



Journal of Materials and Engineering Structures

Research Paper

Bandes interdites de structures à base de béton-acier et béton-molybdène. Comparaison entre structures à périodicités carrée et hexagonale

Band Gaps of structures based on concrete-steel and concrete-molybdenum. Comparison between structures with square and hexagonal periodicities

Amine Amrane^{a*}, *Abdelkader Hassein-Bey*^b

^a *Department of Civil Engineering, Faculty of Technology, Blida 1 University, Algeria.*

^b *Department of Physics (Micro & Nano Systems), Faculty of Sciences, Blida 1 University, Algeria.*

ARTICLE INFO

Historique de l'article :

Recu : 22 Octobre 2022

Révisé : 27 Juillet 2023

Accépté : 31 Juillet 2023

Mots clés:

Isolation sismique

Bandes interdites

Réseaux périodiques

Transmission

Keywords :

Seismic isolation

Bands gap

Phononic crystals

Transmission

RESUME

Dans cet article, une étude des courbes de dispersion des fréquences d'une structure périodique formée d'un substrat en béton incrusté de cylindres en acier enrobés d'une couche de caoutchouc a été faite. Ces courbes de dispersion font apparaître trois bandes interdites synonymes d'absence de propagation d'ondes. Après substitution de l'acier par le molybdène, les résultats ont montré un glissement des bandes interdites vers les basses fréquences avec un élargissement de ces bandes. En outre, une comparaison des bandes gaps a été faite entre deux structures bidimensionnelles finies à périodicités carrée et hexagonale. Les résultats ont montré qu'une périodicité carrée d'une structure bidimensionnelle est plus favorable pour le domaine du génie civil qui représente un domaine de basses fréquences par excellence.

ABSTRACT

In this article, a study of the frequency dispersion curves of a periodic structure was made. The cell units of the base model are made of steel cylinders coated with a rubber layer embedded in a concrete thin mat. The results show the existence of three band gaps which means that we have no propagation waves. In second step, the steel core has been substituted with molybdenum. A noticeable shift towards the low frequencies has been achieved together with an improvement in the relative widths of the band gaps. In addition, a comparison of band gaps was made between a finite two-dimensional structure with square periodicity and hexagonal periodicity. The results showed that a square periodicity of a two-dimensional structure is more favourable for the field of civil engineering which is necessary to be in a low frequencies.

* *Corresponding author. Tel.: 0664754489.*

amrane_amine@univ-blida.dz

1 Introduction

Nombreuses ont été les recherches consacrées aux analyses pratiques et méthodes de conception et d'ingénierie antisismiques et anti-vibrations destinées à résister aux tremblements de terre et autres vibrations provenant d'équipements mécaniques. En dépit du développement de divers types de systèmes d'isolation au cours des dernières années, leur mise en œuvre n'est pas anodine et leur conception efficace n'est pas simple encore moins applicable à tous les édifices; que ce soit en terme d'isolation des structures ou d'isolation des sites de construction [1-5] y compris dans les régions à températures très basses où certains isolateurs s'adaptent très mal [6].

De ce fait, la recherche d'autres perspectives dans le but de limiter les effets désastreux sur les constructions représente un challenge pour la communauté scientifique dans le domaine du génie civil. L'une de ces perspectives est la transposition du concept des cristaux phononiques au domaine de la construction civile. Ce concept actuellement en vogue, repose essentiellement sur le contrôle et la manipulation des ondes élastiques/acoustiques.

Le travail présenté dans cet article et qui s'inscrit dans la continuité d'un travail effectué récemment, est de contribuer à la transposition et l'application du principe des bandes interdites dans les cristaux phononiques au domaine du génie civil particulièrement l'isolation des ouvrages exposés aux vibrations d'origine sismique (0.1 à 30 Hz) ou provenant d'équipements industriels (jusqu'à 150 Hz).

Les structures périodiques pour les ondes mécaniques, communément appelées cristaux phononiques ont connu un essor important durant les années 90. Ces matériaux qui s'obtiennent par une modulation périodique des propriétés mécaniques d'un milieu comme la masse volumique ou la rigidité; ces structures ont la capacité de bloquer la propagation des ondes élastiques dans certaines gammes de fréquences appelées bandes gap ou bandes interdites [7-9].

Le concept des cristaux phononiques devenu une manifestation quasi universelle au vu du nombre impressionnant de travaux et recherches entrepris par la communauté scientifique qui essaie de cerner de près le phénomène de "bandes interdites", synonymes d'ondes élastiques ne pouvant pas se propager dans le milieu périodique dans une gamme de fréquences ou de longueurs d'ondes de l'ordre de la période de la structure. La maîtrise de la propagation des ondes dans ces milieux complexes a conduit à des révolutions technologiques majeures; on peut citer le domaine de l'électronique, par exemple, qui s'est développé grâce à l'utilisation des milieux cristallins appelés semi-conducteurs. Le filtrage et le guidage des ondes dans des applications de radio telecommunication [10-14] notamment avec l'avancée technologique en matière de micro et nano fabrication [15-22].

Ensuite, nous avons assisté à l'apparition de structures périodiques à résonance locale (*LRPC*) ou de métamatériaux phononiques connus pour leur propriété spéciale qu'est la bande interdite à basses fréquences; cette dernière présente de nombreuses applications intéressantes notamment dans le domaine de l'isolation acoustique (réduction du bruit des moteurs dans les cabines, contrôle du bruit dans les halls industriels, protection des équipements électroniques sur lesquels les ondes sonores peuvent avoir un effet néfaste, etc.) [23-26].

Récemment, dans le domaine qui nous concerne à savoir le domaine du génie civil, le terme "cristaux phononiques" est remplacé par le terme "réseaux périodiques". Mais paradoxalement, les dimensions qui étaient jusqu'alors micrométriques pour les cristaux phononiques, sont dans le domaine du génie civil et plus précisément dans celui du parasismique, de l'ordre du mètre et du décimètre, et ce, pour être compatibles avec des fréquences caractéristiques très basses.

1.1 Courbes de dispersion des fréquences

L'étude réalisée dans cet article s'inscrit dans la continuité d'un travail effectué antérieurement [27]. Dans la première partie de cet article, nous mettons en évidence l'existence des bandes interdites d'un massif en béton incrusté d'un noyau en acier enrobé d'une couche en caoutchouc. Ensuite, nous étudions l'évolution de ces bandes interdites lorsque nous substituons l'acier par le molybdène de masse volumique et rigidité plus importantes.

Les simulations se concentrent sur une seule cellule appelée cellule de base comme l'illustre la figure 1(a) en appliquant les conditions limites de Bloch-Floquet aux limites de la cellule [28]. Les dimensions de la structure sont ainsi supposées infinies dans les deux directions X et Y suivant une périodicité carrée $a \times a$ (Fig. 1(b)).

Dans la seconde partie de l'article, en plus de l'étude des courbes de dispersion, nous étudions également les courbes de transmission et nous calculons les coefficients d'atténuation des ondes de propagation. Les courbes de transmission permettent de vérifier les résultats obtenus dans la première partie et de nous rapprocher ainsi du concept expérimental.

Nous modéliserons la transmission d'ondes élastiques à travers une structure périodique finie; nous réaliserons non pas une analyse des fréquences propres mais une analyse harmonique. De ce fait, en modélisant une structure périodique finie, il n'est plus possible d'utiliser les mailles élémentaires définies dans la première partie avec leurs conditions de périodicité. Nous utilisons donc ici une cellule élémentaire plus grande regroupant plusieurs mailles élémentaires. Ce type de cellule est appelée super cellule (*super cell*).

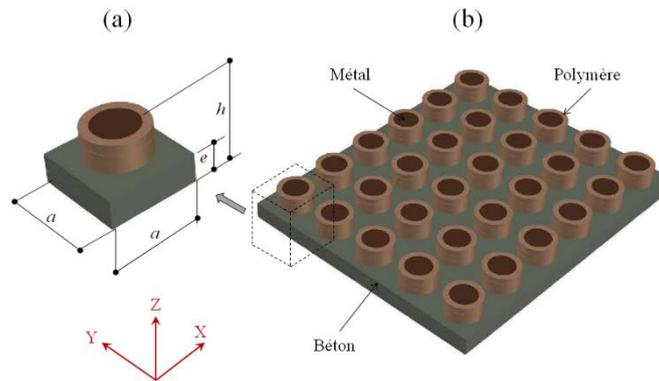


Fig. 1 – (a) Structure périodique composée d'un massif en béton et d'un arrangement carré de cylindres métalliques enrobés d'une couche de polymère, (b) Modèle représentant une cellule de base

Nous réalisons par conséquent une structure périodique finie dans la direction de propagation de l'onde, constituée d'une ligne de mailles élémentaires comportant autant de cellules unitaires que nous le souhaitons. En revanche, dans la direction orthogonale à la propagation de l'onde (dans le plan), les structures périodiques d'une manière générale présentent un très grand nombre de périodes d'où l'application des conditions de périodicité (Bloch-Floquet) utilisées également dans la première partie de cette étude.

Dans la troisième partie de ce travail, nous comparons les bandes interdites entre une structure à périodicité carrée et une structure dont la périodicité est hexagonale, et ce, pour le couple de matériaux "Molybdène-caoutchouc". Nous étudierons une cellule unitaire formée par un massif en béton incrusté d'un cylindre en molybdène enrobé d'une couche de caoutchouc. Nous nous limiterons à une seule direction du vecteur d'onde, à savoir la direction ΓX pour la périodicité carrée et la direction KM pour la périodicité hexagonale.

Nous avons déjà indiqué dans la dernière étude [27] que le problème que posent les cristaux phononiques et donc les structures périodiques par transposition au domaine du génie civil, est l'encombrement spatial qu'elles imposent dès lors qu'on souhaite obtenir des bandes interdites dans le domaine des basses fréquences. Il est clair que le choix de tels modèles et matériaux est potentiellement favorable pour l'obtention de bandes gap dues au mécanisme de Bragg et l'abaissement de ces bandes de fréquences grâce au mécanisme de résonance locale d'où le choix d'un matériau élastiquement mou enrobant un noyau à densité élevée.

Si nous devons faire une approche numérique, il existerait deux façons différentes de connaître les propriétés de bandes interdites d'une structure périodique: la première consiste à chercher directement les modes propres de la cellule de base périodisée grâce aux conditions limites de Floquet (c'est l'objet de la première partie de cet article). Dans ce cas, l'hypothèse suppose que la cellule de base est "fermée" par des conditions limites sur toutes ses faces extérieures; et les conditions de fermeture sont donc des conditions périodiques (Fig.1). Dans ce cas il n'y a pas de source explicite extérieure, mais, les conditions de Floquet supposent l'existence implicite d'une onde plane incidente représentée par le vecteur d'onde k [29]. La deuxième possibilité consiste à introduire une source explicite et à regarder les coefficients de transmission et de réflexion pour une fréquence incidente donnée; c'est ce que nous verrons dans la deuxième partie de l'article.

Nous rappelons pour une structure périodique, qu'en raison de la symétrie de la première zone de Brillouin, il suffit de procéder à des calculs uniquement le long de la première zone irréductible de Brillouin pour obtenir la bande de fréquences

correspondant aux ondes se propageant dans toutes les directions ($[0^\circ, 360^\circ]$). Ceci est représenté par le triangle ΓXM . Cette limite peut couvrir les directions de déplacements des ondes de $\theta \in (0^\circ, 45^\circ)$; θ est l'angle formé par ΓX et ΓM [27, 30]; ceci est valable pour une périodicité carrée de la structure (voir Fig. 2(a)). De même que pour une structure à périodicité hexagonale, la première zone irréductible de Brillouin est caractérisée par le triangle ΓKM représenté dans la figure 2(b).

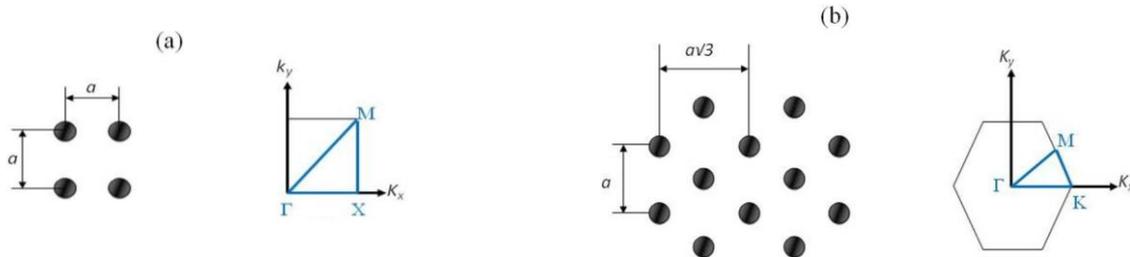


Fig. 2 – Réseaux périodiques bidimensionnels à symétries (a) carrée, et (b) hexagonale avec leurs zones de Brillouin irréductibles correspondantes (en trait bleu).

Il est connu en littérature dans les cristaux périodiques 2D, pour le mécanisme de Bragg, que nous pouvons observer les bandes interdites les plus larges lorsque les constituants ont des caractéristiques physiques très différentes. De plus, dans le cas particulier des systèmes solide/solide, choisir les noyaux des résonateurs avec des masses volumiques et des constantes élastiques très élevées est un facteur favorisant [31].

Il est utile de préciser ici que les diagrammes de bandes de fréquences peuvent être normalisés par le paramètre de maille. En effet, ce paramètre agit comme un facteur d'échelle à la fois pour les dimensions géométriques et pour les fréquences atteintes, dans la mesure où ces dernières sont liées aux vitesses de propagation des ondes élastiques.

Dans toute l'étude, le paramètre de maille noté "a" est maintenu constant; il représente la périodicité de la structure et il est pris égal à 1 mètre. Le paramètre "e" désigne l'épaisseur du massif de béton qu'on va maintenir fixe; il est pris égal à 0,10 a. Les rayons relatifs r_1/a du cylindre d'élastomère et r_2/a du noyau de métal sont égaux à 0,45 et 0,35 respectivement [27].

Dans notre étude, tous les milieux choisis sont considérés comme isotropes et le caractère viscoélastique de l'élastomère n'est pas pris en compte. Les caractéristiques des différents matériaux (masses volumiques ρ , modules de Young E , coefficients de Poisson ν ainsi que les constantes élastiques C_{11} , C_{12} et C_{44}) sont données dans le tableau 1.

Tableau 1 – Caractéristiques Physiques et mécaniques des matériaux:

	Masse Vol ρ (kg/m^3)	E (GPa)	ν	C_{11} (GPa)	C_{12} (GPa)	C_{44} (GPa)
Béton	2500	30	0.3	40.38	17.3057	11.538
Acier	7800	200	0.29	281.35	120.578	80.385
Molybdène	10220	329	0.32	54.12	42.5228	5.7986
Caoutchouc	950	0.1	0.45	0.379	0.3101	0.03448

1.2 Transmission

La transmission dans le domaine des ondes mécaniques, est la capacité de celles-ci, qu'elles soient acoustiques ou élastiques à traverser une structure périodique à une fréquence donnée. Le principe de calcul est de mettre en place une source qui génère des ondes acoustiques/élastiques à larges bandes de fréquences, ensuite d'enregistrer les valeurs des champs de déplacements en fonction du temps.

Les réponses en réflexion comme en transmission des structures permettent d'apporter des informations complémentaires ou confirmatives sur la propagation d'ondes dans une structure périodique. Il est clair que l'effet attendu est une extinction complète du signal transmis dans les limites des bandes interdites. Nous tenterons dans cette deuxième partie de calculer les spectres de transmissions dans les deux structures périodiques à savoir "béton-acier-caoutchouc" et "béton-molybdène-caoutchouc" selon différentes polarisations et de comparer les résultats avec ceux obtenus avec les courbes de dispersion des

fréquences de la première partie notamment en termes de bandes interdites, leur évolution tant du point de vue position que celui de la largeur.

Afin de mieux comprendre les effets des bandes interdites et d'étudier de près le comportement qualitatif de la transmission dans les bandes passantes, la méthode des éléments finis est utilisée pour calculer la transmission à travers des structures de taille finie.

Le but de cette partie est d'étendre l'étude des courbes de dispersion aux calculs des courbes de transmission et aux coefficients d'atténuation des ondes de propagation. Les calculs de transmission permettent ainsi de vérifier les résultats obtenus dans la première partie et de nous permettre ainsi de nous rapprocher surtout du concept expérimental.

Nous cherchons dans cette partie à modéliser la transmission d'ondes élastiques à travers une structure périodique finie; il faut donc réaliser non pas une analyse des fréquences propres mais une analyse harmonique.

Dans la zone d'émission, une onde plane longitudinale polarisée selon u_x est générée au temps initial. Nous choisissons une plage de fréquences, par exemple dans notre cas de 0 à 400 m/s. Pour modéliser cette onde incidente ayant une polarisation principalement orientée dans une certaine direction, Nous provoquons un déplacement arbitraire dans chacune des directions sur la face d'entrée du système. Un déplacement de 1 nm est utilisé ici. Nous supposons que la direction X est la direction de propagation de l'onde élastique. La deuxième zone située après la structure périodique est une zone de détection où les champs de déplacements sont enregistrés en fonction du temps (Fig.3). Les composantes de ces champs de déplacements obtenues en fonction du temps et recueillies dans la zone de détection sont converties en fréquences à l'aide de transformations de Fourier. La normalisation de ces courbes de transmission avec l'onde incidente permet d'obtenir la courbe d'évolution du coefficient de transmission en fonction de la fréquence.

Nous considérons l'exemple d'une structure périodique bidimensionnelle finie de 6x6 cellules de base à périodicité carrée comme il est montré dans la figure 3.

Notons que le calcul des spectres et coefficients de transmission à travers des structures périodiques de dimensions finies requiert l'utilisation de couches dites élastodynamiques absorbantes parfaitement adaptées ou couches *PML* (*Perfectly Matched Layers*). Les *PML* nous permettent de résoudre les problèmes de réflexions perturbatrices sur les bords du domaine de simulation. En réalité, ces zones n'ont pas d'existence physique, mais elles nous permettent d'éviter les réflexions des ondes sur les bords du maillage et ainsi de nous placer dans une condition idéale de plaque infinie.

Nous pouvons écrire l'équation directrice d'une *PML*; elle est donnée par [32]:

$$\frac{1}{\gamma_j(r)} \cdot \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = -\rho \omega^2 \cdot u_i \tag{1}$$

Où ρ est la masse volumique, ω est la fréquence angulaire, T_{ij} est le tenseur des contraintes, u_i étant le champ déplacement, x_j ($x_1=x$, $x_2=y$ et $x_3=z$) sont les coordonnées cartésiennes et $\gamma_j(r)$ est la fonction d'amortissement artificiel le long des axes x_j dans une position donnée r à l'intérieur de la couche *PML*.

Le tenseur des contraintes mécaniques est lié au tenseur de déformations selon la loi de Hooke:

$$T_{jk} = C_{jklm} \cdot S_{lm} \tag{2}$$

C_{jklm} étant les constantes élastiques. Les déformations étant liées aux déplacement par la loi suivante:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\gamma_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\gamma_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \tag{3}$$

Dans la troisième partie de cet article, nous étudierons l'évolution des bandes interdites en passant d'une structure à périodicité carrée à une structure à périodicité hexagonale. Nous tracerons les courbes de dispersion de fréquences et les courbes de transmission également. Nous nous limiterons au couple de matériaux "Molybdène-Caoutchouc" pour la direction GX et KM respectivement pour la périodicité carrée et périodicité hexagonale.

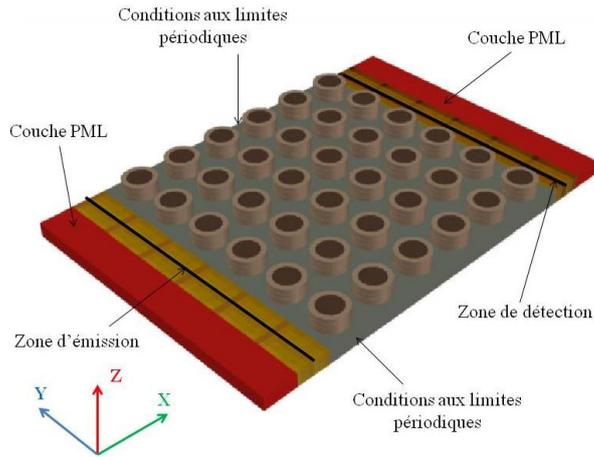


Fig. 3 – Structure bidimensionnelle de 6x6 cellules unitaires à périodicité carrée

2 Résultats et discussion

Les diagrammes de dispersion des fréquences pour les deux couples de matériaux "acier-caout" et "molyb-caout" font ressortir trois bandes interdites distinctes comme l'illustre la Figure 4. Nous allons nous intéresser pour des raisons de simplification à la direction ΓX . Pour le premier couple de matériaux, trois bandes interdites apparaissent situées dans les plages 52 - 67 m/s, 101 - 224 m/s et 260 - 323 m/s. Nous observons dans la figure 4(b) par rapport à la figure 4(a) un resserrement des courbes de dispersion notamment en basses fréquences qui se traduit par un glissement de celles ci vers le bas. L'effet de la différence de masse volumique et du module de Young du noyau métallique est à l'origine du glissement des deux premières bandes interdites vers les basses fréquences, alors que la troisième bande interdite semble se maintenir à la même position lorsqu'on passe de l'acier au molybdène (voir Fig.4(a) et 4(b)). Nous obtenons ainsi pour le deuxième couple de matériaux, trois bandes interdites situées dans les plages 44 - 60 m/s, 90 - 224 m/s et 260 - 323 m/s.

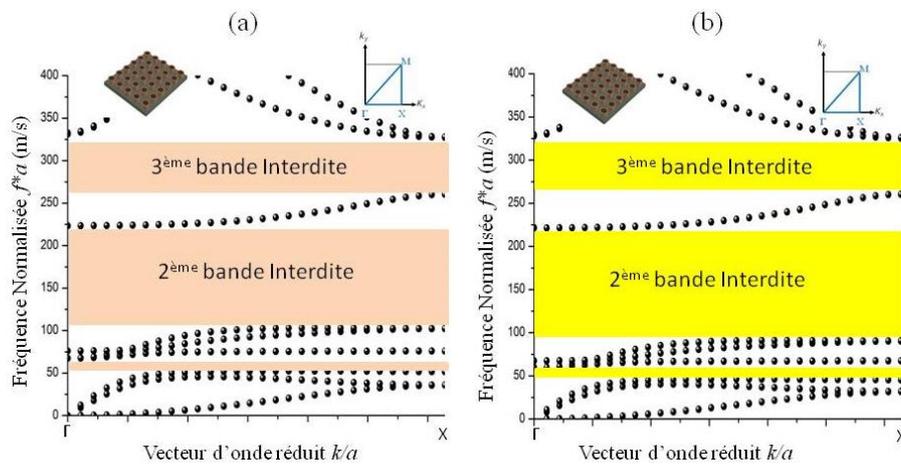


Fig. 4 – Courbes de dispersion des fréquences, ($r_1/a=0.45$; $r_2/a=0.35$; $h_1/a=h_2/a=0.5$). (a) matériaux utilisés "acier-caout" gaps situés entre 52 - 67 m/s, 101 - 224 m/s et 260 - 323 m/s. (b) matériaux utilisés "Molyb-Caout" gaps situés entre 44 - 60 m/s, 90 - 224 m/s et 260 - 323 m/s

Le glissement des bandes interdites vers les basses fréquences est accompagné d'une amélioration des largeurs relatives des bandes interdites, et ce, lorsque nous passons de l'acier au molybdène notamment pour les deux premières bandes. Nous rappelons que la largeur relative d'une bande interdite en pourcentage est le rapport de la largeur de cette bande à sa fréquence centrale f_0 . Cette amélioration des largeurs relatives des bandes interdites peut être expliquée par le contraste créé entre la masse volumique et la rigidité du noyau métallique et celles du polymère. Ce phénomène a été également souligné par de nombreux auteurs, en particulier Kushwaha et al. et Sigalas et al. [7, 8].

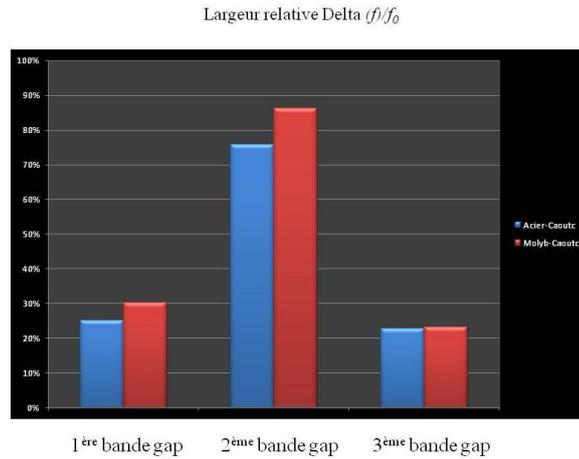


Fig. 5 – Histogramme montrant l'évolution des largeurs relatives des trois bandes interdites

En effet, nous remarquons que cette largeur relative passe de 25 à 30,2% et de 75,7 à 86,2% respectivement pour la première et la deuxième bande interdite (Fig.5); la largeur relative de la troisième bande interdite est restée pratiquement constante lorsqu'on substitue l'acier par le molybdène; ceci peut être expliqué par le fait qu'aux limites (inférieure et supérieure) des deux premières bandes, l'énergie de vibration est concentrée au niveau du noyau métallique (figures 6(a), 6(b), 6(c) et 6(d)), alors qu'aux limites de la troisième bande interdite, les vibrations concernent le substrat en béton et l'élastomère (caoutchouc) comme l'illustrent les figures 6(e) et 6(f). Or, entre le premier modèle et le second, il n'y a que le noyau d'acier qui a été substitué par le molybdène, le reste (substrat en béton et le caoutchouc) ont été maintenus. Ceci explique le phénomène d'évolution observé uniquement pour les deux premières bandes interdites.

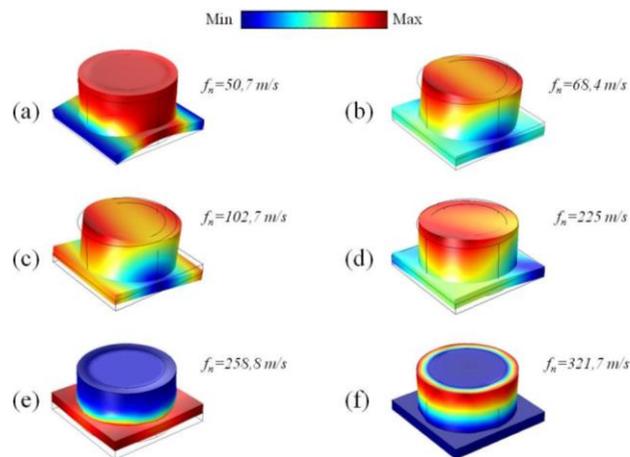


Fig. 6 – Modes de vibrations et Champs de déplacement aux limites des bandes interdites. (a) Limite inférieure de la 1ère bande interdite (b) Limite supérieure de la 1ère bande interdite, (c) Limite inférieure de la 2ème bande interdite, (d) Limite supérieure de la 2ème bande interdite, (e) Limite inférieure de la 3ème bande interdite, (f) Limite supérieure de la 3ème bande interdite

Nous représentons dans les figures 7(b) et 7(d), les courbes de transmission. Ces dernières font ressortir des pics d'atténuation de l'onde incidente et qui correspondent à une absence de propagation d'onde (bandes colorées). Ces courbes confirment la présence et la nature des gaps observés déjà dans les courbes de dispersion des figures 7(a) et 7(c). La seule différence réside au niveau de la troisième bande interdite où nous observons un léger décalage pour l'acier et un léger rétrécissement pour le molybdène.

Des gaps ont été obtenus dans la première partie de l'étude, dont les fréquences centrales normalisées pour le couple "acier-caoutchouc" oscillent autour de 60, 162 et 291 m/s respectivement pour la première, deuxième et troisième bande. Pour le couple "molybdène-caoutchouc", ces fréquences centrales oscillent autour de 52, 157 et 291 m/s respectivement pour la première, deuxième et troisième bande gap. Donc on constate à travers les figures 7 (b) et 7(d) un assez bon accord entre

le spectre de transmission et les bandes interdites observées dans les courbes de dispersion des figures 7 (a) et 7(c) pour une structure infiniment périodique.

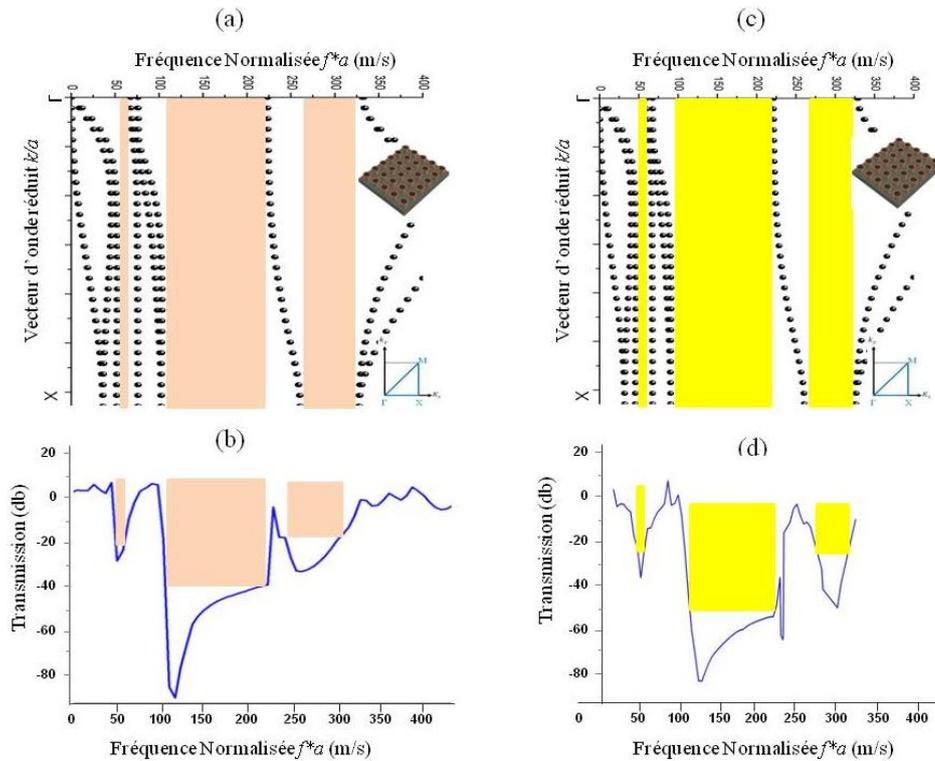


Fig. 7 – Courbes de dispersions des fréquences et courbes de transmissions, (a) Courbe de dispersion des fréquence de "l'acier-caout", (b) Courbe de transmission de "l'acier-caout", (c) Courbe de dispersion des fréquence du "molyb-caout", (d) Courbe de transmission du "molyb-caout"

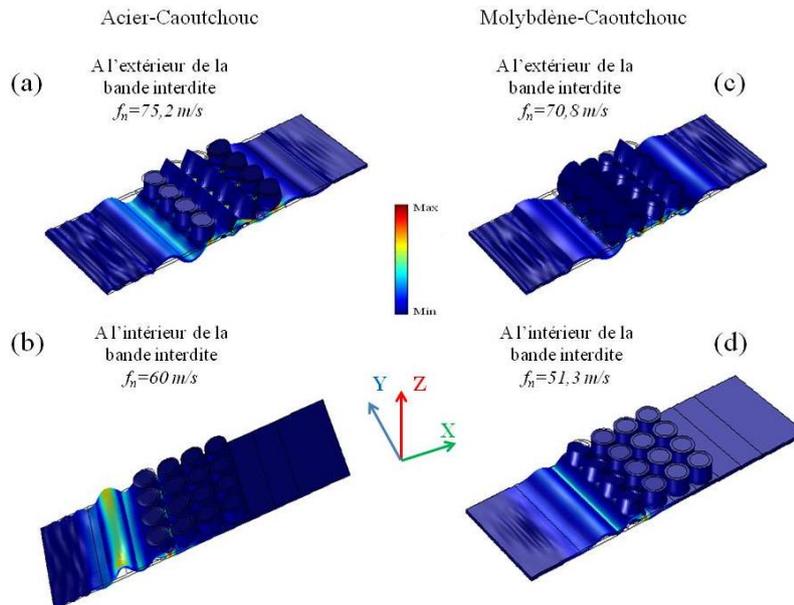


Fig. 8 – Modes de vibrations et Champs de déplacements pour une structure périodique bidimensionnelle 6x6 cellules avec une polarisation de l'onde selon ux (a) A l'extérieur des bandes interdites pour «l'acier-caout" (b) A l'intérieur des bandes interdites pour "l'acier-caout" (c) A l'extérieur des bandes interdites pour le "molyb-caout" (d) A l'intérieur des bandes interdites pour le "molyb-caout"

En analysant les modes de vibration de la structure périodique 6ax6a (Fig.3), nous remarquons une propagation totale de l'onde incidente lorsque nous nous trouvons à l'extérieur des bandes interdites comme le montrent les figures 8(a) et 8(c) aussi bien pour le couple "acier-caoutchouc" que pour celui du "molybdène-caoutchouc". En revanche, à l'intérieur des bandes interdites, la propagation de l'onde incidente est totalement bloquée dès la première rangée de cylindres comme l'illustrent les figures 8(b) et 8(d) particulièrement pour des fréquences normalisées de 60 et 51,3 m/s qui se trouvent justement dans la première bande interdite de chacun des couples de matériaux "acier-caoutchouc" et "molybdène-caoutchouc" respectivement. Nous remarquerons aussi sur les mêmes figures, que la réflexion de l'onde incidente est presque, voire totalement absorbée par la couche PML située avant la zone d'émission.

Dans la troisième et dernière partie de cet article, pour le couple "molybdène-caoutchouc", nous comparons les courbes de dispersions et les courbes de transmission d'une structure à périodicité carrée (Fig.3) avec celles d'une structure à périodicité hexagonale (Fig.9).

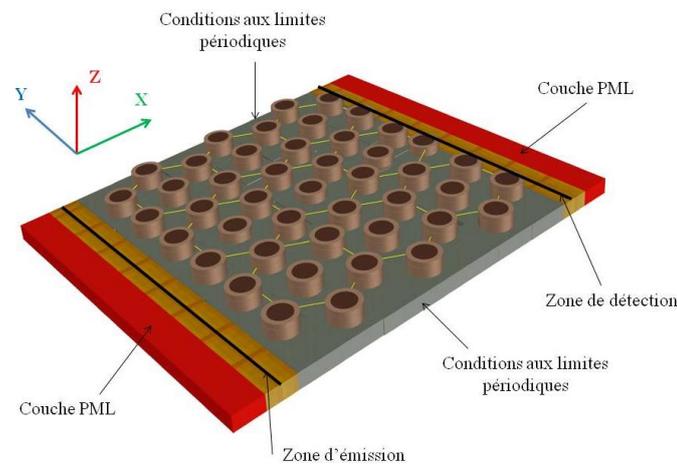


Fig. 9 – Structure bidimensionnelle à périodicité hexagonale

Les courbes de dispersion des fréquences dans la direction ΓX pour la structure à périodicité carrée et celles d'une structure à périodicité hexagonale dans la direction KM sont données par les figures 10(a) et 10(b).

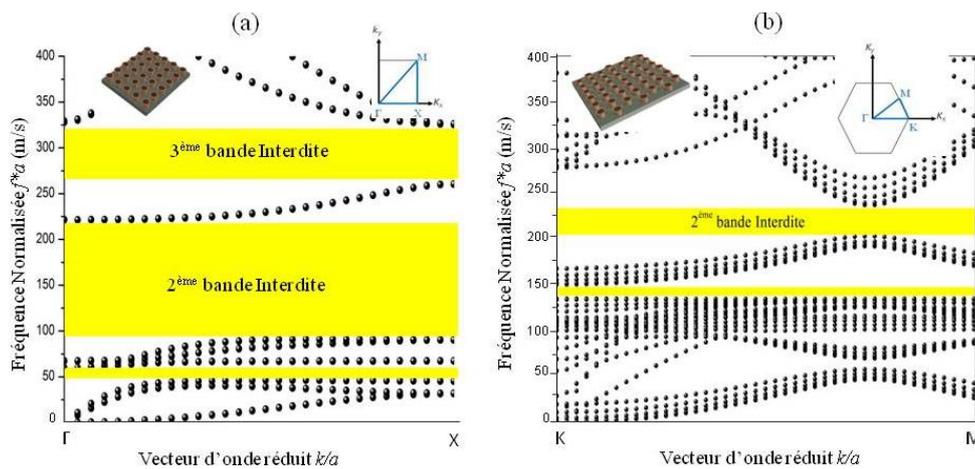


Fig. 10 – Courbes de dispersion des fréquences du couple "molyb-caout", (a) structure à périodicité carrée, gaps situés entre 44 - 60 m/s, 90 - 224 m/s et 260 - 323 m/s, (b) structure à périodicité hexagonale, gaps situés entre 135 - 150 m/s et 205 - 237 m/s

Nous remarquons à travers les figures 10(a) et 10(b) que lorsque nous passons d'une structure à périodicité carrée à une structure à périodicité hexagonale, les courbes de dispersion se décalent carrément vers les hautes fréquences avec un rétrécissement assez net particulièrement pour la deuxième bande interdite. Nous constatons de plus, une disparition totale de la troisième bande interdite (Fig.10(b)).

En termes de largeurs relatives des bandes interdites, nous passons de 30,7% et 85,4% à 10,5% et 14,5% respectivement pour la première et deuxième bande interdite, et ce, lorsque nous passons d'une structure à périodicité carrée à une structure à périodicité hexagonale.

Nous représentons dans les figures 11(b) et 11(d), les courbes de transmission à travers des structures finies à périodicité carrée et hexagonale pour le couple de matériaux "molybdène-caoutchouc" à travers lesquelles nous voyons apparaître des pics d'atténuation de l'onde incidente synonymes d'une absence de propagation d'onde (bandes colorées). Nous pouvons observer d'assez fortes atténuations avec des db allant jusqu'à -62 et -85 respectivement pour la première et deuxième bandes interdites.

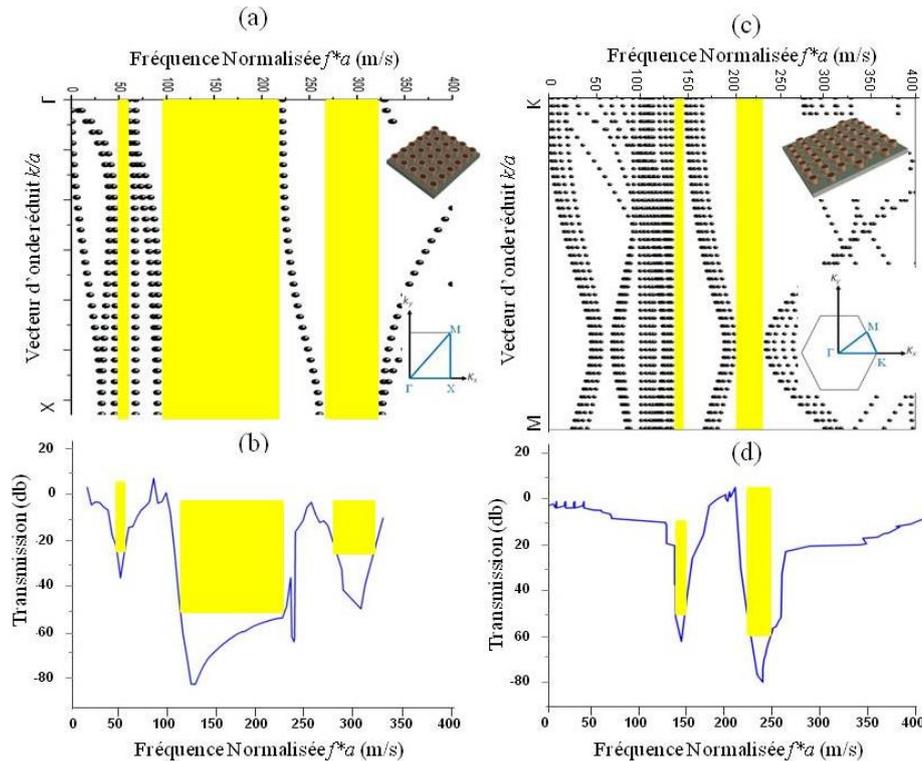


Fig. 11 – Courbes de dispersions des fréquences et courbes de transmissions pour le couple de matériaux "molybdène-caout", (a) Courbe de dispersion des fréquence pour une périodicité carrée, (b) Courbe de transmission pour une périodicité carrée, (c) Courbe de dispersion des fréquence pour une périodicité hexagonale, (d) Courbe de transmission pour une périodicité hexagonale

Ces courbes confirment le même phénomène de bandes gaps observé déjà dans les courbes de dispersion des fréquences représentées par les figures 11(a) et 11(c). De plus, ces courbes de transmission sont en bonne concordance avec celles trouvées dans la première partie de cet article concernant la position et la largeur des bandes interdites.

A l'issue de ce résultat, nous pouvons dire que la structure à périodicité carrée est plus favorable au domaine de génie civil où il est nécessaire de nous retrouver dans les plages de basses fréquences.

Dans la figure 12, nous montrons les différents modes de vibrations ainsi que les champs de déplacements pour une structure bidimensionnelle à périodicité hexagonale pour le couple de matériaux "molybdène-caoutchouc". Dans cette figure, nous observons une onde incidente traverser entièrement la structure lorsqu'on est à l'extérieur des bandes interdites (fréquences normalisées de 166 m/s et 240 m/s) et provoquer des vibrations de tous les éléments constituant la structure périodique finie (voir Fig. 12(a)). En revanche, la figure 12(b) montre clairement une absence totale de propagation de l'onde incidente lorsque nous nous trouvons dans l'une ou l'autre des deux bandes interdites, en ce sens que la structure devient "sourde" à certaines gammes de fréquences appelées bandes gaps ou bandes interdites. De plus, il est utile de faire remarquer sur les mêmes figures qu'en présence de couches absorbantes, la réflexion de l'onde incidente est totalement absorbée par la couche *PML* située avant la zone d'émission.

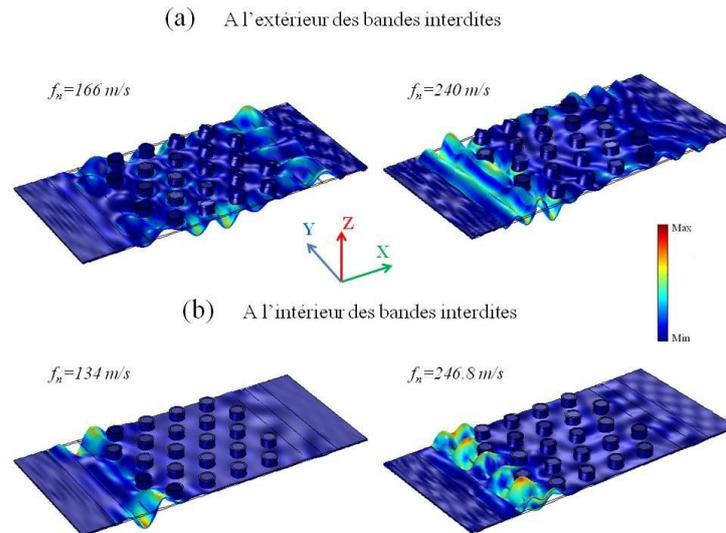


Fig. 12 – Modes de vibrations et Champs de déplacements pour une structure bidimensionnelle à périodicité hexagonale pour le couple "molyb-caout" avec une polarisation de l'onde selon u_x , (a) A l'extérieur des bandes interdites (b) A l'intérieur des bandes interdites

3 Conclusion

Nous avons étudié dans la première partie de cet article les courbes de dispersion des fréquences d'une structure périodique formée d'un substrat en béton incrusté de cylindres en acier enrobé d'une couche de caoutchouc. A travers ces courbes de dispersion, nous voyons apparaître trois bandes interdites situées entre 52 - 67 m/s, 101 - 224 m/s et 260 - 323 m/s, montrant ainsi une absence de propagation d'ondes dans ces gammes de fréquences. Une deuxième étape consistait à substituer le noyau d'acier par le molybdène considéré comme plus dense et plus rigide que l'acier. Les résultats de cette substitution ont montré un glissement des bandes interdites notamment les deux premières bandes vers les basses fréquences. En effet, la nouvelle structure présentait des gaps situés entre 44 - 60 m/s, 90 - 224 m/s et 260 - 323 m/s.

En outre, cette substitution de l'acier par le molybdène a été à l'origine d'une amélioration des largeurs relatives des deux premières bandes gap qui sont passées de 25 à 30,2% et de 75,7 à 86,2% respectivement pour la première et la deuxième bande interdite.

L'étude harmonique et le tracé des courbes de transmission ont montré une assez bonne corrélation avec les résultats obtenus à travers les courbes de dispersion des fréquences notamment concernant la position et la largeur des bandes gap.

La comparaison entre une structure bidimensionnelle finie à périodicité carrée et une structure bidimensionnelle finie à périodicité hexagonale pour le couple de matériaux "molybdène-caoutchouc", a montré une nette diminution de la largeur des bandes gap notamment la deuxième bande; et la disparition totale de la troisième bande. De plus, nous avons observé un glissement des bandes gap vers les hautes fréquences, ce qui nous amène à déduire qu'une périodicité carrée d'une structure bidimensionnelle est plus favorable au domaine du génie civil qui représente un domaine de basses fréquences par excellence qu'une structure à périodicité hexagonale. Par ailleurs, concernant la position et la largeur des bandes gap, les résultats donnés par les courbes de transmission ont montré également une bonne corrélation avec ceux obtenus à travers les courbes de dispersion des fréquences.

REFERENCES

- [1]- J.W. Hu, Seismic analysis and parametric study of SDOF lead-rubber bearing (LRB) isolation systems with recentering shape memory alloy (SMA) bending bars. *J. Mech. Sci. Technol.* 30(7) (2016) 2987-2999. doi:10.1007/s12206-016-0608-5.
- [2]- P.-R. Wagner, V.K. Dertimanis, E.N. Chatzi, I.A. Antoniadis. Design of Metamaterials for Seismic Isolation. In: Pakzad, S., Juan, C. (eds) *Dynamics of Civil Structures, Volume 2. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-29751-4_28.
- [3]- Bogdan Ungureanu, Younes Achaoui, Stéphane Brûlé, Richard Craster, Stefan Enoch, S. Guenneau, Exemples de

- métamatériaux sismiques existants, in 24^{ème} Congrès Général de la Société Française de Physique Université Paris-Sud, Orsay (2017).
- [4]- M. Miniaci, A. Krushynska, F. Bosia, N.M. Pugno, *Métamatériaux Mécaniques à Grande Echelle Pour Applications Sismiques*, in 24^{ème} Congrès Général de la Société Française de Physique Université Paris-Sud, Orsay (2017).
- [5]- R. Craster, A. Colombi, P. Roux, S. Guenneau, D. Colquitt, Y. Achaoui, S. Brule, *Ultra-Low Broad Frequency Stop-Bands In Structured Elastic Media*, in 24^{ème} Congrès Général de la Société Française de Physique Université Paris-Sud, Orsay (2017).
- [6]- X.D. Nguyen. *Contributions sur l'optimisation et l'analyse de l'isolation sismique des ponts dans les zones à sismicité modérée*. PhD Thesis. École De Technologie Supérieure Université du Québec, Québec, 2021.
- [7]- M.S. Kushwaha, P. Halevi, G. Martínez, L. Dobrzynski, B. Djafari-Rouhani, *Theory of acoustic band structure of periodic elastic composites*. *Physical Review B*, 49(4) (1994) 2313-2322. doi:10.1103/PhysRevB.49.2313.
- [8]- M. Sigalas, M.S. Kushwaha, E.N. Economou, M. Kafesaki, I.E. Psarobas, W. Steurer, *Classical vibrational modes in phononic lattices: theory and experiment*. *Zeitschrift für Kristallographie - Crystalline Materials*, 220(9-10) (2005) 765-809. doi:10.1524/zkri.2005.220.9-10.765.
- [9]- A. Ganjoo, N. Yoshida, K. Shimakawa, *Recent Research Developments in Applied Physics*, ed. M. Kawasaki, N. Ashgritz and R. Anthony (Research Signpost, Trivandrum, 2, 129, (1999).
- [10]- F.-C. Hsu, C.-I. Lee, J.-C. Hsu, T.-C. Huang, C.-H. Wang, P. Chang, *Acoustic band gaps in phononic crystal strip waveguides*. *Applied Physics Letters*, 96(5) (2010). doi:10.1063/1.3298643.
- [11]- L. Socié, S. Benchabane, L. Robert, A. Khelif, V. Laude, *Surface acoustic wave guiding in a diffractionless high aspect ratio transducer*. *Applied Physics Letters*, 102(11) (2013). doi:10.1063/1.4795939.
- [12]- A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani, V. Laude, *Guiding and bending of acoustic waves in highly confined phononic crystal waveguides*. *Applied Physics Letters*, 84(22) (2004) 4400-4402. doi:10.1063/1.1757642.
- [13]- S. Prabhukumar, R. Duraiwami, G.L. Chahine, *Acoustic measurement of bubble size distributions: theory and experiments*. *Acoustical Society of America Journal*, 236 (1996) 509-514.
- [14]- G.L. Chahine, K.M. Kalumuck, J.-Y. Cheng, G. Frederick, *Validation of bubble distribution measurements of the ABS acoustic bubble spectrometer with high speed video photography*, in *Symp. Cav., CAV2001*. (2001).
- [15]- Y. Lai, Z.-Q. Zhang, *Large band gaps in elastic phononic crystals with air inclusions*. *Applied Physics Letters*, 83(19) (2003) 3900-3902. doi:10.1063/1.1625998.
- [16]- J. Gao, X.-Y. Zou, J.-C. Cheng, B. Li, *Band gaps of lower-order Lamb wave in thin plate with one-dimensional phononic crystal layer: Effect of substrate*. *Applied Physics Letters*, 92(2) (2008). doi:10.1063/1.2834700.
- [17]- W. Xiao, G.W. Zeng, Y.S. Cheng, *Flexural vibration band gaps in a thin plate containing a periodic array of hemmed discs*. *Applied Acoustics*, 69(3) (2008) 255-261. doi:10.1016/j.apacoust.2006.09.003.
- [18]- Y. Pennec, B. Djafari Rouhani, H. Larabi, A. Akjouj, J.N. Gillet, J.O. Vasseur, G. Thabet, *Phonon transport and waveguiding in a phononic crystal made up of cylindrical dots on a thin homogeneous plate*. *Physical Review B*, 80(14) (2009) 144302. doi:10.1103/PhysRevB.80.144302.
- [19]- Y.M. Soliman, M.F. Su, Z.C. Leseman, C.M. Reinke, I. El-Kady, R.H. Olsson, III, *Phononic crystals operating in the gigahertz range with extremely wide band gaps*. *Applied Physics Letters*, 97(19) (2010). doi:10.1063/1.3504701.
- [20]- H. Xiang, Z. Shi, S. Wang, Y. Mo. *Vibration attenuation and frequency band gaps in layered periodic foundation: theory and experiment*. in *Proceedings of the 15th World Conference on Earthquake Engineering*. (2012), 3831-3839.
- [21]- H. Lv, X. Tian, M.Y. Wang, D. Li, *Vibration energy harvesting using a phononic crystal with point defect states*. *Applied Physics Letters*, 102(3) (2013). doi:10.1063/1.4788810.
- [22]- Y.-Y. Chen, Z. Ye, *Propagation inhibition and wave localization in a two-dimensional random liquid medium*. *Physical Review E*, 65(5) (2002) 056612. doi:10.1103/PhysRevE.65.056612.
- [23]- Y. Pennec. *Propagation et localisation des ondes élastiques et électromagnétiques dans les matériaux phononiques, photoniques et plasmoniques*. Université des Sciences et Technologies de Lille, 2010.
- [24]- Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, *Fundamental properties of phononic crystal*. *Phononic crystals: Fundamentals and applications*, (2016) 23-50.
- [25]- B. Gallas, *Introduction aux métamatériaux*, in *Action Nationale Métrologie des indices pour les matériaux massifs, couches minces et liquides*. Paris. (2009).
- [26]- Z. Liu, X. Zhang, Y. Mao, Y.Y. Zhu, Z. Yang, C.T. Chan, P. Sheng, *Locally Resonant Sonic Materials*. *Science*,

- 289(5485) (2000) 1734-1736. doi:10.1126/science.289.5485.1734.
- [27]- A. Amrane, N. Bourahla, A. Hassen-Bey, A. Khelif, Protection of structures subject to seismic and mechanical vibrations using periodical networks. *Journal of Materials and Engineering Structures «JMES»*, 6(4) (2019) 565-581.
- [28]- A. Khelif, B. Aoubiza, S. Mohammadi, A. Adibi, V. Laude, Complete band gaps in two-dimensional phononic crystal slabs. *Physical Review E*, 74(4) (2006) 046610. doi:10.1103/PhysRevE.74.046610.
- [29]- S. Brule, A. Bretschneider, I. Djeran-Maigre, L. Thorel. *Métamatériaux sismiques et essais en centrifugeuses*. in AFPS 2015 - 9ème Colloque National. CHAMPS-SUR-MARNE, France. (2015), 5p.
- [30]- J. Sánchez-Dehesa, A. Krokhin, Introduction to acoustics of phononic crystals. Homogenization at low frequencies, in *Phononic Crystals: Fundamentals and Applications*. Springer. (2016), 1-21. doi:10.1007/978-1-4614-9393-8_1.
- [31]- J.O. Vasseur, *Des Matériaux Composites Pour De Nouveaux Isolants Phoniques*, in *Vers De Nouveaux Matériaux Et Dispositifs LDSMM*, UFR de Physique, Université de Lille 1.
- [32]- A. Khelif, S. Mohammadi, A.A. Eftekhar, A. Adibi, B. Aoubiza, Acoustic confinement and waveguiding with a line-defect structure in phononic crystal slabs. *Journal of Applied Physics*, 108(8) (2010). doi:10.1063/1.3500226.