Note

« Estimation de l’effet de la technologie sur le rendement des facteurs de production »

R. G. Zind et J. Doutriaux

L'Actualité économique, vol. 54, n° 1, 1978, p. 104-110.

Estimation de l'effet de la technologie sur le rendement des facteurs de production

I. *Introduction*

Bien que la technologie ait un effet indéniable sur le rendement des facteurs de production, il s'est avéré très difficile de dégager et de mesurer cet effet. La difficulté fondamentale réside dans l'absence de facteurs quantifiables capables de représenter, à l'échelle macro, les divers états de la technologie. Faute de mieux, les économistes ont utilisé le temps, t, comme indice de ces états.

Les rendements des facteurs varient au cours du temps. Selon la théorie néo-classique, ces variations sont imputables à la substitution entre facteurs (différentes proportions de facteurs utilisées) et à la technologie. Souvent, la technologie est « biaisée » dans le sens qu'elle favorise un (ou un groupe de) facteur(s) au détriment d'autres. La mesure de ce biais a suscité l'intérêt d'un bon nombre de chercheurs. [Voir, par exemple, David and Van de Klundert (1965), Nerlove (1967), Sato (1970), Takayama (1974) et Doutriaux et Zind (1976)]

Dans la présente étude, nous examinons ce biais à partir de fonctions de production auxquelles nous incorporons le temps sous deux formes. Dans l'une, les facteurs sont mesurés en termes d'unités d'efficacité exprimées uniquement en fonction du temps. Ainsi formulée, la fonction de production est stable ; elle ne se déplace pas dans le temps. Dans l'autre, le temps entre comme facteur exogène qui fait que la fonction se déplace. Les propriétés de ces deux formes nous permettent de dériver un ensemble d'équivalences que nous utilisons pour estimer séparément, et par régression, l'impact du temps sur les unités d'efficacité et sur les prix des facteurs. Il devient ainsi possible de tester la neutralité du progrès technologique et, en cas de biais, de déterminer le (ou groupe de) facteur(s) qui a (ont) été le plus favorisé(s). De surcroît, une comparaison des résultats obtenus séparément pour les unités d'efficacité et pour les prix des facteurs permet de déterminer la consistance des équivalences développées dans cette étude.

II. *Gains technologiques et rendements marginaux des facteurs de production*

Nous adoptons une formulation générale de la fonction de production, à savoir :

$$V = G(L,K;t) \tag{1}$$

où V représente le niveau de production (valeur ajoutée), L le niveau de la main-d'œuvre et K le niveau du capital et où le passage du temps, t, se traduit par un déplacement de la fonction. Nous supposons que G est homogène du premier degré.

D'autre part, nous utilisons les indices $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ pour représenter les efficacités respectives de la main-d'œuvre et du capital. Nous avons donc :

$\bar{L}(t) = \alpha(t)\ L$, main-d'œuvre mesurée en unités d'efficacité,

et

$\bar{K}(t) = \beta(t)\ K$, capital mesuré en unités d'efficacité.

Dans ce cas, la fonction de production peut s'écrire :

$$V = F[\alpha(t)L, \beta(t)K] = F[\bar{L}(t), \bar{K}(t)] \tag{2}$$

Il est bien connu que

$$V = G(L,K;t) = F[\bar{L}(t), \bar{K}(t)] \tag{3}$$

si et seulement si les parts relatives des facteurs de production sont en fonction uniquement de σ. σ est l'élasticité de substitution entre la main-d'œuvre et le capital quand t est maintenu constant (Rose, 1968 ; Sato et Beckman, 1968).

A partir des relations suivantes :

$$\frac{\partial V}{\partial \bar{L}} = \frac{1}{\alpha}\ \frac{\partial V}{\partial L}\,,\ \frac{\partial V}{\partial \bar{K}} = \frac{1}{\beta}\ \frac{\partial V}{\partial K}\,,$$

$$d\bar{L} = \alpha dL + L d\alpha \text{ et } d\bar{K} = \beta dK + K d\beta,$$

la dérivée totale par rapport au temps de (3) s'écrit :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial L}\frac{dL}{dt} + \frac{\partial V}{\partial K}\frac{dK}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial L}\frac{dL}{dt} + \frac{\partial V}{\partial K}\frac{dK}{dt}$$

$$+ \frac{\partial V}{\partial L}\ L\ \frac{\frac{da}{dt}}{\alpha} + \frac{\partial V}{\partial K}\ K\ \frac{\frac{d\beta}{dt}}{\beta} \tag{3a}$$

L'hypothèse de marchés compétitifs et de maximisation des profits nous permet d'approximer le rendement marginal de la main-d'œuvre par le taux de salaire (w) et le rendement marginal du capital par le taux d'intérêt (r).

Utilisant la notation $G_t = \partial V/\partial t$, nous tirons de l'équation (3a) [1] :

$$\frac{\partial V}{\partial t} = G_t = Lw\,\hat{\alpha} + Kr\,\hat{\beta} \qquad (4)$$

Le rapport G_t/G a été défini comme le « taux de croissance total du rendement » par David et Van de Klundert (1965, p. 363), et comme le « taux de progrès technologique » par Lianos (1971, p. 413).

Il reste à formuler une relation précisant l'impact de t sur w et r. A partir de l'hypothèse que G est homogène du premier degré et du théorème d'Euler, nous écrivons : $V = Lw + Kr$.

La dérivée totale de cette relation par rapport au temps nous donne :

$$\dot{V} = L\dot{w} + w\dot{L} + K\dot{r} + r\dot{K} \qquad (5)$$

Des équations (3a), (4) et (5) nous obtenons :

$$G_t = Lw\,\hat{\alpha} + Kr\hat{\beta} = L\dot{w} + K\dot{r} \qquad (6)$$

L'expansion des deux termes : dw/dt et dr/dt nous donne (à noter que $G_L = w = \partial V/\partial L$ et $G_K = r = \partial V/\partial K$)

$$\dot{w} = G_{LL}\dot{L} + G_{LK}\dot{K} + G_{Lt} \text{ et } \dot{r} = G_{KK}\dot{K} + G_{KL}\dot{L} + G_{Kt}.$$

La dernière partie de l'équation (6) peut donc s'écrire :

$$L\dot{w} + K\dot{r} = LG_{Lt} + KG_{Kt} + (LG_{LL} + KG_{LK})\,\dot{L} + (KG_{KK} + LG_{LK})\,\dot{K}$$

Etant donné que : $LG_{LL} + KG_{LK} = KG_{KK} + LG_{LK} = 0$ l'équation (6) est équivalente à :

$$L\dot{w} + K\dot{r} = LG_{Lt} + KG_{Kt} \qquad (7)$$

Des relations (6) et (7) nous obtenons l'équation de base [2] (8) que nous utilisons dans cette étude :

$$G_t = L\dot{w} + K\dot{r} = Lw\hat{\alpha} + Kr\hat{\beta} = LG_{Lt} + KG_{Kt} \qquad (8)$$

III. *Généralisation au cas de n facteurs de production*

Considérons les deux fonctions de production à n facteurs équivalentes aux fonctions à 2 facteurs des équations (1) et (2) :

$$V = G(L_1, \ldots L_i, \ldots, L_n; t) \qquad (1a)$$

1. Le chapeau « ^ » indique le taux de croissance d'une variable, $\hat{X} = \frac{\frac{dX}{dt}}{X}$ alors que le point « · » indique la dérivée par rapport au temps $\dot{X} = \frac{dX}{dt}$.

2. La fonction de production étant homogène du premier degré, la valeur de G_t devrait être identique à celle de $L\,dw/dt + K\,dr/dt$. Des différences existent à cause d'erreurs de mesure et aussi à cause de divergence entre les mesures physiques de w et r et les rendements marginaux des facteurs de production.

$$\begin{aligned} V &= F(\alpha_1(t)L_1, \ldots \alpha_i(t)L_i, \ldots \alpha_n(t)L_n) \\ &= F[\bar{L}_1(t), \ldots, \bar{L}_i(t), \ldots \bar{L}_n(t)]. \end{aligned} \tag{2a}$$

Dans la mesure où $G \equiv F$ (voir l'équation (3) ci-dessus), la dérivation de l'équation de base (8) se généralise aisément quel que soit le nombre de facteurs de production.

Prenons la dérivée totale par rapport au temps de (1a) et (2a) :

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial V}{\partial L_i} \dot{L}_i + \frac{\partial V}{\partial t} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial V}{\partial L_i} \dot{L}_i + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial V}{\partial L_i} L_i \dot{\alpha}_i$$

Dénotons par w_i le rendement marginal du facteur L_i, soit

$$w_i = \frac{\partial V}{\partial L_i} = G_{L_i}$$

La dérivée partielle de V par rapport au temps peut donc s'écrire :

$$\frac{\partial V}{\partial t} = G_t = \sum_{i=1}^{n} L_i w_i \hat{\alpha}_i \tag{4a}$$

Etant donné que G est homogène du premier degré, nous obtenons :

$$\mathrm{V} = \sum_{i=1}^{n} L_i w_i \text{, et}$$

$$\dot{\mathrm{V}} = \sum_{i=1}^{n} L_i \dot{w}_i + \sum_{i=1}^{n} w_i \dot{L}_i \tag{5a}$$

Combinant (4a) et (5a) comme précédemment, nous avons :

$$G_t = \sum_{i=1}^{n} L_i w_i \hat{\alpha}_i = \sum_{i=1}^{n} \dot{L}_i w_i \tag{6a}$$

Finalement, comme

$$\dot{w}_i = \sum_{j=1}^{n} G_{L_i L_j} \dot{L}_j + G_{L_{it}} \text{, } i = 1, \ldots, n \text{, nous avons :}$$

$$\sum_{i=1}^{n} L_i \dot{w}_i = \sum_{i=1}^{n} L_i G_{L_{it}} + \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{n} \dot{L}_j G_{L_i L_j} \right) \dot{L}_i .$$

La dérivée partielle de $V = \sum_{j=1}^{n} L_j w_j = \sum_{j=1}^{n} L_j G_{L_j}$ par rapport à L_i donne :

$$\frac{\partial V}{\partial L_i} = w_i = w_i + \sum_{j=1}^{n} L_j G_{L_j L_i}\text{, c'est-à-dire}$$

$$\sum_{j=1}^{n} L_j G_{L_j L_i} = 0.$$

Nous obtenons donc :

$$\sum_{i=1}^{n} L_i \dot{w}_i = \sum_{i=1}^{n} L_i G_{L_{it}} \tag{7a}$$

La relation de base généralisée s'écrit alors :

$$G_t = \sum_{i=1}^{n} L_i \dot{w}_i = \sum_{i=1}^{n} L_i w_i \,\hat{\alpha}_i = \sum_{i=1}^{n} L_i G_{L_{it}} \tag{8a}$$

IV. *Estimations du gain technologique*

Le manque de données adéquates nous a mené à limiter la fonction de production aux deux facteurs L et K et, donc, à utiliser la relation (8) plutôt que (8a). Pour l'estimation des indices α et β, nous avons adopté un modèle de croissance exponentiel de la forme [3] :

$$\alpha(t) = \alpha_0 e^{\alpha_1 t} \quad \text{et} \quad \beta(t) = \beta_0 e^{\beta_1 t}$$

où α_0, α_1, β_0 et β_1 sont des constantes. Comme $G_{Lt} = \partial w/\partial t = w_t$ et $G_{Kt} = \partial r/\partial t = r_t$, nous obtenons à partir de l'équation (8) :

$$G_t = L\dot{w} + K\dot{r} = \alpha_1 Lw + \beta_1 Kr = w_t L + r_t K \tag{9}$$

Pour fins de régression, nous avons utilisé une équation aux différences finies équivalente à (9) et l'avons appliquée à des données tirées du secteur privé non agricole des Etats-Unis pour les années 1909 à 1960. Ces données ont été recueillies par Kendrick et utilisées dans d'autres modèles pour estimer le biais technologique [voir, par exemple, Sato et Beckman (1968), Sato (1970) et Takayama (1974)]. Nous avons voulu tester la fiabilité de notre équation en déterminant si les résultats qu'elle nous permet d'obtenir sont compatibles avec ceux déjà obtenus (par d'autres chercheurs) à l'aide de modèles différents du nôtre.

La relation (9) comprend deux sous-équations : $\alpha_1 Lw + \beta_1 Kr$ et $w_t L + r_t K$ et comporte deux ensembles de coefficients (α_1, β_1) et (w_t, r_t) à estimer. Aucune des sous-équations ne comporte d'intercepte. Dans une régression sans intercepte (où le terme constant

3. Il est d'usage dans la littérature d'adopter un modèle de cette forme [voir, par exemple, David and Van de Klundert (1965), Lianos (1971), Fishelson (1974) et Doutriaux et Zind (1976)].

est arbitrairement évalué à zéro) il n'est pas légitime d'utiliser les tests statistiques de fiabilité. Ces tests étant indispensables à notre étude, nous avons adopté un modèle de régression avec intercepte et avons testé l'hypothèse que la valeur de l'intercepte était nulle. Dans le cas de tous les tests effectués, la valeur de l'intercepte s'est avérée ne pas être significativement différente de zéro.

Nous donnons au tableau 1 les résultats des régressions obtenus :

V. *Analyse des résultats et conclusions*

Quand le progrès technologique est neutre, il avantage également tous les facteurs de production ; dans le contexte des deux facteurs L et K examinés dans cette étude, il se traduit par les égalités $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$ et $w_t/w = r_t/r$. Le fait que les valeurs obtenues pour β_1 et r_t ne soient pas

TABLEAU 1

EFFICACITÉ ET TAUX DE CROISSANCE DU RENDEMENT MARGINAL

Données tirées du secteur privé non agricole aux Etats-Unis, 1909-1960

Variables dépendantes	Coefficients de régression	Estimations
G_t	α_1, main-d'œuvre β_1, capital	.026 (e.t. = .008) * R = .38, Intercepte * = .45 (e.t. = 2.21)
$L\dot{w} + K\dot{r}$	α_1, main-d'œuvre β_1, capital	.027 (e.t. = .008) * R = .40, Intercepte * = .14 (e.t. = 1.25)
G_t	w_t, salaire r_t, taux d'intérêt	.058 (e.t. = .045) * R = .18, Intercepte * = −3.08 (e.t. = 3.88)
$L\dot{w} + K\dot{r}$	w_t, salaire r_t, taux d'intérêt	.075 (e.t. = .04) * R = .228, Intercepte* = −4.40 (e.t. = 3.90)

* Non-significativement différent de zéro.

significativement différentes de zéro alors que celles obtenues pour α_1 et w_t le soient semble indiquer un biais en faveur de la main-d'œuvre.

Ce résultat est conforme à ceux obtenus par Sato et Beckman (1968), Sato (1970) et Takayama (1974) à l'aide des mêmes données mais d'équation différentes des nôtres.

De plus, la compatibilité des relations équivalentes dérivées dans cette étude se trouve confirmée par les estimés des régressions. Cette compatibilité exige que les termes $\alpha_1 - \beta_1$ et $w_t - r_t$ aient le même signe algébrique.

Nous aurions aimé déterminer si au Canada aussi le progrès technologique a été biaisé en faveur de la main-d'œuvre. Les résultats statistiques que nous avons obtenus ne sont pas concluants à cause du fait que les données chronologiques disponibles ne sont pas suffisamment longues. Dès qu'elles le seront, nous comptons effectuer à nouveau le test.

R.G. ZIND
et
J. DOUTRIAUX,
Université d'Ottawa.

RÉFÉRENCES

DAVID, P.A. et TH. VAN DE KLUNDERT (1965), « Biased Efficiency Growth and Labor Substitution in the U.S. 1899-1960 », *The American Economic Review*, 55, 357-394.

DOUTRIOUX, J. et R. ZIND (1976), « Factor Input Efficiency and Technological Bias with Application to U.S. Agriculture », *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 58, No. 3.

FISHELSON, G. (1974), « Relative Shares of Labor and Capital in Agriculture : A Subarid Area Israel, 1952-1969 », *Review of Economics and Statistics*, 56, 343, 352.

LIANOS, T.P. (1971), « The Relative Share of Labor in the United States Agriculture 1949-1968 », *American Journal of Agricultural Economics*, 53, No. 3, 411-422.

NERLOVE, M. (1967), « Recent Empirical Studies of the CES and Related Production Functions », in M. Brown, (ed.), *The Theory and Empirical Analysis of Production*, National Bureau, Vol. 31, pp. 96-98.

ROSE, H. (1968), « The Conditions for Factor Augmenting Technical Change », *Economic Journal*, 78, 966, 971.

SATO, R. (1970), « The Estimation of Biased Technical Progress and the Production Function », *International Economic Review*, 11, No. 2, 179-207.

SATO, R. et M. BECKMAN (1968), « Neutral Inventions and Production Functions », *Review of Economic Studies*, 35, 57-66.

TAKAYAMA, A. (1974), « On Biased Technological Progress », *The American Economic Review*, 64, 631-639.