



Journal of Materials and Engineering Structures

Research Paper

Analyse du coup de bélier dans une conduite forcée dans le cas d'une fermeture de vanne. Partie 3 : Pertes de charges concentrées en amont

Analysis of water hammer in a penstock in the case of valve closure. Part 3: Pressure losses concentrated upstream

Hocine Hammoum^{a,*}, **Akli Yahiaoui**^a, **Bachir Achour**^b

^a Département de génie civil, Université Mouloud Mammeri, Tizi Ouzou, Algérie

^b Laboratoire de recherche en hydraulique souterraine et de surface, Université Mohammed Khider, Biskra, Algérie

ARTICLE INFO

Article history:

Reçu : 4 Mars 2023

Revisé : 23 Aout 2023

Accepté : 24 Aout 2023

Mots clés:

Diagramme de Bergeron

Coup de bélier

Pertes de charges

Fermeture de vanne

Keywords :

Diagram of Bergeron

Water hammer

Pressure losses

Closing valve

RESUME

Dans cette troisième contribution, en utilisant toujours la même approche analytique basée sur la construction graphique de Bergeron que dans les deux premières parties [1, 2], nous analysons le phénomène du coup de bélier induit par la fermeture lente d'une vanne en considérant les pertes de charges concentrées en amont de la conduite forcée, juste à la sortie du réservoir. Les équations analytiques gouvernant la propagation des ondes élastiques en charge sont ainsi développées. Le même exemple pratique étudié lors de nos deux premières contributions est ici analysé et les résultats, des débits et des pressions au niveau de la vanne et du réservoir à différents instants, sont comparés à ceux obtenus, en considérant respectivement les pertes de charges négligeables puis concentrées en aval de la conduite, juste à l'entrée de la vanne de sectionnement.

ABSTRACT

In this third contribution, still using the same analytical approach based on Bergeron's graphical construction as in the first two parts [1, 2], we analyze the water hammer phenomenon induced by the slow closing of a valve by considering pressure losses concentrated upstream of the penstock, just at the outlet of the reservoir. The analytical equations governing the propagation of the elastic waves in charge are thus developed. The same practical example studied during our first two contributions is analyzed here and the results, flow rates and pressures at the level of the valve and the tank at different times, are compared with those obtained, by considering respectively the negligible pressure drops then concentrated downstream of the pipe, just at the inlet of the shut-off valve.

* Corresponding author. Tel.: +213 555928541.

E-mail address: hocine.hammoum@ummto.dz

1 Introduction

Les coups de bélier peuvent produire divers effets indésirables dans les systèmes de canalisations. L'essence de ce phénomène est un transfert d'énergie cinétique liquide à l'énergie potentielle d'élasticité de la conduite. Pour les liquides faiblement compressibles, ce comportement peut produire des variations de pression importantes, qui se propagent dans le système sous forme d'ondes élastiques. L'influence de l'interaction dynamique fluide-structure sur le cours du coup de bélier peut être importante dans les systèmes de canalisations non rigides [3].

Comme nous l'avons déjà vu dans nos deux précédentes publications [1, 2], l'analyse d'un écoulement non permanent dans une conduite en charge est difficile à appréhender tant sur la compréhension du phénomène physique dans la pratique que sur sa mise en équation mathématique en théorie. La résolution des équations régissant cet écoulement non permanent dans une conduite en charge, est complexe, et fait appel à des méthodes générales, d'autant plus intéressantes qu'elles sont simples. La théorie des caractéristiques, dont la méthode de Louis Bergeron est une parfaite illustration élégante, permet de résoudre le problème d'écoulement transitoire dans une conduite forcée. Bergeron lui-même en a donné une magnifique démonstration en traitant des cas complexes faisant intervenir cavitation, réservoir d'air, cheminée d'équilibre ... [4]. La méthode de Bergeron permet de déterminer dans les installations hydrauliques les variations de pression et de débit dues aux coups de bélier sans expliciter analytiquement la nature de l'onde. Initialement, c'était une méthode graphique qui a le mérite d'être très simple lorsque l'on a compris le mécanisme de la construction; elle est transposée aujourd'hui sur des logiciels [5].

Urbanowicz et al. [6, 7], dans leur travaux présentent des solutions analytiques connues concernant le phénomène du coup de bélier qui se produit dans les conduites forcées. Ils commencent par affirmer qu'il n'y a pas de solution analytique complète du coup de bélier connu à ce jour, et ce qui serait correct est d'inclure les pertes de charge. Ces nouvelles solutions analytiques dérivées du coup de bélier pour la dynamique ont été vérifiées avec l'aide d'essais comparatifs avec les résultats obtenus à l'aide d'une solution numérique dans lequel un modèle de pertes de charges dépendant de la fréquence a été implémenté. Les pressions ont été comparées aux résultats des essais expérimentaux. Les comparaisons effectuées ont montré que les modèles analytiques basés sur la l'extension asymptotique de la fonction de frottement dépendant de la fréquence est très compatible avec des études expérimentales.

Zhang et al. [8] présentent une étude analytique du coup de bélier dans une conduite forcée avec une cheminée d'équilibre située à la jonction entre un tunnel et une conduite forcée et une vanne positionnée à l'extrémité aval de la conduite forcée. Les formules analytiques des pressions maximales du coup de bélier à l'extrémité amont du tunnel et de la vanne ont été dérivées pour un système soumis à une fermeture de vanne linéaire et lente. Les résultats analytiques ont ensuite été comparés avec celles numériques obtenues par la méthode des caractéristiques. Les résultats obtenus en utilisant les formules analytiques proposées sont en bon accord avec les résultats numériques obtenus par la méthode des caractéristiques.

Dans la première partie [1], les pertes de charges dans la conduite forcée ont été négligées, alors que dans la deuxième partie [2], elles sont concentrées en aval de la conduite forcée. La prise en compte de ces pertes de charge, surtout lorsqu'elles sont importantes, intervient favorablement pour diminuer la valeur du coup de bélier ; et en raison de la dissipation d'énergie engendrée par le frottement de l'eau le long des parois de la conduite. Ces pertes de charges réparties le long de la conduite rendent le problème complexe et pour le simplifier, nous allons supposer dans cette contribution, que celles-ci sont concentrées à l'extrémité amont de la conduite, juste à la sortie du réservoir, comme si un diaphragme qui crée une perte de charge analogue existait en ce point.

Les pertes de charge ΔH due au frottement de l'eau sur les parois d'une conduite forcée sont le plus souvent calculées à partir de l'expression de Darcy-Weisbach [9]. La perte de charge est proportionnelle au carré du débit véhiculé Q par un coefficient α qui désigne la résistance de la conduite [2]. Ce terme regroupe les facteurs qui dépendent de l'état intérieur de la paroi de la conduite, de sa longueur L et de son diamètre D . Il traduit la résistance offerte au passage de l'eau dans la conduite.

$$\Delta H = \alpha.Q^2 \quad (1)$$

2 Position du problème et hypothèses de base

Considérons une conduite forcée reliant un réservoir de mise en charge en amont, dont la surface libre est à la pression atmosphérique, à une vanne de sectionnement en son extrémité aval qui conditionne le passage de l'eau. L'écoulement gravitaire véhiculant un débit Q_0 en régime permanent à la vitesse V_0 s'effectue du réservoir vers la vanne. Nous admettons que les pertes de charge sont concentrées à l'entrée amont de la conduite. Pour cela, nous imaginons un diaphragme fictif (R'), comme l'indique le dispositif pratique du problème sur la Figure 1. Nous considérons l'écoulement transitoire provoqué par la fermeture lente de la vanne à l'extrémité aval de la conduite, où le coup de bélier prend naissance. Nous supposons que le réservoir est suffisamment grand pour que le niveau de l'eau reste constant pendant la durée du phénomène étudié. Notons également que la conduite présente les mêmes caractéristiques (Diamètre intérieur D et épaisseur e) sur toute la longueur développée notée L .

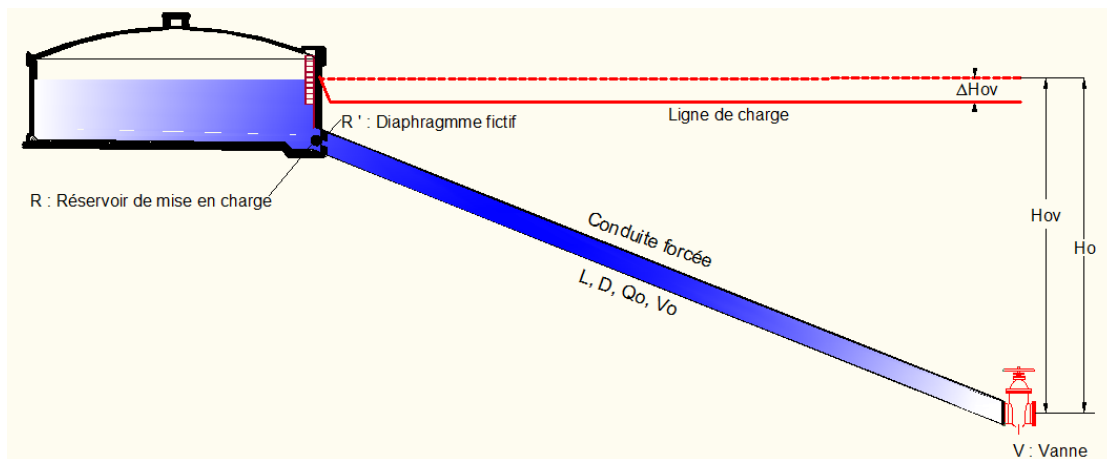


Fig. 1 – Dispositif pratique du problème posé.

Le diamètre à pleine ouverture de la vanne est D . La fermeture de la vanne s'amorce à l'instant $T_0=0$, et s'achève totalement au bout d'un temps T , représentant le temps de la fermeture totale. Le temps d'un aller-retour de l'onde de choc, de célérité C , après fermeture de la vanne, est donné par :

$$T_r = 2 \cdot \frac{L}{C} = 2 \cdot T_x \tag{2}$$

L'étude portera essentiellement sur la détermination du débit et de la pression au niveau de la vanne et au niveau du diaphragme fictif à la sortie du réservoir. Nous noterons sur le graphique de Bergeron, respectivement (jV), (jR) et (jR'), les points figuratifs au niveau de la vanne de sectionnement, du réservoir et enfin du diaphragme fictif, correspondants au temps T_j , donné par la relation qui suit :

$$T_j = jT_x \tag{3}$$

où, j est un entier naturel (variant de 0 à N) et T_x le temps d'un aller simple de l'onde de choc qui sera d'ailleurs pris comme pas de temps pour la fermeture de la vanne.

3 Méthode de résolution

Au temps initial ($T_0=0$), l'ouverture de la vanne est totale, correspondant à la section $A_{V0} = A$. Par conséquent, il n'y a pas de surpression, ce qui nous permet d'écrire $Q_{0V} = Q_0$. Le point figuratif ($0R$) du réservoir se trouve sur l'axe des abscisses $0Q$. Quant au point figuratif ($0V$) de la vanne, celui-ci est déduit après prise en compte des pertes de charge. Il se trouve nécessairement sur la parabole (P) (Fig. 2), en écrivant :

$$H_{0V} = H_0 - \alpha \cdot Q_0^2 \tag{4}$$

Initialement, la vanne est assimilée à un orifice et nous pouvons écrire :

$$Q_{0V} = Q_0 = m \cdot A_{V0} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_{0V}} \tag{5}$$

Nous déduisons alors le coefficient de débit par la relation :

$$m = \frac{Q_0}{A_{V0} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_{0V}}} \tag{6}$$

Nous savons aussi qu’à l’extrémité supérieure de la conduite forcée (au niveau du réservoir), à chaque instant, la surpression est nulle. Par suite, les points figuratifs du réservoir (jR) aux différents instants T_j sont situés sur la droite d’équation $H=H_0$ (Fig. 2).

La détermination des débits et des pressions au niveau de la vanne (jV), du réservoir (jR) et du diaphragme (jR’) aux différents instants T_j sera faite avant et après la fermeture totale de la vanne. Les étapes de calcul seront développées dans les deux cas, en nous inspirant de la construction graphique de Bergeron de la Figure 2.

Tous les points (jR’) correspondants aux différents instants T_j sont situés sur la courbe d’équation :

$$H_{jR'} = H_0 - \alpha \cdot |Q_{jR'}| \cdot Q_{jR'} \tag{7}$$

A l’instant initial ($T_0=0$), les points (0R) et (1R) seront sur l’axe $0Q$. Par contre les points (0V), (0R’) et (1R’) seront sur la même verticale que le point (0R) correspondant au même débit, mais situés sur la parabole (P). Pendant l’intervalle de temps compris entre 0 et T_r (temps d’un aller-retour), aucune onde réfléchie par le réservoir ne vient frapper la vanne. En conséquence l’onde réfléchie que nous noterons « f » reste nulle à la vanne et la droite correspondante liée aux points V reste invariable. Donc le lieu des points V entre 0 et T_r est sur la droite de pente $(-C/gA)$ passant par (0V).

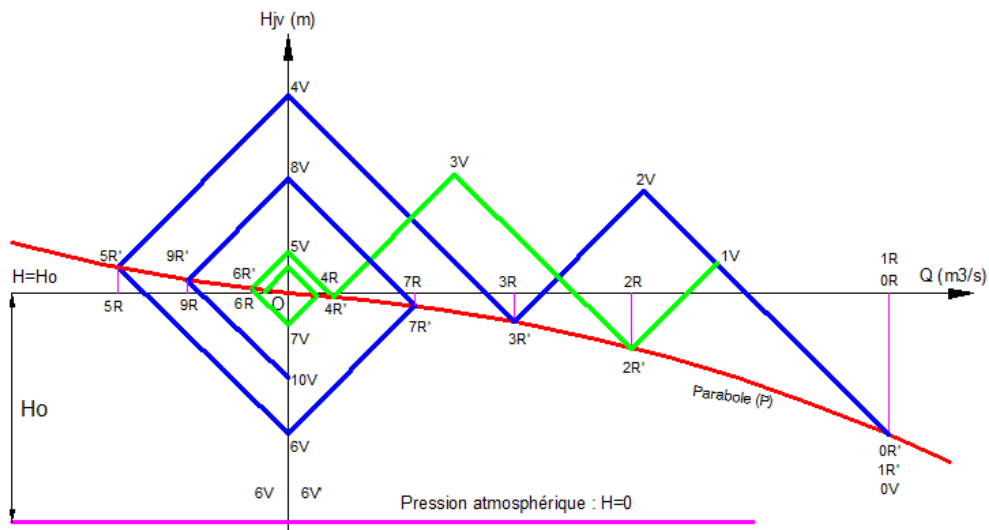


Fig. 2 – Construction graphique de Bergeron dans le cas d’une fermeture, avec pertes de charges concentrées en amont.

A partir du point (0R’) nous mènerons une droite de pente $(-C/gA)$ le long de laquelle aux temps T_1 et T_2 se situent les points (1V) et (2V). Ainsi donc, quand V est en (1V) respectivement en (2V), la vanne émet une onde F_1 respectivement F_2 caractérisées par deux droites de pentes $(+C/gA)$ coupant la parabole (P) respectivement en deux points (2R’) et (3R’), points représentatifs du diaphragme R’ aux temps T_2 et T_3 . Les points (2R) et (3R) se déduiront, par un rappel vertical, comme il a été expliqué plus haut, tenant compte des pertes de charges $\Delta H_{2R'}$ et $\Delta H_{3R'}$. Ainsi en (2R’), part au temps T_2 une onde réfléchie

notée f_2 caractérisée par la droite de pente $(-C/gA)$. Cette onde arrivera à la vanne au temps T_3 et nous obtenons ainsi le point figuratif de la vanne (3V). A partir du point (3V) part une onde F_3 caractérisée par la droite de pente $(+C/gA)$ qui coupe la parabole (P) au point (4R') au temps T_4 . Le point (4R) se déduit, par un rappel vertical, tenant compte de la perte de charges $\Delta H_{4R'}$, et ainsi de suite Nous avons pu mettre successivement en place les points (0V), (1V), (2V), (3V) Ainsi que les points (0R), (1R), (2R), (3R) ... permettant d'évaluer aux instants (0, T_1 , T_2 , T_3 , ...) les valeurs des coup de béliers et les débits au niveau de la vanne et du réservoir.

Mais viendra le moment où la vanne sera totalement fermée et où le lieu obligé des points figuratifs (V) de la vanne sera l'axe vertical 0H, correspondant au débit nul. Supposons qu'il en soit ainsi au temps T_4 , comme c'est le cas sur la Figure 2. Nous voyons que le point (4V) se trouve sur l'axe 0H, à l'intersection avec la droite de pente $(-C/gA)$ qui part du point (3R'). Il en sera de même pour les points (5V) au temps T_5 , qui doivent se trouver sur l'axe 0H (vanne fermée) au point d'intersection avec la droite de pente $(-C/gA)$ qui part du point (4R').

Sur la Figure 2, à partir de la fermeture totale de la vanne, nous pourrons relever les valeurs successivement prises par le débit Q au niveau de la sortie du réservoir, il se produit des entrées et des sorties d'eau périodiques dans le réservoir accompagnant les surpressions et des dépressions dans la conduite. De même, nous pouvons suivre les variations du coup de bélier au niveau de la vanne en nous reportant aux ordonnées des points (4V), (5V), (6V), (7V), (8V), (9V).

Nous mènerons par les points (4V) et (5V) deux droites de pentes $(+C/gA)$ coupant la parabole (P) respectivement en (5R') et (6R'), aux temps T_5 et T_6 . Les points (5R) et (6R) se déduiront, par un rappel vertical, tenant compte des pertes de charges $\Delta H_{5R'}$ et $\Delta H_{6R'}$.

Fort de cette remarque, si nous poursuivons la construction précédemment commencée, nous remarquons qu'à partir des points (4V) et (5V), les droites de pente $(-C/gA)$ et $(+C/gA)$ vont former des losanges qui deviennent de plus en plus petit à chaque aller-retour de l'onde. Autrement dit, le diagramme se ferme sur lui-même en s'atténuant, le phénomène est périodique et de période T_r . Dans le cas de la Figure 2, le diagramme de Bergeron comprend deux losanges.

3.1 Etude des points figuratifs (jV) correspondants à la vanne

D'après la construction graphique de Bergeron de la Figure 2, nous établissons les relations suivantes :

$$H_{jv} = H_{(j-1)R'} - \frac{C}{g.A} \cdot \Delta Q_j \tag{8}$$

$$Q_{jv} = Q_{(j-1)R'} + \Delta Q_j \tag{9}$$

$$Q_{jv} = m.A_{vj} \cdot \sqrt{2.g.H_{jv}} \tag{10}$$

Nous tirons ΔQ_j de la relation (9), que nous remplaçons dans la relation (8), il vient :

$$H_{jv} = H_{(j-1)R'} - \frac{C}{g.A} \cdot (Q_{jv} - Q_{(j-1)R'}) \tag{11}$$

L'équation (10) devient :

$$Q_{jv}^2 = (m.A_{vj})^2 \cdot (2.g.H_{jv}) \tag{12}$$

En remplaçant l'expression de H_{jv} de l'équation (11) dans (12), il vient :

$$Q_{jv}^2 + 2 \cdot \frac{C}{A} \cdot (m.A_{vj})^2 \cdot Q_{jv} - 2.g \cdot (m.A_{vj})^2 \cdot \left[H_{(j-1)R'} + \frac{C}{g.A} \cdot Q_{(j-1)R'} \right] = 0 \tag{13}$$

Deux cas sont à observer :

Avant fermeture totale de la vanne : $Av_j \neq 0$

La résolution de l'équation (13) du second ordre, aboutit à deux racines réelles. Nous ne retiendrons que la solution qui a un sens physique :

$$Q_{jv} = -\frac{C}{A} \cdot (m \cdot A_{vj})^2 + \sqrt{\left[\frac{C}{A} \cdot (m \cdot A_{vj})^2 \right]^2 + 2 \cdot g \cdot (m \cdot A_{vj})^2 \cdot \left[H_{(j-1)R'} + \frac{C}{g \cdot A} \cdot Q_{(j-1)R'} \right]} \quad (14)$$

De l'équation (12), nous déduisons :

$$H_{jv} = \frac{Q_{jv}^2}{2 \cdot g \cdot (m \cdot A_{vj})^2} \quad (15)$$

Après fermeture totale de la vanne : $Av_j = 0$

Dans ce cas $Q_{jv} = 0$ et l'équation (11) nous déduisons :

$$H_{jv} = H_{(j-1)R'} + \frac{C}{g \cdot A} \cdot Q_{(j-1)R'} \quad (16)$$

3.2 Etude des points $(j+1) R'$

Au vu de la relation (7), $H_{(j+1)R'}$ dépend du signe de $Q_{(j+1)R'}$. Par conséquent, nous étudierons le cas de l'avant et l'après fermeture de vanne. Il vient que :

$$H_{(j+1)R'} = H_0 - \alpha \cdot |Q_{(j+1)R'}| \cdot Q_{(j+1)R'} \quad (17)$$

3.2.1 Avant fermeture totale de la vanne : $Av_j \neq 0$

Deux cas sont à observer,

Premier cas où $Q_{(j+1)R'} \geq 0$

La relation (17) s'écrit dans ce cas :

$$H_{(j+1)R'} = H_0 - \alpha \cdot Q_{(j+1)R'}^2 \quad (18)$$

D'après la construction graphique de Bergeron (Fig. 3),

$$H_{(j+1)R'} = H_{jv} + \frac{C}{g \cdot A} \cdot \Delta Q_j' \quad (19)$$

$$Q_{(j+1)R'} = Q_{jv} + \Delta Q_j' \quad (20)$$

En égalisant les relations (18) et (19), il vient :

$$H_{(j+1)R'} = H_0 - \alpha \cdot Q_{(j+1)R'}^2 = H_{jv} + \frac{C}{g \cdot A} \cdot [Q_{(j+1)R'} - Q_{jv}] \quad (21)$$

Après toutes transformations faites, nous aboutissons à :

$$Q_{(j+1)R'}^2 + 2 \cdot \frac{C/A}{2 \cdot \alpha \cdot g} Q_{(j+1)R'} - \frac{1}{\alpha} \cdot \left[H_0 - H_{jv} + \frac{C}{g \cdot A} \cdot Q_{jv} \right] = 0 \tag{22}$$

La résolution de cette dernière équation du second degré, aboutit à deux racines réelles. Nous ne retiendrons que la solution qui a un sens physique :

$$Q_{(j+1)R'} = - \frac{C/A}{2 \cdot \alpha \cdot g} + \sqrt{\left[\frac{C/A}{2 \cdot \alpha \cdot g} \right]^2 + \frac{1}{\alpha} \cdot \left[H_0 - H_{jv} + \frac{C}{g \cdot A} \cdot Q_{jv} \right]} \tag{23}$$

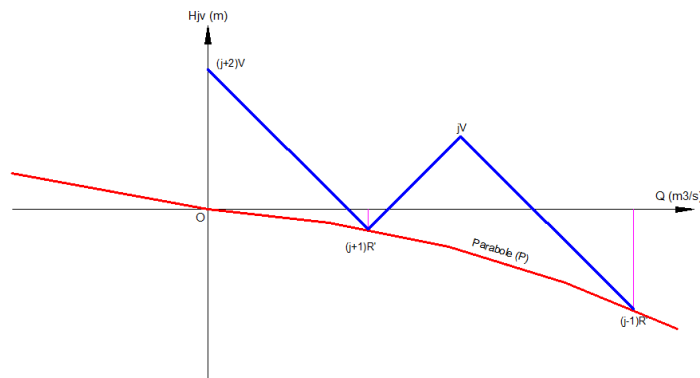


Fig. 3 – Position des points (j+1)R' avant la fermeture de vanne

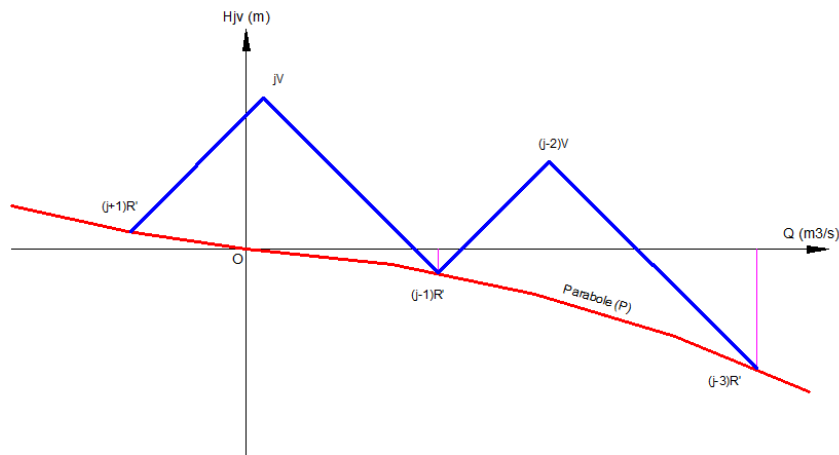


Fig. 4 – Position des points (j+1)R' après la fermeture de vanne.

Second cas où $Q_{(j+1)R'} < 0$

La relation (17) s'écrit dans ce cas :

$$H_{(j+1)R'} = H_0 + \alpha \cdot Q_{(j+1)R'}^2 \tag{24}$$

En égalisant les relations (19) et (24), il vient :

$$H_{(j+1)R'} = H_0 + \alpha \cdot Q_{(j+1)R'}^2 = H_{jv} + \frac{C}{gA} \cdot [Q_{(j+1)R'} - Q_{jv}] \tag{25}$$

Après toutes transformations faites, nous aboutissons à :

$$Q_{(j+1)R'}^2 - 2 \cdot \frac{C/A}{2 \cdot \alpha \cdot g} Q_{(j+1)R'} - \frac{1}{\alpha} \cdot \left[H_{jv} - H_0 - \frac{C}{g \cdot A} \cdot Q_{jv} \right] = 0 \tag{26}$$

La résolution de cette dernière équation du second degré, aboutit à deux racines réelles. Nous ne retiendrons que la solution qui a un sens physique :

$$Q_{(j+1)R'} = \frac{C/A}{2 \cdot \alpha \cdot g} + \sqrt{\left[\frac{C/A}{2 \cdot \alpha \cdot g} \right]^2 + \frac{1}{\alpha} \cdot \left[H_{jv} - H_0 - \frac{C}{g \cdot A} \cdot Q_{jv} \right]} \tag{27}$$

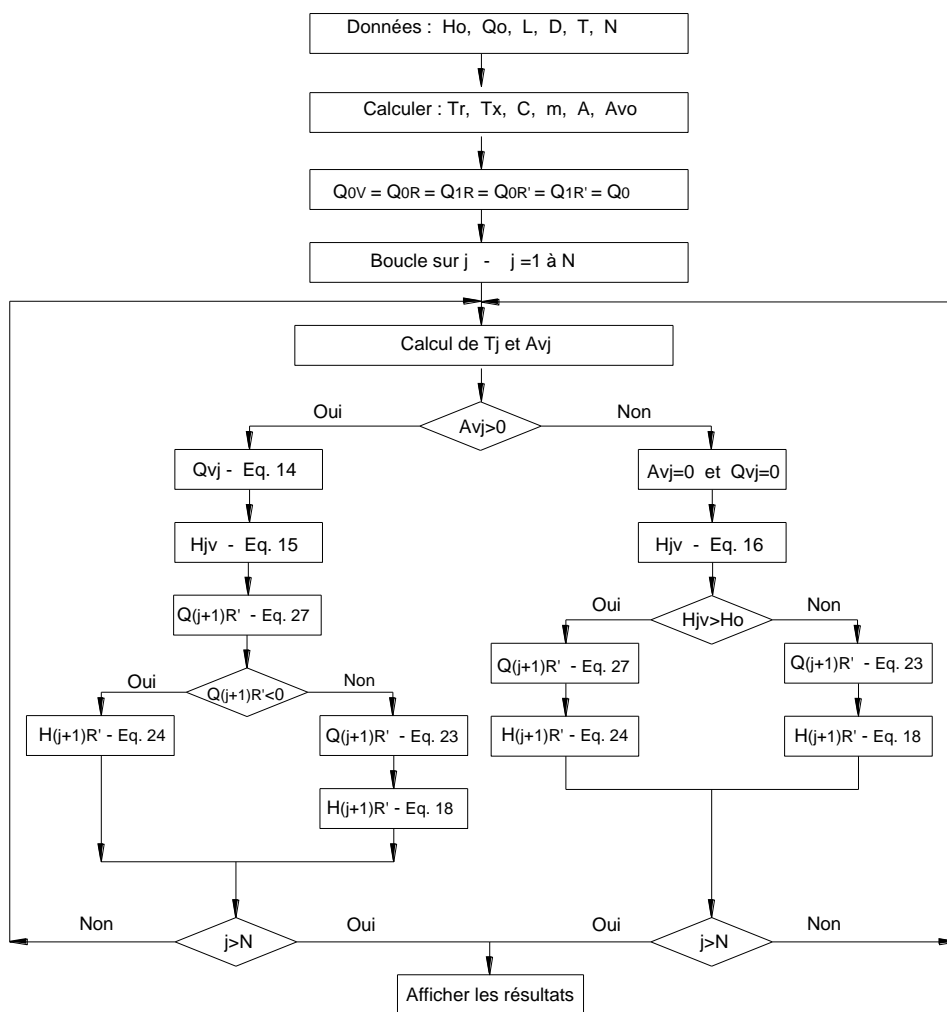


Fig. 5 – Organigramme de calcul

3.2.2 Après fermeture totale de la vanne : Avj = 0

Deux cas sont aussi à observer.

Premier cas où $Q_{(j+1)R'} \geq 0$

Cette situation se produit lorsque $H_{jv} \leq H_0$. Alors $Q_{(j+1)R'}$ est estimé par la relation (23) en considérant $Q_{jv} = 0$.

Second cas où $Q_{(j+1)R'} < 0$

Cette situation se produit lorsque $H_{jv} > H_0$. Alors $Q_{(j+1)R'}$ est estimé par la relation (27) en considérant $Q_{jv} = 0$.

3.3 Organisation informatique de la méthode

Les équations analytiques ainsi développées et traduisant le phénomène du coup de bélier, tel que présenté sur les épures de Bergeron, s’y prêtent bien à la programmation. L’organigramme de la Figure 5, met en évidence les différentes phases de calcul. Effectivement, à $T_0=0$, avant le début de la fermeture de la vanne, le débit Q_{0V} passant à travers la vanne et les débits Q_{0R} et $Q_{0R'}$ sortant respectivement du réservoir et du diaphragme fictif R’, sont identiques au débit initial Q_0 s’écoulant dans la conduite forcée. Il en est de même, à l’instant T_1 , après le début de la fermeture de vanne, les débits Q_{1R} et $Q_{1R'}$ sortant respectivement du réservoir et du diaphragme fictif sont aussi égaux au débit initial Q_0 s’écoulant dans la conduite forcée, car l’effet de la fermeture au niveau de la vanne à cet instant précis ne se fait pas encore ressentir au niveau de la sortie du réservoir (point R) ou du diaphragme (point R’). Pour démarrer le calcul, nous posons : $Q_{0V} = Q_{0R} = Q_{0R'} = Q_{1R} = Q_{1R'} = Q_0$

Avant fermeture totale de la vanne, nous supposons que $Q_{(j+1)R'}$ est négatif, et sa valeur est donnée par la relation (27). Si le résultat obtenu n’est pas compatible avec l’hypothèse de départ, sa valeur est alors recalculée par la relation (23).

4 Etude d’un cas pratique

Soit à déterminer à différents instants les débits et les pressions au niveau de la vanne contrôlant le passage de l’eau dans une conduite forcée en acier, tenant compte des pertes de charges concentrées en amont. Nous présentons, dans le Tableau 1, les données de l’exemple pratique du dispositif de la Figure 1.

Tableau 1 – Données de l’exemple pratique [1]

Longueur développée de la conduite	$L = 2\,000.00\text{ m}$
Diamètre intérieur de la conduite	$D = 1.616\text{ m}$
L’aire de la section droite de la conduite	$A = 2.05\text{ m}^2$
Charge statique	$H_0 = 50.00\text{ m}$
Débit véhiculé par la conduite	$Q_0 = 2.00\text{ m}^3/\text{s}$
Coefficient dépendant du matériau constituant la conduite	$K = 0.50$ (conduite en acier)
Epaisseur de la conduite	$e = 0.01625\text{ m}$
Temps de fermeture totale de la vanne	$T = 10\text{ s}$
Coefficient de rugosité du tuyau	$\varepsilon = 0.002\text{ m}$
Viscosité cinématique de l’eau à 20 °C	$\nu = 0.000001007\text{ m}^2/\text{s}$

La célérité de propagation de l’onde de choc est donnée par la relation d’Allievi [10] :

$$C = \frac{9900}{\sqrt{48,3 + K \cdot \frac{D}{e}}} = 1000\text{ m/s} \tag{28}$$

Le coefficient K dépend du matériau constituant la conduite forcée (K=0.5 pour l’acier). Le coefficient de pertes de charge λ est obtenu numériquement par la méthode des approximations successives. Les résultats de cette analyse numérique sont consignés dans le tableau 2.

Dans le cadre de cette application, nous considérons une loi de fermeture linéaire, donnée par la relation suivante :

$$A_{vj} = A_{v0} \cdot \left(1 - \frac{T_j}{T} \right) \tag{29}$$

Après analyse du phénomène du coup de bélier, en suivant la méthode exposée en section 3 résumée dans l'organigramme de la Figure 4, nous avons consigné dans le Tableau 3, à différents instants T_j , la section d'ouverture de la vanne, le débit au travers de la vanne, le débit sortant (ou entrant) du réservoir, la charge au-dessus du diaphragme, la perte de charge, la charge et le coup de bélier au dessus de la vanne.

Tableau 2 – Evaluation de la résistance de la conduite [2]

Vitesse initiale d'écoulement	$V_0 = 0.98$ m/s
Nombre de Reynolds	$Re = 1\ 564\ 837.65$
Coefficient de pertes de charge	$\lambda = 0.020864463$
Résistance de la conduite	$\alpha = 0.3129$

Tableau 3 – Résultats de l'analyse du coup de bélier avec pertes de charges concentrées en amont

j	T_j [s]	A_{vj} [m ²]	Q_{jv} [m ³ /s]	H_{jv} [m]	$Q_{(j+1)R'}$ [m ³ /s]	$H_{(j+1)R'}$ [m]	$\Delta H_{(j+1)R'}$ [m]	B_{jv} [m]
0	-	2,05	2,00	48,748555	2,00	48,75	0	0
1	2,00	1,64	1,76	60,602526	1,5333604	49,26440264	-0,736	10,60
2	4,00	1,23	1,47	75,070548	0,9601463	49,71157923	-0,288	25,07
3	6,00	0,82	0,99	76,342722	0,4571796	49,93460790	-0,065	26,34
4	8,00	0,41	0,48	73,352023	0,0146268	49,99993307	-0,000	23,35
5	10,00	0	0	72,656535	-0,4545631	50,06464576	0,065	22,66
6	12,00	0	0	50,726889	-0,0146241	50,00006691	0,000	0,73
7	14,00	0	0	27,472756	0,4519764	49,93608787	0,064	- 22,53
8	16,00	0	0	49,273245	0,0146214	49,99993311	0,000	-0,73
9	18,00	0	0	72,399419	-0,4494190	50,06319091	0,063	22,40
10	20,00	0	0	50,726622	-0,0146187	50,00006686	0,000	0,73
11	22,00	0	0	27,726962	0,4468904	49,93751816	0,062	-22,27
12	24,00	0	0	49,273512	0,0146160	49,99993316	0,000	-0,73
13	26,00	0	0	72,148074	-0,4443901	50,06178463	0,062	22,15
14	28,00	0	0	50,726354	-0,0146134	50,00006681	0,000	0,73
15	30,00	0	0	27,975495	0,4419176	49,93890097	0,061	-22,02

Nous remarquons que la charge maximale de 76,34 m correspondant à une surpression de 26,34 m au niveau de la vanne est atteinte au temps T_3 soit 6 s après le début de fermeture de vanne. Cet état est représenté sur le graphe de Bergeron (Fig. 5) par le point figuratif (3V) lorsque le taux de fermeture de la vanne a atteint 60%. La charge minimale de 27,47 m correspondant à une dépression de l'ordre de -22,53 m au niveau de la vanne est atteinte au temps T_7 , soit 4 s après la fermeture totale de la vanne. Cet état est représenté sur le diagramme de Bergeron (Fig. 5) par le point figuratif (7V).

Nous constatons qu'à partir de la fermeture totale de la vanne, il se produit des entrées et des sorties périodiques d'eau dans le réservoir alternativement à chaque temps d'un aller-retour T_r de l'onde de choc. Pour le petit losange de la Figure 5, nous déduisons qu'au point (5R) représentatif du réservoir au temps T_5 , la conduite enregistre une entrée d'eau, alors qu'au point (7R), correspondant au temps T_7 , elle enregistre une sortie d'eau, soit donc après un temps d'un aller-retour de l'onde de choc T_r . Alors que pour le grand losange de la Figure 5, nous déduisons qu'au point (4R) représentatif du réservoir au temps T_4 , la conduite enregistre une entrée d'eau, alors qu'au point (6R), correspondant au temps T_6 , elle enregistre une sortie d'eau, soit donc après un temps d'un aller-retour de l'onde de choc T_r .

Ce phénomène sera répété indéfiniment avec une récurrence pour tous les point figuratifs $(4+2k)R$ et $(5+2k)R$ marquant l'entrée d'eau et la sortie d'eau dans le réservoir et où le paramètre k désigne un entier naturel.

Quant au coup de bélier, nous constatons qu'à partir de la fermeture totale de la vanne, il se produit des surpressions et des dépressions au niveau de la vanne alternativement à chaque temps d'un aller-retour T_r de l'onde de choc. Pour le grand

losange de la Figure 5, nous déduisons qu’au point (5V) représentatif de la vanne au temps T_5 , la conduite enregistre une surpression ($B_{5V}=22.66$ m), alors qu’au point (7V) correspondant au temps T_7 , elle enregistre une dépression ($B_{7V}=-22.53$ m), soit donc après un temps d’un aller-retour T_r de l’onde de choc. Alors que pour le petit losange de la Figure 5, nous déduisons qu’au point (6V) représentatif de la vanne au temps T_6 , la conduite enregistre une surpression ($B_{6V}=0.73$ m), alors qu’au point (8V) correspondant au temps T_8 , elle enregistre une dépression ($B_{8V}=-0.73$ m), soit donc après un temps d’un aller-retour T_r de l’onde de choc. Ce phénomène sera répété indéfiniment avec une récurrence pour tous les points figuratifs $(5+2k)V$ et $(6+2k)V$ marquant alternativement la surpression et la dépression et où le paramètre k désigne un entier naturel.

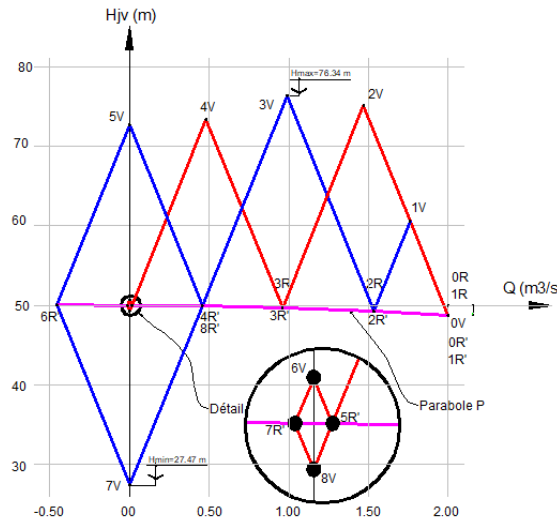


Fig. 6 – Construction graphique de Bergeron de l'exemple pratique

Si nous poursuivons la construction précédemment commencée de la Figure 5, nous remarquons qu’à partir du point (5V), le grand losange devient de plus en plus petit à chaque aller-retour de l’onde, en se fermant sur lui-même en s’atténuant.

La surpression de la vanne sera visible sur le diagramme aux temps T_5, T_9, T_{13}, \dots avec une période de retour de $2T_r$, donnant une surpression respectivement de $B_{5V}=22.66$ m, $B_{9V}=22.40$ m, et $B_{13V}=22.15$ m... qui s’atténue jusqu’à s’annuler dans le temps. La dépression de la vanne sera visible sur le diagramme aux temps $T_7, T_{11}, T_{15}, \dots$ avec une période de retour de $2T_r$, donnant une dépression respectivement de $B_{7V}=-22.53$ m, $B_{11V}=-22.27$ m, et $B_{15V}=-22.02$ m... qui s’atténue jusqu’à s’annuler dans le temps (Voir Tableau 3).

Tableau 4 – Comparaison du coup de bélier avec et sans pertes de charges (PdC)

j	t _j [sec]	Av _j [m ²]	Q _{jv} [m ³ /sec]	H _{jv} [m] Sans PdC [1]	H _{jv} [m] PdC aval [2]	Différence [%]	H _{jv} [m] PdC amont	Différence [%]
0	-	2,05	2,00	50,00	48,75	2,50	48,75	2,50
1	2,00	1,64	1,76	61,33	60,76	0,92	60,60	1,19
2	4,00	1,23	1,47	75,91	75,46	0,60	75,07	1,11
3	6,00	0,82	0,99	77,30	76,45	1,10	76,34	1,24
4	8,00	0,41	0,48	73,48	73,03	0,60	73,35	0,17
5	10,00	0,00	0,00	72,14	72,41	- 0,37	72,66	- 0,72
6	12,00	0,00	0,00	50,62	50,92	- 0,59	50,73	- 0,20
7	14,00	0,00	0,00	27,86	27,59	0,97	27,47	1,41
8	16,00	0,00	0,00	49,38	49,08	0,60	49,27	0,21

Nous présentons dans le tableau 4, la comparaison des résultats des charges au-dessus de la vanne, obtenus en considérant les pertes des charges négligeables [1], puis concentrées en aval [2] puis en amont de la conduite. Nous constatons que ces charges sont réduites dans le cas où les pertes de charges sont prises en compte dans l’analyse du phénomène. Cette réduction peut varier de 0.37 % à 2.50 %, et elle est dans la même proportion en les considérant soit concentrées en amont ou en aval.

5 Conclusion

A travers cet exemple pratique où les pertes de charge ne sont plus négligées, nous sommes arrivés à mettre en évidence que ces dernières interviennent favorablement pour diminuer la valeur du coup de bélier en raison de la dissipation d'énergie engendrée par le frottement de l'eau le long de la conduite, ce qui est en accord avec la conclusion des travaux de Urbanowicz et al. [6, 7]. Il a été aussi démontré que le taux de pertes de charges sont prises dans la même proportion que les pertes de charges concentrées en amont ou en aval. D'un point de vu physique, la prise en compte des pertes de charges concentrées en amont est plus réaliste, car les surpressions et dépressions qui accompagnent le phénomène de propagation des ondes qui parcourent la conduite forcée pendant un certain temps s'amortissent peu à peu jusqu'au rétablissement d'un nouveau régime permanent, contrairement au cas des pertes de charges concentrées en aval. Cet amortissement est observé sur le losange qui se referme sur lui-même en s'atténuant dans le diagramme de Bergeron (Figure 2). Il peut être conclu que cette nouvelle solution proposée, qui consiste à considérer les pertes de charges concentrées en amont peut être utilisée en toute sécurité dans la pratique de l'ingénierie, pour le calcul du coup de bélier induit par des ondes se produisant dans les systèmes de conduites en charges lors de fermetures des vannes, et pour le dimensionnement de la cheminée d'équilibre optimale, comme présenté dans les travaux de Zhang et al. [8]. Au moment de la fermeture de la vanne, le rôle de la cheminée d'équilibre est d'absorber temporairement le débit excédentaire de l'eau provenant du réservoir (ainsi que son énergie cinétique) afin qu'il ne contribue pas à augmenter la pression dans la conduite qui est déjà soumise à l'effet du coup de bélier produit par l'eau qu'elle contient. Dès le moment où le débit de la conduite s'annule, il se produit entre le réservoir et la cheminée d'équilibre un mouvement de balancement qui s'amortit peu à peu grâce aux pertes de charges de la conduite.

6 Principales notations utilisées par ordre alphabétique

α : Résistance de la conduite [-]

ε : Coefficient de rugosité de la conduite [m]

λ : Coefficient de pertes de charge [-]

ν : Viscosité cinématique de l'eau [m²/s]

ΔH_{jv} : Pertes de charges au niveau de la vanne à l'instant T_j [m]

A : Aire de la section droite de la conduite [m²]

A_{vj} : Aire de la section d'ouverture de la vanne à l'instant T_j [m²]

B_{jv} : Coup de bélier (surpression ou dépression) au niveau de la vanne à l'instant T_j [m]

C : Célérité de propagation de l'onde de choc [m/s]

D : Diamètre intérieur de la conduite [m]

e : Epaisseur de la conduite [m]

g : Accélération de la pesanteur [m/s²]

H_0 : Charge statique au niveau de la vanne à l'instant initial T_0 [m]

H_{jv} : Charge au niveau de la vanne à l'instant T_j [m]

$H_{(j+1)R'}$: Charge au niveau du diaphragme fictif R' à l'instant $T_{(j+1)}$ [m]

K : Coefficient dépendant du matériau de la conduite (0.50 pour l'acier, 1.0 pour la fonte et 5.0 pour le plomb)

L : Longueur développée de la conduite [m]

m : Coefficient de débit [-]

n : Nombre de points (jV) et (jR) à traiter [-]

Q_0 : Débit initial de l'eau dans la conduite forcée [m³/s]

Q_{jv} : Débit passant au travers de la vanne à l'instant T_j [m³/s]

$Q_{(j+1)R'}$: Débit passant au travers du diaphragme fictif R' à l'instant $T_{(j+1)}$ [m^3/s]

Re : Nombre de Reynolds [-]

T : Temps de fermeture totale de la vanne [s]

T_r : Temps d'un aller-retour de l'onde de choc [s]

T_X : Pas de temps [s]

V_0 : Vitesse moyenne de l'eau dans la conduite [m/s]

REFERENCES

- [1]- H. Hammoum, A. Yahiaoui, B. Achour, Analyse du coup de bélier dans une conduite forcée dans le cas d'une fermeture de vanne. Partie 1: Sans pertes de charges. *J. Mater. Eng. Struct*, 3(1) (2016) 14-22.
- [2]- H. Hammoum, A. Yahiaoui, B. Achour, Analyse du coup de bélier dans une conduite forcée dans le cas d'une fermeture de vanne. Partie 2: Pertes de charges concentrées en aval. *J. Mater. Eng. Struct.*, 4(1) (2017) 14-22.
- [3]- S. Henclik, Analytical solution and numerical study on water hammer in a pipeline closed with an elastically attached valve. *Journal of Sound and Vibration*, 417 (2018) 245-259. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.12.011>.
- [4]- C. Thirriot, Méthodes approchées de calcul des coups de belier dans des conduits relativement longues. *La Houille Blanche*, (2) (1967) 179-192.
- [5]- Bentley Institute, OpenFlows Hammer, Water Hammer and Transient Analysis Software
- [6]- K. Urbanowicz, A. Bergant, M. Stosiak, M. Lubecki. Analytical Solutions of Water Hammer in Metal Pipes. Part I—Brief Theoretical Study. in *Fatigue and Fracture of Materials and Structures*. Cham: Springer International Publishing. (2022), 57-68.
- [7]- K. Urbanowicz, A. Bergant, M. Stosiak, K. Towarnicki. Analytical Solutions of Water Hammer in Metal Pipes. Part II—Comparative Study. in *Fatigue and Fracture of Materials and Structures*. Cham: Springer International Publishing. (2022), 69-83.
- [8]- Y.-l. Zhang, M.-f. Miao, J.-m. Ma, Analytical study on water hammer pressure in pressurized conduits with a throttled surge chamber for slow closure. *Water Science and Engineering*, 3(2) (2010) 174-189. doi:<https://doi.org/10.3882/j.issn.1674-2370.2010.02.006>.
- [9]- M. Carlier, *Hydraulique générale et appliquée*. Eyrolles. (1972).
- [10]- A. Dupont, *Hydraulique urbaine*. Eyrolles. (1979).