALUNO A16 .....	44
FIGURA 15 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 3, LETRA A, DO ALUNO A8 .....	45
FIGURA 16 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 3, LETRA A, DO ALUNO A4 .....	47
FIGURA 17 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 4, DO ALUNO A23 .....	49
FIGURA 18 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 4, DO ALUNO A2 .....	50

## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 – RESULTADOS DO PROBLEMA 1, LETRA A.....	28
GRÁFICO 2 – RESULTADOS DO PROBLEMA 1, LETRA B.....	30
GRÁFICO 3 – RESULTADOS DO PROBLEMA 1, LETRA C.....	32
GRÁFICO 4 – RESULTADOS DO PROBLEMA 2, LETRA A.....	36
GRÁFICO 5 – RESULTADOS DO PROBLEMA 2, LETRA B.....	39
GRÁFICO 6 – RESULTADOS DO PROBLEMA 3, LETRA A.....	43
GRÁFICO 7 – RESULTADOS DO PROBLEMA 3, LETRA B.....	46
GRÁFICO 8 – RESULTADOS DO PROBLEMA 4.....	49

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – ETAPAS DE POLYA E DIFICULDADES .....	20
QUADRO 2 – CRITÉRIOS DE CORREÇÃO.....	24
QUADRO 3 – PROBLEMA 1 DO TESTE APLICADO .....	26
QUADRO 4 – DESEMPENHO DOS ALUNOS NO PROBLEMA 1.....	26
QUADRO 5 – PROBLEMA 2 DO TESTE APLICADO .....	34
QUADRO 6 – DESEMPENHO DOS ALUNOS NO PROBLEMA 2.....	35
QUADRO 7 – PROBLEMA 3 DO TESTE APLICADO .....	41
QUADRO 8 – DESEMPENHO DOS ALUNOS NO PROBLEMA 3.....	41
QUADRO 9 – PROBLEMA 4 DO TESTE APLICADO .....	47
QUADRO 10 – DESEMPENHO DOS ALUNOS NO PROBLEMA 4.....	47
QUADRO 11 – RESULTADOS DOS DESEMPENHOS .....	51

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>14</b>
2.1 O QUE É UM PROBLEMA? .....	14
2.2 COMO RESOLVER UM PROBLEMA? .....	15
2.3 DIFICULDADES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	18
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	<b>21</b>
<b>4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS</b> .....	<b>24</b>
4.1 ANÁLISE DO PROBLEMA 1 .....	25
4.1.1 Letra A.....	27
4.1.2 Letra B.....	30
4.1.3 Letra C.....	31
4.2 ANÁLISE DO PROBLEMA 2 .....	34
4.2.1 Letra A.....	36
4.2.2 Letra B.....	39
4.3 ANÁLISE DO PROBLEMA 3 .....	41
4.3.1 Letra A.....	42
4.3.2 Letra B.....	45
4.4 ANÁLISE DO PROBLEMA 4 .....	47
<b>5 DISCUSSÃO SOBRE OS RESULTADOS</b> .....	<b>51</b>
5.1 DIFICULDADES NA COMPREENSÃO DO PROBLEMA.....	51
5.2 DIFICULDADES EM ESTABELEECER UM PLANO .....	52
5.3 DIFICULDADES EM EXECUTAR O PLANO .....	53
5.4 DIFICULDADES EM FAZER O RETROSPECTO .....	54
<b>6 CONCLUSÃO</b> .....	<b>55</b>
6.1 CONCLUSÃO DA ANÁLISE.....	55
6.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	55
<b>7 REFERÊNCIAS</b> .....	<b>57</b>
<b>APÊNDICE 1 – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO</b> .....	<b>58</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A matemática é uma das disciplinas que a maioria das pessoas considera difícil e até dizem que é uma ciência para poucos. A maneira negativa que as pessoas enxergam os erros e as dificuldades encontradas em problemas matemáticos são algumas das grandes responsáveis por essa aversão à disciplina.

É comum o aluno ter uma visão negativa de suas dificuldades e erros, enxergando-os como obstáculos e resultados de sua incapacidade ou da falta de genialidade, gerando a ideia de que a matemática é uma disciplina para aqueles que possuem o “dom”.

As respostas dos alunos informam muito sobre como o aluno está pensando, dessa forma as mesmas podem indicar um caminho para o professor seguir, de modo a melhorar sua didática e ajudar os alunos a vencer suas dificuldades. Se as resoluções dos problemas matemáticos forem corretamente analisadas será possível identificar quais são as maiores dificuldades dos alunos e reverter a ideia de que a matemática é uma matéria excludente, mostrando que mesmo apresentando dificuldades é possível superá-las e resolver os problemas matemáticos.

A partir dessas considerações surgiu o interesse de descobrir quais são as dificuldades mais recorrentes que os alunos apresentam durante a resolução de problemas matemáticos.

Durante o contato com a sala de aula através do estágio supervisionado obrigatório, realizado na disciplina de Prática de Docência em Matemática, ofertada ao curso de Matemática, cujo acompanhamento ocorreu em cinco turmas de 1º ano do Ensino Médio em um Colégio Estadual de Curitiba, foi observado que, diante de problemas matemáticos propostos, uma grande parcela dos alunos apresentava dificuldades durante a resolução, e muitas das vezes apresentavam as mesmas dificuldades em diferentes problemas.

Diante desse cenário, e do que foi dito anteriormente, tem-se como objetivo analisar as resoluções dos alunos de 1º ano do Ensino Médio e identificar quais são as dificuldades que os mesmos apresentam diante da resolução de problemas matemáticos. Como o conteúdo tratado durante o ano letivo nas turmas observadas no estágio ficou restrito ao ensino de funções, têm-se que os problemas analisados neste trabalho possuem como conteúdo central o tema de funções, mais

especificamente funções do primeiro grau, que foi o assunto abordado no primeiro semestre letivo.

Portanto o objetivo central do trabalho é identificar quais são as dificuldades de alunos do 1º ano do Ensino Médio, num colégio estadual de Curitiba, diante da resolução de problemas matemáticos envolvendo o conteúdo de funções do primeiro grau.

Utilizando como instrumentos de investigação a aplicação de um teste em uma turma de 1º ano do Ensino Médio e o diário de bordo, o presente trabalho irá analisar cada uma das resoluções dos alunos, através de critérios que relacionam as quatro etapas de Polya (1995), e identificar quais são as dificuldades apresentadas.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para saber quais são as dificuldades que os alunos apresentam durante a resolução de problemas matemáticos, questionamentos surgem com o intuito de responder a pergunta principal do trabalho. São eles:

- O que é um problema?
- Como resolver um problema?
- Quais podem ser as dificuldades na resolução de problemas?

Para responder tais questionamentos serão tidas como base as principais ideias de teóricos como Dante (2009), Onuchic e Allevato (2011) e Polya (1995), para definir um problema, determinar como se resolve o mesmo e as dificuldades que podem surgir durante a resolução de problemas.

### 2.1 O QUE É UM PROBLEMA?

Dante (2009, p. 11) diz que “o que é um problema para alguns pode não ser para outros, ou o que é um problema num determinado contexto pode não ser em outro”, isso porque “um problema matemático é uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução.” (LESTER, 1982, apud DANTE, 2009, p. 12).

Há muitas concepções diferentes de problemas. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997, p. 33) um problema é “uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la”.

Para Onuchic e Allevato (2011, p. 81), problema “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer”. Para Van de Walle (2001, citado apud ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, p. 81), “um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual não se tem métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta”.

Como é possível perceber, de forma geral, um problema é algo que causa curiosidade e interesse, de modo que, a princípio, não se sabe como resolver, causando, assim, motivação para alcançar sua solução.

Segundo Dante (2009) um bom problema deve ser desafiador, real, do interesse do aluno, o elemento desconhecido deve ser realmente desconhecido, não consistir na aplicação evidente e direta do que está no enunciado e ter um nível adequado de dificuldade.

Além disso, o mesmo autor classifica os problemas em seis categorias (2009), sendo elas:

- a) Exercícios de reconhecimento: tem como objetivo fazer com que os estudantes reconheçam ou se recordem de conceitos, definições e propriedades já estudadas;
- b) Exercícios de algoritmos: são resolvidos através de um passo a passo, pedem a aplicação de um algoritmo para atingir a solução. São utilizados, na maioria das vezes, como forma de treinar habilidades. Geralmente são problemas do tipo “calcule”;
- c) Problemas-padrão: tem como objetivo transformar a linguagem usual em linguagem matemática, pois a solução está contida no enunciado, e podem ser resolvidos a partir da aplicação de um ou mais algoritmos;
- d) Problemas-processo ou heurísticos: as informações não estão explicitamente no enunciado. É necessário que o estudante pense e crie estratégias para solucionar o mesmo;
- e) Problemas de aplicação: retratam situações do dia a dia, podem ser chamados de situações-problema contextualizadas. Exigem do estudante pesquisa e planejamento para executar suas ideias;
- f) Problemas de quebra-cabeça: constituem a chamada matemática recreativa, pois exigem “truques” para resolver.

Também é possível criar outros tipos de categorias para os problemas, tais como: exercícios, problemas de fixação, problemas abertos, problemas fechados, problemas rotineiros e não rotineiros, desafios, problemas sem solução, problemas com mais de uma solução, problemas com excesso de dados, problemas de lógica, entre outros, onde, para cada um deles, é necessário um tipo de estratégia diferente. Todavia o trabalho irá se limitar apenas à classificação de Dante (2009), conforme apresentado anteriormente.

## 2.2 COMO RESOLVER UM PROBLEMA?

A resolução de problemas serve como um incentivo para que o aluno desenvolva seu raciocínio e suas estratégias, pense em possibilidades e caminhos que seriam possíveis para solucionar o problema e desenvolva seu pensamento lógico.

Todavia, como mencionado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997),

Os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos. A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. (BRASIL, 1997, p. 32).

Nas salas de aula tem se tornado cada vez mais comum o uso de exercícios para aplicação de algoritmos. Os estudantes se utilizam da memorização dos conteúdos para resolvê-los, tornando-se, assim, algo mecânico, não precisando utilizar nenhuma estratégia diferente da vista em sala de aula. Dessa forma, quando se deparam com problemas sofrem dificuldade e, imediatamente, dizem que não conseguem resolver. É necessário levar em conta que

A Resolução de Problemas [...] pressupõe aulas de Matemática com professores e alunos envolvidos em comunidades de aprendizagem, desempenhando diferentes papéis e responsabilidades, visando a promover uma aprendizagem mais significativa. (MORAIS; ONUCHIC, 2014, p. 17).

Cabe ao professor, então, motivá-los através da aplicação de problemas, pois a maneira de se resolver um problema é tendo a oportunidade e o interesse de resolver o mesmo.

Além disso, quando o professor resolve um problema em aula, deve dramatizar um pouco as suas ideias e fazer a si próprio as mesmas indagações que utiliza para ajudar os alunos. Graças a esta orientação, o estudante acabará por descobrir o uso correto das indagações e sugestões e, ao fazê-lo, adquirirá algo mais importante do que o simples conhecimento de um fato matemático qualquer. (POLYA, 1995, p. 3).

Dessa forma é possível perceber a importância do papel do professor para criar um ambiente onde o aluno esteja inserido e possa ser incentivado a colocar

suas estratégias em prática na tentativa de resolver um problema, sendo que tudo deve ser feito em equilíbrio, ou seja,

O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. (POLYA, 1995, p. 1).

Para um trabalho desenvolvido em sala de aula é indicado, por Onuchic e Allevato (2011), que as atividades sejam organizadas em dez fases, são elas: (1) proposição do problema (um problema inicial, proposto pelo professor ou pelos alunos); (2) leitura individual do problema (uma ação do aluno, onde lhe é permitido refletir a cerca do problema e criar suas próprias estratégias); (3) leitura em conjunto (formam-se pequenos grupos para discutirem a respeito do problema, possibilitando a troca de informações); (4) resolução do problema (os alunos tentam resolver o problema inicial); (5) observar e incentivar (trabalho do professor enquanto os alunos tentam resolver o problema); (6) registro das resoluções na lousa; (7) plenária (os alunos e o professor, em conjunto, analisam e discutem a respeito de cada uma das soluções, tentando chegar a um acordo sobre a resposta final); (8) busca do consenso; (9) formalização do conteúdo (o professor registra a solução formal, apresentando os conceitos e as propriedades trabalhadas); (10) proposição e resolução de novos problemas.

As fases propostas por Onuchic e Allevato (2011) contemplam um cenário desenvolvido em equipe na sala de aula. Isto é, há uma troca de ideias e informações entre os alunos, e uma reflexão em conjunto a respeito da resolução do problema. Esse trabalho, contudo, seguirá as ideias de Polya (1995) de como resolver um problema, tendo em vista que a atividade proposta será desenvolvida de forma individual.

George Polya (1995) é considerado o pai da resolução de problemas. Ele classifica quatro etapas para resolver um problema, são elas:

- **1ª etapa – Compreender o problema:** isto é, ler atentamente e responder perguntas como: quais são os dados? Qual é a incógnita? O que se procura no problema?
- **2ª etapa – Estabelecer um plano:** nesse momento se faz uma ligação entre os dados do problema e as incógnitas, projetando perguntas como: você já

resolveu algum problema semelhante? Lembra-se de algum problema que poderia ser útil?

- **3ª etapa – Executar o plano:** verifica-se o plano que foi estabelecido, aplicando cada um dos passos determinados.
- **4ª etapa – Fazer o retrospecto:** ou seja, nesse momento se faz a verificação, analisando a solução obtida.

### 2.3 DIFICULDADES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Como dito anteriormente, é comum, ao exigir dos alunos para resolverem um problema, ouvir de imediato que eles não sabem resolver. Essa resposta dada pelos mesmos pode ser o resultado da falta de oportunidades para desenvolver sua criatividade e estratégia, pois é comum nas aulas de matemática exercícios nos quais os alunos pensam sempre de forma automática, reproduzindo, muita das vezes sem nem entender o porquê, o que o professor fez num exercício semelhante. Dessa forma, irão enfrentar dificuldades durante a resolução de problemas.

Dentro das etapas propostas por Polya os alunos podem apresentar dificuldades. No caso da primeira etapa “acontecerá o pior se o estudante atirar-se a fazer cálculos e traçar figuras sem ter compreendido o problema.” (POLYA, 1995, p. 4). Polya diz que:

É uma tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida. É triste trabalhar para um fim que não se deseja. Estas coisas tolas e tristes fazem-se muitas vezes, mas cabe ao professor evitar que elas ocorram nas suas aulas. O aluno precisa compreender o problema, mas não só isto: deve também desejar resolvê-lo. [...] O problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante, e certo tempo deve ser dedicado a uma apresentação natural e interessante. (POLYA, 1995, p. 4).

As dificuldades que podem surgir nessa etapa abrangem questões como entender o enunciado do problema, no quesito de ler e interpretar a situação, identificando o que se deve fazer, qual é a incógnita e quais são os dados do problema, além de assimilar os conceitos trabalhados no problema. Tal ideia é bem retratada por Smole e Diniz (2001), onde dizem que

A dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender textos de problemas estão, entre outros fatores, ligada à ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo no qual os problemas de matemática geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da matemática que, portanto, não fazem parte do cotidiano do aluno e até mesmo palavras que têm significados diferentes na matemática e fora dela – total, diferença, ímpar, média, volume, produto – podem constituir-se em obstáculos para que ocorra a compreensão. (SMOLE, DINIZ, 2001, p. 72).

Dentro da segunda etapa de Polya, depois de ler e entender o problema, deve se obter um plano. Segundo Polya,

Temos um plano quando conhecemos, pelo menos de um modo geral, quais as contas, os cálculos ou os desenhos que precisamos executar para obter a incógnita. Um caminho que vai desde a compreensão do problema até o estabelecimento de um plano, pode ser longo e tortuoso. Realmente, o principal feito na resolução de um problema é a concepção da ideia de um plano. (POLYA, 1995, p. 5).

Portanto, essa é a etapa chave para a resolução do problema e que irá exigir mais do aluno. A principal dificuldade que pode surgir nessa etapa é estabelecer uma conexão entre os dados do problema e a incógnita, e, como Polya também diz,

A dificuldade está em que, geralmente, há problemas demais que estão, de maneira ou de outra, relacionados com o nosso, isto é, que tem com este algum ponto em comum. Como, então, escolher aquele, ou os poucos, que realmente são úteis? (POLYA, 1995, p. 6).

Ou seja, ao tentar estabelecer uma conexão entre os dados do problema e a incógnita será necessário avaliar, dentre os conhecimentos já adquiridos e experiências anteriores, aqueles que melhor se aproximam do problema em questão, de forma a não se distanciar do problema original.

Conceber um plano, a ideia da resolução, não é fácil. Para conseguir isso é preciso, além de conhecimentos anteriores, de bons hábitos mentais e de concentração no objetivo, mais uma coisa: boa sorte. Executar o plano é muito mais fácil; paciência é o de que mais se precisa. (POLYA, 1995, p. 8).

Portanto, dentro da terceira etapa podem surgir dificuldades como, lidar com operações aritméticas, aplicar fórmulas, utilizar a notação adequada, entre outros semelhantes.

E, por fim, a última etapa, que é importante, pois “se fizerem um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o

caminho que levou até estes, eles poderão consolidar seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas.” (POLYA, 1995, p. 10).  
 Todavia é comum os alunos não realizarem essa etapa, de forma que, ao chegarem em um resultado não analisam se poderia ter outra forma de resolver ou se a maneira que pensaram foi consistente com o que se pedia.

De forma resumida, algumas das dificuldades que podem ser identificadas em cada etapa de Polya seguem no QUADRO 1 a seguir:

QUADRO 1 – ETAPAS DE POLYA E DIFICULDADES

ETAPA	DIFICULDADES
Compreender o problema	Interpretar a situação-problema; Identificar a incógnita do problema; Identificar os dados do problema; Assimilar os conceitos trabalhados no problema; Entre outras.
Estabelecer um plano	Estabelecer uma conexão entre os dados do problema e a incógnita; Encontrar um problema semelhante para relacionar com o problema original; Entre outras.
Executar o plano	Lidar com operações aritméticas; Aplicar fórmulas; Utilizar a notação adequada; Entre outras.
Fazer o retrospecto	Sentir a necessidade de analisar a resposta obtida; Buscar outros caminhos para ver se obtém a mesma solução; Entre outras.

FONTE: Criado pela autora a partir das ideias de Polya (1995).

### 3 METODOLOGIA

Como foi visto até aqui, o objetivo central deste trabalho é identificar as principais dificuldades de alunos do 1º ano do Ensino Médio num colégio estadual de Curitiba diante da resolução de problemas matemáticos envolvendo o conteúdo de funções do primeiro grau.

Este trabalho utiliza abordagens de natureza qualitativa, e trata-se de uma pesquisa de campo,

Ou seja, é aquela modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece e pode dar-se por amostragem, entrevista, observação participante, pesquisa-ação, aplicação de questionário, teste, entre outros. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 106).

Dessa forma é válido se utilizar de alguns instrumentos de investigação para a coleta de dados. É importante ressaltar que a escolha do colégio se deu devido ser o local onde o estágio supervisionado obrigatório aconteceu, realizado na disciplina de Prática de Docência em Matemática, ofertada ao curso de Matemática da Universidade Federal do Paraná, facilitando a coleta de dados pelo fácil acesso aos estudantes. Os instrumentos utilizados foram o diário de bordo e a aplicação de problemas matemáticos para uma das turmas.

O estágio teve a duração de dois semestres, portanto diversas observações foram constatadas ao longo das aulas. A observação participante ocorre “junto aos comportamentos naturais das pessoas quando essas estão conversando, ouvindo, trabalhando, estudando em classe, brincando, comendo” (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 107), isto é, é no cotidiano dos estudantes que foi possível detectar suas dúvidas e algumas de suas dificuldades mais frequentes e perceber em quais contextos elas apareciam. Tais observações ocorreram em cinco turmas de 1º ano do Ensino Médio do mesmo colégio.

O diário de bordo é “um dos instrumentos mais ricos de coleta de informações durante o trabalho de campo” (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 118). Nele foram feitas anotações em relação às observações constatadas em sala de aula e esse registro permitiu analisar cada situação considerada relevante e refletir dentro dessas situações quais as dificuldades apresentadas pelos alunos. A realização do diário de bordo se dava durante ou logo após as aulas.

Outro instrumento utilizado para a coleta de dados foi um teste, criado pela própria autora, composto por quatro problemas envolvendo o conteúdo de funções do primeiro grau e aplicado no primeiro semestre de aulas. Os problemas matemáticos foram aplicados para 25 alunos de uma das turmas do 1º ano. A escolha da turma foi realizada através de um sorteio.

A criação dos problemas foi feita de modo que exigisse dos estudantes uma “dose de iniciativa e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias” (DANTE, 2009, p. 48). Os problemas criados podem ser categorizados, segundo Dante (2009), como problemas processo ou heurísticos, pois

Não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução. (DANTE, 2009, p. 25).

De igual forma, a maioria dos problemas também retratam situações reais, ou seja, são situações-problemas, sendo assim, também podem ser categorizados, de acordo com o mesmo autor (2009), como problemas de aplicação.

Todos os problemas podem ser resolvidos através da utilização de uma função, mas também podem ser resolvidos através de outros métodos, como a construção de tabelas, gráficos, utilizando regra de três, fazendo operações, e assim por diante, a fim de explorar a criatividade dos alunos.

A seguir têm-se os quatro problemas que foram aplicados em uma das cinco turmas:

1) Observe o quadro de preços na compra de pastas de dente:

Quantidade de pasta de dente	Preço
1	R\$9,50
2	R\$19,00
...	...
10	R\$95,00

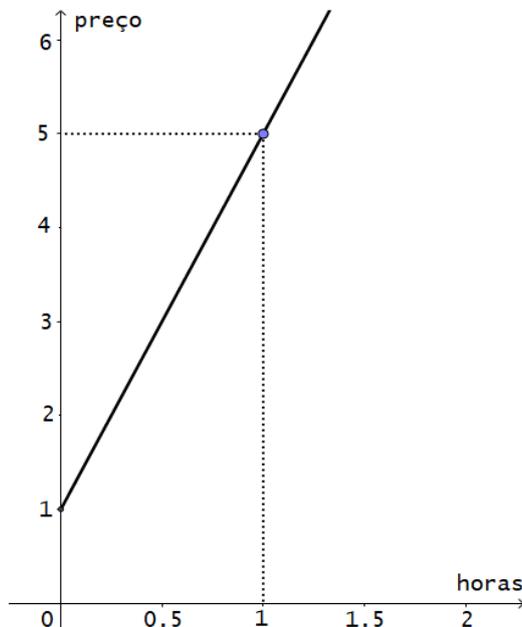
- a) Quanto você terá que pagar se comprar 23 pastas de dente?
- b) Qual a expressão matemática que relaciona a quantidade de pastas de dente com o preço?
- c) Se você tem R\$485,00, qual a quantidade máxima de pastas de dentes que você poderá comprar?

- 2) O corredor A calcula o seu caminho percorrido (em km) em função do tempo (em horas), através da função  $d(t) = 11t$ . O corredor B tem o seu caminho determinado pelo quadro abaixo:

km	12	24	36
hora	1	2	3

- a) Sabendo disso, se eles forem fazer uma maratona de 42 km, quem chegará primeiro? Justifique sua resposta.  
b) Qual será o tempo gasto de cada um para completar a maratona?

- 3) O gráfico abaixo representa o preço do aluguel de bicicletas pela quantidade de horas utilizadas:



Temos que é cobrada uma taxa obrigatória de R\$1,00 pelo uso do capacete.

- a) Se você utilizar uma bicicleta por 2 horas, quanto terá que pagar?  
b) Qual a função que representa esse gráfico?
- 4) No restaurante A, é cobrada uma taxa fixa para o garçom de R\$5,00, e a comida é cobrada por R\$43,00 o kg. No restaurante B, a taxa fixa do garçom é de R\$3,00, e a comida é R\$49,00 por kg. Qual o máximo de kg para que o restaurante A compense mais que o B?

Previamente foi analisado cada um dos problemas e projetadas possíveis soluções dentro de cada um deles, o intuito disso é tanto facilitar a correção dos mesmos quanto mapear as possíveis dificuldades dos alunos nas resoluções. No próximo capítulo serão apresentados os resultados de cada um dos problemas aplicados e antes de cada apresentação será exposta cada uma das possíveis soluções.

#### 4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Relembrando, o objetivo deste trabalho é identificar as dificuldades dos alunos durante a resolução de problemas. De forma mais específica, o objetivo é identificar as dificuldades de alunos do 1º ano do Ensino Médio, de um colégio estadual de Curitiba, na resolução de problemas matemáticos envolvendo o conteúdo de funções do primeiro grau.

Para analisar as soluções dos alunos foram criados critérios pela autora, com base nas etapas de Polya (1995) para resolver um problema, para classificar o desempenho dos alunos em relação a cada um dos problemas, sendo que é atribuído:

- **Correto:** se o aluno conseguiu concluir a etapa 1, 2 e 3 corretamente, isto é, é possível perceber que ele compreendeu o problema, estabeleceu um plano que converge para a resposta correta e executou corretamente esse plano;
- **Parcialmente correto:** se o aluno conclui corretamente a etapa 1 e 2, todavia ocorreu algum erro durante a etapa 3, de forma que não foi possível obter a resposta correta;
- **Errado:** se o aluno não estabeleceu corretamente um plano que converge para o resultado esperado, desviando do objetivo do problema;
- **Inconsistente:** se o aluno não concluiu a etapa 1 (compreender o problema), sendo que as soluções utilizaram raciocínios incabíveis ou apresentaram apenas a resposta final errada;
- **Não fez:** se o aluno deixou a questão em branco.

No QUADRO 2 é apresentado um resumo dos critérios de correção

QUADRO 2 – CRITÉRIOS DE CORREÇÃO

CRITÉRIOS	ETAPAS CONCLUÍDAS
Correto	1, 2 e 3
Parcialmente correto	1 e 2
Errado	1
Inconsistente ou não fez	Nenhuma etapa

FONTE: Da autora (2019).

Para cada problema será evidenciado o que se espera fazer em cada uma das etapas, como uma solução padrão, com o objetivo de facilitar a análise do desempenho de cada aluno e na identificação das dificuldades dos mesmos dentro de cada uma das etapas. A menos que o aluno tenha resolvido o mesmo problema de duas formas distintas não é possível garantir se ele fez ou não a verificação (etapa 4), pois ele pode ter feito mentalmente, por exemplo, e não será possível visualizar se a etapa 4 foi concluída ou não. Sendo assim, serão mencionados, ao longo da apresentação dos resultados, os alunos que possuem duas soluções distintas para o mesmo problema, como forma de garantir que ele fez o retrospecto.

Será utilizada a seguinte legenda para classificar o desempenho dos alunos em relação a cada um dos problemas:

- a) Aluno: A
- b) Correto: c
- c) Parcialmente correto: p
- d) Errado: e
- e) Inconsistente: i
- f) Não fez: nf
- g) Colocou somente a resposta final: \*

Todas as referências aos alunos serão feitas pela letra A seguida de um número, de forma que essa indicação foi feita aleatoriamente para preservar a identidade dos mesmos.

Após separar cada uma das soluções dentro dos critérios estabelecidos, conforme o QUADRO 2, as mesmas serão analisadas com o intuito de separar cada uma das dificuldades dos alunos ao longo das resoluções.

#### 4.1 ANÁLISE DO PROBLEMA 1

Tem-se, a seguir, no QUADRO 3 o problema 1 do teste aplicado:

QUADRO 3 – PROBLEMA 1 DO TESTE APLICADO

1) Observe o quadro de preços na compra de pastas de dente:

Quantidade de pasta de dente	Preço
1	R\$9,50
2	R\$19,00
...	...
10	R\$95,00

a) Quanto você terá que pagar se comprar 23 pastas de dente?

b) Qual a expressão matemática que relaciona a quantidade de pastas de dente com o preço?

c) Se você tem R\$485,00, qual a quantidade máxima de pastas de dentes que você poderá comprar?

FONTE: Teste aplicado (2019).

Dessa forma, utilizando os critérios do QUADRO 2, para o Problema 1 se tem os seguintes desempenhos:

QUADRO 4 – DESEMPENHO DOS ALUNOS NO PROBLEMA 1

Aluno	Letra a	Letra b	Letra c
A1	p	i	i*
A2	p	i	c
A3	c	c	c
A4	p	i	c
A5	c	e	c
A6	c	e	c
A7	p	c	c
A8	c	nf	i*
A9	c	e	i*
A10	p	p	i*
A11	c	p	c
A12	p	nf	nf
A13	c	nf	c
A14	c	i	p
A15	c	e	c
A16	c	e	c
A17	p	nf	c
A18	i*	e	c*

A19	c	e	c
A20	p	c	p
A21	p	nf	p
A22	c	p	c
A23	c	p	c
A24	p	p	i*
A25	c	nf	p

FONTE: Dados da pesquisa (2019).

Serão detalhadas, a seguir, algumas das respostas dos alunos com o intuito de identificar as possíveis dificuldades dos mesmos diante de cada um dos problemas.

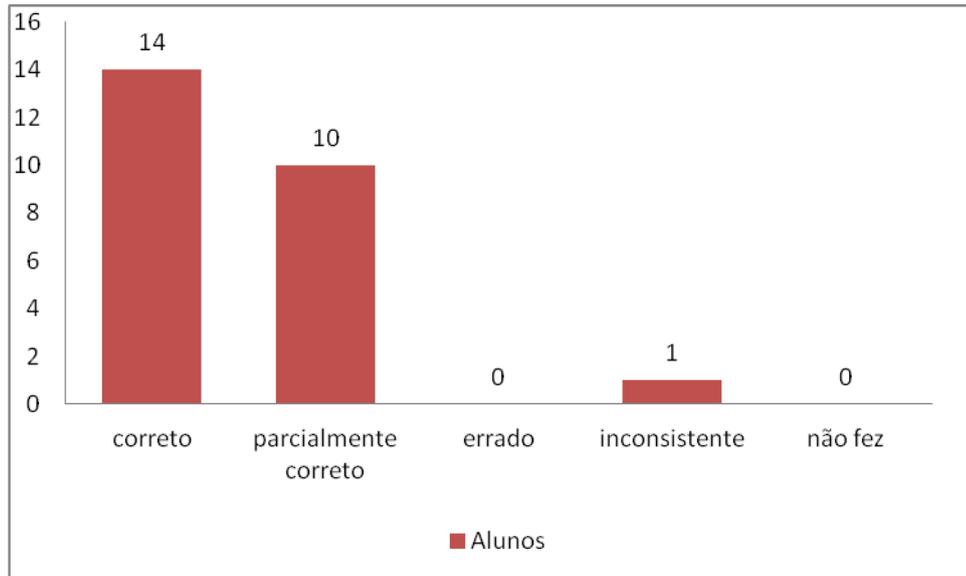
#### 4.1.1 Letra A

Para o problema 1, letra “a”, se tem a seguinte resolução padrão:

- **1ª ETAPA:** compreender que o quadro estabelece uma relação entre a quantidade de pastas de dente e seu respectivo preço; entender que o objetivo é encontrar o preço ao comprar 23 pastas de dente.
- **2ª ETAPA:** os possíveis planos para serem estabelecidos são o de multiplicar 23 por 9,50; utilizar regra de três; tentar preencher a tabela; utilizar uma função; somar o preço de uma pasta de dente 23 vezes, e processos semelhantes.
- **3ª ETAPA:** fazer as contas corretamente, principalmente por ter um número decimal e responder corretamente o problema.

De acordo com o QUADRO 4 foi feito o GRÁFICO 1, onde são apresentados os resultados em relação a esse problema.

GRÁFICO 1 – RESULTADOS DO PROBLEMA 1, LETRA A

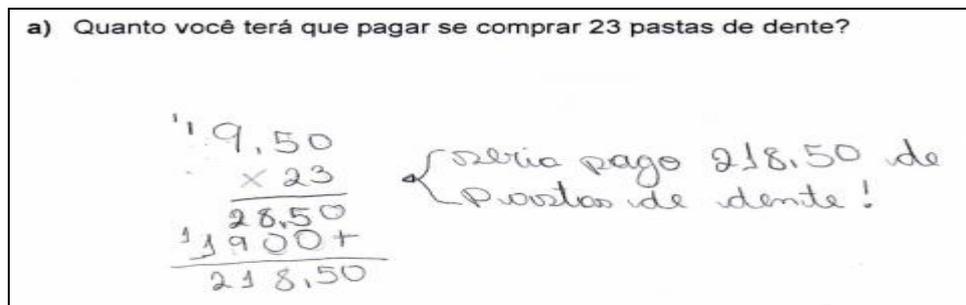


FONTE: Dados da pesquisa (2019).

Conclui-se que 14 alunos resolveram corretamente o problema, 10 alunos resolveram de modo parcialmente correto, um aluno apenas colocou a resposta final errada, tornando sua resposta inconsistente e nenhum aluno resolveu errado ou não fez.

Dentre as respostas corretas os alunos resolveram conforme a solução padrão estabelecida anteriormente. Seis alunos fizeram através da multiplicação de 9,50 por 23 (como na FIGURA 1), quatro alunos fizeram somando os valores que tinham no quadro até formar 23 pastas, três alunos resolveram através de regra de três, e um aluno utilizou mais de um dos métodos já citados para resolver o problema (pode-se considerar que esse aluno realizou a etapa 4).

FIGURA 1 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1, LETRA A, DO ALUNO A5



FONTE: Resolução do aluno A5.

O restante das respostas foi parcialmente correto, sendo que os alunos estabeleceram um plano correto, todavia erraram na etapa 3. Os erros mais frequentes foram: realizar a multiplicação errada, como na FIGURA 2; realizar a soma errada; deixar de forma incompleta, isto é, os alunos calcularam o preço para um número menor de pastas de dentes; realizar as operações sem a parte decimal dos números, como na FIGURA 3.

FIGURA 2 - SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1, LETRA A, DO ALUNO A7

a) Quanto você terá que pagar se comprar 23 pastas de dente?

$$\begin{array}{r}
 9500 \\
 \times 23 \\
 \hline
 27500 \\
 19000+ \\
 \hline
 217,500
 \end{array}$$

FONTE: Resolução do aluno A7.

FIGURA 3 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1, LETRA A, DO ALUNO A17

a) Quanto você terá que pagar se comprar 23 pastas de dente?

$$\begin{array}{r}
 95 \\
 + 95 \\
 \hline
 190,00 \\
 + 28,00 \\
 \hline
 218,00
 \end{array}$$

R\$ 218,00 reais

↓

23  
Pastas  
de  
dente

$$\begin{array}{r}
 9,50 \\
 + 9,50 \\
 \hline
 19,00 \\
 + 9,00 \\
 \hline
 28,00 \rightarrow 3
 \end{array}$$

FONTE: Resolução do aluno A17.

Das respostas inconsistentes temos um aluno que só escreveu como resposta “123 pastas de dente”, de modo que não é possível retirar nenhuma informação nem identificar possíveis erros, além do de não compreender o problema corretamente.

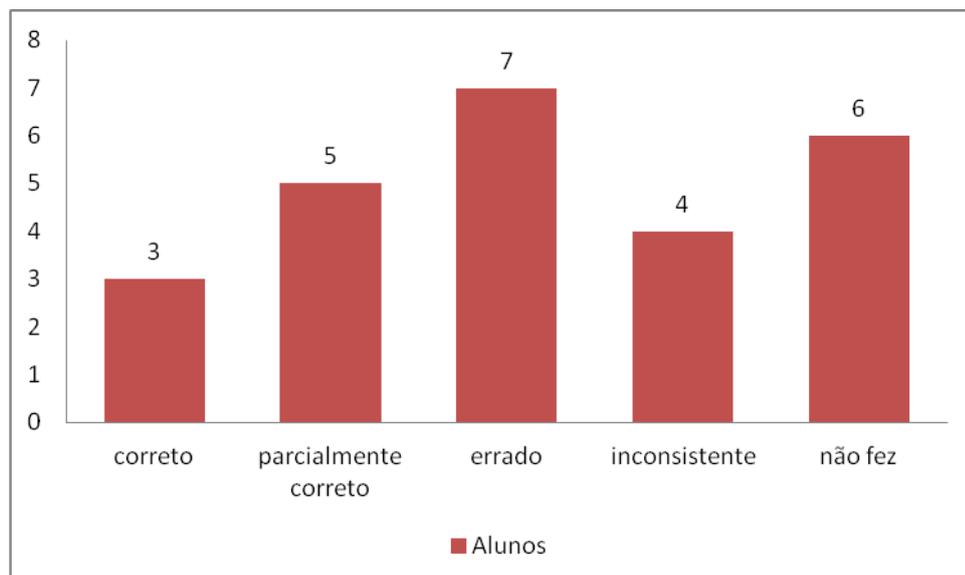
#### 4.1.2 Letra B

Para o problema 1, letra “b”, se tem a seguinte resolução padrão:

- **1ª ETAPA:** compreender o que é “expressão matemática”, perceber que o problema pede uma fórmula geral do problema anterior.
- **2ª ETAPA:** os possíveis planos para serem estabelecidos seriam o de generalizar o problema anterior, trocando o “23” por uma variável; escrever uma função.
- **3ª ETAPA:** escrever a função corretamente; não deixar como um caso específico, mas sim algo geral.

De acordo com o QUADRO 4 foi feito o GRÁFICO 2, onde são apresentados os resultados em relação a esse problema.

GRÁFICO 2 – RESULTADOS DO PROBLEMA 1, LETRA B



FONTE: Dados da pesquisa (2019).

Conclui-se que três alunos resolveram corretamente o problema, cinco alunos resolveram de modo parcialmente correto, sete alunos resolveram de modo errado, quatro alunos resolveram de modo inconsistente e seis alunos não fizeram.

Dentre as respostas corretas destaque-se o aluno A7, que justificou seu raciocínio dizendo “para eu saber o preço que iria dar em x pastas de dente, tenho

que multiplicar o preço de uma pasta sozinha, que é de R\$9,50, pela quantidade que eu quero”, obtendo a resposta correta,  $f(x) = 9,5x$ .

Dentre as respostas parcialmente corretas os alunos entenderam que a solução seria uma generalização do problema anterior, escrevendo como uma função. Ainda assim apresentaram erros durante a execução. Como, por exemplo, na solução do aluno A23, que disse que a resposta seria  $f(x) = 23x$  (FIGURA 4).

FIGURA 4 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1, LETRA B, DO ALUNO A23

b) Qual a expressão matemática que relaciona a quantidade de pastas de dente com o preço?

$9,50 \cdot 23 = 218,50$

numero de pastas	Preço
1	9,50
23	X

regra de três

$x = 218,50$

$f(x) = 23 \cdot X$   
 $f(9,50) = 23 \cdot 9,50$   
 $f(9,50) = 218,50$

FONTE: Resolução do aluno A23.

Das respostas erradas os alunos não generalizaram a resposta, mas resolveram de forma específica, como no problema 1, letra a.

Das respostas inconsistentes tem-se que:

- Os alunos A2 e A4 responderam “o símbolo R\$”;
- O aluno A1 respondeu “lógica”;
- O aluno A14 respondeu “a tabela”.

De forma que eles não conseguiram concluir a etapa 1, ou seja, não compreenderam o problema.

#### 4.1.3 Letra C

Para o problema 1, letra “c”, se tem a seguinte resolução padrão:

- **1ª ETAPA:** compreender que se tem a situação contrária do problema 1, letra “a”. Dado um valor é necessário achar a quantidade de pastas de dente que seria possível comprar.

- **2ª ETAPA:** os possíveis planos que podem ser estabelecidos são o de dividir 485 por 9,50, pegando como resultado final a parte inteira da divisão; fazer regra de três; somar o preço de uma pasta de dente até chegar próximo de 485 ou ir testando para diversas quantidades de pastas de dente até chegar próximo de 485.
- **3ª ETAPA:** fazer as contas corretamente, principalmente por ter um número decimal, e responder corretamente, percebendo que a resposta deve ser inteira.

De acordo com o QUADRO 4 foi feito o GRÁFICO 3, onde são apresentados os resultados em relação a esse problema.



FONTE: Dados da pesquisa (2019).

Conclui-se que 15 alunos resolveram corretamente o problema, e um deles colocou apenas a resposta final, quatro alunos resolveram de modo parcialmente correto, cinco alunos resolveram de modo inconsistente, pois só colocaram a resposta final errada, um aluno não fez e nenhum aluno resolveu de modo errado.

Das respostas corretas tem-se que os alunos seguiram o modelo padrão anteriormente estabelecido. Seis alunos resolveram dividindo 485 por 9,50, como na FIGURA 5; quatro alunos resolveram através de regra de três, pegando a parte inteira da divisão; três alunos resolveram somando os valores do quadro até chegar o mais próximo de 485, confirmando que se somassem mais um passariam desse

valor; e três alunos foram atribuindo valores para multiplicar por 9,5 até se aproximar de 485, como na FIGURA 6.

FIGURA 5 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1, LETRA C, DO ALUNO A23

c) Se você tem R\$485,00, qual a quantidade máxima de pastas de dentes que você poderá comprar?

The image shows a handwritten calculation:  $485,00 - 9,50 = 475,50$ . Below this, there are three lines of numbers:  $02000$ ,  $750$ , and  $050$ . To the right of the calculation, the student has written: "Compraria 51 Pastas, e sobria 0,50 centavos".

FONTE: Resolução do aluno A23.

FIGURA 6 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1, LETRA C, DO ALUNO A5

c) Se você tem R\$485,00, qual a quantidade máxima de pastas de dentes que você poderá comprar?

The image shows handwritten calculations:  $(485,00)$ ,  $50p = 475,00$ ,  $51p = 484,50$ , and  $52p = 494,00$ . To the right, the student has written: "A quantidade de pastas mas próxima da quantidade de dinheiro é 51 pastas de dente."

FONTE: Resolução do aluno A5.

Dentre as respostas parcialmente corretas é possível perceber que os alunos estabeleceram um plano como descrito anteriormente, todavia erraram na etapa 3. Os erros foram: realizar a multiplicação errada; realizar a multiplicação sem a parte decimal; somar a quantidade de pastas de dentes, chegando numa resposta final muito diferente da esperada, como é possível ver na FIGURA 7.

FIGURA 7 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 1, LETRA C, DO ALUNO A14

c) Se você tem R\$485,00, qual a quantidade máxima de pastas de dentes que você poderá comprar?

68 pastas de dentes.

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 218,50 \\
 218,50 \\
 \hline
 137,00 \\
 28,50 \\
 \hline
 465,50 \\
 19,60 \\
 \hline
 485,10
 \end{array}$$

FONTE: Resolução do aluno A14.

Como dito anteriormente, nesse problema todas as respostas inconsistentes não possuem nenhum procedimento, apenas contam com a resposta final e alguns trechos e cálculos riscados ou espalhados pela folha, sem ser possível compreender o raciocínio empregado. As respostas variaram entre 32, 45, 50, 53 e 105 pastas de dente.

#### 4.2 ANÁLISE DO PROBLEMA 2

Tem-se, a seguir, no QUADRO 5 o problema 2 do teste aplicado:

QUADRO 5 – PROBLEMA 2 DO TESTE APLICADO

- 2) O corredor A calcula o seu caminho percorrido (em km) em função do tempo (em horas), através da função  $d(t) = 11t$ . O corredor B tem o seu caminho determinado pelo quadro abaixo:

km	12	24	36
hora	1	2	3

- a) Sabendo disso, se eles forem fazer uma maratona de 42 km, quem chegará primeiro? Justifique sua resposta.
- b) Qual será o tempo gasto de cada um para completar a maratona?

FONTE: Teste aplicado (2019).

Dessa forma, utilizando os critérios estabelecidos anteriormente para o Problema 2 se tem os seguintes desempenhos:

QUADRO 6 – DESEMPENHO DOS ALUNOS NO PROBLEMA 2

Aluno	Letra a	Letra b
A1	nf	nf
A2	c	c
A3	nf	nf
A4	c	p
A5	e	nf
A6	nf	nf
A7	e	p
A8	i*	i*
A9	i*	i*
A10	c	i*
A11	c	c
A12	nf	nf
A13	nf	nf
A14	c	p
A15	e	p
A16	e	p
A17	c	e
A18	i*	i*
A19	c	e
A20	c	p
A21	nf	nf
A22	c	c
A23	c	c
A24	nf	nf
A25	c*	i*

FONTE: Dados da pesquisa (2019).

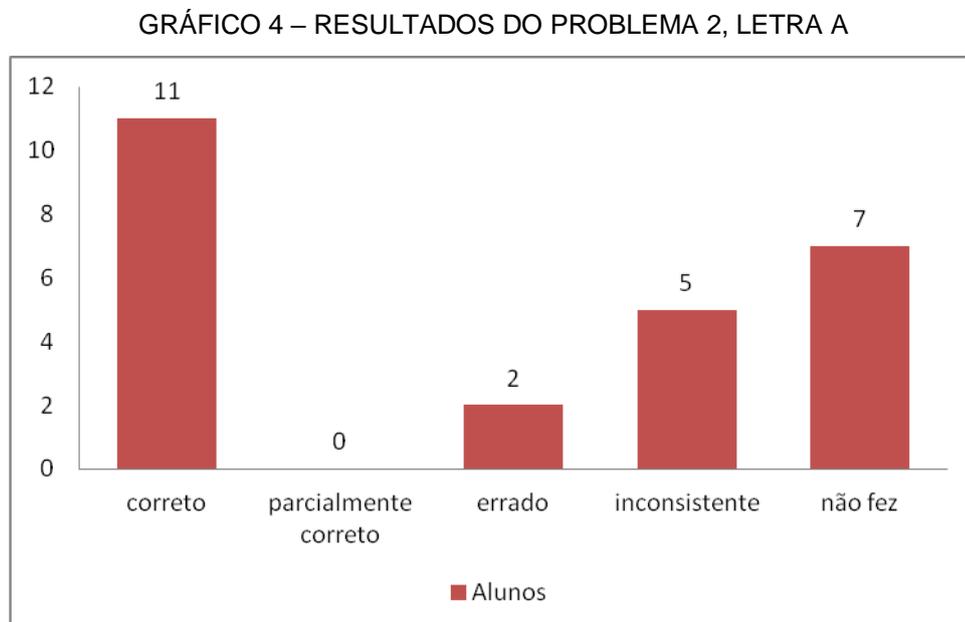
Serão detalhadas, a seguir, algumas das respostas dos alunos com o intuito de identificar as possíveis dificuldades dos mesmos diante de cada um dos problemas.

### 4.2.1 Letra A

Para o problema 2, letra “a”, se tem a seguinte resolução padrão:

- **1ª ETAPA:** compreender que se trata de dois corredores, e o objetivo é descobrir qual deles é o mais rápido. Entender que para o corredor A sua velocidade é dada a partir de uma função, ou seja, que ele faz 11 km por hora, e para o corredor B sua velocidade é dada a partir de um quadro, ou seja, que ele faz 12 km por hora.
- **2ª ETAPA:** os possíveis planos para serem estabelecidos são o de analisar através da atribuição de possíveis valores que o corredor B seria o mais rápido; perceber qual é o coeficiente angular maior, ou utilizar a letra “b” do problema 2 para resolver o mesmo.
- **3ª ETAPA:** fazer as contas corretamente e responder corretamente.

De acordo com o QUADRO 6 foi feito o GRÁFICO 4, onde são apresentados os resultados em relação a esse problema.



FONTE: Dados da pesquisa (2019).

Conclui-se que 11 alunos resolveram corretamente o problema, dois alunos resolveram de forma errada, cinco alunos resolveram de forma inconsistente, sendo

que três deles só colocaram a resposta final errada, sete alunos não fizeram e nenhum aluno respondeu de forma parcialmente correta.

Dentre as respostas corretas os alunos resolveram conforme o modelo padrão estabelecido anteriormente. Ressalta-se que, dentre todos os alunos, somente o aluno A20 resolveu utilizando a notação de função, como é possível observar na FIGURA 8.

FIGURA 8 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 2, LETRA A, DO ALUNO A20

a) Sabendo disso, se eles forem fazer uma maratona de 42 km, quem chegará primeiro? Justifique sua resposta.

$$d(2) = 11.2$$

$$d(3) = 11.3 = 33$$

$$d(4) = 44$$

$$d(4) = 12.4$$

$$d(4) = 48$$

O B CHEGARÁ EM PRIMEIRO COM 3,8 t

FONTE: Resolução do aluno A20.

Tem-se, então, que além do aluno A20, mais três alunos estipularam tempos para os dois corredores e compararam o resultado final. Dois alunos parecem ter analisado que o coeficiente angular da função que representa o corredor A é menor que o coeficiente angular da função que representa o corredor B, como é possível observar na FIGURA 9.

FIGURA 9 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 2, LETRA A, DO ALUNO A4

a) Sabendo disso, se eles forem fazer uma maratona de 42 km, quem chegará primeiro? Justifique sua resposta.

Quem chegará primeiro vai ser o que percorre 12 km/h, porque ele vai ter a chance de dar mais voltas, em menos tempo.

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 3 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ + 6 \\ \hline 42 \end{array}$$

FONTE: Resolução do aluno A4.

Quatro alunos resolveram o problema calculando o tempo gasto dos dois corredores, utilizando a letra "b", do mesmo problema. O aluno A25 apenas

escreveu que quem ganharia seria o corredor B, sem apresentar nenhum outro comentário ou cálculo.

As resoluções dos alunos A5 e A7 estão classificadas como erradas, ou seja, tais alunos concluíram a etapa 1, contudo não conseguiram concluir a etapa 2. Os alunos começaram a completar o quadro do corredor B, mas não conseguiram determinar o tempo gasto para os 42 km, isso porque o tempo atribuído para a função alcançar 42 km não seria um valor inteiro. Também houve dificuldade em utilizar a função do corredor A. Ou seja, é possível ver que eles compreenderam o problema, indicando uma possível comparação entre os dois corredores, todavia apresentaram dificuldade em lidar com a função, conforme pode ser observado na FIGURA 10.

FIGURA 10 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 3, LETRA A, DO ALUNO A7

2) O corredor A calcula o seu caminho percorrido (em km) em função do tempo (em horas), através da função  $d(t) = 11t$ . O corredor B tem o seu caminho determinado pelo quadro abaixo:

km	12	24	36	
hora	1	2	3	

a) Sabendo disso, se eles forem fazer uma maratona de 42 km, quem chegará primeiro? Justifique sua resposta.

*Para cada hora ele corre 12 km, e em 4h ele corre 48km, que passa de 42, mas eu não sei responder pois não entendi o significado disso*

FONTE: Resolução do Aluno A7.

Os alunos A15 e A16 não compreenderam o problema, pois não apresentaram uma maneira de comparar a velocidade dos dois corredores, além disso, não souberam utilizar corretamente a função dada, como mostra a FIGURA 11 a seguir.

FIGURA 11 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 2, LETRA A, DO ALUNO A16

a) Sabendo disso, se eles forem fazer uma maratona de 42 km, quem chegará primeiro? Justifique sua resposta.

$$42(t) = 11t$$

$$42t = 11t$$

$$42t = 11t = 0$$

FONTE: Resolução do aluno A16.

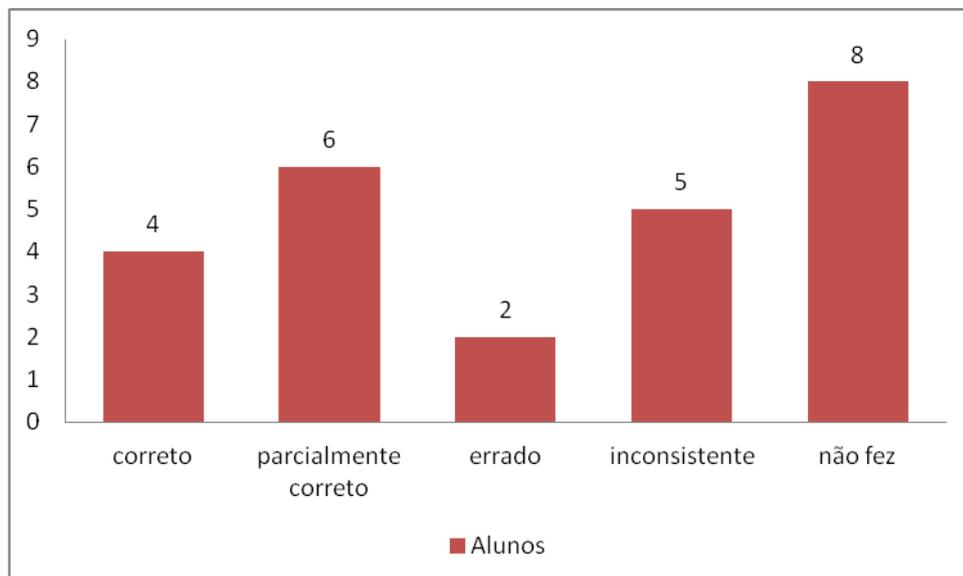
#### 4.2.2 Letra B

Para o problema 2, letra “b”, se tem a seguinte resolução padrão:

- **1ª ETAPA:** compreender que o objetivo é calcular o tempo gasto de cada corredor para 42 km.
- **2ª ETAPA:** o dado a partir de agora é o km e é preciso encontrar o tempo. Os possíveis planos são: substituir na função o valor de  $d(t)$  para encontrar o valor de  $t$ ; atribuir valores de  $t$  até chegar próximo de 42 km; utilizar regra de três para descobrir o tempo.
- **3ª ETAPA:** fazer corretamente todas as operações e transformar corretamente a hora, dada em um número decimal, em horas e minutos.

De acordo com o QUADRO 6 foi feito o GRÁFICO 5, onde são apresentados os resultados em relação a esse problema.

GRÁFICO 5 – RESULTADOS DO PROBLEMA 2, LETRA B



FONTE: Dados da pesquisa (2019).

Conclui-se que quatro alunos resolveram corretamente o problema, seis alunos resolveram de modo parcialmente correto, dois alunos resolveram de modo errado, cinco alunos resolveram de modo inconsistente, sendo que todos só colocaram a resposta final errada e oito alunos não fizeram.

Das respostas corretas os alunos resolveram conforme o modelo padrão estabelecido anteriormente, mas sem detalhar muito como fizeram, calcularam para os dois corredores o tempo que seria gasto e converteram, corretamente, para minutos a parte decimal.

Das respostas parcialmente corretas os alunos apresentaram um erro na etapa 3. Os alunos A14 e A20 calcularam corretamente o tempo gasto para o corredor B, obtendo 3 horas e 30 minutos e 3,5h, respectivamente. Entretanto, é possível perceber que não conseguiram calcular o tempo para o corredor A, utilizando, então, a solução mais perto de 42 km, que seria para 44 km, totalizando 4 horas. Os alunos A4 e A7 calcularam apenas o tempo do corredor B, obtendo 3 horas e 30 minutos. Os alunos A15 e A16 calcularam apenas o tempo do corredor B, entretanto, ao obter a resposta 3,5h, transformaram para 3 horas e 50 minutos, obtendo a resposta errada.

Das respostas erradas, feitas pelos alunos A17 e A19, não foi possível concluir corretamente a etapa 2, isto é, o plano estabelecido pelos alunos estava errado. Eles calcularam, utilizando valores inteiros, até obter um valor próximo de 42 km, obtendo, para o corredor B, 36 km em 3 horas e, para o corredor A, 33 km em 3 horas. Dessa forma foi necessário estabelecer um novo plano para completar os quilômetros restantes, que segue como na FIGURA 12 a seguir.

FIGURA 12 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 2, LETRA B, DO ALUNO A17

b) Qual será o tempo gasto de cada um para completar a maratona?

<p><b>B</b></p> $\begin{array}{r} 36 \text{ Km} = 3\text{h} \\ 42 \\ -36 \\ \hline = 6 \end{array}$ <p>R = 3h e 6min</p>	<p><b>A</b></p> $\begin{array}{r} 33 \text{ Km} = 3\text{h} \\ 42 \\ -33 \\ \hline = 9 \end{array}$ <p>R = 3h e 9min</p>
--	--

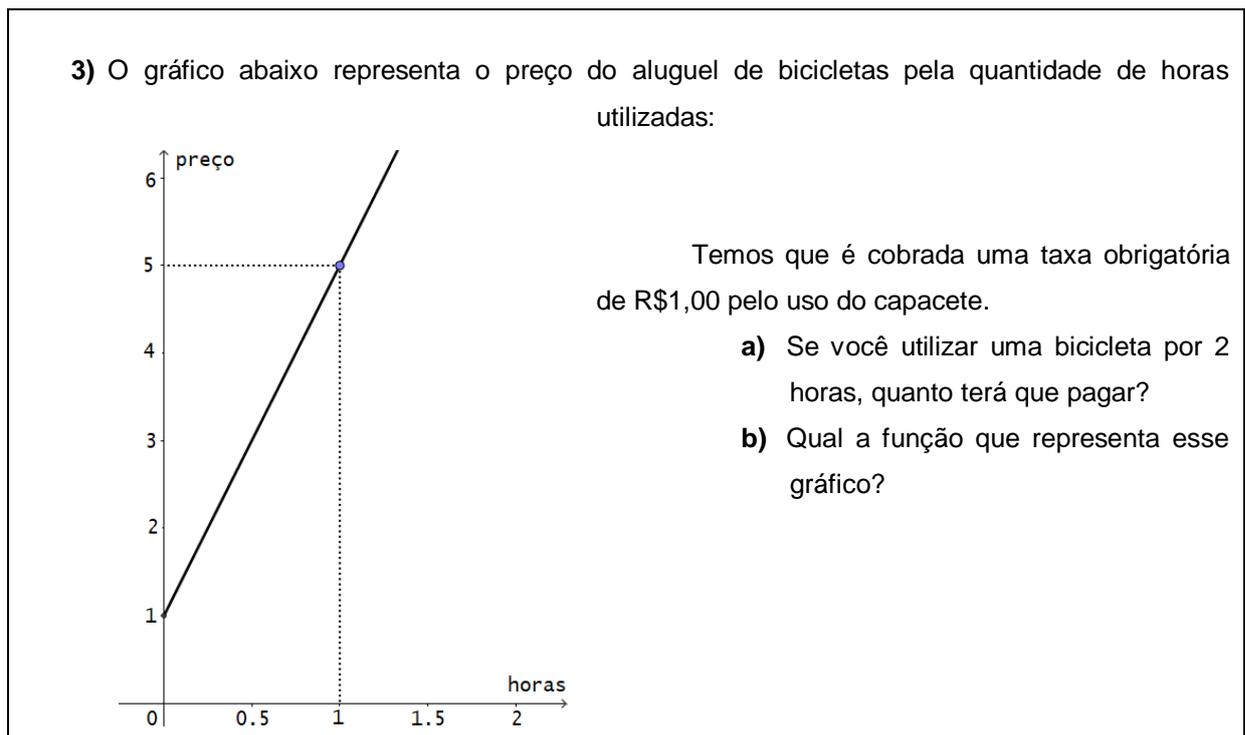
FONTE: Resolução do aluno A17.

Não foi possível evidenciar nenhum aluno que tenha realizado a etapa 4.

### 4.3 ANÁLISE DO PROBLEMA 3

Tem-se, a seguir, no QUADRO 7 o problema 3 do teste aplicado:

QUADRO 7 – PROBLEMA 3 DO TESTE APLICADO



FONTE: Teste aplicado (2019).

Dessa forma, utilizando os critérios estabelecidos anteriormente, para o problema 3 se tem os seguintes desempenhos:

QUADRO 8 – DESEMPENHO DOS ALUNOS NO PROBLEMA 3

Aluno	Letra a	Letra b
A1	c*	nf
A2	nf	nf
A3	nf	nf
A4	i*	i
A5	nf	nf
A6	nf	nf
A7	p	nf

A8	i	nf
A9	i*	i
A10	i*	e
A11	p	e
A12	i*	nf
A13	p	nf
A14	p	i
A15	i*	nf
A16	e	i
A17	i*	nf
A18	i*	nf
A19	nf	nf
A20	i*	e
A21	c	nf
A22	p	e
A23	p	e
A24	nf	nf
A25	i*	nf

FONTE: Dados da pesquisa (2019).

Serão detalhadas, a seguir, algumas das respostas dos alunos com o intuito de identificar as possíveis dificuldades dos mesmos diante de cada um dos problemas.

#### 4.3.1 Letra A

Para o problema 3, letra “a”, se tem a seguinte resolução padrão:

- **1ª ETAPA:** compreender que o gráfico representa a relação entre horas e preço, de forma que no eixo das abscissas se tem as horas e no eixo das ordenadas o preço; retirar corretamente os dados que estão no gráfico; entender que o objetivo é descobrir quanto será gasto se utilizar a bicicleta por 2 horas.
- **2ª ETAPA:** os possíveis planos para serem estabelecidos seriam o de analisar o gráfico, tentando completá-lo corretamente; montar a função e calcular para quando  $x$  é 2; fazer por regra de três, mas perceber que essa não será a resposta final, pois o coeficiente linear é 1.

- **3ª ETAPA:** fazer as contas corretamente; se fizer por regra de três subtrair 1 da resposta; e responder corretamente.

De acordo com o QUADRO 8 foi feito o GRÁFICO 6, onde são apresentados os resultados em relação a esse problema.



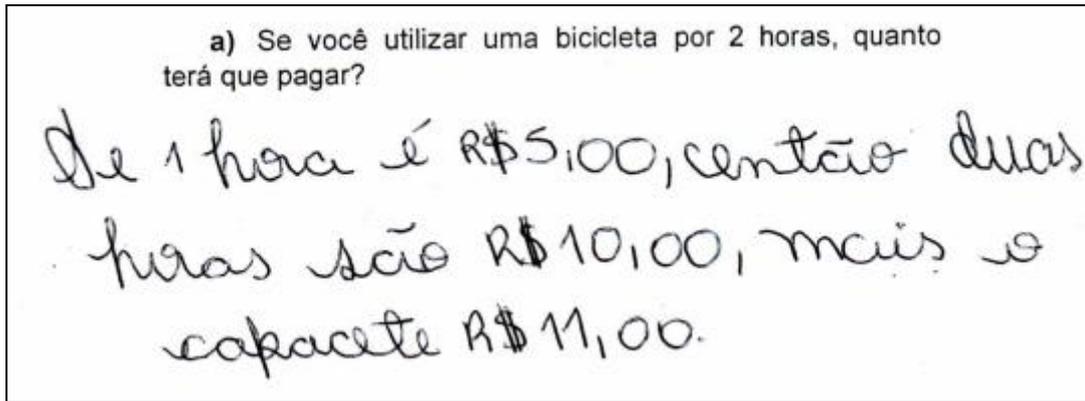
FONTE: Dados da pesquisa (2019).

Conclui-se que dois alunos resolveram corretamente o problema, seis alunos resolveram de modo parcialmente correto, um aluno resolveu de modo errado, dez alunos resolveram de modo inconsistente, sendo que nove deles só colocaram a resposta final errada e seis alunos não fizeram.

Das respostas corretas um aluno resolveu completando o gráfico e o outro apenas colocou a resposta final.

Das respostas parcialmente corretas os alunos utilizaram o plano de resolver através de uma regra de três, e perceberam que seria necessário alterar a resposta final por causa do coeficiente linear, todavia eles alteraram somando 1, ao invés de subtrair, como na FIGURA 13, a seguir.

FIGURA 13 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 3, LETRA A, DO ALUNO A7



FONTE: Resolução do aluno A7.

Da resposta errada tem-se o aluno A16, que também tentou resolver por regra de três, todavia não sentiu a necessidade de alterar a resposta por causa do coeficiente linear, como na FIGURA 14, a seguir.

FIGURA 14 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 3, LETRA A, DO ALUNO A16

a) Se você utilizar uma bicicleta por 2 horas, quanto terá que pagar?

$$\begin{array}{r} 0,5 - 3 \\ 2 - x \end{array}$$

$$0,5x = 6$$

$$x = \frac{6}{0,5} \quad x = 12//$$

FONTE: Resolução do aluno A16.

Portanto, o erro cometido para todos os alunos que responderam de forma parcialmente correta e errada foi o de não entender que o coeficiente linear já estava presente no resultado, e no final, ao realizar a regra de três, ele foi somado duas vezes.

As respostas inconsistentes tem, em sua maioria, apenas a resposta final, sendo que as respostas mais comuns foram 10 reais e 7 reais. É possível intuir que aqueles que responderam 10 reais fizeram uma regra de três e não alteraram a resposta final por causa do coeficiente linear. Outras respostas foram R\$11,00, R\$8,00, R\$300,00 e R\$3600,00. Chama-se atenção a resolução do aluno A8, onde

não foi possível identificar qual foi o raciocínio empregado, como é possível ver na FIGURA 15 a seguir.

FIGURA 15 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 3, LETRA A, DO ALUNO A8

a) Se você utilizar uma bicicleta por 2 horas, quanto terá que pagar?

Handwritten student solution for problem 3, letter A. The student has written the question: "a) Se você utilizar uma bicicleta por 2 horas, quanto terá que pagar?". To the left, there is a handwritten multiplication: 
$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 60 \\ \hline 00 \\ 360+ \\ \hline 3600 \end{array}$$
 To the right of the multiplication, the student has written: "Você terá que pagar R\$ 3.600,00".

FONTE: Resolução do aluno A8.

Nenhum aluno fez o retrospecto resolvendo de duas formas distintas.

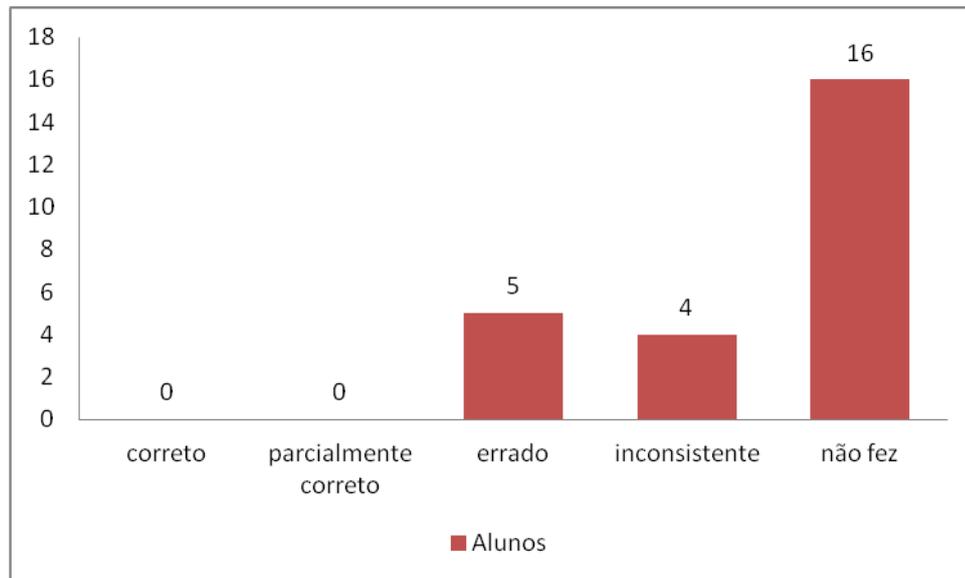
#### 4.3.2 Letra B

Para o problema 3, letra “b”, se tem a seguinte resolução padrão:

- **1ª ETAPA:** compreender que o objetivo é escrever a função que representa o gráfico do problema 3.
- **2ª ETAPA:** os possíveis planos para serem estabelecidos seriam o de perceber que se trata de uma reta, logo escrever a função  $f(x) = ax + b$ , com o coeficiente linear diferente de zero, atribuir os valores de dois pontos coletados do gráfico e descobrir quais são os coeficientes; ou analisar qual é o padrão que rege o comportamento dos pontos.
- **3ª ETAPA:** fazer as contas corretamente; utilizar a notação correta de função; e responder corretamente.

De acordo com o QUADRO 8 foi feito o GRÁFICO 7, onde são apresentados os resultados em relação a esse problema.

GRÁFICO 7 – RESULTADOS DO PROBLEMA 3, LETRA B



FONTE: Dados da pesquisa (2019).

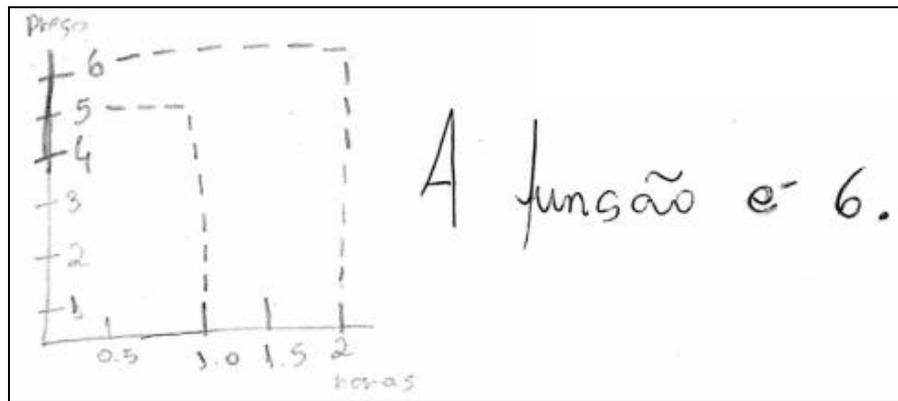
Conclui-se que cinco alunos resolveram de modo errado, quatro alunos resolveram de modo inconsistente, 16 alunos não fizeram e nenhum aluno resolveu corretamente ou de modo parcialmente correto.

Das respostas erradas é possível perceber que os alunos entenderam que a resposta seria uma função, todavia não ficou claro qual foi o plano que eles estabeleceram para escrever essa função. Tem-se que:

- A22 e A23 responderam  $f(x) = x + 1$ ;
- A10 respondeu  $x \cdot y = 300$ ;
- A11 respondeu  $f(x) = 5,00$ ;
- A20 respondeu  $y = x + t + 1$ .

Das respostas inconsistentes tem-se como resposta “fração”, “regra de três”, “5\$” e um aluno fez como na FIGURA 16 a seguir.

FIGURA 16 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 3, LETRA A, DO ALUNO A4



FONTE: Resolução do aluno A4.

Nesse problema é possível perceber que os alunos tiveram dificuldade em interpretar corretamente o termo “função”.

#### 4.4 ANÁLISE DO PROBLEMA 4

Tem-se, a seguir, no QUADRO 9, o problema 3 do teste aplicado:

QUADRO 9 – PROBLEMA 4 DO TESTE APLICADO

4) No restaurante A, é cobrada uma taxa fixa para o garçom de R\$5,00, e a comida é cobrada por R\$43,00 o kg. No restaurante B, a taxa fixa do garçom é de R\$3,00, e a comida é R\$49,00 por kg. Qual o máximo de kg para que o restaurante A compense mais que o B?

FONTE: Teste aplicado (2019).

Dessa forma, utilizando os critérios estabelecidos anteriormente, para o problema 4 se tem os seguintes desempenhos:

QUADRO 10 – DESEMPENHO DOS ALUNOS NO PROBLEMA 4

Aluno	Letra a
A1	i*
A2	e
A3	nf
A4	i*
A5	i*

A6	nf
A7	i
A8	e
A9	nf
A10	nf
A11	p
A12	i
A13	nf
A14	j*
A15	i
A16	nf
A17	nf
A18	i
A19	i
A20	p
A21	i
A22	c
A23	c
A24	i
A25	j*

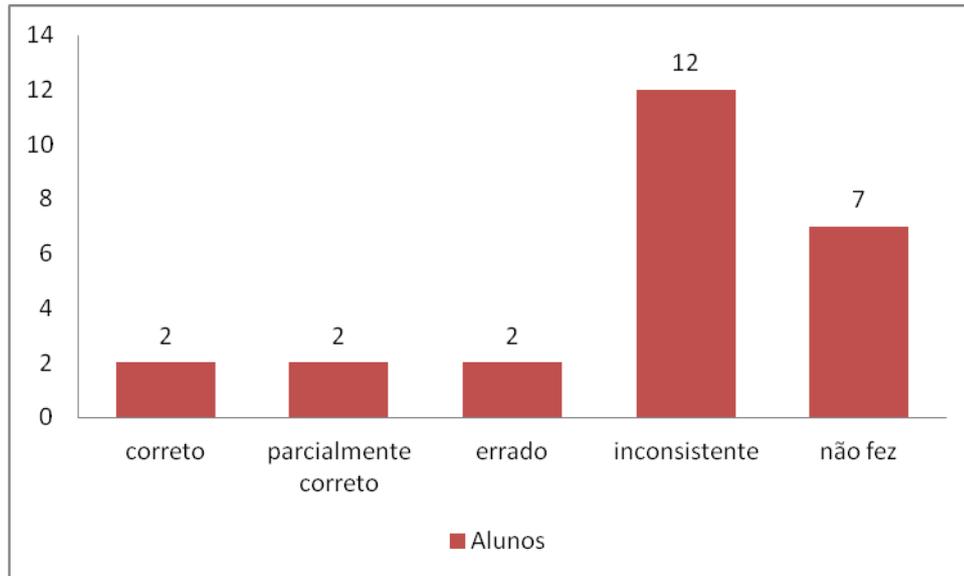
FONTE: Dados da pesquisa (2019).

Para o problema 4 se tem a seguinte resolução padrão:

- **1ª ETAPA:** compreender que se trata de dois restaurantes distintos, e o objetivo é saber a partir de quantos kg um restaurante vai ser mais barato que o outro; identificar corretamente os dados do problema.
- **2ª ETAPA:** os possíveis planos para serem estabelecidos seriam o de escrever o preço dos dois restaurantes como uma função do tipo  $f(x) = ax + b$ , com o coeficiente angular e linear diferente de zero; atribuir valores de kg para ver qual estaria sendo o mais barato.
- **3ª ETAPA:** fazer as contas corretamente e responder corretamente.

De acordo com o QUADRO 10 foi feito o GRÁFICO 8, onde são apresentados os resultados em relação a esse problema.

GRÁFICO 8 – RESULTADOS DO PROBLEMA 4



FONTE: Dados da pesquisa (2019).

Conclui-se que dois alunos resolveram corretamente o problema, dois alunos resolveram de forma parcialmente correta, dois alunos resolveram de forma errada, 12 alunos resolveram de forma inconsistente, sendo que cinco deles só colocaram a resposta final errada e sete alunos não fizeram.

Das respostas corretas os alunos seguiram o plano de escrever o preço dos dois restaurantes em forma de função e igualar para descobrir a partir de que momento um ficaria maior que o outro, como na FIGURA 17 a seguir.

FIGURA 17 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 4, DO ALUNO A23

4) No restaurante A, é cobrada uma taxa fixa para o garçom de R\$5,00, e a comida é cobrada por R\$43,00 o kg. No restaurante B, a taxa fixa do garçom é de R\$3,00, e a comida é R\$49,00 por kg. Qual o máximo de kg para que o restaurante A compense mais que o B?

$$A(x) = 5 + 43x = B(x) = 3 + 49x$$

$$5 + 43x = 3 + 49x$$

$$43x - 49x = 3 - 5$$

$$-6x = -2$$

$$x = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$$

FONTE: Resolução do aluno A23.

Das respostas parcialmente corretas os alunos foram atribuindo valores para comparar qual seria o preço para cada restaurante. Como os valores atribuídos foram maiores que a resposta do problema, os alunos não conseguiram concluir a partir de quando que o restaurante A iria compensar mais que o B. Portanto a solução ficou incompleta.

Das respostas erradas os alunos identificaram corretamente os dados do problema e identificaram o objetivo do problema, entretanto não conseguiram estabelecer um plano coerente, fazendo como na FIGURA 18, a seguir.

FIGURA 18 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA 4, DO ALUNO A2

$\begin{array}{r} A \\ g = 5,00 \\ Kg = R\$43,00 \\ \hline 43,00 \\ + 5,00 \\ \hline R\$ 48,00 \end{array}$	$\begin{array}{r} B \\ g = 3,00 \\ Kg = 49,00 \\ \hline 49,00 \\ + 3,00 \\ \hline R\$ 52,00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 482,00 \\ - 48,00 \\ \hline 104,00 \end{array}$
<p>Rosales tem R\$4,00 reais de diferença, o restaurante A só pode chegar à 48,00 por Kg</p>		

FONTE: Resolução do aluno A2

Das respostas inconsistentes tem-se que a maioria dos alunos fez operações aleatórias com os dados do problema, como por exemplo, somar ou subtrair. Esse foi o problema que mais contou com respostas contendo contas e números espalhados pela folha e cálculos rabiscados, sendo que não foi possível compreender qual foi o raciocínio empregado pelos alunos. Fora isso, dois alunos responderam que nunca iria compensar.

## 5 DISCUSSÃO SOBRE OS RESULTADOS

Como resumo dos resultados apresentados anteriormente tem-se o seguinte quadro:

QUADRO 11 – RESULTADOS DOS DESEMPENHOS

<b>Classificação</b>	<b>Total</b>
Correto	51
Parcialmente Correto	33
Errado	19
Inconsistente	46
Não fez	51
Total de respostas	200

FONTE: Dados da pesquisa (2019).

Será feito, então, uma análise dentro de cada uma das etapas, com o objetivo de identificar as dificuldades que os alunos apresentaram dentro de cada uma delas.

### 5.1 DIFICULDADES NA COMPREENSÃO DO PROBLEMA

Dentro dessa categoria serão consideradas, de acordo com o QUADRO 2, as respostas inconsistentes e em branco. Sendo assim, nessa categoria correspondem as respostas que os alunos disseram não saber resolver, as resoluções inconsistentes, que contém ideias sem lógica e as resoluções incompletas.

Pelo QUADRO 11 citado anteriormente, é possível garantir que as maiores dificuldades dos alunos se encontram na etapa de compreensão do problema, pois compõem quase 50% das resoluções, isto é, as 51 respostas em branco e as 46 respostas inconsistentes compõem, praticamente, metade das repostas.

Sendo assim, de acordo com o QUADRO 1, citado no capítulo 2, a maioria das dificuldades dos alunos está centrada em: interpretar a situação-problema, identificar os dados e a incógnita do problema e assimilar os conceitos trabalhados no problema.

Foi possível perceber ao longo da apresentação dos resultados que, no problema 1, a maioria dos alunos teve dificuldade em interpretar corretamente o termo “expressão matemática”. Como consequência se obteve diversas respostas inconsistentes.

No problema 2 a maioria dos alunos teve dificuldade em interpretar a função dada, sendo que muitos não souberam calcular corretamente o tempo do corredor A, isto é, não souberam utilizar corretamente a função. Alguns alunos também escreveram que não sabiam o que aquela expressão significava, deixando clara a dificuldade de compreensão de uma função de primeiro grau.

O problema 3 é o que apresenta o maior número de respostas inconsistentes e em branco, sendo assim pode ser considerado o problema que os alunos menos entenderam. O motivo talvez seja pela função de primeiro grau ter um coeficiente linear diferente de zero, impedindo que os alunos trabalhassem com regra de três sem que fizessem mudanças na resposta final, e também por ser o único problema que contém um gráfico, evidenciando que também existe certa dificuldade em interpretar o gráfico da função.

O problema 4 também apresentou um grande número de respostas inconsistentes e em branco, pois, assim como no problema 3, trata de funções com o coeficiente linear diferente de zero.

Sendo assim, é possível concluir que os alunos apresentaram muita dificuldade por não terem compreendido o que é uma função, em específico uma função do primeiro grau, isto é, o conceito de função ainda não foi bem assimilado pelos mesmos. Os alunos possuem dificuldade em utilizar corretamente uma função, em interpretar o seu respectivo gráfico, em encontrar a função dado o seu gráfico, em compreender o significado de cada variável.

Pela quantidade de respostas em branco também é possível intuir que muitos alunos apresentam a dificuldade de interpretar corretamente a situação-problema e transcrevê-la para uma linguagem matemática.

## 5.2 DIFICULDADES EM ESTABELEECER UM PLANO

As dificuldades para estabelecer um plano englobam as respostas erradas, que representam apenas 9,5% das respostas dos alunos. Dessa forma as dificuldades de planejamento, que consistem em dificuldades como a de estabelecer

uma conexão entre os dados do problema e a incógnita e, também, a de encontrar um problema similar para se basear, não são muito comuns entre os alunos.

A maior incidência foi no problema 1, letra “b”, onde os alunos encontraram um problema semelhante para utilizar como base para sua resolução, isto é, eles tinham que relacionar a quantidade de pastas de dente com o preço e já tinham feito isso na letra “a”, do mesmo problema, só que de forma particular para 23 pastas de dente, mas acabaram se distanciando do problema original, descrevendo apenas o que fizeram no problema anterior, ou seja, não generalizaram a resposta como o problema pedia, mas resolveram de forma específica.

### 5.3 DIFICULDADES EM EXECUTAR O PLANO

As dificuldades de execução, nos problemas aplicados, estão relacionadas principalmente com as operações aritméticas básicas, isto é, adição, subtração, multiplicação e divisão. Considerando que as dificuldades em execução podem se encontrar nas respostas parcialmente corretas, elas só representam 16,5% das respostas, ou seja, não são as dificuldades principais dos alunos.

O problema que mais apresenta respostas parcialmente corretas é o problema 1, em específico a letra “a”, sendo que os erros de execução cometidos foram:

- Realizar a multiplicação errada;
- Realizar a soma errada;
- Realizar as operações sem a parte decimal;
- Realizar as operações para um número menor do que foi pedido.

A princípio, ao analisar o teste de cada um dos alunos, esses erros não chegam a compor uma dificuldade dos mesmos, mas sim erros cometidos, por exemplo, por falta de atenção (para afirmar com exatidão seria necessário aprofundar os estudos em relação ao erro, pois até mesmo a falta de atenção pode compor uma dificuldade). Essa análise se deu observando que apesar de um aluno errar a multiplicação no problema 1, por exemplo, acertava nos outros problemas.

Apesar disso, através da observação participante na sala de aula foi possível perceber que, mesmo se tratando de alunos do 1º ano do Ensino Médio, ainda são recorrentes os alunos que não sabem efetuar operações como multiplicação,

potência e operações com frações, isto é, lidar com conteúdos que aparentemente eles deveriam ter domínio.

De acordo com as respostas somente o aluno A17 apresentou erros consecutivos que relacionam operações com números decimais, indicando uma possível dificuldade em operar com números decimais.

#### 5.4 DIFICULDADES EM FAZER O RETROSPECTO

Poucos alunos evidenciaram que fizeram o retrospecto resolvendo o problema de duas maneiras diferentes. É possível perceber, diante das respostas corretas e parcialmente corretas, que representam 42% das respostas dos alunos, que os mesmos entenderam como resolver os problemas, utilizando um dos planos projetados durante a preparação do teste, e acabaram errando algum passo durante a execução do plano, obtendo a resposta errada. Como visto anteriormente, não necessariamente existe uma dificuldade presente na execução do plano, mas sim na de sentir a necessidade de fazer o retrospecto, de modo que, para os alunos, quando se obtém uma resposta final nada mais há para fazer, sem que haja uma reflexão a respeito do resultado que se obteve, se ele está de acordo com o problema ou não, e é possível perceber isso porque, em alguns casos, bastava uma simples verificação para perceber que a resposta estava incoerente com o problema.

## 6 CONCLUSÃO

### 6.1 CONCLUSÃO DA ANÁLISE

Como conclusão da análise das resoluções dos alunos é possível perceber que os mesmos apresentam dificuldades, principalmente, na compreensão do problema. É interessante comentar que, diante da observação participante e do diário de bordo foi levantado a hipótese de que os alunos apresentam certa dificuldade em lidar com as operações aritméticas, sendo essa, inclusive, a dificuldade que a autora julgava ser a mais persistente para os alunos resolverem os problemas, juntamente com a interpretação da situação-problema, todavia, através dos resultados da análise desenvolvida no trabalho, foi possível constatar que mesmo apresentando alguns erros relacionados com as operações aritméticas esse não foi o maior empecilho para os alunos resolverem o problema, mas a maior dificuldade está relacionada com o fato de não terem assimilado o conceito de função.

Os alunos ainda apresentam muitas dúvidas a respeito do que é uma função, do que cada variável simboliza, de como utilizá-la corretamente e de relacionar a expressão matemática com o gráfico da mesma.

Para essa turma na qual foi aplicado o teste o professor pode mudar o foco das suas aulas para trabalhar melhor o conceito de função, ao invés de salientar trabalhar com as operações aritméticas, por exemplo. De igual modo, trabalhar mais a Resolução de Problemas, a fim de diminuir a dificuldade que os alunos têm em interpretar situações-problema.

### 6.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisar as resoluções dos alunos corretamente permite entender o que o aluno está pensando, quais são suas estratégias para resolver um problema, e, o principal objetivo do trabalho, identificar quais são as maiores dificuldades que os mesmos estão enfrentando.

Dentro do trabalho surgiu o interesse de se estudar Análise de Erros, a fim de interpretar corretamente os erros dos alunos, pois essa metodologia é outra ferramenta possível de identificar as dificuldades dos alunos.

Para o professor, muita das vezes por questão de tempo, é inviável analisar todas as resoluções de todos os seus alunos, entretanto, mesmo que não seja de forma frequente, é importante analisar alguns dos processos de resolução, não enfatizando a resposta final, mas tentar retirar o máximo de informações possíveis em relação à aprendizagem daquele aluno.

## 7 REFERÊNCIAS

ALVARENGA, K. B.; ANDRADE, I. D.; SANTOS, R. J. Dificuldades na resolução de problemas básicos de matemática: um estudo de caso do agreste sergipano. **Revista de Educação em Ciências e Matemática**, Amazônia, v. 12, n. 24, p. 39-52, jan./jul. 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v12i24.2571>>. Acesso em: 02 set. 2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 4ª séries)**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: Teoria e prática**. São Paulo: Ática, 2009. 192 p.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2009. 240 p.

FONSECA, S. J. **Análise das dificuldades enfrentadas por alunos do ensino médio em interpretar e resolver problemas de matemática financeira**. 2016. 104 f. Dissertação (Mestrado em Matemática), Universidade Federal de Sergipe, Itabaiana, 2016. Disponível em: <<https://ri.ufs.br/handle/riufs/6493>>. Acesso em: 12 nov. 2019.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí, Paco Editorial, 2014.

POLYA, G. A. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196 p.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

## APÊNDICE 1 – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título do Projeto: Dificuldades dos alunos do 1º ano do Ensino Médio na resolução de problemas matemáticos envolvendo funções  
 Pesquisador Responsável: Letícia Ferreira Gomes  
 Local da Pesquisa: Colégio Estadual Paulo Leminski  
 Endereço: Rua, Av. Cel. Augusto de A. Garret, 135 - Tarumã, Curitiba - PR, 82820-520

### O que significa assentimento?

Assentimento é um termo que nós, pesquisadores, utilizamos quando convidamos uma pessoa da sua idade (criança/adolescente) para participar de um estudo. Depois de compreender do que se trata o estudo e se concordar em participar dele você pode assinar este documento.

Nós te asseguramos que você terá todos os seus direitos respeitados e receberá todas as informações sobre o estudo, por mais simples que possam parecer.

Pode ser que este documento denominado TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO contenha palavras que você não entende. Por favor, peça ao responsável pela pesquisa ou à equipe de estudo para explicar qualquer palavra ou informação que você não entenda claramente.

Informação ao participante

*Você está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa, cujo objetivo é identificar as dificuldades de alunos do 1º ano do Ensino Médio de um colégio de Curitiba na resolução de problemas matemáticos envolvendo funções. O estudo será desenvolvido através da aplicação de um teste e a análise do mesmo, cujos dados serão utilizados no Trabalho de Conclusão de Curso da aluna Letícia Ferreira Gomes.*

### Que devo fazer se eu concordar voluntariamente em participar da pesquisa?

Caso você aceite participar, será necessário realizar um teste, envolvendo problemas cujo conteúdo é função do primeiro grau, e detalhar alguns dos seus pensamentos e dificuldades. Não será necessário colocar seu nome no teste.

### Contato para dúvidas

Se você ou os responsáveis por você tiverem dúvidas com relação ao estudo ou aos riscos relacionados a ele, você deve contatar a pesquisadora Letícia Ferreira Gomes no endereço [leticiafgomes@ufpr.br](mailto:leticiafgomes@ufpr.br).

Se você tiver dúvidas sobre seus direitos como participante de pesquisa, você pode contatar também o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos (CEP/SD) do Setor de Ciências da Saúde da Universidade Federal do Paraná, pelo telefone 3360-7259.

### DECLARAÇÃO DE ASSENTIMENTO DO PARTICIPANTE

Eu, \_\_\_\_\_ li e discuti com o pesquisador responsável pelo presente estudo os detalhes descritos neste documento. Entendo que eu sou livre para aceitar ou recusar e que posso

interromper a minha participação a qualquer momento sem dar uma razão. Eu concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito.

Eu entendi a informação apresentada neste termo de assentimento. Eu tive a oportunidade para fazer perguntas e todas as minhas perguntas foram respondidas. Eu receberei uma cópia assinada e datada deste documento.

Curitiba, 4 de junho de 2019

---

Assinatura do Adolescente

---

Pesquisadora Responsável: Letícia Ferreira Gomes

Comitê de Ética em Pesquisa Com Seres Humanos do Setor de Ciências da Saúde da UFPR | CEP/S | Rua Padre Camargo, 285 | 1º andar | Alto da Glória | Curitiba/PR | CEP 80060-240 | [cometica.saude@ufpr.br](mailto:cometica.saude@ufpr.br) – telefone (041) 3360-7259