« Note sur quelques méthodes d'évaluation de l'inégalité dans la répartition des revenus par groupe, basées sur l'indice Gini »

Monique Frappier-Desrochers, Ieuan Morgan et Louise Ouellet

L'Actualité économique, vol. 54, n° 3, 1978, p. 363-375.

NOTE SUR QUELQUES MÉTHODES D'ÉVALUATION DE L'INÉGALITÉ DANS LA RÉPARTITION DES REVENUS PAR GROUPE, BASÉES SUR L'INDICE GINI

Au cours des dernières années, il s'est développé un grand intérêt pour l'évaluation de l'inégalité dans la répartition des revenus entre différents groupes de la société. Le but poursuivi était d'isoler l'influence d'un facteur, soit pour en déterminer l'importance, soit pour retirer ses effets sur l'inégalité parce qu'on jugeait qu'au niveau politique il était inutile d'en tenir compte.

Ainsi, Paglin (1975) trouvant important d'écarter la variable âge pour analyser la répartition des revenus, propose l'indice âge-Gini pour représenter l'inégalité due à l'âge, et l'indice Paglin-Gini pour l'inégalité due aux facteurs autres que l'âge. Love et Wolfson (1976) proposent de normaliser l'indice Gini pour un certain facteur. La différence entre l'indice total et l'indice normalisé indiquerait l'importance de l'inégalité due à ce facteur. Enfin, Pyatt (1976) a repris la décomposition de l'indice Gini de Bhattacharya et Mahalanobis (1967) pour l'exprimer en termes plus explicites, sous forme matricielle, et avec une nouvelle interprétation. Il considère le coefficient de Gini comme la représentation de l'espérance de gain, si chaque personne d'une population avait le choix entre son propre revenu et celui d'un autre, tiré au hasard, exprimé en proportion du revenu moyen. Mentionnons que Love et Wolfson (1976) discutent d'une méthode de décomposition similaire, sans cette interprétation, mais n'y accordent que peu d'intérêt.

Quoique mus par des objectifs différents, tous présentent une méthode pour déceler la part de l'inégalité due à un facteur. Nous nous intéressons à la sensibilité de chacun de leurs indices à des changements survenant dans la répartition des revenus. Après avoir défini les différents indices employés par ces auteurs, nous allons, à l'aide d'un exemple numérique très simple, vérifier la réaction de chacun de ces indices suite à différentes modifications de la distribution des revenus. Enfin nous appliquerons cette méthode aux données obtenues pour le Québec, en 1973, à partir de l'enquête sur les finances des consommateurs, de Statistique Canada, de 1974.

1. *Définition des indices*

1.1 *Nomenclature employée :*

Y_u : le revenu de l'individu u, $u = 1, 2, ..., N$
r : le rang du revenu
N : le nombre de personnes dans la population
N_i : le nombre de personnes dans le groupe i
M : le revenu moyen, $N^{-1} \sum_{i=1}^{N} Y_i$
M_i : le revenu moyen du groupe i, $i = 1, 2, ..., k$
m : le vecteur des revenus moyens des groupes i
$\hat{m}$: la matrice diagonale dont les éléments représentent le revenu moyen de chacun des groupes i
p : le vecteur des proportions de la population comprise dans les groupes i
π : le vecteur des proportions du revenu possédé par chacun des groupes i ; il peut être représenté comme étant égal à : $(m'p)^{-1} \hat{m}p$.
E : la matrice des gains espérés conditionnels $e_{i,j}$. L'élément $e_{i,j}$ représente le gain espéré par un individu du groupe i s'il passe au groupe j. Ces gains sont toujours des valeurs non négatives puisque l'option de conserver son revenu original existe toujours.
E_1 : la matrice composée des éléments égaux au min (e_{ij}, e_{ji}).
E_1^* : $\hat{m}^{-1}E_1$: les éléments qui ne sont pas sur la diagonale de cette matrice seraient nuls si les distributions de revenus à l'intérieur des groupes ne se chevauchaient pas ; les éléments sur la diagonale représentent l'indice Gini i, indiquant le degré d'inégalité à l'intérieur de chaque groupe i.
E_{11}^* : matrice diagonale : elle ne possède que les éléments sur la diagonale de la matrice E_1^*.
E_{12}^* : matrice contenant les éléments e_{ij}, $i \neq j$, de la matrice E_1^*.
A' : matrice dont les éléments sur et au-dessus de la diagonale sont égaux à l'unité. Au-dessous de la diagonale, ils sont nuls.

1.2 *Définition des indices analysés*

1.2.1 Le coefficient de concentration de Gini :

la moyenne des différences de Gini [1]

$$\Delta_1 = N^{-2} \sum_{u=1}^{N} \sum_{s=1}^{N} | Y_u - Y_s |$$

1. Kendall et Stuart (1967).

le coefficient de concentration de Gini [2]

$$G = \triangle_1/(2M)$$

il peut aussi être défini comme suit :

$$G = -(1 + 1/N) + 2M^{-1}N^{-2}\sum_{r=1}^{N} r\,Y_r$$

1.2.2 Les indices de Paglin :

l'indice âge-Gini $= \tilde{G} = (1/(2N^2M)\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} | M_i - M_j | N_iN_j$

l'indice Paglin-Gini $= G_p = G - \tilde{G}$

1.2.3 Les indices de Love et Wolfson :

l'indice normalisé $= G_{1w} = -(1 + 1/N) + (2/N^2M)\sum_{r=1}^{N} r\,P_r$

où P_r représente le revenu de l'individu multiplié par le rapport de la moyenne totale à la moyenne du groupe ;

l'indice représentant l'inégalité due à la variable normalisante,

$$G_n = G - G_{1w}$$

1.2.4 Les indices de Pyatt :

$$G = (m'p)^{-1}p'Ep$$

$$G = \pi'E_1^*p + \pi'(\hat{m}^{-1}A'\hat{m} - A')p$$

que nous pouvons encore décomposer :

$$G = \pi'E_{11}^*p + \pi'E_{12}^*p + \pi'(\hat{m}^{-1}A'\hat{m} - A')p$$

où :

$\pi'E_{11}^*p = A =$ l'indice représentant l'inégalité à l'intérieur des groupes.
$\pi'E_{12}^*p = B =$ l'indice représentant la valeur du chevauchement [3].
$\pi'(\hat{m}^{-1}A'\hat{m} - A')p = \tilde{G} =$ l'indice représentant l'inégalité entre les moyennes des groupes.

2. *L'exemple numérique*

2.1 *La situation initiale*

Nous avons choisi une population composée de neuf personnes gagnant respectivement un revenu de 1 ($1.000.), 2 ($2,000.), ..., 9

2. Kendall et Stuart (1967).

3. Le chevauchement représente la non-exclusivité des revenus gagnés par les membres de chacun des groupes. Ainsi, il est possible de recevoir un revenu de $10,000. à vingt, quarante ou soixante-dix ans.

(9,000.) par période. De plus, il se trouve trois personnes âgées de vingt-quatre ans, trois de quarante-quatre ans et trois de soixante-quatre ans. Nous regroupons ces individus selon leur âge afin d'évaluer l'inégalité qui existe entre ces groupes, soit l'inégalité imputée au facteur âge. Le lecteur trouvera, au tableau 1, la répartition des revenus dans cette société et, dans l'annexe A, les matrices E, E^*_{11}, E^*_{12} et les vecteurs p' et π' de la décomposition de Pyatt.

2.2 *Les modifications*

Notre première modification est introduite afin de connaître l'impact d'un changement proportionnel de tous les revenus à l'intérieur d'un groupe. Nous avons multiplié tous les revenus du groupe des 64 ans par une constante, 43/28 [4]. Nous avons ainsi accru le revenu moyen de ce groupe, donc modifié la valeur de l'inégalité entre les moyennes des groupes. Cependant, l'inégalité à l'intérieur de ce groupe demeure constante.

La seconde modification vise à accroître la dispersion à l'intérieur du groupe des 64 ans tout en conservant la même moyenne qu'auparavant. L'inégalité à l'intérieur de ce groupe s'est sûrement accrue suite à cette hausse de la dispersion.

La dernière modification montre l'effet de l'addition d'une constante aux revenus initiaux d'un groupe d'âge. Nous avons ajouté un revenu de 2.5 à toutes les personnes du groupe des 64 ans. Cette modification entraîne à la fois un changement de l'inégalité entre les moyennes des groupes, puisque la moyenne du groupe n'est plus la même, et un changement de l'inégalité à l'intérieur du groupe. La valeur du chan-

TABLEAU 1

RÉPARTITION DES REVENUS POUR LES DIFFÉRENTES SITUATIONS À L'ÉTUDE

Age	24	44	64 (initial)	64 (1° mod.)	64 (2° mod.)	64 (3° mod.)
	4	9	7	43/4	23/2	19/2
Revenus	3	8	5	215/28	1/2	15/2
	1	6	2	43/14	2	9/2
Revenu moyen	8/3	23/3	14/3	43/6	14/3	43/6

4. Nous avons choisi cette constante afin d'obtenir le même revenu moyen pour le groupe des 64 ans pour les situations qui résultent de la première et de la dernière modification.

gement de l'inégalité entre les moyennes des groupes devrait être la même que dans la première modification puisque la moyenne du groupe des 64 ans ainsi que la répartition du revenu total entre les groupes sont semblables dans les deux cas.

Les résultats que nous avons obtenus suite aux différentes modifications de la situation initiale sont inscrits au tableau 2.

TABLEAU 2

SOMMAIRE DES RÉSULTATS

Changements et indices	Situation I (état initial)	Situation II (engendrée par la première modification)	Situation III (engendrée par la seconde modification)	Situation IV (engendrée par la dernière modification)
Les changements				
pourcentage de revenus attribués à chaque groupe				
24	18	16	18	16
44	51	43	51	43
64	31	41	31	41
coefficient de Gini à l'intérieur de chaque groupe				
24	0.248	0.248	0.248	0.248
44	0.087	0.087	0.087	0.087
64	0.238	0.238	0.523	0.155
Les indices				
Le coefficient de Gini	0.296	0.299	0.410	0.267
Les indices de Paglin				
$\tilde{G}$	0.222	0.190	0.222	0.190
G_p	0.074	0.109	0.188	0.077
Les indices de Love et Wolfson				
G_{1w}	0.212	0.212	0.361	0.184
G_n	0.084	0.087	0.049	0.083
Les indices de Pyatt				
A	0.054	0.058	0.086	0.047
B	0.020	0.051	0.102	0.030
$\tilde{G}$	0.222	0.190	0.222	0.190

2.3 *Interprétation des résultats*

Les valeurs absolues des composantes du coefficient de Gini sont sans importance dans cet exemple qui est évidemment artificiel. L'intérêt réside dans la réaction des composantes aux changements dans la distribution des revenus.

1ère modification

Lorsque nous multiplions les revenus du groupe des 64 ans par une constante, l'inégalité générale s'accroît légèrement selon l'indice Gini, qui passe de 0.296 à 0.299. L'âge-Gini, ainsi que l'indice G de Pyatt (ces deux indices sont équivalents) diminuent de 0.222 à 0.190. Comme la différence moyenne entre la part des revenus totaux attribués à chaque groupe a diminué (indiquée dans la première partie du tableau 2), et que la proportion de population dans chaque groupe reste stable au cours des modifications, ces indices reflètent bien la diminution de l'inégalité entre les différents groupes [5].

Le résidu, suite à la soustraction de l'indice âge-Gini de l'indice Gini est de 0.109 : voilà la valeur de l'indice Paglin-Gini. Cet indice représente cependant plus que la valeur de l'inégalité à l'intérieur des groupes. La décomposition B-M-P [6] révèle que, de ce 0.109, 0.058 représente l'inégalité à l'intérieur des groupes et 0.051, le chevauchement. La hausse de la valeur de l'inégalité à l'intérieur des groupes s'explique par le changement des proportions de revenus attribuées à chaque groupe. Ceci modifie le poids accordé à l'inégalité à l'intérieur de chacun des groupes [7].

Quant à l'indice G_n, de Love et Wolfson, il croît de 0.084 à 0.087 laissant supposer une hausse de l'inégalité imputable à l'âge.

---

5. Soit k le nombre de groupes étudiés. Comme nous avons le même nombre de personnes par groupes, nous pouvons récrire la formule pour obtenir $\tilde{G}$ comme suit :

$$\tilde{G} = \frac{2}{k^2 M} \sum_{i=1}^{k} i\, M_i - \frac{k+1}{k}$$

Un changement de M_i entraînera alors le changement suivant pour $\tilde{G}$:

$$\frac{d\tilde{G}}{dM_i} = \frac{1}{kM} \left[\frac{2i - k - 1}{k} - \tilde{G} \right]$$

Pour notre exemple, $i = 2$ et $k = 3$, alors $\frac{d\tilde{G}}{dM_i} = -\tilde{G}/(kM)$

Ceci confirme que la hausse du revenu moyen du deuxième groupe entraîne nécessairement, dans notre exemple, une baisse de l'indice âge-Gini.

6. La décomposition proposée d'abord par Bhattacharya et Mahalanobis (1967) et reprise d'une nouvelle façon par Pyatt (1976).

7. La valeur de l'inégalité à l'intérieur des groupes s'obtient par la sommation de la valeur de l'inégalité à l'intérieur de chaque groupe pondérée par la proportion de la population et du revenu comprise dans chaque groupe.

Remarquons que la hausse de la valeur du coefficient de Gini, dans ce cas, est principalement due à la hausse du chevauchement et non aux changements dans l'inégalité, que ce soit à l'intérieur des groupes ou entre les moyennes des groupes ; la décomposition B-M-P le reflète bien :

a) Changement de la valeur de l'inégalité entre les moyennes des groupes :	−0.032
b) Changement de la valeur de l'inégalité à l'intérieur des groupes :	0.004
c) Changement de la valeur du chevauchement :	0.031
Changement net	0.003

Si le chevauchement n'avait pas eu une importance suffisamment grande pour renverser la tendance de l'inégalité telle qu'exprimée par la sommation des deux premiers termes, alors, le coefficient G_n de Love et Wolfson, suite à une diminution de l'indice Gini général, aurait reflété cette diminution de l'inégalité imputable à l'âge.

2e modification

Avec l'accroissement de la dispersion des revenus à l'intérieur du groupe des personnes âgées de 64 ans, le coefficient de Gini croît à 0.410 reflétant la hausse de l'inégalité générale. L'âge-Gini demeure 0.222 indiquant bien que le changement de l'inégalité est dû à des facteurs non reliés à l'âge. Le résidu croît à 0.188 ; la décomposition B-M-P montre que la valeur de l'inégalité à l'intérieur des groupes a crû à 0.086 et le chevauchement à 0.102.

L'indice G_n, de Love et Wolfson, diminue de 0.084 à 0.049. Or aucun facteur lié à l'âge n'a varié dans cette situation.

3e modification

La dernière modification entraîne des effets plus complexes que les précédents. En ajoutant une constante au revenu de chaque personne de 64 ans, nous avons diminué l'inégalité à l'intérieur de ce groupe ; la valeur de celle-ci passe de 0.238 à 0.155. De plus, le revenu moyen du groupe des 64 ans augmente et le pourcentage de revenus attribué à chaque groupe change ; la valeur de l'inégalité entre les moyennes des groupes doit donc varier. La réaction concernant l'inégalité entre les moyennes des groupes doit être exactement la même que celle enregistrée suite à la première modification puisque nous retrouvons le même revenu moyen pour le groupe des 64 ans et le même partage final des revenus.

Le coefficient de Gini diminue de 0.296 à 0.267 ; l'âge-Gini diminue de 0.222 à 0.190 ; or, 0.190 représente la valeur de l'inégalité entre les moyennes des groupes trouvée suite à la première modification ; le résidu, 0.077, se décompose de la façon suivante : 0.047 représente l'inégalité à l'intérieur des groupes et 0.030, le chevauchement.

L'indice G_n de Love et Wolfson diminue de .084 à 0.083 montrant la diminution effective de la valeur de l'inégalité imputable à l'âge. Cependant, il est différent du résultat obtenu suite à la première modification. Or, les changements affectant les facteurs liés à l'âge sont les mêmes dans les deux cas.

Il semble donc que la décomposition B-M-P soit l'instrument le plus adéquat à utiliser lorsque nous désirons analyser l'inégalité entre différents groupes à partir du coefficient de Gini. Nous avons vu que les trois indices impliqués dans cette décomposition ont toujours reflété le résultat attendu.

Il existe des mesures qui peuvent se décomposer en deux seuls termes : valeur de l'inégalité entre les groupes et valeur de l'inégalité à l'intérieur des groupes. Confrontons donc la méthode B-M-P de décomposition de l'indice Gini avec la décomposition de deux de ces mesures, le coefficient de variation carré et la mesure de l'entropie de Theil.

3. *Comparaison des résultats obtenus avec la décomposition du coefficient de Gini avec ceux obtenus avec la décomposition du coefficient de variation carré et la décomposition de la mesure de l'entropie de Theil.*

Il est impossible de décomposer l'indice Gini en deux termes évaluant respectivement l'inégalité à l'intérieur des groupes et l'inégalité entre les groupes. Nous devons aussi tenir compte de la valeur du chevauchement. Après avoir défini le coefficient de variation carré ainsi que les termes de sa décomposition, nous comparerons la validité des indices A et $\tilde{G}$ de la décomposition B-M-P en les comparant à ceux trouvés par la décomposition du coefficient de variation carré et de la mesure de l'entropie de Theil.

3.1 *Définition*

Gastwirth (1975) définit une mesure d'inégalité générale qui se décompose en deux termes qui représentent respectivement l'inégalité entre les groupes et l'inégalité à l'intérieur des groupes.

Soit I_h, la mesure d'inégalité pour la fonction $(h(Y))$ et I_{hj}, cette mesure pour le groupe j, $j = 1, 2, ..., k$:

$$I_h = \frac{\int_0^\infty h(Y)dF(Y) - h(M)}{h(M)}$$

$$I_h = \sum_{j=1}^{k} \frac{N_j}{N} \frac{h(M_j) - h(M)}{h(M)} + \sum_{j=1}^{k} \frac{N_j}{N} \frac{h(M_j)}{h(M)} I_{hj}$$

Le coefficient de variation carré $M^{-2}N^{-1}\sum_{i=1}^{N}(Y_i - M)^2$ est un cas particulier de cette mesure, obtenu lorsque $h(Y) = Y^2$. La mesure de l'entropie de Theil normalisée par $M \log M$ est obtenue lorsque $h(Y) = Y \log Y$.

3.2 *La valeur des mesures utilisées dans la décomposition du coefficient de variation carré et de la mesure de l'entropie de Theil*

Nous voyons au tableau 3 que l'évolution de l'inégalité entre les groupes d'âge (ou de l'inégalité imputable à l'âge) telle que représentée ici correspond à celle exprimée avec l'indice $\tilde{G}$. Ainsi, les valeurs de $\tilde{G}$ sont égales dans les situations I et III et elles sont égales dans les situations II et IV. Le même effet se retrouve lorsqu'on mesure l'inégalité entre les groupes dans la décomposition du coefficient carré et dans la décomposition de la mesure de l'entropie de Theil. Quant à la mesure de l'inégalité à l'intérieur des groupes, elle évolue d'une façon semblable à celle de l'indice A. En effet, avec ces deux indices on classe de la même façon les situations selon la valeur de leur inégalité à l'inté-

TABLEAU 3

VALEUR DES INDICES DE LA DÉCOMPOSITION DU COEFFICIENT DE VARIATION CARRÉ ET DE LA DÉCOMPOSITION DE LA MESURE DE L'ENTROPIE DE THEIL

	Situation			
	I	II	III	IV
Indices				
1. Coefficient de variation carré	0.267	0.277	0.527	0.220
Mesure de l'inégalité entre les groupes	0.169	0.149	0.169	0.149
Mesure de l'inégalité à l'intérieur des groupes	0.098	0.128	0.358	0.072
2. Mesure de l'entropie de Theil	0.092	0.087	0.175	0.072
Mesure de l'inégalité entre les groupes	0.053	0.048	0.053	0.048
Mesure de l'inégalité à l'intérieur des groupes	0.039	0.039	0.122	0.024

rieur des groupes ; la situation III est la plus inégale suivie des situations II, I et IV[8].

Ceci nous apporte une nouvelle confirmation de l'intérêt de la décomposition B-M-P par rapport aux méthodes de Love et Wolfson et de Paglin pour l'évaluation de ces types d'inégalité à partir de l'indice Gini.

Nous allons appliquer les indices utilisés dans la décomposition B-M-P aux données disponibles par l'enquête sur les finances des consommateurs sur la répartition des revenus au Québec en 1973[9]. Nous voulons ainsi vérifier l'importance du phénomène du chevauchement lorsque nous décomposons le coefficient de Gini pour quelques variables qui semblent déterminer la répartition du revenu. De plus, en modifiant le nombre de groupes utilisés pour les deux premières variables, nous désirons voir quel est l'effet du nombre de groupes sur les résultats de la décomposition.

4. *Application de la décomposition (B-M-P) du coefficient de Gini sur la répartition des revenus des familles québécoises*

Le coefficient de Gini pour l'ensemble des familles est égal à 0.322. Les résultats de la décomposition de ce chiffre sont inscrits au tableau 4.

TABLEAU 4

DÉCOMPOSITION DU COEFFICIENT DE GINI APPLIQUÉE À LA RÉPARTITION DES REVENUS DES FAMILLES DU QUÉBEC, 1973, SELON DIFFÉRENTES VARIABLES

Variable	Age	Age	Instruction	Instruction	Nombre de semaines travaillées	Nombre de gagne-pain
Nombre de groupes	6	11	4	8	7	4
Indices de Pyatt						
A	0.060	0.030	0.102	0.062	0.145	0.086
B	0.183	0.203	0.107	0.138	0.058	0.066
$\tilde{G}$	0.079	0.089	0.114	0.122	0.119	0.170

SOURCE : Compilation spéciale à partir des données de l'*Enquête sur les finances des consommateurs* de Statistique Canada, portant sur les revenus de 1973.

8. Dans le cas de Theil les valeurs pour les situations I et II ne diffèrent que dans le quatrième chiffre (0.0386 et 0.0388).

9. Monique F. DesRochers, *La Répartition des revenus au Québec : analyse des facteurs socio-démographiques de l'inégalité des revenus des familles au Québec, 1973*, O.P.D.Q., Collection « Dossier », juin 1977, éd. 1er trimestre 1978.

Ces décompositions nous montrent clairement que le chevauchement est un phénomène non négligeable et qui peut même prendre une grande importance (voir la première et la deuxième décomposition).

La variation du nombre de groupes étudiés implique une modification des trois indices. Dans les cas présentés ici, une hausse du nombre de groupes entraîne une baisse de la valeur de A et une hausse de la valeur de $\tilde{G}$. Ceci s'explique facilement. A une extrémité, avec un groupe, l'inégalité à l'intérieur des groupes serait égale au coefficient de Gini, B et $\tilde{G}$ étant nuls. A l'autre extrémité avec un nombre maximum de groupes (n'incluant qu'un individu), l'inégalité à l'intérieur des groupes et le chevauchement seraient nuls. L'inégalité entre les groupes serait alors égale au coefficient de Gini : en effet, la matrice E_1 ne posséderait alors que des éléments nuls puisque min $(e_{ij}, e_{ji}) = 0$ pour chaque i, j. Donc, plus on accroît le nombre de groupes, plus l'inégalité entre les groupes prend de l'importance et plus l'inégalité à l'intérieur des groupes diminue. Le comportement du chevauchement est cependant imprévisible. Tout ce que nous savons est que ce terme sera nul dans les deux situations extrêmes et possédera une valeur positive entre les deux. En changeant le nombre de groupes à l'étude on ne modifie pas nécessairement l'étendue des revenus détenus par chaque groupe ; donc on ne peut prévoir, suite à un changement de l'inégalité à l'intérieur des groupes si le chevauchement se modifiera ou non, et si oui, dans quelle mesure.

5. *Conclusion*

Dans ce texte, nous avons montré que l'indice G_p de Paglin ne représente pas uniquement la valeur de l'inégalité à l'intérieur des groupes. Il comprend aussi la valeur du chevauchement. D'autre part, l'indice G_n de Love et Wolfson a répondu de façon différente à celle attendue suite aux trois modifications. Cet indice ne nous semble donc pas fiable. Seuls les indices utilisés dans la décomposition B-M-P ont bien réagi. Comme $\tilde{G}$ de la décomposition B-M-P est égal à l'indice âge-Gini de Paglin, ce dernier est aussi valable.

L'utilisation des indices de Pyatt comme instrument d'analyse de la répartition des revenus au Québec nous a montré que le phénomène du chevauchement est important. De plus, nous avons vu que les indices A, B et $\tilde{G}$ changent selon le nombre de groupes utilisés. Il est donc important, dans une analyse longitudinale, de conserver la même division de la population chaque année.

ANNEXE A

Présentation des matrices de type E et des vecteurs π' et p' pour la décomposition B-M-P de la situation initiale.

$$E = \begin{bmatrix} 2/3 & 7/3 & 5 \\ 1/3 & 10/9 & 28/9 \\ 0 & 1/9 & 2/3 \end{bmatrix}$$

$$E^*_{11} = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 5/21 & 0 \\ 0 & 0 & 2/23 \end{bmatrix}$$

$$E^*_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 1/8 & 0 \\ 1/4 & 0 & 1/42 \\ 0 & 1/69 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\pi' = (8/45,\ 14/45,\ 23/45)$$

$$p' = (1/3,\ 1/3,\ 1/3)$$

Monique FRAPPIER-DESROCHERS *
Ieuan MORGAN *
Louise OUELLET *

---

* Les trois auteurs, au moment de l'élaboration de cet article, travaillaient à l'intérieur du groupe de recherche sur les revenus et conditions de vie à l'Office de Planification et de Développement du Québec. Actuellement, Mme Louise Ouellet est économiste au Conseil du Trésor et Ieuan Morgan est professeur agrégé à l'Université Queen's à Kingston, Mme Monique DesRochers est toujours à l'OPDQ.

N.B. Nous tenons à remercier Messieurs Neil MacLeod et Keith Horner, du ministère de la Santé et du Bien-être social du Canada, pour les précieux commentaires qu'ils ont fait sur cet article. Toutefois, les trois auteurs demeurent responsables de toute insuffisance.

RÉFÉRENCES

BHATTACHARYA, N. et B. MAHALANOBIS (1967), « Regional Disparities in Household Consumption in India », *Journal of the American Statistical Association*, 62, 143-161.

DESROCHERS, Monique F., *La répartition des revenus au Québec : analyse des facteurs socio-démographiques de l'inégalité des revenus des familles au Québec, 1973*. Collection « Dossier », O.P.D.Q., 1er trimestre 1978.

GASTWIRTH, J.L. (1975), « The Estimation of a Family of Measures of Economic Inequality », *Journal of Econometrics*, 3, 61-70.

KENDALL, M.G. et A. STUART (1969), *The Advanced Theory of Statistics*, volume 1 (London : Griffin), 45-51.

LOVE, R. et M.C. WOLFSON (1976), *Inégalité des revenus : méthodologie statistique et exemples canadiens*, Statistique Canada, catalogue 13-559 (hors série) (Ottawa : Imprimeur de la Reine), 32-45 et 63-69.

PAGLIN, M. (1975), « The Measurement and Trend of Inequality : A Basic Revision », *The American Economic Review*, 65, 598-609.

PYATT, G. (1976), « On the Interpretation and Disaggregation of Gini Coefficients », *Economic Journal*, 86, 243-255.